Thèse

SPECIMEN NON IMPRIMABLE

THESE INSA Rennes
sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne
pour obtenir le titre de
DOCTEUR DE L'INSA DE RENNES
Spécialité : Electronique et Télécommunications

présentée par
Thierry Dubois
ECOLE DOCTORALE : MATISSE
LABORATOIRE : IETR

Application du Retournement Temporel aux systèmes multi-porteuses : propriétés et performances

Thèse soutenue le 25.03.2013
devant le jury composé de :

Gilles Burel
Professeur, UBO, Brest / *Président du jury*
Jean-Pierre Cancès
Professeur, ENSIL, Limoges / *rapporteur*
Daniel Roviras
Professeur, CNAM, Paris / *rapporteur*
Dinh Thuy Phan Huy
Ingénieur, Orange Labs, Issy-les-Moulineaux / *examinateur*
Patrice Pajusco
Professeur, Telecom Bretagne, Brest / *examinateur*
Maryline Hélard
Professeur, INSA, Rennes / Directrice de thèse
Matthieu Crussière
Maitre de Conférences, INSA, Rennes / Co-Encadrant

Application du Retournement Temporel aux systèmes multi-porteuses : propriétés et performances

Thierry Dubois

En partenariat avec

They did not know it was impossible so they did it

Mark Twain

Un problème sans solution est un problème mal posé.

Albert Einstein

Les chiffres, c'est pas une science exacte figurez-vous !

Karadoc de Vannes

Remerciements

> Incroyable, le nombre de super-méchants qui ont des doctorats ! Les universités devraient les filtrer mieux que ça.
>
> Sheldon Cooper

Je tiens à remercier en premier lieu mes encadrants, Maryline Hélard et Matthieu Crussière, pour m'avoir accorder leur confiance. Leurs conseils, leurs connaissances et leur expérience ont été de très précieuses aides tout au long de ce travail de recherche. Je tiens aussi à louer leurs grandes qualités humaines qui ont largement contribuées au bon déroulement de cette thèse.

J'adresse mes plus profonds remerciements à M. Jean-Pierre Cancès, Professeur à l'ENSIL et M. Daniel Roviras, professeur au CNAM pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Leur lecture attentive de mon manuscrit et leurs remarques constructives ont donné de nouvelles perspectives à mes travaux. Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Dinh Thuy Phan Huy, Ingénieur à Orange Labs, et à Patrice Pajusco, professeur à TELECOM Bretagne pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury lors de ma soutenance.

Je tiens à remercier très chaleureusement M. Ijaz Haider Naqvi qui m'a guidé au début de ma thèse et dont les travaux m'ont beaucoup inspirer.

Tout ce travail n'aurait pas pu se faire sans tous les gens que j'ai pu côtoyer au quotidien au sein du laboratoire, personnels techniques et administratifs confondus. Vous m'avez tous beaucoup apporté, de près ou de loin, et je vous en remercie vivement. Je tiens plus particulièrement à remercier Gilles Picoult pour son aide précieuse et pour son expertise technique lors des phases de mesure ainsi que pour sa bonne humeur et sa joie de vivre permanentes. Je souhaite également remercier Emmanuel Amador pour les échanges scientifiques fructueux que nous avons pu avoir et pour son soutien lors de la première année de ma thèse. Je tiens aussi à remercier les gens du bocal qui, malgré l'absence d'énergie solaire et le bruit quasi incessant, continuent inlassablement leur travail de recherche. Je retiendrai les intenses parties de TLMVPSP où la place de champion d'or nous a tendu les bras plus d'un fois, les excentricités musicales de Pierre, les t-shirts de Pilip, les discussions de sport avec Yvan et Loic, et les pronostics de l'Euro. Cette ambiance de travail conviviale a participé au bon déroulement de ma thèse en maintenant à flots ma santé mentale. Enfin je tiens à remercier Nico avec qui j'ai partagé le bureau transformé en sauna par les simulations et les pc qui chauffent. Il a réussi à supporter mes agacements, mes soupirs et aussi mes délires musicaux. Je n'oublie pas les

"p'tits Greg" de Jean-mich, les chips de Céline, les soccers, les blagues de Fred, et encore moins les solos de gratte de Guigui. La liste des doctorants côtoyés est loin d'être exhaustive et je remercie tous ceux que j'ai pu croiser et avec qui j'ai pu échanger, même s'ils ne sont pas cités ici.

Je n'oublie pas tous les potes sans qui cette thèse ne se serait pas aussi bien passée : Grand Sapin, Mel, Chô7, Cacaille, Mémé, Manu, Mille, Foufou, Karine, Grô, Clément, Maelle, Mouton, Nanou et Sylvain. Je n'oublie bien évidemment pas Coco, les Chouchous, les Loulous, les Minous, Pierrot et Flo avec qui j'ai partagé de très bons moments. Et bien sur Georges, bro et wingman à plein temps, le Turk to the JD.

Je remercie toute ma famille, et particulièrement mes parents, Cédric, Laurent, Pauline et Clément à qui je dédie cette thèse. Votre soutien et votre amour m'ont permis de rester motivé tout au long de la thèse.

Je remercie enfin Déborah pour son soutien et sa patience. Merci d'avoir su me comprendre et me soutenir au quotidien, particulièrement pendant la difficile période de rédaction.

Table des matières

Introduction **1**

1 Le Retournement Temporel **5**
1.1 De l'acoustique à l'électromagnétisme 5
1.1.1 Le Retournement Temporel en acoustique 6
1.1.2 Le Retournement Temporel en électromagnétisme 11
1.1.3 Focalisation sub-longueur d'onde 12
1.2 Le Retournement Temporel dans les télécommunications 12
1.3 Applications du Retournement Temporel dans les télécommunications 14
1.3.1 Le Retournement Temporel dans l'acoustique sous marine 14
1.3.2 Le Retournement Temporel pour les systèmes UWB 14
1.3.3 Le Retournement Temporel Itératif 15
1.3.4 Le Retournement Temporel pour un système Frequency Division Duplex 16
1.3.5 Le Retournement Temporel pour la technique Receive Antenna Shift Keying 17
1.4 Procédé et dispositif de communication radio pour antennes d'usager multiples 17
1.5 Conclusion 20

2 Systèmes Multi-Antennes dans les télécommunications **21**
2.1 Modèle du canal 22
2.1.1 Canal MIMO 22
2.1.2 Systèmes MIMO-OFDM 23
2.2 Principes des systèmes multi-antennes et paramètres 23
2.2.1 Diversité d'un système 23
2.2.2 Capacité d'un système 24
2.2.3 Information sur le canal connue par le système 25
2.3 Single User MIMO (SU-MIMO) 25
2.3.1 Technique de précodage Eigen Beamforming 26
2.3.2 Technique de précodage Maximum Ratio Transmission 28
2.3.3 Technique de précodage Equal Gain Transmission 29
2.3.4 Multiplexage Spatial en boucle ouverte 29
2.3.5 Codage Espace-Temps en bloc d'Alamouti 29
2.4 MIMO Multi-Utilisateurs (MU-MIMO) 30

3 Le Retournement Temporel dans un système OFDM **33**
3.1 Système OFDM . . . 33
3.2 Implémentation du RT dans le domaine temporel . . . 36
3.3 Implémentation du RT dans le domaine fréquentiel . . . 37
3.4 EGT-OFDM : une technique de type RT . . . 37
3.5 Synchronisation d'un système de type RT-OFDM . . . 38
3.5.1 Synchronisation dans le cas d'un Préfixe Cyclique Double . . . 39
3.5.2 Synchronisation dans le cas d'un Préfixe et d'un Suffixe Cycliques . . . 40
3.5.3 Synchronisation de la fenêtre FFT . . . 41
3.6 Dimensionnement de l'Intervalle de Garde . . . 42
3.7 Conclusion . . . 45

4 RT-OFDM multi-antennes **47**
4.1 Schéma de transmission MISO-RT-OFDM . . . 48
4.1.1 Système MISO-RT-OFDM . . . 48
4.1.2 Système MISO-RT-OFDM combiné avec un OSTBC . . . 49
4.2 Analyse des performances des systèmes . . . 51
4.2.1 Capacité des systèmes . . . 52
4.2.2 Probabilité d'erreur binaire . . . 57
4.3 Algorithmes d'optimisation . . . 66
4.3.1 Algorithme d'allocation de puissance . . . 67
4.3.2 Algorithme d'adaptation de modulation . . . 69
4.4 Dimensionnement de l'Intervalle de Garde . . . 72
4.5 Utilisation des systèmes et respect des masques de puissance . . . 74
4.6 Conclusion . . . 75

5 Le Retournement Temporel dans un système OQAM **77**
5.1 Système OFDM/OQAM . . . 78
5.2 Implémentation de RT dans un système RT-OQAM . . . 81
5.3 Schéma de transmission MISO-RT-OQAM . . . 82
5.3.1 Système MISO-RT-OQAM . . . 82
5.3.2 Système MISO-RT-OQAM combiné avec un OSTBC . . . 83
5.4 Résultats de simulation . . . 83
5.5 Conclusion . . . 84

6 Estimation de canal pour le RT-OFDM **87**
6.1 Estimation par la méthode LS . . . 87
6.2 Estimation par la méthode LS et fenêtrage dans le domaine temporel . . . 90
6.3 Conclusion . . . 91

Conclusion et Perspectives **93**

Annexes **97**

A Calcul de PEB moyenne pour un système MISO EGT-OFDM **99**
A.1 Taux d'Erreur Binaire . . . 100
A.2 Calcul du terme T_1 . . . 101
A.3 Calcul du terme T_2 . . . 103

B Calcul de PEB moyenne pour un système MISO RT-OFDM avec OSTBC 105
B.1 Probabilité d'erreur binaire pour $N_T = 2$ 106
B.2 Probabilité d'erreur binaire pour $N_T = 4$ 108

C Calcul de PEB moyenne pour un système MISO EGT-OFDM avec OSTBC 111

D Code en bloc orthogonal pour modulations à symboles réels 113

Bibliographie 115

Publications 121

Résumé 123

Abstract 125

Table des figures

1.1 Expérience de renversement du temps dans une cavité - Sondage du milieu . . . 7
1.2 Expérience de renversement du temps dans une cavité - Focalisation 8
1.3 Expérience de renversement du temps à l'aide d'un miroir à Retournement Temporel - Sondage du milieu 8
1.4 Expérience de renversement du temps à l'aide d'un miroir à Retournement Temporel - Focalisation 9
1.5 Expérience de renversement du temps à l'aide d'un miroir à retournement temporel avec introduction d'un milieu hétérogène - Sondage du milieu 9
1.6 Mesure de la focalisation dans un milieu homogène (trait épais) et dans ce même milieu contenant des tiges d'acier (trait fin) 10
1.7 Schéma d'un système de communication utilisant le Retournement Temporel . . 13
1.8 Processus de retournement temporel itératif 15
1.9 Schéma de fonctionnement du RT dans un système FDD 16
1.10 Schéma de fonctionnement du système RASK 17
1.11 Durée utile du symbole τ en fonction de la durée symbole totale dans le cas où le signal occupe toute la bande exploitable **(a)**, avec la technique du rate back-off **(b)** et avec les modulations impulsionnelles **(c)** 18
1.12 Visualisation de la bande du canal W_{ch} et de la bande de signal W lorsque le signal est sur-échantillonné d'un facteur M 19
1.13 Représentation de la technique d'accès multiple par Retournement Temporel multi-bande 19

2.1 Schéma d'un système MIMO 22
2.2 Canaux MIMO équivalents pour un système OFDM 23
2.3 Système MIMO utilisant une technique de pré-codage à l'émission et une technique de combinaison en réception 26
2.4 Allocation de puissance sur les canaux indépendants grâce à la technique de Waterfilling 27
2.5 Allocation de ressources pour trois utilisateurs dans un système SU-MIMO . . . 31
2.6 Allocation de ressources pour trois utilisateurs dans un système MU-MIMO . . 31
2.7 Lien montant d'un système MU-MIMO 32
2.8 Lien descendant d'un système MU-MIMO 32

3.1 Exemple de module d'un canal sélectif en fréquence et division en sous-bandes inférieures à la bande de cohérence du canal B_{coh} 34
3.2 Modulateur OFDM à base de FFT 34

3.3 Symboles OFDM avec insertion d'un Intervalle de Garde 35
3.4 Symbole OFDM avec Préfixe Cyclique 35
3.5 Système OFDM utilisant le Retournement Temporel dans le domaine temporel 36
3.6 Système OFDM utilisant le Retournement Temporel dans le domaine fréquentiel 37
3.7 Canal équivalent pour une transmission de type RT-OFDM dans le domaine temporel **(a)**, dans le domaine fréquentiel **(b)** et pour une transmission avec EGT **(c)** 38
3.8 Système OFDM utilisant la technique EGT 39
3.9 Synchronisation d'un symbole CP-OFDM dans un système sans retournement temporel 41
3.10 Synchronisation de l'échantillon de puissance maximale du canal sur le début du double préfixe cyclique dans un système OFDM avec retournement temporel 41
3.11 Synchronisation de l'échantillon de puissance maximale du canal sur le milieu du double préfixe cyclique dans un système OFDM avec retournement temporel 41
3.12 Synchronisation de l'échantillon de puissance maximale du canal sur la fin du préfixe cyclique dans un système OFDM avec retournement temporel 41
3.13 Phase du canal équivalent dans le domaine fréquentiel dans le cas d'une mauvaise synchronisation symbole 42
3.14 Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système classique PC-OFDM en fonction de la taille de l'IG Δ 43
3.15 Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système RT-OFDM avec implémentation de RT dans le domaine temporel en fonction de la taille de l'IG Δ 44
3.16 Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système RT-OFDM avec implémentation de RT dans le domaine fréquentiel en fonction de la taille de l'IG Δ 45
3.17 Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système EGT-OFDM en fonction de la taille de l'IG Δ 46

4.1 Système MISO OFDM utilisant le RT dans le domaine temporel 48
4.2 Système MISO OFDM utilisant le RT dans le domaine fréquentiel 49
4.3 Système MISO OFDM utilisant la technique EGT 49
4.4 Système MISO OFDM utilisant le TR combiné avec les OSTBC 50
4.5 Système MISO OFDM utilisant la technique EGT combinée avec les OSTBC . 51
4.6 Capacité des différents systèmes pour $N_T = 2$ 56
4.7 Capacité des différents systèmes pour $N_T = 4$ 57
4.8 Capacité des différents systèmes pour $N_T = 8$ 58
4.9 Système MISO OFDM utilisant la technique MRT ou SVD 64
4.10 Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR transmis γ_0 pour des systèmes 2×1 66
4.11 Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR transmis γ_0 pour des systèmes 4×1 67
4.12 Capacité des différents systèmes avec et sans allocation de puissance pour $N_T = 2$ 68
4.13 Limite de Shannon et points de fonctionnement des constellations QAM 69
4.14 Capacité et débit atteignable pour $N_T = 2$ avec une cible Pes= 10^{-5} 70
4.15 Densité de probabilité du nombre de bits alloués sur les sous-porteuses pour SNR= 25dB, $N_T = 2$ et pour une cible PES= 10^{-5} pour les systèmes **(a)** MRT, **(b)** RT, **(c)** RT+OSTBC, **(d)** EGT et **(e)** EGT+OSTBC 71

4.16 Densité de probabilité du nombre de bits alloués sur les sous-porteuses pour SNR= 0dB, $N_T = 2$ et pour une cible PES= 10^{-5} pour les systèmes **(a)** MRT, **(b)** RT, **(c)** RT+OSTBC, **(d)** EGT et **(e)** EGT+OSTBC 72
4.17 Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR pour les systèmes TR-OFDM 2×1 **(a)**, 4×1 **(b)** et 8×1 **(c)**, ... 73
4.18 Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR pour les systèmes EGT-OFDM 2×1 **(a)**, 4×1 **(b)** et 8×1 **(c)** 74
4.19 Densité spectrale de puissance des systèmes MRT, RT et EGT 76

5.1 Représentation temporelle des fonctions de mise en forme utilisées dans les systèmes OFDM/OQAM 78
5.2 Représentation fréquentielle du module des fonctions de mise en forme utilisées dans les systèmes OFDM/OQAM 79
5.3 Organisation des parties réelle ($\bullet$) et imaginaire (Δ) des symboles QAM dans un système OFDM/OQAM 80
5.4 Schéma d'un modulateur OFDM/OQAM 80
5.5 Système OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel 81
5.6 Système MISO-OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel 82
5.7 Système MISO-OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel 83
5.8 Système MISO-OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel 84

6.1 Etape d'estimation du canal par l'émetteur à l'aide de l'émission de symboles pilotes *Dp* et de la technique LS 88
6.2 TEB en fonction du SNR pour une estimation de canal de type LS avec $n_p = 1$ et $n_p = 2$ symboles pilotes pour $N_T = 1, 2, 4$ et 8 antennes 89
6.3 TEB en fonction du SNR pour une estimation de canal de type LS avec un symbole pilote boosté et 2 symboles pilotes non boostés pour $N_T = 1, 2, 4$ et 8 antennes 90
6.4 Etape d'estimation du canal par l'émetteur à l'aide de l'émission de symboles pilotes *Dp* et de la technique LS avec fenêtrage dans le domaine temporel . . . 90
6.5 TEB en fonction du SNR pour une estimation de canal de type LS avec fenêtrage dans le domaine temporel avec $n_p = 1$ symbole pilote pour $N_T = 1, 2, 4$ et 8 antennes 91

A.1 Système MISO EGT-OFDM à 2 antennes d'émission 99

B.1 Système MISO OFDM utilisant le RT combiné avec les OSTBC 105

Acronymes

BPSK Binary Phase Shift Keying
CP Conjugaison de Phase
CSI Channel State Information
EGC Equal Gain Combining
EGT Equal Gain Transmission
FFT Fast Fourier Transform
FDMA Frequency Division Multiple Access
IES Interférence Entre Symboles
IFFT Inverse Fast Fourier Transform
IG Intervalle de Garde
MIMO Multiple Input Multiple Output
MRC Maximum Ratio Combining
MRT Maximum Ratio Transmission
MU-MIMO Multi-User MIMO
OFDM Orthogonal Frequency Division Multiplex
OSTBC Orthogonal Space Time Block Code
PAM Pulse Amplitude Modulation
PAPR Peak to Average Power Ratio
PEB Probabilité d'Erreur Binaire
PC Préfixe Cyclique
QPSK Quadrature Phase Shift Keying
RI Réponse Impulsionnelle
RT Retournement Temporel
SC Suffixe Cyclique
SDC Selection Diversity Combining
SISO Single Input Single Output
STBC Space Time Block Code
SU-MIMO Single-User MIMO
SVD Singular Value Decomposition
SNR Signal to Noise Ratio
TEB Taux d'Erreurs Binaire
TDMA Time Division Multiple Access

Notations Mathématiques

Nomenclature

- x : scalaire
- $x(t)$: signal temporel à temps continu
- $X(f)$: transformée de Fourier du signal x(t)
- $\mathbf{x}$: vecteur
- $\underline{\mathbf{x}}$: matrice
- $x^*(t)$: signal $x(t)$ conjugué
- $\underline{\mathbf{x}}^T$: matrice $\underline{\mathbf{x}}$ transposée
- $\underline{\mathbf{x}}^\dagger$: matrice $\underline{\mathbf{x}}$ conjuguée
- $\underline{\mathbf{x}}^\ddagger$: matrice $\underline{\mathbf{x}}$ transposée et conjuguée

Notations utilisées

- $e(t)$: signal à temps continu émis par le système
- $\mathbf{e}$: signal à temps discret émis par le système
- $r(t)$: signal à temps continu reçu par le système
- $\mathbf{r}$: signal à temps discret reçu par le système
- $n(t)$: bruit additif reçu par le système
- $\mathbf{n}$: bruit additif discret reçu par le système
- $h(t)$: réponse impulsionnelle du canal
- $\mathbf{h}$: réponse impulsionnelle du canal à temps discret
- $H(f)$: réponse impulsionnelle du canal dans le domaine fréquentiel
- L_h : longueur en nombre d'échantillons du canal discret $\mathbf{h}$
- $\Gamma_h(t)$: autocorrélation de la Réponse impulsionnelle du canal $h(t)$
- $\underline{\mathbf{h}}_M$: matrice de canal MIMO
- $\underline{\mathbf{\Lambda}}$: matrice diagonale contenant les valeurs singulières de $\underline{\mathbf{h}}_M$
- $\underline{\mathbf{x}}$: matrice des vecteurs singuliers de la matrice $\underline{\mathbf{h}}_M\underline{\mathbf{h}}_M^\dagger$
- $\underline{\mathbf{y}}$: matrice des vecteurs singuliers de la matrice $\underline{\mathbf{h}}_M^\dagger\underline{\mathbf{h}}_M$
- $\underline{\mathbf{v}}$: matrice de pré-codage d'un système MIMO
- $\underline{\mathbf{u}}$: matrice de combinaison en réception d'un système MIMO
- $\underline{I}_x$: matrice identité de taille $x \times x$
- N_T : nombre d'antennes de l'émetteur
- N_R : nombre d'antennes du récepteur
- W : bande de fréquences du signal
- W_{ch} : bande de fréquences du canal

- P_e : puissance totale émise par le système
- T_S : durée symbole
- Δ : durée de l'intervalle de garde OFDM
- N_{FFT} : nombre de sous-porteuses du système OFDM
- m : indice de sous-porteuse dans un système OFDM
- n : indice de symbole OFDM
- $D_{m,n}$: symbole émis sur la m-ème sous-porteuse du n-ème symbole OFDM
- f_m : fréquence de la m-ème sous-porteuse OFDM
- σ_n^2 : puissance de bruit ajouté en réception
- γ : SNR de Réception, rapport entre la puissance utile reçue et la puissance de bruit
- γ_0 : SNR de transmission, rapport entre la puissance totale émise P_e et la puissance de bruit σ_n^2
- C : capacité d'un système
- $\mathbf{H}_m$: vecteur contenant les évanouissements de canal pour la sous-porteuse m

Introduction

Le monde des communications a connu un développement vertigineux depuis ses débuts, et plus particulièrement depuis l'arrivée des technologies numériques sans fil. En effet, les différentes applications et les normes associées n'ont cessé d'évoluer et de s'insinuer dans la vie quotidienne. Ainsi, si les premiers téléphones mobiles se montraient trop encombrants pour être utilisés par le grand public, leur miniaturisation a permis de conquérir une large partie de la population mondiale, au point de devenir un outil quasiment indispensable pour beaucoup. De même, la compacité accrue et la portabilité des micro-ordinateurs, puis par la suite des tablettes numériques, conjuguées à leur grande capacité et leurs hautes performances en ont faits des équipements présents dans chaque foyer, parfois en plusieurs exemplaires.

De plus, la demande grandissante des utilisateurs en terme de contenu a drastiquement augmenté, notamment par le biais de la vidéo en ligne, mais aussi par la télévision par internet ou encore le téléchargement "Peer To Peer". En ajoutant à cela l'émergence du cloud computing et l'arrivée très probable du cloud gaming et de la ultra haute définition pour la télévision numérique, les experts redoutent un "data tsunami", c'est à dire une augmentation très importante du trafic par paquets dans le domaine de la téléphonie mobile comme dans celui de l'internet domestique.

Pour faire face à cette demande, les opérateurs et les constructeurs font évoluer les normes, et font également évoluer les équipements de transmission, qui par conséquent embarquent une technologie de plus en plus sophistiquée, possédant un grand nombre d'antennes et étant donc plus complexes et énergivores. De plus, le nombre d'utilisateurs grandissant nécessite d'embarquer plusieurs techniques d'accès multiples (TDMA, FDMA, CDMA...) pour les séparer. Du côté de l'utilisateur, on retrouve également un équipement qui se complexifie, qui consomme de plus en plus (en partie à cause du trafic de données mais aussi en raison de l'apparition des écrans tactiles) et avec un coût à l'achat plus élevé.

Ainsi, il conviendrait de trouver une technique multi-antennes peu complexe qui permettrait un accès multi-utilisateur tout en étant performante à basse puissance.

Le Retournement Temporel semble correspondre à cette description. En effet, ce principe provenant du domaine de l'acoustique permet de focaliser une onde dans le temps et dans l'espace. Une onde utilisant ce principe focalise sur une tache spatiale dont le diamètre est de l'ordre de la demi-longueur d'onde. Ainsi on peut imaginer l'utilisation de cette technique afin de séparer les utilisateurs par leur position dans l'espace, tout en les adressant simultanément et sur la même bande de fréquence.

De plus, il a été montré que l'application de cette technique pour des formes d'onde de type Ultra Large Bande (UWB : Ultra Wide Band) permettait de concevoir un récepteur simplifié, en comparaison avec les récepteurs classiquement utilisés pour ce type de forme d'onde, tout en fonctionnant à de faibles rapports signal à bruit (SNR : Signal to Noise Ratio).

Buts de la thèse

Le but de ce travail de thèse est d'appliquer le principe du Retournement Temporel (RT) afin d'atteindre de très hauts débits et une grande robustesse du signal avec un grand nombre d'antennes à l'émission dans des environnements indoor ou indoor-outdoor présentant de nombreux diffuseurs. Ce système devra de plus répondre aux normes de communication actuels (WiFi, LTE...), c'est à dire que la bande de fréquence ne doit pas dépasser 100MHz et que la modulation doit être une modulation multi-porteuse.

Par l'ajout de cette technique au niveau de l'émetteur, la conception du récepteur doit être simplifiée, tout en conservant un haut niveau de performances. Le système doit être capable :

- D'adresser plusieurs utilisateurs simultanément dans la même bande.
- D'embarquer un large nombre d'antennes.
- De fonctionner à faible SNR.

Ainsi, il est indispensable d'évaluer les performances de cette technique dans une telle bande de fréquences. En effet, la focalisation étant d'autant plus fine que la bande de fréquences utilisée est large, il convient d'évaluer les diminutions de performances liées à une diminution de la bande de fréquences.

Le second objectif est d'étudier la faisabilité et l'intérêt de la combinaison du RT avec les formes d'ondes multi-porteuses. En effet, l'adaptation aux formes d'onde de type UWB s'est faite naturellement car les modulations utilisées sont des modulations de type impulsionnel et le RT permet de recréer une impulsion à partir de la réponse impulsionnnelle d'un canal. Cette étude va permettre de montrer les propriétés avantageuses que peut avoir le RT sur les modulations multi-porteuses.

Une fois les avantages identifiés, les performances du système combinant les deux techniques doivent être évaluées et comparées avec des techniques concurrentes.

Enfin, ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre du projet TRIMARAN (Time Reversal MIMO OFDM Green communications based on MicRo-structured ANtennas) pour l'Agence National de la Recherche et en partenariat avec Orange Labs, Thales Communication Systems, Time Reversal Communcations, Telecom Bretagne, l'Institut Langevin et l'IETR où s'est déroulée cette thèse. Ce projet a pour but de développer une plate forme de démonstration de concept, et donc d'implémenter un système combinant le RT et l'OFDM. Ainsi, les résultats obtenus lors des travaux de recherche décrits dans ce document ont directement servi au dimensionnement et à la conception de cette plate-forme.

Organisation de la thèse

Le premier chapitre introduit le Retournement Temporel et en explique le fonctionnement et les principes théoriques qui le régissent. Dans ce chapitre, la théorie du RT est développée dans le domaine de l'acoustique, domaine où le principe a été mis en évidence. Nous décrivons ensuite les premières expériences réalisées.

Ensuite l'application aux ondes électromagnétiques est présentée avec les principes théoriques et les premières expériences. L'adaptation aux télécommunications est donné par la suite, suivi par une description de quelques applications dans le domaine des télécommunications.

Enfin, nous présentons une application possible du RT afin de réaliser une communication vers plusieurs utilisateurs dans une même bande de fréquences. Cette application est le fruit

des premières études de cette thèse et a fait l'objet d'un dépôt de brevet.

Dans le second chapitre, un état de l'art des techniques multi-antennes est présenté. En premier lieu, le modèle du canal MIMO (Multiple Input Multiple Output) est introduit. Ensuite, nous rappelons le principe de la diversité sous toutes ses formes ainsi que la manière de calculer la capacité des systèmes employés. Nous décrivons ensuite plusieurs techniques de précodage pour les systèmes MIMO à un seul utilisateur afin de les comparer avec le système à base de Retournement Temporel. Enfin, les principes du MIMO multi-utilisateurs sont présentés.

Le troisième chapitre introduit la combinaison RT-OFDM pour une transmission SISO (Single Input Single Output). Nous détaillons la manière d'intégrer le RT dans un tel système ainsi que les avantages apportés par cette combinaison. Nous évaluons également les performances du système.

Une comparaison avec la technique EGT (Equal Gain Transmission) est ensuite réalisé afin de montrer les similarités des deux techniques.

La synchronisation du système RT-OFDM est également étudiée ainsi que le dimensionnement de l'intervalle de garde.

Dans le chapitre suivant, nous étendons le principe aux systèmex Multi-antennes. Dans un premier temps, nous présentons le système MISO-RT-OFDM, puis en combinaison avec un code espace temps en bloc orthogonal (OSTBC : Orthogonal Space Time Block Code).

Nous analysons ensuite de manière théorique les performances en termes de capacité et de Taux d'Erreurs Binaire (TEB) des systèmes RT-OFDM, RT-OFDM en combinaison avec les OSTBC, EGT-OFDM, EGT-OFDM en combinaison avec les OSTBC et MRT-OFDM (MRT : Maximum Rate Transmission), ce dernier servant ensuite de système de référence. Une fois les calculs réalisés, nous les comparons et les validons par des simulations de type Monte Carlo.

Ensuite, nous prouvons que les systèmes RT-OFDM avec et sans OSTBC n'exploitent que la moitié de la diversité tandis que les systèmes MRT et EGT-OFDM avec ou sans OSTBC exploitent la pleine diversité. Nous ajoutons ensuite un algorithme de modulation adaptative au système afin d'approcher les limites théoriques de performance. Nous confirmons ainsi la diversité exploitée par chaque système qui a été déterminée lors de l'analyse théorique.

Enfin, nous étudions le dimensionnement de l'intervalle de garde pour un nombre croissant d'antennes d'émission.

Le quatrième chapitre étudie la combinaison du RT avec un système OQAM. Nous calculons le terme de distorsion affectant les symboles reçus. Nous montrons ensuite la manière de réaliser un système MISO OQAM en utilisant le RT. Nous montrons ensuite qu'il est possible de combiner ce système avec les codes OSTBC pour symboles réels. Enfin, nous validons par simulation les analyses réalisées.

Dans le dernier chapitre, nous étudions la robustesse du système à un défaut d'estimation du canal. En effet, les performances calculées au chapitre 4 tiennent compte d'une connaissance parfaite du canal par l'émetteur. Nous testons alors deux algorithmes en évaluant l'influence en terme de TEB de l'estimation de canal.

Enfin, nous finissons par la conclusion et les perspectives de ces travaux.

Chapitre 1

Le Retournement Temporel

Sommaire

1.1 De l'acoustique à l'électromagnétisme 5
1.1.1 Le Retournement Temporel en acoustique 6
1.1.2 Le Retournement Temporel en électromagnétisme 11
1.1.3 Focalisation sub-longueur d'onde 12
1.2 Le Retournement Temporel dans les télécommunications 12
1.3 Applications du Retournement Temporel dans les télécommunications 14
1.3.1 Le Retournement Temporel dans l'acoustique sous marine 14
1.3.2 Le Retournement Temporel pour les systèmes UWB 14
1.3.3 Le Retournement Temporel Itératif 15
1.3.4 Le Retournement Temporel pour un système Frequency Division Duplex 16
1.3.5 Le Retournement Temporel pour la technique Receive Antenna Shift Keying 17
1.4 Procédé et dispositif de communication radio pour antennes d'usager multiples 17
1.5 Conclusion 20

Ce chapitre introduit le principe de Retournement Temporel et les lois physiques qui le permettent, dans le domaine de l'acoustique puis dans le domaine de l'électromagnétisme. Les premières expériences de renversement du temps par Mathias Fink [1] sont rappelées, ainsi que les propriétés et les conditions des tests réalisés. Enfin, l'application de ce principe physique aux télécommunications est présenté ainsi que des travaux déjà publiées.

1.1 De l'acoustique à l'électromagnétisme

Le retournement temporel, également appelé renversement du temps, est un nom énigmatique renvoyant inéluctablement à l'idée de voyage dans le temps lors de toute évocation à un non initié. En réalité, le Retournement Temporel (RT) est une technique permettant de focaliser une onde dans l'espace et dans le temps en faisant revivre à une onde son passé. Les premiers travaux sur le sujet ont été publiés par Mathias Fink en 1992 [1] et font état d'un

principe théorique selon lequel il est possible de recréer une impulsion acoustique générée par une source ponctuelle. Cette expérience nécessite cependant d'enregistrer le champ de pression acoustique généré par l'émission de l'impulsion en tout point d'un contour fermé autour de la source, puis de ré-émettre ce champ observé retourné dans le temps. Ainsi, l'onde revit son passé dans le milieu de propagation et se recombine au niveau de la source originelle sous la forme de l'impulsion.

1.1.1 Le Retournement Temporel en acoustique

1.1.1.1 La théorie du renversement du temps

Le renversement du temps en acoustique repose sur deux principes fondamentaux : la réversibilité et la réciprocité [1].

En effet, dans un milieu fluide hétérogène et non dissipatif, s'il existe une onde qui diverge d'une source, alors une onde qui converge vers cette même source peut exister. Cela est illustré par l'équation suivante qui régit la propagation d'une onde acoustique :

$$\rho_0(r)\nabla.\left(\frac{1}{\rho_0(r)}\nabla\Phi(r,t)\right) = \frac{1}{c_0^2(r)}\frac{\partial^2\Phi(r,t)}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

où $\rho_0(r)$ est la distribution de densité du milieu, $\Phi(r,t)$ est le potentiel acoustique de l'onde au point r et à l'instant t, et $c_0(r)$ correspond à la distribution spatiale de célérité du son du milieu. Comme dit précédemment, si une onde divergente représentée par un potentiel $\Phi(r,t)$ est solution de l'équation, alors l'onde convergente $\Phi(r,-t)$ l'est aussi car l'équation fait intervenir uniquement des dérivées d'ordre pair en temps.

D'autre part, le théorème de réciprocité de Helmholtz-Khirchhoff reliant deux champs de pression ($p_1(r,\omega)$ et $p_2(r,\omega)$) et de vitesse ($v_1(r,\omega)$ et $v_2(r,\omega)$) aux sources qui les ont créés permet d'écrire :

$$\oiint_S \rho_0(r)\left[p_2(r,\omega)v_1(r,\omega) - p_1(r,\omega)v_2(r,\omega)\right]dS = \iiint_V p_1(r,\omega)s_2 - p_2(r,\omega)s_1 dV \tag{1.2}$$

où V est le volume d'intégration autour des sources et ω est la pulsation. En considérant que les deux sources émettent chacune un Dirac, les champs de pression résultants $p_1(r,\omega)$ et $p_2(r,\omega)$ sont alors appelés fonctions de Green et sont notés $G(r_1,r,\omega)$ et $G(r_2,r,\omega)$ et correspondent à ce que l'on appelle la Réponse Impulsionnelle du Canal en télécommunications. Partant du théorème de réciprocité de Helmholtz-Khirchhoff et considérant comme volume d'intégration une sphère de rayon infiniment grand, il est possible de prouver que le membre de gauche de l'équation (1.2) est nul. De fait, on obtient :

$$G(r_1,r_2,\omega) = G(r_2,r_1,\omega) \tag{1.3}$$

Cette équation démontre qu'en régime harmonique, le champ de pression au point r_2 créé par une source ponctuelle située en r_1 est identique au champ de pression au point r_1 créé par une source ponctuelle située en r_2. En pratique, le rôle des émetteurs et des récepteurs peut être interchangé grâce à cette propriété de réciprocité.

De plus, en regardant plus en détail l'équation 1.2, on s'aperçoit que pour réaliser une expérience de retournement temporel, il n'est pas utile d'avoir la connaissance totale des champs de pression résultants d'une source en tout point d'un volume, mais il suffit de connaître le

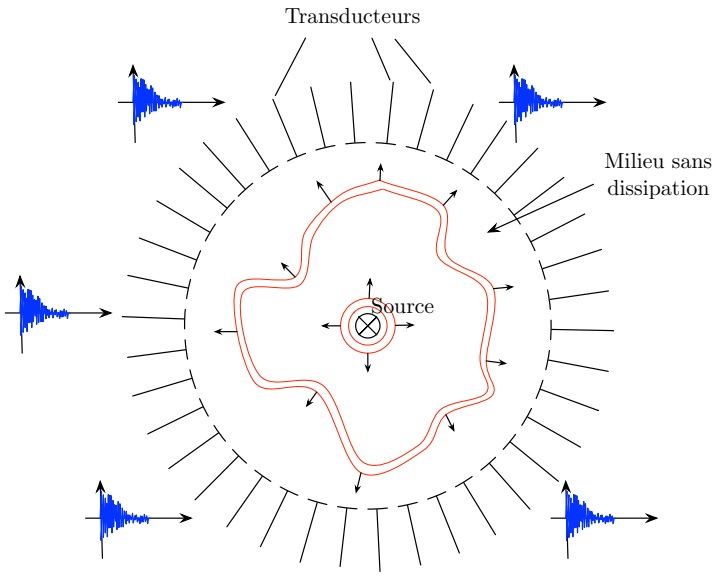

FIGURE 1.1 – Expérience de renversement du temps dans une cavité - Sondage du milieu

champ de pression ainsi que sa dérivée, le champ de vitesse, en tout point d'un contour fermé autour de la source. C'est ainsi qu'a été développé le concept de cavité à Retournement Temporel par Mathias Fink et Didier Cassereau [2]. Il est possible d'imaginer une cavité sphérique recouverte de transducteurs acoustiques et contenant une source comme illustré par la Figure 1.1. Lors de la première phase de l'expérience, la source émet une impulsion et le champ de pression résultant, ainsi que sa dérivée normale, sont mesurés en tout point de la sphère.

Lors de la seconde phase, le champ de pression et sa dérivée sont renvoyés par chacun des transducteurs dans l'ordre chronologique inverse de l'enregistrement (voir Figure 1.2). Par les principes de réciprocité et de réversibilité, l'onde converge alors vers la source d'origine. En revanche, bien que le champ recréé dans la cavité soit égal au champ obtenu lors de l'émission par la source retourné temporellement, la taille de l'onde obtenue au point source n'est pas de la taille de la source. En effet, la tache focale, définie comme la largeur à mi-hauteur de la zone sur laquelle l'énergie se concentre, est limitée par la diffraction. Ainsi, sa taille est égale à la demi-longueur d'onde de l'onde émise ($\lambda/2$).

1.1.1.2 Les premières expériences

Si théoriquement, le Retournement Temporel est réalisable, il n'en demeure pas moins compliqué à réaliser d'un point de vue pratique. En effet, d'après le critère d'échantillonnage spatial de Shannon, les transducteurs placés sur la surface de la cavité doivent être séparés au maximum d'une demi longueur d'onde. De plus, chaque transducteur doit comporter sa propre électronique. Ainsi, pour réaliser une cavité d'une dizaine de centimètres et pour un signal de fréquence 1MHz, l'expérience nécessite plusieurs milliers de transducteurs. On comprend rapidement que de telles expériences ne sont pas réalisables.

Cependant, une expérience avec un nombre limité de transducteurs, constituant un Miroir à Retournement Temporel a été menée [3]. Cette réduction du nombre de transducteurs conduit indubitablement à une réduction de l'ouverture angulaire sur laquelle le champ de pression

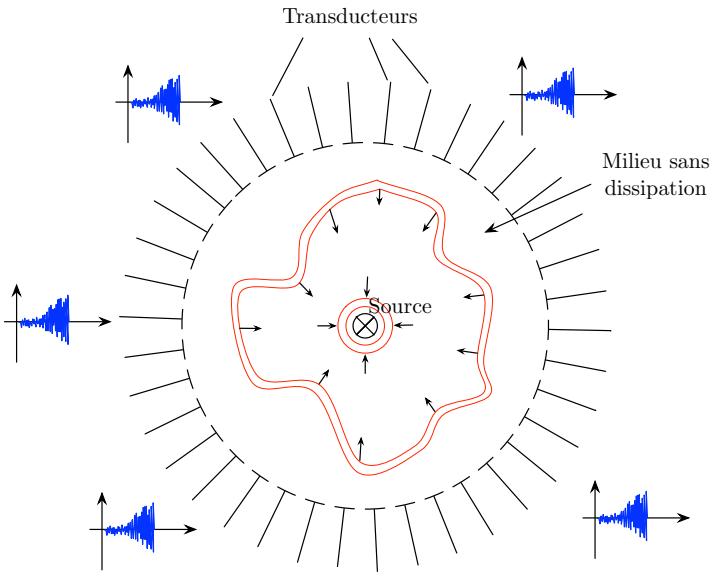

FIGURE 1.2 – Expérience de renversement du temps dans une cavité - Focalisation

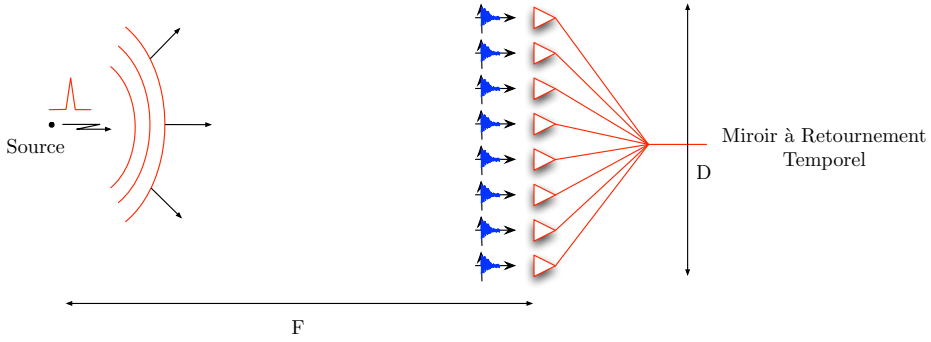

FIGURE 1.3 – Expérience de renversement du temps à l'aide d'un miroir à Retournement Temporel - Sondage du milieu

est échantillonné, ce qui réduit considérablement la connaissance du milieu de propagation. Le déroulement de l'expérience de renversement du temps est similaire à celui décrit dans le cas des cavités à Retournement Temporel (voir Figure 1.3 et 1.4).

Une telle expérience réalisée dans un milieu homogène ne permet pas, comme expliqué précédemment, une focalisation parfaite du fait de plusieurs limitations matérielles :

- La tache focale dépend de la taille du miroir et de sa distance focale. Elle est donnée par $\delta \approx \frac{\lambda F}{D}$ où F est la distance focale et D est la taille du miroir [4].
- La réponse électro-acoustique des transducteurs n'étant pas parfaite, le signal est filtré par la réponse du transducteur lors de l'étape de sondage et lors de l'étape de focalisation. Ainsi, la compression maximale est limitée par l'autocorrélation de la réponse des transducteurs.
- L'espacement entre les transducteurs fait apparaître des lobes de réseaux autour de la tache focale. La taille de ces lobes est minimisée lorsque le pas entre les transducteurs

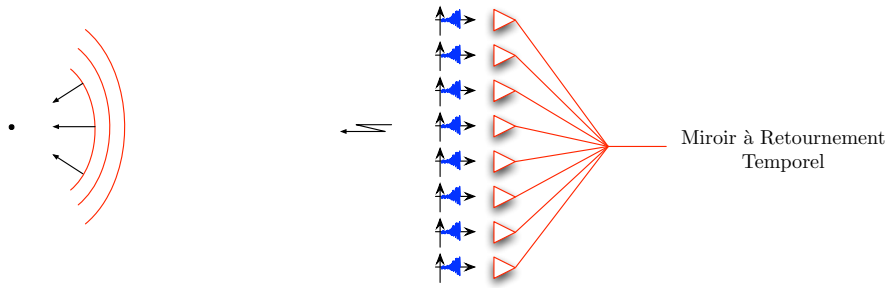

FIGURE 1.4 – Expérience de renversement du temps à l'aide d'un miroir à Retournement Temporel - Focalisation

est égal à la taille des transducteurs.

– L'échantillonnage temporel cause également l'apparition de lobes secondaires sur la tache focale. En considérant que la période centrale de l'onde émise est T, on peut limiter ces lobes à -30 dB en échantillonnant à $\frac{T}{8}$ [2].

Ainsi, dans un milieu homogène, ces différentes limitations vont conduire à des premiers résultats expérimentaux de focalisation sur une tache large. En effet, les premières expériences réalisées par Mathias Fink ont permis d'obtenir une tache focale de l'ordre de 2 centimètres pour une longueur d'onde de 0,43mm [4] [3], ce qui correspond à la théorie. Cette largeur de la tache focale provient de la faible ouverture angulaire du miroir.

Dans une seconde expérience, un milieu hétérogène constitué de tiges d'acier est placé entre la source et le miroir (voir Figure 1.5).

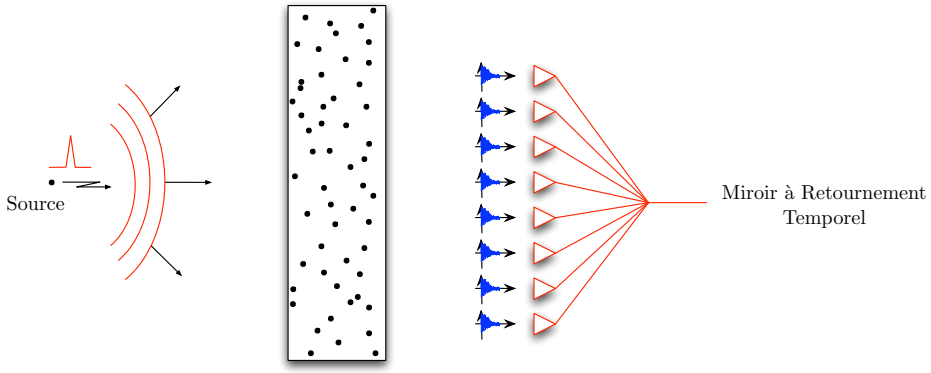

FIGURE 1.5 – Expérience de renversement du temps à l'aide d'un miroir à retournement temporel avec introduction d'un milieu hétérogène - Sondage du milieu

Les résultats de focalisation indiqués sur la Figure 1.6 permettent d'observer que la taille de la tache focale obtenue en réalisant l'expérience dans un milieu homogène est de l'ordre de 2 centimètres (d'après [3]). En revanche, dans le cas du milieu hétérogène, la focalisation est environ 20 fois meilleure. Ce résultat, loin d'être intuitif dans un premier temps peut s'expliquer par le fait que le milieu hétérogène, par le jeu des réflexions, réfractions, diffractions, créent des répliques du signal émis. Ainsi, les tiges augmentent artificiellement l'ouverture angulaire du miroir en rabattant sur celui-ci des ondes qui n'auraient pas dû lui parvenir. Le champ de

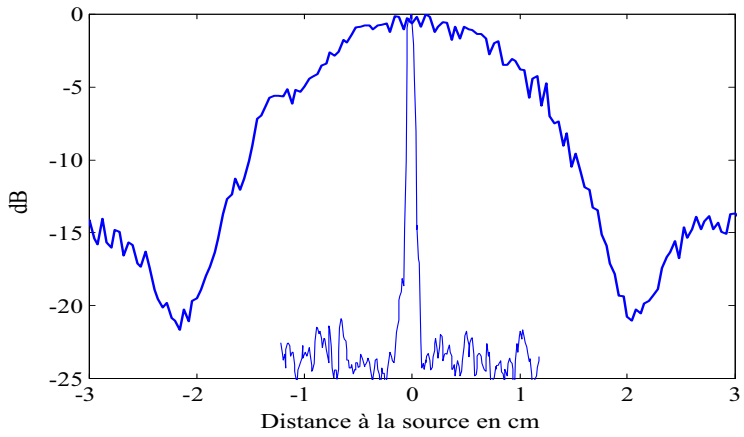

FIGURE 1.6 – Mesure de la focalisation dans un milieu homogène (trait épais) et dans ce même milieu contenant des tiges d'acier (trait fin)

pression étant analysé sur un angle plus grand, la focalisation est donc plus fine. L'idée sous-jacente de ce résultat est que, plus le miroir possède d'informations sur le milieu, meilleure est la focalisation. Par extension, on peut en déduire que plus un milieu sera hétérogène et générateur de répliques d'un signal, plus cela sera profitable à une expérience de RT.

