Étude de sensibilité des paramètres de table d'harmonie de piano sur la synthese acoustique : résolution temporelle des equations couplées corde-table

Benjamin Trévisan, Kerem Ege, Bernard Laulagnet

▶ **To cite this version:**

Benjamin Trévisan, Kerem Ege, Bernard Laulagnet. Étude de sensibilité des paramètres de table d'harmonie de piano sur la synthese acoustique : résolution temporelle des equations couplées corde-table. 13ème Congrès Français d'Acoustique, CFA 2016 - VISHNO, Apr 2016, Le Mans, France. pp.21-27. hal-01316317

HAL Id: hal-01316317
https://hal.science/hal-01316317

Submitted on 15 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CFA/VISHNO 2016

Étude de sensibilité des paramètres de table d'harmonie de piano sur la synthèse acoustique : résolution temporelle des équations couplées corde-table

B. Trevisan, K. Ege et B. Laulagnet
INSA Lyon, 25 bis, avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France
benjamin.trevisan@insa-lyon.fr

Les instruments de musique sont des structures particulièrement complexes dont l'étude fait appel à des aspects très variés aussi bien structurels que perceptifs et subjectifs. L'une des principales difficultés de ce type d'étude est de mettre en place une passerelle entre les lexiques musicaux et scientifiques et surtout de créer des équivalences entre les phénomènes entendus / décrits par les musiciens et les indicateurs habituellement utilisés dans les contextes industriels. La table d'harmonie de piano en est un exemple typique et les problèmes relevés tant bien par les facteurs que part les musiciens sont nombreux. De nos jours, les ressources numériques permettent de prendre en compte de nombreux phénomènes dans les modèles développés avec, en conséquence, un effet de « boite noire » entre les données d'entrée et de sortie. En considérant moins de phénomènes à la fois, les modèles réduits présentent alors l'avantage de pouvoir en séparer l'influence et la participation dans le rendu global. En ce sens, un modèle analytique prenant en compte une corde couplée à une table d'harmonie est développé afin de pouvoir qualifier, pour un coût calcul réduit, l'influence des paramètres structurels de la table d'harmonie sur le son rayonné.

1. Introduction

Le comportement vibro-acoustique des instruments de musique est particulièrement difficile à appréhender de part les aspects subjectifs et perceptifs du son produit. De nombreux paramètres entre en ligne de compte allant des bois utilisés [1] jusqu'aux spécificités liées à la conception de l'instrument. Parmi ces aspects mécaniques citons la conception propre de la table d'harmonie [2–9], les cordes [10–12], le marteau [13–15] mais surtout les interactions entre ces différents sous systèmes.

Dans le cadre du piano, les vibrations des cordes sont transmises à la table via le chevalet qui fait office de radiateur acoustique efficace. La table d'harmonie joue donc un rôle prépondérant dans le fonctionnement de l'instrument, ce qui justifie les nombreuses études à son sujet. La majorité de ces études se limitent aux seuls aspects fréquentiels (modes propres, mobilité au chevalet) et ne peuvent représenter l'aspect perceptif du problème. Dans le but de répondre aux questions d'ordre purement musical, comme la recherche d'un bon compromis « longueur de son / puissance rayonnée », un modèle analytique de la table d'harmonie de piano est couplé à une corde excitée par une force en temps de type porte. Le problème est résolu en temps via un schéma aux différences finies. L'originalité d'un tel calcul tient dans le fait que la force d'interaction au chevalet devient une inconnue du problème. En effet comme dans les problèmes de contact [16], cette force d'interaction assure la continuité du déplacement de la corde et du chevalet à chaque pas de temps. De cette façon, il est possible d'étudier l'influence des paramètres d'entrée (géométrie, superstructures, amortissement) sur : l'effort et la puissance injectés au chevalet en fonction du temps ; les synthèses sonores de chaque note et de ce fait sur le timbre de l'instrument.

2. Problème couplé corde / table

2.1. Modèle de corde

Nous considérons une corde encastrée de part et d'autre, de longueur L_c et le schéma de principe Figure 1.

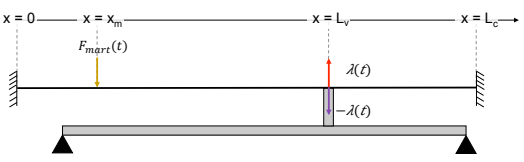

Figure 1- Schéma de principe de la corde couplée à la table d'harmonie de piano.

Au point x_m se trouve l'effort injecté par le marteau et la corde est en contact avec le chevalet en L_v. On définit alors l'effort de contact $\lambda(t)$ qui assure la continuité entre la corde et le chevalet.

