Détermination des distributions d'ondes de type choeur dans la magnétosphère interne de la Terre et leurs conséquences sur la dynamique de la ceinture de radiation externe

Hugo Breuillard

▶ **To cite this version:**

Hugo Breuillard. Détermination des distributions d'ondes de type choeur dans la magnétosphère interne de la Terre et leurs conséquences sur la dynamique de la ceinture de radiation externe. Autre. Université d'Orléans, 2012. Français. NNT : 2012ORLE2081 . tel-00843653

HAL Id: tel-00843653

https://theses.hal.science/tel-00843653

Submitted on 11 Jul 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

ÉCOLE DOCTORALE ÉNERGIE, MATÉRIAUX, SCIENCES DE LA TERRE ET DE L'UNIVERS

Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement et de l'Espace

THÈSE présentée par :

Hugo BREUILLARD

soutenue le : **19 décembre 2012**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université d'Orléans**

Discipline : Sciences de l'Univers/Physique des Plasmas

Détermination des distributions d'ondes de type choeur dans la magnétosphère interne de la Terre et leurs conséquences sur la dynamique de la ceinture de radiation externe

THÈSE dirigée par :

Vladimir KRASNOSELSKIKH	Directeur de Recherche, LPC2E/CNRS, Orléans

RAPPORTEURS :

Sébastien BOURDARIE	Directeur de Recherche, ONERA-DESP, Toulouse
Michael A BALIKHIN	Professeur des Universités, University of Sheffield

JURY :

Thierry DUDOK de WIT	Professeur des Universités, LPC2E, Président du jury
Catherine KRAFFT	Professeur des Universités, LPP, Palaiseau
Didier MOURENAS	Ingénieur de Recherche, CEA, Arpajon
Oleksiy AGAPITOV	Professeur des Universités, Kiev Univ./STUDIUM
Sébastien BOURDARIE	Directeur de Recherche, ONERA-DESP, Toulouse
Michael A BALIKHIN	Professeur des Universités, University of Sheffield
Vladimir KRASNOSELSKIKH	Directeur de Recherche, LPC2E, Orléans

Remerciements

Il est pour moi difficile de m'atteler aux remerciements de thèse, tant j'ai pu accumuler de bons souvenirs de ces trois années de thèse (en comptant les stages, cela fait même presque cinq ans) passées au LPC2E. Malheureusement ma mémoire flanche parfois (même à mon âge!) et il est possible que j'oublie de citer certaines personnes. J'espère qu'ils ne m'en voudront pas et je les remercie tout autant.

Mes premiers remerciements vont naturellement à mon directeur de thèse, Vladimir Krasnoselskikh. Il assez difficile de résumer ces années de collaboration tant ce fut enrichissant et agréable. Volodya je te remercie d'abord de m'avoir fait confiance dès le début et de m'avoir proposé d'encadrer ma thèse dès mon stage de première année de Master. Cela m'a enlevé une grosse épine du pied et, à vrai dire, incité à prendre une voie que je n'avais pas forcément envisagée. Merci également de m'avoir mis le pied à l'étrier de la communauté scientifique notamment dans les colloques internationaux, ce fut une expérience nouvelle, enrichissante et gratifiante. Je te remercie de t'être soucié de mes travaux et d'avoir pris le temps pour moi, « le pauvre villageois » ayant souvent un emploi du temps de ministre. J'ai beaucoup appris et évolué grâce à ta grande connaissance de la physique des plasmas et de la recherche en général, et en cela je suis heureux que tu sois mon « père scientifique » (d'une grande lignée russe!), comme tu le dis si bien.

A ce titre, je tiens aussi à remercier chaleureusement Oleksiy Agapitov, qui est devenu au fil du temps mon co-directeur de thèse officieux, et sans qui cette thèse ne serait pas ce qu'elle est. Je tiens par la même occasion à remercier Anton Artemyev à qui je dois beaucoup aussi notamment pour sa disponibilité et son efficacité. Je vous remercie tous les deux d'avoir consacré autant de temps à nos discussions scientifiques très enrichissantes, à me prodiguer de nombreux et précieux conseils, mais aussi pour votre bonne humeur. большое спасибо et j'espère que notre collaboration continuera.

Je remercie M. Michael Balikhin et M. Sébastien Bourdarie qui ont accepté la tâche de rapporteurs de cette thèse. Merci Sébastien pour ton investissement dans la relecture du manuscrit et tes suggestions toujours très judicieuses, je te dois sans doute une véritable amélioration de la qualité de ma dissertation. Je remercie naturellement l'ensemble des membres du Jury, Thierry Dudok de Wit en qualité de président et Catherine Krafft, Didier Mourenas et Oleksiy Agapitov en qualité d'examinateurs. Merci Thierry pour tes enseignements enthousiastes et les discussions toujours intéressantes que l'on a pu avoir, qui ont stimulé mon intérêt à poursuivre dans cette voie et en cela je suis honoré que tu aies accepté de présider ma thèse.

Je remercie sincèrement le directeur du LPC2E, M. Michel Tagger, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire pendant ces quelques années, ainsi que Gilles Poulet, directeur adjoint du

laboratoire. Leur simplicité et leur bonne humeur m'ont permis de travailler sereinement, d'autant plus qu'ils ont toujours été soucieux de mon bien-être professionnel. Je remercie également le personnel de l'IUT d'Orléans, particulièrement Emmanuel Truong, Loïc Brunel et Jean-Pierre Gaudin, qui m'ont gentiment accueilli parmi eux et m'ont permis d'enseigner dans de très bonnes conditions.

Je tiens évidemment à remercier tout le personnel, scientifique et administratif, du LPC2E pour son accueil chaleureux et pour tous ces bons moments passés au laboratoire mais aussi en dehors (notamment lors des pots de thèse), cette bonne ambiance est très précieuse. Je remercie entre autres l'équipe ASR pour l'aide informatique, l'équipe Méca pour tous les coups de main en tous genres ô combien utiles (je pense aux posters notamment!) et surtout le secrétariat pour leur aide indispensable et leur patience à l'égard de mes impensables lacunes administratives. Un grand merci tout particulier à tous ceux avec qui j'ai pu passer de bons moments (à la cafèt' ou ailleurs…) pendant tout ce temps, notamment Jimmy, Jérèm, Xav, JYB, Patxi, Boubou, Gaël, Fab (les trois!), Gisèle, Guillaume, Matthieu K, Ismaël, Antoine, Mouss, Juju, Séna, Chab, Gilles, Jean-Louis, Orélien, Aurélie, Pierrette et beaucoup d'autres. Spéciale dédicace à la Team Panpan, ils se reconnaîtront ! Merci aussi à tous ceux que j'ai eu la chance de cotoyer à l'ADSO et dans les différents colloques auxquels j'ai pu assister.

Et comme il n'y a pas que le boulot dans la vie (!), je tiens à faire ici un petit clin d'oeil à tous mes chers amis depuis toutes ces années (à la fac et ailleurs): Jimmy, Doufy, Od8, Kinkin, Jay, Ari, Pacpac, Bambou, Grem, Pakune, Mouss, Benbou, les p'tits gars de Karas, et bien d'autres. Merci les potos, et surtout merci aux membres de ETH…..X pour tout ce qu'on a pu vivre, ça ne s'oublie pas !

Soirée d'inauguration de l'OSUC (crédit photo : Ismaël Cognard)

Mes pensées et remerciements les plus affectueux vont évidemment à ma famille qui m'a toujours soutenu et a toujours été là pour moi, ma compagne Pauline (ma petite Pauline, merci pour tout), mes parents Marie-France et André, mon frère Théo, ma sœur Charlotte, mes grands-parents et mes tantes, oncles et cousins. Tout ceci n'aurait pu se réaliser sans vous, aussi je vous dédie ce lourd pavé, que j'espère intéressant si jamais vous commettez l'imprudence de vous y aventurer !

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1. : Introduction 1

1.1 Motivation et plan de la thèse 2

1.1.1 Motivation de l'étude 2

1.1.2 Plan de la thèse 5

1.2 État de l'art 6

1.2.1 La magnétosphère terrestre 6

1.2.2 Ceintures de radiation terrestres 9

1.2.3 Les différents types d'ondes dans la magnétosphère 11

1.2.3.1 Ondes Ultra-Basse Fréquence (UBF) 12

1.2.3.2 Ondes Extrême/Très Basse Fréquence (EBF/TBF) 13

1.2.4 Revue des travaux sur les choeurs magnétosphériques 15

1.2.4.1 Région source des choeurs magnétosphériques . . . 17

1.2.4.2 Propagation et réflexion des choeurs dans la magnétosphère 22

1.2.4.3 Simulations numériques des ondes choeurs 25

Chapitre 2. : Notions théoriques et buts de l'étude 27

2.1 Dynamique des particules énergétiques dans la magnétosphère . . . 28

2.1.1 Invariants adiabatiques 28

2.1.1.1 Premier invariant adiabatique 31

2.1.1.2 Deuxième invariant adiabatique 32

2.1.1.3 Troisième invariant adiabatique 32

2.1.2 Perturbation des invariants adiabatiques 33

2.2 Propagation d'ondes dans un plasma 35
2.2.1 Approche hydrodynamique (plasma froid) 36
2.2.2 Approche cinétique (plasma thermique) 46
2.3 La technique du traçage de rayons 48
2.3.1 Théorie magnéto-ionique 51
2.3.2 Equations hamiltoniennes 52
2.4 Propagation de paquets d'ondes 55
2.5 Interactions onde-particule résonantes 57
2.6 Problématique et buts de l'étude 65

Chapitre 3. : Le code traceur de rayon 67

3.1 Modèle de densité plasma et de champ magnétique 68
3.2 Initialisation et traçage des rayons 74
3.3 Application aux ondes choeurs magnétosphériques 76
3.4 Résumé et discussion 80

Chapitre 4. : Les choeurs magnétosphériques directs 83

4.1 Introduction 84
4.2 Dispersion spatio-temporelle des ondes choeurs 89
4.3 Distributions des ondes choeurs 100
4.3.1 Modélisation de la source des choeurs 100
4.3.2 Propagation et reconstruction des distributions du vecteur d'onde 103
4.3.3 Effets du plasma chaud sur la propagation des ondes de type choeur 111
4.4 Conséquences sur la diffusion en angle d'attaque des particules énergétiques 115
4.5 Résumé et discussion 121

Chapitre 5. : Les choeurs magnétosphériques réfléchis 129

5.1 Introduction 130

5.2 Divergence spatiale des paquets d'ondes choeur réfléchis 134
5.3 Caractéristiques spectrales des choeurs magnétosphériques 142
5.4 Résumé et discussion 145

Chapitre 6. : Conclusions et perspectives 151

6.1 Discussions et conclusions générales 152
6.2 Perspectives 161

TABLE DES FIGURES

1.1 Intensité du flux d'électrons énergétiques en fonction de l'énergie et du temps, observé pour différentes planètes possédant un fort champ magnétique par ISEE et Voyager 3

1.2 Schéma représentant la coupe méridienne de la magnétosphère, montrant les différentes zones d'intérêt décrites dans ce travail et les directions du mouvement du plasma en son sein 8

1.3 Coupe équatoriale de la magnétosphère montrant l'asymétrie matin/soir des isocontours de potentiel électrique, due au champ électrique dit de convection, entraînant le renflement de la plasmasphère du côté soir 9

1.4 Représentation des ceintures de radiation de Van Allen à l'échelle de la Terre, les couleurs représentant l'intensité des flux de particules énergétiques observés 10

1.5 Schéma de la magnétosphère interne, montrant les zones typiques d'observation des différents types d'ondes dans le plan équatorial . . 12

1.6 Spectre fréquence-temps, mesuré par CRRES, montrant les différents types d'ondes rencontrés dans la magnétosphère interne 15

1.7 Coupe méridienne schématique de la magnétosphère, montrant les différentes régions source typiques des ondes choeurs 19

1.8 Spectre fréquence-temps typique des souffles plasmasphériques et des éléments de choeurs observés à bord de THEMIS 21

2.1 Schéma représentant les trois mouvements d'une particule énergétique piégée dans le champ magnétique (ici dipolaire) de la Terre . . 30

2.2 Trajectoire typique des électrons énergétiques dans le plan équatorial de la magnétosphère interne 31

2.3 Isocontours des échelles de temps des mouvements adiabatiques . . 34
2.4 Surface d'indice de réfraction normalisée 41
2.5 Diagramme de dispersion des ondes de type sifflement 44
2.6 Surface d'indice de réfraction d'onde de type sifflement calculée à l'équateur magnétique 45
2.7 Représentation schématique du procédé de traçage de rayons 50
2.8 Exemple de trajectoire 2D de rayon dans le plan méridien de la magnétosphère interne, en utilisant le procédé de traçage de rayons 51
2.9 Référentiel de l'électron 57
2.10 Représentation schématique de la relation entre angle d'attaque équatorial et altitude du point miroir 61
2.11 Comparaison entre les taux de diffusion locale d'angle d'attaque électronique, mixte d'énergie et angle d'attaque et d'énergie pour les ondes choeur de type sifflement 62

3.1 Représentation des lignes de champ magnétique utilisées dans le modèle 70
3.2 Exemple de densités plasma données par le GCPM 72
3.3 Profils de densité électronique en fonction de la distance radiale . . 73
3.4 Système de coordonnées (GSM) utilisé dans ce travail. 75
3.5 Trajectoire tri-dimensionnelle typique d'une onde électromagnétique de type sifflement 77
3.6 Grilles de densité 2D (plan méridien) utilisées pour le calcul des trajectoires de rayons 78
3.7 Profils de densité électronique en fonction de la distance radiale . . 80

4.1 Occurence des ondes de type sifflement de large amplitude, observée par CLUSTER STAFF-SA 85
4.2 Distribution statistique observée par CLUSTER STAFF-SA des caractéristiques des ondes de type sifflement dans la magnétosphère interne 86
4.3 Section transversale de la distribution présentée en Fig.4.2e 88

4.4 Illustration de la vitesse groupe de différents rayons en fonction de la latitude λ 90
4.5 Divergence spatiale d'un paquet d'ondes choeur typique généré à l'équateur 92
4.6 Représentation schématique des différents plans de latitude utilisés dans cette étude, dans le système de coordonnées GSM. 93
4.7 Surfaces d'indice de réfraction calculées pour des paramètres typiques d'ondes de type choeur dans la magnétosphère interne 94
4.8 Variations de L en fonction de la latitude pour des rayons, lancés initialement dans le sens opposé à la Terre 95
4.9 Variations de L en fonction de la latitude pour des rayons, lancés initialement vers la Terre 96
4.10 Variation de θ en fonction de la latitude pour des rayons lancés depuis l'équateur 99
4.11 Fonction de densité de probabilité de l'angle ψ en fonction de la latitude 104
4.12 Fonction de densité de probabilité, en fonction de la latitude λ, de la valeur des angles θ et θ^* 106
4.13 Valeur moyenne et variance de la distribution de θ, en fonction de la latitude 108
4.14 Valeur moyenne et variance de la distribution de $\tan\theta$, en fonction de la latitude 110
4.15 Taux d'amortissement Landau d'ondes choeur en fonction de leur angle θ 112
4.16 Taux d'amortissement et d'amplification d'ondes choeur en fonction de leur angle θ 113
4.17 Coefficients de diffusion d'angle d'attaque pour des paramètres constants et réalistes 116
4.18 Coefficients de diffusion d'angle d'attaque pour chaque résonance cyclotron 118
4.19 Fonction de densité de probabilité de l'amplitude B_w des ondes en fonction de la latitude 119

4.20 Distributions de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ calculées pour les secteurs matin/jour et soir/nuit et pour différentes énergies 128

5.1 Spectres de puissance fréquence-temps détaillés des fluctuations des champs magnétique et électrique mesurés à bord de THEMIS . . . 132

5.2 Spectre des fluctuations des champs magnétiques et électriques des ondes directes et réfléchies 133

5.3 Divergence spatiale de paquets de rayons dans le plan équatorial XY, après réflexion à haute latitude dans la magnétosphère 136

5.4 Fonction de densité de probabilité de la distribution de puissance d'onde réfléchie dans le plan équatorial XY, obtenue par un élément de choeur 138

5.5 La fonction de densité de probabilité de la distribution de puissance d'onde d'un élément de choeur dans le plan équatorial en fonction de sa distance initiale 141

5.6 Spectres de puissance fréquence-temps des éléments directs et réfléchis obtenus par nos simulations numériques, et leur structure interne 149

5.7 Spectres de puissance fréquence-temps des éléments directs et réfléchis obtenus par nos simulations numériques, et leur structure interne 150

1. INTRODUCTION

1.1 Motivation et plan de la thèse

1.1.1 Motivation de l'étude

Depuis leur découverte à la fin des années 1950, les ceintures de radiation terrestres font l'objet d'une attention toute particulière dans le domaine de la physique spatiale, et cet intérêt s'accentue encore de nos jours en raison de son importance dans les applications spatiales. En effet, depuis les travaux pionniers de van Allen and Frank (1959) et Dungey (1963) entre autres, l'origine et la dynamique des ceintures de radiation est une des plus anciennes questions de l'ère spatiale, et la compréhension de ces phénomènes est toujours limitée. La raison de cet engouement est que dans ces ceintures de radiation, peuplées d'électrons et de protons très énergétiques, sont fréquemment observés des variations de flux soudains de ces particules (Baker et al., 1994). Celles-ci peuvent être accélérées à des énergies de plusieurs MeV sur des échelles de temps allant de la minute au jour. Des ceintures de radiation sont d'ailleurs observées autour de toutes les planètes ayant un champ magnétique assez intense, comme le montre la Fig.1.1. Ces électrons énergétiques ont notamment pour effet de causer des anomalies endommageant les satellites de façon parfois irréversible (e.g. Hastings, 1995; Wrenn et al., 2002; Iucci et al., 2005, et les références s'y trouvant). De plus, la constante sophistication et miniaturisation des systèmes de satellites les rend encore plus vulnérables aux effets des radiations, et leur protection devient un enjeu fondamental pour les missions spatiales. Entre autres, ces flux d'électrons "tueurs" sont aussi connus pour être dangereux pour les missions habitées (Turner, 2000), leur précipitation vers la Terre pouvant perturber les communications et la propagation des satellites dans l'ionosphère et la thermosphère (Song et al., 2001; Lanzerotti, 2012), changer de façon drastique la chimie de la haute atmosphère (Thorne, 1977) et endommager par exemple les réseaux électriques à l'échelle planétaire (Daglis et al., 2004). L'impact de la dynamique de ces électrons énergétiques s'étend donc depuis la magnétosphère interne jusqu'à la surface de notre planète.

Jusque dans les années 1990, l'origine de ces flux énergétiques, i.e. le mécanisme permettant d'accélérer des électrons thermiques à des énergies ultra-relativistes, était supposé être la fluctuation à grande échelle des champs électriques et magnétiques, accélérant les électrons de la queue de la magnétosphère vers les ceintures

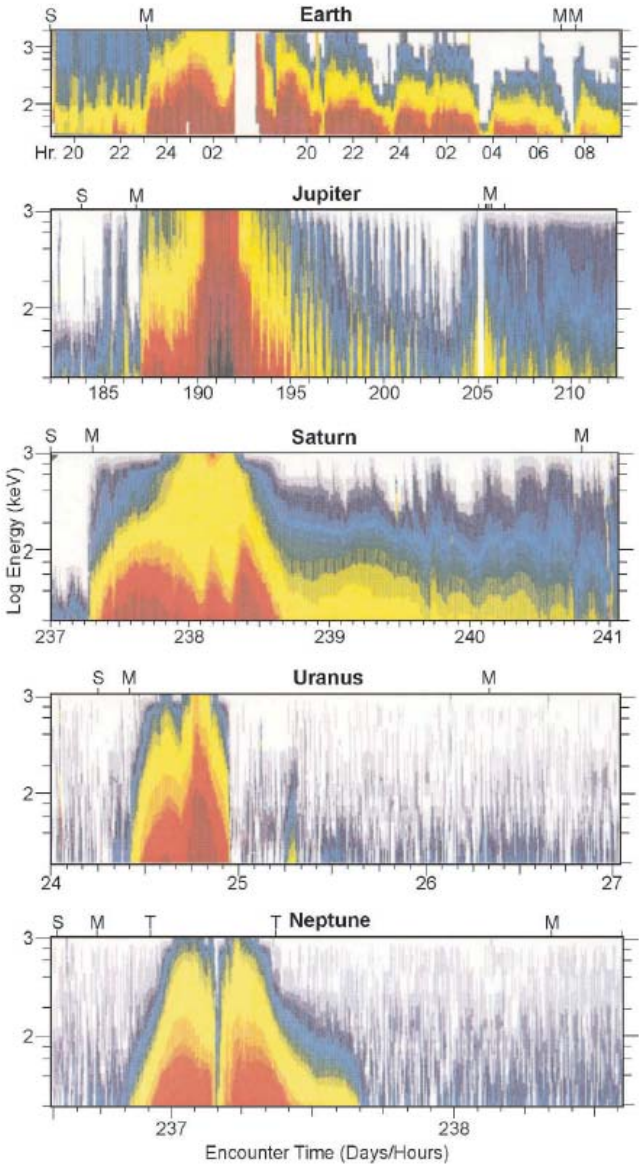

Fig. 1.1: Intensité du flux d'électrons énergétiques en fonction de l'énergie et du temps, observé pour différentes planètes possédant un fort champ magnétique par ISEE (panneau supérieur) et Voyager (autres panneaux). L'échelle de couleur des intensités est la même pour tous les panneaux et le M sur chaque panneau représente une traversée de magnétopause (tiré de Mauk and Fox (2010)).

de radiation par le processus de transport radial (voir la revue par Shprits et al., 2008a). Cependant, de récentes études ont permis de démontrer le rôle prépondérant des interactions onde-particules résonantes dans l'accélération locale mais aussi la

perte des électrons énergétiques dans l'ionosphère (Lyons and Thorne, 1973), particulièrement pendant les périodes de perturbation géomagnétique (Horne, 2002; Horne et al., 2005b; Chen et al., 2007; Shprits et al., 2008b).

Les conséquences de la dynamique de ces particules énergétiques étant très nombreuses comme nous l'avons vu, leur compréhension est fondamentale pour la météorologie de l'espace (Baker, 2002). Il est donc crucial dans ce contexte d'améliorer les modèles numériques existants qui définissent et prédisent la dynamique des ceintures de radiation terrestres (par exemple Bourdarie et al., 1996; Li et al., 2001; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Fok et al., 2008; Mourenas et al., 2012). Ces modèles sont donc basés sur l'approche quasi-linéaire dans laquelle les interactions onde-particule résonantes sont décrites en termes de diffusion d'angle d'attaque et d'énergie de la particule (Kennel and Petschek, 1966; Trakhtengertz, 1966; Lyons, 1974; Lyons and Williams, 1984) pour déterminer les échelles de temps des accélérations et des pertes des électrons énergétiques. En utilisant cette approche, il a notamment été démontré que les ondes de type sifflement sont l'un des plus efficaces moteurs des pertes d'électrons des ceintures de radiation (Lyons et al., 1972; Albert, 2003; Horne et al., 2005b). La ceinture de radiation externe, la plus dynamique, est dominée par des ondes de type sifflement nommées ondes de type choeur, qui sont connues pour être l'un des types d'ondes électromagnétiques les plus intenses observées dans la magnétosphère interne.