D'autre part, dans un milieu hétérogène contenant un grand nombre de diffuseurs, il est possible de quantifier la réponse du milieu sur un seul bit. En renvoyant le signe de chacun des échantillons de la réponse, la tache focale obtenue est de même dimension que dans une expérience classique de Retournement Temporel et le pic d'amplitude peut être même plus grand dans certains cas [5]. Cela peut s'expliquer par le fait que la réduction du nombre de bits de quantification ne modifie pas la corrélation temporelle et spatiale d'un signal aléatoire. Par exemple, si deux signaux s_1 et s_2 sont décorrélés temporellement, leur version respective codées sur un bit ne le seront pas non plus.

1.1.1.3 Les cavités Réverbérantes

Il est possible de focaliser une onde à l'aide d'un seul transducteur dans un environnement clos réverbérant [6]. En effet, dans ce type d'environnement, la réponse du milieu à une impulsion courte dure un temps beaucoup plus long que l'impulsion. C'est le cas par exemple des disques de silicium tronqués. A titre d'exemple, l'émission d'une période de sinusoïde à 1MHz d'une durée de $1\mu s$ génère une réponse d'une durée de plus de 20ms. En enregistrant la réponse du milieu sur un seul transducteur et en focalisant à partir de cette réponse, on obtient une focalisation spatio temporelle. De plus, la tache focale est circulaire, ce qui indique que les ondes arrivent de tous les côtés, comme si la réponse du milieu avait été enregistrée sur tout le contour du disque. Les multiples réflexions subies par l'onde jouent le rôle d'images de transducteurs virtuels. De ce fait, un seul transducteur joue le rôle de milliers de transducteurs images répartis sur le contour, ce qui permet d'obtenir une bonne focalisation.

1.1.2 Le Retournement Temporel en électromagnétisme

Une fois le concept de Retournement Temporel établi dans le domaine de l'acoustique, sa transposition dans le domaine de l'électromagnétisme peut s'opérer. En effet, si les ondes acoustiques peuvent être retournées, les ondes électromagnétiques peuvent-elles l'être aussi ? Afin de répondre à cette question, il faut vérifier les mêmes principes que pour le domaine acoustique : principes de réciprocité et de réversibilité. Pour cela, il faut repartir des équations régissant les ondes électromagnétiques en régime stationnaire : les équations de Maxwell. Ces équations sont telles que :

$$\begin{cases} \Delta.\mathbf{D}(r,t) &= 0 \\ \Delta.\mathbf{B}(r,t) &= 0 \\ \Delta \times \mathbf{E}(r,t) &= -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}(r,t) \\ \Delta \times \mathbf{H}(r,t) &= -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{D}(r,t) \end{cases} \tag{1.4}$$

où $\mathbf{E}(r,t)$ est le champ électrique au point r et à l'instant t, $\mathbf{B}(r,t)$ est le champ magnétique, $\mathbf{H}(r,t)$ est l'excitation magnétique et $\mathbf{D}(r,t)$ est le déplacement électrique.

En changeant la variable de temps t par $-t$ le champ électrique $\mathbf{E}(r,t)$ devient $\mathbf{E}(r,-t)$ et le champ magnétique $\mathbf{H}(r,t)$ devient $-\mathbf{H}(r,-t)$ car il dérive du courant par la loi de Biot-Savart. Ainsi, on s'aperçoit que les équations du système sont réversibles et donc que le Retournement Temporel est réalisable, en renvoyant en tout point d'un volume le champ électrique et l'inverse du champ magnétique dans l'ordre chronologique inverse. De même que dans le domaine acoustique, pour pouvoir réaliser une expérience de Retournement Temporel, il faut ensuite prouver qu'il suffit d'observer les champs électrique et magnétique sur une surface fermée entourant la source. Cette propriété nous est donnée par le théorème de réciprocité de Lorentz :

$$\oiint_S \left[\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H_1}\right] dS = \iiint_V \left[\mathbf{J}_2.\mathbf{E}_1 - \mathbf{J}_1.\mathbf{E}_2\right] dV \tag{1.5}$$

où $\mathbf{E}_i$ est le champ électrique créé par la source i, $\mathbf{H}_i$ est l'excitation magnétique liée à la source i et $\mathbf{J}_i$ est la densité de courant de la source i. Cette équation permet de dire qu'au lieu d'observer le champ électrique ainsi que les courants en tout point de l'espace, il suffit de connaître les champs électrique et magnétique sur une surface fermée autour de la source. De plus, considérant une sphère de rayon infiniment grand dans l'équation précédente, et considérant que les sources sont des dipôles élémentaires, il est possible de montrer la relation suivante :

$$p_1.\mathbf{E}_2(r_1,\omega) = p_2.\mathbf{E}_1(r,\omega) \tag{1.6}$$

où p_k est le vecteur de polarisation du dipôle k et $\mathbf{E}_i(r,\omega)$ est le champ électrique au point r pour une fréquence ω. Cette relation se traduit par le fait que le rôle des antennes d'émission et de réception peut être interchangés. Grâce aux principes de réversibilité et de réciprocité, les cavités réverbérantes peuvent donc s'appliquer aux ondes électromagnétiques. Cependant, et comme dans le domaine acoustique, réaliser une telle cavité supposerait un nombre trop important d'antennes et d'électronique associée. Ainsi, afin de réaliser des expériences de Retournement Temporel à l'aide d'un miroir, il est judicieux de se placer dans un milieu hétérogène générant des répliques de l'onde émise, comme dans le domaine acoustique. Partant de ce postulat, il paraît intuitif de se tourner vers les chambres réverbérantes qui, constituées de parois métalliques, génèrent un grand nombre d'échos à partir de l'émission d'une simple impulsion.

Les premières expériences de ce type ont été réalisées par le Laboratoire Ondes et Acoustique [7]. L'expérience a été réalisée dans une chambre réverbérante de dimensions $3.08m \times 1.84m \times 2.44m$. Dans cette chambre, 2 antennes A et B ont été placées à des endroits différents. Une courte impulsion à bande étroite (2MHz) est envoyée à l'aide d'un AWG (Arbitrary Waveform Generator) par l'antenne A. La réponse impulsionnelle est mesurée ensuite sur l'antenne B à l'aide d'un oscilloscope. Dans un second temps, la réponse enregistrée est retournée temporellement et envoyée sur l'antenne B. On observe alors sur l'antenne A l'impulsion initialement envoyée, accompagnée cependant de lobes secondaires, dus aux limitations des équipements de mesure (bande passante, nombre d'antennes...). Cette expérience est à rapprocher de celle des cavités réverbérantes en acoustique. Dans un tel milieu, il est possible de focaliser une onde avec une seule antenne.

D'autres expériences ont ensuite été menées, mettant cette fois en jeu plusieurs antennes et une bande de fréquences plus large [8] [9] ou en utilisant uniquement le signe de la réponse du canal [10]. Ces expériences ont pu mettre en évidence plusieurs degrés de liberté dans une expérience de RT :

- Le nombre d'antennes utilisées dans le MRT : plus on utilise d'antennes, plus la focalisation spatiale est fine. Cela rejoint le principe d'ouverture angulaire sur laquelle la réponse impulsionnelle est observée.
- L'espacement entre les antennes. Plus les antennes sont espacées, plus les réponses impulsionnelles sont décorrélées, meilleure est la focalisation.
- La largeur de la bande de fréquence. En effet, plus la bande sur laquelle la réponse impulsionnelle est observée est grande, plus la fréquence d'échantillonnage est élevée et plus la résolution temporelle est élevée. Ainsi, on observera plus d'échos de la réponse impulsionnelle et la focalisation sera plus fine.

1.1.3 Focalisation sub-longueur d'onde

Les expériences dans les domaines de l'acoustique et de l'électromagnétisme ont permis de focaliser une onde spatialement, formant ainsi une tache circulaire d'un diamètre d'environ $\lambda/2$. Cette limite est principalement due aux limitations des appareils et des équipements de mesure. Il est cependant possible de descendre jusqu'à $\lambda/30$ grâce à des antennes microstructurées [11]. Ces antennes sont des dipôles élémentaires entourés de fils de cuivre jouant le rôle de diffuseurs. Les réflecteurs entourant les antennes devraient permettre de convertir les ondes évanescentes en ondes propagatives lors de l'étape de sondage du canal. Dans l'étape de focalisation, les ondes propagatives réémises sont converties de nouveau en ondes évanescentes grâce à la réciprocité, affinant ainsi la tache focale. En terme de télécommunications, ce résultat permet de concevoir un système de petite taille auquel peuvent être adressés plusieurs flux simultanés, chaque flux étant envoyé sur une des antennes du système.

Ces antennes sont d'ailleurs étudiées dans le projet TRIMARAN dans lequel s'inscrivent ces travaux. La plate-forme de démonstration finale utilisera ces antennes afin de favoriser la focalisation spatiale.

1.2 Le Retournement Temporel dans les télécommunications

L'arrivée du RT dans le domaine de l'électromagnétisme a suscité un engouement particulier car il permet, à partir d'un canal à très forte dispersion temporelle, d'obtenir une impulsion dans le temps et dans l'espace. Ces deux propriétés ont plusieurs intérêts :

- Le canal équivalent se rapproche d'un canal dit "sans mémoire". Cela signifie que l'Interférence Entre Symboles (IES) est négligeable voire nulle.
- Les systèmes multi-antennes sont simples à mettre en oeuvre car ils ne nécessitent pas de codage particulier, les différents signaux arrivant en phase au récepteur.
- Les interférences inter-utilisateurs sont minimisées car la puissance est localisée. Les utilisateurs situés en dehors de la tache focale ne recevront que très peu de puissance.
- Les données sont sécurisées, car un utilisateur situé en dehors de la tache focale de l'utilisateur visé ne recevra que très peu de puissance.

L'intégration dans un système de télécommunications se fait très simplement : elle consiste à appliquer un filtre sur le signal à émettre $e(t)$ (voir Figure 1.7). Sur ce diagramme, c_k représente le symbole à émettre, $g_e(t)$ représente le filtre d'émission, $h(t)$ représente la Réponse Impulsionnelle (RI) du canal et $r(t)$ représente le signal reçu. Ce filtre est constitué de la RI

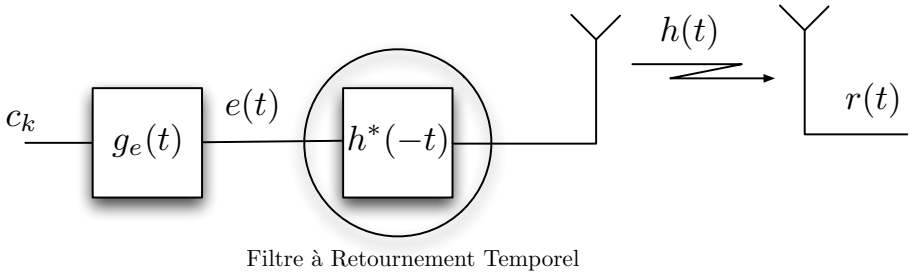

FIGURE 1.7 – Schéma d'un système de communication utilisant le Retournement Temporel

du canal retournée dans le temps et conjuguée $h^*(-t)$. Cela nécessite évidemment d'avoir la connaissance de la RI du canal à l'émission. En réception, le signal reçu devient alors :

$$\begin{aligned} r(t) &= e(t) \otimes h^*(-t) \otimes h(t) + n(t) \\ &= e(t) \otimes \Gamma_h(t) + n(t) \end{aligned} \tag{1.7}$$

où $\Gamma_h(t)$ est l'autocorrélation de la RI du canal, $n(t)$ représente le bruit blanc additif gaussien, $*$ représente la conjugaison et $\otimes$ le produit de convolution. Le canal équivalent d'une telle transmission est donc l'autocorrélation de la RI du canal. Si les conditions sont optimales du point de vue du RT, alors $\Gamma_h(t)$ tend vers l'impulsion de Dirac $\delta(t)$, et on obtient alors :

$$\begin{aligned} r(t) &= e(t) \otimes \delta(t) + n(t) \\ &= e(t) + n(t) \end{aligned} \tag{1.8}$$

Le signal reçu correspond donc au signal émis auquel vient s'ajouter le bruit. Dans ce cas, le récepteur est extrêmement simple puisqu'il ne nécessite pas d'étape d'égalisation.

En observant les équations, il peut être observé qu'appliquer le RT revient donc à réaliser le filtrage adapté au canal au niveau de l'émetteur. Cependant, si l'équivalence entre le filtrage adapté et le retournement temporel est valable pour une transmission SISO (Single Input Single Output), elle ne l'est pas pour une transmission MISO (Multiple Input Single Output). En effet, dans le cas du RT pour une transmission MISO avec N_T antennes d'émission. Chaque antenne envoie le même signal filtré par la RI du canal entre l'antenne d'émission et l'antenne

de réception. Le signal reçu vaut alors :

$$r(t) \quad = \quad e(t) \otimes \sum_{k=1}^{N_T} \Gamma_{h_k}(t) + n(t) \tag{1.9}$$

où $\Gamma_{h_k}(t)$ est l'autocorrélation du canal entre la k-ème antenne d'émission et l'antenne de réception. Dans le cas du filtre adapté en réception, le filtre est appliqué sur la somme des canaux. Le filtrage est donc adapté à une somme de canaux. Dans le cas du RT, le filtre est adapté sur chaque canal, la contribution de chacun des canaux s'ajoutant de manière cohérente au niveau du récepteur.

Ces considérations ne tiennent pas compte d'un éventuel problème de réciprocité des étages radio fréquences (RF) de l'émetteur et du récepteur. En effet, les rotations de phase introduites par les filtres des étages RF pouvant être différentes suivant le sens de transmission du signal, le canal équivalent prenant en compte ces étages ne sera ainsi pas réciproque. Ce paramètre doit être pris en compte lors de la conception d'un système utilisant le RT.

Le RT peut ainsi être vu comme une technique d'accès par code, à la manière du CDMA (Code Division Multiple Access), le code étant ici figuré par le filtre contenant la réponse impulsionnelle du canal conjuguée et retournée dans le temps [12].

1.3 Applications du Retournement Temporel dans les télécommunications

1.3.1 Le Retournement Temporel dans l'acoustique sous marine

Les premières applications sont apparues dans le domaine d'origine du RT : l'acoustique. Le LOA montre qu'il est possible d'adresser plusieurs utilisateurs simultanément grâce au RT dans un milieu contenant un grand nombre de diffuseurs, ce qui n'est pas possible dans un milieu homogène [13]. Des expériences sous-marines ont permis de réaliser des communications monoporteuses [14]. La modification du canal entre l'étape de sondage et de transmission des données étant générateur d'IES, l'ajout d'une étape d'égalisation en réception est inévitable dans ce contexte. Enfin, des expériences de RT appliqué à l'OFDM ont été réalisées en milieu sous-marin et ont permis d'utiliser des récepteurs simplifiés grâce à la propriété de focalisation temporelle du RT qui permet de réduire drastiquement l'Interférence Entre Symboles (IES) [15] [16].

1.3.2 Le Retournement Temporel pour les systèmes UWB

Les premières applications de RT pour les télécommunications par ondes électromagnétiques ont été réalisées sur des formes d'ondes de type UWB (Ultra Wide Band) qui sont particulièrement adaptées du fait de la large bande de fréquence utilisée [17] [18] [19] [20]. Dans ce contexte, il est aisé d'envoyer des données sous forme de modulations impulsionnelles. Le récepteur reçoit alors un train d'impulsions interférant très peu les unes avec les autres et le RT permet d'atteindre des débits trois fois plus élevés qu'un système sans RT [21]. L'information est décodée suivant le niveau de l'impulsion reçue et le récepteur peut alors s'affranchir d'un récepteur de type RAKE coûteux en ressources [22].

Les télécommunications à l'aide du RT en codant le canal retourné temporellement sur un bit pour la partie réelle et un bit pour la partie imaginaire (1 bit time reversal) sont également

possibles [23] et offrent une solution peu coûteuse pour la voie de retour puisque l'information à renvoyer est très peu volumineuse. La qualité de focalisation temporelle est diminuée dans ce cas, en raison de la perte d'information sur l'amplitude des différentes trajets présent dans la RI du canal. En revanche, le contrôle sur la puissance lié à cette technique permet d'obtenir de meilleurs résultas en terme de focalisation spatiale.

D'autre part, avec une bande de fréquence aussi large, une variation du canal entre l'étape d'estimation et de transmission de données n'est que peu préjudiciable pour la focalisation spatiale et temporelle [24]. La transmission de données est toujours possible et un récepteur placé à une distance de l'antenne visée supérieure à la longueur d'onde ne recevra pas, ou très peu, de signal.

De plus, afin d'optimiser le système, il est possible de réaliser le RT sur une version tronquée du canal [12] [25], tout en obtenant une bonne focalisation.

Il est enfin possible d'adresser plusieurs utilisateurs à l'aide d'une seule antenne si ces derniers sont suffisamment séparés spatialement [26].

1.3.3 Le Retournement Temporel Itératif

Lorsque les limitations du système utilisant le RT (bande de fréquence, nombre d'antennes...) ne permettent pas d'avoir une focalisation temporelle suffisamment fine pour diminuer les interférences inter symboles, la mise en oeuvre du RT itératif peut être une solution. Cette technique permet, par un raffinement successif de l'estimation du canal, de diminuer les lobes secondaires de la réponse impulsionnelle du canal équivalent et ainsi de diminuer l'IES [27] [28]. La première étape d'estimation et de focalisation se fait de manière classique (voir Figure 1.8). La seconde étape ne consiste plus à envoyer une impulsion mais le signal

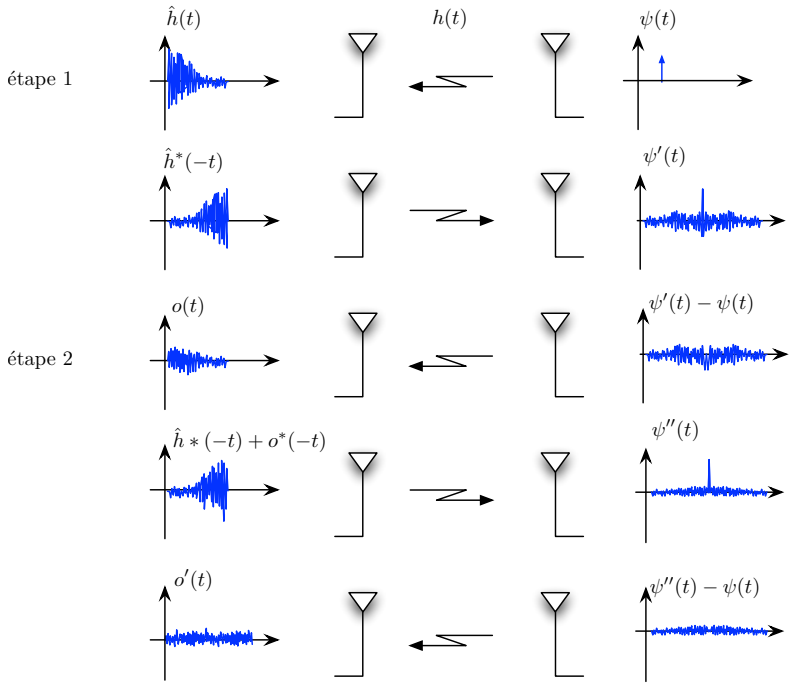

FIGURE 1.8 – Processus de retournement temporel itératif

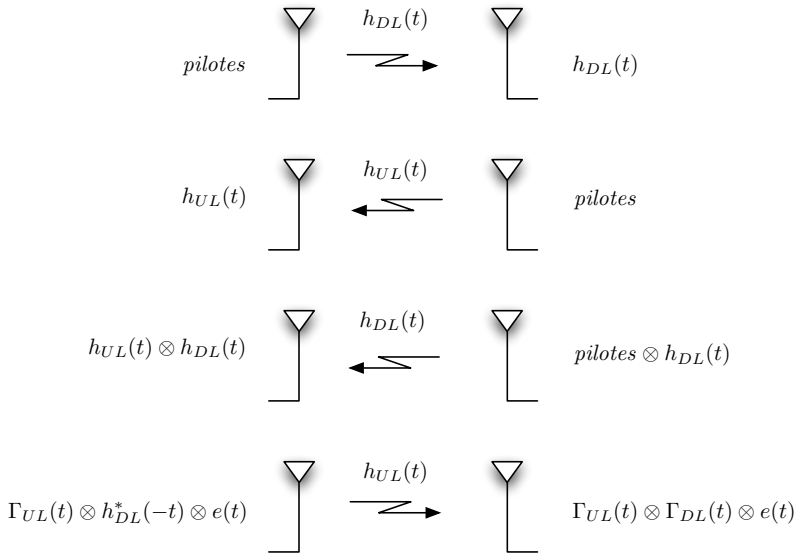

Figure 1.9 – Schéma de fonctionnement du RT dans un système FDD

d'erreur, c'est à dire la différence entre l'impulsion et le signal reçu lors de l'étape de focalisation. Le canal estimé est ensuite ajouté au canal estimé lors de la première opération, et la somme est réémise retournée dans le temps. Après plusieurs opérations successives, les lobes secondaires de l'impulsion reçue sont diminués et l'IES est ainsi réduite lorsque les données sont envoyées. Néanmoins, ce système suppose d'avoir un canal constant sur la durée des étapes de raffinement de l'estimation ainsi que pendant la transmission des données et paraît ainsi compliqué à mettre en oeuvre dans un système réel.

1.3.4 Le Retournement Temporel pour un système Frequency Division Duplex

Dans un système pour lequel le lien montant et le lien descendant ne sont pas situés dans la même bande de fréquence, il est tout de même possible d'utiliser le RT [29]. L'émetteur requiert la connaissance du canal sur le lien montant et sur le lien descendant, contrairement au RT simple pour lequel le lien montant et le lien descendant sont théoriquement identiques par réciprocité. Dans un premier temps, le canal descendant $h_{DL}(t)$ est estimé par le récepteur grâce à l'envoi de pilotes de l'émetteur vers le récepteur (voir Figure 1.9). Le récepteur envoie ensuite des pilotes afin que l'émetteur estime le canal sur le lien montant $h_{UL}(t)$, puis des pilotes filtrés par le canal du lien descendant afin d'estimer $h_{UL}(t) \otimes h_{DL}(t)$. L'émetteur estime alors $h_{UL}(t) \otimes h_{DL}(t)$. Les données sont finalement filtrées par $h^*_{UL}(-t) \otimes h^*_{DL}(-t) \otimes h_{UL}(t)$. Les données reçues sont donc convoluées par $\Gamma_{h_{UL}}(t) \otimes \Gamma_{h_{DL}}(t)$, où $\Gamma_{h_{UL}}(t)$ est l'autocorrélation du canal sur le lien montant et $\Gamma_{h_{DL}}(t)$ est l'autocorrélation sur le lien descendant. Ce système permet donc de garder les avantages du RT et d'éviter l'extraction du canal descendant, opération qui peut s'avérer complexe dans les systèmes FDD. De plus, il permet de s'affranchir des problèmes de réciprocité des étages RF des systèmes. Il s'opère néanmoins au prix d'un aller-retour entre l'émetteur et le récepteur.

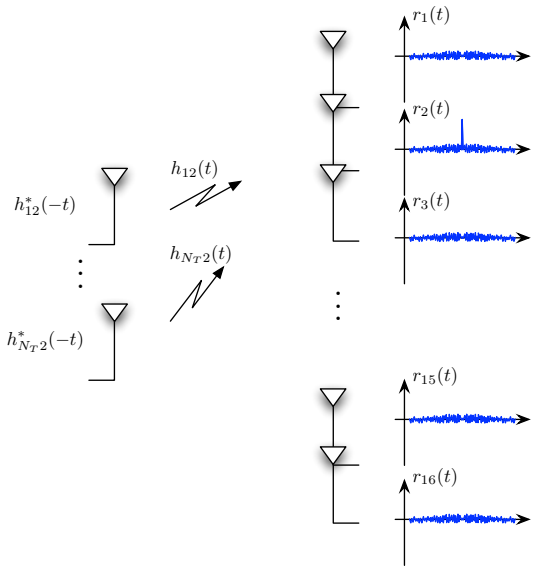

FIGURE 1.10 – Schéma de fonctionnement du système RASK

1.3.5 Le Retournement Temporel pour la technique Receive Antenna Shift Keying

On peut également utiliser la propriété de focalisation spatiale du RT afin de créer une nouvelle façon d'envoyer des symboles [30]. En effet, l'information dans ce cas est portée par l'antenne qui reçoit l'impulsion. Afin de transmettre les données, l'émetteur focalise vers les différentes antennes du récepteur à l'aide du RT et de la connaissance de la réponse impulsionnelle de chacun des canaux reliant les antennes d'émission et de réception. En considérant par exemple que le système possède 16 antennes en réception, les bits vont être groupés à l'émission par 4 pour pouvoir coder l'indice de chacune des antennes du récepteur. Si le groupe de bits à émettre est {0001}, alors l'émetteur va conditionner le signal émis par filtrage RT de manière à focaliser sur la deuxième antenne (voir Figure 1.10). Le récepteur détecte sur chacune des 16 antennes celle qui reçoit un pic de puissance. En détectant un pic de puissance sur l'antenne 2, le récepteur décode donc le groupe de bits {0001}.

Ce système nécessite un grand nombre d'antennes d'émission afin de focaliser dans le domaine spatial, et demande la connaissance des canaux liant chacune des antennes d'émission à chacune des antennes de réception et nécessite donc un canal invariant sur toute cette durée ainsi que sur la durée de transmission des données. Il a été montré qu'un tel système permet d'obtenir de meilleures performances qu'un système QAM (Quadrature Amplitude Modulation) standard à une seule antenne de réception [30].

1.4 Procédé et dispositif de communication radio pour antennes d'usager multiples

Afin de concevoir un système de communications mettant en jeu le RT et transmettant un signal de largeur de bande W, outre l'ajout d'antennes à l'émission, plusieurs solutions s'offrent afin de paramétrer ce système et de l'optimiser du point de vue du RT.

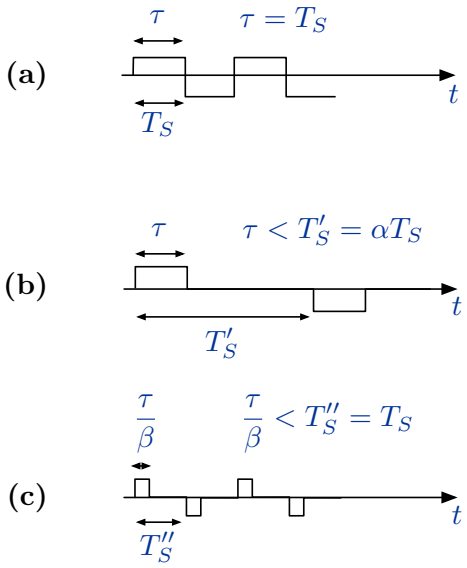

FIGURE 1.11 – Durée utile du symbole τ en fonction de la durée symbole totale dans le cas où le signal occupe toute la bande exploitable **(a)**, avec la technique du rate back-off **(b)** et avec les modulations impulsionnelles **(c)**

Ces solutions nécessitent une modification du modèle classiquement utilisé mettant en jeu le filtrage adapté, fonctionnant au rythme symbole. Les symboles sont ainsi émis sans intervalle de séparation, la puissance étant émise pendant toute la durée du symbole (voir Figure 1.11 (a)). Ainsi, le signal occupe une bande W identique à la bande du canal W_{ch}.

La première solution consiste à espacer les symboles afin d'absorber l'effet résiduel du canal (voir Figure 1.11 (b)). Cette technique introduite par Paulraj et al. est appelée le "rate back-off" [31] et correspond à l'ajout d'un intervalle de garde entre les symboles. Cela a pour effet d'allonger le temps symbole, et donc de diminuer la bande du signal.

La seconde solution est de transmettre le signal sur un canal de bande plus large que la bande du signal, en sur-échantillonnant le signal à l'émission d'un facteur M. Le signal ainsi émis occupe toujours la même bande W. En revanche, le canal est observé sur une bande W_{ch} plus large et la focalisation est donc améliorée (voir Figure 1.12). Cela nécessite d'utiliser un émetteur possédant un convertisseur numérique analogique travaillant à un rythme élevé. A titre d'exemple, nous avons ainsi montré qu'afin de transmettre un signal monoporteuse sur une bande $W = 20$MHz, le signal devra être sur-échantillonné d'un facteur supérieur ou égal à 8 [32] afin d'obtenir une focalisation temporelle suffisante et ainsi diminuer l'IES, permettant ainsi d'atteindre un taux d'erreurs binaire moyen le plus faible possible pour un canal donné.

Enfin la dernière solution consiste à diminuer la partie utile du temps symbole, c'est à dire réaliser des modulations impulsionnelles (voir Figure 1.11 (c)).

Ces trois solutions s'accompagnent cependant d'une perte en terme d'efficacité spectrale car elles n'exploitent qu'une partie de la bande totale. Afin d'optimiser les ressources spectrales tout en ayant une focalisation suffisamment fine, une technique d'accès multiple par RT multi-bande a été brevetée [33]. Cette technique consiste à adresser plusieurs utilisateurs dans une même bande de fréquences, en autorisant le recouvrement spectral entre utilisateurs (voir Figure 1.13). Le recouvrement spectral n'est possible que grâce à l'utilisation du RT, qui est

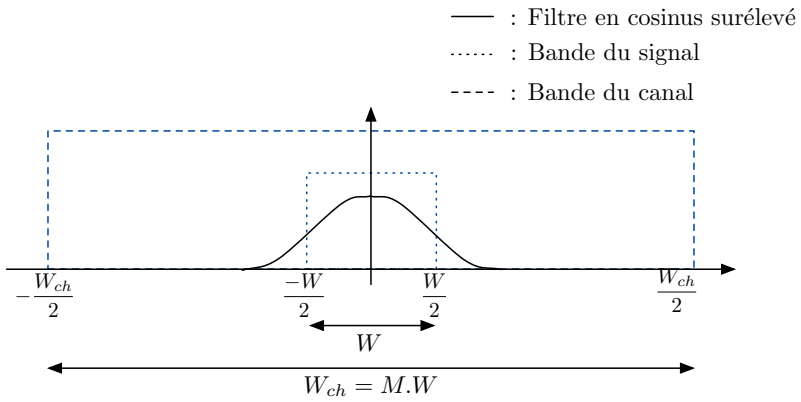

FIGURE 1.12 – Visualisation de la bande du canal W_{ch} et de la bande de signal W lorsque le signal est sur-échantillonné d'un facteur M

optimisé car le canal est vu par le système sur une bande large. Chaque utilisateur possède une sous bande W_k plus ou moins large. Les opérations de réception sont simplifiées grâce au RT, le récepteur nécessitant uniquement un filtre de réception afin de sélectionner la sous-bande W_k. Un système d'allocation de ressources à l'émission permet de répartir les utilisateurs sur la bande, et le taux de recouvrement selon le niveau d'interférences inter utilisateurs.

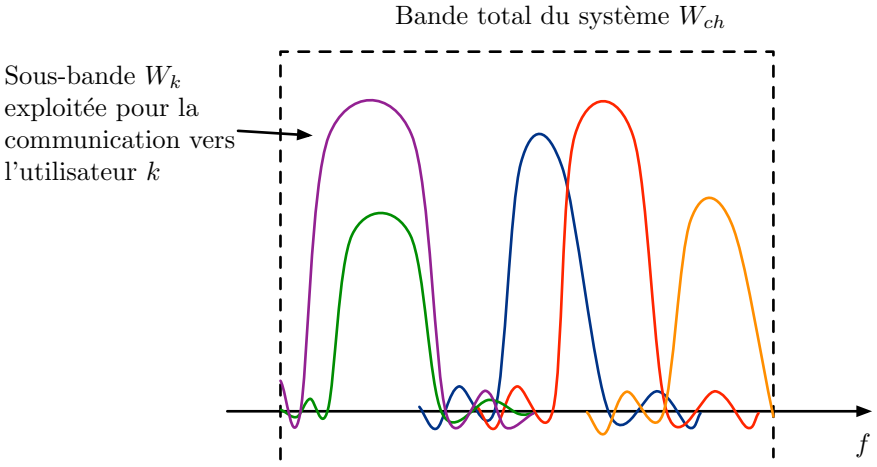

FIGURE 1.13 – Représentation de la technique d'accès multiple par Retournement Temporel multi-bande

Ce système permet donc d'optimiser l'efficacité spectrale tout en effectuant le RT sur toute la bande du canal. De plus, ce système permet de minimiser les interférences inter-utilisateurs et d'allouer les ressources de manière optimale. Des études complémentaires sont actuellement menées par un autre doctorant au sein du laboratoire afin de déterminer les métriques permettant d'allouer les bandes de chaque utilisateur et de définir un éventuel recouvrement.

1.5 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté la théorie du RT et les lois qui le permettent dans les domaines de l'acoustique et de l'électromagnétisme. Nous avons également présenté les résultats des premières expériences dans ces deux domaines. De plus, nous avons présenté une expérience de focalisation sub-longueur d'onde à l'aide d'antennes à réflecteurs. Ce type d'antennes sera ainsi utilisé sur la plate forme de démonstration du projet dans lequel s'inscrivent ces travaux de thèse.

Ensuite, nous avons présenté la manière d'appliquer le RT à un système de télécommunications ainsi que les premières applications réalisées.

Enfin, nous avons présenté les premiers résultats de nos travaux. Nous avons ainsi montré qu'afin d'obtenir une focalisation plus fine, il était possible de sur-échantillonner le signal à émettre et ainsi émettre ce signal dans une bande de canal plus large. Ces travaux qui ont fait l'objet d'une communication dans une conférence internationale [32] ont permis d'émettre l'idée d'une application du RT sur un canal ayant une large bande de fréquences tout en adressant des utilisateurs sur des bandes de fréquences plus étroites. Ce système autorise le recouvrement spectral de plusieurs utilisateurs grâce à la technique du RT, le taux de recouvrement étant défini par un algorithme d'allocation de ressources. Cette application a donné lieu à un dépôt de brevet [33].

Chapitre 2

Systèmes Multi-Antennes dans les télécommunications

Sommaire

2.1 Modèle du canal 22
2.1.1 Canal MIMO 22
2.1.2 Systèmes MIMO-OFDM 23
2.2 Principes des systèmes multi-antennes et paramètres 23
2.2.1 Diversité d'un système 23
2.2.2 Capacité d'un système 24
2.2.3 Information sur le canal connue par le système 25
2.3 Single User MIMO (SU-MIMO) 25
2.3.1 Technique de précodage Eigen Beamforming 26
2.3.2 Technique de précodage Maximum Ratio Transmission 28
2.3.3 Technique de précodage Equal Gain Transmission 29
2.3.4 Multiplexage Spatial en boucle ouverte 29
2.3.5 Codage Espace-Temps en bloc d'Alamouti 29
2.4 MIMO Multi-Utilisateurs (MU-MIMO) 30

Introduction

Dans la partie 1, il a été fait mention que le RT permet de concevoir des systèmes multi-antennes de manière simple, notamment au niveau du récepteur. Afin de comparer les performances des systèmes multi-antennes avec RT, nous rappelons ici les principaux principes et les principales techniques multi-antennes.

En 1987, grâce à la théorie de l'information, Winters démontre qu'il est possible selon les conditions de propagation de créer M canaux indépendants permettant de transmettre M flux de données parallèles sans accroitre la bande de fréquences, en utilisant un système composé de M antennes d'émission et M antennes de réception [34].

En 1995, Telatar établit les formules de capacité pour différents types de canaux : canal Gaussien, canal de Rayleigh... Il pose les bases théoriques des techniques de formation de voies (beamforming) à l'émetteur et au récepteur, pour transmettre des flux distincts parallèles en utilisant la technique du waterfilling afin d'optimiser la capacité [35] [36].

En 1996, le travail de Foschini ouvre une nouvelle voie à l'augmentation du débit grâce aux systèmes multi-antennes, allant dans la direction annoncée par la théorie de l'information [37]. Il montre que pour des canaux décorrélés, la capacité du système augmente linéairement avec le minimum entre le nombre d'antennes d'émission et le nombre d'antennes de réception.

Depuis, de nombreuses recherches ont été menées sur les systèmes MIMO (Multiple Input Multiple Output) pour améliorer la capacité avec les techniques de multiplexage spatial, telles que le BLAST (BELL Labs Layered Space Time).

En 1998, l'exploitation de la diversité spatiale des systèmes multi-antennes est améliorée grâce au travail sur les codes espace-temps en bloc orthogonaux, comme celui proposé par Alamouti pour deux antennes d'émission et généralisé par Tarokh pour des systèmes avec plus de deux antennes d'émission [38] [39]. Un nombre important d'études ont ensuite été publiées et sont toujours en cours sur la recherche de nouveaux codes non orthogonaux, ou offrant de meilleurs rendement comme les codes à dispersion linéaires [40] [41] ou les Golden codes [42].

Pour implémenter une technique MIMO, le choix de la technique dépend de la connaissance et de la nature du canal à l'émission, et de la métrique à optimiser (débit, coût du lien...). La complexité du récepteur dépend fortement de la méthode sélectionnée.

2.1 Modèle du canal

2.1.1 Canal MIMO

Nous considérons ici un système dont l'émetteur comporte N_T antennes et dont le récepteur comporte N_R antennes. Le système peut être représenté comme sur la Figure 2.1, où h_{ij} représente le canal entre la i-ème antenne de l'émetteur et la j-ème antenne du récepteur.

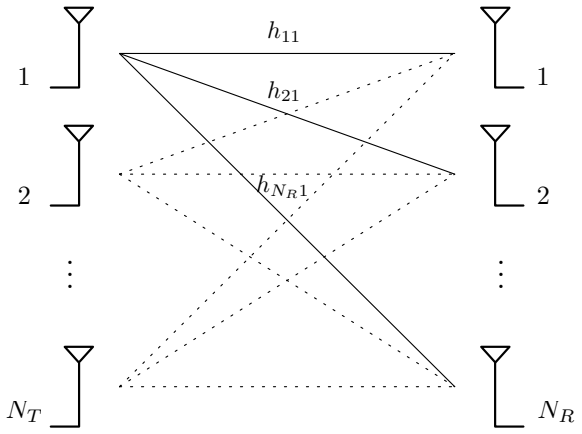

FIGURE 2.1 – Schéma d'un système MIMO

Dans la suite du document, les canaux sont considérés comme plats, ou "sans mémoire". En notant $\mathbf{e}$, le vecteur des signaux émis de taille N_T, $\mathbf{r}$ le vecteur des signaux reçus de taille N_R et $\mathbf{n}$ le vecteur de bruit additif sur chaque antenne de réception de taille N_R, on obtient :

$$\mathbf{r} = \underline{\mathbf{h}}_M \mathbf{e} + \mathbf{n} \tag{2.1}$$

où $\underline{\mathbf{h}}_M$ est la matrice de taille $N_R \times N_T$ contenant les réalisations instantanées du canal, avec h_{ij} les coefficients d'atténuation complexe des liens entre l'antenne d'émission i et l'antenne

de réception j :

$$\underline{\mathbf{h}}_M = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & \dots & h_{1N_T} \\ \vdots & & h_{ij} & \vdots \\ h_{N_R1} & \dots & \dots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Le rang de cette matrice donne le nombre de canaux indépendants. Par conséquent, le nombre maximum de canaux indépendants peut être exprimé comme :

$$\max(r_{\underline{\mathbf{h}}_M}) = \min(N_T, N_R) \tag{2.3}$$

où $r_{\underline{\mathbf{h}}_M}$ est le rang de la matrice $\underline{\mathbf{h}}_M$.

Ces canaux indépendants peuvent être déduits de cette matrice par une décomposition en valeurs singulières (SVD). En effet, la matrice du canal se décompose alors comme suit :

$$\underline{\mathbf{h}}_M = \underline{\mathbf{u}}\underline{\mathbf{\Lambda}}\underline{\mathbf{v}}^{\ddagger} \tag{2.4}$$

où $\underline{\mathbf{u}}$ est une matrice unitaire de taille $N_R \times N_R$ (*i.e.* $\underline{\mathbf{u}}\underline{\mathbf{u}}^{\ddagger} = \underline{\mathbf{I}}_{N_R}$, où $\underline{\mathbf{I}}_{N_R}$ est la matrice identité de taille $N_R \times N_R$) contenant les vecteurs propres de $\underline{\mathbf{h}}_M\underline{\mathbf{h}}_M^{\ddagger}$, $\underline{\mathbf{v}}$ est la matrice unitaire de taille $N_T \times N_T$ contenant les vecteurs propres de $\underline{\mathbf{h}}_M^{\ddagger}\underline{\mathbf{h}}_M$ et $\underline{\mathbf{\Lambda}}$ est la matrice diagonale de taille $N_R \times N_T$ contenant les valeurs singulières de $\underline{\mathbf{h}}_M$.

2.1.2 Systèmes MIMO-OFDM

Une manière simple d'augmenter le débit d'un système est d'augmenter la largeur de la bande de fréquences sur laquelle ce système travaille. Cependant, le nombre de trajets perçu par le système augmente avec la bande et a pour effet d'augmenter l'IES. Le système requiert ainsi une estimation complexe du canal et une technique d'égalisation. Les canaux sont donc sélectifs en fréquence et le principe mentionné dans le paragraphe précédent n'est plus applicable. L'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex, voir 3.1) résout ces problèmes simplement et permet également d'exploiter les diversités temporelle et fréquentielle (voir 2.2.1.2 et 2.2.1.2) quand il est combiné avec du codage de canal et de l'entrelacement, comme le montre la Figure 2.2.

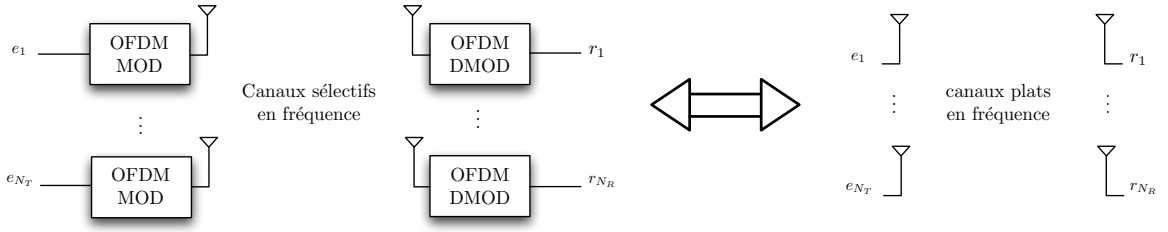

FIGURE 2.2 – Canaux MIMO équivalents pour un système OFDM

2.2 Principes des systèmes multi-antennes et paramètres

2.2.1 Diversité d'un système

Dans des environnements à évanouissements, exploiter la diversité consiste à donner au récepteur plusieurs répliques d'un même signal, qui expérimentent alors des atténuations in-

dépendantes. De fait, plus le nombre de répliques envoyées sera important, plus la probabilité que l'ensemble des répliques ait subi une forte atténuation est faible. Le gain de diversité induit une probabilité d'erreur plus faible pour un rapport signal à bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) donné. Cela détermine la pente de la probabilité d'erreur moyenne à haut SNR. Nous présentons dans la suite les différents types de diversité existants.

2.2.1.1 Diversité temporelle

Quand les canaux sont sélectifs en temps, la diversité temporelle peut être utilisée en envoyant les répliques d'un signal sur plusieurs intervalles de temps, séparés par une durée supérieure au temps de cohérence du canal T_{coh}. Elle est généralement exploitée à l'aide de codage de canal et d'entrelacement temporel. Cette technique est très efficace sur des canaux à évanouissements rapides. En revanche, sur des canaux à évanouissements lents, la profondeur de l'entrelaceur doit être très grande et cette diversité est difficilement exploitable. Si la durée symbole est T_s et la taille de la trame est L, exprimé en nombre te durée symboles T_s, alors la diversité temporelle peut être définie par :

$$\mathrm{Div}_T \propto \frac{L.T_s}{T_{coh}} \propto L.T_s.f_{D_{\max}} \tag{2.5}$$

où $f_{D_{\max}}$ est la fréquence Doppler maximale.

2.2.1.2 Diversité fréquentielle

La diversité fréquentielle est utilisée quand le canal est sélectif en fréquence, en transmettant le signal sur plusieurs fréquences porteuses, séparées par une bande supérieure à la bande de cohérence du canal W_{coh}. Par exemple, le système GSM (Global System for Mobile communication) utilise des sauts de fréquence pour exploiter la diversité fréquentielle. La diversité fréquentielle peut être exprimée comme :

$$\mathrm{Div}_f = \frac{W}{W_{coh}} \tag{2.6}$$

où W est la bande du signal.

2.2.1.3 Diversité spatiale

La diversité spatiale nécessite que les antennes soient séparées d'une distance supérieure à la distance de cohérence, qui est le minimum garantissant l'indépendance des évanouissements du canal. De plus, le milieu doit générer des signaux décorrélés, en présentant en particulier un fort étalement angulaire comme dans un milieu NLOS (Non Line Of Sight). Par conséquent, un système composé de N_T antennes d'émission et N_R antennes de réception génèrera au mieux $N_T \times N_R$ liens spatiaux non corrélés. L'ordre de diversité spatiale est donc défini comme le nombre de liens spatiaux décorrélés.

2.2.2 Capacité d'un système

La capacité d'un canal est définie comme le débit maximum atteignable tel que la probabilité d'erreur soit arbitrairement basse sans contrainte sur le code ou sur la complexité du système. Elle est exprimée en bit/s et donnée pour une puissance de transmission total P_e.

On normalise ici la capacité par la bande du signal W afin d'évaluer la capacité du système quelle que soit la bande de fréquences utilisée. Elle sera ainsi exprimée en bit/s/Hz. Dans un cas SISO, la capacité d'un canal non sélectif en fréquences est donnée par :

$$\frac{C}{W} = \log_2(1+\rho) \quad \text{avec} \quad \rho = |h|^2 \frac{P_e}{\sigma_n^2} \tag{2.7}$$

où h est le coefficient d'atténuation du canal de transmission et σ_n^2 est la variance du bruit additif en réception.

Dans un cas MIMO, en considérant la même puissance totale d'émission P_e, la capacité est donnée par :

$$\frac{C}{W} = \log_2 \left[det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{1}{\sigma_n^2} \underline{\mathbf{h}}_M \mathbf{\Gamma_e} \underline{\mathbf{h}}_M^{\ddagger} \right) \right] \quad \text{avec} \quad Tr(\mathbf{\Gamma_e}) \leq P_e \tag{2.8}$$

où $\mathbf{\Gamma_e}$ est la matrice de covariance du signal émis, définie par $\mathbf{\Gamma_e} = E\left[\mathbf{e}\mathbf{e}^{\dagger}\right]$.

Pour un système à boucle fermée (voir 2.2.3), la capacité maximale est obtenue lorsque l'allocation de puissance est réalisée sur les modes propres du canal par une technique de waterfilling. Cela mène à l'expression :

$$\frac{C}{W} = \sum_{k=1}^{r_{\underline{\mathbf{h}}_M}} \left[\log_2 \left(1 + \frac{\lambda_k}{\sigma_k^2} P_k \right) \right] \tag{2.9}$$

où λ_k est la k-ème valeur singulière de la matrice $\underline{\mathbf{h}}_M$, σ_k^2 est la puissance de bruit sur la k-ième antenne de réception et P_k est la puissance allouée sur chaque mode propre du canal.