La modélisation retenue est une corde raide d'Euler-Bernoulli. Cette dernière intègre en plus du modèle de corde d'Alembert la raideur due au matériau. Par conséquent, cette dernière apporte une inharmonicité entre les fréquences des partiels [17]. Soit, l'équation suivante :

$$\mu \frac{\partial^2 U_c(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 U_c(x,t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 U_c(x,t)}{\partial x^2} = F_{mart}(x_m, t) - \lambda(L_v, t) \quad (1)$$

2.2. Approche modale de la corde

Le modèle est basé sur approche modale sur la base des modes propres d'une corde encastrée. On donne :

$$U_c(x,t) = \sum_{p=1}^{P} a_p(t)\psi_p(x) \quad (2)$$

avec $\psi_p(x) = \sin\left(\frac{p\pi}{L_c}x\right)$. En injectant (2) dans (1) et en utilisant les propriétés d'orthogonalité des vecteurs propres, il vient l'expression généralisée du problème pour un mode arbitraire p. On intègre également un amortissement modal, d'où :

$$m_p \ddot{a}_p(t) + C_p^{corde} \dot{a}_p(t) + k_p a_p(t) = F_{mart}(t)\Psi_p(x = x_m) - \lambda(t)\Psi_p(x = L_v) \quad (3)$$

tel que m_p la masse généralisée, k_p la raideur généralisée et C_p^{corde} l'amortissement modal du mode p de la corde. On donne l'expression de ces termes :

$$\begin{cases} m_p = \frac{\mu L_c}{2} \\ C_p^{corde} = \eta_{acier}\omega_p m_p \\ k_p = \frac{T\pi^2 p^2}{2L_c} + \frac{EIL_c}{2}\left(\frac{p\pi}{L_c}\right)^4 \end{cases} \quad (4)$$

2.3. Modélisation de la table d'harmonie

La modélisation de la table d'harmonie est présentée dans le papier [18]. Nous invitons le lecteur à se référer à l'article mentionné ainsi qu'à [19] pour de plus amples détails sur les étapes de calculs ainsi que les hypothèses associées.

Le modèle se base sur une approche variationelle ainsi qu'une décomposition modale sur la base des modes propres d'une plaque rectangulaire en appuis simples :

$$\mathrm{w(x,y,t)} = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} d_{mn}(t)\,\phi_{mn}(x,y) \qquad (5)$$

tel que $\phi(x,y) = \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right)$ avec L_x et L_y les dimensions de la table.

La minimisation de l'action du système, nous permet d'exprimer le problème sous forme matricielle généralisée. Nous diagonalisons alors le problème matriciel en résolvant le problème aux valeurs propres correspondant : soit $\overline{\overline{\mathrm{P}}}$ la matrice de passage entre la base initiale (simplement supportée) et la base de la table d'harmonie. Comme pour la corde, un amortissement modal est introduit dans la table. On donne alors l'expression compacte suivante pour un point de contact entre la corde et la table placée sur la table d'harmonie en (x_e, y_e) :

$$\begin{aligned}\overline{\overline{\mathrm{P}}}^{\mathrm{t}}\overline{\overline{\mathrm{M}}}\overline{\overline{\mathrm{P}}}\,\ddot{\bar{b}}(t) + \bar{\bar{C}}^{table}\dot{\bar{b}}(t) + \overline{\overline{\mathrm{P}}}^{\mathrm{t}}\overline{\overline{\mathrm{K}}}\overline{\overline{\mathrm{P}}}\bar{b}(t)\\ = \lambda(t)\overline{\overline{\mathrm{P}}}^{\mathrm{t}}\bar{\phi}(x_e,y_e)\end{aligned} \qquad (6)$$

où $\overline{\overline{\mathrm{M}}}$ and $\overline{\overline{\mathrm{K}}}$ sont issues de [18] et $\bar{b}(t)$ le vecteur des amplitudes modales dans la base de la table d'harmonie. $\bar{\bar{C}}^{table}$ est également une matrice diagonale dont chaque terme est exprimé par :

$$C_n^{table} = \eta_{\mathrm{table}}\omega_{\mathrm{n}}\mathrm{M_n} \qquad (7)$$

Expérimentalement, η_{table} varie entre 1 et 3% dans la bande de fréquence [0 ; 3000] Hz [20]. Pour des raisons de simplicité, η_{table} est fixé à 2% sur toute la bande de fréquence.

2.4. Schéma explicite aux différences finies centrées

La résolution numérique du problème couplé corde / table d'harmonie nécessite un discrétisation en temps. Nous introduisons cette discrétisation par la relation suivante :

$$\begin{cases} a(t) = a^i \\ b(t) = b^i \end{cases} \qquad (8)$$

avec i l'indice correspondant au pas de temps Δt. Afin de résoudre le problème, nous utilisons un schéma aux différences finies centrées. Soit les expressions suivantes des dérivées première et seconde de l'amplitude modale de la corde :

$$\begin{cases} \dot{a}^i = \frac{a^{i+1}-a^{i-1}}{2\Delta t} \\ \ddot{a}^i = \frac{a^{i+1}-2a^i+a^{i-1}}{\Delta t^2} \end{cases} \qquad (9)$$