La détermination des distributions de ces ondes dans la magnétosphère interne est donc cruciale pour déterminer la dynamique des ceintures de radiation terrestres, à travers les coefficients de diffusion d'angle d'attaque et d'énergie des particules. Depuis le papier originel par Lyons et al. (1971), et jusqu'à présent (voir par exemple Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Albert, 2007), la majorité des calculs de ces coefficients de diffusion sont basés sur l'hypothèse que les ondes se propagent de façon parallèle au champ magnétique (approximation quasi-longitudinale) et possèdent une amplitude constante le long des lignes de champ magnétique. Ces approximations sont généralement utilisées par manque de données observationnelles des distributions d'ondes, les satellites ne pouvant couvrir qu'une faible partie de la magnétosphère interne, et sur de relativement grandes échelles de temps.

Or, des études statistiques récentes (Li et al., 2009b; Agapitov et al., 2011a; Li et al., 2011a; Agapitov et al., 2012) réalisées à bord des multi-satellites CLUSTER et THEMIS indiquent que ces approximations sont imprécises, et Agapitov et al.

(2011a) ont montré que la propagation de ces ondes devenait rapidement oblique. Cependant, ces satellites étant confinés dans des régions limitées de l'espace, notamment à proximité de l'équateur magnétique, ils ne peuvent fournir des statistiques fiables dans certaines régions, particulièrement à haute latitude.

D'autre part, de récents travaux (Parrot et al., 2003a, 2004; Agapitov et al., 2011b) ont présenté pour la première fois l'observation simultanée d'ondes de type choeur, générées à l'équateur magnétique, se propageant de et vers l'équateur, ces dernières étant supposées être des ondes réfléchies à haute latitude (Hines, 1957; Kimura, 1966; Lyons and Thorne, 1970). Cependant ce type d'observations reste encore assez rare et il est donc difficile par l'expérimentation d'étudier les distributions de ces ondes réfléchies et leurs propriétés dans la magnétosphère interne.

1.1.2 Plan de la thèse

Les notions abordées dans cette section introductive sont présentées et placées dans leur contexte scientifique dans la suite de ce chapitre, par le biais d'une présentation générale de la magnétosphère interne et des différents types d'ondes s'y propageant, ainsi que d'une revue de la recherche scientifique antérieure liée aux ondes de type choeur.

Dans le Chapitre 2 est exposée la description théorique de la propagation d'ondes dans le plasma magnétosphérique et de la dynamique des particules énergétiques dans les ceintures de radiation, nécessaires à la réalisation de ce travail. Grâce à l'introduction de ces notions indispensables, nous pouvons ensuite présenter les buts de cette thèse.

Dans le Chapitre 3 est présenté le code numérique développé et utilisé dans ce travail, notamment le modèle de densité plasma magnétosphérique et son application à l'étude des ondes de type choeur dans la magnétosphère interne est discutée.

Après une introduction succinte des distributions observées des ondes choeur source, dans le Chapitre 4 est réalisée l'étude des caractéristiques de propagation des choeurs, ainsi que la reconstruction numérique de la distribution des vecteurs d'ondes avec la latitude. Puis l'impact de cette distribution, et de la distribution réaliste de l'amplitude de ces ondes, sur la dynamique des ceintures de radiation est démontré puis discuté.

Le Chapitre 5 s'intéresse quant à lui aux ondes choeur réfléchies dans la magnéto-

sphère, après une brève introduction de leurs caractéristiques observées. Les caractéristiques de propagation de ces ondes sont étudiées, puis la distribution équatoriale de la puissance d'onde et leur spectre fréquence-temps observé sont reproduits numériquement pour expliquer l'origine et les caractéristiques de ces observations.

Le Chapitre 6 contient un résumé général du travail effectué dans cette thèse, ainsi qu'une discussion et conclusion des résultats obtenus et de leur contribution à la communauté scientifique. Les perspectives d'extension de ce travail à l'avenir sont finalement suggérées.

1.2 État de l'art

1.2.1 La magnétosphère terrestre

La magnétosphère terrestre est définie comme la région de l'espace où la physique du plasma (gaz ionisé) est dominée par le champ magnétique de la Terre et est décrite en Fig.1.2. Ce champ magnétique, qui est généré par la rotation du noyau métallique de notre planète, protège notre atmosphère du plasma interplanétaire. En effet, le Soleil éjecte en permanence des particules chargées (principalement des électrons, de l'hydrogène et de l'hélium) à très grande vitesse (de 400 à 800 km/s) dans toutes les directions de l'espace. Ce flux est appelé vent solaire. En l'absence de celui-ci le champ magnétique de la Terre s'étendrait symétriquement dans l'espace, mais en réalité le vent solaire exerce une pression sur ce champ dipolaire et le déforme.

Du côté jour, la magnétosphère est compressée et forme la frontière appelée magnétopause à $\sim 10R_E$ ($1R_E \approx 6371km$). Le ralentissement du vent solaire supersonique à l'approche de la magnétosphère crée également une onde de choc à $\sim 15R_E$, la région séparant ce choc de la magnétopause est appelée magnétogaine. Du côté nuit, la magnétosphère est étirée en une longue queue qui se mélange graduellement au champ magnétique interplanétaire (IMF) à plus de $60R_E$. Lorsque l'IMF, conduit par le vent solaire, est orienté nord et interagit avec le champ magnétique terrestre (orienté vers le nord aussi), il se crée une fusion des lignes de champ (reconnexion magnétique) lorsque celles-ci sont de sens opposé, donc dans ce cas sur les flancs de la magnétosphère du côté nuit. Lorsque l'IMF est orienté sud, les lignes de champ sont de sens opposé en avant de la magnétosphère et se reconnectent donc du côté jour. Ces lignes de champ ainsi ouvertes en deux sont transportées du

côté nuit par le plasma et se rejoignent dans la queue au voisinage de l'équateur magnétique, région appelée la feuille de plasma. Dans cette région (et dans toute la magnétosphère) la majeure partie plasma est peu énergétique ($\sim 1 - 100$ eV), et suit les lignes de champ magnétique (théorème du gel), contrairement aux particules énergétiques qui sont traitées dans la prochaine section.

Les moitiés de ligne de champ transportées par dessus les pôles se retrouvent de sens opposé dans la queue, et s'y reconnectent donc (voir Fig.1.2), formant un champ magnétique fermé mais possédant une forte tension magnétique. Lors de la détente du champ magnétique (diminution de la tension magnétique), tandis qu'une partie du plasma est éjectée (plasmoid) vers la queue, l'autre partie du plasma est poussée en direction de la Terre, comme indiqué par les flèches sur la Fig.1.2. La répétition, due à la pression constante du vent solaire, de ce phénomène crée un flux lent mais constant de plasma de la queue vers la Terre. La présence de ce flux et du champ magnétique terrestre induit donc un champ électrique dit de convection (Dungey, 1961; Baumjohann and Treumann, 1996), orienté vers l'ouest (du côté matin vers le côté soir). Ce phénomène est plus faible lorsque l'IMF est orienté nord. La perturbation du vent solaire (augmentation brutale de la pression de celui-ci), entraîne un flux soudain de la queue vers la Terre et les particules peuvent atteindre les zones aurorales (pôles), on parle alors de sous-orage magnétique. La force qui domine la partie extérieure de la magnétosphère est donc la reconnexion des lignes de champ magnétique due à l'énergie cinétique du vent solaire. Mais à plus courte distance de la Terre, la rotation de la Terre et donc de son champ magnétique entraîne la corotation du plasma (un peu plus lente, en 27h) avec ce dernier, créant un champ électrique dirigé vers la Terre qui domine dans la magnétosphère interne. Cette région est appelée plasmasphère (voir Fig.1.2 et 1.3.), est assez dense (10^2 à 10^4 el/cm^3), et est peuplée principalement de particules très peu énergétiques (~ 1 eV) provenant de l'ionosphère (voir Darrouzet et al., 2009). La diminution radiale du potentiel de corotation entraine une diminution de l'influence de la corotation avec la distance, ainsi la plasmasphère s'étend en moyenne sur $\sim 4R_E$, cette valeur étant très dépendante de l'activité géomagnétique.

Au-delà de la plasmasphère, comme indiqué sur la Fig.1.3, les contours de potentiel étant ouverts sur les bords de la magnétosphère, et sous l'action du champ de convection, les tubes de flux magnétiques atteignent à un certain moment la magnétopause du côté jour. Le plasma est alors perdu dans la magnétogaine, ce qui

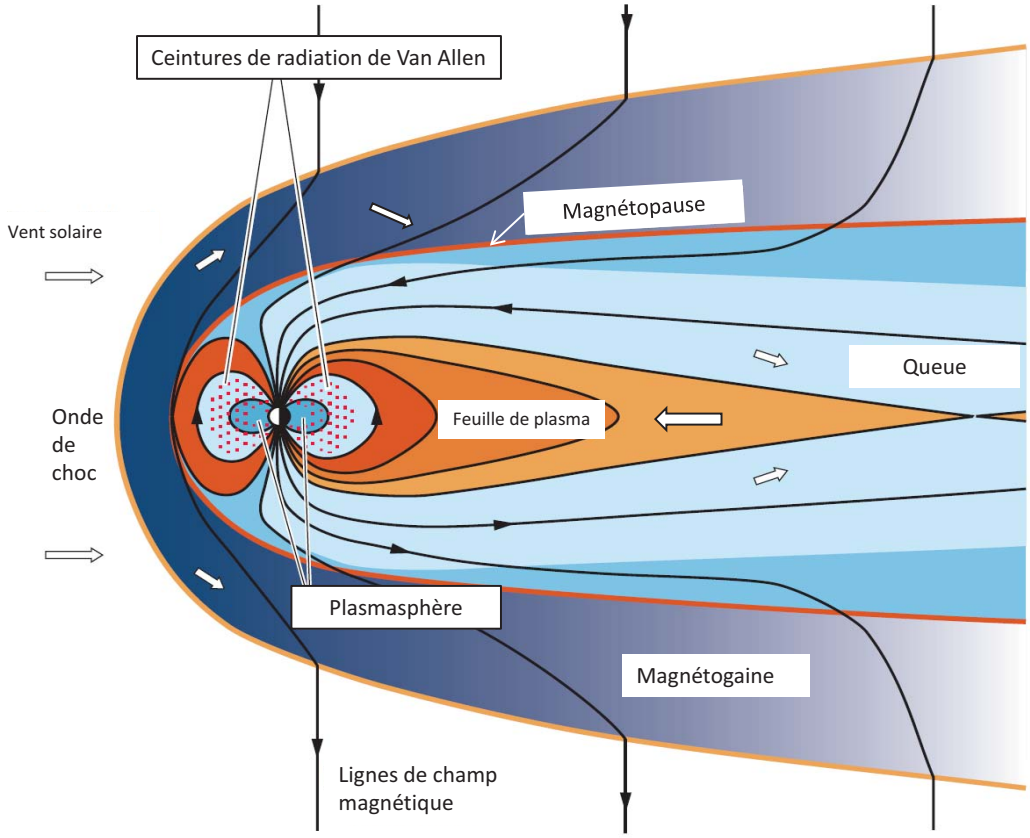

Fig. 1.2: Schéma représentant la coupe méridienne de la magnétosphère, montrant les différentes zones d'intérêt décrites dans ce travail et les directions du mouvement du plasma (flèches blanches) en son sein (figure modifiée d'après Hill and Dessler (1991)).

crée un fort gradient de densité au bord de toute la plasmasphère, appelé la plasmapause. A l'extérieur de la plasmapause, la densité chute à moins d'une particule par centimètre cube, et cette région est ainsi appelée le "creux de plasma" (plasmatrough). D'après la Fig.1.3, il se forme aussi sur le côté soir un point de stagnation où la vitesse de convection et de corotation sont égales et le plasma y est stagnant, ce qui forme un renflement de la plasmasphère. Lorsque l'activité magnétique augmente le champ de convection déforme la plasmasphère, et ce renflement rétrécit, pivote vers le côté jour et s'étire vers la magnétopause. Il forme alors ce que l'on appelle une plume plasmasphérique (de drainage) qui peut atteindre la magnétopause et engendrer de fortes pertes de plasma dans la magnétogaine (voir Fig.1.5).

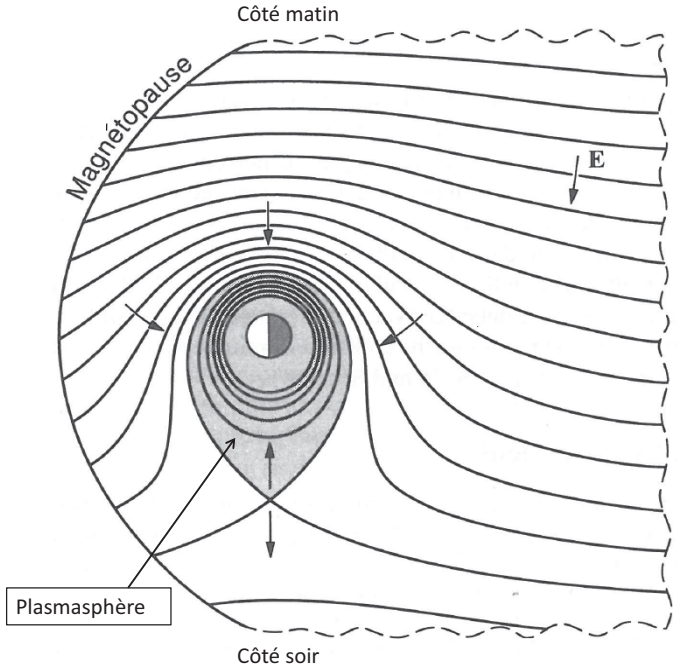

Fig. 1.3: Coupe équatoriale de la magnétosphère montrant l'asymétrie matin/soir des iso-contours de potentiel électrique, due au champ électrique de dit de convection, entraînant le renflement de la plasmasphère du côté soir. Celle-ci est représentée en grisé, le soleil étant sur la gauche (tiré de Baumjohann and Treumann (1996)).

Comme indiqué sur la Fig.1.2, ce sont dans ces deux zones (plasmasphère et creux de plasma) que se situent les ceintures de radiation terrestres, auxquelles nous allons nous intéresser dans ce travail.

1.2.2 Ceintures de radiation terrestres

Outre le plasma peu énergétique baignant toute la magnétosphère décrit dans la section précédente, il existe aussi une population de particules énergétiques qui constitue les ceintures de radiation terrestres dites de Van Allen (d'après van Allen and Frank, 1959). Elles sont constituées essentiellement d'électrons et de protons très énergétiques (de $\sim$ 100 keV à quelques MeV) qui sont piégées dans le champ magnétique terrestre. Ce piégeage à long-terme nécessite un champ dipolaire stable, qui n'est réalisé que dans une certaine région entre environ 200 km et $7R_E$, comme le montre la Fig.1.2. En effet, à plus large altitude, les fluctuations du champ magné-

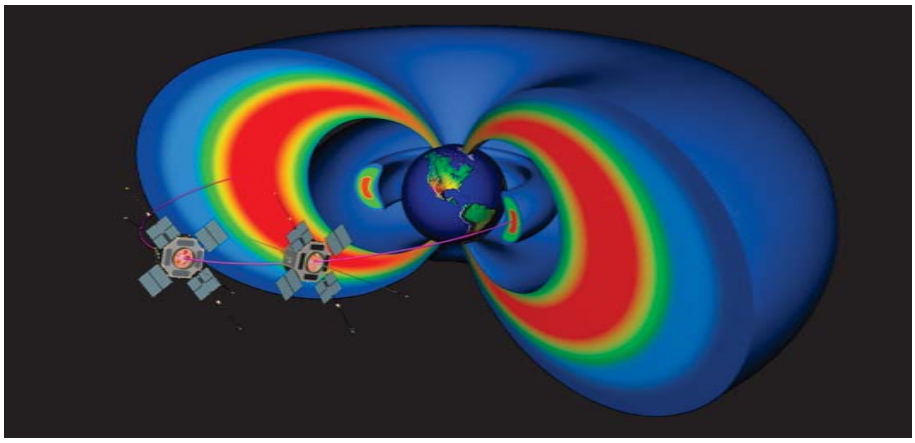

Fig. 1.4: Représentation des ceintures de radiation de Van Allen à l'échelle de la Terre, les couleurs représentant l'intensité des flux de particules énergétiques observés. Les satellites et leur orbite représentent ici la mission RBSP (Radiation Belt Storm Probes) de la NASA, lancée le 30 août 2012.

tique dues à la variabilité du vent solaire, et à plus basse altitude, les fréquentes collisions avec les particules de l'atmosphère entraînent le dépiégeage des particules énergétiques. Les densités électroniques et températures typiques dans les ceintures de radiation sont $n_e \approx 1cm^{-3}$ et $T_e \approx 5.10^7 K$. L'intensité du champ magnétique y est de l'ordre de 100-1000 nT.

Les premières observations démontrèrent en réalité l'existence de deux ceintures différentes d'électrons piégés : la ceinture interne et la ceinture externe, séparées par une région "vide" (région fente) comprise environ entre 2 et $4R_E$. Cette région est plus prononcée en cas de faible activité géomagnétique, mais peut être repeuplée, voire même dotée d'une nouvelle ceinture de radiation en cas de très forte tempête magnétique. Ces tempêtes peuvent aussi entraîner un rapprochement vers la Terre du bord de la ceinture externe. En effet, il a été observé rapidement que les flux d'électrons dans la ceinture externe sont extrêmement variables et leur augmentation est fortement corrélée avec une hausse de l'activité géomagnétique, indiquée par une baisse de l'indice Dst et une hausse de l'indice K_p et de la vitesse du vent solaire. La ceinture interne, quant à elle, est beaucoup plus stable et ne subit de variations majeures que lors de tempêtes extraordinairement intenses. Ces fortes intensifications des ceintures de radiation peuvent être très dangereuses pour les satellites fonctionnant dans ces régions, ainsi que les vols habités et peuvent radicalement changer la

chimie de l'atmosphère. Il est donc crucial d'avoir une connaissance précise de la dynamique de ces ceintures de radiation.

Les particules piégées des ceintures de radiation subissent trois types de mouvement périodique définissant leur trajectoire comme décrits dans la Fig.2.1 :

1. giration rapide autour de la ligne de champ magnétique
2. rebonds entre les hémisphères nord et sud
3. dérive lente autour de la Terre

Ces différents mouvements sont détaillés et discutés dans la section 2.1. Ces mouvement périodiques se produisent sur des échelles de temps de l'ordre de $\sim 10^{-3}$s, 1s, et $\sim 10^{3}$s, respectivement. L'addition de ces 3 mouvements sur la totalité de la grande population de particules donne leur forme toroïdale caractéristique aux ceintures de radiation, présentée en Fig.1.4, où l'on peut reconnaître les ceintures internes et externes, ainsi que la région peu peuplée les séparant. Ces 3 mouvements étant périodiques, en l'absence de force perturbatrice (e.g. variation brutale du milieu), les particules énergétiques resteraient indéfiniment piégées sur leur orbite stable. Cependant, en réalité ce n'est pas le cas et de nombreux phénomènes viennent perturber ces mouvements, dont l'interaction onde-particule résonante (voir la revue complète par Shprits et al., 2008a,b), qui est un des phénomènes les plus efficaces. Ce type d'interaction se produit lorsque la fréquence de l'onde et la fréquence caractéristique d'un des trois mouvements périodiques satisfont à une condition de résonance (voir Section 2.1). Il en résulte différents processus qui régissent la dynamique des ceintures de radiation à grande échelle (transport radial) mais aussi à petite échelle (accélération locale), et permettent leur régulation (pertes dans l'atmosphère) dont les aurores polaires sont les représentations les plus spectaculaires. Or, les particules énergétiques sont susceptibles de rencontrer, lors de leur trajet dans la magnétosphère, différents types d'ondes qui, en fonction de leur fréquence, vont permettre la violation de un ou plusieurs invariants adiabatiques.

1.2.3 Les différents types d'ondes dans la magnétosphère

Lors de la convection des particules depuis la queue vers l'intérieur de la magnétosphère, celles-ci vont en effet rencontrer un certain nombre d'ondes différentes dont l'intensité, voire même la présence, dépend de l'activité géomagnétique. En effet, durant des conditions calmes, quelques types d'ondes sont déjà présents (souffle,

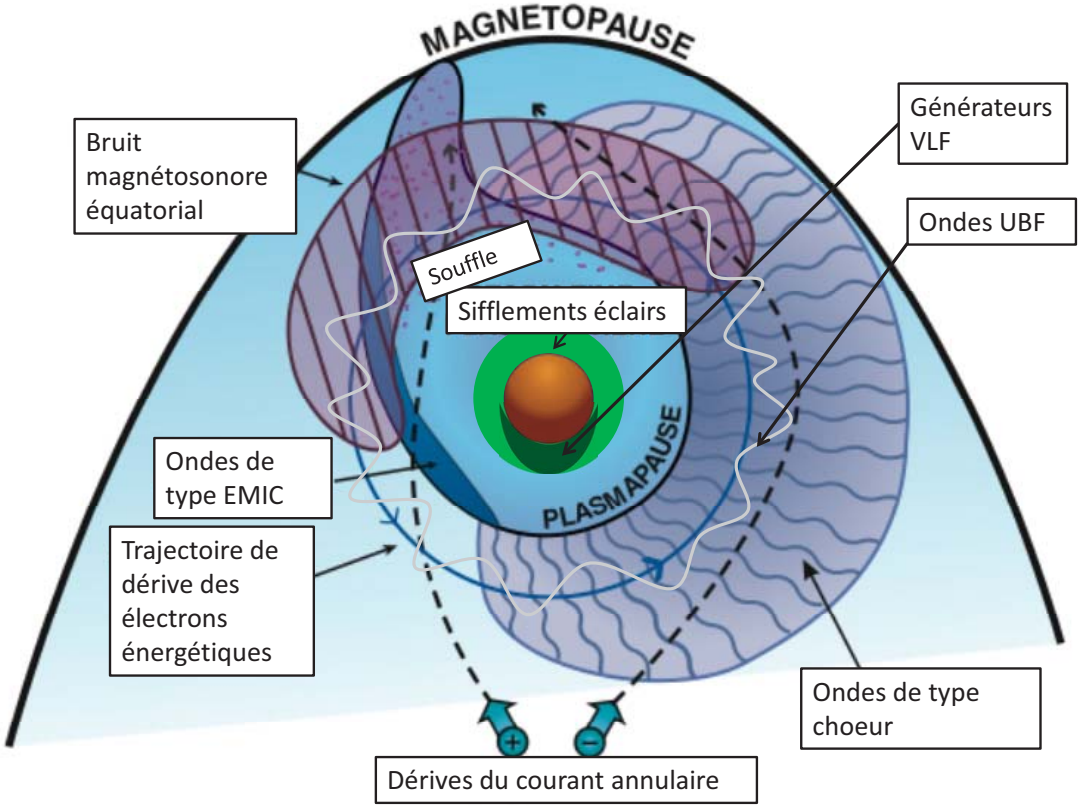

Fig. 1.5: Schéma de la magnétosphère interne, montrant les zones typiques d'observation des différents types d'ondes, dans le plan équatorial, le soleil étant situé vers le haut (figure modifiée d'après Thorne (2010)).

ondes UBF, ondes TBF générées par les éclairs ou par l'Homme), mais certains n'apparaissent que lors de conditions plus actives. Dans cette section nous allons brièvement présenter les différents types d'ondes présents lors de conditions de tempête géomagnétique, qui peuvent être classés selon leur fréquence.