Pour un système en boucle ouverte, la capacité maximale est obtenue pour une équipartition de la puissance sur chacune des antennes d'émission. La puissance est donc de $\frac{P_e}{N_T}$ sur chacune des antennes. La capacité vaut alors :

$$\frac{C}{W} = \sum_{k=1}^{N_T} \log_2 \left(1 + \frac{P_e}{\sigma_k^2 N_T} \right) \tag{2.10}$$

2.2.3 Information sur le canal connue par le système

Les systèmes MIMO peuvent être discriminés par le fait qu'ils requièrent ou non une connaissance partielle ou totale du canal à l'émetteur ou au récepteur. Cette information est appelée CSI (Channel State Information). On peut donc classer les systèmes selon trois catégories :

- CSI à l'émetteur et au récepteur : ces systèmes sont appelés systèmes à "boucle fermée" car ils requièrent une voie de retour du récepteur vers l'émetteur.
- CSI au récepteur uniquement : ces systèmes sont basés sur le multiplexage spatial et sur le codage espace-temps.
- Pas de CSI : ces systèmes sont basés sur le codage espace-temps différentiel.

2.3 Single User MIMO (SU-MIMO)

Nous présentons ici des schémas MIMO qui vont être comparés avec les systèmes utilisant le RT. Ces derniers seront développés plus loin (cf chapitre 4). Ces systèmes fonctionnent soit en

boucle fermée, soit en boucle ouverte. Comme nous l'avons présenté dans 2.2.2, la capacité de chaque système dépendra de la connaissance du canal à l'émetteur. De plus, dans un système en boucle fermée, la capacité sera plus élevée que dans un système à boucle ouverte.

Afin de généraliser les techniques présentées dans cette partie, la Figure 2.3 représente un système MIMO réalisant une technique de pré-codage à l'émission et de combinaison en réception. Au niveau de l'émetteur, le vecteur des symboles à émettre $\mathbf{c}$ est pondéré par une matrice de précodage $\underline{\mathbf{y}}$. Le signal émis est alors une matrice $\underline{\mathbf{e}} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_{N_T}]^T$ dont les lignes $\mathbf{e}_k$ sont les signaux émis sur chacune des antennes. De même, au niveau du récepteur, la matrice des signaux reçus $\underline{\mathbf{r}} = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_{N_R}]^T$ est pondérée par une matrice de combinaison $\underline{\mathbf{x}}$ afin d'obtenir les symboles estimés $\hat{c}_k$. La matrice de canal est $\underline{\mathbf{h}}_M$, comme définie dans 2.1.1. Ces matrices vont dépendre de la technique utilisée et seront détaillées dans chaque cas.

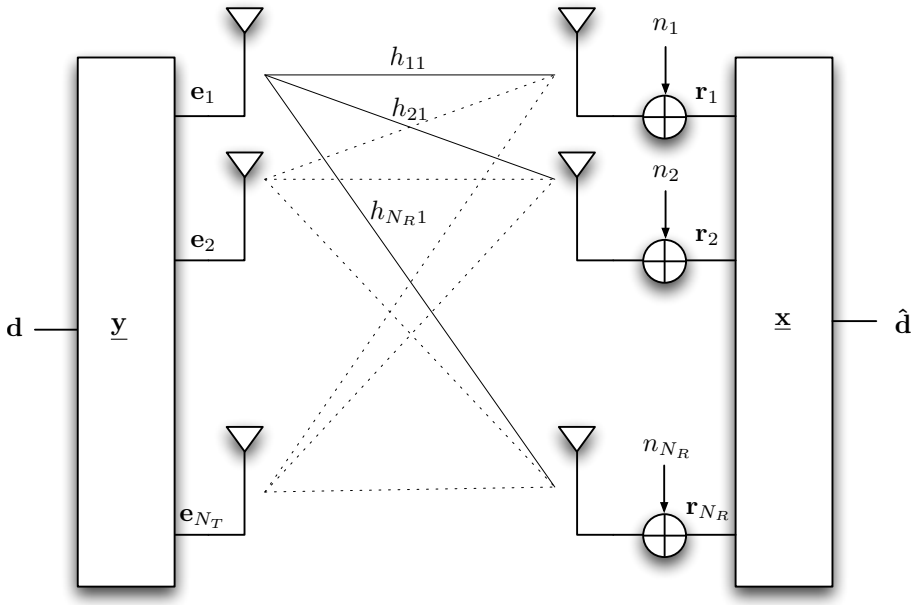

FIGURE 2.3 – Système MIMO utilisant une technique de pré-codage à l'émission et une technique de combinaison en réception

2.3.1 Technique de précodage Eigen Beamforming

La technique d'Eigen Beamforming permet de transmettre suivant les modes propres du canal avec la meilleure allocation de puissance possible sur chaque canal. Cette technique nécessite la connaissance du canal à l'émission et est donc utilisée dans un système à boucle fermée.

Premièrement, le canal est décomposé, comme décrit dans la partie 2.1.1 :

$$\underline{\mathbf{h}}_M = \underline{\mathbf{u}\mathbf{\Lambda}\mathbf{v}}^{\ddagger} \tag{2.11}$$

où Λ est la matrice diagonale de taille $N_T \times N_T$ contenant les valeurs propres de $\underline{h}_M$ Les symboles à émettre d_k seront donc pré-codés par la matrice $\underline{\mathbf{y}} = \underline{\mathbf{v}}$ et la matrice des signaux émis sur le canal $\underline{\mathbf{h}}_M$ vaut alors $\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{v}}\mathbf{d}$, avec $\mathbf{d}$, le vecteur des symboles à émettre. La taille

du vecteur des symboles à émettre varie selon le nombre de canaux propres indépendants contenus dans la matrice $\underline{\mathbf{h}}_M$. Par conséquent, la taille de la matrice $\underline{\mathbf{v}}$ varie en fonction de ce paramètre. La matrice des signaux reçus est multipliée par la matrice de réception $\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{u}}^{\ddagger}$. Le symbole reçu peut alors être exprimer comme :

$$\hat{\mathbf{d}} = \underline{\mathbf{u}}^{\ddagger}\underline{\mathbf{u}}\underline{\mathbf{\Lambda}}\mathbf{d} + \underline{\mathbf{u}}^{\ddagger}\mathbf{n} = \underline{\mathbf{\Lambda}}\mathbf{d} + \underline{\mathbf{u}}^{\ddagger}\mathbf{n} \tag{2.12}$$

Ainsi, les symboles reçus sont égaux aux symboles émis pondérés par les valeurs singulières du canal, auquel s'ajoute un bruit blanc additif Gaussien pondéré par la matrice de combinaison en réception.

Après avoir établi la transmission sur les canaux indépendants, afin de maximiser la capacité, la puissance est allouée de manière optimale sur chaque canal par la technique de waterfilling. Soit P_k, la puissance sur la k-ème antenne d'émission. Alors, la puissance totale émise vaut :

$$P_e = \sum_{k=1}^{N_T} P_k \leq P_{\max} \tag{2.13}$$

La capacité peut alors s'exprimer comme :

$$\frac{C}{W} = \sum_{k=1}^{r_{\mathbf{h}_M}} \log_2 \left[1 + \frac{\lambda_k P_k}{\sigma_k^2}\right] \tag{2.14}$$

où r_H est le rang de la matrice de canal $\underline{\mathbf{h}}_M$, λ_k est la k-ème valeur singulière de la matrice de canal et σ_k^2 est la variance du bruit sur la k-ème antenne de réception. On met ensuite en place un multiplieur de Lagrange pour maximiser la capacité avec la contrainte de puissance $\sum_{k=1}^{r_{\mathbf{h}_M}} P_k \leq P_{\max}$. On obtient ainsi la relation $P_k = \left(\mu - \frac{\sigma_k^2}{\lambda_k}\right)^+$ où $\mu = \frac{1}{ln(2)\mathcal{L}}$ et $(a)^+ = \begin{cases} a & \text{si } a > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$. La puissance allouée sera donc supérieure sur les canaux ayant un fort SNR, et plus faible sur les canaux ayant un SNR faible, comme le montre la Figure 2.4.

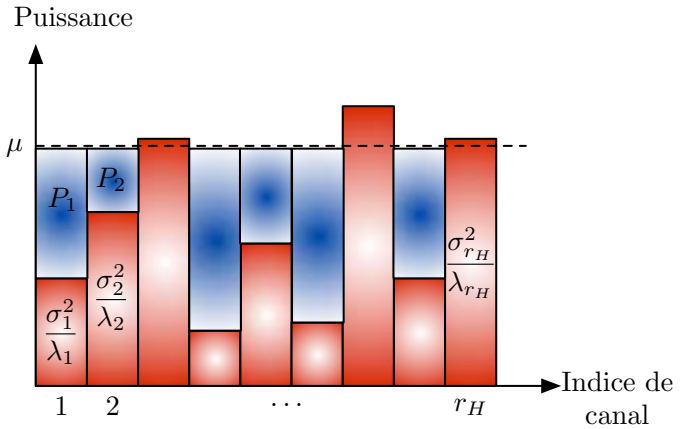

FIGURE 2.4 – Allocation de puissance sur les canaux indépendants grâce à la technique de Waterfilling

2.3.2 Technique de précodage Maximum Ratio Transmission

La technique de Maximum Ratio Transmission vise à transmettre avec le meilleur SNR possible un flux de symboles dans un système MIMO [43]. Ainsi, en considérant un système avec N_T antennes d'émission et N_R antennes de réception comme représenté sur la Figure 2.3, on applique le vecteur de pré-codage suivant :

$$\mathbf{y} = \frac{1}{a} \left(\mathbf{x}\underline{\mathbf{h}}_M\right)^{\ddagger} \tag{2.15}$$

où a est le facteur assurant la normalisation de la puissance, $\mathbf{x} = [u_1, u_2, \ldots, u_L]$ est le vecteur de taille N_R appliqué en réception et $\underline{\mathbf{h}}_M$ est la matrice de canal MIMO de taille $N_R \times N_T$. Ainsi le facteur de normalisation a peut être exprimé comme :

$$a = |\mathbf{x}\underline{\mathbf{h}}_M| = \sqrt{\sum_{p=1}^{N_R}\sum_{q=1}^{N_R} x_p x_q^* \sum_{k=1}^{N_T} h_{pk} h_{qk}^*} \tag{2.16}$$

Le signal reçu par le récepteur vaut donc :

$$\mathbf{r} = \frac{d}{a}\underline{\mathbf{h}}_M \left(\mathbf{x}\underline{\mathbf{h}}_M\right)^{\ddagger} + \mathbf{n} \tag{2.17}$$

où d est le symbole émis, $\mathbf{e} = [e_1, e_2, \ldots, e_{N_T}]^T$ est le vecteur du signal émis et $\mathbf{n}$ est le vecteur de bruit additif. Le récepteur applique ensuite le vecteur de pondération en réception $\mathbf{x}$. Le symbole ainsi reçu a pour expression :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}} &= \frac{d}{a}\mathbf{x}\underline{\mathbf{h}}_M \left(\mathbf{x}\underline{\mathbf{h}}_M\right)^{\ddagger} + \mathbf{x}\mathbf{n} \\ &= ad + \mathbf{x}\mathbf{n} \end{aligned} \tag{2.18}$$

A partir du signal reçu, il est possible de calculer le SNR en fonction de a et ainsi d'en déduire la valeur de a permettant de le maximiser. Dans ce cas, a vaut :

$$a = |\mathbf{x}\underline{\mathbf{h}}_M| = \sqrt{\sum_{p=1}^{N_R}\sum_{q=1}^{N_R} \left|\sum_{k=1}^{N_T} h_{pk} h_{qk}^*\right|} \tag{2.19}$$

Cette technique permet d'exploiter la pleine diversité d'un système MIMO, i.e. $N_T \times N_R$.

A titre d'exemple, si l'on applique ce principe dans un cas MISO, i.e. $N_R = 1$, et en considérant que les canaux h_k sont décorrélés, le vecteur appliqué en réception vaut $\mathbf{x} = 1$ et a devient alors :

$$a = |\mathbf{x}\underline{\mathbf{h}}_M| = \sqrt{\left|\sum_{k=1}^{N_T} h_k h_k^*\right|} = \sqrt{\sum_{k=1}^{N_T} |h_k|^2} \tag{2.20}$$

De plus, le vecteur de précodage devient :

$$\mathbf{y} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_T} |h_k|^2}} \left[h_1^*, h_2^*, \ldots, h_{N_T}^*\right]^T \tag{2.21}$$

Il est intéressant de noter que dans le cas MISO, la technique MRT est équivalente à la technique SVD, car le vecteur de précodage est identique dans les deux cas. De plus, ce précodage permet d'atteindre les performances optimales dans un tel système en terme de probabilité d'erreur et d'exploitation de la diversité.

2.3.3 Technique de précodage Equal Gain Transmission

La technique Equal Gain Transmission (EGT) a pour but de transmettre avec une puissance unitaire sur des canaux plats, permettant ainsi d'avoir la même amplification sur chaque antenne, quelle que soit l'atténuation du canal. Cette technique peut être combinée avec n'importe quelle technique en réception telles que Maximum Ratio Combining (MRC), Equal Gain Combining (EGC) et Selection Diversity Combining (SDC) [44].

Le vecteur de précodage utilisé à l'émission est de la forme :

$$\mathbf{y} = \frac{1}{\sqrt{N_T}} e^{j\theta} = \frac{1}{\sqrt{N_T}} \left[e^{j\theta_1}, e^{j\theta_2}, \ldots, e^{j\theta_{N_T}} \right]^T \tag{2.22}$$

où le facteur $\frac{1}{\sqrt{N_T}}$ assure la normalisation de la puissance totale émise, et les phases θ_k dépendent de la technique de réception utilisée. Le but est de maximiser le Signal to Noise Ratio (SNR) comme dans le cas du MRT. Le SNR de réception dans ce cas a pour expression :

$$\gamma = |\mathbf{x}^{\ddagger} \underline{\mathbf{h}}_M \mathbf{y}|^2 \gamma_0 \tag{2.23}$$

où $\mathbf{x}$ est le vecteur appliqué au récepteur et dépend de la fonction implémentée, $\mathbf{y}$ est le vecteur de pré-codage appliqué à l'émission et $\underline{\mathbf{h}}_M$ est la matrice de canal MIMO.

Maximiser le SNR revient alors à maximiser la quantité $|\mathbf{x}^{\ddagger} \underline{\mathbf{h}}_M \mathbf{y}|^2$ en fonction du type de vecteur $\mathbf{u}$ appliqué à la réception.

Par exemple, dans le cas où la technique de réception choisie est la technique SDC, le vecteur appliqué en réception $\mathbf{x}$ est donc une colonne de la matrice I_{N_R}, où I_{N_R} est la matrice identité de taille $N_R \times N_R$. Le vecteur de pré-codage EGT maximisant le SNR devient alors $\mathbf{y} = \frac{1}{\sqrt{N_T}} e^{j\theta}$, où les éléments du vecteur θ ont pour valeur $\theta_k = \phi^*_{h_{pk}} = -\phi_{h_{pk}}$ avec $\phi_{h_{pk}}$ la phase du canal reliant la k-ème antenne d'émission à la p-ème antenne de réception sélectionnée par le vecteur de réception $\mathbf{x}$. Cette technique permet d'exploiter la diversité maximale $N_T \times N_R$ en combinaison avec toutes les techniques de réception énoncées [44].

2.3.4 Multiplexage Spatial en boucle ouverte

Le multiplexage spatial en boucle ouverte a pour but de maximiser la capacité quand aucune connaissance du canal n'est disponible à l'émetteur, en exploitant la diversité spatiale. Par conséquent, la capacité maximale est obtenue pour une répartition de la puissance égale sur chacune des antennes. On applique alors un vecteur de pré-codage dont tous les termes valent $y_k = \frac{1}{\sqrt{N_T}}$. Des symboles distincts sont alors transmis sur chaque antenne d'émission.

Au niveau du récepteur, le signal est également reçu sur plusieurs antennes. Le récepteur doit alors se débarrasser de l'interférence entre antennes, qui augmente lorsque la corrélation entre les antennes augmente. Plusieurs techniques sont possibles pour atténuer les interférences (MMSE, ZF, SIC...). Cependant, plus la technique est performante, plus elle est complexe.

2.3.5 Codage Espace-Temps en bloc d'Alamouti

Pour les systèmes à deux antennes n'ayant pas de CSI à l'émission, Alamouti propose un codage espace-temps permettant d'exploiter la diversité spatiale [38]. Ce codage nécessite que le canal soit constant pendant au moins la durée de deux symboles. Il consiste à émettre lors de la première durée symbole le premier symbole d_1 sur la première antenne et le second symbole

d_2 sur la seconde antenne. Lors de la seconde durée symbole, le symbole $-d_2^*$ est émis sur la première antenne et le symbole d_1^* sur la seconde antenne.

Ce code est un code de rendement unitaire car il nécessite deux durées symboles pour émettre deux symboles. Il peut être représenté matriciellement par :

$$\underline{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} -d_2^* & d_1 \\ d_1^* & d_2 \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Ce code est orthogonal, car il vérifie $\underline{\mathbf{y}}^{\ddagger} = k\underline{\mathbf{I}}_2$, où $k \in \mathbb{R}$ et $\underline{\mathbf{I}}_2$ est la matrice identité :

$$\underline{\mathbf{y}}\underline{\mathbf{y}}^{\ddagger} = \begin{bmatrix} -d_2^* & d_1 \\ d_1^* & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -d_2 & d_1 \\ d_1^* & d_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |d_1|^2 + |d_2|^2 & 0 \\ 0 & |d_1|^2 + |d_2|^2 \end{bmatrix} = (|d_1|^2 + |d_2|^2)\underline{\mathbf{I_2}} \tag{2.25}$$

Au niveau du récepteur les symboles successifs reçus ont pour expressions $r_1 = h_1c_1 + h_2c_2 + n_1$ et $r_2 = h_2c_1^* - h_1c_2^* + n_2$. Ces symboles reçus peuvent être réécrits sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ -r_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ -h_2^* & h_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ -n_2^* \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{eq}} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ -n_2^* \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

En multipliant le vecteur de réception par $\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{eq}}{}^{\ddagger}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} &= \underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{eq}}{}^{\ddagger}\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{eq}} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{eq}}{}^{\ddagger} \begin{bmatrix} n_1 \\ -n_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^* & -h_2 \\ h_2^* & h_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ -h_2^* & h_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1' \\ n_2' \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} |h_1|^2 + |h_2|^2 & 0 \\ 0 & |h_1|^2 + |h_2|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1' \\ n_2' \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.27}$$

Les symboles reçus sont donc égaux aux symboles émis multipliés par la somme des modules au carrée des deux canaux. Si les modules des canaux suivent une loi de Rayleigh et sont indépendants l'un de l'autre, alors les symboles reçus suivent une loi de chi-2 à $2 \times N_T$ degrés de liberté. La diversité exploitée est alors de $N_T = 2$.

2.4 MIMO Multi-Utilisateurs (MU-MIMO)

Dans les systèmes SU-MIMO, il est possible d'adresser de multiples utilisateurs en les séparant soit en temps (TDMA : Time Division Multiple Acces), soit en fréquence (FDMA : Frequency Division Multiple Acces). La dimension spatiale est uniquement assignée à un utilisateur : pour un intervalle de temps donné et un intervalle de fréquence donné, l'émetteur ne va transmettre que vers un utilisateur (voir Figure 2.5). Par conséquent, l'utilisateur ayant la plus grande capacité sur une ressource de temps, fréquence et espace se verra allouer cette ressource. L'avantage de ce raisonnement est que la somme des capacités des utilisateurs est augmentée. Cependant, un utilisateur étant dans une mauvaise configuration peut ne pas être adressé pendant une longue durée. D'autre part, si le récepteur possède moins d'antennes que l'émetteur, la diversité spatiale n'est pas totalement exploitée car l'émetteur pourrait adresser un autre utilisateur avec ses antennes restantes. De plus, si les canaux entre l'émetteur et le récepteur visé sont corrélés, alors le rang de la matrice de canal est faible et les dimensions spatiales ne sont pas toutes exploitées.

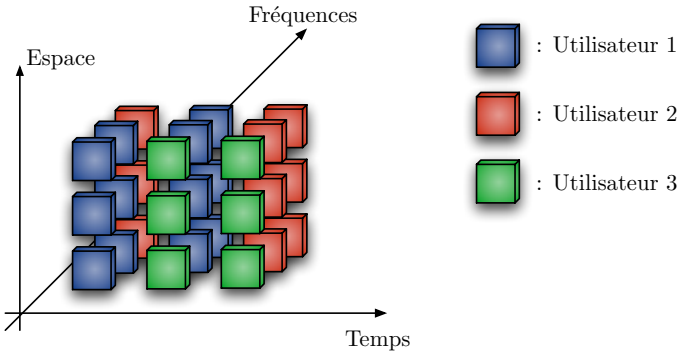

FIGURE 2.5 – Allocation de ressources pour trois utilisateurs dans un système SU-MIMO

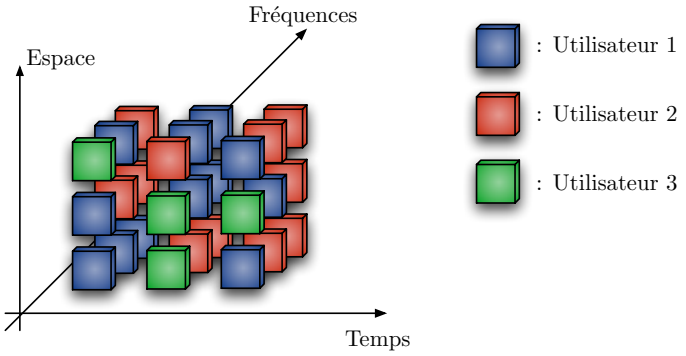

FIGURE 2.6 – Allocation de ressources pour trois utilisateurs dans un système MU-MIMO

Dans les systèmes MU-MIMO, les utilisateurs sont discriminés en temps (TDMA), en fréquence (FDMA) et en espace (SDMA : Space Division Multiple Access) : la dimension spatiale est maintenant allouée à plusieurs utilisateurs (voir Figure 2.6). Par conséquent, la diversité spatiale est pleinement exploitée dans ce cas.

Cela ne peut bien évidemment se faire que dans un système ayant la connaissance de chacun des canaux reliant les antennes de l'émetteur aux antennes des différents utilisateurs, *i.e.* en boucle fermée. Afin d'avoir la connaissance des canaux à l'émetteur, les récepteurs Rx envoient en premier lieu ces informations : c'est le lien montant ou Multiple Access Channel (MAC) (voir Figure 2.7). Dans ce cas, l'émetteur doit gérer l'interférence inter utilisateurs de la même manière que dans le cas SU-MIMO. La contrainte de puissance se situe dans ce cas sur chacun des récepteurs. La difficulté principale lors de cette étape est de planifier la transmission de chacun des récepteurs.

Après avoir obtenu les informations sur les canaux, les signaux pour chaque récepteur sont envoyés. C'est le lien descendant, ou Broadcast Channel (BC) (voir Figure 2.8). La contrainte de puissance est maintenant la somme des puissances de tous les signaux. La principale difficulté est encore la planification des émissions, mais surtout le pré-codage afin de séparer les utilisateurs.

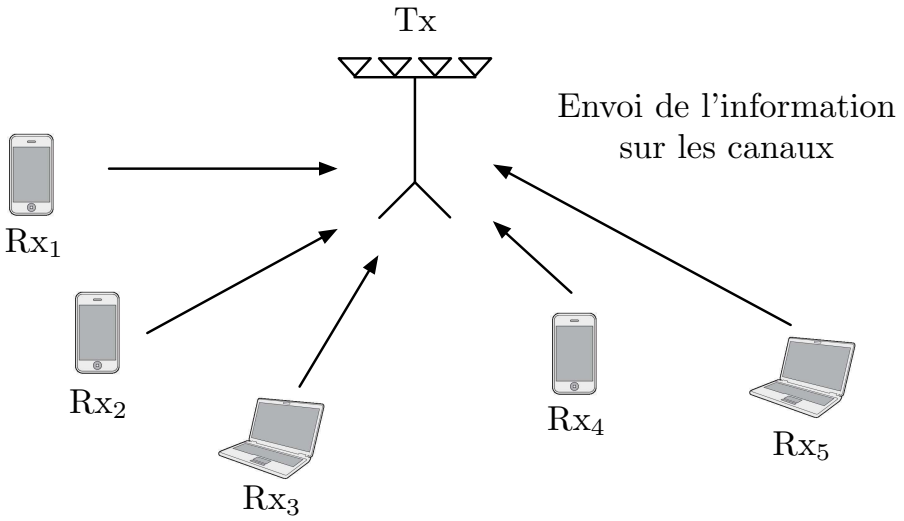

Figure 2.7 – Lien montant d'un système MU-MIMO

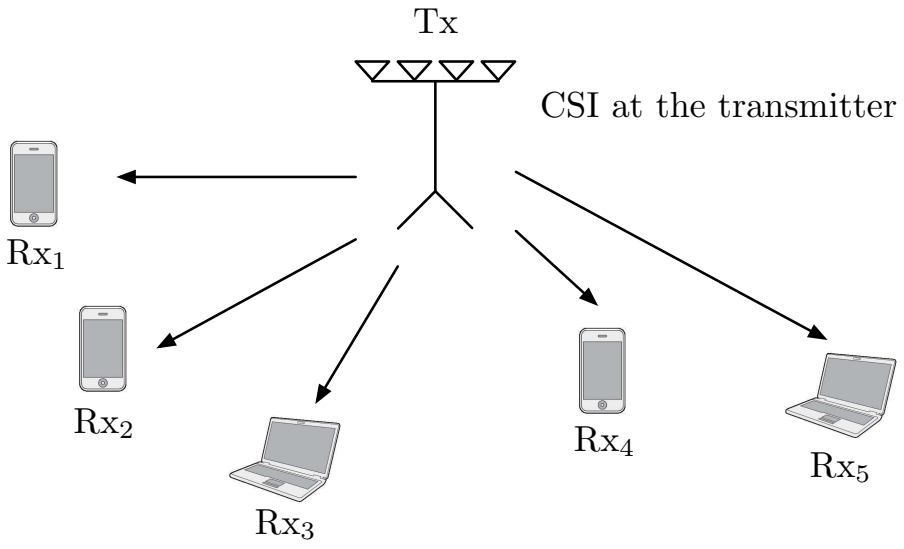

Figure 2.8 – Lien descendant d'un système MU-MIMO

Chapitre 3

Le Retournement Temporel dans un système OFDM

Sommaire

3.1 Système OFDM 33
3.2 Implémentation du RT dans le domaine temporel 36
3.3 Implémentation du RT dans le domaine fréquentiel 37
3.4 EGT-OFDM : une technique de type RT 37
3.5 Synchronisation d'un système de type RT-OFDM 38
3.5.1 Synchronisation dans le cas d'un Préfixe Cyclique Double 39
3.5.2 Synchronisation dans le cas d'un Préfixe et d'un Suffixe Cycliques . 40
3.5.3 Synchronisation de la fenêtre FFT 41
3.6 Dimensionnement de l'Intervalle de Garde 42
3.7 Conclusion 45

Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions la manière de combiner le RT avec un système OFDM. Nous montrons que le RT peut être mis en oeuvre soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine fréquentiel.

De plus, le RT apporte des conditions sur le canal équivalent qui vont permettre de concevoir des récepteurs simplifiés au niveau de la synchronisation, mais aussi de la détection des symboles. Enfin, nous étudions le dimensionnement de l'intervalle de garde pour un système utilisant la combinaison RT-OFDM.

3.1 Système OFDM

La modulation Orthogonal Frequency Division Multiplex (OFDM) a été proposée pour la première fois dans les années 60 par Chang [45]. Ce principe permet de s'affranchir de la sélectivité fréquentielle d'un canal. En effet, lorsque le canal d'une transmission monoporteuse n'est pas constant dans la bande du signal, ce dernier se retrouve très perturbé et nécessite alors une étape d'égalisation en réception pouvant être complexe et coûteuse.

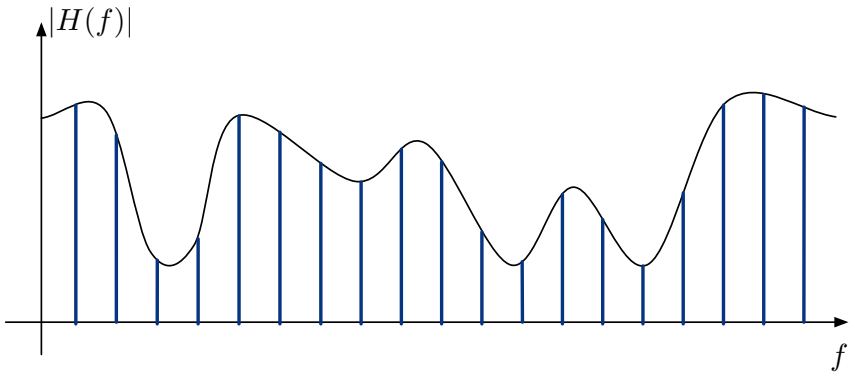

FIGURE 3.1 – Exemple de module d'un canal sélectif en fréquence et division en sous-bandes inférieures à la bande de cohérence du canal B_{coh}

L'OFDM a alors pour principe de découper la bande du signal en N_{FFT} sous-bandes inférieures à la bande de cohérence du canal B_{coh} afin d'obtenir un canal non sélectif sur chaque sous-bande (voir Figure 3.1). Chaque sous-bande contient une sous-porteuse à la fréquence f_m contenant un flux de symboles de durée $T = N_{FFT}.T_s$, où T_s est la durée des symboles avant modulation. L'orthogonalité entre les sous-porteuses est assurée par la fonction de mise en forme $\phi_m(t) = \Pi_T(t)e^{j2\pi f_m t}$, où $n \in \{0, 1, \dots N_{FFT} - 1\}$ représente l'indice de la sous-porteuse et $\Pi_T(t)$ représente la fonction porte de durée T.

La principale difficulté d'un tel système réside dans la réalisation des bancs de filtre à l'émission et à la réception

Afin de réaliser un modulateur OFDM plus simple, il a été mis en évidence que cette chaîne de transmission peut se réaliser de manière numérique à l'aide d'une Transformée de Fourier Rapide Inverse (IFFT : Inverse Fast Fourier Tranform) [46] (voir Figure 3.2).

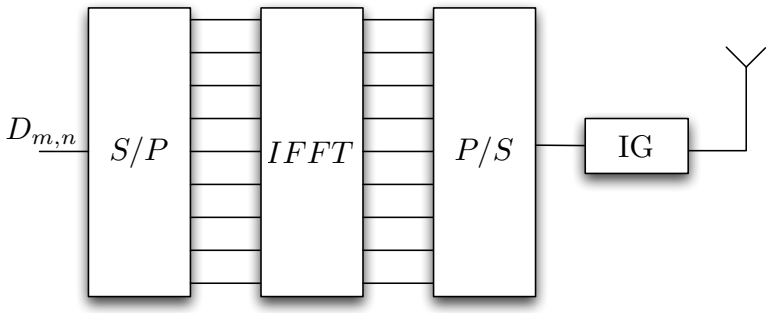

FIGURE 3.2 – Modulateur OFDM à base de FFT

Cependant, contourner la sélectivité fréquentielle du canal en divisant la bande ne résout pas tous les problèmes liés au canal. En effet, les dispersions en temps du canal, génératrices d'IES, doivent être compensées. Pour réaliser cette opération, un Intervalle de Garde (IG) de longueur Δ supérieure à la durée du canal L_h est inséré entre les symboles OFDM (voir Figure 3.3).

FIGURE 3.3 – Symboles OFDM avec insertion d'un Intervalle de Garde

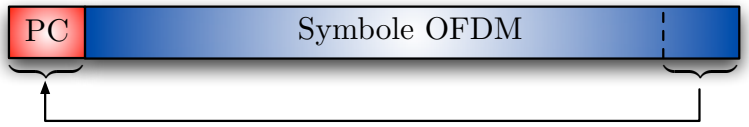

FIGURE 3.4 – Symbole OFDM avec Préfixe Cyclique

Le symbole OFDM émis $\mathbf{e}$ peut alors s'écrire :

$$\mathbf{e} = [\underbrace{\tilde{e}_0, \tilde{e}_1, \ldots, \tilde{e}_{\Delta-1}}_{\text{Intervalle de Garde}}, \underbrace{e_0, e_1, \ldots, e_{N_{FFT}-1}}_{\text{Partie utile du symbole}}] \tag{3.1}$$

Cet IG peut être un simple temps de pause entre deux symboles et est alors rempli uniquement de zéros : c'est le Zero Padding (ZP). Cependant, la matrice de canal équivalent dans ce cas n'est pas circulante et l'opération de FFT sur le signal reçu génère alors de l'interférence entre porteuses.

Pour résoudre ce problème, la solution classiquement utilisée consiste à recopier la fin du symbole OFDM dans l'IG afin de créer un Préfixe Cyclique (PC) (voir Figure 3.4).

Ainsi le signal émis devient :

$$\mathbf{e} = [\underbrace{e_{N_{FFT}-\Delta+2}, e_{N_{FFT}-\Delta+1}, \ldots, e_{N_{FFT}-1}}_{\text{Prefixe Cyclique}}, \underbrace{e_0, e_1, \ldots, e_{N_{FFT}-1}}_{\text{Partie utile du symbole}}] \tag{3.2}$$

En écrivant la version discrète du canal à la fréquence d'échantillonnage du système $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \ldots, h_{L_h-1}]$, les échantillons du symbole reçu ont pour expression :

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \underline{\mathbf{h}}\mathbf{e}^T, \text{ avec} \\ \underline{\mathbf{h}} &= \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \ldots & & 0 & h_{L_h-1} & h_{L_h-2} & \ldots & & h_1 \\ h_1 & h_0 & 0 & \ldots & & 0 & h_{L_h-1} & h_{L_h-2} & \ldots & h_2 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 & \ldots & & 0 & h_{L_h-1} & h_{L_h-2} & \ldots & h_3 \\ \vdots & & & & & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & & & \ldots & & h_{L_h-1} & h_{L_h-2} & \ldots & h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & & & \ldots & & 0 & h_{L_h-1} & h_{L_h-2} & \ldots & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.3}$$

Dans ce cas, la matrice de canal $\underline{\mathbf{h}}$ est circulante et l'opération de FFT n'apporte pas d'interférence entre porteuses. Une égalisation à un coefficient par sous-porteuse est alors réalisable. Le symbole reçu $R_{m,n}$ a alors pour expression :

$$R_{m,n} = H_{m,n}D_{m,n} + N_{m,n} \tag{3.4}$$

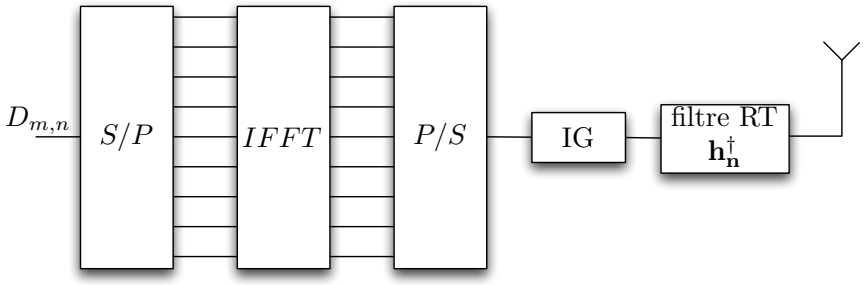

FIGURE 3.5 – Système OFDM utilisant le Retournement Temporel dans le domaine temporel

où $H_{m,n}$ est le coefficient de canal affectant la m-ème sous-porteuse du n-ème symbole OFDM, $D_{m,n}$ est le symbole émis sur cette même sous-porteuse et $N_{m,n}$ est le terme de bruit blanc additif Gaussien associé à la m-ème sous-porteuse du n-ème symbole OFDM. Après une égalisation de type ZF (Zero Forcing), le symbole est retrouvé au terme de bruit près :

$$R_{m,n} = D_{m,n} + \frac{N_{m,n}}{H_{m,n}} \tag{3.5}$$

3.2 Implémentation du RT dans le domaine temporel

Le RT peut s'appliquer à un système OFDM en utilisant le filtre $\mathbf{h_n}^\dagger = [h^*_{L_h-1}, \ldots, h^*_1, h^*_0]$ qui correspond au canal discret retourné dans le temps et conjugué pour le n-ème symbole OFDM (voir Figure 3.5). Afin d'émettre sur le canal avec une puissance constante quel que soit le système, ce filtre est normalisé comme habituellement pour tout filtre de précodage.

En raison de l'opération de convolution linéaire, les symboles OFDM subissent un canal équivalent $\mathbf{h_{eq}} = \mathbf{h}_n^\dagger \otimes \mathbf{h}_n$ deux fois plus long que la taille du canal initial L_h. Par conséquent, la durée de l'IG devrait être au moins égale à $2L_h - 1$.

On pose $\mathbf{H} = \{H_{m,n}\}$ (respectivement $\mathbf{H}^\dagger = \{H^*_{m,n}\}$) le vecteur de taille N_{FFT} représentant la version fréquentielle de la RI du canal obtenue en réalisant une FFT sur N_{FFT} points de $\mathbf{h}_n$ (respectivement $\mathbf{h}_n^\dagger$). L'élément $H_{m,n}$ est alors l'évanouissement de canal complexe sur la m-ème sous-porteuse du n-ème symbole OFDM.

En considérant une synchronisation parfaite et un IG correctement dimensionné, de taille $2L_h - 1$, la propriété de circularité de la FFT résulte en une multiplication point à point dans le domaine fréquentiel. Ainsi, le symbole reçu sur la m-ème sous-porteuse du n-ème symbole OFDM a pour expression :

$$\begin{aligned} R_{m,n} &= H^*_{m,n} H_{m,n} D_{m,n} + N_{m,n} \\ &= |H_{m,n}|^2 D_{m,n} + N_{m,n} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Ainsi, sous l'hypothèse d'une synchronisation parfaite, le terme de canal est donc purement réel et les symboles arrivent en phase, au terme de bruit près. Dans le cas d'une modulation Binary Phase Shift Keying (BPSK) ou Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) sans codage de canal, le récepteur nécessite alors uniquement un détecteur à seuil.

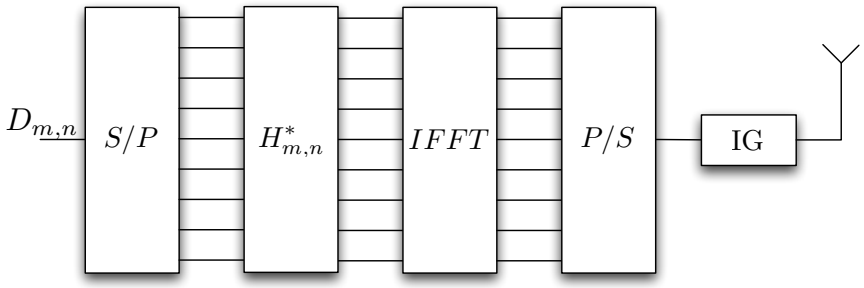

FIGURE 3.6 – Système OFDM utilisant le Retournement Temporel dans le domaine fréquentiel

3.3 Implémentation du RT dans le domaine fréquentiel

Il est également possible d'appliquer le RT dans le domaine fréquentiel, comme le montre la Figure 3.6. Cette opération est réalisée en pré-codant les symboles sur chaque sous-porteuse par les coefficients du canal conjugué obtenus à partir de la RI du canal dans le domaine fréquentiel par la transformée de Fourier. Ainsi, les symboles transmis deviennent $D'_{m,n} = H^*_{m,n} D_{m,n}$. De même que précédemment, le filtre $\mathbf{H}_n = [H_{0,n}, H_{1,n}, \ldots, H_{N_{FFT}-1}]$ est normalisé. Ainsi, la puissance instantanée varie d'une sous-porteuse à l'autre tandis que la puissance totale émise est normalisée.

En raison de l'opération d'IFFT, le précodage réalisé dans l'espace des fréquences se traduit par une convolution circulaire dans le domaine temporel. Les symboles OFDM vont donc subir un canal équivalent de longueur égale au canal initial L_h. Par conséquent, la longueur de l'IG doit seulement être supérieur ou égale à L_h contrairement au cas précédent.

En considérant une synchronisation parfaite et un IG correctement dimensionné, le symbole reçu après la suppression de l'intervalle de garde et l'opération de FFT a donc pour expression :

$$\begin{aligned} R_{m,n} &= H_{m,n} D'_{m,n} + N_{m,n} \\ &= H_{m,n} H^*_{m,n} D_{m,n} + N_{m,n} \\ &= |H_{m,n}|^2 D_{m,n} + N_{m,n} \end{aligned} \tag{3.7}$$

L'expression du symbole reçu est alors identique à celle obtenue dans le cas de l'implémentation du RT dans le domaine temporel (voir 3.2). Par conséquent, et comme illustré dans la Figure 3.7, la RI du canal équivalent garde les mêmes propriétés de focalisation.

3.4 EGT-OFDM : une technique de type RT

Comme rappelé dans la partie 2.3.3, la technique EGT permet de transmettre avec un gain constant sur des canaux plats dans un système MIMO. Or en utilisant l'OFDM, un canal sélectif en fréquence est divisé en sous-bandes non sélectives. Appliquer l'EGT dans un système MISO (et donc SISO) consiste à appliquer un vecteur de pré-codage dont les éléments valent $v_k = \frac{1}{N_T} e^{-j\phi_{h_k}}$. Par conséquent, dans un système OFDM, cela revient à appliquer le pré-codage suivant sur la sous-porteuse d'indice m (voir Figure 3.8) :

$$v_{m,n} = \frac{H_{m,n}}{|H_{m,n}|} = e^{j\phi_{H^*_{m,n}}} = e^{-j\phi_{H_{m,n}}} \tag{3.8}$$

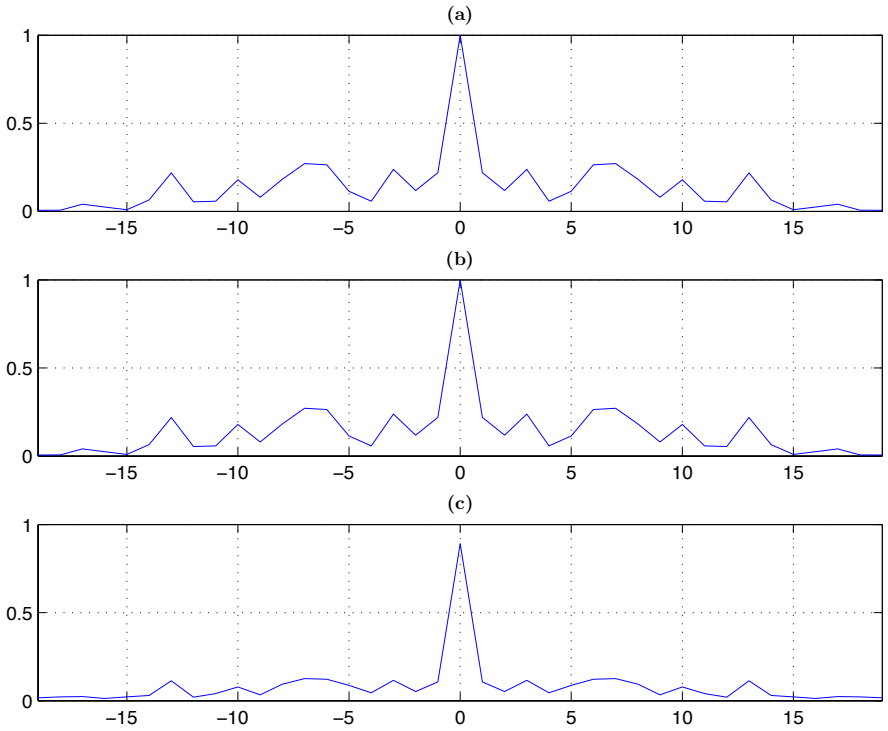

FIGURE 3.7 – Canal équivalent pour une transmission de type RT-OFDM dans le domaine temporel **(a)**, dans le domaine fréquentiel **(b)** et pour une transmission avec EGT **(c)**

où $\phi_{H_{m,n}}$ (respectivement $\phi_{H^*_{m,n}}$) est la phase de $H_{m,n}$ (respectivement $H^*_{m,n}$). Contrairement au cas précédent 3.3, la puissance instantanée émise sur chaque sous-porteuse étant unitaire, ce pré-codage ne nécessite pas de normalisation.

En considérant un IG de durée supérieure ou égale à L_h, le symbole reçu devient alors :

$$\begin{aligned} R_{m,n} &= H_{m,n}e^{-j\phi_{H_{m,n}}}D_{m,n} + N_{m,n} \\ &= |H_{m,n}|D_{m,n} + N_{m,n} \end{aligned} \tag{3.9}$$

On remarque donc qu'appliquer l'EGT dans ce contexte revient à appliquer le RT en pondérant sur chaque sous-porteuse par le module du coefficient de canal. Comme dans le cas du RT appliqué à l'OFDM, on observe la propriété de focalisation temporelle (voir Figure 3.7), même si l'amplitude du pic central diminue légèrement. Cela est dû au fait que le canal équivalent n'est pas l'exacte autocorrélation du canal $\mathbf{h}_n$. De plus, le canal équivalent est toujours purement réel dans l'espace des fréquences et sa valeur est simplement le module du terme de canal, contrairement au module au carré obtenu dans le cas précédent 3.3. Nous verrons plus tard que ceci va permettre une meilleure exploitation de la diversité (voir 4.2.2.2). Les règles de synchronisation présentées dans la suite vont également s'appliquer à ce système.

3.5 Synchronisation d'un système de type RT-OFDM

Dans un système utilisant le RT, le canal équivalent de la transmission est l'autocorrélation du canal reliant l'antenne d'émission à l'antenne de réception. Cela suppose donc que le canal

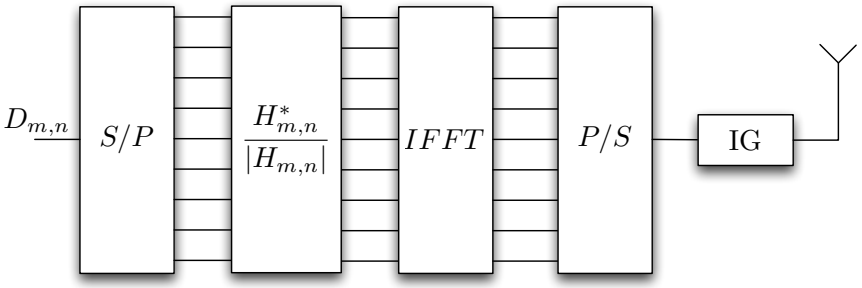

FIGURE 3.8 – Système OFDM utilisant la technique EGT

équivalent soit deux fois plus long que le canal initial, et que son module est composé d'un pic d'amplitude central entouré de lobes secondaires, comme le montre la Figure 3.7. Le module du canal étant différent en raison de l'ajout du RT au système, la conception de l'IG doit alors être étudiée.

En effet, dans un système classique PC-OFDM, le récepteur se synchronise sur le premier trajet du canal, comme décrit sur la Figure 3.9. Ainsi, le canal vu par le récepteur est circulant, ce qui se traduit, grâce à l'opération de FFT, par une multiplication point à point dans le domaine fréquentiel, autorisant ainsi une égalisation à un coefficient par sous-porteuse.