Les mêmes relations sont également posées pour $b(t)$. En injectant la relation (9) dans (3) et (6), nous exprimons alors le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]\bar{a}^{i+1} + \left[\bar{\bar{\mathrm{k}}} - \frac{2\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2}\right]\bar{a}^{i} \\ + \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} - \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]\bar{a}^{i-1} = F_{mart}^i\bar{\Psi}(x_m) - \lambda^i\bar{\Psi}(L_v) \\ \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]\bar{b}^{i+1} + \left[\bar{\bar{\mathrm{K}}}_s - \frac{2\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2}\right]\bar{b}^{i} \\ + \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2} - \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]\bar{b}^{i-1} = \lambda^i\overline{\overline{\mathrm{P}}}^{\mathrm{t}}\bar{\phi}(x_e,y_e) \end{cases} \qquad (10)$$

où $\overline{\overline{\mathrm{M}}}_s = \overline{\overline{\mathrm{P}}}^{\mathrm{t}}\overline{\overline{\mathrm{M}}}\overline{\overline{\mathrm{P}}}$ et $\overline{\overline{\mathrm{K}}}_s = \overline{\overline{\mathrm{P}}}^{\mathrm{t}}\overline{\overline{\mathrm{K}}}\overline{\overline{\mathrm{P}}}$.

2.5. Résolution du problème couplé

Comme décrit en 2.1, l'effort de contact au chevalet $\lambda(t)$ assure la continuité des déplacements au point de contact entre la corde et la table d'harmonie du piano, soit $U_c(L_v,t) = w(x_e,y_e,t)\ \ \forall t$. Il vient alors en égalisant les relations (2) et (5) l'expression suivante de la continuité entre les deux systèmes :

$$\bar{\Psi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{x} = \mathrm{L_v})\bar{a}^{\mathrm{i}+1} = \bar{\phi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{x_e},\mathrm{y_e})\overline{\overline{\mathrm{P}}}\,\bar{b}^{\mathrm{i}+1} \qquad (11)$$

Il est alors possible de donner une expression de l'effort de contact à l'instant i dépendant des instants i et $\mathrm{i}-1$ de $a(t)$ et $b(t)$:

$$\lambda^{\mathrm{i}} = \frac{\alpha_1\mathrm{F}_{\mathrm{mart}}^{\mathrm{i}} + \beta_1\bar{a}^{\mathrm{i}} + \beta_2\bar{a}^{\mathrm{i}-1} - \beta_3\bar{b}^{\mathrm{i}} - \beta_4\bar{b}^{\mathrm{i}-1}}{\alpha_2} \qquad (12)$$

où α désigne des grandeurs scalaires et β des vecteurs lignes tel que :

$$\alpha_1 = \bar{\Psi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{L_v})\left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\bar{\Psi}(\mathrm{x_m}) \qquad (13)$$

$$\begin{aligned}\alpha_2 = {} & \bar{\phi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{x_e},y_e)\overline{\overline{\mathrm{P}}}\left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]^{-1}\overline{\overline{\mathrm{P}}}^{t}\bar{\phi}(\mathrm{x_e},y_e) \\ & + \bar{\Psi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{L_v})\left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\bar{\Psi}(\mathrm{L_v})\end{aligned} \qquad (14)$$

$$\beta_1 = \bar{\Psi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{L_v})\left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{2\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} - \bar{\bar{\mathrm{k}}}\right] \qquad (15)$$

$$\beta_2 = \bar{\Psi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{L_v})\left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t} - \frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2}\right] \qquad (16)$$

$$\beta_3 = \bar{\phi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{x_e},y_e)\overline{\overline{\mathrm{P}}}\left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{2\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2} - \bar{\bar{\mathrm{K}}}_s\right] \qquad (17)$$

$$\beta_4 = \bar{\phi}^{\mathrm{t}}(\mathrm{x_e},y_e)\overline{\overline{\mathrm{P}}}\left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t} - \frac{\bar{\bar{\mathrm{M}}}_s}{\Delta t^2}\right] \qquad (18)$$

Une fois l'effort de contact déterminé à l'instant i, il est possible de déterminer les $\bar{a}^{i+1}$ et $\bar{b}^{i+1}$ uniquement en fonction des instants précédents :

$$\begin{cases} \bar{a}^{i+1} = \bar{\bar{A}}_1\bar{a}^i + \bar{\bar{A}}_2\bar{a}^{i-1} + \bar{A}_3F_{mart}^i - \bar{A}_4\lambda^i \\ \bar{b}^{i+1} = \bar{\bar{B}}_1\bar{b}^i + \bar{\bar{B}}_2\bar{b}^{i-1} + \bar{B}_3\lambda^i \end{cases} \qquad (19)$$

tel que :

$$\bar{\bar{A}}_1 = \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{2\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} - \bar{\bar{\mathrm{k}}}\right] \qquad (20)$$

$$\bar{\bar{A}}_2 = \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t} - \frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2}\right] \qquad (21)$$

$$\bar{\mathrm{A}}_3 = \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\bar{\Psi}(\mathrm{x_m}) \qquad (22)$$

$$\bar{\mathrm{A}}_4 = \left[\frac{\bar{\bar{\mathrm{m}}}}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{corde}}{2\Delta t}\right]^{-1}\bar{\Psi}(\mathrm{L_v}) \qquad (23)$$