1.2.3.1 Ondes Ultra-Basse Fréquence (UBF)

Dans la magnétosphère, les ondes ont une fréquence typique du mHz à 3Hz, et sont les deux modes d'ondes MagnétoHydroDynamique (MHD) supportés par un plasma froid (T_e=0) : les ondes magnétosoniques (aussi appelées ondes d'Alfvén de compression ou ondes d'Alfvén rapides) et les ondes d'Alfvén de cisaillement (aussi appelées ondes d'Alfvén lentes ou encore ondes d'Alfvén de torsion). Les

ondes magnétosoniques sont des oscillations longitudinales se propageant perpendiculairement au champ magnétique. Dans la magnétosphère, elles se propagent à une fréquence comprise entre la gyrofréquence locale des protons et la fréquence hybride basse, à des distances de 2 à $7R_E$. Ces ondes sont confinées à des latitudes de $\pm 10^\circ$ de l'équateur magnétique avec un pic à $\lambda \sim 2-3^\circ$ et sont par conséquent connues dans la magnétosphère sous le nom de "bruit équatorial" (Russell et al., 1970). Elles sont typiquement observées dans la partie soir à l'intérieur de la plasmasphère, comme l'indique la Fig.1.5, mais peuvent aussi être observées à différents temps locaux magnétiques (MLT) au-delà de la plasmapause (Meredith et al., 2008). Leur intensité peut atteindre des centaines de pT, et il a aussi été montré que leur fréquence d'occurrence est d'environ 60% (Santolík et al., 2002). Les ondes d'Alfvén (de cisaillement) quant à elles sont des oscillations transversales se propageant parallèlement au champ magnétique. La superposition de ces ondes peut créer des ondes d'Alfvén stationnaires le long des lignes de champ magnétique terrestre, appelées résonances de ligne de champ (Dungey, 1967), et former les pulsations magnétosphériques UBF observées depuis la Terre et l'espace (Jacobs et al., 1964). Ces perturbations des lignes de champ magnétique, représentées sous forme d'une ligne grise en Fig.1.5, ont des fréquences de l'ordre du mHz (Pc-5) au Hz (Pc-1) et sont présentes à tous les MLT et toutes les distances radiales. Dans la magnétosphère interne, ces pulsations ont typiquement une amplitude de quelques nT.

1.2.3.2 Ondes Extrême/Très Basse Fréquence (EBF/TBF)

Cette dénomination, en science magnétosphérique, désigne les ondes possédant une fréquence typique de 3Hz à 3kHz. Comme indiqué sur la Fig.1.5, les ondes dominant à faible distance radiale sont les émissions TBF (en rayé noir) des générateurs humains basés au sol (Abel and Thorne ,1998) et les ondes de type sifflement (en vert) induits par les éclairs (Smith Angerami, 1968, thèse Bortnik). Ces ondes sont présentes sur tous les MLT pour les siffleurs et côté nuit seulement pour les ondes des transmetteurs, jusqu'à des distances radiales d'environ $2-2.5R_E$. Entre ces distances et la plasmapause, c'est-à-dire dans la plasmasphère et les plumes plasmasphériques (voir Section 1.2.1), les ondes de type "souffle plasmasphérique" dominent (voir Fig.1.5). Ce type d'onde se propage dans le mode sifflement (polarisées circulairement à droite, voir Section 2.2) à des fréquences typiques entre $\sim 100Hz$

et $\sim 3kHz$ (Sazhin and Hayakawa, 1992), et présente un spectre large-bande incohérent (Voir Fig.1.6). Ces souffles sont présents lorsque l'activité magnétique est faible (amplitude $\sim 10pT$) et s'intensifient lors de sous-orages magnétiques (amplitude $> 100pT$) (Thorne et al., 1974; Meredith et al., 2004), et sont observés à tous les MLT et latitudes dans la plasmasphère, malgré une asymétrie en longitude ϕ de la puissance d'onde, les valeurs étant 10 fois plus élevées du côté jour (Meredith et al., 2004). Il n'a été démontré que très récemment (voir Bortnik et al., 2009) que l'origine de ces souffles semble provenir de la pénétration de certaines ondes de type choeur (voir section suivante) dans la plasmasphère, où elles restent piégées et s'accumulent.

Dans les zones de forte densité (côté soir de la plasmasphère, plumes) et le plus souvent lors de tempêtes magnétiques, on observe aussi des ondes électromagnétiques cyclotron ioniques (appelées ondes EMIC), comme le montre la Fig.1.5 (voir la revue par Fraser, 1985). Ces ondes sont observées au sol et dans l'espace avec des fréquences typiques de 0.1Hz à 5Hz et pour des propagations parallèles, sont polarisées circulairement à gauche. Elles sont observées sur des distances radiales entre 3 et $7R_E$ avec des amplitudes de $\sim 1 - 10nT$ (Anderson et al., 1992). Ces ondes peuvent être générées dans 3 bandes distinctes (H^+,He^+,O^+), en-dessous de la gyrofréquence locale des protons. Ces ondes peuvent être excitées par l'anisotropie des ions du courant annulaire (voir 2.1), l'augmentation de la pression du vent solaire, ou les perturbations induites par les ondes UBF.

Dans les zones de faible densité au-delà de la plasmapause, les ondes sifflement de type choeur dominent une bonne partie de la magnétosphère, zone représentée en grisé et ondulé en Fig.1.5. En effet, elles sont présentes surtout du côté matin (de $MLT = 00:00$ à $12:00$) jusqu'à des distances de $L \approx 9 - 10$. Ces ondes se propagent dans le mode sifflement ("mode-R", polarisées circulairement à droite) et possèdent des fréquences typiques de $0.1 - 0.8\Omega_{e,equ}$, $\Omega_{e,equ}$ étant la gyrofréquence équatoriale des électrons. Elles sont observées jusqu'à des latitudes typiques de $\lambda \approx 50 - 60°$, avec un maximum de puissance à proximité de l'équateur magnétique, et leur activité augmente avec l'activité magnétique. Ce travail s'intéresse tout particulièrement à ces ondes choeur, c'est pourquoi dans la prochaine section il est donné une description plus détaillée de ce type d'ondes (voir aussi la revue de Sazhin and Hayakawa, 1992), par le biais d'un historique des travaux scientifiques antérieurs.

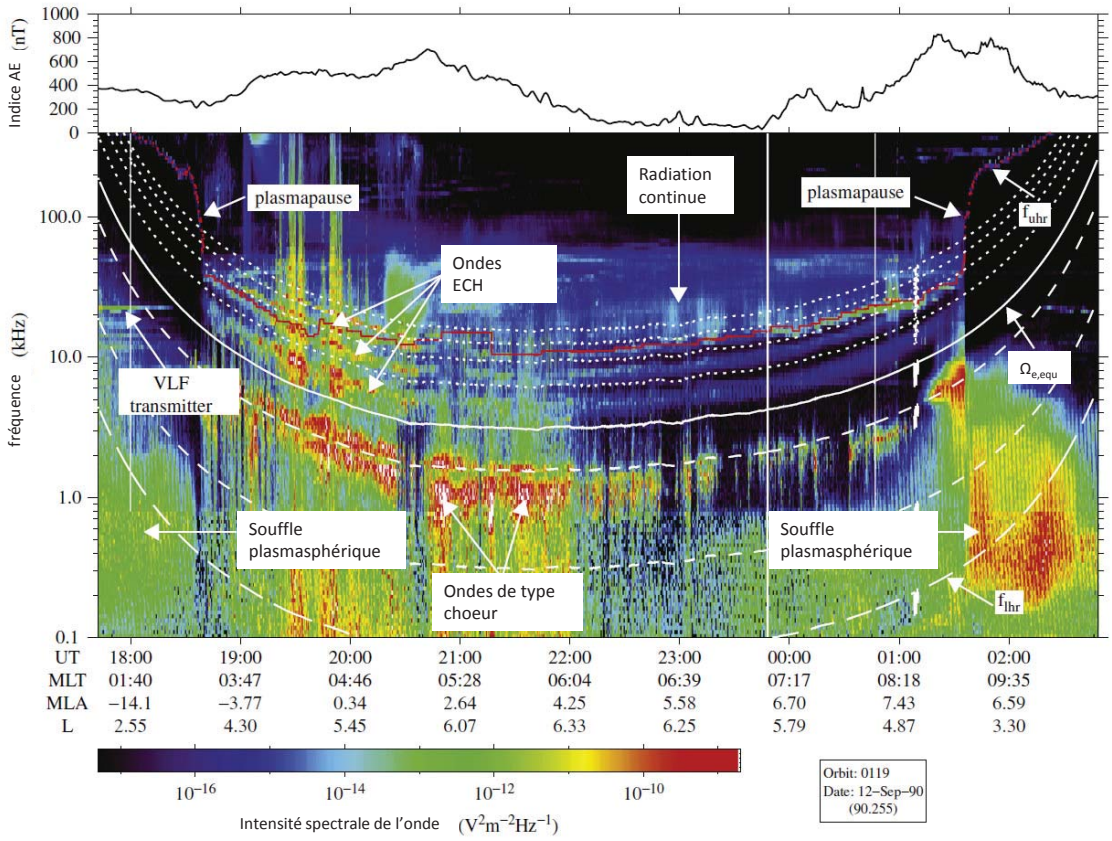

Fig. 1.6: Spectre fréquence-temps, mesuré par CRRES, montrant les souffles plasmasphériques (inférieurs à $\sim 2kHz$) confinés dans la plasmasphère, et les ondes choeur ($\sim 1-7kHz$) situées au-delà de la plasmapause. D'autres types d'ondes (ECH, transmetteurs TBF, ...) sont visibles sur le spectrogramme (d'après Meredith et al. (2004)).

Il faut noter ici que d'autres types d'ondes non montrés sur la figure peuvent être observés dans les zones de faible densité (ondes ECH, EIC, Z-mode, LO et RX), mais leur impact n'est pas significatif sur les populations d'électrons énergétiques, ou bien n'a pas été étudié (par manque de données par exemple). Par conséquent, ces types d'ondes ne sont pas abordées dans cette étude.

1.2.4 Revue des travaux sur les choeurs magnétosphériques

Les ondes de type choeur dans la magnétosphère ont fait l'objet de multitudes d'études depuis des dizaines d'années (voir par exemple la revue Sazhin and Haya-

kawa, 1992) et en faire une revue complète ne pourrait tenir dans ce chapitre, c'est pourquoi nous avons choisi de présenter uniquement les études liées de près à ce travail et permettant de le comprendre et de le situer, tout en sachant que la majorité des études ne seront pas citées.

Dès les toutes premières observations au sol (Storey, 1953; Allcock, 1957; Maeda, 1962), il a été constaté que les ondes choeurs sont une des plus intenses émissions naturelles dans la magnétosphère interne, avec un maximum d'intensité du côté matin (06 : 00 MLT). Malgré tout, leur nom anglais originel "birds' dawn chorus" (choeur d'oiseaux à l'aube en français) vient plutôt du fait que lorsque l'on convertit ces ondes électromagnétiques en ondes sonores, à l'instar des ondes de type sifflement [Helliwell, 1965], le son perçu fait penser à des gazouillements d'oiseaux au lever du jour. C'est en Angleterre que ce nom fut suggéré pour la première fois au début des années 1950 par K.W. Tremellen lors des premières observations d'ondes choeurs [comme rapporté dans Isted and Millington, 1957]. Cette spécificité de ces ondes par rapport aux autres ondes basse-fréquence de type sifflement vient de la forme de son spectre temps-fréquence qui présente un fort rapprochement ou superposition de nombreux signaux quasi-monochromatiques (avec une largeur de bande ne dépassant parfois pas les 100Hz) entre quelques centaines de Hz et quelques kHz, comme on peut le voir sur la Fig.1.6. Ces signaux étroits, connus sous le nom d'éléments ou d'émissions discret(e)s [Helliwell, 1965], ont dans la majorité des cas une fréquence augmentant avec le temps (bien que leur spectre puisse prendre d'autres formes), ce qui crée leur son caractéristique. Bien que beaucoup d'observations sont effectuées au sol (voir par exemple Sazhin and Hayakawa, 1992), seules les observations satellites in situ seront abordées dans un premier temps. En effet, les choeurs magnétosphériques se propagent dans le mode non-canalisé (voir par exemple Russell et al., 1972) et sont donc pour la grande majorité réfléchis dans la magnétosphère (Smith and Angerami, 1968), pénétrant rarement jusqu'au sol. Dans un deuxième temps nous nous intéresserons donc à la réflexion de ces ondes dans la magnétosphère, et enfin nous traiterons des différentes simulations numériques réalisées pour étudier la propagation de ces ondes.

1.2.4.1 Région source des choeurs magnétosphériques

Les observations équatoriales à bord de différents satellites rapportées depuis la fin des années 1960 (Dunckel and Helliwell, 1969; Burtis and Helliwell, 1969, 1976; Cornilleau-Wehrlin et al., 1978) ont confirmé l'occurrence prédominante des choeurs dans le secteur du matin ($23:00-06:00$ MLT) mais aussi du côté jour et nuit, où la distribution des ondes peut s'étendre de $\sim 23:00$ à $\sim 13:00$ MLT (Tsurutani and Smith, 1974; Meredith et al., 2003; Li et al., 2011a), et même présenter un maximum au midi local (Agapitov et al., 2011a) pour les choeurs de grande amplitude lors de forte activité géomagnétique ($K_p > 5$). Lorsque l'activité géomagnétique est modérée ($K_p \leq 4$), ce maximum d'occurrence et d'amplitude est observé entre $06:00$ et $12:00$ MLT (Agapitov et al., 2011a).

Cette dominance de la distribution du côté matin peut être expliquée par la trajectoire de dérive des électrons énergétiques (voir Section 2.1), à l'origine des ondes choeur, lors de leur convection depuis la feuille de plasma vers la Terre. Cette trajectoire est orientée vers le côté matin comme le montre le cercle fléché en Fig.1.5. Les ondes choeurs équatoriales sont souvent observées lorsque la magnétosphère est perturbée (Tsurutani and Smith, 1974, 1977; Inan et al., 1992; Lauben et al., 1998; Meredith et al., 2001), en corrélation avec les observations d'électrons anisotropiques de 10-100keV (Burton and Holzer, 1974; Burton, 1976; Anderson and Maeda, 1977), , lorsque l'anisotropie électronique ($A_e = T_\perp/T_\parallel$) est supérieure à 1. La corrélation observée entre ces flux d'électrons et les émissions choeurs a rapidement conduit à penser que ces électrons sont un réservoir d'énergie pouvant exciter ces ondes. Le mécanisme de génération des ondes choeurs a été largement étudié dans le passé et de nombreuses hypothèses on été avancées (voir les revues par Omura et al., 1991; Sazhin and Hayakawa, 1992), cependant il est maintenant assez largement accepté que les choeurs sont générés par un processus non-linéaire (Nunn et al., 1997; Trakhtengerts, 1999) impliquant la résonance cyclotron électronique des ondes choeurs avec les populations d'électrons énergétiques de la magnétosphère (Andronov and Trakhtengerts, 1964; Kennel and Petschek, 1966). Certaines propriétés importantes du mécanisme de génération restent pourtant encore mal comprises de nos jours et des études sont toujours menées sur ce sujet.

Il est observé que les ondes sont générées en-dehors de la plasmasphère ($4 < L < 8$), dans les zones de faible densité avec un maximum à $L \approx 6.5$ (Russell et al., 1972;

Meredith et al., 2003; Santolík et al., 2005b; Li et al., 2009b; Agapitov et al., 2011a). La génération des ondes choeurs du côté matin a lieu à proximité du plan équatorial avec un maximum à une latitude de $\lambda \approx 2°$ (Burton and Holzer, 1974; Tsurutani and Smith, 1977; LeDocq et al., 1998; Lauben et al., 2002), où la dérivée première de la force magnétique le long de la ligne de champ est quasi-nulle (Helliwell, 1967), i.e. dans les régions de minimum du champ magnétique. L'étendue totale de cette source des choeurs le long des lignes de champ magnétique a été déterminée, par les mesures multi-points de la mission CLUSTER, égale à environ $3000 - 5000$km (Santolík et al., 2004, 2005a), avec une vitesse typique de la source de 100km/s (voir par exemple la revue Santolík, 2008). La position centrale de cette source fluctue d'environ $1000 - 2000$km par rapport à l'équateur magnétique sur une échelle de temps de l'ordre de quelques minutes (Parrot et al., 2003b; Santolík et al., 2005a).

Cependant, du côté jour il a été récemment observé (Li et al., 2009b) que les ondes choeurs étaient aussi présentes de $L > 7$ jusqu'à la proximité de la magnétopause, même durant les périodes géomagnétiques calmes. Ces ondes ont été mesurées avec des particules non-thermiques par le satellite Geotail (Yagitani et al., 1999), ce qui signifie que l'anisotropie était trop faible pour générer des émissions choeurs par anisotropie cyclotron linéaire. Cependant, Li et al. (2010b) analysèrent l'anisotropie, le flux et la distribution de densité équatoriale des particules observée sur THEMIS pour déterminer l'anisotropie aux énergies résonantes des choeurs et trouvèrent un bon accord des modes instables avec la distribution observée des ondes choeurs de Li et al. (2009a). Malgré tout, les choeurs générés lors de périodes calmes ne peuvent être expliqués avec l'absence d'injections d'électrons, et sont toujours étudiés à l'heure actuelle (voir par exemple Spasojevic and Inan, 2010; Bunch et al., 2011). Il fut aussi rapidement remarqué que la latitude du maximum d'occurrence d'observation des choeurs est différente du côté jour (Burton and Holzer, 1974), avec des valeurs allant jusqu'à $\lambda \approx 40 - 50°$ (Tsurutani and Smith, 1977), et que la distance radiale de ce maximum d'occurrence augmente avec le temps magnétique local (Burtis and Helliwell, 1976), i.e. la région source des choeurs du côté jour est légèrement plus éloignée de la Terre. En effet, ces ondes sont détectées à moins de $2R_E$ de la magnétopause, de plus leur distribution de puissance spectrale présente deux maxima à $0 - 0.15\Omega_{e,equ}$ et $0.25 - 0.30\Omega_{e,equ}$ (Tsurutani and Smith, 1977). Ces propriétés peuvent être comprises si l'on prend en compte la déformation caractéristique du champ magnétique du côté jour de la magnétosphère. Comme indiqué

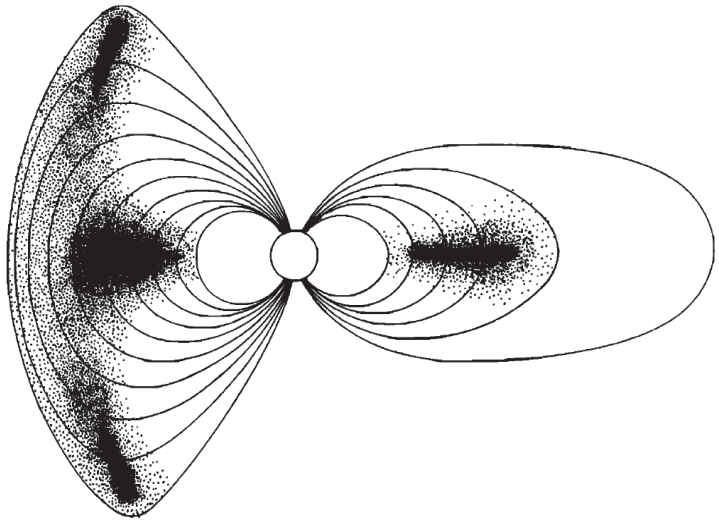

Fig. 1.7: Coupe méridienne schématique de la magnétosphère, montrant les différentes régions source typiques des ondes choeurs observées du côté jour et du côté nuit. Le soleil est situé sur la gauche (d'après Tsurutani and Smith (1977)).

sur la Fig.1.7, la formation de minima de champ magnétique terrestre $\underline{B}_0$ à haute latitude du côté jour permet la génération d'ondes "choeurs haute-latitude" qui vont se propager vers la Terre (Tsurutani and Smith, 1977).

Comme mentionné plus haut, une des spécificités des choeurs provient de ses propriétés spectrales. Tout d'abord, ces ondes possèdent une largeur de bande étroite (de quelques kHz à une centaine de Hz), avec des fréquences allant de quelques centaines de Hz à quelques kHz (voir la revue par Sazhin and Hayakawa, 1992). Toutefois, ces caractéristiques spectrales varient (avec l'intensité du champ magnétique) car la fréquence des choeurs suit la gyrofréquence électronique à l'équateur $\Omega_{e,equ}$, avec des valeurs typiques de $\sim 0.1 - 0.75\Omega_{e,equ}$ (Tsurutani and Smith, 1974, 1977). Ces émissions se propageant en deux bandes distinctes séparées par un intervalle situé juste en-dessous de $0.5\Omega_{e,equ}$ (Burtis and Helliwell, 1969, 1976). La bande basse s'étend sur la gamme $\omega \approx 0.1 - 0.45\Omega_{e,equ}$ avec un maximum à $\sim 0.34\Omega_{e,equ}$ et peut contenir des éléments diffus. La bande haute, si présente, se situe dans la gamme de fréquence $\sim 0.5 - 0.75\Omega_{e,equ}$ avec un maximum à $\sim 0.55\Omega_{e,equ}$, son intensité est en général beaucoup plus faible que la bande basse (Meredith et al., 2001; Haque et al., 2010). Les ondes choeurs apparaissent comme des séries de

courtes bouffées cohérentes de puissance d'onde (éléments discrets), de l'ordre de $0.1s$. Chaque élément individuel consiste en une fréquence centrale qui varie avec le temps ($df/dt \neq 0$) et une largeur de bande étroite centrée sur cette fréquence centrale, de l'ordre de $\sim 10Hz$ (Santolík and Gurnett, 2003). Les fréquences centrales de ces éléments sont principalement (probabilité d'occurrence $P \approx 77\%$) montantes ($df/dt > 0$) à environ $0.2 - 2kHz$ avec une valeur moyenne de $0.77kHz$ (Sazhin and Hayakawa, 1992). Cette valeur croît avec K_p croissant ainsi qu'avec λ croissant, et décroît avec L croissant. Les fréquences peuvent aussi être observées descendantes ($df/dt < 0$,$P \sim 16\%$), ou descendantes puis ascendantes (crochets), ascendants puis descendants (crochets inversés) ou encore des combinaisons plus complexes (Burtis and Helliwell, 1976). L'analyse de la structure fine de ces éléments individuels (Coroniti et al., 1971; Cornilleau-Wehrlin et al., 1976) révéla notamment que la valeur de df/dt n'y était pas conservée, à la fin de l'élément df/dt pouvant devenir quasi-nul. Il fut aussi remarqué que l'amplitude des éléments pouvait changer de $12dB$ en seulement $20 - 40ms$. Toutes ces propriétés spectrales sont représentées en Fig.1.8 (en bas), où elles sont comparées (en haut) avec le spectre typique d'émissions incohérentes des souffles plasmasphériques décrits dans la section précédente. Occasionnellement, les choeurs peuvent présenter un spectre large-bande et incohérent (Tsurutani and Smith, 1974).