Lorsque l'on implémente le RT dans un système OFDM, deux stratégies sont possibles : un PC de longueur double ou un PC et un Suffixe Cyclique (SC) comme proposé dans [47]. Le canal équivalent est noté :

$$\mathbf{g} = \{g_{-L_h+1}, g_{-L_h+2}, \ldots, g_{-1}, g_0, g_1, \ldots, g_{L_h-2}, g_{L_h-1}\} \tag{3.10}$$

avec g_0 représentant le pic central du canal. De plus, $\mathbf{g}$ étant l'autocorrélation de $\mathbf{h}$, la relation suivante relie ses échantillons : $g_{-k} = g_k^*$. Le canal peut donc être réécrit comme :

$$\mathbf{g} = \{g^*_{L_h-1}, g^*_{L_h-2}, \ldots, g^*_1, g_0, g_1, \ldots, g_{L_h-2}, g_{L_h-1}\} \tag{3.11}$$

3.5.1 Synchronisation dans le cas d'un Préfixe Cyclique Double

En utilisant un Préfixe Cyclique de longueur double, si le récepteur se synchronise sur l'échantillon principal du canal (voir Figure 3.10), alors la matrice n'est pas circulante, et de l'Interférence Entre Symboles (IES) apparaît. Dans ce cas, la matrice de canal équivalent est égale à :

$$\underline{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} g_0 & g_1^* & \cdots & g^*_{L_h-1} & 0 & \cdots & & 0 & g_{L_h-1} & \cdots & g_2 & g_1 \\ g_1 & g_0 & g_1^* & \cdots & g^*_{L_h-1} & 0 & \cdots & & 0 & g_{L_h-1} & \cdots & g_2 \\ \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & & \cdots & & 0 & g_{L_h-1} & \cdots & & & g_1 & g_0 & g_1^* \\ 0 & & \cdots & & & 0 & g_{L_h-1} & \cdots & & & g_1 & g_0 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Par conséquent, le récepteur doit décaler la fenêtre de la FFT de la moitié de la taille du PC, afin de placer l'échantillon principal du canal au centre du PC comme représenté sur la Figure 3.11. La matrice de canal devient alors circulante, et l'IES est évitée :

$$\underline{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} g^*_{L_h-1} & 0 & \cdots & & g_{L_h-1} & \cdots & g_0 & \cdots & g^*_{L_h-3} & g^*_{L_h-2} \\ g^*_{L_h-2} & g^*_{L_h-1} & 0 & \cdots & & g_{L_h-1} & \cdots & g_0 & \cdots & g_{L_h-3} \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & g_{L_h-1} & \cdots & g_0 & \cdots & g^*_{L_h-2} & g^*_{L_h-1} & 0 \\ 0 & & \cdots & 0 & g_{L_h-1} & \cdots & g_0 & \cdots & g^*_{L_h-2} & g^*_{L_h-1} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

Cependant, en réalisant ce décalage, le récepteur introduit un décalage temporel sur le canal, car l'échantillon principal est placé au milieu du PC. Par conséquent, une rotation de phase apparaît dans le domaine fréquentiel, ce qui nécessite une compensation. Cette rotation de phase dépend de la valeur du décalage $\eta = \frac{\Delta}{2}$ et de la fréquence, et par conséquent de l'indice de sous-porteuse :

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi\eta f \\ &= 2\pi\eta \frac{m}{N_{FFT}} \end{aligned} \tag{3.14}$$

où m est l'indice de sous-porteuse.

Le récepteur doit donc appliquer cette correction de phase pour compenser le décalage temporel et annuler la phase du canal.

3.5.2 Synchronisation dans le cas d'un Préfixe et d'un Suffixe Cycliques

La seconde stratégie pour réaliser l'IG consiste à réaliser un PC de même longueur que dans le cas d'un système PC-OFDM classique, et d'ajouter un Suffixe Cyclique, qui est la recopie des premiers échantillons du symbole OFDM, comme proposé dans [47]. Ainsi, le symbole émis devient :

$$\mathbf{e} = [\underbrace{e_{N_{FFT}-\Delta+2}, \ldots, e_{N_{FFT}-1}}_{\text{Prefixe Cyclique}}, \underbrace{e_0, e_1, \ldots, e_{N_{FFT}-1}}_{\text{Partie utile du symbole}}, \underbrace{e_0, \ldots, e_{\Delta-1}}_{\text{Suffixe Cyclique}}] \tag{3.15}$$

Dans ce cas, le récepteur se synchronise de la même manière que dans un système PC-OFDM classique, c'est à dire sur l'échantillon le plus important du canal. Cependant, la FFT est maintenant réalisée après avoir supprimé le PC et les premiers échantillons de la partie utile du symbole OFDM, qui correspondent au SC (voir Figure 3.12). La matrice de canal équivalent est donc la même que dans le cas précédent et la circularité est donc conservée. De plus, la fenêtre de la FFT est décalée d'un temps $-\eta$, qui est l'opposé du décalage du canal. Par conséquent, la rotation de phase due au décalage du canal est naturellement compensée par celle induite par le décalage de la fenêtre FFT. Ainsi, dans ce cas, aucune compensation de phase ne doit être réalisée en réception.

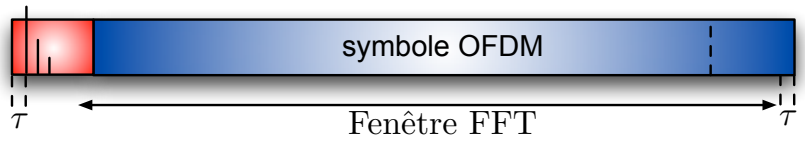

FIGURE 3.9 – Synchronisation d'un symbole CP-OFDM dans un système sans retournement temporel

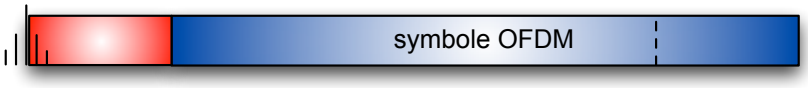

FIGURE 3.10 – Synchronisation de l'échantillon de puissance maximale du canal sur le début du double préfixe cyclique dans un système OFDM avec retournement temporel

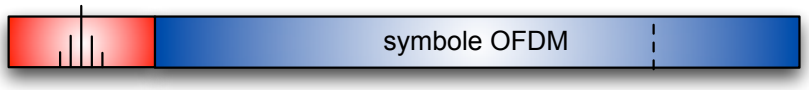

FIGURE 3.11 – Synchronisation de l'échantillon de puissance maximale du canal sur le milieu du double préfixe cyclique dans un système OFDM avec retournement temporel

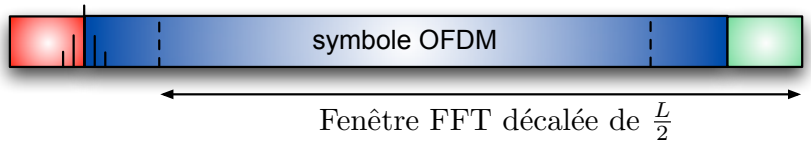

FIGURE 3.12 – Synchronisation de l'échantillon de puissance maximale du canal sur la fin du préfixe cyclique dans un système OFDM avec retournement temporel

3.5.3 Synchronisation de la fenêtre FFT

Un des principaux avantages de la combinaison du RT avec l'OFDM est le canal purement réel à la réception qui permet de concevoir un récepteur simple même pour des systèmes MISO. L'autre avantage de ce canal réel est la synchronisation du récepteur. En effet, si le récepteur n'est pas parfaitement synchronisé, un terme de phase apparaît dans le domaine fréquentiel. Ce terme de phase est proportionnel au décalage temporel et à la fréquence par la transformée de Fourier comme illustré sur la Figure 3.13 :

$$TF[\delta(t-\tau)] = e^{-j2\pi\tau f} \tag{3.16}$$

Dans ce schéma, $G(f)$ est la transformée de Fourier du canal équivalent du système $g(t)$, τ est l'erreur de synchronisation du récepteur et f représente la fréquence.

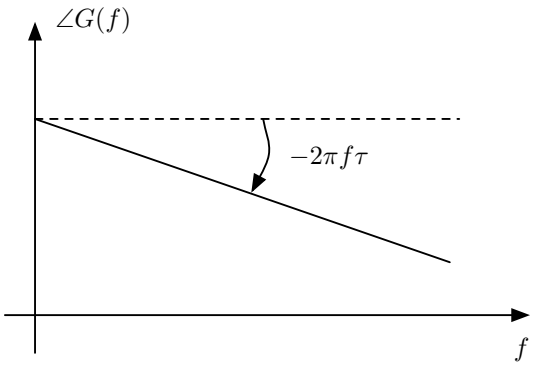

FIGURE 3.13 – Phase du canal équivalent dans le domaine fréquentiel dans le cas d'une mauvaise synchronisation symbole

En plaçant des symboles pilotes c_p sur certaines sous-porteuses des symboles OFDM, on peut déduire la phase du canal sur chacune des sous-porteuses contenant un symbole pilote. Ensuite, par une régression linéaire, il est possible de déduire la pente de la phase en fonction de la fréquence, et d'en déduire ainsi l'erreur de synchronisation. Le récepteur peut ensuite corriger la synchronisation à partir de cette donnée.

Sur une sous-porteuse contenant un symbole pilote, le récepteur reçoit alors :

$$r_m = |H_m|^2 c_p e^{j\theta} + n \tag{3.17}$$

avec $\theta = -2\pi f_m \tau$ et f_m, la fréquence de la sous-porteuse concernée. En divisant le symbole reçu par le symbole pilote émis, connu du récepteur, on obtient :

$$\frac{r_m}{c_p} = \frac{|H_m|^2 c_p e^{j\theta} + n}{c_p} = |H_m|^2 e^{j\theta} + n' \tag{3.18}$$

On en déduit ainsi l'écart de phase sur la sous-porteuse concernée :

$$\hat{\theta} = \underline{/|H_m|^2 e^{j\theta} + n'} = \theta + n'' \tag{3.19}$$

Or l'angle θ est relié au retard τ par la relation $\theta = -2\pi f_m \tau$. On en déduit ainsi une estimation du retard grâce à la sous-porteuse m :

$$\hat{\tau}_m = -\frac{\theta + n''}{2\pi f_m} \tag{3.20}$$

En calculant la moyenne du retard estimé sur chacune des sous-porteuses contenant un symbole pilote, on en déduit le retard qui est ensuite corrigé par le récepteur.

3.6 Dimensionnement de l'Intervalle de Garde

Comme il a été montré dans la partie 3.2, l'intervalle de garde doit être théoriquement deux fois plus grand dans le cas d'une implémentation dans le domaine temporel que dans le cas classique PC-OFDM, et de même longueur dans le cas de l'implémentation dans le domaine fréquentiel. Il a été cependant montré que le RT diminue le delay spread du canal [48] et par

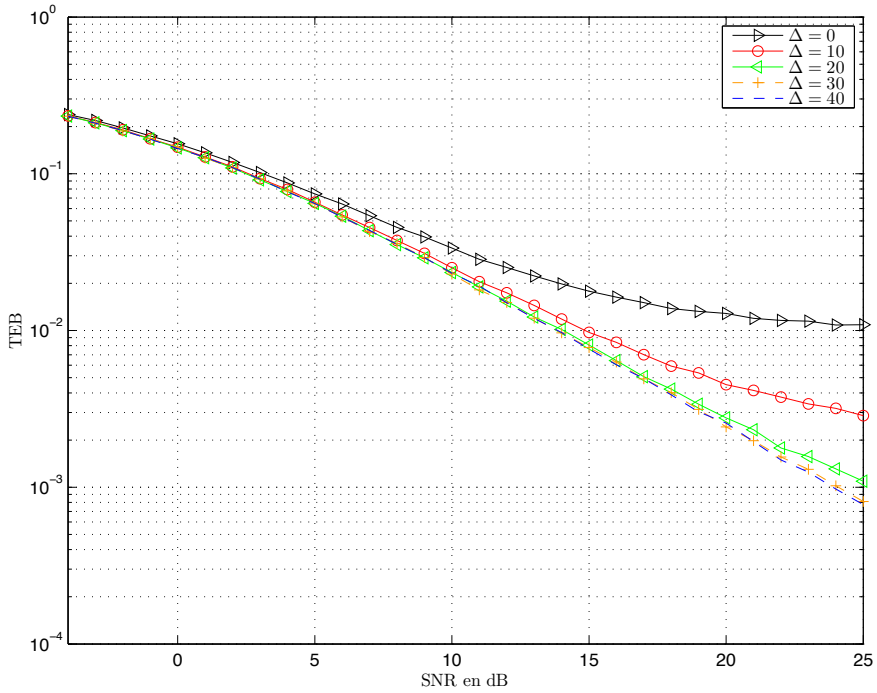

FIGURE 3.14 – Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système classique PC-OFDM en fonction de la taille de l'IG Δ

conséquent, que l'IG devrait pouvoir être plus court dans le cas RT-OFDM que dans le cas classique PC-OFDM.

Afin de démontrer ces résultats, des simulations de Monte Carlo sont réalisées. Le système OFDM comporte 256 sous-porteuses et les symboles émis sont des symboles QPSK. Le canal simulé est un canal de type BranA [49], modèle utilisé pour les réseaux HIPERLAN/2, dans des scenarios indoor. Un tirage de Rayleigh sur chacun des trajets du canal est réalisé afin de générer une infinité de canaux différents découlant de ce modèle. Pour chaque tirage de canal, le Taux d'Erreurs Binaire (TEB) est estimé pour un SNR donné. Une moyenne est ensuite réalisée sur un grand nombre de canaux afin d'obtenir le TEB moyen. Les résultats sont affichés en fonction du SNR et non du rapport E_b/σ_n^2 (rapport entre l'énergie par bit et la puissance de bruit) afin que seules les différences de performance liées à la longueur de l'IG conjuguée à l'effet du canal soient prises en compte, sans la perte en efficacité spectrale liée à l'introduction de l'IG.

Le signal occupe la bande totale du canal, soit $W = W_{ch} = 100$MHz. A cette fréquence d'échantillonnage, ce modèle de canal comporte alors 40 échantillons. Dans le cas classique PC-OFDM, l'IG doit alors avoir une longueur d'au moins $\Delta = 40$. Or, on peut observer sur la Figure 3.14, que les performances optimales obtenues pour $\Delta = 40$ le restent jusqu'à une taille $\Delta = 20$ à partir de laquelle les performances se dégradent. Ainsi, afin d'avoir la même efficacité spectrale, les systèmes RT-OFDM devront pouvoir conserver leurs performances optimales pour cette même taille d'IG.

Dans le cas de l'implémentation dans le domaine temporel, l'IG doit théoriquement alors avoir une longueur de $\Delta = 79$. Les performances lors de l'implémentation d'un PC doublé et de l'implémentation d'un PC et d'un SC étant identiques, les résultats sont présentés uniquement

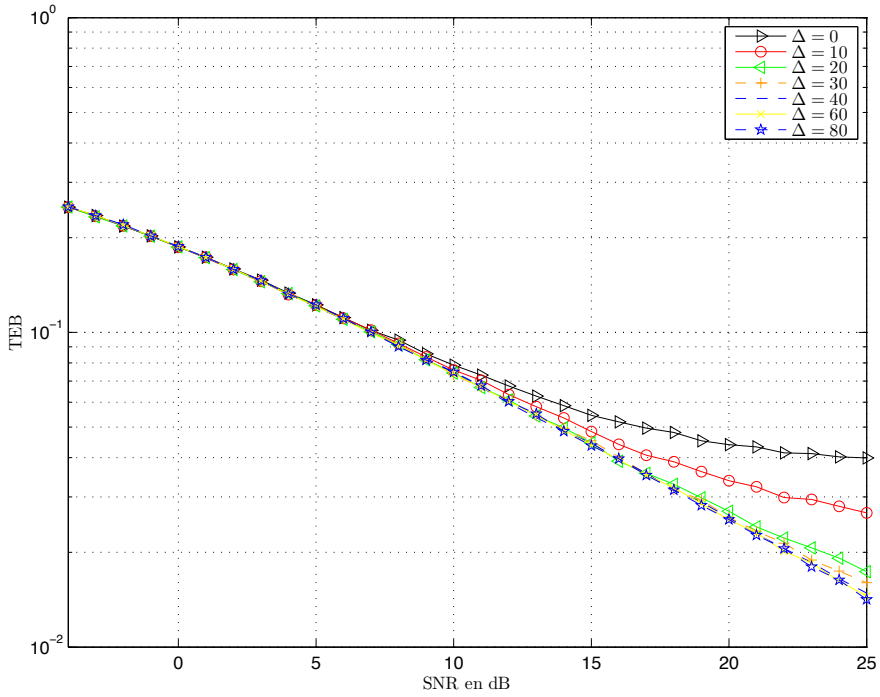

FIGURE 3.15 – Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système RT-OFDM avec implémentation de RT dans le domaine temporel en fonction de la taille de l'IG Δ

pour une seule des deux implémentations.

Les résultats pour le système RT-OFDM avec implémentation dans le domaine temporel pour un IG de taille $\Delta = 80$ représentent donc les performances optimales dans ce cas. On peut observer sur la Figure 3.15 que ces performances restent identiques pour une taille d'IG réduite jusqu'à $\Delta = 20$. Ainsi, un système RT-OFDM restera optimal en terme de TEB pour un intervalle de garde de longueur égale au cas PC-OFDM. Le système RT-OFDM conserve alors la même efficacité spectrale que le système classique.

De même dans le cas de l'implémentation en fréquence, les mêmes observations peuvent être faites à partir des performances optimales obtenues pour un IG de taille $\Delta = 40$ (voir Figure 3.16). De plus, on peut vérifier sur ces courbes que les performances obtenues dans ce cas sont identiques à celles obtenues dans le cas de l'implémentation dans le domaine temporel, ce qui vérifie l'équivalence des deux systèmes en terme de performances.

Enfin, dans le cas EGT-OFDM, on obtient les mêmes performances que dans le cas classique OFDM (voir Figure 3.17). Cela s'explique par le fait que le SNR en réception possède la même expression, ce qui mène au même TEB moyen.

Il doit être noté que les performances des systèmes SISO TR-OFDM sont inférieures aux performances du système SISO PC-OFDM. Ces différences de performances seront détaillées et expliquées dans le chapitre 4.

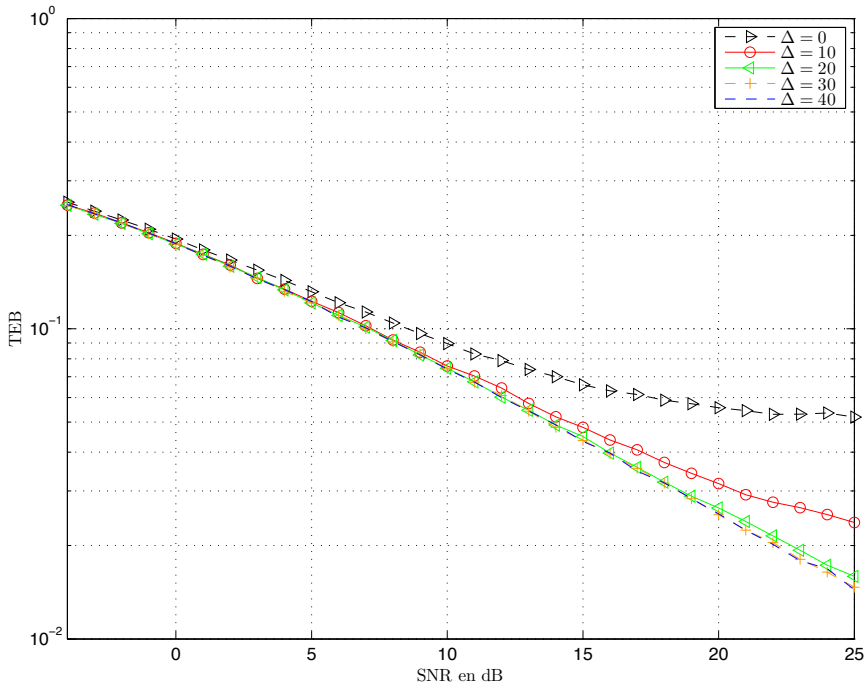

FIGURE 3.16 – Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système RT-OFDM avec implémentation de RT dans le domaine fréquentiel en fonction de la taille de l'IG Δ

3.7 Conclusion

Dans cette partie, la combinaison du RT avec l'OFDM a été présentée. Il est possible de l'implémenter dans le domaine temporel en ajoutant un filtre après l'ajout de l'intervalle de garde. Ce filtre correspond alors à la réponse impulsionnelle du canal conjuguée et retournée dans le temps. Le canal équivalent étant à présent l'autocorrélation de la réponse impulsionnelle du canal, alors l'intervalle de garde doit être théoriquement deux fois plus long dans ce cas.

La seconde implémentation possible consiste à réaliser un précodage dans le domaine fréquentiel. Ce précodage se réalise en appliquant le conjugué de la version fréquentielle du canal sur chaque sous-porteuse avant l'IFFT. Ainsi, l'intervalle de garde nécessite uniquement d'être aussi long que le canal, comme dans le cas classique, tout en gardant les avantages du RT.

De plus, le signal reçu après la suppression de l'intervalle de garde possède la même expression dans les deux cas. Les symboles ainsi reçus sont donc affectés par un coefficient de canal purement réel, ce qui facilite la réception, car les symboles conservent leur phase d'origine. Dans le cas d'une émission de symboles issus d'une constellation QPSK, un simple détecteur à seuil suffit.

Cependant, la forme de la réponse impulsionnelle du canal étant symétrique par rapport au pic d'amplitude, le processus de synchronisation doit être légèrement modifié. Deux solutions s'offrent alors :

– Un intervalle de garde deux fois plus long en plaçant le pic principal du canal au milieu de l'intervalle de garde et en compensant la rotation de phase induite par ce décalage temporel.

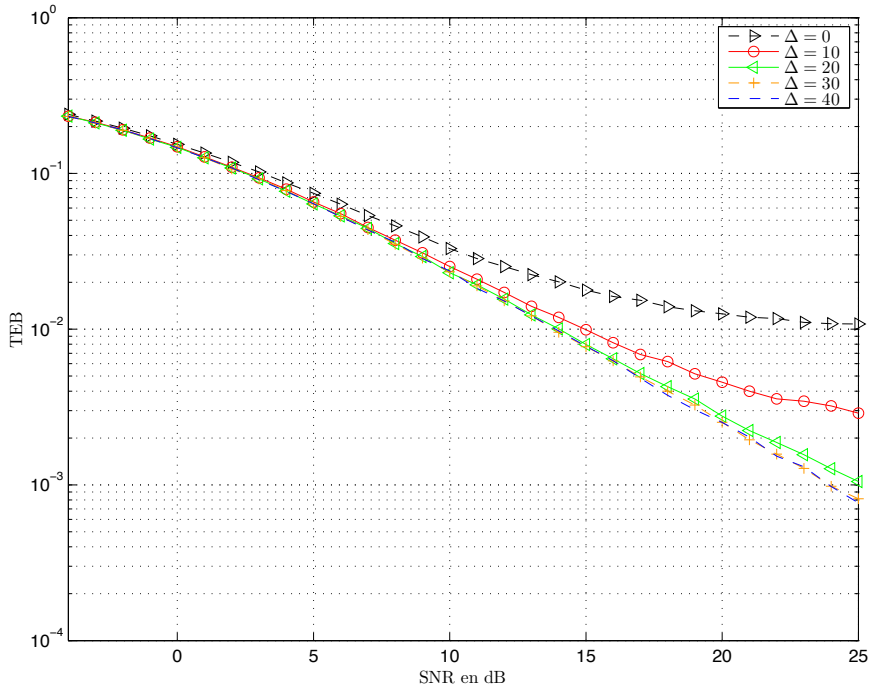

FIGURE 3.17 – Taux d'erreurs binaire moyen en fonction du SNR pour un système EGT-OFDM en fonction de la taille de l'IG Δ

– Un préfixe cyclique et un suffixe cyclique en plaçant le pic principal du canal à la fin de l'intervalle de garde et en décalant l'opération de FFT de la longueur de l'intervalle de garde, ce qui compense naturellement la rotation de phase due au décalage temporel du canal, comme proposé dans [47].

D'autre part, il a été montré que la combinaison du RT avec l'OFDM permet de réaliser une synchronisation de manière plus simple. En effet, le canal étant purement réel dans le domaine fréquentiel, si une erreur de synchronisation est faite, alors le canal possèdera une phase non nulle. En retrouvant la valeur de cette phase, il est possible d'en déduire le décalage temporel et ainsi de corriger la synchronisation.

Enfin, il a été montré que la taille de l'IG, qui doit être théoriquement deux fois plus grande que dans le cas classique, dans le cas de la mise en oeuvre du RT dans le domaine temporel, pouvait être réduite dans les mêmes proportions que dans le système sans RT, permettant d'avoir la même efficacité spectrale dans les deux cas.

Ces travaux ont fait l'objet d'une publication dans une conférence internationale [50].

De plus, il a été dit dans le chapitre 1 que l'ajout d'antennes d'émission permet d'obtenir une meilleur focalisation temporelle et ainsi réduire le delay spread du canal équivalent du système. Ainsi, lorsque le nombre d'antennes d'émission augmente, la taille de l'IG devrait pouvoir être réduite. La manière de concevoir un système RT-OFDM multi-antennes est détaillée dans la partie suivante.

Chapitre 4

RT-OFDM multi-antennes

Sommaire

4.1 Schéma de transmission MISO-RT-OFDM 48
4.1.1 Système MISO-RT-OFDM 48
4.1.2 Système MISO-RT-OFDM combiné avec un OSTBC 49
4.2 Analyse des performances des systèmes 51
4.2.1 Capacité des systèmes 52
4.2.2 Probabilité d'erreur binaire 57
4.3 Algorithmes d'optimisation 66
4.3.1 Algorithme d'allocation de puissance 67
4.3.2 Algorithme d'adaptation de modulation 69
4.4 Dimensionnement de l'Intervalle de Garde 72
4.5 Utilisation des systèmes et respect des masques de puissance . . 74
4.6 Conclusion 75

Introduction

Comme il a été mentionné dans le chapitre 1, le RT permet de communiquer sur un canal équivalent possédant un étalement des retards plus court que le canal d'origine. De plus, il a été montré que l'ajout d'antennes permet d'améliorer la focalisation temporelle et spatiale en filtrant simplement le signal à émettre sur chaque antenne par la version retournée et conjuguée du canal reliant chaque antenne d'émission à l'antenne de réception.

Ainsi, nous allons étudier l'influence du nombre d'antennes d'émission sur le canal équivalent et sur le dimensionnement de l'IG. De plus, nous allons étudier comment est exploitée la diversité spatiale. Dans ce chapitre, la manière de réaliser un système MISO RT-OFDM est présentée, ainsi que la combinaison avec des codes en bloc orthogonaux (Orthogonal Space Time Block Code (OSTBC)) pour symboles réels, comme proposé dans [47]. Les systèmes MISO EGT-OFDM seront également présentés afin d'être comparés avec les systèmes MISO RT-OFDM.

Les performances de chacun de ces systèmes seront ensuite établies mathématiquement, analysées, puis comparées avec les performances du système optimal, à savoir la technique MRT.

4.1 Schéma de transmission MISO-RT-OFDM

4.1.1 Système MISO-RT-OFDM

En raison du caractère réel du canal équivalent, et comme mentionné dans le chapitre 3.2, la conception d'un système MISO-OFDM basé sur le RT est immédiate. Dans le cas de l'implémentation dans le domaine temporel, il suffit de filtrer le signal à émettre sur chaque antenne par la RI du canal retournée et conjuguée, comme le montre la Figure 4.1. Le filtre $\mathbf{h_{n,k}}^\dagger$ représent la RI discrète du canal entre les antennes d'émission et l'antenne de réception, pour le n-ème symbole OFDM, retournée et conjuguée .

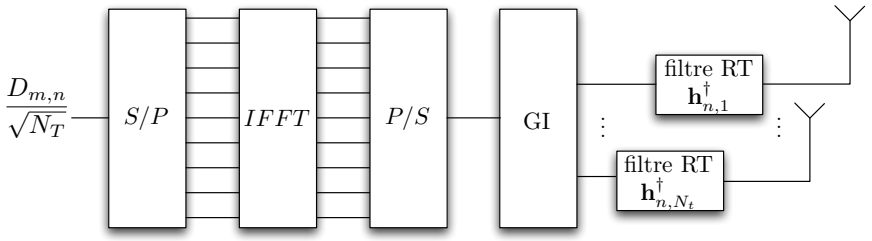

Figure 4.1 – Système MISO OFDM utilisant le RT dans le domaine temporel

Ainsi, les coefficients de chacun des canaux après l'opération de FFT s'additionnent de manière constructive au récepteur, et le symbole reçu a pour expression :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|^2}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + N_{m,n} \tag{4.1}$$

où $H_{m,n,k}$ représente le coefficient de canal sur la m-ème sous-porteuse du n-ème symbole OFDM pour la k-ème antenne. Il faut noter ici que toutes les antennes émettent le même symbole $D_{m,n}$. Ce symbole est pondéré par le facteur $\sqrt{N_T}$ afin de garantir une puissance moyenne émise par antenne de $\frac{1}{N_T}$ et ainsi garantir une puissance totale émise unitaire ($P_e = 1$).

On remarque à partir de l'expression du signal reçu que le récepteur dans le cas MISO est identique au récepteur dans le cas SISO. Par conséquent, dans le cas de symboles BPSK ou QPSK sans codage de canal, le récepteur consistera uniquement en un détecteur à seuil.

Dans le cas de l'implémentation dans le domaine fréquentiel, le précodage sur l'antenne k est réalisé grâce à la version fréquentielle de la RI entre la k-ème antenne d'émission et l'antenne de réception $H_{m,n,k}$, comme le montre la Figure 4.2.

Le symbole émis vaut alors :

$$D'_{m,n,k} = H_{m,n,k} \frac{D_{m,n}}{\sqrt{N_T}} \tag{4.2}$$

où $D'_{m,n,k}$ est le symbole précodé émis sur l'antenne k. L'expression du symbole reçu reste identique à l'expression (4.1), et les performances des deux systèmes en terme de Probabilité d'Erreur Binaire (PEB) seront également identiques.

Enfin, dans le cas EGT, le symbole est précodé par (voir Figure 4.3) :

$$D'_{m,n,k} = \frac{H_{m,n,k}}{|H_{m,n,k}|} \frac{D_{m,n}}{\sqrt{N_T}} \tag{4.3}$$

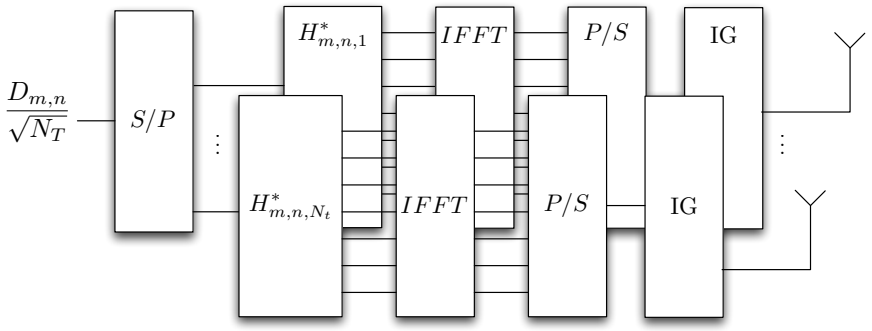

FIGURE 4.2 – Système MISO OFDM utilisant le RT dans le domaine fréquentiel

Contrairement au cas précédent, la puissance instantanée est constante sur chaque sous-porteuse dans ce cas et ne dépend des réalisations du canal. Par conséquent, la puissance émise par antenne vaut $1/N_T$ et la puissance totale émise vaut $P_e = 1$.

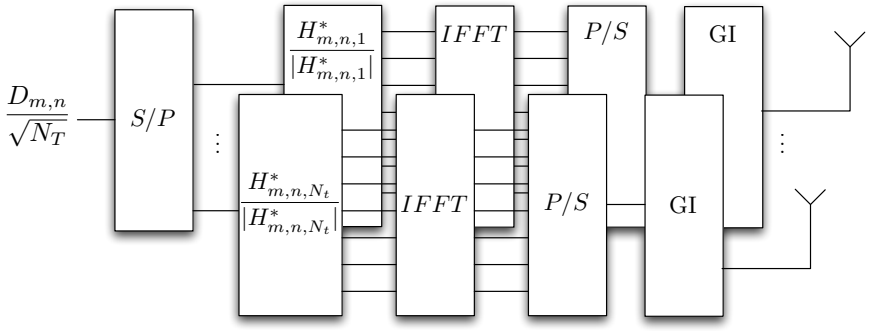

FIGURE 4.3 – Système MISO OFDM utilisant la technique EGT

Le signal ainsi reçu a pour expression :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + N_{m,n} \tag{4.4}$$

A titre de comparaison, dans un système classique OFDM sans précodage, le signal reçu a pour expression :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{H_{m,n,k}}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + N_{m,n} \tag{4.5}$$

4.1.2 Système MISO-RT-OFDM combiné avec un OSTBC

Dans un scénario multi-antennes, Wang [47] propose un schéma original permettant de combiner le RT avec les codes en bloc orthogonaux (OSTBC) comme le montre la Figure 4.4. Tarokh [39] a montré que des OSTBC de rendement unitaire peuvent être générés quel que soit le nombre d'antennes d'émission si les symboles sont réels. Wang étend le concept en

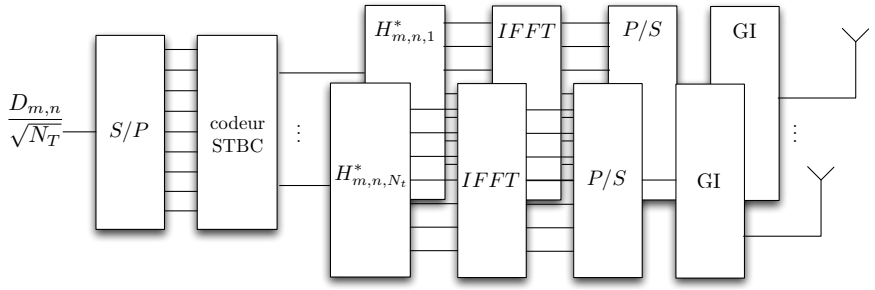

FIGURE 4.4 – Système MISO OFDM utilisant le TR combiné avec les OSTBC

montrant que ces codes sont utilisables sur un canal réel avec des symboles complexes, ce qui correspond au cas des systèmes RT-OFDM.

Nous rappelons ici le principe des OSTBC pour symboles réels, comme proposé dans [39] pour les appliquer sur chacune des sous-porteuses du système. L'exemple détaillé ici correspond à un système comportant deux antennes d'émission et émettant des symboles appartenant à une constellation réelle. Lors de la première durée symbole, le symbole $D_{m,1}$ est transmis sur la première antenne et le symbole $D_{m,2}$ sur la seconde. Lors de la deuxième durée symbole, le symbole $-D_{m,2}$ est émis sur la première antenne, et le symbole $D_{m,1}$ sur la seconde. La matrice de codage sur la m-ème sous-porteuse correspond alors à :

$$\begin{bmatrix} -D_{m,2} & D_{m,1} \\ D_{m,1} & D_{m,2} \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Les symboles successifs reçus valent alors :

$$\begin{cases} R_{m,1} &= H_{m,1,1}D_{m,1} + H_{m,1,2}D_{m,2} + N_{m,1} \\ R_{m,2} &= H_{m,2,2}D_{m,1} - H_{m,2,1}D_{m,2} + N_{m,2} \end{cases} \tag{4.7}$$

Le canal est supposé constant pendant au moins deux durées symboles. De ce fait, on peut écrire les relations $H_{m,1,1} = H_{m,2,1}$ et $H_{m,1,2} = H_{m,2,2}$. Les symboles reçus, peuvent alors être exprimés comme :

$$\begin{bmatrix} R_{m,1} \\ R_{m,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{m,1,1} & H_{m,1,2} \\ H_{m,1,2} & -H_{m,1,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{m,1} \\ D_{m,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{m,1} \\ N_{m,2} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{h}}_{eq}\mathbf{C} + \mathbf{N} \tag{4.8}$$

En multipliant les symboles reçus par $\underline{\mathbf{h}}_{eq}^{\ddagger}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} R_{m,1} \\ R_{m,2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H^*_{m,1,1} & H^*_{m,1,2} \\ H^*_{m,1,2} & -H^*_{m,1,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{m,1,1} & H_{m,1,2} \\ H_{m,1,2} & -H_{m,1,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{m,1} \\ D_{m,2} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{h}}_{eq}^{\ddagger} \begin{bmatrix} N_{m,1} \\ N_{m,2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} |H_{m,1,1}|^2 + |H_{m,1,2}|^2 & j\beta \\ -j\beta & |H_{m,1,1}|^2 + |H_{m,1,2}|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{m,1} \\ D_{m,2} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{h}}_{eq}^{\ddagger} \begin{bmatrix} N_{m,1} \\ N_{m,2} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.9}$$

avec $j\beta = H^*_{m,1,1}H_{m,1,2} - H_{m,1,1}H^*_{m,1,2} = 2j\Im\left(H_{m,1,1}H^*_{m,1,2}\right)$, et on a donc $\beta \in \mathbb{R}$. En conservant uniquement la partie réelle des symboles reçus $R_{m,1}$ et $R_{m,2}$, le terme $j\beta$ disparaît et on retrouve donc les symboles réels émis, au terme de bruit près :

$$R_{m,i} = \left(|H_{m,1,1}|^2 + |H_{m,1,2}|^2\right) C_{m,i} + N'_{m,i} \tag{4.10}$$

En se plaçant à présent dans un système RT-OFDM, le coefficient de canal $H_{m,1,1}$ (respectivement $H_{m,1,2}$) devient $|H_{m,1,1}|^2$ (respectivement $|H_{m,1,2}|^2$). Ainsi, la quantité β vaut à présent :

$$\beta = |H_{m,1,1}|^2|H_{m,1,2}|^2 - |H_{m,1,1}|^2|H_{m,1,2}|^2 = 0 \tag{4.11}$$

Le produit matriciel $\underline{\mathbf{h}}_{eq}\underline{\mathbf{h}}_{eq}^{\ddagger}$ a donc la nouvelle expression suivante :

$$\begin{bmatrix} |H_{m,1,1}|^4 + |H_{m,1,2}|^4 & 0 \\ 0 & |H_{m,1,1}|^4 + |H_{m,1,2}|^4 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

Il n'y a donc plus de condition à satisfaire sur la nature réelle ou complexe des symboles afin d'obtenir une matrice $\underline{\mathbf{h}}_{eq}\underline{\mathbf{h}}_{eq}^{\ddagger}$ diagonale en réception. Par conséquent, il devient possible d'utiliser ces codes orthogonaux de rendement unitaire avec des symboles provenant de constellations complexes. Ce raisonnement s'étend évidemment aux codes d'ordre supérieurs, i.e. pour un nombre d'antennes supérieur à 2.

Ainsi, dans un système comportant N_T antennes d'émission, et sous l'hypothèse d'une normalisation de la puissance à $1/N_T$ par antenne, les symboles reçus ont pour expression :

$$\hat{D}_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|^4}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + \sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2 N_{m,k} \tag{4.13}$$

En raison du caractère réel du canal dans le système EGT-OFDM, ces codes sont également utilisables dans ce contexte pour des symboles provenant de constellations complexes (voir Figure 4.5). Les symboles reçus ont alors pour expression :

$$\hat{D}_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|^2}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + \sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}| N_{m,k} \tag{4.14}$$

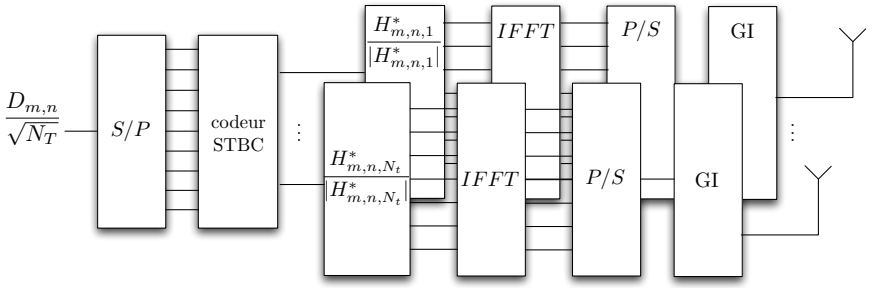

FIGURE 4.5 – Système MISO OFDM utilisant la technique EGT combinée avec les OSTBC

4.2 Analyse des performances des systèmes

Dans ce chapitre, les performances de chacun des systèmes sont calculées analytiquement, comparées et confirmées par des simulations. Ainsi, la capacité de chacun des systèmes va permettre de connaître les performances limites atteignables. Le taux d'erreurs binaire va permettre de connaître les performances atteintes par chacun des systèmes en terme d'exploitation de la diversité spatiale. Enfin, un algorithme de modulation adaptative est ajouté afin d'approcher la capacité de chacun des systèmes.

4.2.1 Capacité des systèmes

A partir de la formule décrite dans la partie 2.2.2, on peut déduire la capacité d'un système MISO OFDM pour une puissance d'émission P_e et une puissance de bruit σ_n^2 :

$$\begin{aligned} C &= \sum_{m=1}^{N_{FFT}} C_m = \sum_{m=1}^{N_{FFT}} W_m \log_2 \left(1 + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H}_m \mathbf{\Gamma}_{e_m} \mathbf{H}_m^{\ddagger}\right) \\ C &= \frac{W}{N_{FFT}} \sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H}_m \mathbf{\Gamma}_{e_m} \mathbf{H}_m^{\ddagger}\right) \end{aligned} \tag{4.15}$$

où $\mathbf{H}_m$ est le vecteur ligne de taille N_T contenant les coefficients d'atténuation du canal pour la porteuse d'indice m et pour les N_T antennes d'émission, W est la bande totale du signal, et $\mathbf{\Gamma}_{e_m}$ est la matrice de covariance du signal émis sur la porteuse d'indice m. On en déduit ainsi la capacité normalisée par la bande du signal :

$$\frac{C}{W} = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H}_m \mathbf{\Gamma}_{e_m} \mathbf{H}_m^{\ddagger}\right) \tag{4.16}$$

La capacité de chacun des systèmes est calculée analytiquement puis comparée et confirmée par des résultats de simulation dans le paragraphe 4.2.1.6.

4.2.1.1 MISO-RT-OFDM

Afin de calculer la capacité du système MISO-RT-OFDM, il convient de calculer en premier lieu la matrice de covariance de taille $N_T \times N_T$ des signaux émis $\mathbf{\Gamma}_{e_m}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_{e_m} &= E\left[\mathbf{e_m} \mathbf{e_m}^{\ddagger}\right] \\ &= E\left[D_{m,n} \frac{\mathbf{H}_m^{\ddagger}}{\sqrt{N_T}} \left(D_{m,n} \frac{\mathbf{H}_m^{\ddagger}}{\sqrt{N_T}}\right)^{\ddagger}\right] \\ &= \frac{\sigma_D^2}{N_T} \mathbf{H}_m^{\ddagger} \mathbf{H}_m \\ &= \frac{P_{e_m}}{N_T} \mathbf{H}_m^{\ddagger} \mathbf{H}_m \end{aligned} \tag{4.17}$$

En introduisant ce résultat dans l'équation (4.16), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{C_{RT}}{W} &= \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2 \left(1 + \frac{P_{e_m}}{N_T \sigma_n^2} \mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^{\ddagger} \mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^{\ddagger}\right) \\ &= \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2 \left(1 + \frac{P_{e_m}}{N_T \sigma_n^2} \left[\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2\right]^2\right) \end{aligned} \tag{4.18}$$

4.2.1.2 MISO-EGT-OFDM

On calcule ici la capacité du système MISO-EGT-OFDM. Afin d'établir son expression, on calcule la matrice d'autocorrélation du signal émis :

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma}_{e_m} &= E\left[\mathbf{e_m}\mathbf{e_m}^{\ddagger}\right] \\ &= E\left[D_{m,n}\frac{\mathbf{\Phi}_m^{\ddagger}}{\sqrt{N_T}}\left(D_{m,n}\frac{\mathbf{\Phi}_m^{\ddagger}}{\sqrt{N_T}}\right)^{\ddagger}\right] \\ &= \frac{\sigma_D^2}{N_T}\mathbf{\Phi}_m^{\ddagger}\mathbf{\Phi}_m \\ &= \frac{P_{e_m}}{N_T}\mathbf{\Phi}_m^{\ddagger}\mathbf{\Phi}_m \end{aligned} \tag{4.19}$$

où $\mathbf{\Phi}_m = \left\{e^{j\phi_{H_{m,n,k}}}\right\}$ est le vecteur contenant les phases $\phi_{H_{m,n,k}}$ des coefficients d'atténuation du canal pour la sous-porteuse d'indice m. On déduit ainsi la capacité du système :

$$\begin{aligned}\frac{C_{EGT}}{W} &= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{N_T\sigma_n^2}\mathbf{H}_m\mathbf{\Phi}_m^{\ddagger}\mathbf{\Phi}_m\mathbf{H}_m^{\ddagger}\right) \\ &= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{N_T\sigma_n^2}\left[\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|\right]^2\right)\end{aligned} \tag{4.20}$$

4.2.1.3 MISO-RT-OFDM combiné avec un OSTBC

Dans ce paragraphe, on propose de calculer la capacité du système MISO-RT-OFDM en combinaison avec un OSTBC. Le calcul détaillé ici est réalisé pour $N_T = 2$ antennes d'émission et est ensuite généralisé à un nombre quelconque d'antennes d'émission. On calcule dans un premier temps la matrice de covariance du signal émis :

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma}_{e_m} &= E\left[\mathbf{e_m}\mathbf{e_m}^{\ddagger}\right] \\ &= E\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} -H_{m,n,1}^* D_{m,n,2} & H_{m,n,1}^* D_{m,n,1} \\ H_{m,n,2}^* D_{m,n,1} & H_{m,n,2}^* D_{m,n,2}\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} -H_{m,n,1} D_{m,n,2}^* & H_{m,n,2} D_{m,n,1}^* \\ H_{m,n,1} D_{m,n,1}^* & H_{m,n,2} D_{m,n,2}^*\end{bmatrix}\right]\end{aligned} \tag{4.21}$$

La puissance des symboles $D_{m,n,1}$ et $D_{m,n,2}$ est identique. Cette puissance étant répartie sur deux durées symboles, elle vaut donc $\sigma_D^2 = P_{e_m}/2$ par durée symbole. Ainsi :

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma}_{e_m} &= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} |H_{m,n,1}|^2 2\sigma_D^2 & 0 \\ 0 & |H_{m,n,2}|^2 2\sigma_D^2\end{bmatrix} \\ &= \frac{P_{e_m}}{2}\begin{bmatrix} |H_{m,n,1}|^2 & 0 \\ 0 & |H_{m,n,2}|^2\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{4.22}$$

En insérant ce résultat dans l'équation (4.16), on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{C_{RT-OSTBC}}{W} &= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{2\sigma_n^2}\left[H_{m,n,1}\ H_{m,n,2}\right]\begin{bmatrix}|H_{m,n,1}|^2 & 0\\ 0 & |H_{m,n,2}|^2\end{bmatrix}\left[H_{m,n,1}\ H_{m,n,2}\right]^{\ddagger}\right)\\ &= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{2\sigma_n^2}\sum_{k=1}^{2}|H_{m,n,k}|^4\right)\end{aligned} \tag{4.23}$$

Pour un nombre d'antennes d'émission quelconque, cette capacité vaut donc :

$$\frac{C_{RT-OSTBC}}{W} = \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{N_T\sigma_n^2}\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^4\right) \tag{4.24}$$

4.2.1.4 MISO-EGT-OFDM combiné avec un OSTBC

La capacité du système MISO-EGT-OFDM se calcule de manière similaire au cas précédent pour $N_T = 2$:

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma}_{e_m} &= E\left[\mathbf{e_m}\mathbf{e_m}^{\ddagger}\right]\\ &= E\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-e^{-j\phi_{H_{m,n,1}}}D_{m,n,2} & e^{-j\phi_{H_{m,n,1}}}D_{m,n,1}\\ e^{-j\phi_{H_{m,n,2}}}D_{m,n,1} & e^{-j\phi_{H_{m,n,2}}}D_{m,n,2}\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-e^{j\phi_{H_{m,n,1}}}D^*_{m,n,2} & e^{j\phi_{H_{m,n,2}}}D^*_{m,n,1}\\ e^{j\phi_{H_{m,n,1}}}D^*_{m,n,1} & e^{j\phi_{H_{m,n,2}}}D^*_{m,n,2}\end{bmatrix}\right]\\ &= \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2\sigma_D^2 & 0\\ 0 & 2\sigma_D^2\end{bmatrix}\\ &= \sigma_D^2\begin{bmatrix}|H_{m,n,1}|^2 & 0\\ 0 & |H_{m,n,2}|^2\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{4.25}$$

De même que dans le cas précédent, la puissance des symboles vaut $\sigma_D^2 = P_{e_m}/2$. On en déduit :

$$= \frac{P_{e_m}}{2}\underline{I}_2 \tag{4.26}$$

On en déduit ainsi :

$$\begin{aligned}\frac{C_{EGT-OSTBC}}{W} &= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{2\sigma_n^2}\left[H_{m,n,1}\quad H_{m,n,2}\right]\underline{I}_2\left[H_{m,n,1}\quad H_{m,n,2}\right]^{\ddagger}\right)\\ &= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{2\sigma_n^2}\sum_{k=1}^{2}|H_{m,n,k}|^2\right)\end{aligned} \tag{4.27}$$

Ainsi, pour un nombre d'antennes d'émission quelconque, cette capacité vaut donc :

$$\frac{C_{EGT-OSTBC}}{W} = \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}}\log_2\left(1+\frac{P_{e_m}}{N_T\sigma_n^2}\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^2\right) \tag{4.28}$$

4.2.1.5 MISO-MRT-OFDM

On propose ici de calculer la capacité du système MISO-MRT-OFDM. La matrice d'autocorrélation du signal émis vaut :

$$\begin{aligned}
\mathbf{\Gamma}_{e_m} &= E\left[\mathbf{e_m}\mathbf{e_m}^{\ddagger}\right] \\
&= E\left[D_{m,n}\frac{\mathbf{H}_m^{\ddagger}}{\sqrt{\lambda_m}}\left(D_{m,n}\frac{\mathbf{H}_m^{\ddagger}}{\sqrt{\lambda_m}}\right)^{\ddagger}\right] \\
&= \frac{\sigma_D^2}{\lambda_m}\mathbf{H}_m^{\ddagger}\mathbf{H}_m \\
&= \frac{P_{e_m}}{\lambda_m}\mathbf{H}_m^{\ddagger}\mathbf{H}_m
\end{aligned} \tag{4.29}$$

où $\lambda_m = \sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2$. En introduisant ce résultat dans l'équation (4.16), on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{C_{MRT}}{W} &= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_{e_m}}{\lambda_m\sigma_n^2}\mathbf{H}_m\mathbf{H}_m^{\ddagger}\mathbf{H}_m\mathbf{H}_m^{\ddagger}\right) \\
&= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_{e_m}}{\lambda_m\sigma_n^2}\left[\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^2\right]^2\right) \\
&= \frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_{e_m}}{\sigma_n^2}\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^2\right)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

4.2.1.6 Analyse des résultats et simulations

Système	Capacité
RT	$\frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_{e_m}}{N_T\sigma_n^2}\left[\sum_{k=1}^{N_T}\lvert H_{m,n,k}\rvert^2\right]^2\right)$
EGT	$\frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_{e_m}}{N_T\sigma_n^2}\left[\sum_{k=1}^{N_T}\lvert H_{m,n,k}\rvert\right]^2\right)$
RT+OSTBC	$\frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_e}{N_T\sigma_n^2}\sum_{k=1}^{N_T}\lvert H_{m,n,k}\rvert^4\right)$
EGT+OSTBC	$\frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_e}{N_T\sigma_n^2}\sum_{k=1}^{N_T}\lvert H_{m,n,k}\rvert^2\right)$
MRT	$\frac{1}{N_{FFT}}\sum_{m=1}^{N_{FFT}} \log_2\left(1 + \frac{P_{e_m}}{\lambda_m\sigma_n^2}\left[\sum_{k=1}^{N_T}\lvert H_{m,n,k}\rvert^2\right]^2\right)$

TABLE 4.1 – Tableau regroupant les résultats de capacité obtenus pour les différentes configurations

Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 4.1. En observant l'expression de la capacité des systèmes, on s'aperçoit que les capacités des systèmes MRT et RT sont très proches. En effet, elles diffèrent seulement sur le terme $1/\lambda_m$ pour le système MRT contre $1/N_T$ pour le système RT. En augmentant le nombre d'antennes et en considérant que les évanouissements du canal suivent une loi de Rayleigh indépendante sur chaque sous-porteuse

de puissance unitaire, la variable λ_m va alors tendre vers la valeur N_T. Ainsi, la capacité du système RT va tendre vers la capacité du système MRT lorsque le nombre d'antennes d'émission augmente.