$$\bar{\bar{B}}_1 = \left[\frac{\bar{\bar{M}}_s}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{2\bar{\bar{M}}_s}{\Delta t^2} - \bar{\bar{K}}_s\right] \quad (24)$$

$$\bar{\bar{B}}_2 = \left[\frac{\bar{\bar{M}}_s}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]^{-1}\left[\frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t} - \frac{\bar{\bar{M}}_s}{\Delta t^2}\right] \quad (25)$$

$$\bar{B}_3 = \left[\frac{\bar{\bar{M}}_s}{\Delta t^2} + \frac{\bar{\bar{C}}^{table}}{2\Delta t}\right]^{-1}\bar{\bar{P}}^t\bar{\phi}(x_e, y_e) \quad (26)$$

2.6. Rayonnement acoustique de la table d'harmonie

La table d'harmonie est considérée comme une paroi plane baffle. Le rayonnement acoustique de la table d'harmonie est calculé par intégrale de Rayleigh en temps (Figure 2).

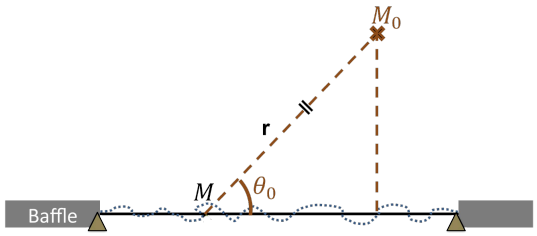

Figure 2 – Schéma de principe du rayonnement acoustique.

On donne alors l'équation compacte de la pression au point d'écoute M_o en fonction du temps. Soit :

$$p(M_0, t) = -\rho_0 \int_S \frac{\ddot{w}\left(M, t-\frac{r}{c}\right)}{2\pi r}\, dS \quad (27)$$

tel que $\ddot{w}(M,t) = \sum_m \sum_n \ddot{d}_{mn}(t)\phi_{mn}(M)$, $\ddot{\vec{d}} = \bar{\bar{P}}\ddot{\vec{b}}$ et donc $\ddot{\vec{b}}(t) = \frac{\vec{b}(t+\Delta t) - 2\vec{b}(t) + \vec{b}(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$ avec $\vec{b}$ issu de (19). Cette expression met en évidence le retard de chaque contribution. En effet, chaque source monopolaire apporte une contribution retardée de son temps de trajet r/c (tel que $|MM_o| = r$) entre les points M et M_0.

3. Résultats numériques

La table d'harmonie de piano est un objet complexe constitué d'une plaque non rectangulaire en bois raidie par de nombreuses barres rectilignes dans la direction perpendiculaire aux fibres du bois. Elle est également constitués d'un ou deux chevalets destinés à accueillir et servir de lien entre les cordes et la table. Ces chevalets sont orientés dans le sens des fibres sans pour autant leurs être exactement parallèles. En complément, la table d'harmonie est composée de deux zones appelée « mouchoirs » délimitées par des barres dites de mouchoirs. La Figure 3 donne un exemple la table d'harmonie du piano droit Pleyel P131 où l'angle θ correspond à l'angle d'orthotropie.

Dans la suite de ce papier, nous ne nous intéresserons qu'à une géométrie simplifiée de la table d'harmonie (voir Figure 4). Cependant, le modèle que nous développons ne se cantonne pas à cette géométrie simplifiée et la démarche temporelle présentée dans ce papier s'applique très facilement à une description plus exhaustive de la table d'harmonie. Un second acte de congrès [18] présente par ailleurs les aspects fréquentiels d'une telle modélisation.

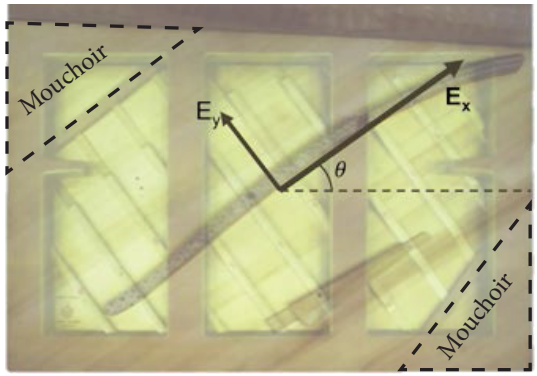

Figure 3 – Table d'harmonie du Pleyel P131 avec E_x le module de Young fort (dans la direction des fibres du bois), E_y le module de Young le plus faibe et θ l'angle d'orthotropie.

3.1. Géométrie simplifiée

Nous nous intéressons pour le moment à la réponse temporelle d'une géométrie simplifiée de la table d'harmonie de piano présentée Figure 4.