De plus récentes analyses détaillées de l'amplitude et de la structure fine des éléments (voir la revue Santolík, 2008) ont démontré que les amplitudes des paquets d'ondes peuvent atteindre des valeurs supérieures à $30mV/m$, correspondant à des valeurs de champ magnétique des choeurs supérieures à $300pT$ ($10^{-3}B_0$) (Décréau et al., 2001; Cattell et al., 2008). Cependant Santolík et al. (2004) démontra que ces larges amplitudes sont rares et les amplitudes communes sont plutôt de l'ordre de quelques mV/m, correspondant à une centaine de pT ($< 10^{-3}B_0$). L'existence de ces ondes choeurs suggère tout de même que les effets non-linéaires peuvent jouer un rôle important dans la microphysique gouvernant les interactions des ces ondes avec les populations de particules énergétiques, notamment celles peuplant les ceintures de radiation terrestre (voir par exemple Omura et al., 1991; Nunn et al., 1997; Trakhtengerts, 1999; Omura and Summers, 2006, et les références s'y trouvant). Cependant, dans ce travail nous n'aborderons pas cet aspect et nous restreindrons aux approches linéaire et quasi-linéaire (voir prochaine Section).

Bien que les ondes choeurs soient connues depuis plus de 50 ans, elles ont connu

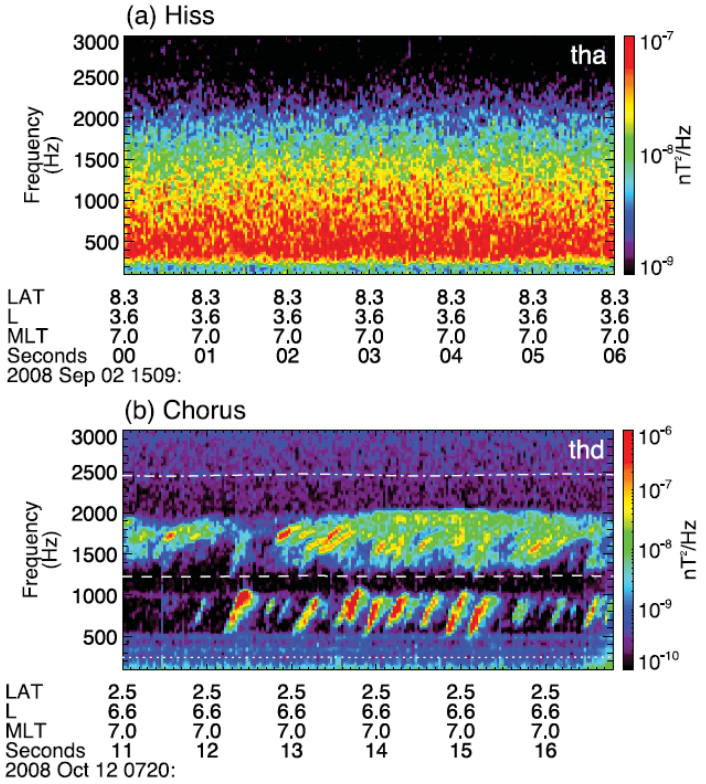

Fig. 1.8: Spectre fréquence-temps typique des souffles plasmasphériques (a) et des éléments de choeurs (b) observés à bord de THEMIS dans et au-delà de la plasmasphère, respectivement. Les lignes blanches en (b) représentent $1\Omega_{e,equ}$ (tirets et pointillés), $0.5\Omega_{e,equ}$ (tirets) et $0.1\Omega_{e,equ}$ (pointillés), permettant de distinguer les choeurs de haute et basse-bande. Les éléments discrets de choeurs de basse-bande sont environ dix fois plus intenses que les souffles (d'après Bortnik et al. (2011a)).

un regain d'attention depuis peu avec les recherches sur les mécanismes d'accélération des électrons énergétiques, dans l'approche quasi-linéaire (voir par exemple Summers et al., 1998; Horne and Thorne, 1998) et la revue par Shprits et al. (2008a,b). En effet, un des processus les plus importants gouvernant la dynamique des ceintures de radiation est présumé être l'interaction onde-particule résonante entre les ondes choeurs et les électrons énergétiques. Ce processus est supposé être responsable, par le biais de la violation du premier et du second invariant adiabatique (voir prochaine section et la revue par Shprits et al. (2008b) et les références s'y trouvant), de l'accélération des électrons (jusqu'à des énergies de l'ordre du MeV) ainsi que de leur perte dans l'ionosphère (Lyons and Thorne, 1973), en par-

ticulier pendant les orages magnétiques (Horne, 2002; Chen et al., 2007; Shprits et al., 2008b). Ces effets entraînent notamment des augmentations brutales du flux d'électrons énergétiques qui sont dangereux pour les satellites (Baker, 2002), les missions habitées et peut affecter considérablement la chimie de l'atmosphère (Thorne, 1977). Ces effets sont basés sur la théorie quasi-linéaire dans laquelle les interactions onde-particule résonantes sont décrites en terme de diffusion en angle d'attaque et énergie (Kennel and Petschek, 1966; Trakhtengertz, 1966; Lyons, 1974; Lyons and Williams, 1984) pour déterminer l'échelle de temps des pertes et de l'accélération des électrons. En utilisant cette approche il a été démontré que les ondes de type choeur sont un des plus efficaces moteurs des pertes d'électrons de la ceinture de radiation externe de la Terre (e.g. Lyons et al., 1972; Albert, 2003; Horne et al., 2005b).

1.2.4.2 Propagation et réflexion des choeurs dans la magnétosphère

Les ondes de type choeur, contrairement à certains siffleurs générés par des éclairs par exemple, se propagent dans la magnétosphère interne dans le mode sifflement non-canalisé (voir la revue Russell et al., 1972). Bien que l'énergie (ou vitesse de groupe, voir Section 2.2) soit plus ou moins guidée par le champ magnétique, la direction de propagation (ou vitesse de phase) de ces ondes ne l'est pas, et peut en fait devenir normale au champ magnétique ($\theta = 90°$, où θ est l'angle entre $\underline{B}_0$ et $\underline{k}$) lors de la propagation des choeurs loin de l'équateur magnétique. Il en résulte alors une "réflexion" de l'onde à haute latitude, et un piégeage dans la magnétosphère, c'est pourquoi les études de ce type d'ondes sont restées rares avant les premières mesures à plus haute altitude (Smith and Angerami, 1968; Walter and Angerami, 1969). La distribution de la direction du vecteur d'onde des choeurs magnétosphériques a été beaucoup étudiée à proximité de l'équateur magnétique (Burton and Holzer, 1974; Hayakawa et al., 1984, 1990; Goldstein and Tsurutani, 1984; Lauben et al., 2002), où les valeurs de θ ont été mesurées quasi-parallèles au champ magnétique (moins de 30°). Burton and Holzer (1974) ont notamment constaté que pour des valeurs $\lambda < 40°$, θ était inférieur à 30° (80% des cas) pour les choeurs de bande-basse ($0.1 - 0.45\Omega_{e,equ}$) et que cette valeur de θ pouvait atteindre les 85° pour $\lambda > 40°$. Un comportement similaire à été observé pour les choeurs de bande-haute par Haque et al. (2010). Ces ondes ont donc été longtemps considérées comme se propageant de façon quasi-parallèle au champ magnétique jusqu'à des latitudes

moyennes dans beaucoup de simulations notamment (voir section suivante). Mais des études plus récentes (voir par exemple Li et al., 2009b, 2011a; Agapitov et al., 2011a), se basant sur de plus larges statistiques d'observation des émissions choeurs de large amplitude ($\geq 100pT$), ont montré que cette propagation pouvait devenir quasi-perpendiculaire (mode quasi-électrostatique) à des latitudes très basses ($\sim 20°$), avec une distribution de θ non-gaussienne même à proximité de l'équateur (maximum à $\sim 20°$).

Lorsque ces ondes se propagent vers de plus hautes latitudes, donc dans des champs magnétiques croissants, elles peuvent se retrouver piégées dans la magnétosphère (Thorne and Kennel, 1967; Smith and Angerami, 1968; Lyons and Thorne, 1970; Russell et al., 1972), de façon similaire aux siffleurs induits par les éclairs. En effet, à haute latitude la fréquence hybride-basse (voir section 2.2) peut dépasser la fréquence de l'onde (voir Shklyar et al., 2004, par exemple). Sous l'action de la résonance hybride-basse, le cône de résonance de l'onde disparaît et la propagation normale ($\theta = 90°$) est autorisée (Hines, 1957). Si l'angle θ continue d'augmenter, il y a alors réflexion de l'onde ($\theta > 90°$). Ces ondes peuvent donc effectuer des rebonds entre les deux hémisphères avant d'être complètement amorties (Russell et al., 1972; Sazhin and Hayakawa, 1992).

Ce phénomène a été d'abord prédit par la théorie et confirmé par simulations numériques (voir section suivante). Les premières observations par un satellite individuel furent présentées par Edgar and Smith (1967) et Smith and Angerami (1968). Cependant, la preuve observationnelle des choeurs réfléchis à basse latitude sont très récentes. En effet, les premières distributions de vecteur d'onde des choeurs ont été présentées pour la première fois par Burton and Holzer (1974), mais en l'absence de calcul du vecteur de Poynting, une erreur inhérente de 180° subsistait en raison de la méthode employée (Means, 1972). Récemment, l'observation de ces paquets d'ondes réfléchis est devenue possible par les mesures multi-points des constellations de satellites. Les premières observations simultanées des choeurs sources et réfléchis par le satellite CLUSTER furent présentées dans la série de publications par Parrot et al. (2003a, 2004), puis par THEMIS (Agapitov et al., 2011b).

Les auteurs montrèrent que ces ondes, générées à l'équateur, avaient subi une réflexion à haute latitude et retournaient à l'équateur à une position différente avec une intensité plus faible, et corroborèrent cette interprétation par des simulations numériques. Parrot et al. (2003a) démontra que l'intensité relative du signal ré-

fléchi était de 0.005 à 0.02 du signal source, ce qui est en accord avec les calculs théoriques du ratio d'atténuation effectués dans le cadre de la théorie quasi-linéaire (Cornilleau-Wehrlin et al., 1985). Les auteurs démontrèrent aussi que l'angle θ des ondes réfléchies était faible à proximité de l'équateur (moins que 20°), impliquant que ces ondes pourraient endurer une amplification, puisque la croissance des ondes est maximum pour des ondes se propageant de façon quasi-parallèle près du minimum de champ magnétique (Kennel and Petschek, 1966; Kennel and Thorne, 1967; Goldstein and Tsurutani, 1984). Ce résultat fut confirmé dans Parrot et al. (2004), où une étude détaillée de deux autres évènements similaires a été réalisée. Cette étude montra également une dégénérescence (ou lissage) de la structure fréquence-temps des choeurs (structure moins cohérente) lors de leur propagation, qui pourrait être due aux effets de dispersion (Shklyar and Jiříček, 2000; Agapitov et al., 2011b). Les auteurs conclurent que si ces ondes étaient capables de pénétrer dans la plasmasphère, leur accumulation pourrait fournir une source possible pour les souffles plasmasphériques, comme proposé plus tôt par H.C. Koons (voir Storey et al., 1991) et Draganov et al. (1992).

A la suite de ce résultat, Agapitov et al. (2011b) employèrent un modèle numérique réaliste (voir Section 3) pour expliquer les caractéristiques de paquets d'ondes choeurs sources et réfléchis observés simultanément sur THEMIS. Une analyse détaillée des fluctuations de champ magnétique et électrique et de la direction du vecteur de Poynting montrait des éléments discrets de choeurs sources de grande amplitude (de fréquence $0.15\Omega_e$ à $0.45\Omega_e$ suivis par des éléments réfléchis de plus faible amplitude, mais avec une fréquence légèrement (10%) plus élevée (de $0.2\Omega_e$ à $0.5\Omega_e$). Les auteurs déclaraient que ces choeurs réfléchis avaient une structure similaire aux choeurs sources, mais avec une amplitude dix à trente fois plus petite et un vecteur $\underline{k}$ proche $(35-40°)$ du champ magnétique mais de direction opposée. Ils démontrèrent que l'atténuation de la puissance des ondes était due à la divergence de leur trajectoires, ainsi que la différence de fréquence observée entre les choeurs sources et réfléchis, ces derniers ayant été générés plus près de la Terre, où le champ magnétique est plus fort.

1.2.4.3 Simulations numériques des ondes choeurs

Quelques années après l'article pionnier de Storey (1953) s'intéressant aux trajectoires d'ondes de type sifflement dans l'ionosphère, Maeda and Kimura (1956) développèrent une technique graphique pour confirmer les trajectoires des rayons siffleurs. Les trajectoires des rayons siffleurs dans le mode non-canalisé furent tracées et il fut trouvé que généralement les trajectoires déviaient largement des lignes de champ magnétique. Cependant, les premières simulations numériques d'ondes de type sifflement furent possibles grâce au calcul des "équations de rayons" (voir Section 2.3) par Haselgrove (1954). Yabroff (1961); Schmerling et al. (1961) furent les premiers à développer des programmes informatiques de "traçage de rayons", en combinant les équations de rayons et l'indice de réfraction obtenu par la théorie magnéto-ionique (voir Section 2.2 ou Ratcliffe (1959)). Cependant, les effets des électrons uniquement étaient pris en compte dans ces études. Kimura (1966) fut le premier à inclure les effets des ions dans un code traceur de rayons, et ainsi pouvoir démontrer la réflexion des siffleurs à haute latitude décrite par Hines (1957), qui fut ensuite confirmée par Smith and Angerami (1968). Ce code permit aussi par exemple de confirmer les trajectoires multiples d'ondes choeurs observées par satellite (Edgar, 1976). Par la suite, de nombreux codes traceurs de rayons plus sophistiqués furent développés et appliqués à l'étude des ondes choeurs et souffle dans la magnétosphère. Parmi ces codes, un des premiers codes 3D à avoir été développés (Cerisier, 1970) a permis par exemple la localisation de la source d'ondes choeurs (Cairo and Lefeuvre, 1986) et d'ondes choeurs réfléchis (Parrot et al., 2003a), l'étude des choeurs de bande-haute (Muto and Hayakawa, 1987), et la propagation des choeurs magnétosphériques jusqu'à de basses altitudes (Chum and Santolík, 2005) avec une version améliorée. Puis le Stanford 2D VLF code (Inan and Bell, 1977) a notamment permis de calculer l'amortissement Landau des choeurs (Bell et al., 2002; Bortnik et al., 2006a, 2007) et la précipitation d'électrons énergétiques due aux choeurs (voir par exemple Bortnik et al., 2002, 2006b). Plus tard, le code HOTRAY (Horne, 1989) permit de confirmer l'hypothèse de la pénétration des choeurs dans la plasmasphère comme l'origine du souffle plasmasphérique, dans les éminents papiers de Bortnik et al. (2008b, 2009), et d'en modéliser la distribution dans la plasmasphère (voir par exemple Bortnik et al., 2011a,b).

Cependant, ces codes se basent pour la plupart sur des modèles très simplifiés

de la magnétosphère : le champ magnétique est considéré dipolaire, le modèle de densité est basé sur le modèle d'équilibre diffusif, et le plasma est considéré froid ($T_e = 0$). Récemment, un nouveau code traceur de rayons combinant des modèles réalistes de ces trois facteurs a été utilisé avec succès par Agapitov et al. (2011b) pour modéliser des choeurs générés à l'équateur et réfléchis à haute latitude, et expliquer les mesures obtenues sur THEMIS. Ce code est décrit en détail dans la Section 3 et dans Breuillard et al. (2012b,a). Wang et al. (2011) ont notamment comparé par traçage de rayons ce modèle avec un autre modèle de densité plus simplifié (voir en Section6).

Notons enfin que d'autres codes intégrant des améliorations telles qu'un champ magnétique non dipolaire (voir la revue par Kimura, 1985), ou encore un modèle de densité magnétosphérique 3D plus réaliste (Chen et al., 2009) ont également été développés.

2. NOTIONS THÉORIQUES ET BUTS DE L'ÉTUDE

2.1 Dynamique des particules énergétiques dans la magnétosphère

2.1.1 Invariants adiabatiques

Les particules énergétiques ont assez d'énergie pour ressentir les forces magnétiques, elles ne sont plus gelées dans le plasma et peuvent donc "dériver" de leur ligne de champ magnétique. Ces particules énergétiques subissent deux types de dérive magnétique : la dérive de gradient et la dérive de courbure. La dérive de gradient intervient lorsque le champ magnétique est faiblement inhomogène, et possède donc un gradient dans une certaine direction, alors la particule dérive perpendiculairement à la direction du champ magnétique et à celle du gradient. La dérive de courbure intervient quant à elle lorsque les lignes de champ magnétique sont courbées (la particule subit une force centrifuge), et la dérive est aussi perpendiculaire au champ magnétique et à sa courbure. Dans un champ dipolaire la courbure et le gradient du champ magnétique étant dans le même sens (dirigés vers la Terre), et le champ magnétique étant dirigé vers le Nord, ces deux dérives ont la même direction et les particules dérivent en longitude autour de la Terre (voir Fig.2.1). Additionnant les deux dérives décrites précédemment, la dérive magnétique totale s'écrit :

$$v_B = v_{courbe} + v_\nabla = (v_\parallel^2 + \frac{1}{2}v_\perp^2)\frac{\underline{B} \times \nabla B}{\Omega B^2} \tag{2.1}$$

où Ω est la fréquence de giration de la particule, v_{courbe} la dérive de courbure et v_∇ la dérive de gradient. On peut noter que, la fréquence de giration étant dépendante de la charge, la dérive magnétique totale possède un sens différent pour les électrons (ouest en est) et pour les ions (est en ouest). La séparation de ces charges crée donc un courant toroïdal (annulaire dans la coupe équatoriale) sous l'action duquel les particules ont une trajectoire circulaire (fermée) autour de la Terre, d'où le nom de "courant annulaire".

En réalité, les particules ne possèdent pas toutes une orbite de dérive fermée, car elles subissent aussi une dérive électrique en plus de leur dérive magnétique. En effet, en présence d'un champ électrique, une particule en giration autour d'une ligne de champ magnétique subit une dérive dite $E \times B$ de la forme (voir Baumjohann and Treumann, 1996)

$$v_E = \frac{\underline{E} \times \underline{B}}{B^2} \tag{2.2}$$

La présence du champ électrique de convection (dirigé vers l'ouest) décrit en Section 1.2.1 induit donc une dérive vers le côté jour des particules, en plus de la dérive annulaire magnétique.

En plus de tout cela, nous avons vu que la rotation de la Terre sur elle-même entraîne une corotation du plasma environnant, qui ne dépend donc pas de la charge des particules, ce qui n'est pas le cas de la dérive magnétique. Pour les électrons, la dérive magnétique s'ajoute à la vitesse de corotation, les trajectoires des électrons énergétiques étant donc assez proches des électrons de basse énergie (renflement du côté soir), excepté le fait que la région où les trajectoires de dérive sont fermées s'étend à de plus grandes distances radiales pour de plus grandes énergies électroniques, comme on peut le voir en Fig.2.2. Cependant, la dérive magnétique des ions énergétiques étant opposée à la vitesse de corotation, les trajectoires de ces ions sont similaires à celles des électrons pour les basses énergies, mais inversées (renflement du côté matin) pour les hautes énergies ioniques (voir par exemple Lyons and Williams, 1984, p.82).

Pour résumer, il y a donc trois forces principales qui sont en compétition pour régir la trajectoire des particules énergétiques dans la magnétosphère interne : la dérive magnétique totale (de courbure et de gradient) due au champ magnétique dipolaire, la dérive électrique due au champ électrique de convection, et la vitesse de corotation du plasma due à la rotation de la Terre. Comme nous l'avons vu, la balance de ces forces dépend de l'énergie des particules, mais aussi de la distance à la Terre. En effet, la dérive magnétique et la vitesse de corotation dominent à faible distance de la Terre, mais la dérive électrique les surpasse à partir d'une certaine distance radiale. Les trajectoires des particules de basse énergie, dans la magnétosphère interne, sont donc régies principalement par la vitesse de corotation et la dérive électrique, tandis que les trajectoires des particules énergétiques sont régies principalement par les dérives magnétiques et électriques. Ainsi, combinant les deux dérives et la corotation, la trajectoire typique des électrons suprathermiques pour différentes énergies est montrée en exemple en Fig.2.2. Près de la Terre se dessine donc un courant annulaire symétrique et asymétrique (orbites fermées) et dans la région intermédiaire est présent un courant annulaire partiel (orbites ouvertes), avant

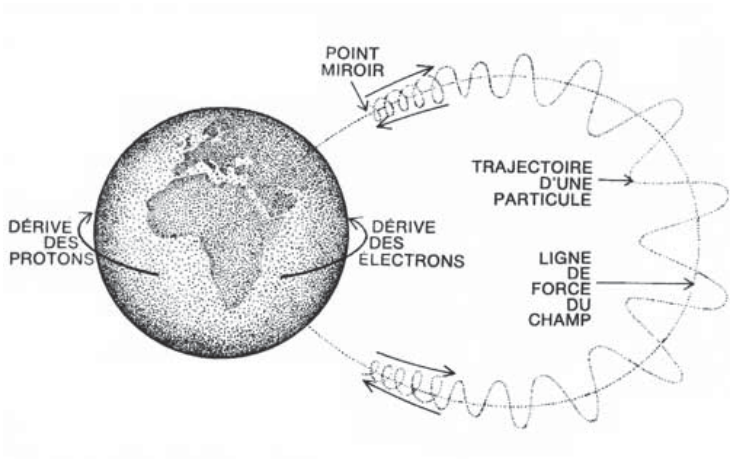

Fig. 2.1: Schéma représentant les trois mouvements d'une particule énergétique piégée dans le champ magnétique (ici dipolaire) de la Terre : giration, rebond et dérive. Le sens de la dérive magnétique en fonction de la charge de la particule est montré, ainsi que son point miroir de rebond le long de la ligne de champ.

que la dérive électrique ne surpasse totalement les autres forces à plus large distance radiale.