D'autre part, si on développe l'expression de la capacité du système RT, une double somme apparaît, due au carré portant sur la somme. Or, on peut voir que cette double somme est absente dans le cas du système RT+OSTBC. On peut donc affirmer que la capacité du système RT en combinaison avec un OSTBC sera inférieure à la capacité du système sans OSTBC. Un raisonnement identique peut être mené pour le système EGT. En effet, si on développe l'expression de la capacité du système EGT, une double somme apparaît. Or, on peut voir que cette double somme est absente dans le cas du système EGT+OSTBC. On peut donc affirmer que la capacité du système EGT en combinaison avec un OSTBC sera inférieure à la capacité du système sans OSTBC.

Enfin, la différence d'exposant sur les termes du canal va induire une différence de performance entre les systèmes RT et MRT et les systèmes EGT.

Afin de corroborer ces résultats analytiques, des simulations de Monte Carlo ont été réalisées. Le système simulé utilise les techniques de précodage présentées. L'émetteur est supposé avoir une connaissance parfaite du canal. Le canal sur chaque sous-porteuse et sur chaque antenne est à évanouissement plat, et généré aléatoirement en suivant une distribution de Rayleigh. Les symboles $D_{m,n}$ sont des symboles QPSK. On considère que du bruit blanc additif Gaussien est ajouté à la réception.

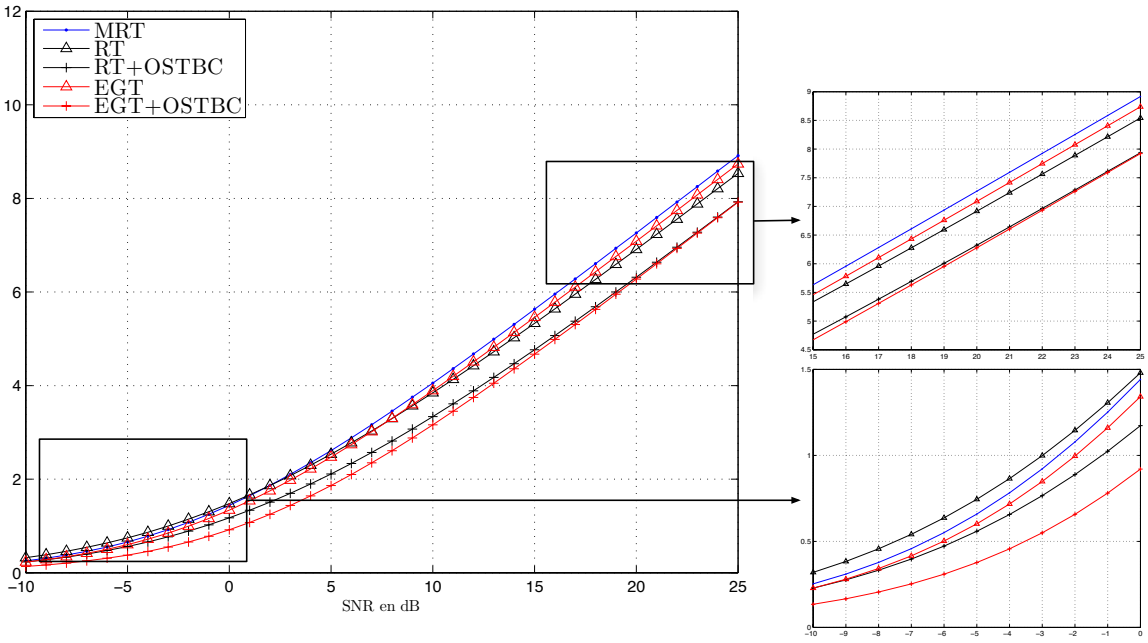

FIGURE 4.6 – Capacité des différents systèmes pour $N_T = 2$

Les résultats sont donnés sur les Figures 4.6, 4.7 et 4.8 pour $N_T = 2, 4$ et 8 respectivement. La capacité SISO (pour $N_T = 1$) de chaque système n'est pas donnée ici car elle ne permet pas de comparer les systèmes. En effet, en observant le tableau 4.1, on s'aperçoit que dans ce cas, la capacité des systèmes MRT, EGT avec ou sans OSTBC est identique, de même que

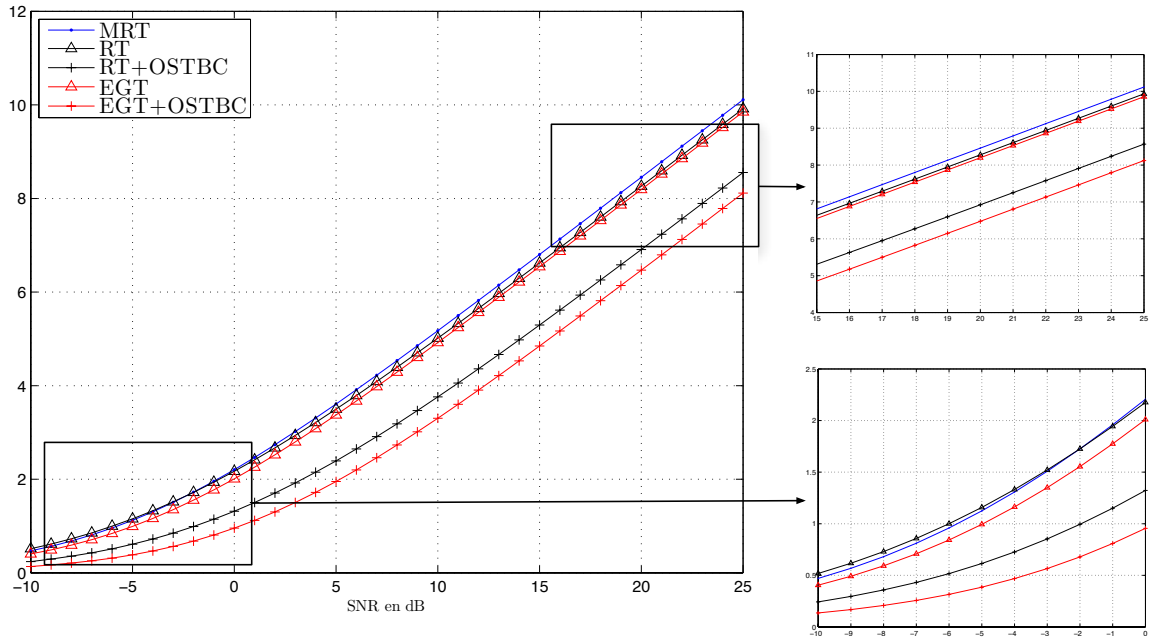

FIGURE 4.7 – Capacité des différents systèmes pour $N_T = 4$

pour la capacité des systèmes RT avec et sans OSTBC.

On peut observer que la capacité du système RT dépasse la capacité des autres systèmes pour de faibles SNR. A haut SNR, le système MRT est le plus performant. De plus, la capacité du système EGT est plus grande que la capacité du système RT à haut SNR pour $N_T = 2$, mais elle est plus faible pour $N_T \geq 4$. Enfin, la capacité du système RT tend vers la capacité du système MRT comme le montre l'expression analytique. En effet, l'écart à haut SNR pour un système 2×1 est de 0.7dB et de 0.4dB pour un système 4×1. Par conséquent, pour un large nombre d'antennes d'émission, la capacité des deux systèmes sera égale. Cependant, l'écart de capacité entre les systèmes MRT et EGT reste constant quel que soit le nombre d'antennes.

La capacité des systèmes combinés avec un OSTBC est inférieure à la capacité sans OSTBC. Cet écart étant dû à la double somme absente dans l'expression de ces deux capacités, il augmente alors avec le nombre d'antennes d'émission, comme le montre la Figure.

4.2.2 Probabilité d'erreur binaire

Afin d'évaluer les performances des systèmes TR-OFDM, nous effectuons les calculs de PEB moyenne en fonction du SNR pour chacun des systèmes et nous allons comparer ces résultats avec les systèmes MRT et EGT. Ces performances seront évaluées pour une constellation QPSK. Pour réaliser une comparaison équitable, la puissance émise P_e est identique pour chacun des systèmes, quel que soit le nombre d'antennes. De même, le niveau de bruit ajouté en réception est le même dans chacun des cas. Pour l'estimation des performances, on considère que le module de chaque coefficient de canal $H_{m,n,k}$ suit une distribution de Rayleigh, indépendant sur chaque sous-porteuse et sur chaque antenne, de paramètre $\sigma^2 = 1/2$. Cela permet de représenter de manière théorique un système ODFM avec un entrelacement temporel et fréquentiel infini. Ainsi, la PEB moyenne calculée représente la borne de performance

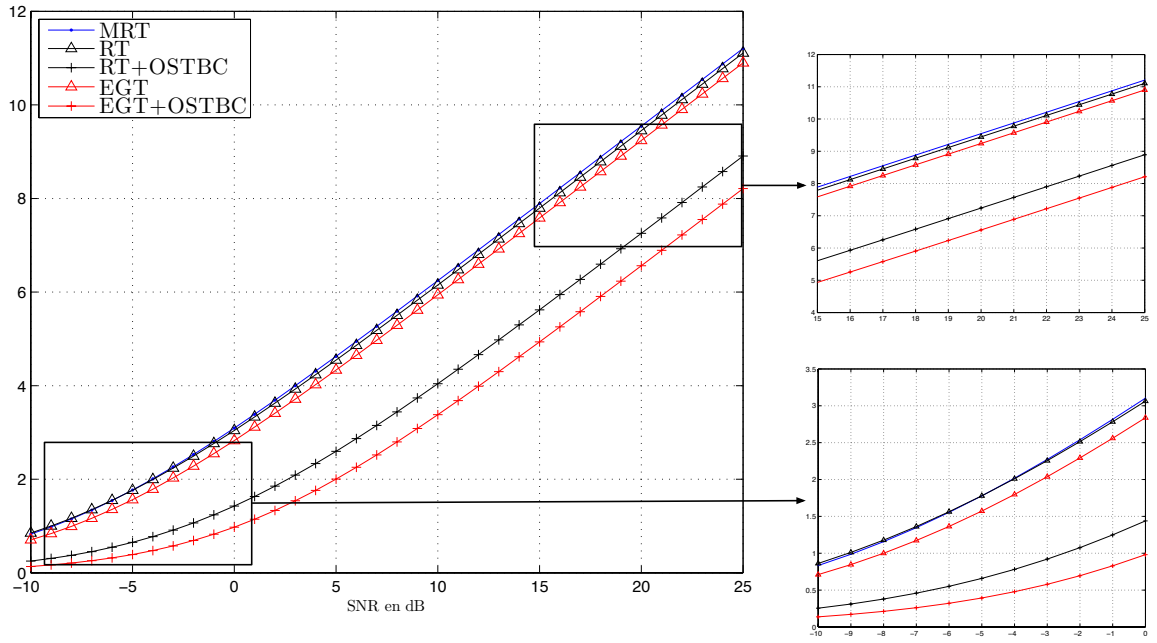

FIGURE 4.8 – Capacité des différents systèmes pour $N_T = 8$

atteignable par un tel système.

Pour un SNR en réception $\gamma = X\gamma_0$, où X est une variable aléatoire de densité de probabilité $p_X(x)$ qui dépend du canal et du schéma de précodage utilisé à l'émetteur, la PEB moyenne est calculée de la manière suivante :

$$\overline{PEB}(\gamma_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_X(x) \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{x\gamma_0}\right) dx \tag{4.31}$$

où γ_0 est le SNR de transmission, c'est à dire le rapport entre la puissance totale émise P_e et la puissance du bruit blanc additif Gaussien σ_n^2.

La diversité exploitée par chacun des systèmes est évaluée en déterminant la puissance du SNR de transmission γ_0 dans l'expression de la PEB moyenne asymptotique.

4.2.2.1 MISO-RT-OFDM

Nous évaluons ici les performances du système MISO RT-OFDM tel que décrit dans la partie 4.1.1. En partant de l'expression du symbole reçu :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|^2}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + N_{m,n} \tag{4.32}$$

On en déduit le SNR en réception :

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{\left(\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^2\right)^2}{N_T}\frac{\sigma_c^2}{\sigma_n^2} \\ &= \left(\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^2\right)^2\frac{\gamma_0}{N_T}\end{aligned} \tag{4.33}$$

Le SNR de réception peut alors s'écrire comme $\gamma = X\gamma_0/N_T$ avec $X = \left(\sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^2\right)^2$. On peut maintenant déduire la PEB moyenne d'une telle transmission grâce à la relation :

$$\begin{aligned}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_X(x)\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{x\gamma_0}{N_T}}\right)dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_Y(y)\frac{1}{2}erfc\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}}\right)dy\end{aligned} \tag{4.34}$$

avec $Y = \sqrt{X} = \sum_{k=1}^{N_T}|H_{m,n,k}|^2$. Afin d'effectuer ce calcul, il faut dans un premier temps déterminer la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire y. Cette variable aléatoire est la somme de N_T modules au carré suivant chacun une loi de Rayleigh, indépendante les unes des autres. C'est donc la somme de $2N_T$ variables aléatoires Gaussiennes indépendantes de variance $\sigma^2 = \frac{1}{2}$. On en déduit que Y suit une loi Gamma de paramètre de forme N_T et de paramètre d'échelle $2\sigma^2$=1. Sa fonction de densité de probabilité peut alors s'exprimer comme :

$$p_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(N_T)}y^{N_T-1}e^{-y} & \text{pour } y > 0 \\ 0 & \text{sinon}\end{cases} \tag{4.35}$$

où $\Gamma(.)$ est la fonction Gamma. Il faut à présent intégrer cette fonction dans l'expression de PEB moyenne :

$$\begin{aligned}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_Y(y)\frac{1}{2}erfc\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}}\right)dy \\ &= \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{\Gamma(N_T)}y^{N_T-1}\frac{e^{-y}}{2}erfc\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}}\right)dy\end{aligned} \tag{4.36}$$

En réalisant un développement en série de e^{-y} et en plaçant la somme hors de l'intégrale, on obtient :

$$\begin{aligned}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\int_0^{+\infty} y^{N_T-1}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}y^k erfc\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}}\right)dy \\ &= \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\int_0^{+\infty} y^{k+N_T-1}erfc\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}}\right)dy\end{aligned}$$

Ensuite, on effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} w = y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}} & \Rightarrow \quad dw = dy\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}} \\ 0 < y < +\infty & \Rightarrow \quad 0 < w < +\infty\end{cases} \tag{4.37}$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\int_0^{+\infty}\left(w\sqrt{\frac{N_T}{\gamma_0}}\right)^{k+N_T-1} erfc(w)\sqrt{\frac{N_T}{\gamma_0}}dw \\ &= \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\left(\sqrt{\frac{N_T}{\gamma_0}}\right)^{k+N_T}\int_0^{+\infty} w^{k+N_T-1} erfc(w)dw \qquad (4.38)\end{aligned}$$

On est alors en présence d'une équation de la forme :

$$\int_0^{+\infty} x^{2q-1} erfc(px)dx = \frac{\Gamma\left(q+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}qp^{2q}} \qquad (4.39)$$

En appliquant la relation (4.39) avec $p=1$ et $q=\frac{k}{2}+\frac{N_T}{2}$, on déduit :

$$\overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\frac{\Gamma\left(\frac{k}{2}+\frac{N_T}{2}+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}\left(\frac{k}{2}+\frac{N_T}{2}\right)}\left(\sqrt{\frac{N_T}{\gamma_0}}\right)^{k+N_T}$$

Afin d'obtenir la PEB moyenne asymptotique, on fait tendre γ_0 vers l'infini. Ainsi, on s'aperçoit que le terme prépondérant restant sera le terme $1/\gamma_0$ ayant la puissance la plus élevée. Par conséquent, il suffit de calculer uniquement le premier terme de la somme correspondant à $k=0$:

$$\lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\frac{\Gamma\left(\frac{N_T}{2}+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}\left(\frac{N_T}{2}\right)}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{N_T}{2}} \qquad (4.40)$$

En considérant la relation $\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\sqrt{\pi}$ et en prenant un nombre d'antennes d'émission N_T pair, on en déduit :

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{2(N_T-1)!}\frac{1}{\sqrt{\pi}N_T}\frac{N_T!\sqrt{\pi}}{2^{N_T}\left(\frac{N_T}{2}\right)!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{N_T}{2}} \\ &= \frac{1}{2^{N_T+1}\left(\frac{N_T}{2}\right)!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{N_T}{2}} \qquad (4.41)\end{aligned}$$

La PEB décroissant inversement avec γ_0 à la puissance $N_T/2$, le système exploite alors une diversité d'ordre $N_T/2$.

Ainsi, pour $N_T=2$, la PEB moyenne tend vers :

$$\lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{1}{2^3 1!}\frac{2}{\gamma_0} = \frac{1}{4\gamma_0} \qquad (4.42)$$

4.2.2.2 MISO-EGT-OFDM

Nous évaluons ici les performances du système MISO EGT-OFDM tel que décrit dans la partie 4.1.1. En partant de l'expression du symbole reçu :

Le symbole reçu a ici pour expression :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + N_{m,n} \tag{4.43}$$

On en déduit le SNR en réception :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|\right)^2}{N_T} \frac{\sigma_c^2}{\sigma_n^2} \\ &= \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|\right)^2 \frac{\gamma_0}{N_T} \end{aligned} \tag{4.44}$$

Le SNR de réception peut alors s'écrire comme $\gamma = Y^2\gamma_0$ avec $Y = \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|\right)$. On peut maintenant déduire la PEB moyenne d'une telle transmission grâce à la relation :

$$\overline{PEB}(\gamma_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_Y(y) \frac{1}{2} erfc\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}}\right) dy \tag{4.45}$$

Il est nécessaire à présent de calculer la densité de probabilité de Y. Cette variable aléatoire étant une somme de variables suivant chacune une loi de Rayleigh indépendantes les unes des autres, alors Y est le produit de convolution de ces lois :

$$p_Y(y) = p_{|H_1|}(|H_1|) \otimes p_{|H_2|}(|H_2|) \otimes \cdots \otimes p_{|H_{N_t}|}(|H_{N_t}|) \tag{4.46}$$

où $p_{|H_k|}(|H_k|)$ est la densité de probabilité de $|H_{m,n,k}|$.

Cette densité de probabilité n'ayant pas de forme simple, nous allons la calculer pour le cas $N_T = 2$. Dans ce cas, p_Y vaut alors :

$$p_Y(y) = p_{|H_1|}(|H_1|) \otimes p_{|H_2|}(|H_2|) \quad \text{avec} \quad p_{|H_k|}(|H_k|) = \frac{|H_k|}{\sigma^2} e^{-\frac{|H_k|^2}{2\sigma^2}} \text{ pour } |H_k| \geq 0 \tag{4.47}$$

On en déduit alors :

$$p_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{|H_1|}(t) . p_{|H_2|}(y-t) dt \tag{4.48}$$

Après quelques développements détaillés dans l'annexe A, on obtient :

$$p_Y(y) = \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3} \left\{ \underbrace{\sqrt{\pi} erf\left(\frac{y}{2\sigma}\right)\left(\frac{y^2}{4} - \frac{\sigma^2}{2}\right)}_{T_1} + \underbrace{\frac{y\sigma}{2} e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}_{T_2} \right\} \tag{4.49}$$

En intégrant les développements de T_1 et T_2 (cf A.2 et A.3) dans le calcul de $\overline{PEB}$, et en faisant tendre γ_0 vers l'infini, on obtient pour les premiers termes :

$$\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{1}{16\sigma^4} \frac{1}{\gamma_0^2} \tag{4.50}$$

On en déduit que ce système exploite une diversité d'ordre 2 pour un système comportant 2 antennes d'émission.

Le calcul de la densité de probabilité de $y = \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}| \right)$ étant complexe en raison des produits de convolution et n'ayant pas de forme simple, nous étendrons ce résultat de manière empirique pour un nombre supérieur d'antennes grâce aux résultats de simulation.

4.2.2.3 MISO-RT-OFDM combiné avec un OSTBC

Dans le cas d'une transmission MISO RT-OFDM avec OSTBC, le symbole reçu peut s'écrire comme (4.13) :

$$\hat{C}_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|^4}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + \sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2 N_{m,k} \tag{4.51}$$

On en déduit le SNR :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\frac{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4 \right)^2}{N_T} \sigma_c^2}{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4 \right) \sigma_n^2} \\ &= \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4 \right) \frac{\gamma_0}{N_T} \end{aligned} \tag{4.52}$$

On peut écrire le SNR de réception $\gamma = x\gamma_0$ avec $X = \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4 \right)$. De même que pour le système MISO EGT-OFDM, il n'y a pas de forme simple de $p_X(x)$ pour un nombre quelconque d'antennes. Nous allons présenter ici les résultats pour $N_T = 2$ antennes d'émission. Les détails du calcul de la densité de probabilité de x sont détaillés dans [47] pour $N_T = 2$ et $N_T = 4$ et rappelés dans l'annexe B :

$$p_X(x) = \frac{1}{4\sigma^4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{-\frac{\sqrt{z}cos\theta}{\sqrt{2}\sigma^2}} d\theta \tag{4.53}$$

On en déduit alors la PEB moyenne asymptotique pour $N_T = 2$:

$$\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB} = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\gamma_0} \tag{4.54}$$

Par conséquent, pour $N_T = 2$ antennes d'émission, la diversité exploitée est d'ordre à 1.

De même, pour $N_T = 4$, les calculs développés dans l'annexe B mènent à [1] :

$$\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{3\pi^2}{2^4} \frac{1}{\gamma_0^2} \tag{4.55}$$

Dans ce cas, le système exploite une diversité d'ordre 2.

1. NB : Ce résultat correspond aux résultats de simulation présentés dans la partie 4.2.2.6 ainsi que dans l'article [47], même si l'expression analytique diffère de l'expression figurant dans [47] ce qui semble indiquer une typo.

4.2.2.4 MISO-EGT-OFDM combiné avec un OSTBC

Dans le cas d'une transmission MISO EGT-OFDM avec OSTBC, le symbole reçu peut s'écrire comme (4.14) :

$$\hat{C}_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|^2}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + \sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}| N_{m,k} \tag{4.56}$$

On en déduit le SNR :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\frac{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2\right)^2}{N_T} \sigma_c^2}{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2\right) \sigma_n^2} \\ &= \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2\right) \frac{\gamma_0}{N_T} \end{aligned} \tag{4.57}$$

Le SNR a la forme $\gamma = X\gamma_0$ avec $X = \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2\right)$. $|H_{m,n,k}|$ suivant une loi de Rayleigh de paramètre $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}$, X suit alors une loi de Gamma de paramètre de forme N_t et de paramètre d'échelle $2\sigma^2 = 1$. Donc la densité de probabilité de x vaut :

$$p_X(x) = \frac{1}{\Gamma(N_T)} x^{N_T - 1} e^{-x} \text{ pour } x > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon.} \tag{4.58}$$

On peut donc réduire l'intervalle d'intégration entre 0 et $+\infty$:

$$\overline{PEB}(\gamma_0) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\Gamma(N_T)} x^{N_T - 1} e^{-x} \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{x\gamma_0}{N_T}}\right) dx \tag{4.59}$$

Le détail du calcul est développé dans l'annexe C et permet d'arriver à l'expression suivante :

$$\overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{1}{\Gamma(N_t)} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{k+N_T} \frac{\Gamma\left(k + N_T + \frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}(k + N_T)}$$

En faisant tendre $\gamma_0 \to +\infty$, on remarque que seul le terme de puissance la plus élevée restera prédominant. On peut donc calculer l'asymptote de la PEB moyenne en calculant le premier terme de la somme (pour $k = 0$) :

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{\Gamma(N_T)} \frac{\Gamma\left(N_T + \frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi} N_T} \left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{N_T} \\ &= \frac{1}{(N_T - 1)!} \frac{1}{2\sqrt{\pi} N_T} \sqrt{\pi} \frac{(2N_T)!}{2^{2N_T} N_T!} \left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{N_T} \\ &= \frac{(2N_T)!}{2^{2N_T+1} (N_T!)^2} \left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{N_T} \end{aligned} \tag{4.60}$$

Ainsi, le système exploite une diversité de N_T.

Pour le cas 2×1, la PEB moyenne tend vers :

$$\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{4!}{2^5(2!)^2} \left(\frac{2}{\gamma_0}\right)^2 = \frac{2^3.3}{2^7} \frac{4}{\gamma_0^2} = \frac{3}{4\gamma_0^2} \tag{4.61}$$

4.2.2.5 MISO-MRT-OFDM

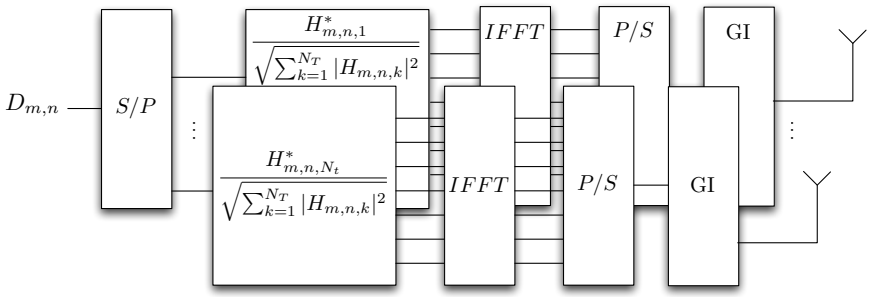

FIGURE 4.9 – Système MISO OFDM utilisant la technique MRT ou SVD

Dans le cas d'un système MISO, les précodages MRT et SVD sont identiques [51]. Un tel système est représenté sur la Figure 4.9. La normalisation de la puissance émise est assurée par le facteur $\sqrt{\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2}$. Le symbole reçu vaut alors :

$$\hat{C}_{m,n} = \sqrt{\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2} D_{m,n} + N_{m,n} \tag{4.62}$$

On en déduit le SNR :

$$\gamma = \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2\right) \gamma_0 \tag{4.63}$$

On remarque que le SNR est de la même forme que celui du système EGT-OFDM avec OSTBC (cf équation (4.57)) à un facteur N_T près. En réalisant le même type de calcul, on en déduit la PEB moyenne :

$$\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{(2N_T)!}{2^{2N_T+1}(N_T!)^2} \left(\frac{1}{\gamma_0}\right)^{N_T} \tag{4.64}$$

La diversité exploitée par le système sera donc égale à N_T

4.2.2.6 Analyse des résultats et simulations

Afin de comparer les performances des différents systèmes, les résultats sont regroupés dans le tableau 4.2.

La PEB moyenne des systèmes RT+OSTBC et EGT n'ayant pas de forme générale simple, la diversité exploitée indiquée dans le tableau est une extension du résultat obtenu pour le cas 2×1 et sera confirmée par les résultats de simulation.

Système	SNR	$\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}$	$\overline{PEB}$ pour $N_T = 2$	Diversité exploitée
RT	$\left(\sum_{k=1}^{N_T} \lvert H_{m,k}\rvert^2\right)^2 \frac{\gamma_0}{N_T}$	$\frac{1}{2^{N_T+1}\left(\frac{N_T}{2}\right)!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{N_T}{2}}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{\gamma_0}$	$\frac{N_T}{2}$
RT+OSTBC	$\left(\sum_{k=1}^{N_T} \lvert H_{m,k}\rvert^4\right) \frac{\gamma_0}{N_T}$	pas de forme simple	$\frac{\pi}{8}\frac{1}{\gamma_0}$	$\frac{N_T}{2}$
EGT	$\left(\sum_{k=1}^{N_T} \lvert H_{m,k}\rvert\right)^2 \frac{\gamma_0}{N_T}$	pas de forme simple	$\frac{1}{4}\frac{1}{\gamma_0^2}$	N_T
EGT+OSTBC	$\left(\sum_{k=1}^{N_T} \lvert H_{m,k}\rvert^2\right) \frac{\gamma_0}{N_T}$	$\frac{(2N_T)!}{2^{2N_T+1}(N_T!)^2}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{N_T}$	$\frac{3}{4}\frac{1}{\gamma_0^2}$	N_T
MRT	$\left(\sum_{k=0}^{N_T} \lvert H_{m,k}\rvert^2\right) \gamma_0$	$\frac{(2N_T)!}{2^{2N_T+1}(N_T!)^2}\left(\frac{1}{\gamma_0}\right)^{N_T}$	$\frac{3}{16}\frac{1}{\gamma_0^2}$	N_T

TABLE 4.2 – Tableau regroupant les résultats obtenus pour les différentes configurations

On peut remarquer que les performances sont différentes pour chaque système en terme de SNR et de PEB moyenne. Les systèmes utilisant la technique EGT (avec ou sans OSTBC) et MRT exploitent toute la diversité disponible N_T, alors que les systèmes à base de RT n'exploitent que la moitié de la diversité disponible $N_T/2$. Cela se vérifiera dans la pente de la courbe de TEB moyen. Ainsi, le TEB moyen des systèmes EGT et MRT décroîtra plus vite que celui des systèmes RT pour un même nombre d'antennes d'émission.

De plus, on peut noter que les performances asymptotiques des systèmes 2×1 sans OSTBC sont meilleures que pour celles des systèmes avec OSBTC. La combinaison du RT et des codes OSTBC dans de tels systèmes ne semble alors pas utile dans le cas d'une estimation parfaite du canal. Cependant, dans le cas d'une estimation imparfaite du canal à l'émission, l'utilisation de ces codes pourrait s'avérer utile afin de compenser les pertes du système. Ce point sera développé dans le chapitre 6.

Enfin, ces calculs théoriques confirment que la technique optimale dans ce cas est le MRT, puisque ces performances surpassent celles des autres systèmes.

Afin de corroborer ces résultats, on réalise des simulations de type Monte Carlo. Le système OFDM comporte 256 sous-porteuses et les symboles émis sont des symboles QPSK. Le module du canal suit une distribution de Rayleigh indépendante sur chaque sous-porteuse et sur chaque antenne, de paramètre $\sigma^2 = 1/2$. Les performances sont évaluées pour une puissance émise P_e et un niveau de bruit ajouté σ_n^2 identiques pour tous les schémas.

Les résultats obtenus pour un système 2×1 sont représentés sur la Figure 4.10.

On peut voir sur cette courbe que les asymptotes calculées dans la partie précédente correspondent parfaitement aux résultats de simulations. Ainsi, on peut observer sur ces courbes que les systèmes MRT et EGT exploitent bien une diversité égale à $N_T = 2$ en vérifiant que la pente du TEB à haut SNR est de 5dB/décade. De même, les systèmes à base de RT exploitent une diversité égale à $N_T/2 = 1$, générant ainsi une pente de 10dB/décade.

On vérifie également que les systèmes utilisant les OSTBC sont moins performants que les systèmes sans OSTBC. Ainsi, l'utilisation de ces codes rendue possible par le caractère réel du canal en réception s'avère finalement inutile dans le cas d'une estimation de canal parfaite.

Enfin, on peut observer que les meilleures performances sont obtenues pour le système MRT. Ces performances sont approchées par les performances du système EGT qui sont décalées d'environ 0.8dB.

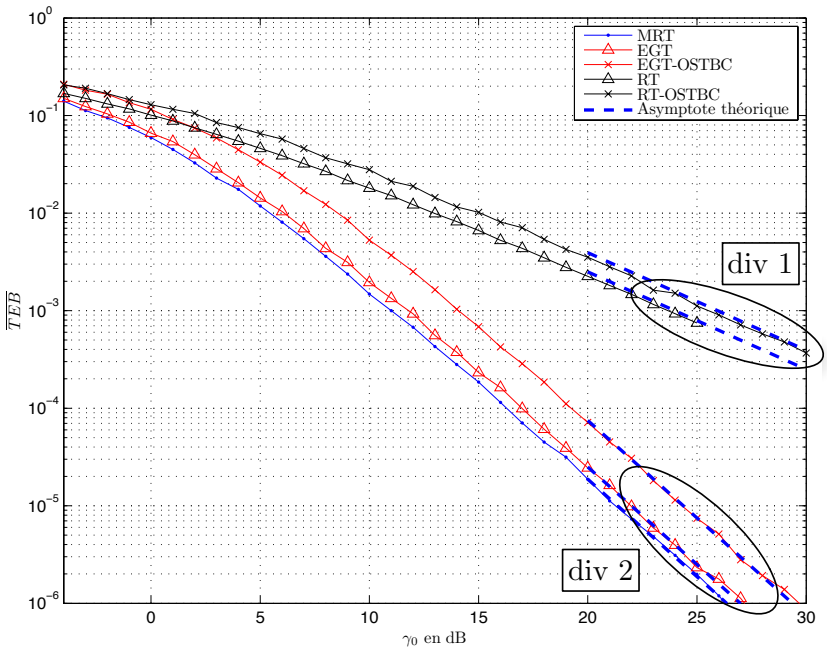

Figure 4.10 – Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR transmis γ_0 pour des systèmes 2×1

Ces observations peuvent également être réalisées pour les performances des systèmes 4×1 (cf Figure 4.11).

En effet, sur ces courbes, on observe une pente de 5dB/décade pour les systèmes RT-OFDM, ce qui correspond à une diversité exploitée égale à $N_T/2 = 2$. D'autre part, on observe une pente de 2.5dB/décade pour les systèmes EGT et MRT qui correspond à une diversité exploitée de $N_T = 4$. On confirme ainsi que la diversité attendue pour le système EGT sans OSTBC est bien égale à N_T. Les asymptotes qui ont été calculées correspondent ici aussi aux courbes obtenues en simulation.

On peut encore une fois vérifier que les systèmes utilisant les OSTBC sont moins performants que les systèmes sans OSTBC. On peut enfin observer que le système RT est plus performant que le système EGT avec OSTBC à bas SNR.

4.3 Algorithmes d'optimisation

Comme le montrent les paragraphes précédents, les systèmes utilisant le MRT et l'EGT exploitent toute la diversité spatiale disponible alors que les systèmes de type RT en exploitent seulement la moitié. D'autre part, il a été montré que la capacité du système RT était supérieure à celle de l'EGT et très proche de celle du MRT (voire égale). Le système RT ne se comporte donc pas aussi bien que sa capacité l'indique. En effet, ce système ne nécessite théoriquement qu'un SNR d'environ 3dB (respectivement -1dB) pour atteindre une efficacité spectrale égale à 2bit/s/Hz. Or, en observant les Figures 4.10 et 4.11, on s'aperçoit qu'il atteint un TEB de 10^{-5} pour un SNR égal à 44dB ($21,5$dB respectivement) pour une modulation QPSK, ce qui revient à une efficacité spectrale égale à 2bit/s/Hz.

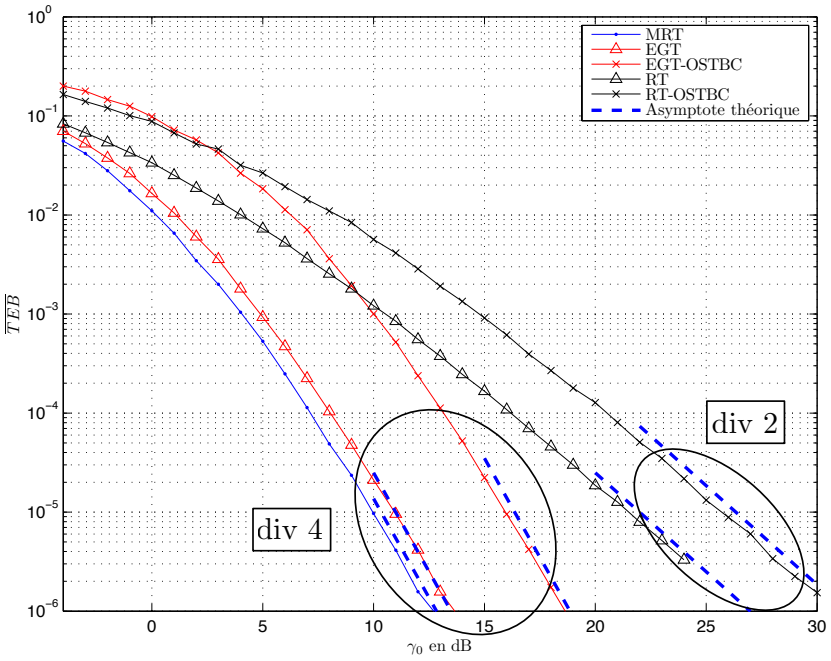

FIGURE 4.11 – Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR transmis γ_0 pour des systèmes 4×1

4.3.1 Algorithme d'allocation de puissance

Une des solutions possibles consisterait à mettre en place un algorithme d'adaptation de puissance par sous-porteuse. Cependant, la technique EGT, par définition, ne peut pas être combinée avec un algorithme de ce type car ce précodage suppose d'avoir une puissance unitaire sur chaque sous-porteuse et sur chaque lien. D'autre part, le principal avantage du RT étant sa propriété de focalisation spatiale et temporelle des ondes, le combiner avec un algorithme d'allocation de puissance serait équivalent à changer la forme de son filtre qui ne correspondrait plus au canal de propagation retournée dans le temps, et à une dégradation (voire une absence) de focalisation.

Il est cependant possible d'améliorer le système MRT en allouant plus de puissance sur les sous-porteuses présentant le plus fort SNR grâce à la technique du waterfilling (cf 2.3.1). Deux solutions d'optimisation sont possibles pour une transmission MISO-OFDM :

- Allouer la puissance après le calcul de la valeur propre du canal sur chacune des sous-porteuse grâce au MRT.
- Allouer la puissance sur les sous-porteuses par la technique de waterfilling sans considérer le fait que le système possède plusieurs antennes. Cela revient à traiter le système MISO-OFDM comme un système SISO-OFDM à $N_T \times N_{FFT}$ sous-porteuses

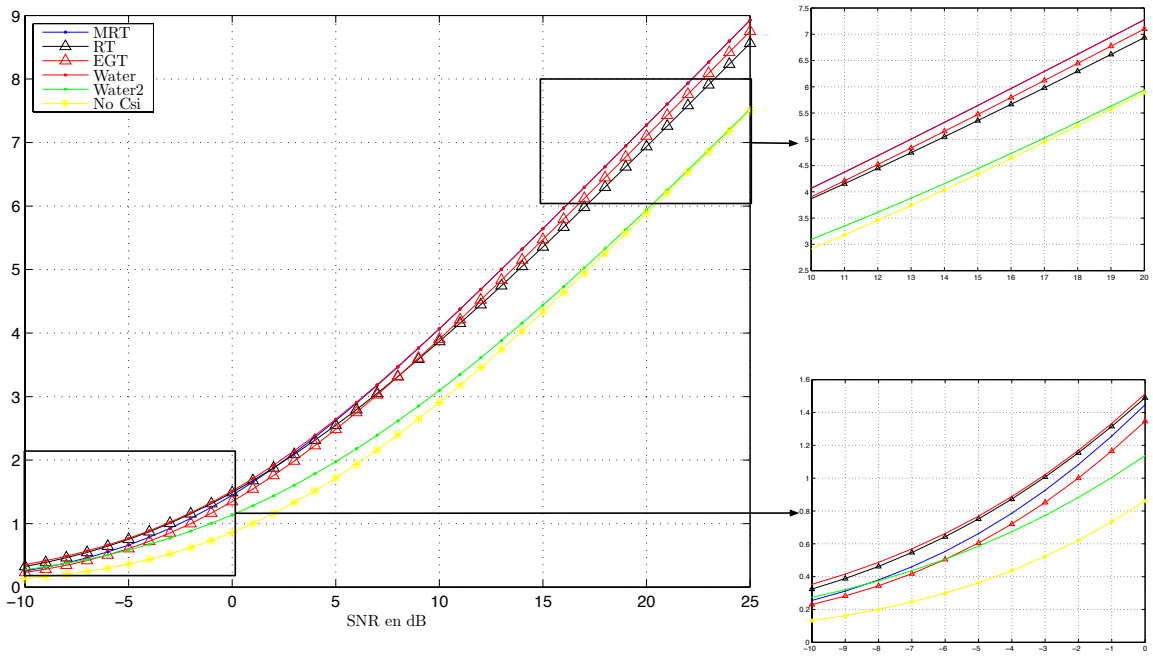

FIGURE 4.12 – Capacité des différents systèmes avec et sans allocation de puissance pour $N_T = 2$

Ainsi les capacités obtenues valent respectivement :

$$\frac{C_{water1}}{W} = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=1}^{N_{FFT}} \log_2 \left(1 + \frac{P_k \lambda_m}{\sigma_n^2} \right) \tag{4.65}$$

$$\frac{C_{water2}}{W} = \frac{1}{N_{FFT}} \sum_{k=1}^{N_{FFT}} \log_2 \left(1 + \frac{\left| \sum_{l=1}^{N_T} P_{k,l} H_{m,k,l} \right|^2}{\sigma_n^2} \right) \tag{4.66}$$

où P_k est la puissance allouée sur la sous-porteuse d'indice k et $P_{k,l}$ est la puissance allouée à la sous-porteuse d'indice k pour l'antenne l. Comme l'algorithme de waterfilling alloue moins, voire pas, de puissance aux sous-porteuses ayant un faible SNR, la puissance sera répartie entre les sous-porteuses possédant les plus hautes valeurs propres dans le premier cas, et le meilleur coefficient de canal dans le deuxième cas. Ainsi, la puissance sera répartie entre un nombre limité de sous-porteuses à faible SNR. En revanche, à fort SNR, la puissance sera répartie sur quasiment toutes les sous-porteuses et le système se rapprochera ainsi du système sans optimisation. Dans le premier cas, la capacité se rapprochera de celle du SVD. Dans le second cas, la capacité se rapprochera d'un système sans connaissance du canal à l'émission.

On obtient ainsi les capacités de la Figure 4.12 pour $N_T = 2$ antennes d'émission. On observe ainsi qu'à faible SNR, le système MRT avec le technique de waterfilling dépasse légèrement (Water) la capacité du système RT-OFDM. A fort SNR, la capacité tend vers celle du système MRT sans waterfilling.

La capacité du second système avec allocation de puissance est semblable à celle du système MRT à faible SNR puis tend vers la capacité du système sans connaissance du canal à l'émission

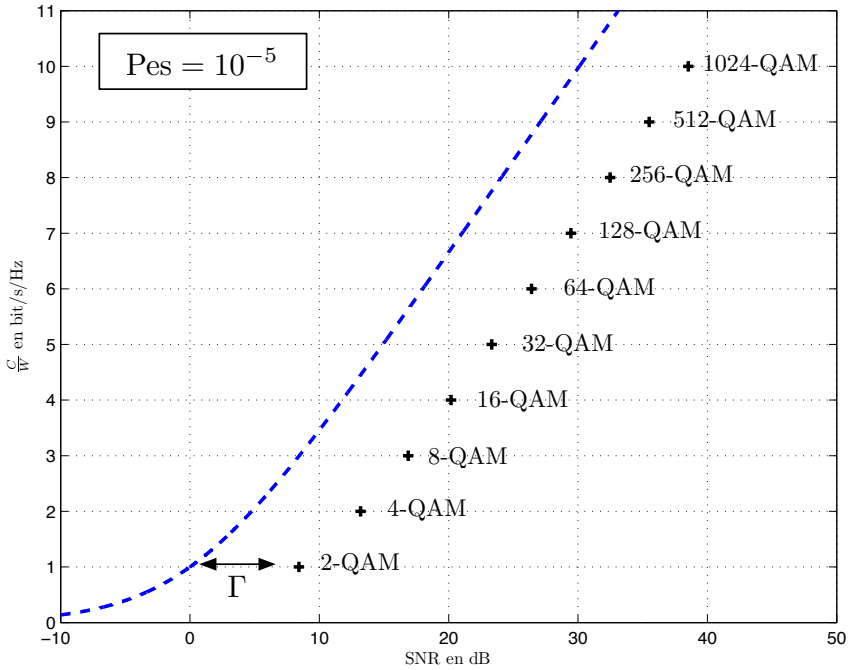

FIGURE 4.13 – Limite de Shannon et points de fonctionnement des constellations QAM

(no CSI).