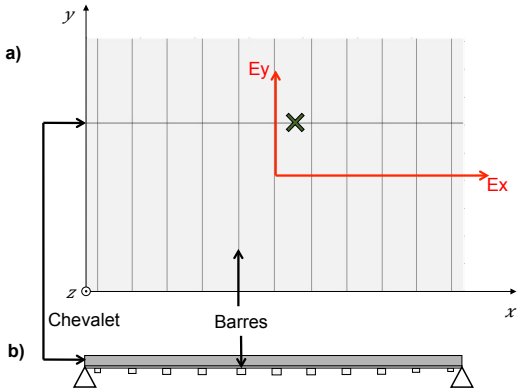

Figure 4 – Géométrie simplifiée de la table d'harmonie de piano. a) vue de dessus ; b) vue en coupe du chevalet et des barres ; la croix représente le point de couplage avec la corde de Fa3#.

La table est rectangulaire et les directions principales d'orthotropie sont parallèles aux bords de la plaque. La plaque est raidie par 11 barres de longueurs égales dans la direction du module de Young le plus faible et par un chevalet qui occupe toute la plaque dans la direction perpendiculaire. Les 11 barres sont toutes de hauteurs et largeurs différentes. De part ces dimensions plus importantes, le chevalet est une superstructure dominante par rapport aux barres. Le comportement vibro-acoustique de cette structure peut être consulté dans [19].

3.2. Plan de cordes

Les données des cordes ont en parti été mesuré sur une table d'harmonie de Pleyel P131 à notre disposition. Sur le chevalet principal, ces dernières sont non filées et en acier. Les diamètres ont été mesuré afin de déterminer la masse linéique μ. Les longueurs vibrantes L_v ont été échantillonné le long du chevalet principal puis interpolé en utilisant un « scalling factor » de 1,0535 afin de coïncider avec les longueurs mesurées [10]. Enfin, les tensions ont été déduites pour correspondre aux fondamentaux de chaque note.

La longueur complète L_c (longueur vibrante + longueur morte) est arbitrairement imposée à 1,05 fois la longueur vibrante. De même, la position d'impact du marteau est également fixée à environ 2/17 de la longueur vibrante. L'influence de la longueur morte et de la position du marteau pourra faire l'objet d'études futures.

Dans la suite de ce papier, nous nous intéresserons exclusivement à la corde de Fa3# dont le fondamental se situe à environ 370 Hz. Cette corde est positionnée vers le milieu de la table entre deux barres (voir croix sur la Figure 4). De plus, le marteau injecte un effort de type porte d'une durée de 1ms.

3.3. Comportement en temps d'une table d'harmonie simplifiée

Nous nous intéressons à l'influence de l'amortissement sur la synthèse sonore pour un point d'écoute placé en face de la structure à 1,5m. En tant que référence, nous prenons un amortissement modal de 2% (voir 2.3).

Bien que le modèle de corde ne considère pas les vibrations longitudinales, la polarisation des ondes dans la corde, ni les non linéarités, la résolution du problème couplé permet considérer l'effort au chevalet comme une inconnue du problème et peut permettre de s'intéresser à l'influence des paramètres structurels de la table d'harmonie sur cet effort de contact. La Figure 5 montre cet effort en fonction du temps. Celui-ci ne présente qu'une seule décroissance globale, conséquence de l'absence d'ondes longitudinales [9,11,12].

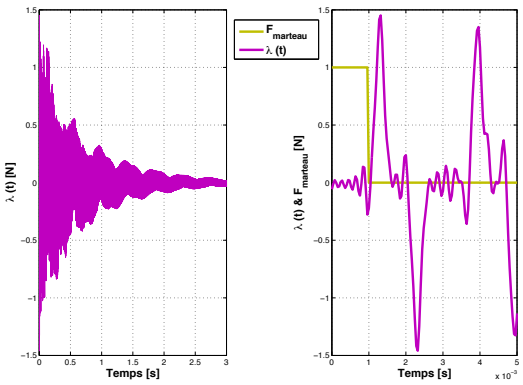

Figure 5 – Efforts au chevalet et injecté dans la corde. a) Effort au chevalet ; b) Zoom sur les premiers instants de l'effort au chevalet avec l'effort injecté dans la corde.

Sur la Figure 5-a, on voit que le début du signal est constitué de nombreuses composantes tandis que la fin du signal, plus lisse et modulé, n'est constitué que de quelques harmoniques de rangs faibles. Ainsi, les harmoniques de rangs élevés ne durent pas dans le temps et le signal tend progressivement vers le fondamental de la corde.

La Figure 5-b montre un zoom sur les 5 premières millisecondes de l'effort au chevalet ainsi que l'effort injecté dans la corde. Sur cet exemple, l'amplitude du signal augmente fortement lorsque l'effort appliqué à la corde devient nul, soit lors du relâchement du marteau. Cette coïncidence trompeuse vient du fait que le temps de trajet du fondamental est du même ordre de grandeur que le temps de contact imposé dans notre simulation. Quant à elles, les harmoniques de rangs plus élevées ont des vitesses de propagations plus importantes et arrivent donc au niveau du chevalet en avance de phase par rapport au fondamental. Ainsi, on constate des oscillations de courtes périodes et de faibles amplitudes avant 1 ms, traduisant à la fois ces différences de vitesses, mais aussi le fait que l'on injecte moins d'énergie en hautes fréquences avec notre effort injecté. En effet, une porte de 0,01 ms serait nécessaire pour avoir un niveau d'énergie sensiblement constant à toutes les fréquences.