Nous avons vu dans la Section 1.2.2 que les particules énergétiques ($T \gg 0$) des ceintures de radiation effectuent simultanément trois mouvements différents, leur conférent leur forme toroïdale caractéristique représentée en Fig.1.4. Si les variations du système sont lentes par rapport aux échelles de temps de ces mouvements (c'est le cas pour des ceintures de radiation non perturbées), alors chacun de ces mouvements est associé à un invariant adiabatique. Ceci signifie que en l'absence de force perturbatrice (une onde par exemple), l'intégrale d'action

$$J_i = \oint p_i dq_i \tag{2.3}$$

est une constante du mouvement, où la paire de variables (p_i, q_i) sont respectivement le moment et la coordonnée généralisés de la mécanique Hamiltonienne. L'intégration doit se faire sur un cycle entier de q_i. Ces trois mouvements sont résumés en Fig.2.1

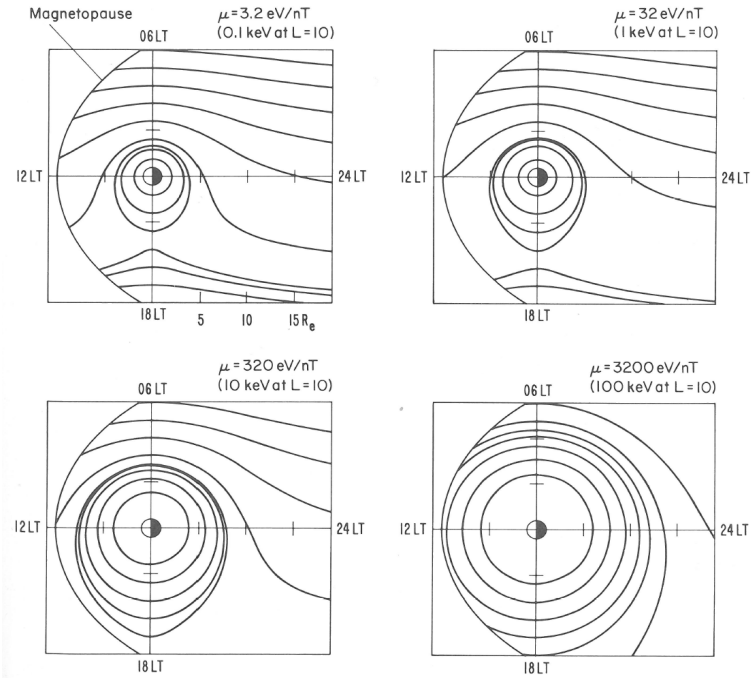

Fig. 2.2: Trajectoire typique des électrons suprathermiques, de différentes énergies, dans le plan équatorial de la magnétosphère interne sous l'effet des dérives électriques et magnétiques et de la corotation du plasma (d'après Lyons and Williams (1984)).

2.1.1.1 Premier invariant adiabatique

Le premier invariant adiabatique, aussi appelé moment magnétique μ d'une particule, représente la quantité conservée le long de la trajectoire hélicoïdale de la particule et correspond donc au mouvement de giration des particules autour de la ligne de champ magnétique. Il est défini par

$$J_1 = \frac{W_\perp}{B} = \frac{mv^2 sin^2\alpha}{2B} \tag{2.4}$$

où B est l'intensité du champ magnétique, $W_\perp$ est l'énergie perpendiculaire (au champ magnétique) de la particule, m et v sont respectivement la masse et la vitesse de la particule, et α est son angle d'attaque $\alpha = \tan^{-1}(v_\perp/v_\parallel)$.

J_1 étant invariant et l'énergie totale de la particule étant une constante du mouvement, seul l'angle d'attaque peut changer lors de variations de l'intensité magné-

tique. Dans un champ magnétique convergent vers les pôles comme celui de la Terre, une particule se dirigeant vers les pôles, le champ magnétique augmentant, son angle d'attaque va augmenter aussi et donc son énergie perpendiculaire $W_\perp$, au détriment de son énergie parallèle $W_\parallel$. De plus, le rayon de giration de la particule va diminuer progressivement, tel que le flux magnétique encerclé par l'orbite de la particule reste constant. Lorsque α atteint 90°, son énergie parallèle est nulle et la particule ne peut pas pénétrer plus loin et est repoussée par la "force miroir". Elle est alors réfléchie à son point miroir B_m, représenté en Fig.2.1. Dans un champ dipolaire, les lignes de champ convergent aux deux pôles Nord et Sud, donc la particule peut effectuer des "rebonds" entre les deux hémisphères et se retrouve alors "piégée" dans le champ magnétique.

2.1.1.2 Deuxième invariant adiabatique

Le deuxième invariant adiabatique est associé à ce mouvement de rebond possédant une "période de rebond" ω_b. Il est parfois appelé invariant longitudinal et est défini par

$$J_2 = \oint m v_\parallel ds \tag{2.5}$$

où $v_\parallel$ est la vitesse parallèle de la particule, ds est un élément de la trajectoire du centre de giration. L'intégration est réalisée sur une oscillation entière entre les deux points miroirs. Pour des variations électromagnétiques de fréquence $\omega \ll \omega_b$, le deuxième invariant est donc une constante du mouvement, quels que soient les changements induits par les variations de champ électrique ou magnétique.

2.1.1.3 Troisième invariant adiabatique

Le troisième invariant J_3, associé au mouvement de dérive des particules, est aussi appelé invariant de dérive (parfois noté Φ). C'est le flux magnétique encerclé par l'orbite périodique d'une particule chargée piégée dans un champ magnétique asymétrique (configuration miroir), lorsque cette particule effectue des orbites fermées. Il est défini par

$$J_3 = \oint v_d r d\psi \tag{2.6}$$

où v_d est la somme de toutes les vitesses de dérive perpendiculaire, φ est l'angle azimutal, et l'intégration doit se faire sur une orbite entière de la particule. Lorsque la fréquence typique des champs électromagnétiques est bien plus faible que la fréquence de dérive ($\omega \ll \omega_d$), alors J_3 est invariant et égal au flux magnétique tel que

$$J_3 = \frac{2\pi m}{q^2} M = const \tag{2.7}$$

où M est le moment magnétique du champ magnétique asymétrique.

2.1.2 *Perturbation des invariants adiabatiques*

Jusqu'ici, nous avons considéré des variations et mouvements qui conservent les trois invariants adiabatiques. Comme nous l'avons vu dans cette section, ces mouvements des particules énergétiques formant les ceintures de radiation peuvent être chacun reliés à un invariant adiabatique qui, lorsqu'il est conservé, constitue une constante du mouvement. Or, ces différents mouvements se font sur des échelles de temps différentes, comme l'indique la Fig.2.3. Cette figure présente les isocontours des fréquences associées aux trois mouvements adiabatiques (giration, rebond et dérive) pour différentes énergies d'électrons se réfléchissant à l'équateur dans un champ magnétique dipolaire à différentes distances radiales. Grossièrement, l'échelle de temps de giration est de l'ordre du kHz, celle du rebond de l'ordre du Hz et celle de la dérive de l'ordre du mHz.

Or, pour perturber un invariant, il faut donc que les variations temporelles du milieu soient plus rapides que le temps caractéristique du mouvement adiabatique, et dans la nature il est fréquent que les champs varient de telle sorte qu'il y ait violation d'un ou plusieurs invariants. Les variations temporelles plus rapides que la gyrofréquence de la particule ($\omega > \omega_g$) transgressent le premier invariant adiabatique J_1, et donc dans le même temps transgresse les deux invariants suivants. Dans ce cas, le concept d'orbite giratoire autour d'un centre guide devient erroné et le mouvement complet de la particule doit être pris en compte. Pour des variations de fréquence $\omega_b < \omega < \omega_g$ alors le premier invariant est conservé, mais le second invariant est transgressé et le mouvement de la particule ne peut être considéré comme une simple oscillation le long du champ magnétique, entre les points miroirs. Enfin, pour des variations de fréquence $\omega_d < \omega < \omega_{b,g}$, les deux premiers invariants sont conservés

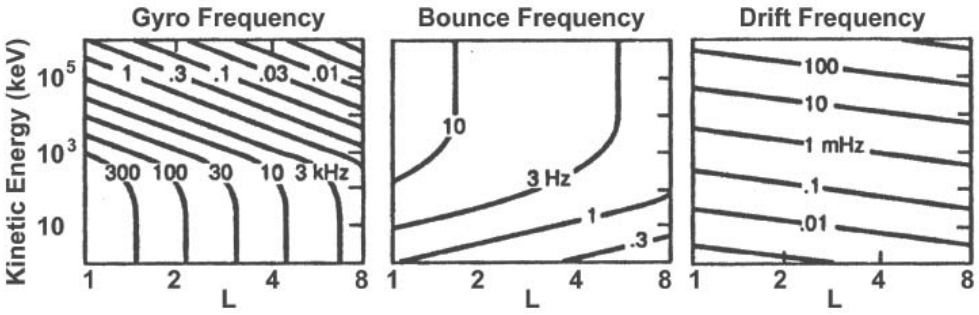

Fig. 2.3: Isocontours des échelles de temps des mouvements adiabatiques (giration, rebond, dérive magnétique) d'électrons piégés dans le plan équatorial d'un champ magnétique dipolaire, en fonction de leur énergie et leur distance radiale à la Terre (adapté de Schulz and Lanzerotti (1974)).

mais le troisième est transgressé : les particules effectuent un mouvement de giration et de rebond, mais sont diffusées à travers les orbites de dérive.

Il faut noter ici que la violation des invariants adiabatiques n'intervient pas seulement lorsque les champs varient en temps, mais aussi lorsque qu'ils varient dans l'espace, sur une échelle de longueur $L < r_a$ plus petite que le rayon caractéristique r_a du mouvement périodique associé à l'invariant adiabatique.

On voit donc que la quasi-totalité des ondes présentes dans les ceintures de radiation, même de fréquence basse (ondes UBF par exemple), sont capables de violer le troisième invariant, certaines pouvant aussi violer le deuxième invariant. Cependant, les seules ondes dans cette région ayant une fréquence suffisante pour violer le premier invariant sont les ondes de type sifflement (souffles plasmasphériques et choeurs magnétosphériques).

Nous allons donc nous intéresser dans la suite de ce chapitre aux interactions résonantes entre ce type d'ondes et les électrons énergétiques des ceintures de radiation, mais d'abord nous présentons les notions théoriques de propagation de ces ondes dans le plasma magnétosphérique.

2.2 Propagation d'ondes dans un plasma

En raison de la présence du champ magnétique terrestre, pour étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans la magnétosphère interne nous nous intéressons aux oscillations d'un plasma plongé dans un champ magnétique constant et uniforme. Nous considérons aussi que ces oscillations ont une fréquence largement supérieure à la fréquence typique de collisions binaires entre particules, et que le plasma est non-relativiste.

Pour déterminer les ondes se propageant dans un plasma défini par son tenseur de permittivité diélectrique $\varepsilon(\omega, \underline{k})$, il faut résoudre l'équation d'onde que satisfait le champ électrique $\underline{E}(\omega, \underline{k})$ de l'onde

$$\underline{D}(\omega, \underline{k}) \cdot \underline{E} = 0 \tag{2.8}$$

où $\underline{\underline{D}} = \underline{E} + \frac{4\pi i}{\omega'} \underline{j}$, est l'induction électrique du plasma, avec ω' la fréquence complexe de l'onde.

En prenant la dérivée de la première équation de Maxwell (2.16) et éliminant le champ magnétique grâce à la seconde equation (voir Baumjohann and Treumann, 1996), il peut être déterminé l'equation d'onde inhomogène généralisée pour le champ électrique $\underline{E}$. Il est possible de linéariser cette equation, en considérant que le plasma répond linéairement à la présence d'une onde perturbatrice, on obtient alors

$$\nabla^2 \delta \underline{E} - \nabla(\nabla \cdot \delta \underline{E}) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \delta \underline{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \underline{j}}{\partial t} \tag{2.9}$$

où $\underline{j}$ est le courant interne, μ_0 est la perméabilité du vide et ε_0 est la permittivité du vide.

L'équation (2.9) est l'équation d'onde linéaire générale. Elle est applicable à tout milieu ayant une réponse linéaire à une perturbation de champ appliquée. Le membre de gauche de l'équation représente la partie purement électromagnétique, indépendente de la présence d'un milieu quelconque. La réponse du milieu est entièrement incluse dans le terme de courant variable $\underline{j}$.

Si l'on considère les fluctuations de champ électrique comme des ondes planes

telles que

$$\delta E(\omega, \underline{k}) = \delta E_0(\omega, \underline{k}) \exp(i\underline{k} \cdot \underline{r} - i\omega t) \tag{2.10}$$

et réécrivant l'équation en fonction du tenseur $\varepsilon(\omega, \underline{k})$, alors la solution de (2.9) se réduit sous la forme

$$\underline{\underline{D}}(\omega, \underline{k}) = \left[n^2 \left(\frac{\underline{k}\underline{k}}{k^2} - \underline{\underline{I}} \right) + \varepsilon(\omega, \underline{k}) \right] \cdot \delta E_0(\omega, \underline{k}) = 0 \tag{2.11}$$

pour l'amplitude constante de l'onde $\delta E_0(\omega, \underline{k})$, et où l'on a introduit l'indice de réfraction $n = \frac{kc}{\omega}$ et le tenseur unité $\underline{\underline{I}}$.

La condition de solvabilité pour que (2.11) possède une solution non-triviale, donne finalement la relation de dispersion générale pour des ondes linéaires se propageant dans un milieu "actif" :

$$D(\omega, \underline{k}) = \mathrm{Det} \left[n^2 \left(\underline{\underline{I}} - \frac{\underline{k}\underline{k}}{k^2} \right) - \varepsilon(\omega, \underline{k}) \right] = 0 \tag{2.12}$$

Cette equation possède des valeurs propres, elle a donc un nombre fini de solutions discrètes, qui sont les différents modes de propagation des ondes dans le milieu. Pour déterminer ces solutions, il est nécessaire de déterminer le tenseur diélectrique ε, en résolvant les équations linéaires dynamiques du plasma. Ces équations dépendent donc du modèle de plasma choisi.

2.2.1 Approche hydrodynamique (plasma froid)

Dans cette section, nous considérons le cas où il est possible de négliger l'effet de la vitesse thermique des particules sur la propagation des ondes, i.e. T_e=0, appelée l'approximation du plasma froid. Pour cela il est nécessaire que la vitesse de phase de l'onde soit considérablement plus élevée que la vitesse thermique des particules et de plus, que la fréquence de l'onde ne soit pas proche de la fréquence cyclotron des ions et des électrons.

Dans ce cas, il est possible d'utiliser les équations hydrodynamiques (donc de considérer les ions et électrons comme des fluides) pour les différentes espèces σ qui composent le plasma, en donnant la moyenne des vitesses et densités des particules (e.g. Ginzburg, 1970; Akhiezer, 1975) : la vitesse de la particule $\underline{v}_\sigma(\underline{r}, t)$ et leur densité $n_\sigma(\underline{r}, t)$ satisfont l'équation de continuité

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \text{div } n_\sigma \underline{v}_\sigma = 0 \tag{2.13}$$

et l'équation de mouvement d'une particule soumise à la force de Lorentz

$$\frac{d_\sigma \underline{v}_\sigma}{dt} = \frac{e_\sigma}{m_\sigma}\left(\underline{E} + \frac{1}{c}[\underline{v}_\sigma \times (\underline{B} + \underline{B}_0)]\right) \tag{2.14}$$

où m_σ et e_σ sont la masse et la charge de la particule, respectivement, et

$$\frac{d_\sigma}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\underline{v}_\sigma \cdot \nabla) \tag{2.15}$$

et $\underline{B}_0$ est la force du champ magnétique externe.

La force du champ électrique $\underline{E}$ et du champ magnétique $\underline{B}$ de l'onde sont déterminés par les équations de Maxwell :

$$\text{curl } \underline{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \underline{B}}{\partial t},\ \text{div } \underline{B} = 0,\ \text{curl } \underline{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \underline{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\underline{j},\ \text{div } \underline{E} = 4\pi\rho \tag{2.16}$$

où $\underline{j}$ et ρ sont la densité de courant et de charge produits par les particules, définis par

$$\underline{j} = \sum_\sigma e_\sigma n_\sigma \underline{v}_\sigma \text{ et } \rho = \sum_\sigma e_\sigma n_\sigma \tag{2.17}$$

Si l'on considère uniquement des oscillations de faible amplitude (approche linéaire), et supposant que dans l'état d'équilibre $n_e = n_i = n_0$, $\underline{v}_\sigma = E = B = 0$, on obtient, en linéarisant (2.14) et (2.13) :

$$\frac{\partial \underline{v}_\sigma}{\partial t} = \frac{e_\sigma}{m_\sigma}\left(\underline{E} + \frac{1}{c}[\underline{v}_\sigma \times \underline{B}_0]\right), \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial n'_\sigma}{\partial t} + n_0 \text{div } \underline{v}_\sigma = 0 \tag{2.19}$$

où $n'_\sigma = n_\sigma - n_0$ est la partie variable de la densité des particules de la σ-ème espèce.

Dans le cas d'ondes planes monochromatiques, lorsque toutes les quantités variables sont proportionnelles à $e^{i(\underline{k}\cdot\underline{r})-i\omega t}$, alors les equations (2.18) et (2.19) prennent la forme :

$$-i\omega\underline{v}_\sigma - \frac{e_\sigma}{m_\sigma c}[\underline{v}_\sigma \times \underline{B}_0] = \frac{e_\sigma}{m_\sigma}\underline{E} \tag{2.20}$$

et

$$n'_\sigma = n_0 \frac{\underline{k} \cdot \underline{v}_\sigma}{\omega} \tag{2.21}$$

En prenant l'axe Z le long de $\underline{B}_0$ ($\underline{k}$ est contenu dans le plan XZ), on obtient des deux équations précédentes les composants des vitesses des particules de la σ-ème espèce :

$$v_{\sigma x} = \frac{e_\sigma(i\omega E_x - \Omega_\sigma E_y)}{m_\sigma(\omega^2 - \Omega_\sigma^2)}, v_{\sigma y} = \frac{e_\sigma(i\omega E_y - \Omega_\sigma E_x)}{m_\sigma(\omega^2 - \Omega_\sigma^2)}, v_{\sigma z} = \frac{ie_\sigma E_z}{m_\sigma \omega} \tag{2.22}$$

où Ω est la fréquence de giration des particules de la σ-ème espèce.

En utilisant (2.22), on en déduit la densité de courant $\underline{j}$, puis le tenseur de conductivité σ_{ij} puisque $j_i = \sigma_{ij}E_j$. Puis on en déduit le tenseur de permittivité diélectrique du plasma défini par (voir Akhiezer, 1975)

$$D_i = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j \tag{2.23}$$

On obtient finalement le tenseur de permittivité diélectrique du plasma de la forme :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \tag{2.24}$$

où les composants $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ sont égaux à

$$\varepsilon_1 = 1 - \sum_\sigma \frac{\omega_{p\sigma}^2}{\omega^2 - \Omega_\sigma^2},\ \varepsilon_2 = -\sum_\sigma \frac{\omega_{p\sigma}^2 \Omega_\sigma}{\omega(\omega^2 - \Omega_\sigma^2)},\ \varepsilon_3 = 1 - \sum_\sigma \frac{\omega_{p\sigma}^2}{\omega^2} \tag{2.25}$$

Si $\underline{B}_0 = 0$, en remplaçant dans (2.24) le plasma est alors isotrope et le tenseur ε_{ij} devient proportionnel au tenseur unité, $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_3 \delta_{ij}$. On peut aussi noter que le tenseur ε_{ij} n'est pas réel mais Hermitien, ce qui signifie que pour un plasma

froid pour lequel on néglige les collisions est un milieu transparent (non-absorbant). De plus, la présence de termes non-diagonaux proportionnels à ε_2 lorsque $B_0 \neq 0$ montrent que ces ondes ne peuvent pas être polarisées linéairement (à l'exception du cas $\underline{k} \perp \underline{B}_0$), et sont généralement polarisées elliptiquement.

Si l'on considère uniquement les électrons, les composants deviennent alors :

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_e^2},\ \varepsilon_2 = -\frac{\omega_{pe}^2 \omega_e}{\omega(\omega^2 - \Omega_e^2)},\ \varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \tag{2.26}$$

Remplaçant ce tenseur dans la relation de dispersion (2.12), on obtient l'équation quadratique de dispersion pour un plasma froid sous la forme :

$$D(\omega, \underline{k}) = An^4 + Bn^2 + C = 0 \tag{2.27}$$

où

$$A = \varepsilon_1 \sin^2\theta + \varepsilon_3 \cos^2\theta \tag{2.28}$$

$$B = -\varepsilon_1\varepsilon_3(1 + \cos^2\theta) - (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)\sin^2\theta \tag{2.29}$$

$$C = \varepsilon_3(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)) \tag{2.30}$$

La solution de (2.27) s'écrit donc

$$n^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \tag{2.31}$$

Il découle de cette équation que deux ondes différentes peuvent se propager à la même fréquence dans un plasma, mais avec des indices de réfraction différents.

Si on néglige les contribution des ions i dans les hautes fréquences $\omega^2 \gg |\Omega_e\Omega_i$, on obtient alors les equations connues sous le nom de Appleton-Hartree [Lassen,1927, Appleton, 1927] :

$$n^2 = n_\pm^2 = 1 - \frac{2\omega_{pe}^2(\omega^2 - \omega_{pe}^2)}{2\omega^2(\omega^2 - \omega_{pe}^2) - \omega^2\Omega_e^2\sin^2\theta \pm [\omega^4\Omega_e^4\sin^4\theta + 4\omega^2\Omega_e^2(\omega^2 - \omega_{pe}^2)^2\cos^2\theta]^{1/2}} \tag{2.32}$$

où ω_{pe} est la fréquence plasma électronique.

Il est possible de simplifier cette expression pour un plasma de haute densité, dans la région basse-fréquence, i.e. dans la région où ($\omega_{pe} \gg \omega, |\Omega_e|$) et pour θ non

proche de $\pi/2$:

$$n^2 = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(|\Omega_e|\cos\theta - \omega)} \tag{2.33}$$

C'est la relation de dispersion des ondes de type sifflement (aussi appelées mode R) et leur fréquence est donc déterminée par

$$\omega(k,\theta) = \frac{|\Omega_e| c^2 k^2 \cos\theta}{\omega_{pe}^2 + c^2 k^2} \tag{2.34}$$

On remarque tout de suite dans l'équation (2.33) que, pour $\theta = 0$ (propagation longitudinale) et $\omega \to \Omega_e$, l'indice de refraction diverge, donc $k \to \infty$. Il y a donc résonance ($n \to \infty$) et la vitesse de phase tend alors vers 0, pour

$$\omega_{R,res} = \Omega_e, \tag{2.35}$$

avec $\omega_{R,res}$ la fréquence de résonance électron-cyclotron.