Ainsi, en ajoutant un algorithme d'allocation de puissance au système MRT, il est possible de dépasser légèrement la capacité du système RT-OFDM, même à faible SNR. Cependant, il faut noter que l'algorithme de waterfilling ajoute de la complexité au système.

4.3.2 Algorithme d'adaptation de modulation

Afin de s'approcher de la capacité, il est également possible d'introduire un algorithme de modulation adaptative. Ce dernier va permettre aux systèmes d'émettre des symboles d'ordre supérieur sur les sous-porteuses ayant un fort SNR afin d'assurer un Taux d'Erreur Symbole (TES) cible.

La capacité étant calculée pour une PEB quasiment nul (voir 2), une Probabilité d'Erreur Symbole (PES) cible doit d'abord être choisi. On décide ici de cibler PES= 10^{-5}. En connaissant le SNR pour lequel les constellations QAM atteignent une PES égal à 10^{-5} sur un canal Gaussien, il est possible de déterminer quelle constellation peut être utilisée sur chacune des sous-porteuses tout en garantissant une PES de 10^{-5}. De manière évidente, le SNR sur chacune des sous-porteuses étant dépendant de la technique de précodage, la constellation va varier suivant la technique employée.

Ainsi, le débit maximal que peut atteindre un canal peut être exprimé par [52] :

$$R = \log_2\left(1 + \frac{1}{\Gamma}\frac{P_s}{\sigma_n^2}\right) \tag{4.67}$$

où P_s est la puissance du signal émis et σ_n^2 est la puissance de bruit. Le paramètre Γ est la marge de SNR entre la limite de Shannon et les points de fonctionnement des constellations.

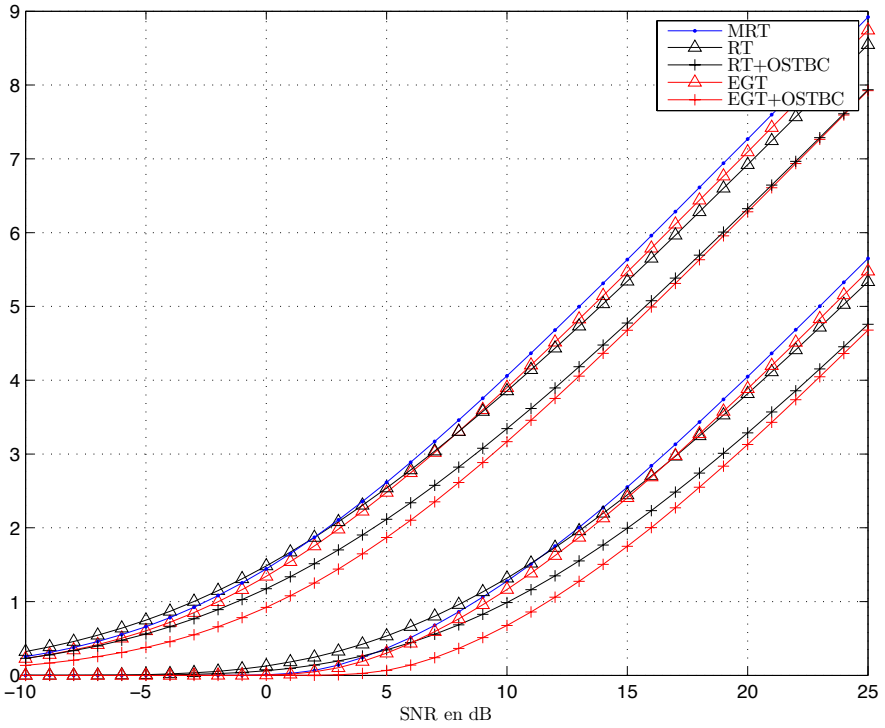

FIGURE 4.14 – Capacité et débit atteignable pour $N_T = 2$ avec une cible Pes$= 10^{-5}$

Ce SNR est parfois appelé "SNR normalisé", car il peut s'écrire $\Gamma = SNR/(2^R - 1)$. En observant la Figure 4.13, on observe que cet écart est quasiment constant quelle que soit la constellation. Cette marge de SNR peut être déterminée de manière théorique à partir de l'expression du PES. En effet, dans le cas d'un codage de Gray, elle peut être approchée pour des rapports $E_b/N_0 \gg 1$ par [53] :

$$\text{PES} \approx 2\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{3R}{2\left(2^R-1\right)}\frac{E_b}{N_0}}\right) \tag{4.68}$$

où R représente le nombre de bits par symbole de la constellation QAM. En sachant que $E_s/N_0 = RE_b/N_0$, il vient :

$$\text{PES} \approx 2\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{3}{2}\Gamma}\right) \tag{4.69}$$

On en déduit ainsi que pour la PES visée, la marge de bruit vaut $\Gamma = 6,94$, soit $8,4$dB.

En calculant le débit atteignable pour chacune des techniques de précodage, on obtient les résultats présentés sur la Figure 4.14 pour $N_T = 2$. On peut observer que la hiérarchie obtenue pour la capacité reste quasiment la même pour le débit. On observe que le système offrant le meilleur débit pour les faibles SNR (jusqu'à 11dB) est le système RT. On observe également que le débit proposé par le système RT combiné avec un OSTBC dépasse celui du système MRT. Pour les SNR forts, c'est le système MRT qui offre le meilleur débit. Cela veut dire qu'à bas SNR, le système RT peut en moyenne allouer plus de bits par sous-porteuse que les autres systèmes.

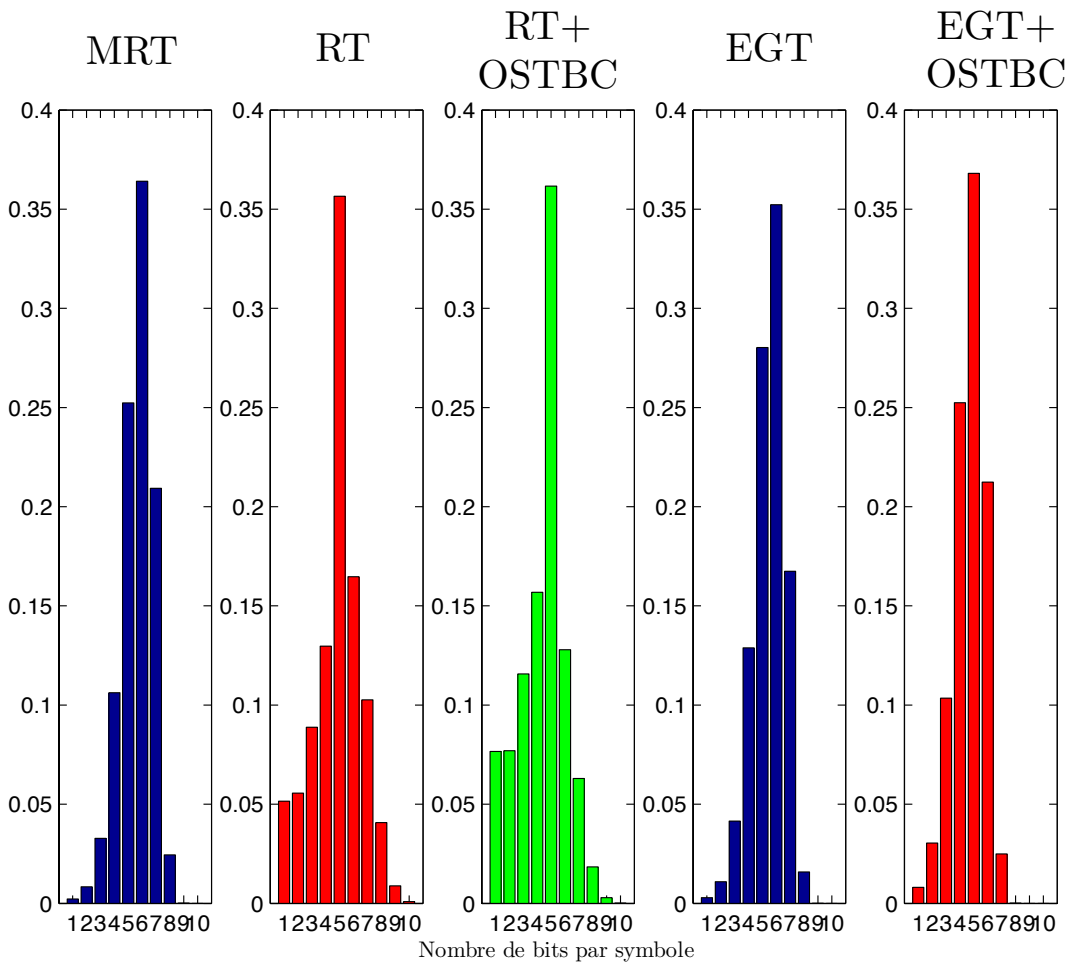

FIGURE 4.15 – Densité de probabilité du nombre de bits alloués sur les sous-porteuses pour SNR= 25dB, $N_T = 2$ et pour une cible PES= 10^{-5} pour les systèmes **(a)** MRT, **(b)** RT, **(c)** RT+OSTBC, **(d)** EGT et **(e)** EGT+OSTBC

La Figure 4.16 illustre cette observation en affichant la densité de probabilité du nombre de bits alloués sur les sous-porteuses pour un $SNR = 25$dB. La valeur 0 signifie qu'aucun symbole QAM n'a été alloué sur les sous-porteuses. On peut observer que la gamme de constellations utilisée pour les systèmes RT est plus grande que pour les autres systèmes. En effet, les symboles alloués sont de type BPSK à 1024-QAM. Cela révèle que certaines sous-porteuses possèdent un SNR plus élevé que dans les autres systèmes. Cela signifie également que certaines sous-porteuses ont un SNR plus faible que dans les autres systèmes, car les systèmes RT allouent plus de symboles de type BPSK et QPSK.

Les mêmes observations peuvent être réalisées sur la Figure 4.15 pour un SNR= 0dB. En moyenne, on observe que le système RT alloue des symboles de type BPSK et QPSK (1 et 2 bits par symbole respectivement), quand les autres systèmes n'allouent que des symboles BPSK en moindre proportion. Cela révèle que le SNR des sous-porteuses est plus élevé dans le cas RT que dans les autres cas.

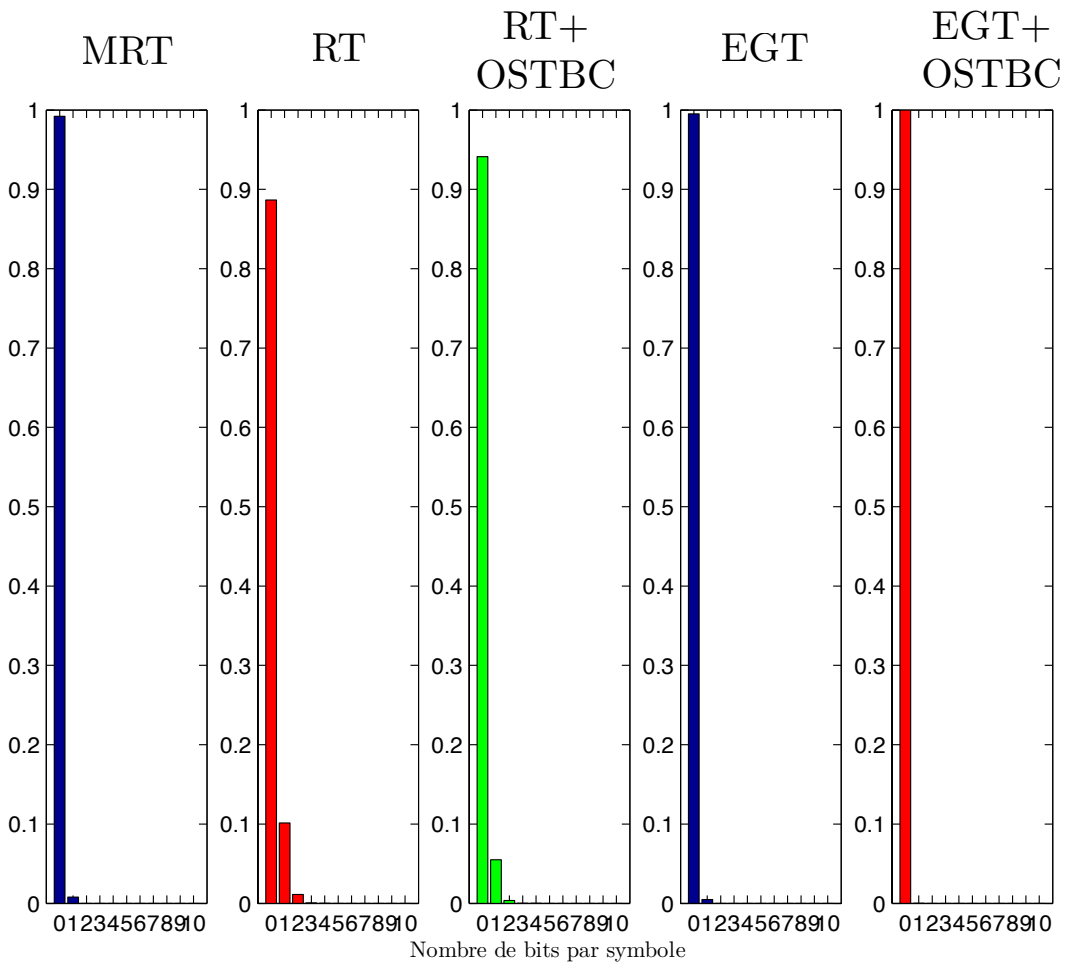

Figure 4.16 – Densité de probabilité du nombre de bits alloués sur les sous-porteuses pour SNR= 0dB, $N_T = 2$ et pour une cible PES= 10^{-5} pour les systèmes **(a)** MRT, **(b)** RT, **(c)** RT+OSTBC, **(d)** EGT et **(e)** EGT+OSTBC

D'autre part, il peut être observé que pour atteindre une efficacité spectrale de 2bit/s/Hz avec une PES= 10^{-5}, le système RT nécessite un SNR= 13dB contre 40dB dans le cas où la constellation QPSK était imposée. Il est aussi intéressant de noter que les systèmes MRT et EGT nécessitent un SNR= $12,85$dB et $13,35$dB respectivement pour atteindre la même PES. Les performances de tous les systèmes ont ainsi été améliorées.

4.4 Dimensionnement de l'Intervalle de Garde

Comme il a été mentionné dans le chapitre 1, le RT diminue l'étalement des retards du canal équivalent. Or, il a été montré que les performances des systèmes SISO de type RT-OFDM ne permettaient pas de diminuer l'IG du système. Cependant, en augmentant le nombre d'antennes d'émission, les lobes secondaires de l'autocorrélation du canal diminuent et la focalisation temporelle est ainsi améliorée. L'étalement des retards du canal équivalent étant

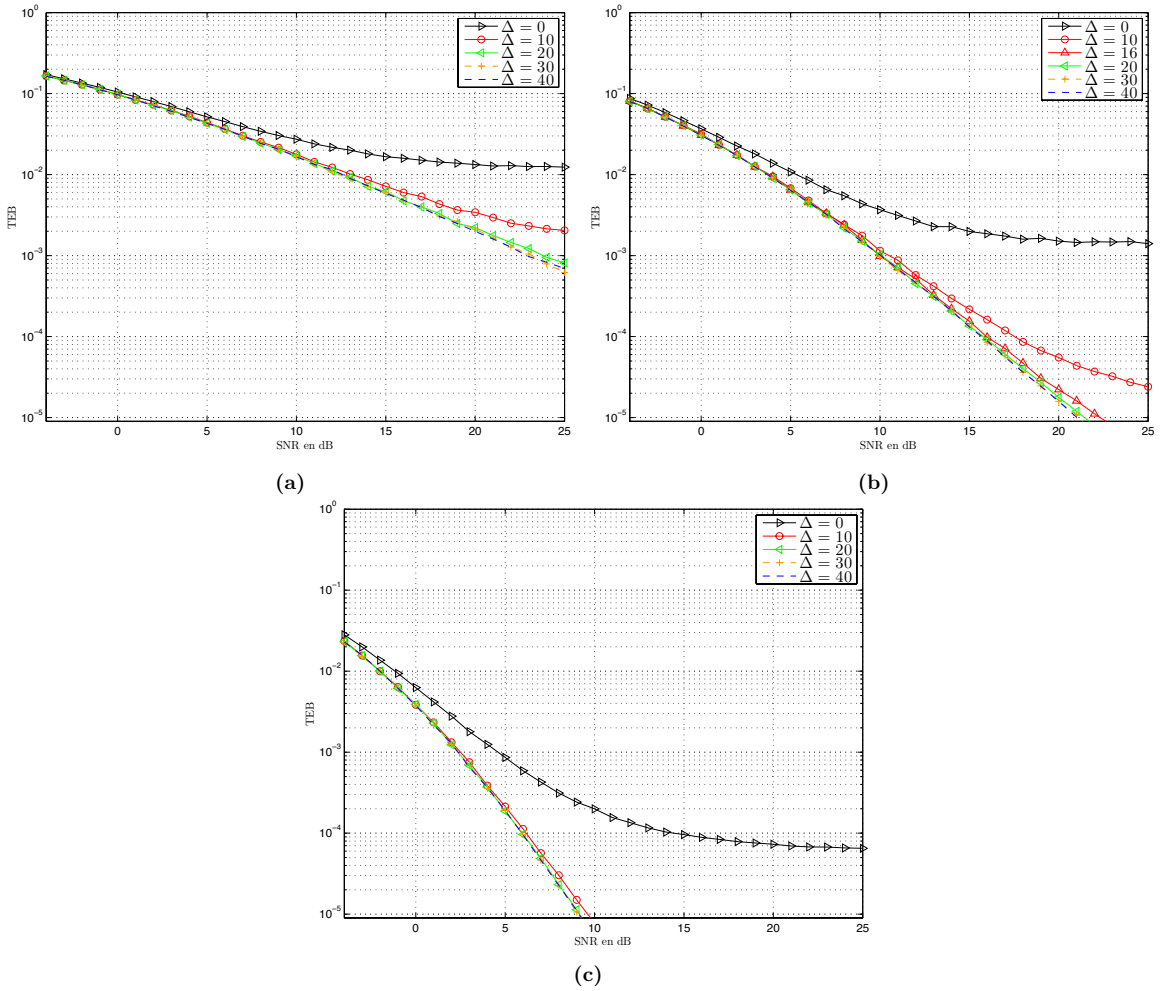

FIGURE 4.17 – Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR pour les systèmes TR-OFDM 2×1 **(a)**, 4×1 **(b)** et 8×1 **(c)**,

étroitement lié à l'IES, nous allons voir dans quelle mesure la focalisation temporelle est améliorée en diminuant la longueur de l'IG pour des systèmes comportant plusieurs antennes d'émission. Ainsi, si l'étalement des retards du canal équivalent est diminué, l'IG pourra être diminué sans perte de performance.

Comme il a été montré dans le chapitre 3 que l'implémentation du RT en temps ou en fréquence est équivalente, les résultats sont présentés uniquement pour l'implémentation en fréquence.

Les performances en terme de TEB pour les systèmes RT-OFDM sont présentés sur la Figure 4.17 pour $N_t = 2, 4$ et 8.

On remarque que pour $N_T = 2$, l'IG ne peut pas être réduit en-dessous de 20 échantillons comme dans le cas SISO. En revanche, pour $N_T = 4$, l'IG peut être réduit à une taille égale à $\Delta = 16$ pour des performances extrêmement proches des performances optimales. De même, pour $N_T = 8$, on peut réduire l'IG jusqu'à $\Delta = 10$ échantillons. On remarque que lorsque le nombre d'antennes augmente, l'IG peut être réduit tout en conservant le même niveau de

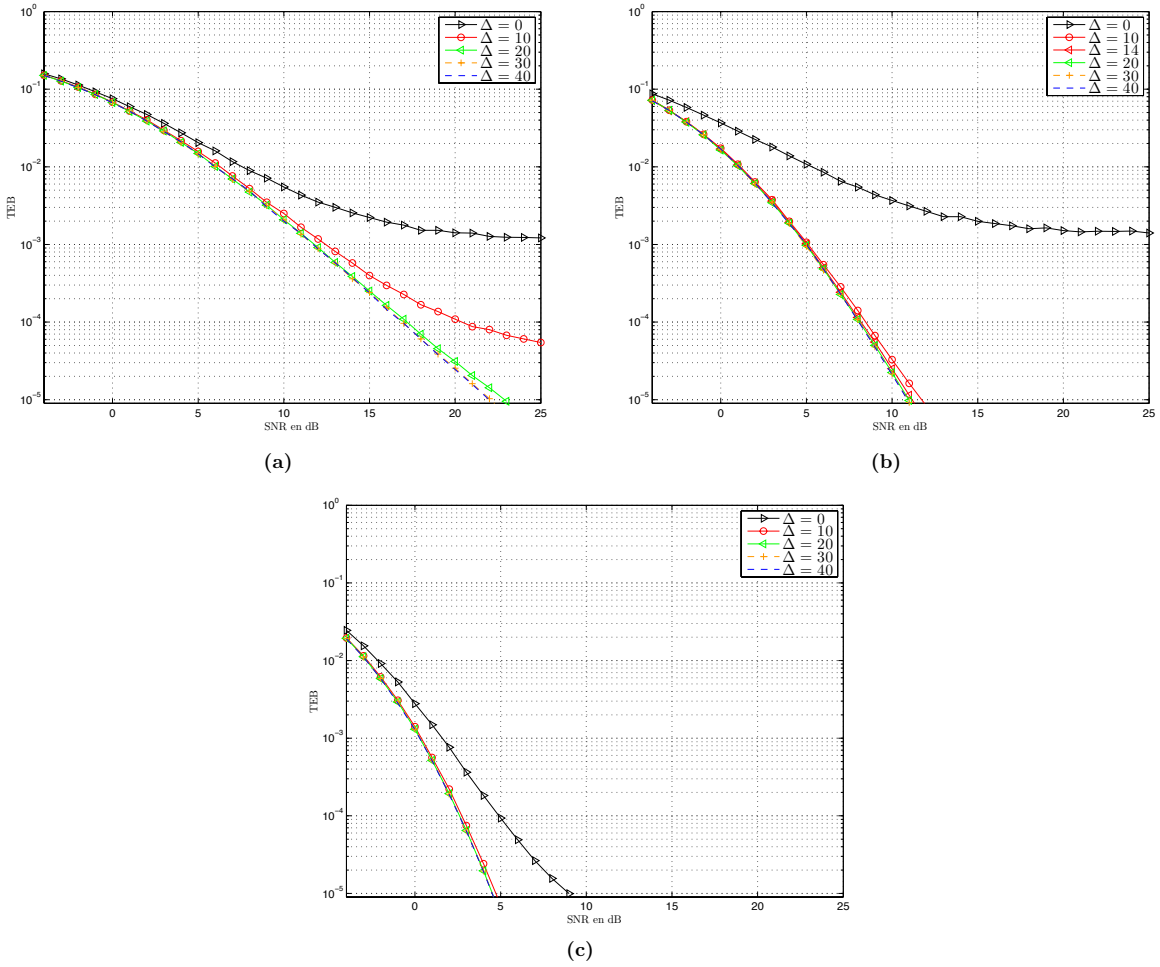

FIGURE 4.18 – Taux d'Erreurs Binaire en fonction du SNR pour les systèmes EGT-OFDM 2×1 **(a)**, 4×1 **(b)** et 8×1 **(c)**

performance. Ceci permet d'améliorer l'efficacité spectrale du système.

De même, pour les systèmes EGT, on peut réduire l'IG à $\Delta = 20$ pour $N_T = 2$, $\Delta = 14$ pour $N_T = 4$, $\Delta = 10$ pour $N_T = 8$ comme le montre la Figure 4.18 pour $N_t = 2, 4$ et 8.

4.5 Utilisation des systèmes et respect des masques de puissance

Nous avons montré que le RT permettait de réaliser des systèmes MISO OFDM de manière simple, ne nécessitant pas d'opération de combinaison sur les canaux. Cela permet ainsi de l'implémenter dans des systèmes distribués, où la connaissance de tous les liens par un organe central n'est pas nécessaire. Cela est également possible avec la technique EGT.

A l'inverse, cela n'est pas possible avec la technique MRT car elle nécessite de connaître tous les liens dans un organe central afin de calculer les termes de précodage sur chacune des antennes. Par conséquent, la technique de précodage devra être choisie en fonction de

l'application visée.

D'autre part, si le système doit respecter un masque de densité spectrale de puissance, alors la technique EGT est adaptée. Les techniques RT et MRT ne sont pas adaptées car elles créent un écart de puissance entre les sous-porteuses et ne permettraient pas de respecter celui-ci (voir Figure 4.19). Afin de respecter les masques, la puissance totale du signal devrait être abaissée afin que la puissance d'aucune sous-porteuse ne dépasse le seuil fixé. Les performances du système serait ainsi dégradées.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que le RT permettait de réaliser des systèmes MISO-OFDM avec des récepteurs très simples, ne nécessitant pas d'opération de combinaison sur les canaux, permettant ainsi de l'implémenter dans des systèmes distribués. Il a été également rappelé que ces systèmes peuvent être utilisés en combinaison avec des codes en bloc orthogonaux pour constellations réelles, comme présenté dans [47].

Le calcul analytique de capacité de chacun des systèmes appuyés par les simulations ont permis de déterminer que la capacité du système RT-OFDM est supérieure aux autres à bas SNR. A haut SNR, c'est le système MRT qui atteint les plus hautes performances limites. De plus, la capacité du système RT tend vers la capacité du système MRT lorsque le nombre d'antennes augmente. Les systèmes combinant les OSTBC ont des performances limites inférieures aux systèmes sans OSTBC.

De plus, l'ordre de diversité qui peut être exploité pour chacun des systèmes a été déterminé analytiquement avec ou sans combinaison avec les OSTBC. Il a été montré que ces systèmes permettaient d'exploiter la diversité spatiale proposée par les systèmes multi-antennes au travers de calculs de performances. ll a été mis en évidence que les systèmes MRT et EGT (en combinaison ou pas avec OSTBC) exploitent la pleine diversité. En revanche, les systèmes à base de RT n'exploitent que la moitié de la diversité disponible. Par conséquent, les performances du système RT, lorsque la constellation est contrainte, sont très inférieures à celles des autres systèmes.

Il a également été montré que l'utilisation des OSTBC, bien que possible, est inutile dans ce cas et conduit à de moindres performances. Des simulations ont ensuite été réalisées, permettant ainsi de confirmer les calculs effectués et de généraliser ceux pour lesquels les calculs étaient trop complexes.

La capacité du système RT-OFDM a également été comparée avec le système MRT combiné avec un algorithme de waterfilling. Il a été montré que le système RT-OFDM permet d'atteindre une capacité proche du système MRT avec allocation optimale de la puissance, tout en ayant une complexité faible.

Un algorithme de modulation adaptative a ensuite été ajouté afin d'améliorer les performances des systèmes RT et de se rapprocher de la capacité. Il a été montré qu'à un taux d'erreur visé de 10^{-5}, le système RT a une meilleure efficacité spectrale que les autres systèmes à faible SNR, alors que le système MRT le dépasse à fort SNR.

Ces travaux ont fait l'objet d'une soumission dans une revue internationale [54].

D'autre part, des simulations ont été réalisées afin d'évaluer la dimension optimale de l'intervalle de garde. On s'aperçoit que la longueur de l'intervalle de garde peut être diminuée lorsque l'on augmente le nombre d'antennes à l'émission, et permet ainsi d'améliorer l'efficacité spectrale du système, dans le cas RT-OFDM et EGT-OFDM.

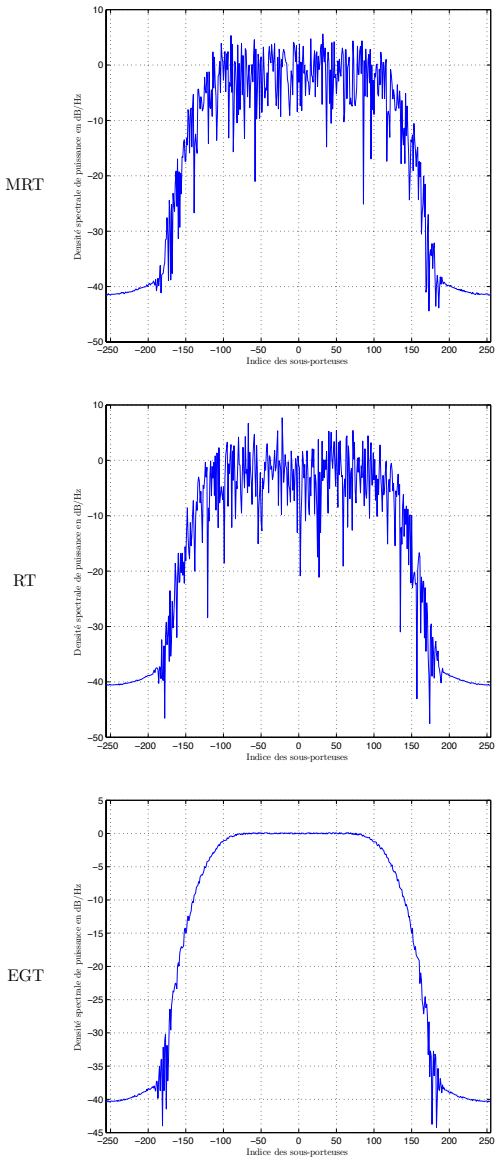

FIGURE 4.19 – Densité spectrale de puissance des systèmes MRT, RT et EGT

Chapitre 5

Le Retournement Temporel dans un système OQAM

Sommaire

5.1 Système OFDM/OQAM 78
5.2 Implémentation de RT dans un système RT-OQAM 81
5.3 Schéma de transmission MISO-RT-OQAM 82
5.3.1 Système MISO-RT-OQAM 82
5.3.2 Système MISO-RT-OQAM combiné avec un OSTBC 83
5.4 Résultats de simulation 83
5.5 Conclusion 84

Introduction

Dans un système OFDM, l'orthogonalité dans le domaine temporel est assurée par la fonction de mise en forme rectangulaire. Cette fonction limitée dans le temps permet de séparer les symboles OFDM. De plus, cette fonction se traduisant par un sinus cardinal dans le domaine fréquentiel, elle assure l'orthogonalité entre le sous-porteuses. Cependant, le sinus cardinal possède des lobes secondaires importants. Le signal OFDM possède alors également des lobes secondaires importants susceptibles de gêner des utilisateurs situés dans des bandes de fréquences adjacentes. Afin d'éviter cet effet, il est possible d'éteindre les sous-porteuses situées sur le bord du spectre, afin de créer une bande de garde. Une alternative consiste à utiliser le système OFDM/OQAM.

Le système OFDM/OQAM est un système OFDM utilisant des fonctions de mises en forme différentes de la fonction rectangulaire. Ces fonctions de mises en forme sont mieux localisées dans les domaines temporel et fréquentiel et permettent ainsi de s'affranchir de l'intervalle de garde ainsi que de l'extinction des sous-porteuses latérales du signal [55]. Ainsi, l'OFDM/OQAM permet d'obtenir une meilleure efficacité spectrale qu'un système OFDM grâce à l'absence d'intervalle de garde, ainsi qu'à l'absence de bandes de garde.

Cependant, les techniques utilisées pour réaliser un système MISO-OQAM étant soit complexes, soit peu performantes [56] [57], il convient d'étudier différentes techniques afin d'atteindre de bonnes performances et d'exploiter la diversité.

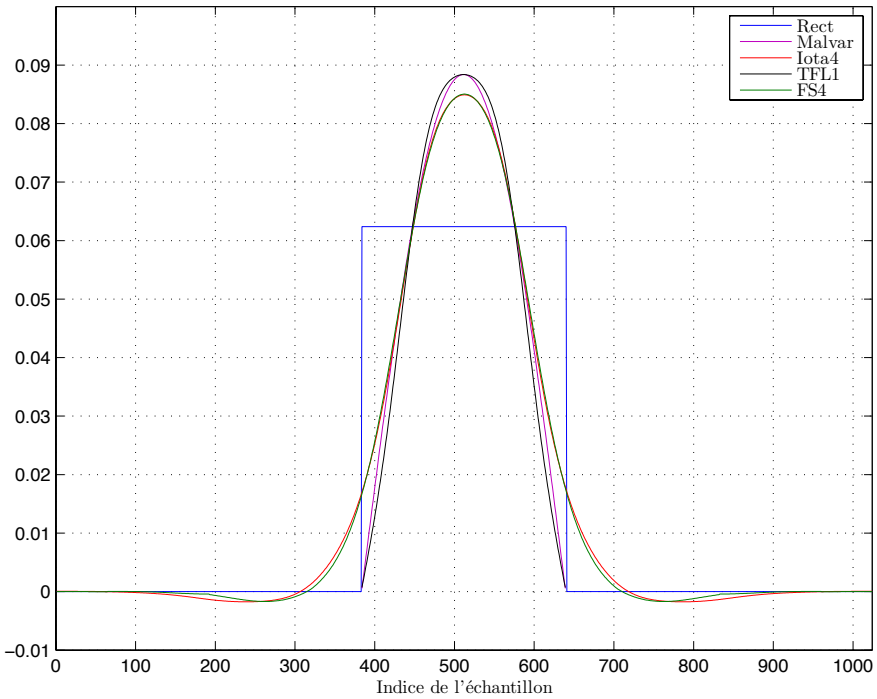

Figure 5.1 – Représentation temporelle des fonctions de mise en forme utilisées dans les systèmes OFDM/OQAM

Nous avons montré dans les chapitres précédents que le RT s'applique au système OFDM et permet de réaliser des systèmes MISO-OFDM simples exploitant la diversité spatiale. Nous étudions ici l'application du RT aux systèmes OFDM/OQAM.

5.1 Système OFDM/OQAM

Contrairement à un système OFDM qui utilise la fonction porte comme fonction de mise en forme dans le domaine temporel, la modulation OFDM/OQAM utilise des fonctions de mise en forme différentes. Ces fonctions sont mieux localisées dans les domaines temporel et fréquentiel comme l'illustrent les Figures 5.1 et 5.2.

Sur la Figure 5.1, on peut observer l'étalement temporel de la fonction rectangulaire ainsi que des fonctions prototypes classiquement utilisées en OFDM/OQAM : Malvar [58], IOTA4 [59], TFL1 [55] et FS4 [60]. On peut observer que les fonctions IOTA4 et FS4 sont plus étalées temporellement que la fonction porte et que les fonctions Malvar et TFL1. Cela indique que les symboles filtrés par ces fonctions seront plus propices à créer de l'IES.

Sur la Figure 5.2, on peut observer l'étalement fréquentiel des fonctions. On observe ainsi que les lobes secondaires du module des fonctions IOTA4 et FS4 sont inférieurs à ceux des autres fonctions représentées. Cela indique que le signal provoquera moins d'interférences sur les bandes adjacentes.

Par conséquent, les interférences inter symboles et inter porteuses sont diminuées. Un système utilisant la modulation OFDM/OQAM ne nécessite donc pas d'intervalle de garde, et son efficacité spectrale est donc supérieure à un système OFDM classique.

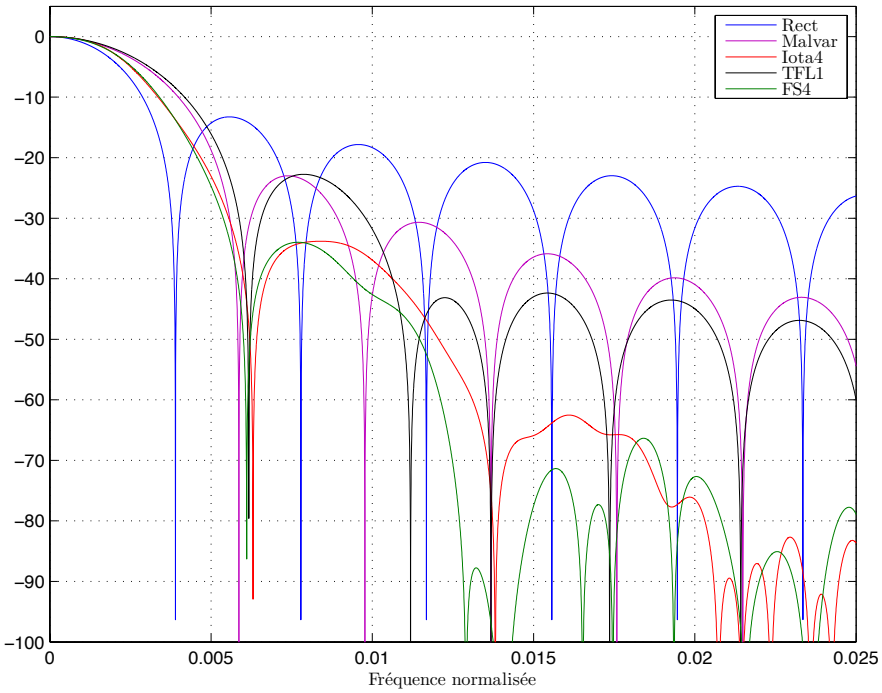

FIGURE 5.2 – Représentation fréquentielle du module des fonctions de mise en forme utilisées dans les systèmes OFDM/OQAM

Cependant, l'orthogonalité de la fonction de mise en forme utilisée ne peut être obtenue uniquement dans le domaine réel. Cela se traduit par la relation suivante :

$$\Re\left(\int g_{m,n}(t)g^*_{p,q}(t)\right) = \delta_{m,p}\delta_{n,q} \tag{5.1}$$

où $\delta_{m,p}$ est le symbole de Kronecker et $g_{m,n}(t) = g(t - nT_0)e^{j2\pi mF_0 t}e^{j\phi_{m,n}}$ est la fonction de mise en forme sur la sous-porteuse d'indice m du symbole OFDM/OQAM d'indice n, avec $g(t)$ le filtre prototype et :

$$\phi_{m,n} = \begin{cases} 0 & , \quad \text{si } m \text{ et } n \text{ ont la même parité} \\ \pi/2 & , \quad \text{si } m \text{ et } n \text{ ont une parité différente} \end{cases} \tag{5.2}$$

Le système doit donc opérer avec des symboles purement réels. La transmission de symboles complexes peut donc être réalisée en envoyant alternativement la partie réelle et la partie imaginaire du symbole. Un décalage temporel existe entre la partie réelle et la partie imaginaire du symbole, ce qui donne le nom d'Offset QAM, ou OQAM. Les symboles sont ainsi envoyés à un rythme $T_0/2$, où T_0 est la durée d'un symbole OFDM sans intervalle de garde. Le nombre de sous-porteuses est le même que dans un système OFDM ayant les mêmes paramètres de bande de fréquence et de durée symbole. Le système OQAM a donc la même efficacité spectrale qu'un système OFDM classique, avec un intervalle de garde de taille nulle.

De plus, les symboles adjacents présentent une phase de $\pi/2$ afin d'assurer l'orthogonalité :

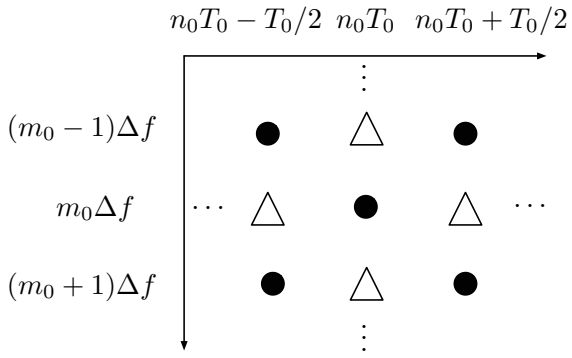

FIGURE 5.3 – Organisation des parties réelle (•) et imaginaire (Δ) des symboles QAM dans un système OFDM/OQAM

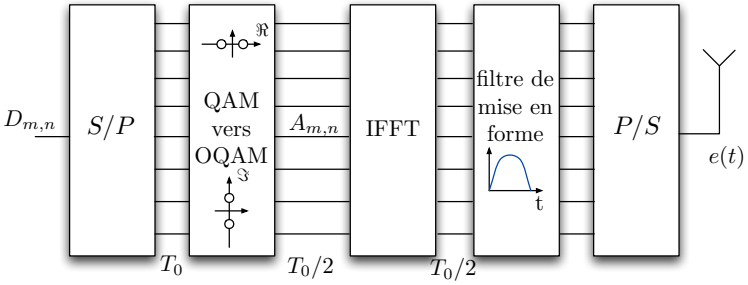

FIGURE 5.4 – Schéma d'un modulateur OFDM/OQAM

	$nT_0 - T_0/2$	nT_0	$nT_0 + T/2$
$(m-1)\Delta f$	$D^{\Re}_{m-1,n-1}$	$jD^{\Im}_{m-1,n}$	$D^{\Re}_{m-1,n}$
$m\Delta f$	$jD^{\Im}_{m,n-1}$	$D^{\Re}_{m,n}$	$jD^{\Im}_{m,n}$
$(m+1)\Delta f$	$D^{\Re}_{m+1,n-1}$	$jD^{\Im}_{m+1,n}$	$D^{\Re}_{m+1,n}$

où Δf est l'espacement en fréquence entre deux sous-porteuses et $D^{\Re}_{m,n}$ (respectivement $D^{\Im}_{m,n}$) est la partie réelle (resp. partie imaginaire) du symbole $D_{m,n}$. Cette organisation peut être visualisée sur un canevas comme représenté sur la Figure 5.3.

Le modulateur d'un système OFDM/OQAM ressemble donc à un modulateur OFDM auquel un filtre de mise en forme est ajouté ainsi qu'un bloc permettant de séparer les parties réelles et imaginaires des symboles QAM. On peut le schématiser comme représenté sur la Figure 5.4.

En notant les symboles réels $A_{m,n}$, le signal émis peut s'exprimer par :

$$e(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{N_{FFT}-1} A_{m,n} g_{m,n}(t) \tag{5.3}$$

En notant les échantillons du canal discret h_l pour $l \in [0, L_h - 1]$, où h_l est le l-ème

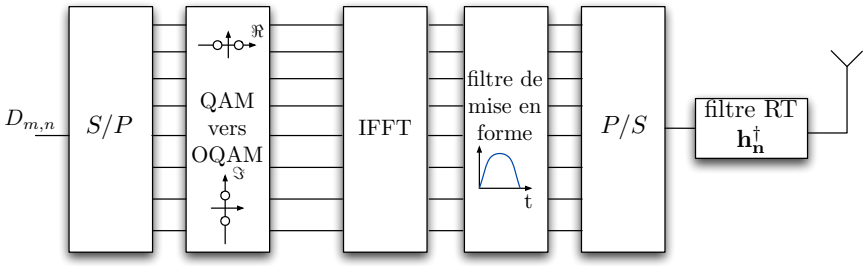

FIGURE 5.5 – Système OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel

coefficient du canal, le symbole reçu $R_{m,n}$, est égal à [61] :

$$R_{m,n} = \underbrace{\sum_{l=0}^{L_h-1} h_l A_g[-l,0] e^{-j\frac{\pi 2ml}{N_{FFT}}}}_{\alpha_{m,n}} a_{m,n} + \underbrace{\sum_{(p,q)\neq(0,0)} a_{m+p,n+q} e^{j\frac{\pi}{2}(p+q+pq)} e^{j\pi pn} H_m^{p,q}}_{J_{m,n}} + N_{m,n} \tag{5.4}$$

où $\alpha_{m,n}$ est le terme de distorsion, A_g est la fonction d'ambiguité du filtre prototype $g(t)$, $J_{m,n}$ est le terme d'interférence et $H_m^{p,q}$ est le canal vu à travers le filtre de mise en forme dans le domaine fréquentiel. Il peut s'exprimer comme :

$$H_m^{p,q} = \sum_{l=0}^{L_h-1} h_l A_g[-qM-l,-p] e^{-j\frac{\pi(2m+p)l}{N_{FFT}}} \tag{5.5}$$

$$\text{avec } A_g(\tau,\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t+\frac{\tau}{2}) g(t-\frac{\tau}{2}) e^{-2j\pi\nu t} dt \tag{5.6}$$

Les symboles reçus sont ensuite égalisés par un coefficient par sous-porteuse et la partie réelle de chaque symbole est ensuite extraite. Enfin, la partie réelle et la partie imaginaire sont recombinées après avoir pris une décision sur chacune d'elle.

5.2 Implémentation de RT dans un système RT-OQAM

Le RT peut être mis en oeuvre dans le domaine temporel, comme dans le cas du système OFDM, en ajoutant un filtre après le modulateur. Ce filtre contient la réponse impulsionnelle du canal retournée dans le temps et conjuguée (voir Figure 5.5).

On rappelle que le canal discret équivalent est alors l'autocorrélation de la RI du canal. Il est donc symétrique hermitien. On note alors les échantillons du canal équivalent Γ_{h_l} pour $l \in [-L_h+1 \; L_h-1]$. On a ainsi la relation suivante $\Gamma_{h_{-l}} = \Gamma_{h_l}^*$. En sachant que la fonction d'ambiguité est elle aussi symétrique hermitienne, *i.e.* $A_g[l,0] = A_g^*[-l,0]$, le terme de

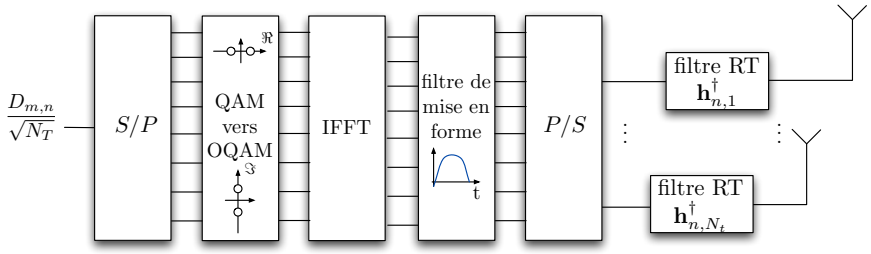

FIGURE 5.6 – Système MISO-OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel

distorsion peut alors s'exprimer comme :

$$\begin{aligned}
\alpha_{m,n} &= \sum_{l=-L_h+1}^{-1} \Gamma_{h_l} A_g[-l,0] e^{-j\frac{2\pi ml}{N_{FFT}}} + \Gamma_{h_0} A_g[0,0] + \sum_{l=1}^{L_h-1} \Gamma_{h_l} A_g[-l,0] e^{-j\frac{2\pi ml}{N_{FFT}}} \\
&= \sum_{l=1}^{L_h+1} \Gamma^*_{h_l} A^*_g[-l,0] e^{j\frac{2\pi ml}{N_{FFT}}} + \Gamma_{h_0} A_g[0,0] + \sum_{l=1}^{L_h-1} \Gamma_{h_l} A_g[-l,0] e^{-j\frac{2\pi ml}{N_{FFT}}} \\
&= \Gamma_{h_0} A_g[0,0] + 2\Re\left[\sum_{l=1}^{L_h-1} \Gamma_{h_l} A_g[-l,0] e^{-j\frac{2\pi ml}{N_{FFT}}}\right] \qquad (5.7)
\end{aligned}$$

Sachant que le terme central du canal équivalent Γ_{h_0} est réel et que $A_g[0,0]$ est réel, alors $\alpha_{m,n}$ est purement réel. Par conséquent, le terme de distorsion affectant chaque symbole est purement réel et permet de concevoir un récepteur simple.

5.3 Schéma de transmission MISO-RT-OQAM

5.3.1 Système MISO-RT-OQAM

En raison du caractère réel du terme de distorsion affectant chaque symbole reçu, la conception d'un système MISO-OQAM à base de RT est immédiate. Il suffit de filtrer sur chaque antenne par la RI du canal retournée et conjuguée dans le temps, comme le montre la Figure 5.6.