Le spectrogramme de la pression rayonnée offre de nombreuses informations supplémentaires. En effet, ce spectre ne se limite pas aux seules fréquences de la note jouées comme le montre le schéma de principe Figure 6.

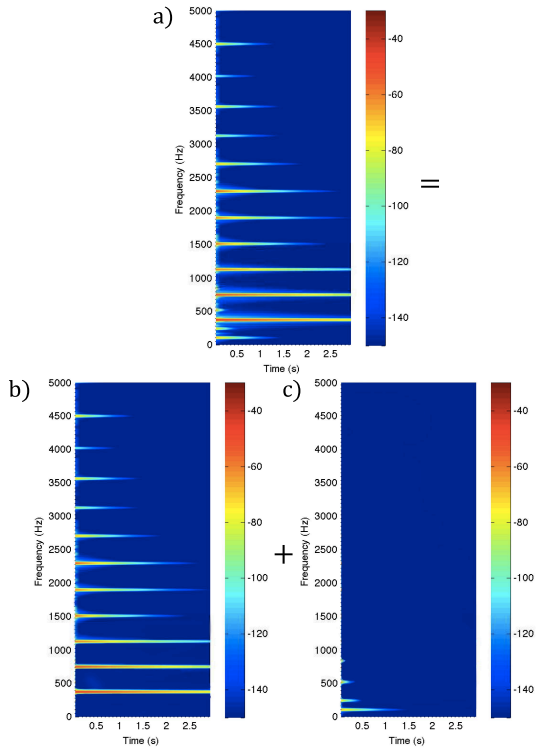

Figure 6 – Spectrogramme de la pression rayonnée à 1,5m en face de la table pour un amortissement modal de la table d'harmonie de 2% : schéma de décomposition en différentes contributions. a) Spectre complet ; b) Contribution de la corde ; c) Contribution de la table d'harmonie.

On peut décomposer le spectre en deux contributions, l'une correspondant au fondamental de la note et ses harmoniques (Figure 6-b) et une contribution des modes de table d'harmonie qui entre en résonnance et enrichissent le spectre complet de la note (Figure 6-c). Ainsi, pour cette note de Fa3# dont le fondamental se situe aux alentours de 370 Hz, nous pouvons constater que le timbre de la note est enrichi de plusieurs partiels bien en dessous de cette note, avec notamment un premier partiel du même ordre de grandeur que les derniers harmoniques à 104 Hz qui correspond au premier mode de la table d'harmonie simplifiée (Figure 6-c).

Bien entendu, les partiels dus à la corde (Figure 6-b) sont globalement bien plus présents, aussi bien en terme d'amplitude qu'en terme de durée, que ceux dus à la table (Figure 6-b). Malgré tout, il semble que cette excitation des modes de table en sus des modes de cordes apporte une forme d'attaque supplémentaire, qui plus est audible, au son produit par l'instrument.

3.4. Variation de l'amortissement de la table d'harmonie

En complément, nous considérons maintenant deux valeurs supplémentaires d'amortissement de table d'harmonie, l'une de 0,5%, l'autre de 8%. La Figure 7 compare les spectrogrammes de la pression rayonnée pour ces différentes valeurs d'amortissement de table d'harmonie. Une tendance générale, et évidente, est que plus l'amortissement est important plus l'énergie se dissipe rapidement. Cependant, la variation d'amortissement de la table influence au premier ordre les partiels dus à la table et au second ordre seulement les partiels dus à la corde (se référer au schéma de décomposition en différentes contributions Figure 6).

Pour un amortissement de 8%, la présence de la table d'harmonie ne s'entend plus directement dans le spectre bien que les partiels soient encore légèrement présents (Figure 7-c). A l'inverse pour un amortissement de 0,5%, les partiels produits par la table d'harmonie sont du même ordre de grandeur que ceux de la corde et ne se cantonnent plus seulement à l'attaque de la note comme le montre la Figure 7-a. Leur présence devient alors parfaitement audible.

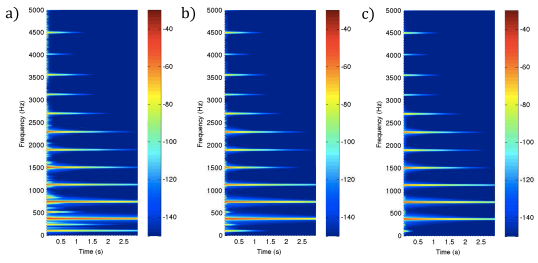

Figure 7 - Spectrogrammes de la pression rayonnée à 1,5m en face de la table pour différents amortissements modaux de la table d'harmonie. a) 0,5% ; b) 2% ; c) 8%.

Concernant les partiels dus à la corde, il semble que la variation de l'amortissement ne se limite qu'à une différence de pondération des différents harmoniques comme le montre la Figure 7. Ainsi, en sus de son rôle de radiateur acoustique, la table d'harmonie vient moduler le timbre de l'instrument, et cela sans enrichissement supplémentaire lorsque l'amortissement est suffisamment important.