On peut aussi noter que, d'après (2.32) et (2.33), à un point spécifique dans l'espace, ω, Ω_e et ω_{pe} sont fixés et il ne reste plus alors qu'une variable, l'angle θ. Cette propriété est très pratique pour déterminer graphiquement en un point donné la direction de propagation de l'énergie de l'onde (ou rayon) qui est définie par le vecteur de Poynting (voir la discussion plus loin)

$$\underline{S} = \frac{1}{\mu_0}\underline{E} \times \underline{B}, \tag{2.36}$$

En effet, dans un plasma anisotropique (i.e. magnétisé), la direction de propagation du rayon est différente de celle du vecteur d'onde $\underline{k}$. La Fig.2.4 montre un schéma en coordonnées polaires de l'indice de réfraction n en fonction de l'angle normal à l'onde θ.

Il est communément appelé surface d'indice de réfraction (ligne grise), puisque le contour tracé est une surface de révolution autour de $\underline{B}_0$ (i.e. l'axe vertical est la direction du champ magnétique). La direction de l'énergie de l'onde est donnée comme la direction normale à la surface d'indice de réfraction (flèche rouge) à l'extrémité du vecteur d'indice de réfraction $\underline{n}(\theta)$, i.e. du vecteur d'onde $\underline{k}(\theta)$. La direction de $\underline{S}$ est donc dépendante de $\underline{k}$ sur toute sa trajectoire, donc il en est de même pour

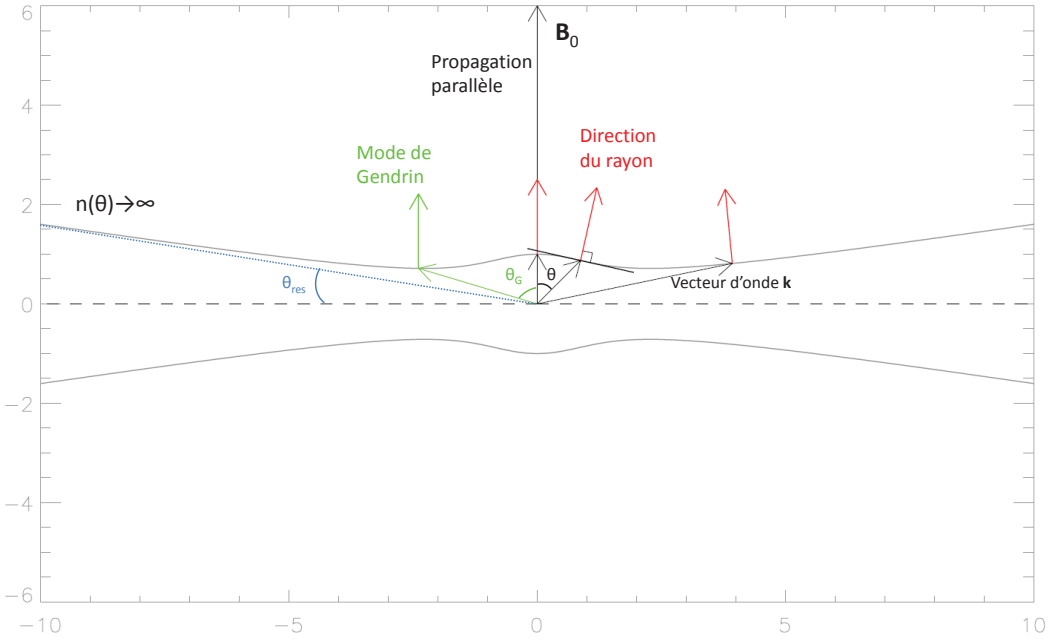

Fig. 2.4: Représentation schématique de la surface d'indice de réfraction (en gris) permettant de tracer la direction d'un rayon par rapport à la direction du champ magnétique $\underline{B}_0$. On y reconnaît les caractéristiques de propagation des ondes de type sifflement, telles que l'angle θ_{res} du cône de résonance et l'angle de Gendrin θ_G. L'indice de réfraction est normalisé pour plus de clarté.

la distribution de l'énergie des ondes sifflement dans la magnétosphère.

D'après cette figure, on peut déterminer quelques propriétés caractéristiques de la propagation des ondes de type sifflement. La première est l'angle de Gendrin (Gendrin, 1961) noté θ_G, pour lequel on remarque que la propagation de l'énergie est parallèle à $\underline{B}_0$, alors que l'angle normal à l'onde theta est différent de zéro. Ce mode particulier de propagation est intéressant car il peut entraîner la génération d'émissions magnétosphériques qui sont observées dans l'écoute des siffleurs (voir par exemple Gendrin, 1961; Helliwell, 1995), et au-delà de cet angle de Gendrin les siffleurs électromagnétiques sont proches du cône de résonance et peuvent être convertis dans le mode quasi-électrostatique (e.g. Bell and Ngo, 1990; Foust et al., 2010, et les références s'y trouvant).

La seconde est l'angle du cône de résonance θ_{res} des ondes sifflement, montré en bleu dans la Fig.2.4. Pour cet angle, on voit que l'indice de réfraction $n(\theta)$ devient infini, i.e. l'angle θ ne peut plus augmenter et aucune onde ne peut se propager avec un angle $\theta > \theta_{res}$. Si on considère une propagation oblique, une autre résonance apparaît donc (en plus de $\omega_{R,res}$ définie plus haut). Cette résonance peut être expliquée par le fait que, dans le membre de droite de l'équation 2.32, le dénominateur peut être nul pour

$$\theta_{res} = \arccos(\omega/\Omega_e), \tag{2.37}$$

l'indice de réfraction devient alors infini et la vitesse de phase tend vers zéro. Ainsi, pour qu'une onde soit réfléchie (i.e. $\theta > 90°$), il est nécessaire d'avoir une surface d'indice de réfraction close, c'est-à-dire ne présentant pas de cône de résonance. La réflexion magnétosphérique des ondes de type sifflement ne peut donc pas être expliquée en ne prenant en compte uniquement les électrons.

Pour des fréquences comparables à la fréquence cyclotron des ions ($\omega \approx \Omega_i$), il n'est plus possible de négliger la dynamique des ions, il est alors impératif d'introduire les termes ioniques dans la relation de dispersion (le plasma est considéré comme un double fluide). Comme nous l'avons remarqué précédemment, la contribution du plasma (du milieu actif), n'apparaît que dans le tenseur diélectrique, il est alors aisé d'ajouter les termes ioniques dans l'équation 2.24, et les composants du tenseur deviennent :

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_e^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega_i^2},\ \varepsilon_2 = -\frac{\omega_{pe}^2\omega_e}{\omega(\omega^2 - \Omega_e^2)} - \frac{\omega_{pi}^2\omega_i}{\omega(\omega^2 - \Omega_i^2)},\ \varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \tag{2.38}$$

Pour les ondes choeur de basse-bande, il est possible d'écrire $\omega_{pe}^2 \gg \Omega_e^2 \gg \omega^2$, les termes du tenseur diélectriques prennent alors la forme :

$$\varepsilon_1 = \frac{\omega_{pe}^2 + \Omega_e^2}{\Omega_e^2 - \omega^2} - \frac{\omega_{LH}^2}{\omega^2\Omega_e^2},\ \varepsilon_2 = -\frac{\omega_{pe}^2\Omega_e}{\omega(\Omega_e^2 - \omega^2)},\ \varepsilon_3 = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \tag{2.39}$$

avec ω_{LH} la fréquence hybride-basse, l'indice de réfraction n prend alors la forme (2.31) avec

$$A = \frac{\omega_{pe}^2(\omega^2 - \Omega_e^2\cos^2\theta) - \omega_{pe}^2\omega_{LH}^2}{\omega^2(\Omega_e^2 - \omega^2)} \tag{2.40}$$

$$B = \frac{2\omega_{pe}^2}{\omega^2(\Omega_e^2 - \omega^2) - \frac{\omega_{pe}^4\omega_{LH}^2(1+\cos^2\theta)}{\omega^4(\Omega_e^2-\omega^2)}} \tag{2.41}$$

$$C = \frac{\omega_{pe}^6}{\omega^4(\Omega_e^2 - \omega^2)} \tag{2.42}$$

$$\tag{2.43}$$

L'introduction de l'effet des ions entraîne l'apparition de nouvelles résonances, en effet, si l'on considère une propagation dans la gamme de fréquence $\Omega_i \ll \omega \leq \Omega_e\cos\theta$ dans un plasma dense ($\omega_{pe}^2 \gg \Omega_e^2$, ce qui est vrai dans la plupart de la magnétosphère, excepté les régions polaires), alors la relation générale de dispersion (2.12) pour un plasma froid, magnétisé et composé d'ions et d'électrons peut s'écrire (Shklyar and Jiříček, 2000)

$$\omega^2 = \frac{\omega_{LHF}^2}{1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2c^2}} + \frac{\Omega_e^2\cos^2\theta}{\left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2c^2}\right)^2} \tag{2.44}$$

avec

$$\omega_{LHF}^2 = \frac{\omega_{pi}^2 + \Omega_i^2}{1 + \omega_{pe}^2/\Omega_e^2} \tag{2.45}$$

Cette fréquence est appelée fréquence de résonance hybride-basse. Cette résonance due à la présence des ions est montrée sur le diagramme de dispersion en Fig.2.5, pour deux cas $\omega_{pe} > \Omega_e$ (a) et $\omega_{pe} < \Omega_e$ (b).

Dans la magnétosphère, seul le cas (a) est réalisé. Dans les deux cas, on peut constater que les ondes sifflement ne dépassent jamais la fréquence plasma. Comme nous l'avons démontré plus haut, dans le cas (a) les ondes sifflement sont limitées par les résonances. Pour les hautes fréquences la limite est la fréquence de résonance électron-cyclotron, et pour les basses fréquences la limite est la résonance hybride-basse, ce qui n'est pas le cas si l'on ne prend pas en compte la dynamique des ions. On remarque aussi que, à $\underline{k}$ égal, les ondes se propageant à plus faible fréquence ont un angle θ plus élevé.

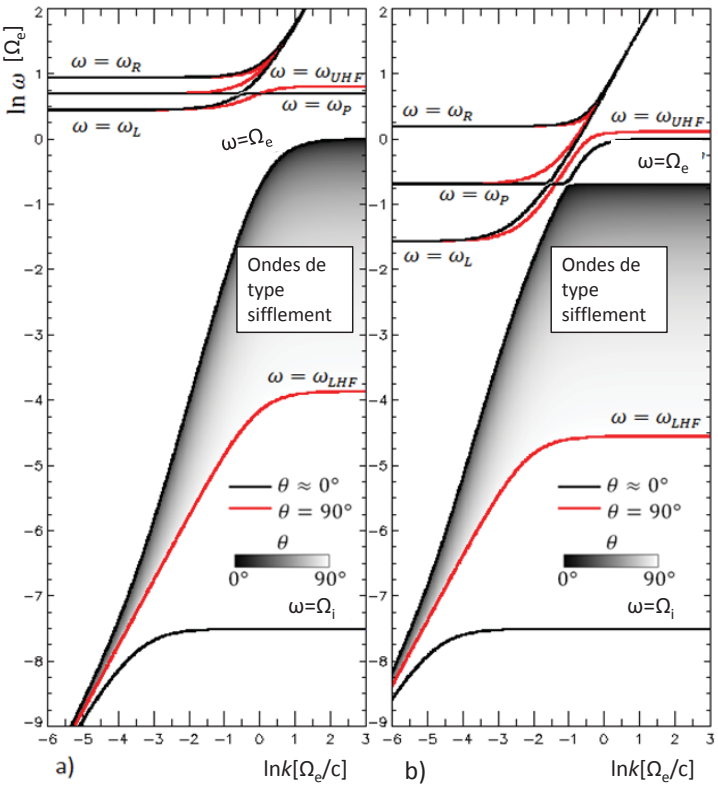

Fig. 2.5: Diagramme de dispersion des ondes de type sifflement, qui démontre la relation entre l'indice de réfraction n et la fréquence ω de ces ondes, pour différentes valeurs d'angle θ (couleurs). En a) $\omega_{pe} > \Omega_e$ et en b) $\omega_{pe} < \Omega_e$. Les différentes résonances (cyclotron, hybride-basse, hybride-haute, etc) sont représentées par les lignes solides. Figure tirée de Breuillard et al. (2012a).

En utilisant la relation (2.44), il est aussi possible de tracer la surface d'indice de réfraction incluant la dynamique des électrons et des ions. Ceci est fait en Fig.2.6, où cette surface (rouge) est comparée à celle calculée avec les électrons seulement (bleu) pour différentes fréquences d'un rayon donné, i.e. ayant des paramètres Ω_σ et $\omega_{p\sigma}$ fixes.

D'après le panneau supérieur de la Fig.2.6, il est clair que l'inclusion des ions n'induit aucun changement sur la propagation des rayons à des fréquences relativement hautes, les deux surfaces étant identiques car la dynamique des ions y est encore négligeable. En effet, pour une fréquence de l'onde $\omega > \omega_{LHF}$, alors les électrons sont capables de se mouvoir le long de $\underline{B}_0$ assez rapidement pour masquer le potentiel des oscillations hybrides (ondes ion-cyclotron électrostatiques). Mais à

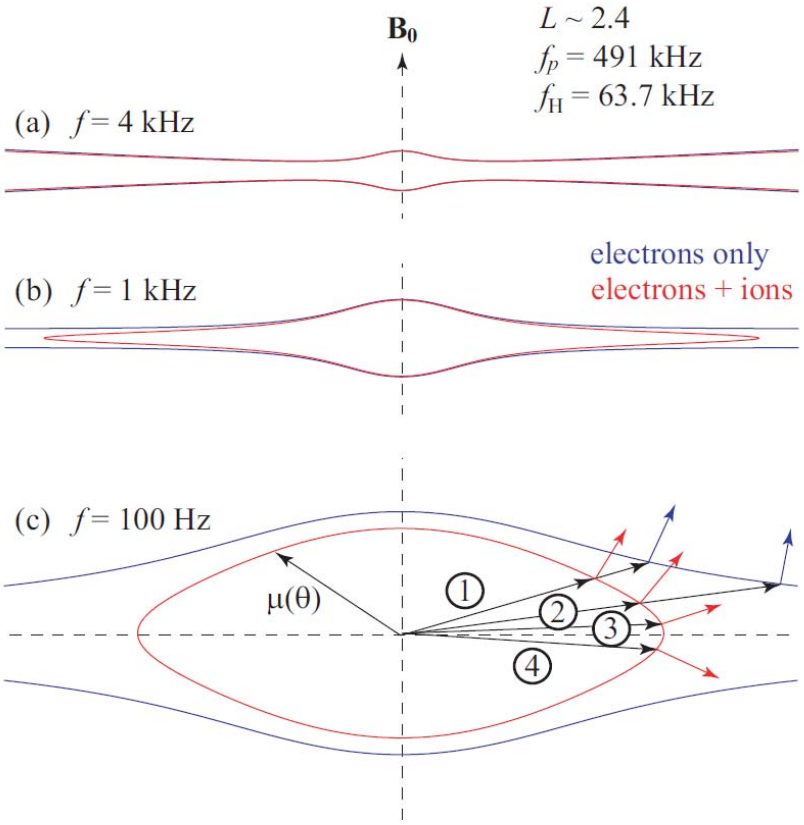

Fig. 2.6: Surface d'indice de réfraction d'onde de type sifflement calculée à l'équateur magnétique. La différence entre le calcul effectué pour un plasma constitué d'électrons uniquement (bleu) et d'électrons et d'ions (rouge) est montrée pour des ondes de différentes fréquences : (a) 4kHz, (b) 1kHz, (c) 100Hz. Les paramètres utilisés pour le calcul sont précisés en haut à droite (figure tirée de Bortnik (2004)).

mesure que la fréquence de l'onde diminue (panneau intermédiaire et inférieur), une différence remarquable apparaît : la surface rouge se ferme et la composante transverse diminue significativement, alors que la surface bleue montre toujours un cône de résonance. Ainsi, le rayon se propageant dans le plasma hybride est maintenant capable de subir une réflexion magnétosphérique ($\theta > 90°$), comme décrit dans le panneau inférieur de la Fig.2.6.

Avant la réflexion, le vecteur d'onde est oblique et le rayon se propage de façon oblique également (1). Puis, en (2) l'angle θ tend vers 90°, et tandis que la flèche rouge devient quasi-transverse à $\underline{B}_0$, la flèche bleue devient quant à elle quasi-

parallèle à $\underline{B}_0$, empêchant θ d'augmenter ($n(\theta)$ serait infini) et donc le rayon de pivoter plus. Dans le cas du plasma hybride, θ peut augmenter et atteindre 90° puisque la surface est fermée, la propagation est alors purement transverse. Puis, si θ augmente encore alors le rayon est réfléchi (Hines, 1957). Dans le cas de plasma électronique, il n'y a pas de réflexion et le rayon se propage simplement grossièrement le long de $\underline{B}_0$ avec $\theta = \theta_{res}$.

La réflexion (qui est en fait une réfraction à proprement parler) d'une onde est donc possible lorsque sa fréquence est inférieure ou égale à la fréquence de résonance hybride-basse, mais peut en réalité se produire à des fréquences bien plus basses, comme nous le verrons par la suite.

2.2.2 Approche cinétique (plasma thermique)

Jusqu'à présent nous avons négligé le mouvement thermique des particules (plasma froid) pour déterminer l'indice de réfraction des rayons, cette approximation induisant que ce dernier est réel, et donc l'amplitude de l'onde reste constante lors de la propagation. Or les particules constituant un plasma réaliste possède une vitesse thermique $\langle v^2 \neq 0 \rangle$, et la distribution des vitesses des particules peut affecter les ondes de type sifflement, et modifier leur amplitude.

Pour étudier ce phénomène, il est donc nécessaire d'utiliser une théorie de "plasma chaud". Pour ce faire, on utilise la théorie cinétique des plasmas pour retrouver l'indice de réfraction n. On considère donc un plasma homogène, magnétisé (i.e. anisotrope), multi-espèces (i.e. électrons et ions) et chaud (i.e. les particules ont une vitesse thermique non nulle). La densité dans l'espace des phases de chaque espèce est donnée par $f_\sigma(\underline{v}, \underline{r}, t)$. On considère le plasma initialement à l'état d'équilibre (pas d'oscillations), et négligeant les collisions entre particules, la fonction de distribution non-perturbée $f_{\sigma 0}$ des particules de la σ-ème espèce satisfait l'équation cinétique

$$\frac{q_\sigma}{m_\sigma c}\left([\underline{v} \times \underline{B}_0] \cdot \frac{\partial f_{\sigma 0}}{\partial \mathbf{v}}\right) = 0 \tag{2.46}$$

avec $f_{\sigma 0}$ une fonction de distribution Maxwellienne de la forme

$$f_{\sigma 0} = n_0 \left(\frac{m_\sigma}{2\pi T}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-m_\sigma v^2}{2T}\right) \tag{2.47}$$

où c est la vitesse de la lumière, T est la température du plasma et n_0 la densité des particules à l'équilibre.

Si on considère des faibles oscillations du plasma, décrites par la fonction $f_\sigma(\underline{r}, \underline{v}, t)$ autour de l'état initial, la distribution totale prend la forme

$$F_\sigma(\underline{r}, \underline{v}, t) = f_{\sigma 0}(v_\parallel, v_\perp) + f_\sigma(\underline{r}, \underline{v}, t) \tag{2.48}$$

En incluant $F_\sigma(\underline{r}, \underline{v}, t)$ dans l'équation cinétique (2.46) puis en linéarisant celle-ci, on obtient l'équation linéarisée de Vlasov pour un plasma magnétisé

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla + \frac{q}{m}\underline{v} \times \underline{B}_0 \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{v}}\right) f(\underline{v}, \underline{r}, t) = -\frac{q}{m}(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \cdot \frac{\partial f_0(\underline{v})}{\partial \underline{v}} \tag{2.49}$$

où, par soucis de simplicité, on a enlevé l'indice d'espèce σ. Cette équation combinée aux équations de Maxwell (2.16) détermine donc les oscillations linéaires dans un plasma magnétisé (on parle de système Vlasov-Maxwell). Le courant et la densité de charges linéarisés sont donnés dans ce système par

$$\underline{j} = \sum_\sigma q_\sigma \int \underline{v} f_\sigma d^3 v \tag{2.50}$$

$$\rho = \sum_\sigma q_\sigma \int f_\sigma d^3 v \tag{2.51}$$

A partir de ce système il est donc possible de calculer le tenseur diélectrique du plasma (pour les détails de calcul, voir Sagdeev and Shafranov, 1961; Akhiezer, 1975). Si l'on se restreint, comme plus haut, à des ondes monochromatiques planes $\propto e^{i(\underline{k}\cdot\underline{r})-i\omega t}$ dans un référentiel tel que présenté en Fig.2.9 où $k_y = 0$, alors le tenseur a la forme suivante (Rönnmark, 1982)

$$\underline{\underline{\varepsilon}}(\omega, \underline{k}) = \underline{\underline{I}} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left\{\underline{\underline{I}} - \sum_\sigma \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \int d\underline{v}\, \underline{\underline{\Pi}} \frac{\frac{l\Omega_\sigma}{v_\perp}\frac{\partial f_{\sigma 0}}{\partial v_\perp} + k_\parallel \frac{\partial f_{\sigma 0}}{\partial v_\parallel}}{\omega - k_\parallel v_\parallel + l\Omega_\sigma}\right\} \tag{2.52}$$

où la matrice $\underline{\underline{\Pi}}$ est donnée par

$$\underline{\underline{\Pi}} = \begin{pmatrix} \left(\frac{l\Omega_\sigma}{k_\perp} J_l\right)^2 & i\frac{l\Omega_\sigma}{k_\perp} v_\perp J_l J_l' & \frac{l\Omega_\sigma}{k_\perp} v_\parallel J_l^2 \\ -i\frac{l\Omega_\sigma}{k_\perp} v_\perp J_l J_l' & \left(v_\perp J_l'\right)^2 & -iv_\perp v_\parallel J_l J_l' \\ \frac{l\Omega_\sigma}{k_\perp} v_\parallel J_l^2 & iv_\perp v_\parallel J_l J_l' & \left(v_\parallel J_l\right)^2 \end{pmatrix} \tag{2.53}$$

Ici $J_l = J_l(\lambda)$ et $J_l'(\lambda) = \frac{dJ_l}{d\lambda}$ sont des fonctions de Bessel (première espèce) d'ordre l et leur dérivée, respectivement, et $\lambda = \frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_\sigma}$.

Il est ensuite possible de trouver l'indice de réfraction en résolvant l'équation de dispersion (2.12) avec le tenseur (2.52), comme décrit dans la section précédente.