Ainsi, les termes de distorsion provenant de chacune des antennes d'émission s'additionnent constructivement au niveau du récepteur. Le symbole reçu devient alors :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \alpha_{m,n,k} \frac{D_{m,n}}{\sqrt{N_T}} + J_{m,n,k} + N_{m,n} \qquad (5.8)$$

où $\alpha_{m,n,k}$ est le terme de distorsion et $J_{m,n,k}$ est le terme d'interférence provenant de la k-ème antenne d'émission. On rappelle que le terme $\sqrt{N_T}$ est un terme de pondération servant à normaliser la puissance totale émise.

A partir de l'expression du symbole reçu, on remarque que le récepteur dans le cas MISO est identique au récepteur dans le cas SISO. Ainsi, il ne nécessite pas de combinaison en réception. De plus, dans le cas de symboles BPSK ou QPSK sans codage de canal, le récepteur consistera uniquement en un détecteur à seuil.

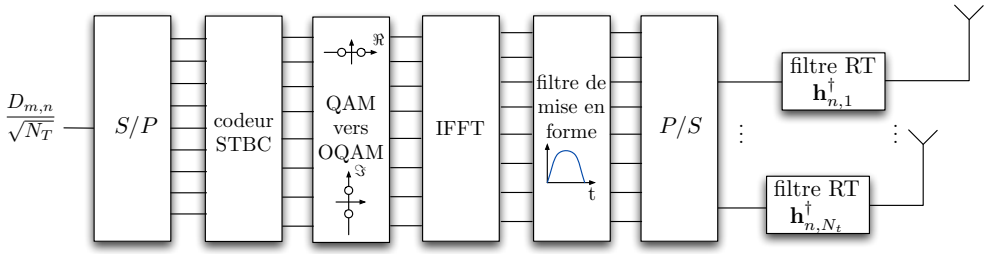

FIGURE 5.7 – Système MISO-OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel

5.3.2 Système MISO-RT-OQAM combiné avec un OSTBC

De même que pour le système RT-OFDM, il est possible de concevoir un système MISO-RT-OQAM utilisant les codes OSTBC pour symboles issus de constellations réelles. Cette combinaison est possible en raison du caractère purement réel du terme de distorsion α_{m_0,n_0}. En effet, il suffit de coder dans le temps et l'espace les symboles de chacune des sous-porteuses avant le modulateur OQAM, comme indiqué sur la Figure 5.7. On peut ainsi utiliser des codes orthogonaux de rendement unitaire avec des symboles provenant de constellations complexes pour un nombre quelconque d'antennes. En réception, la combinaison est réalisée après la recombinaison des symboles.

Pour le cas $N_T = 2$, les symboles reçus ont pour expression :

$$\begin{cases} R_{m,1} &= \alpha_{m,1,1}\frac{D_{m,1}}{\sqrt{N_T}} + J_{m,1,1} + \alpha_{m,1,2}\frac{D_{m,2}}{\sqrt{N_T}} + J_{m,1,2} + N_{m,1} \\ R_{m,2} &= -\alpha_{m,2,1}\frac{D_{m,2}}{\sqrt{N_T}} + J_{m,2,1} + \alpha_{m,2,2}\frac{D_{m,1}}{\sqrt{N_T}} + J_{m,2,2} + N_{m,2} \end{cases} \tag{5.9}$$

En considérant que le canal est constant pendant au moins deux durées symboles, on a les relations $\alpha_{m,1,1} = \alpha_{m,2,1}$ et $\alpha_{m,1,2} = \alpha_{m,2,2}$. Les symboles reçus sont combinés en utilisant les facteurs $\alpha_{m,1,1}$ et $\alpha_{m,1,2}$. Les symboles après combinaison en réception valent alors :

$$\begin{cases} \hat{D}_{m,1} &= \left(\alpha^2_{m,1,1} + \alpha^2_{m,1,2}\right)\frac{D_{m,1}}{\sqrt{N_T}} + \alpha_{m,1,1}\left(J_{m,1,1} + N_{m,1}\right) + \alpha_{m,1,2}\left(J_{m,2,2} + N_{m,2}\right) \\ \hat{D}_{m,2} &= \left(\alpha^2_{m,1,1} + \alpha^2_{m,1,2}\right)\frac{D_{m,2}}{\sqrt{N_T}} - \alpha_{m,1,1}\left(J_{m,2,1} + N_{m,1}\right) + \alpha_{m,1,2}\left(J_{m,1,2} + N_{m,2}\right) \end{cases} \tag{5.10}$$

Ainsi, dans un système comportant un nombre quelconque d'antennes d'émission N_T les symboles reçus ont pour expression :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \alpha^2_{m,n,k}\frac{D_{m,n}}{\sqrt{N_T}} + \alpha_{m,n,k}\left(J_{m,n,k} + N_{m,k}\right) \tag{5.11}$$

5.4 Résultats de simulation

Afin de corroborer les résultats obtenus, nous réalisons des simulations de type Monte Carlo avec les mêmes paramètres que dans le cas de l'OFDM. Le système comporte donc 256 sous-porteuses et les symboles émis sont de type QPSK. Le modèle de canal utilisé est le modèle BranA. Les résultats sont présentés sur la Figure 5.8 pour $N_T = 2$ et $N_T = 4$.

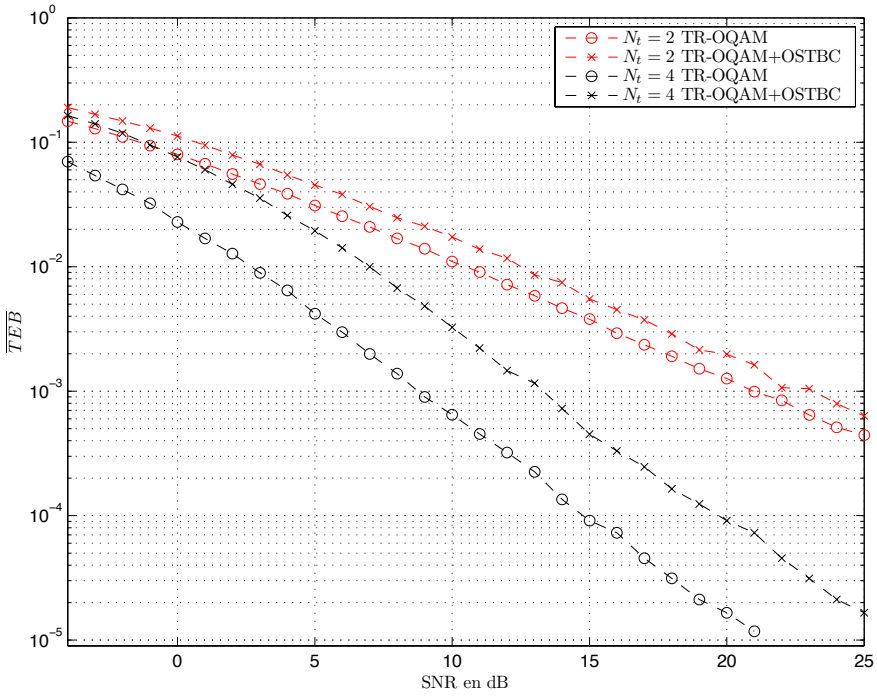

FIGURE 5.8 – Système MISO-OFDM/OQAM utilisant le Retournement Temporel

On peut observer que la pente de TEB moyen à fort SNR est plus forte lorsque le nombre d'antennes augmente. Cela révèle que le système MISO-RT-OQAM avec et sans OSTBC permet d'exploiter la diversité spatiale. En effet, pour $N_T = 2$ la pente de TEB moyen est de 10dB/décade, ce qui révèle que la diversité exploitée est de 1. Pour $N_T = 4$, la pente de TEB moyen est de 6dB/décade. La diversité exploitée est donc proche de 2 dans ce cas. Ainsi, par extension des résultats de simulation, on peut penser que le système exploite une diversité proche de $N_T/2$ pour N_T antennes d'émission.

D'autre part, on observe que le système utilisant la combinaison de RT sans OSTBC atteint de meilleures performances que le système avec OSTBC. En effet, pour $N_T = 2$ on observe un écart d'environ 2dB à fort SNR. De même, pour $N_T = 4$ on observe un écart de 4dB à fort SNR. Ainsi, comme pour le cas du RT-OFDM, l'utilisation des codes OSTBC ne paraît pas utile au système.

Il faut noter que, d'après les résultats de simulation présentés sur les Figure 4.17 et 5.8, le système MISO-RT-OQAM atteint les mêmes performances que le système MISO-RT-OFDM en termes de TEB et d'exploitation de la diversité. En prenant en compte la perte d'efficacité spectrale du système à base d'OFDM due à l'intervalle de gare, le système MISO-RT-OQAM est le plus performant dans ce cas.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que le RT peut être combiné avec un système OQAM. Nous avons calculé le facteur de distorsion affectant les symboles reçus dans ce cas et nous avons montré que celui-ci est purement réel. Par conséquent, il est possible de concevoir un système MISO-RT-OQAM très simple et performant.

De plus, un système MISO-RT-OQAM peut être réalisé simplement en appliquant le RT sur chaque antenne du système. La contribution de chaque antenne s'ajoute de manière cohérente au niveau du récepteur. Par conséquent, le récepteur dans le cas MISO est équivalent au récepteur dans le cas SISO. Il ne nécessite aucune combinaison en réception.

D'autre part, nous avons montré que ce système permet d'utiliser les codes OSTBC de rendement unitaire avec des symboles issus de constellations complexes.

Nous avons enfin montré par simulation que le système avec ou sans codage espace temps permet d'exploiter la diversité spatial. Ces simulations ont également mis en évidence que le système sans codage espace temps atteint de meilleures performances que le système avec codage.

Ces résultats ont fait l'objet d'une publication de brevet [62] et d'une soumission dans une revue internationale [63].

Chapitre 6

Estimation de canal pour le RT-OFDM

Sommaire

6.1 Estimation par la méthode LS 87

6.2 Estimation par la méthode LS et fenêtrage dans le domaine temporel 90

6.3 Conclusion 91

Dans les chapitres précédents, les calculs théoriques et les simulations ont été réalisés sous l'hypothèse d'une estimation parfaite du canal au niveau de l'émetteur. Dans ce chapitre, nous analysons la robustesse des systèmes à base de RT aux erreurs d'estimation du canal à l'émetteur. Nous proposons deux techniques d'estimations simples utilisant des symboles pilotes sur toutes les sous-porteuses, permettant d'évaluer le canal à l'émission, et nous établissons les formules de SNR associées et nous les analysons. Nous corroborons ensuite ces analyses avec des résultats de simulation. Ces résultats nous permettent de dimensionner le système qui sera implémenté sur la plateforme de démonstration en terme de nombre de symboles pilotes à émettre. Afin d'éviter toute ambiguité entre l'émetteur et le récepteur lors des différentes phases, on parlera ici d'utilisateur (User Equipment : UE) et de point d'accès (Access Point : AP), ce dernier possédant plusieurs antennes. L'utilisateur envoie des symboles pilotes afin de sonder le canal, puis le point d'accès envoie les données filtrées par la version estimée et retournée temporellement du canal.

6.1 Estimation par la méthode LS

Nous considérons ici que le récepteur envoie n_p symboles OFDM constitués uniquement de symboles pilotes sur toutes les sous-porteuses (voir Figure 6.1), ces symboles étant connus par l'émetteur.

Dans le cas de l'émission d'un symbole pilote par l'utilisateur, l'antenne du point d'accès reçoit alors le symbole suivant $Rp_{m,n}$ sur la m-ème sous-porteuse :

$$Rp_{m,n} = H_{m,n}Dp_{m,n} + Np_{m,n} \tag{6.1}$$

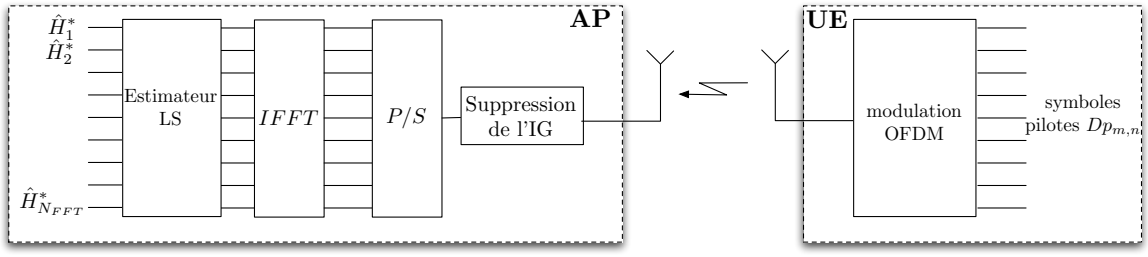

FIGURE 6.1 – Etape d'estimation du canal par l'émetteur à l'aide de l'émission de symboles pilotes Dp et de la technique LS

où $Dp_{m,n}$ est le symbole pilote situé sur la sous-porteuse d'indice m et $Np_{m,n}$ est le terme de bruit blanc additif gaussien lors de l'émission du pilote. Le canal étant considéré comme constant sur la durée d'estimation et de transmission de donnée, on note alors le coefficient de canal sur la m-ème sous-porteuse H_m sans tenir compte de l'indice de temps n.

Ainsi, afin d'estimer le canal par la méthode LS, l'émetteur divise le symbole reçu par le symbole pilote émis et on obtient [64] :

$$\hat{H}_m = \frac{Rp_{m,n}}{Dp_{m,n}} = H_m + \frac{Np_{m,n}}{Dp_{m,n}} \tag{6.2}$$

On obtient alors le coefficient de canal auquel s'ajoute un bruit blanc Gaussien. Le SNR d'estimation moyen $\overline{\gamma}_{est}$, que l'on définit comme le rapport entre la puissance du coefficient de canal et le bruit résiduel après estimation, vaut alors :

$$\overline{\gamma}_{est} = \frac{E[|H_m|^2]}{\frac{\sigma_n^2}{P_p}} = \frac{P_p}{\sigma_n^2} \tag{6.3}$$

où P_p est la puissance des symboles pilotes. On considère ici que les coefficients de canal ont une puissance unitaire en moyenne. Le SNR d'estimation $\overline{\gamma}_{est}$ est proportionnel à la puissance du symbole pilote. Ainsi, si le symbole pilote est boosté avec une puissance $P_p = 2$, le SNR d'estimation sera deux fois plus élevé et le bruit d'estimation sera alors réduit de 3dB.

Dans ce cas, on peut déduire que la transmission de données sera réalisée en filtrant à l'aide du coefficient de canal auquel s'ajoute un bruit blanc gaussien de puissance $1/\overline{\gamma}_{est}$. L'écart de performance par rapport au cas de l'estimation parfaite sera le plus grand à bas SNR et diminuera jusqu'à devenir quasiment nul lorsque le SNR augmentera.

On considère ici que la puissance de bruit ajoutée lors de l'étape de sondage du canal est identique à la puissance ajoutée lors de la transmission des données.

De même, lorsque le récepteur émet n_p symboles pilotes, l'estimateur de canal moyenne alors les coefficients de canal estimés. Ceux-ci valent alors :

$$\hat{H}_m = \frac{1}{n_p}\sum_{l=1}^{n_p}\frac{Rp_{m,l}}{Dp_{m,l}} = \frac{1}{n_p}\sum_{l=1}^{n_p}\frac{H_m Dp_{m,l} + Np_{m,l}}{Dp_{m,l}} = H_m + \frac{1}{n_p}\sum_{l=1}^{n_p}\frac{Np_{m,l}}{Dp_{m,l}} \tag{6.4}$$

On en déduit le SNR d'estimation :

$$\overline{\gamma}_{est} = \frac{E[|H_m|^2]}{\frac{1}{n_p^2}\sum_{l=1}^{n_p}\frac{\sigma_n^2}{P_p}} = \frac{1}{\frac{1}{n_p^2}\frac{n_p\sigma_n^2}{P_p}} = \frac{n_p P_p}{\sigma_n^2} \tag{6.5}$$

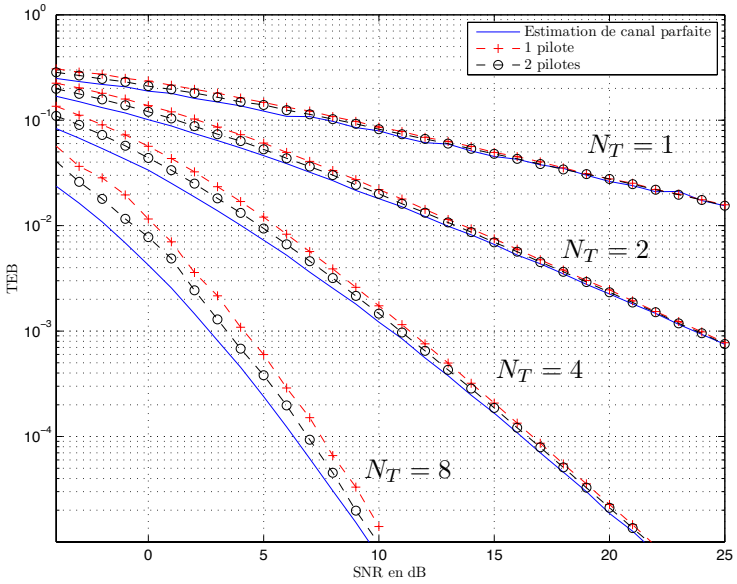

FIGURE 6.2 – TEB en fonction du SNR pour une estimation de canal de type LS avec $n_p = 1$ et $n_p = 2$ symboles pilotes pour $N_T = 1, 2, 4$ et 8 antennes

Le SNR d'estimation est donc n_p fois plus grand que dans le cas d'un seul symbole pilote. Le SNR d'estimation sera donc identique si l'utilisateur envoie $n_p = 2$ symboles pilotes avec une puissance $P_p = 1$ et un seul symbole pilote avec une puissance boostée $P_p = 2$.

La puissance du bruit d'estimation sera donc divisée par le nombre de symboles pilotes envoyés au point d'accès et par la puissance de ces symboles pilotes. Ainsi l'estimation du canal sera plus fiable et l'écart de performance avec le cas de l'estimation parfaite sera réduit.

Lorsque le point d'accès comporte plusieurs antennes, cette étape d'estimation nécessite une émission unique des symboles pilotes par l'utilisateur. Le canal est alors estimé sur chacune des antennes du point d'accès simultanément.

La Figure 6.2 nous permet d'observer les résultats de simulation pour l'envoi de $n_p = 1$ et $n_p = 2$ symboles pilotes et pour un point d'accès comportant $N_T = 1, 2, 4$ et 8 antennes. On peut observer sur ces courbes que les performances sont dégradées à bas SNR par rapport au système avec connaissance parfaite du canal. L'ajout d'un second symbole pilote permet de diminuer ce bruit d'estimation et ainsi approcher les performances optimales.

A fort SNR, les performances tendent vers les performances optimales, ce qui s'explique par la réduction du bruit sur l'estimation du canal.

On peut aussi noter que l'écart de performance à faible SNR est constant quel que soit le nombre d'antennes. En effet, on observe un écart d'environ 2, 5 dB entre la courbe de TEB pour une estimation avec un symbole pilote observée à un SNR= 0dB et la courbe de TEB pour une estimation parfaite, quel que soit le nombre d'antennes.

La Figure 6.3 permet de comparer les performances du système lors d'une estimation de canal à l'aide un symbole boosté ($n_p = 1$ et $P_p = 2$) et à l'aide de deux symboles non boostés ($n_p = 2$ et $P_p = 1$). On observe que les courbes correspondent, ce qui veut dire que les systèmes atteignent les mêmes performances. Cela s'explique par le fait que le bruit d'estimation est le même dans les deux cas, comme indiqué par l'équation (6.5).

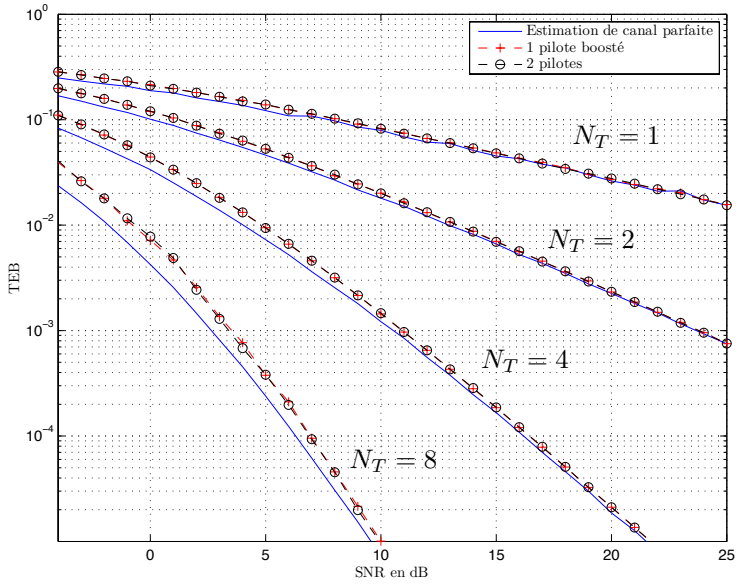

FIGURE 6.3 – TEB en fonction du SNR pour une estimation de canal de type LS avec un symbole pilote boosté et 2 symboles pilotes non boostés pour $N_T = 1, 2, 4$ et 8 antennes

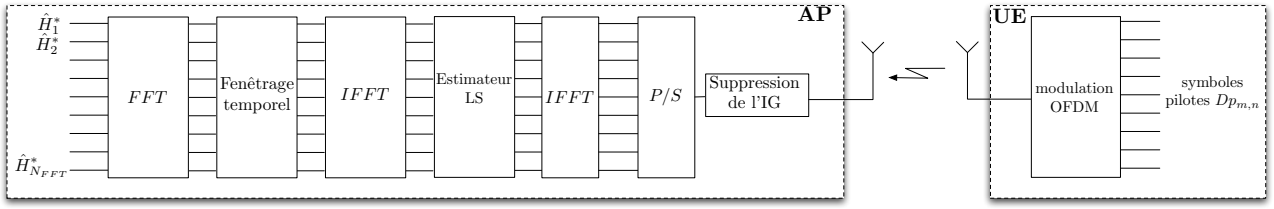

FIGURE 6.4 – Etape d'estimation du canal par l'émetteur à l'aide de l'émission de symboles pilotes *Dp* et de la technique LS avec fenêtrage dans le domaine temporel

6.2 Estimation par la méthode LS et fenêtrage dans le domaine temporel

Afin d'améliorer les performances obtenues lors de l'estimation LS tout en gardant une complexité relativement faible, un fenêtrage en temps est réalisé afin de réduire le bruit d'estimation du canal [65]. Après avoir estimé le canal à l'aide de la technique LS, le canal estimé est ramené dans le domaine temporel à l'aide d'une IFFT (voir Figure 6.4). Ensuite, ce canal estimé est tronqué pour éliminer les échantillons situés après le dernier écho significatif du canal, ces derniers étant uniquement constitués de bruit. Cela nécessite de connaître la durée du canal ou de l'estimer. Le canal est finalement ramené dans le domaine fréquentiel afin d'être utilisé en tant que filtre à RT.

Le SNR d'estimation ainsi obtenu vaut :

$$\overline{\gamma}_{est} = \frac{n_p P_p}{\sigma_n^2} \frac{N_{FFT}}{N_u} \tag{6.6}$$

où N_u est le nombre d'échantillons utiles conservés dans le domaine temporel, et N_{FFT} est

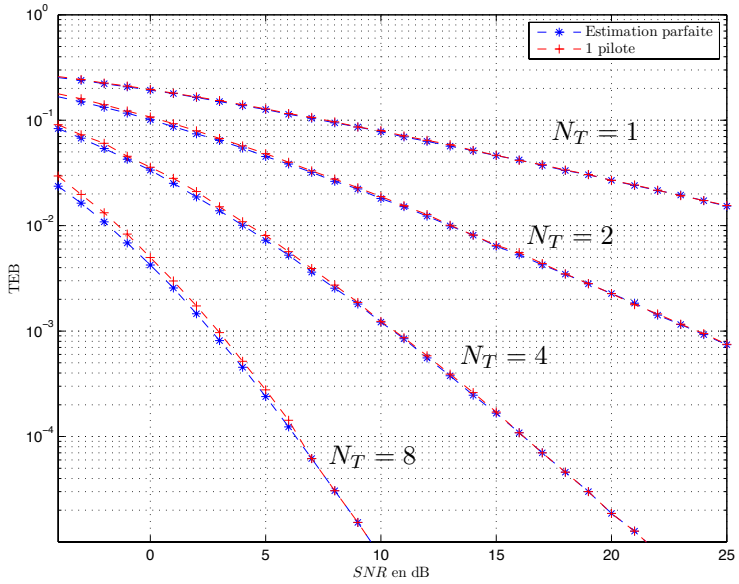

FIGURE 6.5 – TEB en fonction du SNR pour une estimation de canal de type LS avec fenêtrage dans le domaine temporel avec $n_p = 1$ symbole pilote pour $N_T = 1, 2, 4$ et 8 antennes

le nombre de points de l'opération IFFT. Le bruit d'estimation est donc réduit d'un facteur N_u/N_{FFT}. Les performances obtenues à l'aide d'un unique symbole pilote seront meilleures que dans le cas de l'estimateur LS pour un symbole et pourront même dépasser les performances obtenues avec plusieurs symboles pilotes suivant le type de canal et le nombre de sous-porteuses.

Dans le cadre de nos simulations, le canal utilisé est le canal BranA, qui, sur la bande utilisée de 100MHz, dure 40 échantillons. La transmission réalisée utilisant 256 sous-porteuses, on réduit alors le bruit d'un facteur $6,4$, ce qui équivaut à estimer le canal avec plus de 6 symboles pilotes pour la technique LS. Dans le cas où la longueur du canal n'est pas connue, il est possible de l'estimer, comme proposé dans [66].

Les résultats de simulation se trouvent sur la Figure 6.5 qui donne le TEB en fonction du SNR.

On peut observer que les résultats obtenus sont très proches de ceux obtenus dans le cas de l'estimation parfaite, avec l'envoi d'un unique symbole pilote. De plus, comme dans le cas LS, l'écart de performance entre l'estimation parfaite et la technique présentée est constant quel que soit le nombre d'antennes.

6.3 Conclusion

Dans ce chapitre, on a pu voir que le RT est robuste aux erreurs d'estimation. En effet, malgré une technique d'estimation simple LS, les performances en terme de TEB sont légèrement diminuées à bas SNR et tendent vers les performances optimales à haut SNR.

De plus, nous avons montré que la performance du système ne subit pas de dégradation lorsque le nombre d'antennes augmente.

Nous avons également démontré que le système peut envoyer soit un pilote avec une puis-

sance doublée, soit deux pilotes avec une puissance unitaire afin d'atteindre les mêmes performances. Le choix entre les deux solutions doit être fait en considérant le temps de cohérence du canal.

Nous avons aussi montré qu'une simple optimisation de l'estimateur LS à l'aide d'un fenêtrage temporel permet d'atteindre des performance proches des performances d'un système ayant une parfaite connaissance du canal avec seulement un seul pilote. Il est donc possible de concevoir un système MISO RT-OFDM avec une complexité faible qui peut atteindre les performances théoriques du système.

Conclusion et Perspectives

Conclusion

Ces travaux de thèse sont consacrés à l'étude du retournement temporel dans les systèmes de télécommunications, et plus particulièrement dans les systèmes multi-porteuses OFDM et OFDM/OQAM.

Dans un premier temps, ces travaux ont permis de décrire un système de communications utilisant le Retournement Temporel et permettant d'adresser plusieurs utilisateurs situés dans une large bande de fréquence simultanément, en autorisant le recouvrement entre bandes. Chaque utilisateur utilise une partie de la bande totale du système, alors que l'opération de RT est réalisée sur l'ensemble de la bande de fréquence. La discrimination entre les utilisateurs est réalisée grâce à la propriété de focalisation spatiale du RT.

La combinaison du RT avec l'OFDM a ensuite été étudiée. Nous avons montré que la combinaison des deux techniques permet d'avoir un coefficient de canal réel sur chaque sous-porteuse au niveau du récepteur. Cela a également permis de montrer que deux implémentations sont possibles dans un tel système : une implémentation dans le domaine temporel et une implémentation dans le domaine fréquentiel.

Cette propriété s'avère très utile pour plusieurs raisons. Elle permet en premier lieu de réaliser la synchronisation de la fenêtre FFT en réception de manière simple, par une régression linéaire sur la phase des symboles reçus. De plus, elle permet de concevoir un système multi-antennes très simple, puisqu'en appliquant ce principe sur chaque antenne d'émission, les contributions s'ajoutent de manière cohérente au niveau du récepteur.

Nous avons par ailleurs montré que les mécanismes de synchronisation en réception doivent être légèrement modifiés à cause de la forme du canal équivalent de la transmission, qui est égale à l'autocorrélation de la réponse impulsionnelle du canal. Ainsi, le récepteur devra, soit décaler sa fenêtre FFT de la demi-longueur du préfixe cyclique, soit ajouter un préfixe cyclique ainsi qu'un suffixe cyclique, recopie du début de la partie utile du symbole OFDM.

Nous avons par ailleurs rappelé la possibilité de combiner cette technique de précodage avec les codes espace temps en bloc orthogonaux pour des symbole issus de constellations réelles.

Nous avons ensuite évalué les performances du système avec et sans OSTBC et nous les avons comparées avec les performances des systèmes MRT et EGT avec ou sans OSTBC. Nous avons ainsi calculé analytiquement la capacité de chacun des systèmes et avons déterminé que la capacité du système RT-OFDM tend vers celle du système MRT-OFDM lorsque le nombre d'antennes d'émission augmente, qui représente la référence dans ce contexte. De plus, nous avons montré que la capacité des systèmes avec OSTBC est inférieure à la capacité des systèmes sans OSTBC.

Les résultats de simulation ont confirmé ces calculs théoriques et ont permis de montrer

que la capacité du système RT-OFDM dépasse celle du système MRT-OFDM pour de faibles valeurs de SNR. Nous avons également montré que la capacité du système RT-OFDM dépasse celle du système EGT-OFDM.

Nous avons ensuite calculé les performances en terme de taux d'erreur binaire pour chacun des systèmes, et notamment la limite pour de forts SNR afin de déterminer la diversité spatiale exploitée. Nous avons montré que les systèmes RT-OFDM avec et sans OSTBC exploitent la moitié de la diversité disponible, tandis que les autres systèmes exploitent la pleine diversité sur des canaux de Rayleigh théoriques. Ainsi, bien que la capacité des systèmes RT-OFDM soit très proches des autres systèmes, ces performances en terme de taux d'erreur binaire sont assez éloignées.

Afin d'améliorer les performances du système, nous avons relâché la contrainte sur la constellation, afin de l'adapter à chaque sous-porteuse. Cet algorithme de modulation adaptative alloue donc les constellations en fonction du SNR de la sous-porteuse considérée et donc en fonction de la technique de précodage, mais également en fonction d'un taux d'erreur symbole visé. Nous avons ainsi montré que dans ces conditions, le système RT-OFDM atteint le meilleur débit pour une bande donnée pour de faibles valeurs de SNR. Pour les forts SNR, le système MRT-OFDM permet d'atteindre la meilleure efficacité spectrale.

Nous avons également étudié le dimensionnement de l'intervalle de garde. Nous avons ainsi montré que l'augmentation du nombre d'antennes d'émission permettait d'obtenir un canal équivalent ayant un étalement des retards plus court, et ainsi diminuer la taille de l'intervalle de garde dans le système RT-OFDM pour le modèle de canal BranA, en comparaison avec un système OFDM sans précodage.

Par ailleurs, nous avons montré que la combinaison RT-OQAM est fonctionnelle et permet de réaliser des systèmes MISO de manière simple. Pour cela, nous avons montré que le terme de distorsion affectant chaque symbole reçu est réel. Ainsi, un système MISO est envisageable, sans opération de combinaison en réception. De plus, nous avons montré la possibilité de le combiner avec les codes OSTBC pour des symboles issus de constellations réelles. L'ajout de ces codes n'apporte cependant pas de gain de performance. Nous avons ensuite montré par simulation que le système MISO-RT-OQAM permet d'exploiter la diversité spatiale.

Enfin, nous avons évalué deux techniques d'estimation de canal, afin de tester les performances du système RT-OFDM lors d'une erreur d'estimation. Les deux techniques relativement simple d'estimation ont permis d'obtenir des performances proches des performances optimales et ainsi, que le système est robuste aux erreurs d'estimation du canal. De plus, l'écart entre les performances optimales et sous-optimales n'augmente pas avec le nombre d'antennes d'émission.

Ces travaux ont donné lieu à la publication de deux articles en conférence internationale, à la soumission de deux articles dans des revues internationales et au dépôt de deux brevets.

Perspectives

Ces travaux de thèse en ouvrent évidemment bien d'autres, prolongement de certains points détaillés ici, ou ouverture vers d'autres systèmes.

Un des buts du projet dans lequel s'inscrit cette thèse est de réaliser une preuve de concept au travers d'un démonstrateur. Les données de dimensionnement du système issues de ces travaux serviront directement à la conception de cette plate forme de démonstration, et ainsi à la preuve de concept. Il reste donc à implémenter ce système sur une carte de prototypage.

D'autre part, le brevet mentionné dans le chapitre 1 nécessite un certain nombre d'études afin de déterminer les métriques permettant de réaliser le système décrit. En effet, celui-ci prévoit un certain recouvrement entre les bandes des utilisateurs. il faut alors définir selon quels critères ce recouvrement peut se faire afin de répartir de manière optimale les utilisateurs sur la bande de fréquences et de définir le taux de recouvrement entre les bandes. Cela permettra ainsi de dimensionner le système en nombre d'utilisateurs adressables.

Une étude de la focalisation spatiale du système RT-OFDM doit également être réalisée afin de déterminer la zone géographique entourant le récepteur au-delà de laquelle la puissance du signal sera trop faible. Cela permettra de connaître la capacité de focalisation du système mais aussi d'évaluer l'interférence générée sur les autres utilisateurs. Afin de réaliser cette étude, il est possible d'utiliser un modèle de simulation de chambre réverbérante, ou encore d'utiliser un modèle de canal, par exemple le modèle de WINNER.

L'étude des performances a été réalisée sans codage de canal. Des études devront être réalisées afin de connaître les performances du système lorsqu'un tel codage est mis en oeuvre.

L'extension du système à plusieurs utilisateurs devra aussi être étudiée afin de déterminer comment implémenter la technique pour adresser plusieurs utilisateurs simultanément en ayant pas ou peu d'interférences entre utilisateurs.

Une étude sur le peak to average power ratio (PAPR) devra aussi être menée afin de déterminer l'impact de l'ajout du retournement temporel sur un système OFDM. Si le retournement temporel augmente le PAPR, cela dégraderait les performances en comparaison avec les performances optimales obtenues dans ces travaux. A l'inverse, il est possible que le RT permette d'étaler la puissance du signal et ainsi diminuer ce paramètre.

Le retournement temporel pourrait également être adapté à d'autres systèmes, et notamment au système SC-FDMA retenu pour la norme LTE. La manière d'implémenter le retournement temporel ainsi que l'étude des performances du système pourrait faire l'objet d'études futures.

Enfin, il serait intéressant d'étudier les performances d'un système de type FDD utilisant le RT, comme présenté dans le chapitre 1.

Annexes

Annexe A

Calcul de PEB moyenne pour un système MISO EGT-OFDM

Nous détaillons ici le calcul de PEB moyenne dans le cas d'une transmission d'un système MISO EGT-OFDM comportant $N_T = 2$ antennes d'émission, comme décrit dans le chapitre 3 et représenté sur la figure A.1.

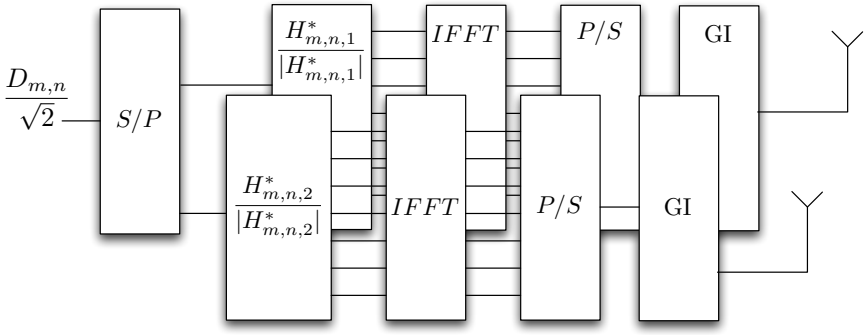

FIGURE A.1 – Système MISO EGT-OFDM à 2 antennes d'émission

Le symbole reçu a ici pour expression :

$$R_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + N_{m,n} \tag{A.1}$$

On en déduit le SNR en réception :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|\right)^2}{N_T} \frac{\sigma_c^2}{\sigma_n^2} \\ &= \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|\right)^2 \frac{\gamma_0}{N_T} \end{aligned} \tag{A.2}$$

Le SNR de réception peut alors s'écrire comme $\gamma = y^2\gamma_0$ avec $y = \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|\right)$.

A.1 Taux d'Erreur Binaire

En ayant calculé le SNR de réception, on peut maintenant déduire la PEB moyenne d'une telle transmission grâce à la relation :

$$\overline{PEB}(\gamma_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(y)\frac{1}{2}\text{erfc}\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_T}}\right)dy \tag{A.3}$$

Il est nécessaire à présent de calculer la densité de probabilité de y. Cette variable aléatoire étant une somme de variables suivant chacune une loi de Rayleigh indépendantes les unes des autres, alors y est le produit de convolution de ces lois :

$$p(y) = p_{|H_1|}(|H_1|) \otimes p_{|H_2|}(|H_2|) \otimes \cdots \otimes p_{|H_{N_t}|}(|H_{N_t}|) \tag{A.4}$$

où $p_{|H_k|}(|H_k|)$ est la densité de probabilité de $|H_{m,n,k}|$.

Cette densité de probabilité n'ayant pas de forme simple, nous allons la calculer pour le cas $N_T = 2$ et nous étendrons ce résultat pour un nombre supérieur d'antennes grâce aux résultats de simulation. Dans ce cas, y vaut alors :

$$p(y) = p_{|H_1|}(|H_1|) \otimes p_{|H_2|}(|H_2|) \quad \text{avec} \quad p_{|H_k|}(|H_k|) = \frac{|H_k|}{\sigma^2}e^{-\frac{|H_k|^2}{2\sigma^2}} \text{ pour } |H_k| \geq 0 \tag{A.5}$$

On en déduit alors :

$$p(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{|H_1|}(t).p_{|H_2|}(y-t)dt \tag{A.6}$$

Or $p_{|H_1|}(t)$ est non nulle pour $t > 0$ et $p_{|H_2|}(y-t)$ est non nulle pour $y - t > 0$ soit pour $t < y$. L'intervalle d'intégration vaut donc $[0; y]$. On en déduit :

$$\begin{aligned}
p(y) &= \int_0^y p_{|h_1|}(t).p_{|h_2|}(y-t)dt \\
&= \int_0^y \frac{t}{\sigma^2}e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}.\frac{y-t}{\sigma^2}e^{-\frac{(y-t)^2}{2\sigma^2}}.dt \\
&= \frac{1}{\sigma^4}\int_0^y t(y-t)e^{\frac{-y^2+2yt-2t^2}{2\sigma^2}}dt \\
&= \frac{e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}}{\sigma^4}\int_0^y t(y-t)e^{\frac{yt-t^2}{\sigma^2}}dt \\
&= \frac{e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}e^{\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^4}\int_0^y t(y-t)e^{\frac{-(t-\frac{y}{2})^2}{\sigma^2}}dt \\
&= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^4}\int_0^y t(y-t)e^{\frac{-(t-\frac{y}{2})^2}{\sigma^2}}dt
\end{aligned} \tag{A.7}$$

On réalise le changement de variable suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} w = \frac{1}{\sigma}\left(t - \frac{y}{2}\right) & \Rightarrow & \sigma dw = dt \\ 0 < t < y & \Rightarrow & -\frac{y}{2\sigma} < w < \frac{y}{2\sigma} \end{array}\right. \tag{A.8}$$

L'équation (A.7) devient alors :

$$\begin{aligned} p(y) &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^4}\int_{-\frac{y}{2\sigma}}^{\frac{y}{2\sigma}}\left(\sigma w+\frac{y}{2}\right)\left(y-\sigma w-\frac{y}{2}\right)e^{-w^2}\sigma dw \\ &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\int_{-\frac{y}{2\sigma}}^{\frac{y}{2\sigma}}\left(\frac{y}{2}+\sigma w\right)\left(\frac{y}{2}-\sigma w\right)e^{-w^2}dw \\ &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\int_{-\frac{y}{2\sigma}}^{\frac{y}{2\sigma}}\left(\frac{y^2}{4}-\sigma^2w^2\right)e^{-w^2}dw \end{aligned} \tag{A.9}$$

En remarquant que les fonctions à intégrer sur l'intervalle d'intégration sont paires, on peut réduire ce dernier :

$$\begin{aligned} p(y) &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\left\{\frac{y^2}{2}\int_0^{\frac{y}{2\sigma}}e^{-w^2}dw-2\sigma^2\int_0^{\frac{y}{2\sigma}}w^2e^{-w^2}dw\right\} \\ &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\left\{\frac{y^2}{2}.2\int_0^{\frac{y}{2\sigma}}e^{-w^2}dw-2\sigma^2\left[\left[-\frac{we^{-w^2}}{2}\right]_0^{\frac{y}{2\sigma}}-\int_0^{\frac{y}{2\sigma}}-\frac{e^{-w^2}}{2}dw\right]\right\} \\ &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\left\{\frac{y^2}{2}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{y}{2\sigma}\right)-\sigma^2\left[-\frac{y}{2\sigma}e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}+\frac{\sqrt{\pi}}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{y}{2\sigma}\right)\right]\right\} \\ &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\left\{\underbrace{\sqrt{\pi}\mathrm{erf}\left(\frac{y}{2\sigma}\right)\left(\frac{y^2}{4}-\frac{\sigma^2}{2}\right)}_{T_1}+\underbrace{\frac{y\sigma}{2}e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}_{T_2}\right\} \end{aligned} \tag{A.10}$$

En intégrant les développements de T_1 et T_2 (cf A.2 et A.3) dans le calcul de $\overline{PEB}$, on obtient pour premiers termes :

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) &= I_{11}+I_{12}+I_{21}+I_{22} \\ &= \frac{3}{2^5\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0^2}-\frac{1}{8\sigma^2}\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{16\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0^2}+\frac{1}{8\sigma^2\gamma_0}-\frac{3}{2^5\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0^2} \\ &= \frac{1}{16\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0^2} \end{aligned} \tag{A.11}$$

A.2 Calcul du terme T_1

En utilisant les développements en série suivants :

$$e^x = \sum_{k=0}^{+\infty}\frac{x^k}{k!} \tag{A.12}$$

$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!(2k+1)}x^{2k+1} \tag{A.13}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\sqrt{\pi}\text{erf}\left(\frac{y}{2\sigma}\right)\left(\frac{y^2}{4}-\frac{\sigma^2}{2}\right) \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma^3}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!2^{2k}\sigma^{2k}}y^{2k}.\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{l=0}^{+\infty}\frac{(-1)^l}{l!(2l+1)2^{2l+1}\sigma^{2l+1}}y^{2l+1}\left(\frac{y^2}{4}-\frac{\sigma^2}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2\sigma^3}\sum_{k=0}^{+\infty}\sum_{l=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k+l}}{k!l!(2l+1)2^{2k+2l+1}\sigma^{2k+2l+1}}\left(y^{2k+2l+3}-2\sigma^2y^{2k+2l+1}\right) \end{aligned}$$

On intègre maintenant dans le calcul de la PEB. Ceci constituera le premier terme de la somme :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} T_1.\frac{1}{2}\text{erfc}\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_t}}\right)dy \\ &= \frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\frac{1}{2\sigma^3}\sum_{k=0}^{+\infty}\sum_{l=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k+l}}{k!l!(2l+1)2^{2k+2l+1}\sigma^{2k+2l+1}}\left(y^{2k+2l+3}-2\sigma^2y^{2k+2l+1}\right)\text{erfc}\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}}\right)dy \\ &= \frac{1}{4\sigma^3}\sum_{k=0}^{+\infty}\sum_{l=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k+l}}{k!l!(2l+1)2^{2k+2l+1}\sigma^{2k+2l+1}}\left\{\int_0^{+\infty}y^{2k+2l+3}erfc\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}}\right)dy\right. \\ &- \left. 2\sigma^2\int_0^{+\infty}y^{2k+2l+1}\text{erfc}\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}}\right)dy\right\} \end{aligned}$$

On réalise le changement de variable suivant :

$$\left\{\begin{array}{ccc} w = y\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}} & \Rightarrow & dw = dy\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}} \\ 0 < y < +\infty & \Rightarrow & 0 < w < +\infty \end{array}\right.$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{4\sigma^3}\sum_{k=0}^{+\infty}\sum_{l=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k+l}}{k!l!(2l+1)2^{2k+2l+1}\sigma^{2k+2l+1}}\left\{\int_0^{+\infty}\left(w\sqrt{\frac{2}{\gamma_0}}\right)^{2k+2l+3}\text{erfc}(w)\sqrt{\frac{2}{\gamma_0}}dw\right. \\ &- \left. 2\sigma^2\int_0^{+\infty}\left(w\sqrt{\frac{2}{\gamma_0}}\right)^{2k+2l+1}\text{erfc}(w)\sqrt{\frac{2}{\gamma_0}}dw\right\} \end{aligned} \tag{A.14}$$

On est alors en présence d'une équation de la forme :

$$\int_0^{+\infty}x^{2q-1}\text{erfc}(px)dx = \frac{\Gamma\left(q+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}qp^{2q}} \tag{A.15}$$

En appliquant la relation (A.15) avec $p = 1$ et $q = k + l + \frac{3}{2}$ et $q = k + l + \frac{1}{2}$, on déduit :

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4\sigma^3}\sum_{k=0}^{+\infty}\sum_{l=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k+l}}{k!l!(2l+1)2^{2k+2l+1}\sigma^{2k+2l+1}}\left\{\left(\frac{2}{\gamma_0}\right)^{k+l+2}\frac{\Gamma\left(k+l+\frac{5}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}(k+l+2)}\right. \\ &- \left. 2\sigma^2\left(\frac{2}{\gamma_0}\right)^{k+l+1}\frac{\Gamma\left(k+l+\frac{3}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}(k+l+1)}\right\} \end{aligned}$$

On peut à présent calculer les premiers termes de cette intégration I_{11} et I_{12}, respectivement pour $\{k=0,l=0\}$, $\{k=0,l=1\}+\{k=1,l=0\}$. Pour I_{12}, on ne s'intéresse qu'au deuxième terme du résultat en $\frac{1}{\gamma_0^2}$ car les termes de degré supérieurs seront négligeables pour $\gamma_0 \to \infty$.

$$\begin{aligned} I_{11} &= \frac{1}{4\sigma^3}\frac{1}{2\sigma}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}2}\frac{2^2}{\gamma_0^2} - 2\sigma^2\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}}\frac{2}{\gamma_0}\right] \\ &= \frac{1}{8\sigma^4}\left[\frac{3}{4}\frac{1}{\gamma_0^2} - \frac{\sigma^2}{\gamma_0}\right] = \frac{3}{2^5\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0^2} - \frac{1}{8\sigma^2}\frac{1}{\gamma_0} \qquad \text{(A.16)} \\ I_{12} &= \frac{1}{4\sigma^3}\left\{\frac{-1}{2^3\sigma^3}.(-2\sigma^2)\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}2}\frac{2^2}{\gamma_0^2}\right\} + \frac{1}{4\sigma^3}\left\{\frac{-1}{2^3\sigma^3 3}.(-2\sigma^2)\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}2}\frac{2^2}{\gamma_0^2}\right\} \\ &= \left\{\frac{3}{2^6\sigma^4} + \frac{1}{2^6\sigma^4}\right\}\frac{1}{\gamma_0^2} = \frac{1}{16\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0^2} \qquad \text{(A.17)} \end{aligned}$$

A.3 Calcul du terme T_2

$$\begin{aligned} T_2 &= -\frac{e^{\frac{y^2}{4\sigma^2}}}{\sigma^3}\frac{y\sigma}{2}e^{-\frac{y^2}{4\sigma^2}} = -\frac{1}{2\sigma^2}ye^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \\ &= \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!2^k\sigma^{2k}}y^{2k+1} \end{aligned}$$

On intègre maintenant dans le calcul de la PEB. Ceci constituera le deuxième terme de la somme :

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} T_2.\frac{1}{2}\text{erfc}\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{N_t}}\right)dy \\ &= \frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!2^k\sigma^{2k}}y^{2k+1}\text{erfc}\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}}\right)dy \\ &= \frac{1}{4\sigma^2}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!2^k\sigma^{2k}}\int_0^{+\infty}y^{2k+1}\text{erfc}\left(y\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}}\right)dy \end{aligned}$$

On réalise le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} w = y\sqrt{\frac{\rho}{2}} & \Rightarrow \quad dw = dy\sqrt{\frac{\gamma_0}{2}} \\ 0 < y < +\infty & \Rightarrow \quad 0 < w < +\infty \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{4\sigma^2}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!2^k\sigma^{2k}}\int_0^{+\infty}\left(w\sqrt{\frac{2}{\gamma_0}}\right)^{2k+1}\text{erfc}(w)\sqrt{\frac{2}{\gamma_0}}dw \\ &= \frac{1}{4\sigma^2}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!2^k\sigma^{2k}}\left(\frac{2}{\gamma_0}\right)^{k+1}\frac{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}(k+1)} \end{aligned}$$

On peut à présent calculer les premiers termes de cette intégration I_{21} et I_{22}, respectivement pour $k = 0$ et $k = 1$:

$$I_{21} = \frac{1}{4\sigma^2}\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}}\frac{2}{\gamma_0} = \frac{1}{8\sigma^2\gamma_0} \tag{A.18}$$

$$I_{22} = \frac{1}{4\sigma^2}\frac{-1}{2\sigma^2}\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}2}\frac{2^2}{\gamma_0^2} = -\frac{3}{2^5\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0^2} \tag{A.19}$$

Annexe B

Calcul de PEB moyenne pour un système MISO RT-OFDM avec OSTBC

Nous détaillons ici le calcul de PEB moyenne pour un système MISO RT-OFDM avec OSTBC comme décrit sur la figure B.1.