3.5. Influence de l'effort appliqué à la corde

L'effort du marteau est primordial et détermine grandement le son produit par l'instrument. L'interaction entre le marteau et la corde a fait l'objet de nombreuses études et le profil de l'effort injecté dans la corde dépend grandement du jeu souhaité par le pianiste [13–15,21]. On considère dorénavant 2 profils supplémentaires en plus de la porte de 1ms utilisée jusqu'ici : un effort type fortissimo constitué de 3 gaussiennes et un effort type pianissimo constitué d'une seule gaussienne. La Figure 8 présente ces 3 efforts.

On peut voir que le fortissimo est constitué d'impulsions d'une largeur d'environ 1ms, soit du même ordre de grandeur que le cas de référence avec une excitation porte mais plus progressif. L'excitation type pianissimo est d'une durée sensiblement égale à l'excitation fortissimo mais encore moins anguleuse que cette dernière. Les hautes fréquences sont donc de moins en moins alertées. Ainsi, le timbre de la note est fortement impacté par le type d'excitation perdant peu à peu de sa richesse harmonique lorsque l'excitation devient plus « douce » comme le montre la Figure 9.

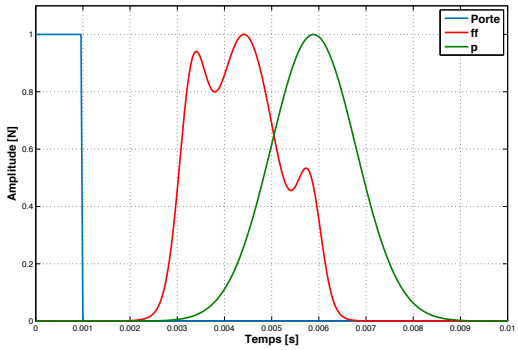

Figure 8 – Type d'effort injecté au niveau du marteau.

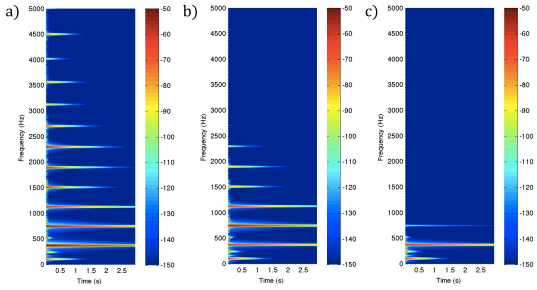

Figure 9 – Spectrogramme de la pression rayonnée à 1,5m en face de la table pour différentes excitations. a) Porte ; b) Fortissimo ; c) Pianissimo.

3.6. Influence de la hauteur au chevalet

La hauteur au chevalet est également susceptible d'être un paramètre influant au premier ordre le timbre de l'instrument. De nombreuses études vont dans ce sens et s'intéressent tout particulièrement à la mobilité vue par la corde au point de couplage avec le chevalet [2,22,23].

Dans notre cas de référence (porte de 1ms), la hauteur au chevalet est de 3,5 cm. Nous considérons en complément une première hauteur de 1,5 cm et une seconde de 6 cm. En hautes fréquences (au delà de 1000 Hz), la variation de hauteur au chevalet se ressent de façon importante sur les niveaux de mobilité. Ceci se traduit par une différence moyenne d'environ 12 dB entre les 2 configurations extrêmes. De part cette différence, on s'attend alors à voir un impact sur l'ensemble des harmoniques dont la fréquence est supérieure à 1000 Hz. La Figure 10 présente ainsi les spectrogrammes de la pression rayonnée pour ces différentes hauteurs.

Bien que le niveau de mobilité varie grandement avec la hauteur du chevalet, ces résultats montrent que seuls quelques partiels sont impactés. En effet, seuls les partiels entre 1500 et 2300 Hz semblent affectés par la hauteur du chevalet et tout particulièrement le partiel à 1500 Hz. On notera toutefois que les différences de mobilité à 1500 et 2300 Hz sont sensiblement égal, soit environ 15 dB. Pourtant, l'impact de la hauteur n'est clairement pas similaire sur ces deux partiels (Figure 10-a et c).

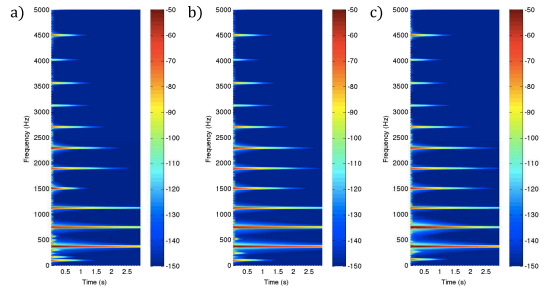

Figure 10 – Spectrogramme de la pression rayonnée à 1,5m en face de la table pour différentes hauteurs au chevalet. a) 1,5 cm ; b) 3,5 cm ; c) 6 cm.