Nous avons donc vu qu'il est possible de calculer l'indice de réfraction d'une onde en un point de l'espace, ainsi pour calculer la trajectoire de cette onde, il faut être capable de déterminer l'évolution spatio-temporelle de cet indice de réfraction. Ceci est possible grâce notamment à une technique dite du "traçage de rayons".

2.3 La technique du traçage de rayons

Le traçage de rayons fut l'une des premières théories de propagation de la lumière à avoir été développée. Un rayon, comme nous l'avons précisé plus haut, représente conceptuellement la direction de propagation de l'énergie d'un paquet d'onde électromagnétique, et donc sa trajectoire représente la trajectoire du flux de puissance de cette onde à travers un milieu.

Plus particulièrement, le traçage de rayons est utilisé depuis près de 60 ans pour étudier la propagation des ondes dans l'ionosphère et la magnétosphère depuis les "équations de rayon" développées par Haselgrove (1954). Bien que des études aient été réalisées graphiquement (Maeda and Kimura, 1956), ces équations applicables à de nombreux domaines étaient destinées aux simulations numériques, utiles par leur faible coût de calcul, comparé aux solutions globales par éléments finis par exemple. Dans la physique spatiale, cette technique s'est révélée très utile et est toujours de nos jours un outil très important pour l'étude des phénomènes magnétosphériques. Ceci est dû aux larges échelles spatio-temporelles dans la magnétosphère, et plus largement dans l'espace.

En effet, cette théorie repose sur l'hypothèse que les paramètres du milieu varient

lentement par rapport à la longueur d'onde du rayon, i.e. les gradients du plasma sont considérés petits par rapport à la longueur d'onde. Cette approximation est communément appelée approximation de l'optique géométrique (GO) ou approximation WKB. Dans le cadre de cette approche, il est possible de diviser le milieu en différentes couches homogènes dans lesquelles l'indice de réfraction est constant, et séparées par des stratifications locales. Le plasma est donc considéré homogène (mais anisotrope) localement, sur une courte distance séparant deux stratifications du plasma de paramètres différents. Les paramètres locaux du plasma (densités, fréquences de giration) étant inclus dans l'indice de réfraction, il est donc possible de tracer la trajectoire discrète du rayon dans un plasma inhomogène, dans l'approximation GO, par une alternance de propagation droite dans des couches homogènes et de changements brutaux de direction aux stratifications locales. Ce processus est représenté schématiquement en Fig.2.7.

On considère donc un rayon se propageant dans un milieu i (considéré homogène) avec un angle ζ_i entre la direction du rayon et la normale à la stratification suivante, et χ_i l'angle que fait $\underline{k}_i$ avec la normale à la stratification. Lorsque le rayon atteint la i-ème stratification, la loi de Snell

$$n_i \cos \chi_i = n_{i+1} \cos \chi_{i+1} \tag{2.54}$$

doit être satisfaite, et l'angle χ_{i+1} en est donc déduit. La direction de propagation du rayon au-delà de la stratification (dans le $(i+1)$-ème milieu), est alors déterminée par ζ_{i+1}, l'angle normal à la surface d'indice de réfraction (représentée en gris) correspondant à la valeur de χ_{i+1} en ce point.

Un exemple de traçage de rayon 2D dans la magnétosphère est montré en Fig.2.8. Dans cet exemple simplifié, on utilise un modèle dipolaire du champ magnétique et les densités du plasma sont données par un modèle d'équilibre diffusif incluant la plasmasphère (zone grisée). Le rayon est lancé de l'équateur magnétique vers l'hémisphère nord dans le plan méridional XZ (la latitude λ est négligée) et effectue plusieurs rebonds à haute latitude. A chaque stratification est calculé l'indice de réfraction, dont la direction est montrée par le vecteur $\underline{k}$ (en noir), et de la surface de réfraction on en déduit la direction du rayon (en rouge). Le rayon est parallèle à $\underline{B}_0$ à l'équateur, puis on constate que la propagation devient rapidement oblique ($\theta \neq 0$), alors que le rayon lui est guidé par le champ magnétique, i.e. il suit grossièrement les

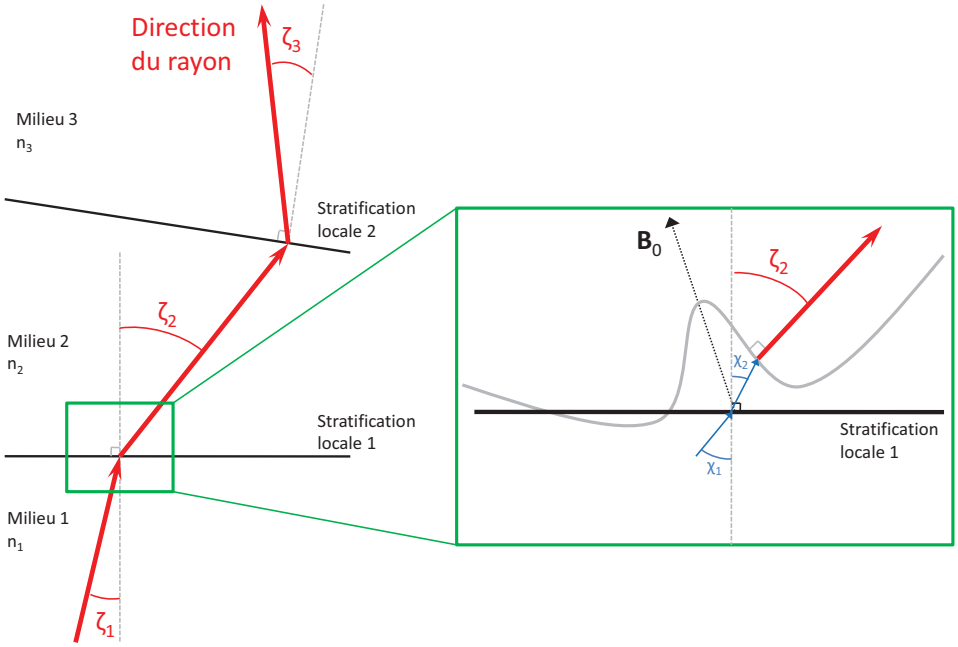

Fig. 2.7: Représentation schématique du procédé de traçage de rayons. La direction de propagation du rayon dans chaque strate i de plasma homogène, par rapport aux normales (en gris pointillé) aux stratifications locales (en noir), est représentée (à gauche) en flèches rouges et définies par l'angle ζ_i. Le calcul de la direction de propagation du rayon lorsqu'il atteint la première stratification locale est détaillé à droite du schéma. En flèches bleues est représentée la direction des vecteurs d'ondes $\underline{k}$ et en trait gris la surface d'indice de réfraction, définie en Fig.2.4 notamment. La direction du champ magnétique local $\underline{B}_0$ est montrée en flèche pointillée noire.

lignes de champ ($\theta_{max} \approx 20°$). On remarque aussi que lors de la réflexion, $\underline{k} \perp \underline{B}_0$, puis $\underline{k} > 90°$ après la réflexion.

Cette technique peut s'appliquer à une très large gamme de plasmas spatiaux, elle est aussi légère en terme de calcul numérique et très bien adaptée pour l'intégration numérique. Différentes approches ont été développées pour déterminer le système "d'équations de rayons".

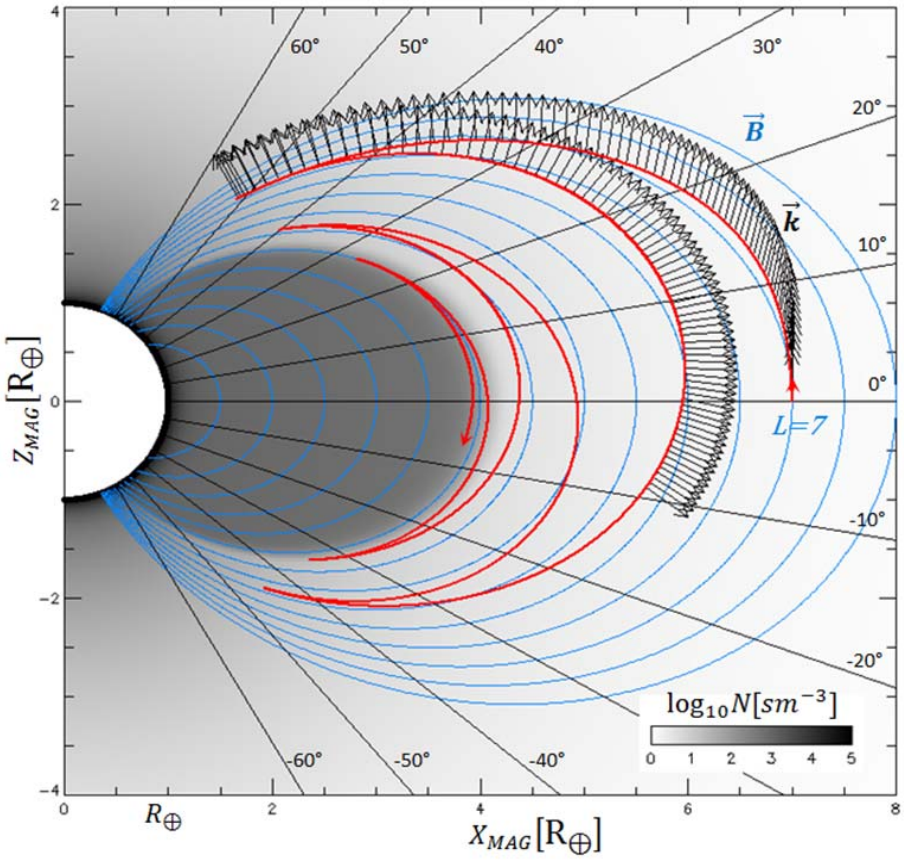

Fig. 2.8: Exemple de trajectoire 2D de rayon dans le plan méridien de la magnétosphère interne, en utilisant le procédé de traçage de rayons décrit précédemment. Les distances sont exprimées en R_E, la direction du vecteur d'onde est représentée par des flèches noires, et la direction de propagation du rayon est représentée en rouge. Les lignes de champ magnétique, considéré ici dipolaire, sont montrées en bleu, tandis que la densité est montrée en dégradé de gris, la plasmapause étant bien visible à $L = 4$. La latitude est précisée en lignes noires et la Terre est représentée ici en blanc.

2.3.1 Théorie magnéto-ionique

En partant de l'équation de Appleton-Hartree 2.32, Haselgrove (1954) détermina les premières équations de rayons, sous la forme d'un système d'équations différentielles ordinaires (ODE) adapté à l'intégration numérique (Haselgrove, 1954; Yabroff, 1961)

$$
\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \frac{1}{n^2}\left(\rho_r - n\frac{\partial n}{\partial \rho_r}\right) \\
\frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{\mathbf{r}n^2}\left(\rho_\theta - n\frac{\partial n}{\partial \rho_\theta}\right) \\
\frac{d\phi}{dt} &= \frac{1}{\mathbf{r}n^2\sin\theta}\left(\rho_\phi - n\frac{\partial n}{\partial \rho_\phi}\right) \\
\frac{d\rho_r}{dt} &= n\frac{\partial n}{\partial \mathbf{r}} + \rho_\theta\frac{d\theta}{dt} + \rho_\phi\frac{d\phi}{dt}\sin\theta \\
\frac{d\rho_\theta}{dt} &= \frac{1}{\mathbf{r}}\left(\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial \theta}\rho_\theta\frac{d\mathbf{r}}{dt} + \mathbf{r}\rho_\phi\frac{d\phi}{dt}\cos\theta\right) \\
\frac{d\rho_\phi}{dt} &= \frac{1}{\mathbf{r}\sin\theta}\left(\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial \phi}\rho_\phi\frac{d\mathbf{r}}{dt}\sin\theta - \mathbf{r}\rho_\phi\frac{d\theta}{dt}\cos\theta\right)
\end{aligned}
$$

où $\rho_r, \rho_\theta, \rho_\phi$ sont les composants physiques en coordonnées sphériques du vecteur normal à l'onde (de longueur n), t est le temps de déplacement de la phase le long du rayon, et n est la partie réelle de l'indice de réfraction complexe.

Ces équations sont utilisées dans de nombreux codes pour calculer les trajectoires d'ondes dans un plasma froid (voir par exemple Yabroff, 1961; Kimura, 1966; Cerisier, 1970; Inan and Bell, 1977)

2.3.2 Equations hamiltoniennes

Une autre approche consiste à déterminer les équations hamiltoniennes du mouvement de l'onde en utilisant les approximations eikonales de l'optique géométrique (e.g. voir Weinberg, 1962).

L'approximation eikonale est écrite

$$\underline{E}(\underline{r}, t) = \widetilde{\underline{E}}(\underline{k}, \omega; \underline{r}, t)\exp iS(\underline{r}, t) \tag{2.55}$$

pour les six composants du champ électromagnétique, et sous l'hypothèse que le facteur $\widetilde{\underline{E}}(\underline{k}, \omega; \underline{x}, t)$ varie lentement par rapport à l'eikonale (écrite sous la forme d'une intégrale linéaire à quatre dimensions),

$$S(\underline{r}, t) = \int^x d\underline{r}' \cdot \underline{k}\,(\underline{r}', t) - \int^t dt'\omega\,(\underline{r}, t') \tag{2.56}$$

alors les équations de Maxwell ainsi que les équations constitutives sont transformées en un système d'équations linéaires.

La condition de solvabilité est encore la relation de dispersion que l'on peut écrire ici

$$D\left(\frac{\partial S}{\partial \underline{r}}, -\frac{\partial S}{\partial t}; \underline{r}, t\right) \equiv D(\underline{r}, t, \omega, \underline{k}) = 0 \tag{2.57}$$

avec des coefficients réels variant lentement avec $\underline{r}$ et t.

La solution de (2.57) peut être trouvée soit par la méthode des caractéristiques, soit par une combinaison de la loi de réfraction de Sommerfeld-Runge et la loi de conservation de Witham.

On obtient alors les équations de Hamilton quadri-dimensionnelles (Synge, 1954)

$$\begin{aligned}
\frac{d\underline{r}}{d\tau} &= +\frac{\partial D}{\partial \underline{k}} \\
\frac{d\underline{k}}{d\tau} &= -\frac{\partial D}{\partial \underline{r}} \\
\frac{dt}{d\tau} &= -\frac{\partial D}{\partial \omega} \\
\frac{d\omega}{d\tau} &= +\frac{\partial D}{\partial t}
\end{aligned}$$

Après de petites manipulations (voir Suchy, 1974, pour les détails), on peut écrire les équations hamiltoniennes tri-dimensionnelles sous la forme

$$\begin{aligned}
\frac{d\underline{r}}{dt} &= \frac{\partial \omega}{\partial \underline{k}} \\
\frac{d\underline{k}}{dt} &= +\frac{\partial D/\partial \underline{r}}{\partial D/\partial \omega} \\
\frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\partial D/\partial t}{\partial D/\partial \omega}
\end{aligned}$$

Cependant, à l'instar du système d'équations décrit plus haut, ce système ne prend en compte que la partie réelle de l'indice de réfraction et donc n'est valide que pour un milieu transparent (plasma froid). Ceci peut être vrai dans le domaine

optique par exemple, mais pour de plus basses fréquences (TBF/EBF par exemple), l'absorption des ondes par le plasma peut engendrer de fortes divergences. Il est donc nécessaire de généraliser ces équations à des milieux absorbants (plasma thermique).

Une généralisation des équations Hamiltoniennes de l'optique géométrique, pour un milieu avec une absorption modérée, a été développée par Suchy (1981), en utilisant les coefficients complexes de la relation de dispersion. Pour cela, l'hypothèse que la notion de vitesse de groupe, la condition de Connor-Felsen et les lois de Whitham et Sommerfeld-Runge, valides pour des milieux homogènes, sont aussi valides pour des milieux inhomogènes, est nécessaire. Il est aussi supposé l'existence d'une relation de dispersion (2.57) avec des coefficients complexes variant lentement avec $\underline{r}$ et t.

Alors les equations Hamiltoniennes à valeurs réelles pour un observateur se déplaçant avec la vitesse de groupe du rayon, sont obtenues sous la forme du système d'ODE suivant :

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\Re\left\{\left(\frac{\partial D}{\partial \mathbf{k}}\right)\left(\frac{\partial D}{\partial \omega}\right)^{-1}\right\}, \tag{2.58}$$

$$\frac{d}{dt}\Re\mathbf{k} = \Re\left\{\left(\frac{\partial D}{\partial \mathbf{r}}\right)\left(\frac{\partial D}{\partial \omega}\right)^{-1}\right\}, \tag{2.59}$$

$$\frac{d}{dt}\Re\omega = -\Re\left\{\left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial D}{\partial \omega}\right)^{-1}\right\}, \tag{2.60}$$

$$\frac{d}{dt}\Im\mathbf{k} = 0, \tag{2.61}$$

$$\frac{d}{dt}\Im\omega = -\frac{\Im\left\{\frac{\partial D}{\partial t} - \frac{\partial D}{\partial \mathbf{r}}\left(\left(\frac{\partial D}{\partial \mathbf{k}}\right)\left(\frac{\partial D}{\partial \omega}\right)^{-1}\right)^{*}\right\}}{\frac{\partial D}{\partial \omega}}, \tag{2.62}$$

$$\frac{d}{dt}A = 2\gamma A, \text{ où } \gamma = \Im\omega. \tag{2.63}$$

En tout point du plasma considéré, il est donc possible de résoudre la relation de dispersion. Les paramètres du rayon en chaque point de sa trajectoire peuvent être déterminés en résolvant le système (2.58)-(2.63) par n'importe quelle méthode numérique standard.

2.4 Propagation de paquets d'ondes

Jusqu'à présent, nous avons considéré la propagation d'ondes monochromatiques dans un plasma magnétisé. Or, dans la nature, les signaux observés possèdent un spectre de différentes fréquences (bande) i.e. elles se propagent en paquets d'ondes, qui peuvent être vus comme une superposition d'ondes monochromatiques de dimension spatio-temporelle finie. Nous considérons ici le cas de la propagation d'un paquet d'ondes, ou impulsion, dans un plasma magnétisé (milieu anisotrope). Dans ce cas de figure, on considère les paquets quasi-monochromatiques comme une somme de plusieurs ondes monochromatiques ayant une fréquence proche d'une fréquence centrale ω_c, pour laquelle la distribution en fréquence présente un maximum. Cette distribution est considérée étroite, i.e. ayant une valeur sensiblement différente de zéro pour une gamme de fréquence très étroite autour de ω_c :

$$\Delta\omega \ll \omega_c \tag{2.64}$$

Dans le cas le plus simple, on considère cette distribution comme une "fonction porte", ou onde sinusoïdale tronquée :

$$g(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pour } \omega_c - \Delta\omega/2 \leq \omega_c \leq \omega_c + \Delta\omega/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.65}$$

Dans le cadre de la théorie linéaire, la direction du rayon peut être trouvée par l'extension du champ d'onde en une intégrale de Fourier d'ondes planes tel que

$$E(\underline{r}, t) = \int g(\underline{k}) e^{i[\omega(\underline{k})t - \underline{k}\cdot\underline{r}]} d\underline{k} \tag{2.66}$$

Lorsque la dispersion spatiale est négligée, les ondes sont propagées à la vitesse de phase $v_\varphi(\underline{k}) = \omega/k$.

Pour une impulsion quasi-monochromatique (bande de fréquences étroite) définie par 2.65, il est possible de développer $\underline{k}(\omega)$ en séries autour de ω_c. En première approximation, il est possible d'écrire

$$\underline{k}(\omega) = \underline{k}(\omega_c) + \underline{k}'(\omega - \omega_c) \tag{2.67}$$

où $\underline{k}'(\omega_c) = (d\underline{k}/d\omega)_{\omega=\omega_c})$.

Si l'on prend en compte l'absorption, le vecteur d'onde est complexe et s'écrit

$$\underline{k} = \frac{\omega(n - i\chi)}{c} \tag{2.68}$$

où $\underline{s} = \underline{k}/|k|$ est le vecteur unité, et n l'indice de réfraction, pour des ondes planes homogènes. L'impulsion est propagée dans son ensemble à la vitesse de groupe v_{gr} qui est donnée par la partie réelle de $\underline{k}$ et s'écrit

$$\underline{v}_{gr} = d\omega_c/d\underline{k}_c \tag{2.69}$$

Si l'on néglige toujours la dispersion spatiale, la direction du rayon peut être reliée au vecteur de Poynting $\underline{S} = \underline{E} \times \underline{B}$, on peut alors écrire (voir Ginzburg, 1970) :

$$\overline{W}|\underline{v}_{gr}| = \overline{S} \tag{2.70}$$

où $\overline{W}$ et $\overline{S}$ sont les valeurs moyennées dans le temps de la densité d'énergie W et du flux de Poynting $\underline{S}$. Il est aussi possible de montrer dans ce cas que $\underline{k} \cdot \underline{S} \geq 0$, il est donc impossible pour le vecteur de Poynting de faire un angle obtus avec le vecteur d'onde.

Or, un milieu comme un plasma magnétisé est dispersif, il est donc nécessaire de prendre en compte la dispersion spatiale des paquets d'ondes. Pour cela, il faut rajouter un terme dans le développement en série de la fréquence tel que (voir Ginzburg, 1970)

$$\underline{k}(\omega) = \underline{k}(\omega_c) + \underline{k}'(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2}\underline{k}''(\omega - \omega_c)^2 \tag{2.71}$$

Le dernier terme est donc dénommé le "coefficient de dispersion" et est responsable de la dispersion, de l'étalement du paquet d'onde. En effet, les différentes ondes monochromatiques vont avoir des vitesses et des trajectoires différentes, et le paquet d'onde va alors diverger lors de sa propagation dans le plasma. La notion de paquet d'ondes dans son ensemble et donc de vitesse de groupe de celui-ci n'est alors plus valide. Cette dispersion des paquets d'ondes est démontrée et discutée en Section 4.2 par le biais des simulations numériques.

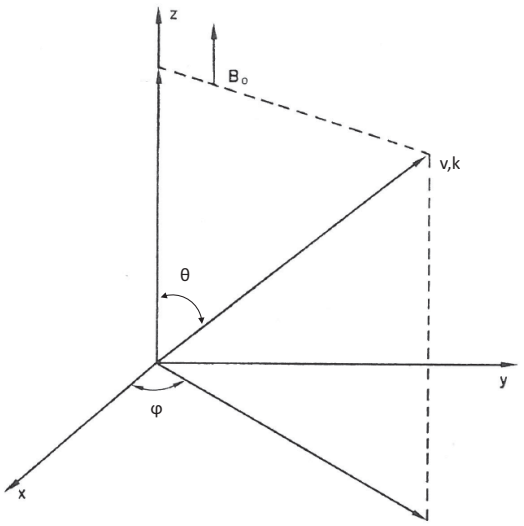

Fig. 2.9: Référentiel de l'électron, dans lequel l'axe Z est confondu avec la direction du champ magnétique $\underline{B}_0$.