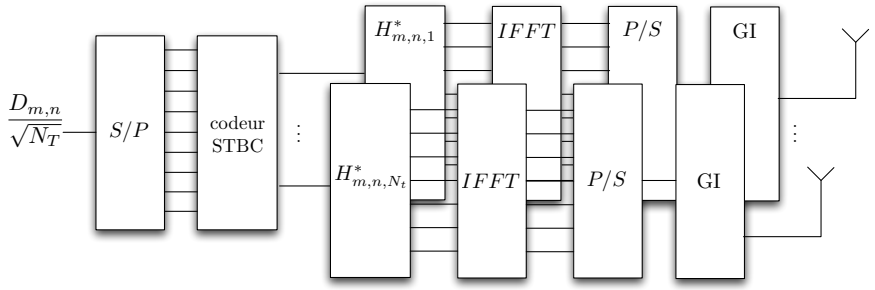

FIGURE B.1 – Système MISO OFDM utilisant le RT combiné avec les OSTBC

Le symbole reçu dans ce cas a pour expression :

$$\hat{D}_{m,n} = \sum_{k=1}^{N_T} \frac{|H_{m,n,k}|^4}{\sqrt{N_T}} D_{m,n} + \sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^2 N_{m,k} \tag{B.1}$$

On en déduit le SNR :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\frac{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4\right)^2}{N_T} \sigma_c^2}{\left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4\right) \sigma_n^2} \\ &= \left(\sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4\right) \frac{\gamma_0}{N_T} \end{aligned} \tag{B.2}$$

Afin de calculer la PEB moyenne, il faut dans un premier temps calculer la densité de probabilité de $x = \sum_{k=1}^{N_T} |H_{m,n,k}|^4$. Cette densité de probabilité ne possède pas de forme simple

connue pour un nombre quelconque d'antenne. Nous détaillons ici le calcul pour $N_T = 2$ et nous rappelons celui pour $N_T = 4$ effectué dans [47] .

B.1 Probabilité d'erreur binaire pour $N_T = 2$

Il est nécessaire dans un premier temps de déterminer la densité de probabilité de $Y = |H_{m,n,k}|^4$. Sachant que l'on a la relation $Y = X^2$ avec X suivant une distribution de chi-2 à 2 degrés de liberté. On en déduit la distribution de Y :

$$p_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}} p_X(\sqrt{y}) = \frac{1}{4\sigma^2\sqrt{y}} e^{-\frac{\sqrt{y}}{2\sigma^2}} \tag{B.3}$$

Ainsi, la variable aléatoire $Z = Y_1 + Y_2$ suit la densité de probabilité $p_Z(z) = p_{Y_1} \otimes p_{Y_2}$, soit :

$$\begin{aligned} p_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{Y_1}(t) p_{Y_2}(z-t) dt \\ &= \int_0^z \frac{1}{16\sigma^4} \frac{1}{\sqrt{t}\sqrt{z-t}} e^{-\frac{\sqrt{t}+\sqrt{z-t}}{2\sigma^2}} dt \end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\tag{B.5}$$

On effectue le changement de variable :

$$\begin{cases} t = z\cos^2\theta & \Rightarrow \quad dt = -2\sin\theta\cos\theta d\theta \\ 0 < t < z & \Rightarrow \quad \frac{\pi}{2} > \theta > 0 \end{cases} \tag{B.6}$$

On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} p_Z(z) &= \frac{1}{16\sigma^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2z\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{z\cos^2\theta}\sqrt{z - z\cos^2\theta}} e^{-\frac{\sqrt{z\cos^2\theta}+\sqrt{z-z\cos^2\theta}}{2\sigma^2}} d\theta \\ &= \frac{1}{8\sigma^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{z\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{z\cos^2\theta}\sqrt{z\sin^2\theta}} e^{-\frac{\sqrt{z}\cos\theta+\sqrt{z}\sin\theta}{2\sigma^2}} d\theta \\ &= \frac{1}{8\sigma^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\sqrt{z}\cos\theta+\sqrt{z}\sin\theta}{2\sigma^2}} d\theta \end{aligned} \tag{B.7}$$

Or, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\cos\theta + \sin\theta}{2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\cos(\theta)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin(\theta)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned} \tag{B.8}$$

En insérant (B.8) dans (B.7), on obtient :

$$p_Z(z) = \frac{1}{8\sigma^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\sqrt{z}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}\sigma^2}} d\theta \tag{B.9}$$

On effectue alors le changement de variable :

$$\begin{cases} w = \theta - \frac{\pi}{4} & \Rightarrow \quad dw = d\theta \\ 0 < \theta < \frac{\pi}{2} & \Rightarrow \quad -\frac{\pi}{4} < w < \frac{\pi}{4} \end{cases} \tag{B.10}$$

En insérant (B.8) dans (B.7), on obtient :

$$\begin{aligned} p_Z(z) &= \frac{1}{8\sigma^4}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} e^{-\frac{\sqrt{z}\cos w}{\sqrt{2}\sigma^2}}dw \\ &= \frac{1}{4\sigma^4}\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} e^{-\frac{\sqrt{z}\cos w}{\sqrt{2}\sigma^2}}dw \end{aligned} \tag{B.11}$$

$$\tag{B.12}$$

En insérant le développement en série de l'exponentielle, on obient :

$$\begin{aligned} p_Z(z) &= \frac{1}{4\sigma^4}\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k z^{\frac{k}{2}}\cos^k w}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}}\frac{1}{k!}dw \\ &= \frac{1}{4\sigma^4}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k z^{\frac{k}{2}}}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}k!}\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos^k w dw \end{aligned} \tag{B.13}$$

$$\tag{B.14}$$

On insère cette densité de probabilité dans le calcul de PEB :

$$\begin{aligned} \overline{PEB}(\gamma_0) &= \int_0^{+\infty}\frac{1}{2}p_Z(z)\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{z\gamma_0}{N_T}}\right)dz \\ &= \frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\frac{1}{4\sigma^4}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k z^{\frac{k}{2}}}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}k!}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^k w dw\ \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{z\gamma_0}{N_T}}\right)dz \\ &= \frac{1}{8\sigma^4}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}k!}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^k w dw\int_0^{+\infty} z^{\frac{k}{2}}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{z\gamma_0}{N_T}}\right)dz \end{aligned} \tag{B.15}$$

$$\tag{B.16}$$

On effectue le changement de variable :

$$\left\{\begin{array}{rcl} t = \sqrt{\frac{z\gamma_0}{N_T}} & \Rightarrow & \frac{N_T}{\gamma_0}2tdt = dz \\ 0 < z < +\infty & \Rightarrow & 0 < t < +\infty \end{array}\right. \tag{B.17}$$

Ainsi, l'équation (B.16) devient :

$$\begin{aligned} \overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{8\sigma^4}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}k!}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^k w dw\int_0^{+\infty}\left(\frac{t^2 N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{k}{2}}\mathrm{erfc}\,(t)\,2t\frac{N_T}{\gamma_0}dt \\ &= \frac{1}{4\sigma^4}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}k!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{k}{2}+1}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^k w dw\int_0^{+\infty} t^{k+1}\mathrm{erfc}\,(t)\,tdt \end{aligned} \tag{B.18}$$

On est alors en présence d'une équation de la forme :

$$\int_0^{+\infty} x^{2q-1}\mathrm{erfc}(px)dx = \frac{\Gamma\left(q+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}qp^{2q}} \tag{B.19}$$

En appliquant la relation (B.19) avec $p = 1$ et $q = \frac{k}{2} + 1$, on déduit :

$$\begin{aligned}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{4\sigma^4}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}k!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{k}{2}+1}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^k w dw\int_0^{+\infty}t^{k+1}\mathrm{erfc}\,(t)\,tdt \\ &= \frac{1}{4\sigma^4}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{2^{\frac{k}{2}}\sigma^{2k}k!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{k}{2}+1}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^k w dw\frac{\Gamma\left(\frac{k+3}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}\left(\frac{k}{2}+1\right)} \qquad \text{(B.20)}\end{aligned}$$

Afin d'obtenir la limite de cette PEB pour de fortes valeurs de SNR, on calcule uniquement le premier terme de la somme, pour $k = 0$:

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{4\sigma^4}\frac{N_T}{\gamma_0}\int_0^{\frac{\pi}{4}}dw\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}} \\ &= \frac{1}{4\sigma^4}\frac{2}{\gamma_0}\frac{\pi}{4}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \\ &= \frac{\pi}{32\sigma^4}\frac{1}{\gamma_0} \qquad \text{(B.21)}\end{aligned}$$

Sachant que l'on a pris pour hypothèse $\sigma = 1/\sqrt{2}$ afin d'avoir des coefficients de canal de puissance unitaire en moyenne, on obtient :

$$\lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{\pi}{8}\frac{1}{\gamma_0} \qquad \text{(B.22)}$$

B.2 Probabilité d'erreur binaire pour $N_T = 4$

Afin de calculer le taux d'erreur binaire pour $N_T = 4$, il convient de calculer la densité de probabilité de $\Phi = Z_1 + Z_2$ avec $Z_1 = |H_1|^4 + |H_2|^4$ et $Z_2 = |H_3|^4 + |H_4|^4$.

$$\begin{aligned}p_\Phi(\phi) &= p_{Z_1}\otimes p_{Z_2} \\ &= \frac{1}{16\sigma^8}\int_0^{\phi}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^{-\frac{\sqrt{t}\cos\theta_1}{\sqrt{2}\sigma^2}}e^{-\frac{\sqrt{\phi-t}\cos\theta_2}{\sqrt{2}\sigma^2}}d\theta_1 d\theta_2 dt \qquad \text{(B.23)}\end{aligned}$$

On effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} t = \phi\sin^2\theta & \Rightarrow \quad dt = 2\phi\sin\theta\cos\theta d\theta \\ 0 < t < \phi & \Rightarrow \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \end{cases} \qquad \text{(B.24)}$$

Ainsi, on en déduit :

$$\begin{aligned}p_\Phi(\phi) &= \frac{1}{16\sigma^8}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^{-\frac{\sqrt{\phi\sin^2}\cos\theta_1}{\sqrt{2}\sigma^2}}e^{-\frac{\sqrt{\phi-\phi\sin^2}\cos\theta_2}{\sqrt{2}\sigma^2}}2\phi\sin\theta\cos\theta d\theta_1 d\theta_2 d\theta \\ &= \frac{1}{8\sigma^8}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^{-\frac{\sqrt{\phi}\sin\theta\cos\theta_1}{\sqrt{2}\sigma^2}}e^{-\frac{\sqrt{\phi}\cos\theta\cos\theta_2}{\sqrt{2}\sigma^2}}\phi\sin\theta\cos\theta d\theta_1 d\theta_2 d\theta \qquad \text{(B.25)}\end{aligned}$$

On introduit le développement en série de la fonction exponentielle :

$$\begin{aligned} p_\Phi(\phi) &= \frac{1}{8\sigma^8}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sum_{k_1=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k_1}\phi^{\frac{k_1}{2}}\sin^{k_1}\theta\cos^{k_1}\theta_1}{2^{\frac{k_1}{2}}\sigma^{2k_1}k_1!} \\ &\quad \sum_{k_2=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k_2}\phi^{\frac{k_2}{2}}\cos^{k_2}\theta\cos^{k_2}\theta_2}{2^{\frac{k_2}{2}}\sigma^{2k_2}k_2!}\phi\sin\theta\cos\theta d\theta_1 d\theta_2 d\theta \\ &= \sum_{k_1,k_2=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k_1+k_2}\phi^{\frac{k_1+k_2+2}{2}}}{2^{\frac{k_1+k_2}{2}+3}\sigma^{2k_1+2k_2+8}k_1!k_2!}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_1}\theta_1 d\theta_1 \\ &\quad \int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_2}\theta_2 d\theta_2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{k_1+1}\theta\cos^{k_2+1}\theta d\theta \end{aligned} \tag{B.26}$$

On introduit l'équation (B.26) dans le calcul de PEB :

$$\begin{aligned} p_\Phi(\phi) &= \int_0^{+\infty}p_\Phi(\phi)\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{\phi\gamma_0}{N_T}}\right)d\phi \\ &= \sum_{k_1,k_2=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k_1+k_2}}{2^{\frac{k_1+k_2}{2}+4}\sigma^{2k_1+2k_2+8}k_1!k_2!}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_1}\theta_1 d\theta_1 \\ &\quad \int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_2}\theta_2 d\theta_2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{k_1+1}\theta\cos^{k_2+1}\theta d\theta\int_0^{+\infty}\phi^{\frac{k_1+k_2+2}{2}}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{\phi\gamma_0}{N_T}}\right)d\phi \end{aligned} \tag{B.27}$$

On effectue le changement de variable :

$$\left\{\begin{array}{rcl} w=\sqrt{\frac{\phi\gamma_0}{N_T}} & \Rightarrow & \frac{N_T}{\gamma_0}2wdw = d\phi \\ 0<\phi<+\infty & \Rightarrow & 0<w<+\infty \end{array}\right. \tag{B.28}$$

On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} p_\Phi(\phi) &= \sum_{k_1,k_2=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k_1+k_2}}{2^{\frac{k_1+k_2}{2}+4}\sigma^{2k_1+2k_2+8}k_1!k_2!}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_1}\theta_1 d\theta_1 \\ &\quad \int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_2}\theta_2 d\theta_2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{k_1+1}\theta\cos^{k_2+1}\theta d\theta\int_0^{+\infty}\left(\frac{w^2N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{k_1+k_2+2}{2}}\mathrm{erfc}\,(w)\,2wdw \\ &= \sum_{k_1,k_2=0}^{+\infty}\frac{(-1)^{k_1+k_2}}{2^{\frac{k_1+k_2}{2}+3}\sigma^{2k_1+2k_2+8}k_1!k_2!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{k_1+k_2+4}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_1}\theta_1 d\theta_1 \\ &\quad \int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_2}\theta_2 d\theta_2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{k_1+1}\theta\cos^{k_2+1}\theta d\theta\int_0^{+\infty}w^{k_1+k_2+3}\mathrm{erfc}\,(w)\,dw \end{aligned} \tag{B.29}$$

On est alors en présence d'une équation de la forme :

$$\int_0^{+\infty} x^{2q-1}\mathrm{erfc}(px)dx = \frac{\Gamma\left(q+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}qp^{2q}} \tag{B.30}$$

En appliquant la relation (B.30) avec $p=1$ et $q=\frac{k_1+k_2+4}{2}$, on déduit :

$$\begin{aligned} p_\Phi(\phi) &= \sum_{k_1,k_2=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{k_1+k_2}}{2^{\frac{k_1+k_2}{2}+3}\sigma^{2k_1+2k_2+8}k_1!k_2!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{\frac{k_1+k_2+4}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_1}\theta_1 d\theta_1 \\ &\quad \int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^{k_2}\theta_2 d\theta_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{k_1+1}\theta\cos^{k_2+1}\theta d\theta \frac{\Gamma\left(\frac{k_1+k_2+5}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}\left(\frac{k_1+k_2+4}{2}\right)} \end{aligned} \tag{B.31}$$

Afin d'obtenir la limite de cette PEB pour de fortes valeurs de SNR, on calcule uniquement le premier terme de la somme, pour $k_1=0$ et $k_2=0$:

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{2^3\sigma^8}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^2\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta_1\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta_2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\cos\theta d\theta\frac{\Gamma(\frac{5}{2})}{2\sqrt{\pi}2} \\ &= \frac{4^2}{8\sigma^8}\frac{\pi}{4}\frac{\pi}{4}\left[\frac{1}{2}\sin^2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3}{16}\frac{1}{\gamma_0^2} \\ &= \frac{3\pi^2}{2^8\sigma^8}\frac{1}{\gamma_0^2} \end{aligned} \tag{B.32}$$

Sachant que l'on a pris pour hypothèse $\sigma=1/\sqrt{2}$ afin d'avoir des coefficients de canal de puissance unitaire en moyenne, on obtient :

$$\lim_{\gamma_0\to+\infty}\overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{3\pi^2}{16}\frac{1}{\gamma_0^2} \tag{B.33}$$

Annexe C

Calcul de PEB moyenne pour un système MISO EGT-OFDM avec OSTBC

En utilisant un développement en série de e^{-x}, on obtient :

$$\begin{aligned}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\int_0^{+\infty} x^{N_T-1}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}x^k erfc\left(\sqrt{\frac{x\gamma_0}{N_T}}\right)dx \\ &= \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\int_0^{+\infty} x^{k+N_T-1} erfc\left(\sqrt{\frac{x\gamma_0}{N_T}}\right)dx\end{aligned}$$

On réalise le changement de variable suivant :

$$\left\{\begin{array}{ccc} w=\sqrt{\frac{x\gamma_0}{N_T}} & \Rightarrow & 2wdw = dx\frac{\gamma_0}{N_T} \\ 0<x<+\infty & \Rightarrow & 0<w<+\infty \end{array}\right.$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned}\overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{2\Gamma(N_T)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\int_0^{+\infty}\left(\frac{w^2N_T}{\gamma_0}\right)^{k+N_T-1} erfc(w)\frac{2wN_Tdw}{\gamma_0} \\ &= \frac{1}{\Gamma(N_T)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{k+N_T}\int_0^{+\infty} w^{2k+2N_T-1} erfc(w)dw\end{aligned}$$

En appliquant (4.39) avec $p=1$ et $q=k+N_T$, on en déduit :

$$\overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{1}{\Gamma(N_t)}\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(-1)^k}{k!}\left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{k+N_T}\frac{\Gamma\left(k+N_T+\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}(k+N_T)}$$

En faisant tendre $\gamma_0 \to +\infty$, on remarque que seul le terme de puissance la plus élevée restera prédominant. On peut donc calculer l'asymptote de la PEB moyenne en calculant le premier

terme de la somme (pour $k = 0$) :

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}(\gamma_0) &= \frac{1}{\Gamma(N_T)} \frac{\Gamma\left(N_T + \frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi} N_T} \left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{N_T} \\ &= \frac{1}{(N_T - 1)!} \frac{1}{2\sqrt{\pi} N_T} \sqrt{\pi} \frac{(2N_T)!}{2^{2N_T} N_T!} \left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{N_T} \\ &= \frac{(2N_T)!}{2^{2N_T+1} (N_T!)^2} \left(\frac{N_T}{\gamma_0}\right)^{N_T} \end{aligned} \tag{C.1}$$

Pour le cas où l'on aura 4 antennes à l'émission, on obtient :

$$\lim_{\gamma_0 \to +\infty} \overline{PEB}(\gamma_0) = \frac{8!}{2^9 (4!)^2} \frac{4^4}{\gamma_0^4} = \frac{8!}{2^9 (4!)^2} \frac{2^8}{\gamma_0^4} = \frac{8.7.6.5.4.3.2}{2^9 (4.3.2)^2} \frac{2^8}{\gamma_0^4} = \frac{2.7.5}{2^9} \frac{2^8}{\gamma_0^4} = \frac{35}{\gamma_0^4} \tag{C.2}$$

Annexe D

Code en bloc orthogonal pour modulations à symboles réels

Nous présentons ici le code espace temps en bloc orthogonal pour une transmission à quatre antennes. Ce code étant orthogonal dans le domaine réel, il vérifie la propriété $\underline{\mathbf{D}}\underline{\mathbf{D}}^T = \alpha \underline{I}_4$. Ce code est présenté pour la sous-porteuse d'indice m et pour les symboles aux instants $n = 1$ à 4 :

$$\underline{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} D_{m,1} & D_{m,2} & D_{m,3} & D_{m,4} \\ -D_{m,2} & D_{m,1} & -D_{m,4} & D_{m,3} \\ -D_{m,3} & D_{m,4} & D_{m,1} & -D_{m,2} \\ -D_{m,4} & -D_{m,3} & D_{m,2} & D_{m,1} \end{bmatrix} \tag{D.1}$$

De même, pour $N_T = 8$ antennes d'émission, le code espace temps en bloc orthogonal pour la sous-porteuse d'indice m vaut :

$$\underline{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} D_{m,1} & D_{m,2} & D_{m,3} & D_{m,4} & D_{m,5} & D_{m,6} & D_{m,7} & D_{m,8} \\ -D_{m,2} & D_{m,1} & D_{m,4} & -D_{m,3} & D_{m,6} & -D_{m,5} & -D_{m,8} & D_{m,7} \\ -D_{m,3} & -D_{m,4} & D_{m,1} & D_{m,2} & D_{m,7} & D_{m,8} & -D_{m,5} & -D_{m,6} \\ -D_{m,4} & D_{m,3} & -D_{m,2} & D_{m,1} & D_{m,8} & -D_{m,7} & D_{m,6} & -D_{m,5} \\ -D_{m,5} & -D_{m,6} & -D_{m,7} & -D_{m,8} & D_{m,1} & D_{m,2} & D_{m,3} & D_{m,4} \\ -D_{m,6} & D_{m,5} & -D_{m,8} & D_{m,7} & -D_{m,2} & D_{m,1} & -D_{m,4} & D_{m,3} \\ -D_{m,7} & D_{m,8} & D_{m,5} & -D_{m,6} & -D_{m,3} & D_{m,4} & D_{m,1} & -D_{m,2} \\ -D_{m,8} & D_{m,7} & D_{m,6} & D_{m,5} & -D_{m,4} & -D_{m,3} & D_{m,2} & D_{m,1} \end{bmatrix} \tag{D.2}$$

Bibliographie

[1] M. Fink, « Time reversal of ultrasonic fields. I. Basic principles ». *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, n° 5, pages 555 –566, Sept. 1992.

[2] D. Cassereau et M. Fink, « Time-reversal of ultrasonic fields. III. Theory of the closed time-reversal cavity ». *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, n° 5, pages 579 –592, Sept. 1992.

[3] A. Derode, P. Roux et M. Fink, « Robust Acoustic Time Reversal with High-Order Multiple Scattering ». *Physical Review Letters*, vol. 75, pages 4206–4209, décembre 1995.

[4] G. Lerosey, *Retournement temporel d'ondes électromagnétiques et application à la télécommunication en milieux complexes*. Thèse de doctorat, Université Paris 7, Dec. 2006.

[5] A. Derode, A. Tourin et M. Fink, « Ultrasonic pulse compression with one-bit time reversal through multiple scattering ». *Journal of Applied Physics*, vol. 85, pages 6343–6352, mai 1999.

[6] C. Draeger et M. Fink, « One-Channel Time Reversal of Elastic Waves in a Chaotic 2D-Silicon Cavity ». *Physical Review Letters*, vol. 79, pages 407–410, Jul. 1997.

[7] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo et M. Fink, « Time Reversal of Electromagnetic Waves ». *Physical Review Letters*, vol. 92, page 193904, May 2004.

[8] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode et M. Fink, « Time reversal of wideband microwaves ». *Applied Physics Letters*, vol. 88, n° 15, Apr. 2006.

[9] S.M. Emami, J. Hansen, A.D. Kim, G. Papanicolaou, A.J. Paulraj, D. Cheung et C. Prettie, « Predicted time reversal performance in wireless communications using channel measurements ». *IEEE Communications Letters*, 2002.

[10] P. Kyritsi et G. Papanicolaou, « One-bit Time Reversal for WLAN Applications ». In *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 1, pages 532 –536, Sept. 2005.

[11] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin et M. Fink, « Focusing Beyond the Diffraction Limit with Far-Field Time Reversal ». *Science*, vol. 315, pages 1120–, Feb. 2007.

[12] T. Strohmer, M. Emami, J. Hansen, G. Papanicolaou et A.J. Paulraj, « Application of time-reversal with MMSE equalizer to UWB communications ». In *IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 5, pages 3123–3127, Dec. 2004.

[13] A. Derode, A. Tourin, J. De Rosny, M. Tanter, S. YON et M. Fink, « Taking Advantage of Multiple Scattering to Communicate with Time-Reversal Antennas ». *Physical Review Letters*, vol. 90, n° 1, Jan. 2003.

[14] H.C. Song, W.S. Hodgkiss, W.A. Kuperman, M. Stevenson et T. Akal, « Improvement of Time-Reversal Communications Using Adaptive Channel Equalizers ». *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 31, n° 2, pages 487 –496, Apr. 2006.

[15] J. Gomes, A. Silva et S. Jesus, « OFDM demodulation in underwater time-reversed shortened channels ». In *OCEANS 2008*, pages 1 –8, Sept. 2008.

[16] J. Gomes et V. Barroso, « Time-reversed OFDM communication in underwater channels ». In *IEEE 5th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, pages 626 – 630, Jul. 2004.

[17] R.C. Qiu, C. Zhou, N. Guo et J.Q. Zhang, « Time Reversal With MISO for Ultrawideband Communications : Experimental Results ». *Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE*, vol. 5, n° 1, pages 269 –273, Dec. 2006.

[18] C. Oestges, J. Hansen, S. Emami, A. Kim, G. Papanicolaou et A. Paulraj, « Time reversal techniques for broadband wireless communication systems ». *European Microwave Conference (Workshop)*, pages 49–66, Oct. 2004.

[19] P. Kyritsi, P. Stoica, G. Papanicolaou, P. Eggers et A. Oprea, « Time Reversal and Zero-Forcing Equalization for Fixed Wireless Access Channels ». In *Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pages 1297 – 1301, Nov. 2005.

[20] I.H. Naqvi, *Application of time reversal (TR) technique to ultra wideband (UWB) and multi antenna (MIMO) communication systems.* Thèse de doctorat, INSA de Rennes, Dec. 2009.

[21] P. Pajusco et P. Pagani, « On the Use of Uniform Circular Arrays for Characterizing UWB Time Reversal ». *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 57, n° 1, pages 102 –109, Jan. 2009.

[22] D. Panaitopol, J. Fiorina et M.-G. Di Benedetto, « Trade-off between the number of fingers in the prefilter and in the rake receiver in time reversal IR-UWB ». In *IEEE International Conference on Ultra-Wideband*, pages 819 –823, Sept. 2009.

[23] H.T. Nguyen, « On the performance of one bit time reversal for multi-user wireless communications ». In *4th International Symposium on Wireless Communication Systems*, pages 672 –676, Oct. 2007.

[24] I.H. Naqvi, P. Besnier et G. El Zein, « Effects of Time Variant Channel on a Time Reversal UWB System ». In *IEEE Global Telecommunications Conference*, Dec. 2009.

[25] H.T. Nguyen, « Partial one bit time reversal for UWB impulse radio multi-user communications ». In *Second International Conference on Communications and Electronics*, pages 246 –251, Jun. 2008.

[26] I.H. Naqvi et G. El Zein, « Time domain measurements for a time reversal SIMO system in reverberation chamber and in an indoor environment ». In *IEEE International Conference on Ultra-Wideband*, vol. 2, pages 211–214, Sept. 2008.

[27] M. Tanter, J.-L. Thomas et M. Fink, « Comparison between time reversal focusing in absorbing medium and inverse filtering ». In *Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium*, vol. 2, pages 1741–1745, Oct. 1997.

[28] G. Montaldo, G. Lerosey, A. Derode, A. Tourin, J. de Rosny et M. Fink, « Telecommunication in a disordered environment with iterative time reversal ». *Waves in Random Media*, vol. 14, pages 287–302, Jul. 2004.

[29] D.T. Phan-Huy, S. Ben Halima et M. Helard, « Frequency Division Duplex Time Reversal ». In *IEEE Global Telecommunications Conference*, Dec. 2011.

[30] D.T. Phan-Huy et M. Hélard, « Receive Antenna Shift Keying For Time Reversal Wireless Communications ». In *IEEE International Conference on Communications*, Jun. 2012.

[31] M. Emami, M. Vu, J. Hansen, A.J. Paulraj et G. Papanicolaou, « Matched filtering with rate back-off for low complexity communications in very large delay spread channels ». In *Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 1, pages 218–222, Nov. 2004.

[32] T. Dubois, M. Hélard et M. Crussière, « On the Use of Time Reversal for Digital Communications with Non-Impulsive Waveforms ». In *Proceedings of the 4th International Conference on Signal Processing and Communication Systems*, (Gold Coast, Australie), Dec 2010.

[33] T. Dubois, M. Hélard, M. Crussière et D.T. Phan Huy, « Procédé et dispositif de communication radio pour antennes d'usager multiples ». *Dépôt de brevet n° WO 2012052692*.

[34] J. Winters, « On the Capacity of Radio Communication Systems with Diversity in a Rayleigh Fading Environment ». *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 5, n° 5, pages 871–878, Jun. 1987.

[35] I.E. Telatar et R.G. Gallager, « Combining queueing theory with information theory for multiaccess ». *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 13, n° 6, pages 963–969, Aug. 1995.

[36] I. Emre Telatar, « Capacity of multi-antenna Gaussian channels ». *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, pages 585–595, 1999.

[37] G. Foschini, « Layered space-time architeture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas ». *Wireless Personal Commununications*, vol. 1, pages 41–59, 1996.

[38] S.M. Alamouti, « A simple transmit diversity technique for wireless communications ». *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, n° 8, pages 1451–1458, Oct. 1998.

[39] V. Tarokh, H. Jafarkhani et A.R. Calderbank, « Space-time block codes from orthogonal designs ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, n° 5, pages 1456–1467, Jul. 1999.

[40] B. Hassibi et B. Hochwald, « Linear dispersion codes ». In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*, page 325, 2001.

[41] Jr. Heath, R.W. et A.J. Paulraj, « Linear dispersion codes for MIMO systems based on frame theory ». *IEEE Transactions on Signal Processing,*, vol. 50, n° 10, pages 2429–2441, Oct. 2002.

[42] J.-C. Belfiore, G. Rekaya et E. Viterbo, « The golden code : a 2 times ;2 full-rate space-time code with non vanishing determinants ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, n° 4, pages 1432–1436, Apr. 2005.

[43] T.K.Y. Lo, « Maximum ratio transmission ». In *IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, pages 1310–1314, 1999.

[44] D.J. Love et Jr. Heath, R.W., « Equal gain transmission in multiple-input multiple-output wireless systems ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, n° 7, pages 1102–1110, Jul. 2003.

[45] CHANG R. W., « Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission ». *Bell Sys. Tech. J.*, vol. 45, pages 1775–1796, 1966.

[46] S. B. Weinstein et Ebert P. M., « Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing using the Discrete Fourier Transform ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 19, pages 628–634, Oct. 1971.

[47] Y. Wang et J. Coon, « Full Rate Orthogonal Space-Time Block Coding in OFDM Transmission Using Time Reversal ». In *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Apr. 2009.

[48] P. Kyritsi, G. Papanicolaou, P. Eggers et A. Oprea, « MISO Time Reversal and Delay-Spread Compression for FWA Channels at 5 GHz ». *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, pages 96–99, 2004.

[49] J. Medbo, H. Andersson, P. Schramm et H. Asplund, *Channel models for HIPERLAN/2 in different indoor scenarios*. COST 259, TD98, Apr. 1998.

[50] T. Dubois, M. Helard et M. Crussiere, « Time Reversal in a MISO OFDM system : Guard Interval design, dimensioning and synchronisation aspects ». *WWRF29*, Oct. 2012.

[51] A. Paulraj, R. Nabar et D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. New York, NY, USA : Cambridge University Press, 1st ed., 2008.

[52] J.M. Cioffi, « A multicarrier primer ». *Rapport, ANSI T1E1.4/91 ?157, Committee contribution*, 1991.

[53] J.G. Proakis, *Digital Communications*. McGraw Hill series in electrical and computer engineering, 1995.

[54] T. Dubois, M. Helard, M. Crussiere et C. Germond, « Analysis of spatial diversity gain of several MISO OFDM systems based on Time Reversal technique ». *Eurasip Journal on Wireless Communications and Networking*.

[55] P. Siohan, C. Siclet et N. Lacaille, « Analysis and design of OFDM/OQAM systems based on filterbank theory ». *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, n° 5, pages 1170–1183, May 2002.

[56] M. El Tabach, J.-P. Javaudin et M. Helard, « Spatial Data Multiplexing Over OFDM/OQAM Modulations ». In *IEEE International Conference on Communications*, pages 4201–4206, Jun. 2007.

[57] R. Zakaria, D. Le Ruyet et M. Bellanger, « Maximum likelihood detection in spatial multiplexing with FBMC ». In *European Wireless Conference*, pages 1038–1041, Apr. 2010.

[58] H.S. Malvar, « Modulated QMF filter banks with perfect reconstruction ». *Electronics Letters*, vol. 26, n° 13, pages 906–907, Jun. 1990.

[59] P. Siohan et C. Roche, « Derivation of extended Gaussian functions based on the Zak transform ». *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, n° 3, pages 401–403, Mar. 2004.

[60] D. Pinchon, P. Siohan et C. Siclet, « Design techniques for orthogonal Modulated filterbanks based on a compact representation ». *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, n° 6, pages 1682–1692, Jun. 2004.

[61] H. Lin, *Analyse et conception de systèmes multi-porteuses pour la transmission par courant porteur en ligne*. Thèse de doctorat, Telecom Paristech, Nov. 2009.

[62] T. Dubois, P. Siohan, B. Jahan, D.T. Phan Huy et M. Hélard, « Procédé d'application des codes orthogonaux réels à la transmission d'un signal OFDM/OQAM sur un canal pré-égalisé par retournement temporel ». *Soumission n°11 624072*.

[63] T. Dubois, M. Helard, M. Siohan, P. Crussière et B. Chapelain, L. et Jahan, « Combination of Time Reversal and OFDM/OQAM in a MISO system ». *IEEE Communication Letters*.

[64] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri et A. Bahai, « Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems ». *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 48, n° 3, pages 223–229, Sep. 2002.

[65] J.K. Moon et S.I. Choi, « Performance of channel estimation methods for OFDM systems in a multipath fading channels ». *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 46, n° 1, pages 161–170, Feb. 2000.

[66] A.A. Ali, V.D. Nguyen, K. Kyamakya et A.S. Omar, « Estimation of the Channel-Impulse-Response Length for Adaptive OFDM Systems Based on Information Theoretic Criteria ». In *IEEE 63rd Vehicular Technology Conference*, vol. 4, pages 1888–1892, May 2006.

Publications

Revue internationale avec comité de lecture

[1] T. Dubois, M. Hélard, M. Crussière et C. Germond, "Analysis of spatial diversity gain of several MISO OFDM systems based on Time Reversal technique", *Eurasip Journal on Wireless Communications and Networking* (soumis).
[2] T. Dubois, M. Hélard, P. Siohan, M. Crussière, L. Chapelain et B. Jahan, "Combination of Time Reversal and OFDM/OQAM in a MISO system", *IEEE Communication Letters* (soumis).

Conférences Internationales avec comité de lecture

[1] T. Dubois, M. Hélard, M. Crussière, "On the use of Time Reversal for digital communications with non-impulsive waveforms," *4th International Conference on Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS)*, décembre 2010.

[2] T. Dubois, M. Hélard, M. Crussière, "On the use of Time Reversal for digital communications with non-impulsive waveforms," *World Wireless Research Forum meeting 29*, octobre 2012.

Brevets

[1] Dubois T., Siohan P., Jahan B., Phan Huy D.T. et Hélard M., *"Procédé d'application des codes orthogonaux réels à la transmission d'un signal OFDM/OQAM sur un canal pré-égalisé par retournement temporel"*, soumission n°11 62407.

[2] Dubois T., Crussière M., Hélard M. et Phan Huy D.T., *"Procédé et dispositif de communication radio pour antennes d'usager multiples"*, demande n° WO 2012052692.

Résumé

Le trafic de données a connu une explosion durant les dernières décennies, en raison d'une augmentation de la demande liée à la vidéo en ligne, mais aussi de la voix sur IP et le peer to peer. L'émergence du cloud computing et du cloud gaming ainsi que la haute résolution des contenus vidéo tend à accroître encore cette demande de débit. Ainsi les normes de communication évoluent afin de fournir les utilisateurs avec le meilleur débit possible.

De ce fait, les systèmes nécessitent d'embarquer des techniques d'accès multiples afin de séparer les utilisateurs et l'augmentation du nombre d'antennes devient indispensable. Par conséquent, ces équipements deviennent de plus en plus complexes et énergivores.

Dans le but de réduire la complexité des systèmes et ainsi diminuer leur consommation, en permettant de plus de fonctionner avec de faibles puissances d'émission, le Retournement Temporel apparaît comme une solution envisageable. En effet, cette technique permet de focaliser des ondes électromagnétiques dans le temps et l'espace. Ainsi, grâce à ce procédé il devient possible de réaliser des communications multi-antennes à faible complexité et à faibles interférences entre symboles grâce à la propriété de focalisation temporelle, et à faibles interférences inter-utilisateurs grâce à la propriété de focalisation spatiale.

Cependant, afin de l'adapter aux normes de communication actuelles, il est nécessaire d'étudier la combinaison du Retournement Temporel avec les systèmes multi-porteuses présents dans les principales normes de communication par paquets.

Le but de cette thèse est donc d'étudier le Retournement Temporel appliqué aux modulations multi-porteuses, et plus particulièrement à l'OFDM. Dans un premier temps, la manière de réaliser une telle combinaison est montrée dans un contexte SISO (Single Input Single Output). Ensuite, les avantages de synchronisation et de réduction de l'intervalle de garde d'une telle association sont décrits et analysés.

Par la suite, une extension aux systèmes MISO (Multiple Input Single Output) est présenté, ainsi que la combinaison avec les codes espace temps en bloc orthogonaux. Les performances de ces systèmes en terme de capacité et de taux d'erreur binaire sont ensuite évaluées analytiquement et comparées avec des systèmes concurrents. Un algorithme de modulation adaptative est ensuite ajouté au système afin d'en améliorer les performances.

Ensuite, la manière de combiner le Retournement Temporel avec un système OQAM est présentée. Il est montré que cette combinaison permet de réaliser simplement des systèmes MISO-OQAM, et d'exploiter la diversité spatiale. Il est également montré ici que la combinaison avec des codes espace temps en bloc orthogonaux est réalisable.

Enfin, la robustesse du système combinant le Retournement Temporel et l'OFDM face aux erreurs d'estimation est évaluée à l'aide de deux algorithmes d'estimation de canal pour les systèmes multi-porteuses.

Abstract

The data traffic has been exploding in the last decades, owing to the increasing demand in streaming video, just as voice over IP and peer to peer. The appearance of cloud computing and cloud gaming, as well as the high resolution of video contents tend to increase this data rate demand. Hence, the communication norms evolve to provide users with the best possible throughput.

Consequently, systems necessitate embedding multiple access techniques in order to discriminate users and the increase of the number of antennas becomes mandatory. Hence, these equipments become more and more complex and power consuming.

To reduce the systems complexity and then decrease their consumption, also allowing working with low transmitting power, Time Reversal appears as a conceivable solution. Indeed, this technique allows focusing electromagnetic waves in the time and in the space domain. Hence, thanks to this process, low complexity multi-antennas communication becomes feasible, and with low inter symbol interference thanks to the time focusing property, and with low inter user interference thanks to the space focusing property.

However, in order to adapt if to current communication norms, it is necessary to study the combination of Time Reversal with multi-carrier systems used in the main packet communication norms.

The aim of this PhD thesis is to study Time Reversal when applied to multi-carrier modulations, and particularly with OFDM. At first, the way to combine the two techniques is showed in a SISO (Single Input Single Output) context. Then, the benefits in the synchronization process and the guard interval reduction of such association are described and analyzed.

Afterwards, an extension to MISO (Multiple Input Single Output) systems is presented, as well as the combination with orthogonal space time bloc codes. The performances of these systems in terms of capacity and bit error rate are then analytically calculated and compared with other systems. An adaptive modulation algorithm is then added to the system aiming to improve the performances.

Then, the way to combine Time Reversal with an OQAM system is presented. It is shown that this combination allows realizing simple MISO-OQAM systems, and also allows exploiting the spatial diversity. It is also shown that the combination with space time orthogonal block codes is feasible.

Finally, the robustness of the system combining Time Reversal and OFDM when experiencing channel estimation errors is evaluated with two channel estimation logarithms for multi-carrier systems.

INSA de RENNES
Service des Formations

AVIS DU JURY SUR LA REPRODUCTION DE LA THESE SOUTENUE

Titre de la thèse:
Application du retournement temporel aux systèmes multi-porteuses: propriétés et performances

Nom Prénom de l'auteur : DUBOIS THIERRY

Membres du jury :
- Madame HELARD Maryline
- Monsieur CRUSSIERE Matthieu
- Monsieur PAJUSCO Patrice
- Monsieur CANCES Jean-Pierre
- Monsieur ROVIRAS Daniel
- Monsieur BUREL Gilles
- Madame PHAN HUY Dinh-Thuy

Président du jury : BUREL Gilles

Date de la soutenance : 25 Mars 2013

Reproduction de la these soutenue

☒ Thèse pouvant être reproduite en l'état
☐ Thèse pouvant être reproduite après corrections suggérées

Fait à Rennes, le 25 Mars 2013

Signature du président de jury

Le Directeur,

M'hamed DRISSI

Résumé

Le trafic de données a connu une explosion durant les dernières décennies, en raison d'une augmentation de la demande liée à la vidéo en ligne, mais aussi de la voix sur IP et le peer to peer. L'émergence du cloud computing et du cloud gaming ainsi que la haute résolution des contenus vidéo tend à accroître encore cette demande de débit. Ainsi les normes de communication évoluent afin de fournir les utilisateurs avec le meilleur débit possible.

De ce fait, les systèmes nécessitent d'embarquer des techniques d'accès multiples afin de séparer les utilisateurs et l'augmentation du nombre d'antennes devient indispensable. Par conséquent, ces équipements deviennent de plus en plus complexes et énergivores.

Dans le but de réduire la complexité des systèmes et ainsi diminuer leur consommation, en permettant de plus de fonctionner avec de faibles puissances d'émission, le Retournement Temporel apparaît comme une solution envisageable. En effet, cette technique permet de focaliser des ondes électromagnétiques dans le temps et l'espace. Ainsi, grâce à ce procédé il devient possible de réaliser des communications multi-antennes à faible complexité et à faibles interférences entre symboles grâce à la propriété de focalisation temporelle, et à faibles interférences inter-utilisateurs grâce à la propriété de focalisation spatiale.

Cependant, afin de l'adapter aux normes de communication actuelles, il est nécessaire d'étudier la combinaison du Retournement Temporel avec les systèmes multi-porteuses présents dans les principales normes de communication par paquets.

Le but de cette thèse est donc d'étudier le Retournement Temporel appliqué aux modulations multi-porteuses, et plus particulièrement à l'OFDM. Dans un premier temps, la manière de réaliser une telle combinaison est étudiée dans un contexte SISO (Single Input Single Output). Ensuite, les avantages au niveau de la synchronisation et de la réduction de l'intervalle de garde d'une telle association sont décrits et analysés.

Par la suite, une extension aux systèmes MISO (Multiple Input Single Output) est présentée, ainsi que la combinaison avec les codes espace temps en bloc orthogonaux. Les performances de ces systèmes en termes de capacité et de taux d'erreurs binaire sont ensuite évaluées analytiquement et comparées avec celles des systèmes concurrents. Un algorithme de modulation adaptative est ensuite ajouté au système afin d'en améliorer les performances.

Ensuite, la manière de combiner le Retournement Temporel avec un système OQAM est présentée. Il est montré que cette combinaison permet de réaliser simplement des systèmes MISO-OQAM, et d'exploiter la diversité spatiale. Il est également montré ici que la combinaison avec les codes espace temps en bloc orthogonaux est réalisable.

Enfin, la robustesse du système combinant le Retournement Temporel et l'OFDM face aux erreurs d'estimation est évaluée à l'aide de deux algorithmes d'estimation de canal.

Abstract

The data traffic has been exploding in the last decades, owing to the increasing demand in streaming video, just as voice over IP and peer to peer. The appearance of cloud computing and cloud gaming, as well as the high resolution of video contents tend to increase this data rate demand. Hence, the communication norms evolve to provide users with the best possible throughput.

Consequently, systems necessitate embedding multiple access techniques in order to discriminate users and the increase of the number of antennas becomes mandatory. Hence, these equipments become more and more complex and power consuming.

To reduce the systems complexity and then decrease their consumption, also allowing working with low transmitting power, Time Reversal appears as a conceivable solution. Indeed, this technique allows focusing electromagnetic waves in the time and in the space domain.

Hence, thanks to this process, low complexity multi-antennas communication becomes feasible, and with low inter symbol interference thanks to the time focusing property, and with low inter user interference thanks to the space focusing property.

However, in order to adapt if to current communication norms, it is necessary to study the combination of Time Reversal with multi-carrier systems used in the main packet communication norms.

The aim of this PhD thesis is to study Time Reversal when applied to multi-carrier modulations, and particularly with OFDM. At first, the way to combine the two techniques is showed in a SISO (Single Input Single Output) context. Then, the benefits in the synchronization process and the guard interval reduction of such association are described and analyzed.

Afterwards, an extension to MISO (Multiple Input Single Output) systems is presented, as well as the combination with orthogonal space time bloc codes. The performances of these systems in terms of capacity and bit error rate are then analytically calculated and compared with other systems. An adaptive modulation algorithm is then added to the system aiming to improve the performances.

Then, the way to combine Time Reversal with an OQAM system is presented. It is shown that this combination allows realizing simple MISO-OQAM systems, and also allows exploiting the spatial diversity. It is also shown that the combination with space time orthogonal block codes is feasible.

Finally, the robustness of the system combining Time Reversal and OFDM when experiencing channel estimation errors is evaluated, with two channel estimation logarithms for multi-carrier systems.

N°d'ordre : 13ISAR05/D13-05

Institut National des Sciences Appliquées de Rennes

20, Avenue des Buttes de Coësmes . CS 14315 . F-35043 Rennes Cedex

Tel : 02 23 23 82 00 – Fax : 02 23 23 83 96