4. Conclusion

Ce papier présente une approche originale destinée à la résolution temporelle de deux systèmes couplés : une table d'harmonie de piano et une corde.

Même si la géométrie est ici simplifiée, cette approche s'applique sans difficulté à une géométrie plus complexe et plus proche de l'objet réel. Il est alors possible de s'intéresser à l'influence des paramètres structurels de la table d'harmonie sur la pression rayonnée à n'importe quel point d'écoute, sur l'effort injecté au point de contact entre la corde et la table mais également sur la puissance injectée ou encore les vibrations de la table au cours du temps.

L'intérêt d'une telle méthode réside dans son faible coût numérique qui, alliée à une modélisation de la table d'harmonie elle aussi peu coûteuse en ressources, permet de mener facilement des campagnes de calculs paramétriques.

Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien financier du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007).

Références

[1] I. Brémaud, « Acoustical properties of wood in string instruments soundboards and tuned idiophones: Biological and cultural diversity », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 131, n° 1, p. 807-818, 2012.

[2] X. Boutillon et K. Ege, « Vibroacoustics of the piano soundboard: Reduced models, mobility synthesis, and acoustical radiation regime », *J. Sound Vib.*, vol. 332, n° 18, p. 4261-4279, sept. 2013.

[3] J. Berthaut, M. N. Ichchou, et L. Jézéquel, « Piano soundboard: structural behavior, numerical and experimental study in the modal range », *Appl. Acoust.*, vol. 64, n° 11, p. 1113-1136, nov. 2003.

[4] A. Chaigne, B. Cotté, et R. Viggiano, « Dynamical properties of piano soundboards », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 133, n° 4, p. 2456–2466, 2013.

[5] K. Ege, X. Boutillon, et M. Rébillat, « Vibroacoustics of the piano soundboard:(Non) linearity and modal properties in the low-and mid-frequency ranges », *J. Sound Vib.*, vol. 332, n° 5, p. 1288–1305, 2013.

[6] N. Giordano, « Simple model of a piano soundboard », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 102, n° 2, p. 1159–1168, 1997.

[7] J. Kindel et I. C. Wang, « Joseph Kindel and I. Chih Wang. Vibrations of a piano soundboard: Modal analysis and finite element analysis. », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 81, p. 61-61, 1987.

[8] H. Suzuki, « Vibration and sound radiation of a piano soundboard », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 80, n° 6, p. 1573-1582, 1986.

[9] J. Chabassier, A. Chaigne, et P. Joly, « Modeling and simulation of a grand piano », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 134, n° 1, p. 648–665, 2013.

[10] H. A. Conklin Jr, « Design and tone in the mechanoacoustic piano. Part III. Piano strings and scale design », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 100, n° 3, p. 1286–1298, 1996.

[11] N. Etchenique, S. R. Collin, et T. R. Moore, « Coupling of transverse and longitudinal waves in piano strings », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 137, n° 4, p. 1766–1771, 2015.

[12] G. Weinreich, « Coupled piano strings », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 62, n° 6, p. 1474–1484, 1977.

[13] H. A. Conklin Jr, « Design and tone in the mechanoacoustic piano. Part I. Piano hammers and tonal effects », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 99, n° 6, p. 3286–3296, 1996.

[14] X. Boutillon, « Model for piano hammers: Experimental determination and digital simulation », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 83, n° 2, p. 746-754, 1987.

[15] A. Chaigne et A. Askenfelt, « Numerical simulations of a piano strings. II. Comparisons with measurements and systematic exploration of some hammer-string parameters », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 95, n° 3, p. 1631-1640, 1994.

[16] B. Laulagnet, « Rattle Noise Generated by a Beam Tip Impacting a Baffled Plate », *Acta Acoust.*, vol. 95, n° 1, p. 1-9, 2009.

[17] J. Chabassier, « Modélisation et simulation numérique d'un piano par modèles physiques », Ecole Polytechnique X, 2012.

[18] B. Trévisan, K. Ege, et B. Laulagnet, « Description des mécanismes vibro-acoustiques d'une table d'harmonie de piano par une approche analytique. », in *13ème Congrès Français d'Acoustique*, Le Mans, France, 2016.

[19] B. Trévisan, K. Ege, et B. Laulagnet, « Vibroacoustics of orthotropic plates ribbed in both directions: Application to stiffened rectangular wood panels », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 139, n° 1, p. 227-246, janv. 2016.

[20] K. Ege, « La table d'harmonie du piano-Études modales en basses et moyennes fréquences », Ecole Polytechnique X, 2009.

[21] A. Chaigne et A. Askenfelt, « Numerical simulations of piano strings. I. A physical model for a struck string using finite difference methods », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 95, n° 2, p. 1112-1118, 1998.

[22] H. A. Conklin Jr, « Design and tone in the mechanoacoustic piano.Part II. Piano structure », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 100, n° 2, p. 695-708, 1996.

[23] N. Giordano, « Mechanical impedance of a piano soundboard », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 103, n° 4, p. 2128–2133, 1998.