2.5 Interactions onde-particule résonantes

Comme nous l'avons vu dans la Section 1.2.3, de nombreux types d'ondes sont capables, selon leur fréquence, de transgresser les différents invariants adiabatiques par le mécanisme d'interaction onde-particule résonante (voir les revues par Shprits et al., 2008a,b; Thorne, 2010), ce mécanisme étant considéré comme un des plus influent sur la dynamique des ceintures de radiation d'électrons. Pour un électron dans un champ magnétique, les interactions résonantes apparaissent quand, dans le référentiel de l'électron (tel que représenté en Fig.2.9), les multiples de la fréquence de giration sont égaux à la fréquence de l'onde, i.e. lorsque dans le référentiel du laboratoire la condition de résonance (relativiste) est satisfaite.

Celle-ci est définie par

$$\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} = -n\Omega_e/\gamma \tag{2.72}$$

où $\Omega_e = |e|B/m_e c$ est la fréquence de giration électronique, $n = 0, \pm 1, 2, 3...$ est un entier représentant les différentes harmoniques et $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ est le facteur de Lorentz.

On peut voir d'après cette condition de résonance que seules certaines fréquences entrent en résonance avec les électrons énergétiques, et selon leur fréquence caractéristique ont un effet sur tel ou tel mouvement caractéristique (invariant adiabatique) de ces particules. Ainsi, les ondes UBF (voir Section 1.2.3) sont capables de transgresser le troisième invariant adiabatique, contribuant à la diffusion radiale (transport radial) des particules. Le transport radial peut aussi être renforcé par la diffusion du second invariant adiabatique (voir Ukhorskiy et al., 2011, et les références s'y trouvant). Les ondes EBF/TBF quant à elles contribuent, par la violation des deux premiers invariants, à l'accélération et la perte des électrons (p.ex. Lyons and Thorne, 1973) particulièrement lors de perturbations géomagnétiques (p.ex. Horne, 2002; Chen et al., 2007; Shprits et al., 2008b). Dans ce travail nous nous intéressons particulièrement aux ondes de type sifflement. Le rôle de l'interaction résonante entre électrons et ondes de type sifflement dans la dynamique des ceintures de radiation de ces ondes fut signalé pour la première fois par Dungey (1963). L'approche théorique pour la description de ces interactions fut ensuite proposée par Trakhtengertz (1966) et Kennel and Petschek (1966). Ces travaux sont basés sur l'approche quasi-linéaire, dans laquelle les interactions onde-particule résonantes sont décrites en terme de diffusion d'angle d'attaque et d'énergie des particules pour déterminer les échelles de temps de perte et d'accélération d'électrons.

Dans la limite relativiste, l'équation de diffusion quasi-linéaire peut être écrite sous la forme (Lyons, 1974; Lyons and Williams, 1984; Glauert and Horne, 2005)

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_0}{\partial t} = \nabla_{\cdot} \cdot (\underline{\underline{D}} \cdot \nabla F_0) = \frac{1}{p \sin\alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \sin\alpha \left(D_{\alpha\alpha} \frac{1}{p} \frac{\partial F_0}{\partial p} + D_{\alpha p} \frac{\partial F_0}{\partial p} \right) \\ + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left(D_{p\alpha} \frac{1}{p} \frac{\partial F_0}{\partial \alpha} + D_{pp} \frac{\partial F_0}{\partial p} \right)\end{aligned} \tag{2.73}$$

où α est l'angle d'attaque de l'électron, p est son moment, et $F_0(p, \alpha, t)$ est la fonction de distribution d'ordre zéro (spatialement uniforme) des électrons.

Les principaux éléments de cette description sont les coefficients de diffusion locaux d'angle d'attaque $D_{\alpha\alpha}$, de moment D_{pp} et mixte $D_{\alpha p}$, définis par (voir Glauert and Horne, 2005)

$$D_{\alpha\alpha} = \frac{p^2}{2} \left\langle \frac{(\Delta\alpha)^2}{\Delta t} \right\rangle \tag{2.74}$$

$$D_{\alpha p} = \frac{p}{2}\left\langle \frac{\Delta\alpha\Delta p}{\Delta t} \right\rangle \tag{2.75}$$

$$D_{pp} = \frac{1}{2}\left\langle \frac{(\Delta p)^2}{\Delta t} \right\rangle \tag{2.76}$$

où $\langle\frac{(\Delta\alpha)^2}{\Delta t}\rangle$, $\langle\frac{\Delta\alpha\Delta p}{\Delta t}\rangle$ et $\langle\frac{(\Delta p)^2}{\Delta t}\rangle$ sont les valeurs attendues des variations $(\Delta\alpha)^2$, $\Delta\alpha\Delta p$ et $(\Delta p)^2$ par unité de temps, respectivement.

Pour obtenir les expressions des coefficients de diffusion, il est nécessaire de déterminer la distribution de la puissance d'onde en fonction de la fréquence ω et de l'angle θ entre $\underline{k}$ et $\underline{B}_0$. D'après (Lyons, 1974) par exemple, la distribution en fréquence de l'énergie des ondes est supposée être gaussienne telle que

$$\hat{\mathrm{B}}^2(\omega) = \begin{cases} A^2 \exp\left(-\left(\frac{\omega-\omega_m}{\delta\omega}\right)^2\right) & \text{pour } \omega_{lc} \leq \omega \leq \omega_{uc} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \tag{2.77}$$

où $\hat{\mathrm{B}}^2$ est la densité spectrale de puissance du champ magnétique (en $\mathrm{T^2Hz^{-1}}$), ω_m et $\delta\omega$ sont la fréquence du maximum de puissance d'onde et la largeur de bande, respectivement, entre les fréquences de coupure basse ω_{lc} et haute ω_{uc}. A^2 est une constante de normalisation donnée par

$$A^2 = \frac{|B_w|^2}{\delta\omega}\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left[\mathrm{erf}\left(\frac{\omega_m - \omega_{lc}}{\delta\omega}\right) + \mathrm{erf}\left(\frac{\omega_{uc} - \omega_m}{\delta\omega}\right)\right]^2 \tag{2.78}$$

où B_w est l'amplitude de l'onde en T.

La distribution des angles θ est aussi supposée gaussienne et est définie par

$$g(X) = \begin{cases} \exp\left(-\left(\frac{X-X_m}{X_w}\right)^2\right) & \text{pour } X_{min} \leq X \leq X_{max} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \tag{2.79}$$

où $X = \tan\theta$, X_m et X_w sont respectivement la valeur moyenne et la variance de la distribution.

En utilisant ces définitions, les coefficients de diffusion locaux deviennent (pour les détails de calcul, voir Glauert and Horne, 2005; Artemyev et al., 2012a, par exemple) :

$$D_{\alpha\alpha} = \sum_{i,n} \int_{X_{min}}^{X_{max}} \left[\frac{n\Omega_e/\gamma + \omega_{i,n} \sin\alpha^2}{\cos\alpha} \right]^2 \frac{g(X)\hat{\mathrm{B}}^2(\omega_{i,n})}{N_{i,n}} \Delta_{i,n} dX \tag{2.80}$$

$$D_{\alpha p} = D_{\alpha\alpha} \left[\frac{\sin\alpha \cos\alpha}{n\Omega_e/(\gamma\omega_i) - \sin\alpha^2} \right] \tag{2.81}$$

$$D_{pp} = D_{\alpha\alpha} \left[\frac{\sin\alpha \cos\alpha}{n\Omega_e/(\gamma\omega_i) - \sin\alpha^2} \right]^2 \tag{2.82}$$

où i est le nombre de racines résonantes, $\Delta_{i,n}$ est le facteur résonant $\sim |v_\parallel - \partial\omega/\partial k_\parallel|^{-1}$ (voir les détails dans Glauert and Horne (2005)), $\omega_{i,n}$ sont les fréquences résonantes déduites de la condition de résonance (2.72) et de la relation de dispersion $\omega = \omega(k)$ et

$$N(\omega) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{X_{min}}^{X_{max}} \frac{g(X) k_{i,n}^2 X}{(1+X^2)^{3/2}} \left. \frac{\partial k}{\partial \omega} \right|_X dX \tag{2.83}$$

L'intégration de X se fait entre les bornes $X_{min} = 0$ et $X_{max} = \min(10, X_r)$, où X_r est la valeur de X dans l'angle du cône de résonance (voir Glauert and Horne, 2005; Artemyev et al., 2012a).

Il est ensuite possible de relier le coefficient de diffusion à la valeur équatoriale de l'angle d'attaque de la particule α_{eq}. Le coefficient $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ est obtenu en moyennant sur les différentes latitudes (correspondant à la moyenne sur les rebonds entre équateur et point miroir) tel que :

$$\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{\lambda_m} D_{\alpha\alpha}(\alpha, \lambda) \frac{\cos\alpha \cos^7\lambda}{\cos^2\alpha_{eq}} d\lambda \tag{2.84}$$

où λ_m est la latitude miroir, α_{eq} est la valeur de l'angle d'attaque à l'équateur, et $T(\alpha_{eq})$ donne la variation de τ_B en fonction de α_{eq}. Pour un champ magnétique dipolaire par exemple $T(\alpha_{eq}) = 1.30 - 0.56 \sin\alpha_{eq}$ (voir les détails dans Lyons et al. (1972); Glauert and Horne (2005); Artemyev et al. (2012a)).

Les coefficients de diffusion quasi-linéaires ont été et sont toujours beaucoup étudiés avec différents paramètres et différentes approximations (e.g. Lyons et al., 1972; Lyons and Williams, 1984; Abel and Thorne, 1998; Glauert and Horne, 2005; Shprits et al., 2006; Summers et al., 2007a; Artemyev et al., 2012a,a) et sont très

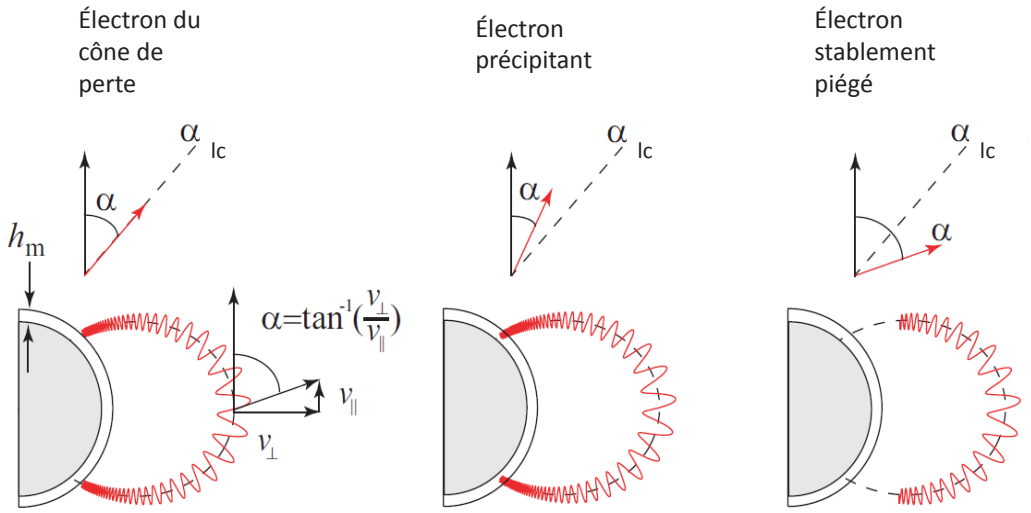

Fig. 2.10: Représentation schématique de la relation entre angle d'attaque équatorial et altitude du point miroir. h_m désigne l'altitude limite, reliée à α_{lc}, en-dessous de laquelle les électrons sont considérés perdus dans la haute atmosphère, ce qui traduit le concept de cône de perte (d'après Bortnik (2004)).

communément utilisés dans la modélisation globale de la dynamique de la magnétosphère interne, dans laquelle la résolution de l'équation de Fokker-Plank (Schulz and Lanzerotti, 1974) est réalisée pour les distributions de vitesse des particules (voir par exemple Bourdarie et al., 1996; Shprits et al., 2006; Varotsou et al., 2008; Fok et al., 2008; Shprits et al., 2008b; Albert et al., 2009; Subbotin et al., 2010; Su et al., 2010, et les références s'y trouvant). Il faut noter ici que les coefficients de diffusion donnés dans l'équation (2.73) sont décrits en unités de p^2t^{-1}, ce qui les rend différents de ceux présentés dans l'équation de Fokker-Plank (Schulz and Lanzerotti, 1974, equation (2.16), p.56). Cependant, il est possible de les relier simplement (voir Shprits et al., 2008b, en annexe).

Le coefficient de diffusion du moment D_{pp} permet donc d'estimer le taux d'accélération (gain d'énergie) et le coefficient de diffusion d'angle d'attaque $D_{\alpha\alpha}$ permet

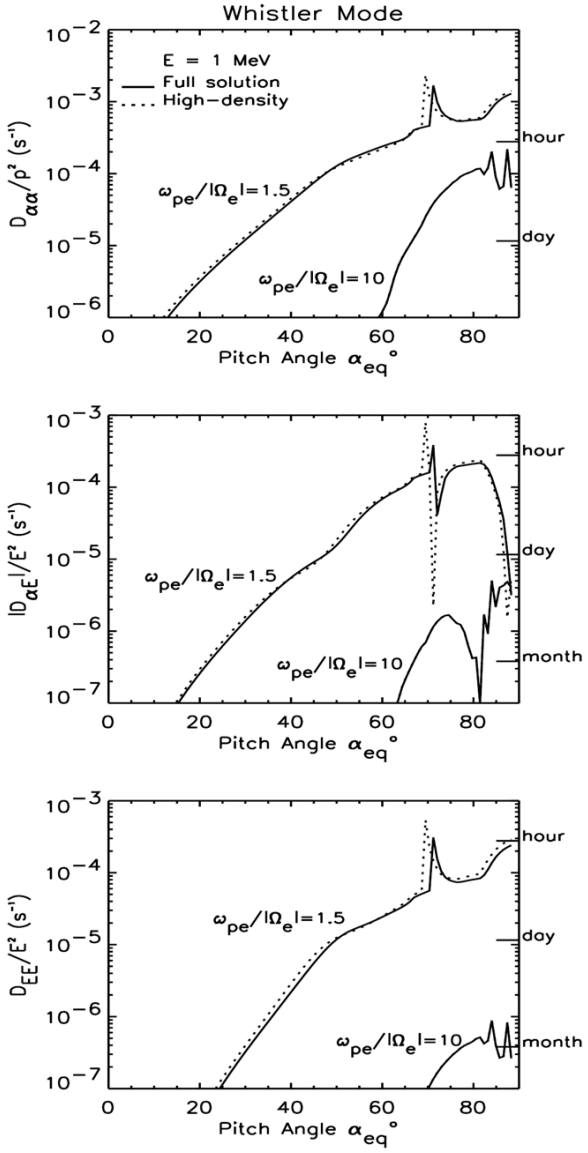

Fig. 2.11: Comparaison entre les taux de diffusion locale (haut) d'angle d'attaque électronique, (milieu) mixte d'énergie et angle d'attaque et (bas) d'énergie pour les ondes choeur de type sifflement en utilisant le code PADIE (solide) et l'approximation haute densité (pointillés), en fonction de l'angle d'attaque équatorial α_{eq}. Les calculs sont effectués pour différents ratios $\omega_{pe}/|\Omega_e|$ à $L = 4.5$ et pour une énergie électronique de 1 MeV (figure tirée de Glauert and Horne (2005)).

d'estimer le taux de pertes de particules dans l'atmosphère, dus aux interactions résonantes.

En effet, lors de la diffusion de l'angle d'attaque de la particule, l'altitude du

point miroir B_m peut être abaissée jusque dans l'atmosphère, où l'électron va entrer en collision avec les neutres. L'altitude du point miroir est uniquement liée à l'angle d'attaque à l'équateur α_{eq} de la particule, si bien qu'une diminution (augmentation) de l'angle d'attaque conduit à une diminution (augmentation) de l'altitude de B_m. Une altitude critique $h_m \approx 100$ km peut donc être définie, en-dessous de laquelle l'électron n'est pas stablement piégé mais précipite dans l'atmosphère. Ceci est possible car la région ~ 100 km représente une transition dans la stratification de masse et la composition de l'air (homopause), et l'atmosphère neutre possède une faible échelle de hauteur (~ 6 km à 100 km) comparée aux échelles spatiales des mouvements des particules piégées, ce qui crée des variations très fortes de densité de neutres sur de petites échelles spatiales (Salby, 1996). Cette altitude critique est donc liée à une valeur $\alpha_{eq} = \alpha_{lc}$ définie comme l'angle du cône de perte, et cette relation s'écrit (Schulz and Lanzerotti, 1974; Lauben et al., 2001)

$$\sin \alpha_{lc} = \sqrt{\frac{\zeta_m^3}{\sqrt{1 + 3(1 - \zeta_m)}}}, \; ; \; \zeta_m = (R_E + h_m)/(LR_E) \tag{2.85}$$

La Fig.2.10 illustre cette relation : les électrons pour lesquels $\alpha_{eq} < \alpha_{lc}$ ont leur point miroir avec une altitude $h < h_m$ et vont donc précipiter dans l'ionosphère et être perdus du point de vue des ceintures de radiation, tandis que les électrons pour lesquels $\alpha_{eq} > \alpha_{lc}$ restent stablement piégés dans les ceintures de radiation avec un point miroir d'altitude $h > h_m$. Les électrons pour lesquels $\alpha_{eq} \approx \alpha_{lc}$ (donc les électrons dont l'angle d'attaque est faible) sont critiquement piégés dans le sens où une légère diminution de leur angle d'attaque peut les faire précipiter, ce qui peut se produire lors d'interaction résonante. Ils constituent donc une population source d'électrons précipitant.

Les coefficients de diffusion quasi-linéaire des ondes de type sifflement, décrits par les équations (2.80), (2.81) et (2.82) sont présentés en Fig.2.11 en fonction de l'angle d'attaque équatorial des électrons (Glauert and Horne, 2005). Ces taux déterminent donc les échelles de temps de perte et d'accélération des électrons dans les ceintures de radiation, les temps de perte des électrons pouvant être grossièrement estimés tels que $\tau \sim 1/D_{\alpha\alpha}$ (voir Albert and Shprits, 2009). Dans ce cas, les calculs sont effectués en considérant la propagation quasi-longitudinale ($X_m = 0$ et $X_w = 0.577$) et une amplitude constante ($B_w = 100$ pT) des ondes choeur le long des lignes de champ magnétique, i.e. en fonction de la latitude λ. Or, bon nombre d'études (Burton and

Holzer, 1974; Hayakawa et al., 1986; Sazhin and Hayakawa, 1992), et confirmées par de récentes études statistiques (Li et al., 2011a; Agapitov et al., 2011a), ont démontré que les ondes de type choeur se propagent de façon oblique par rapport au champ magnétique dans la magnétosphère interne, de plus leur amplitude n'est pas constante le long des lignes de champ magnétique (Artemyev et al., 2012b; Agapitov et al., 2012). Ces approximations, utilisées dans de nombreux calculs (voir notamment Lyons et al., 1971; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Albert, 2007) ne semblent donc pas réalistes et pourraient donc entraîner de larges erreurs dans la détermination des coefficients de diffusion des ceintures de radiation.

2.6 Problématique et buts de l'étude

Dans le contexte scientifique présenté dans la Section 1.1, il est crucial de déterminer avec précision la dynamique des ceintures de radiation terrestres. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser les paramètres réalistes des distributions d'ondes choeur dans la magnétosphère interne, qui, comme nous l'avons montré dans la section précédente, peuvent largement s'écarter des approximations couramment utilisées. Or, les satellites ne peuvent pas couvrir entièrement la magnétosphère interne, et les données satellites sont très éparses dans certaines régions de celle-ci, notamment à haute latitude.

L'idée de ce travail est donc de compléter les données observationnelles dans les régions où celles-ci sont insuffisantes, par le biais des simulations numériques, pour en déduire les conséquences sur la dynamique des ceintures de radiation. Ceci est possible car dans la magnétosphère interne, à proximité de l'équateur magnétique, les données des satellites sont abondantes et permettent d'en tirer des statistiques fiables. Cette bonne connaissance de la région source des ondes choeur nous permet donc de la modéliser de façon réaliste et d'en déduire, par la propagation numérique des rayons, des distributions réalistes à haute latitude en particulier. Mais avant de compléter les observations il est nécessaire de les reproduire et donc de s'assurer de la précision du code numérique, notamment en démontrant quantitativement l'invalidité observée aux latitudes moyennes de l'approximation quasi-longitudinale (i.e. propagation alignée au champ magnétique) utilisée dans les calculs de coefficients de diffusion. L'idée subséquente est de pouvoir étudier, par la modélisation de la région source des choeurs, les propriétés des paquets d'ondes après leur réflexion dans la magnétosphère ainsi que leurs conséquences. En effet, les observations d'ondes choeurs réfléchies sont rares (voir par exemple Parrot et al., 2004; Agapitov et al., 2011b) et donc la connaissance de leurs propriétés et distributions est très limitée.

Le but de cette thèse est donc d'étudier, par le biais d'un nouveau code numérique, les distributions réalistes des ondes de type choeur dans la magnétosphère interne et leur impact sur la dynamique de la ceinture de radiation externe, ainsi que les propriétés des choeurs réfléchis à haute latitude et leurs conséquences.

L'outil principal utilisé dans ce travail est un code numérique, développé spécialement pour cette étude, pour déterminer les trajectoires des ondes de type sifflement propagées dans un modèle réaliste de la magnétosphère interne. Nous utilisons aussi

un autre programme (voir Artemyev et al., 2012a,b) pour la détermination des coefficients de diffusion des particules énergétiques, ainsi que des observations statistiques des satellites CLUSTER et THEMIS (voir Agapitov et al., 2011a,b, 2012).

Les sujets spécifiques abordés dans ce travail sont les suivants : (i) la présentation et la description du code numérique développé, (ii) les propriétés de propagation des ondes choeur propagées à l'aide de ce code, (iii) la reconstruction numérique des distributions réalistes de ces ondes observées par CLUSTER, (iv) l'impact de ces distributions réalistes sur les coefficients de diffusion d'angle d'attaque, et (v) l'étude statistique des propriétés des choeurs réfléchis obtenues par simulation numérique et leurs conséquences, comparées aux observations de CLUSTER et THEMIS.

3. LE CODE TRACEUR DE RAYON

Le but principal de cette thèse est d'étudier les propriétés des ondes choeur par l'intermédiaire d'un nouveau code de traçage de rayons. Bien que d'autres codes de traçage des choeurs dans la magnétosphère existent déjà (voir Section 1.2.4.3), incluant par exemple les effets thermiques du plasma (Horne, 1989), ou une configuration particulière réaliste des densités magnétosphériques (Chen et al., 2009), ce code est unique à notre connaissance. La raison est que ce code combine un modèle de densités magnétosphériques et un modèle de champ magnétique tri-dimensionnels, complets et réalistes, ainsi que l'absorption des ondes par un plasma thermique multi-espèces approximé par une combinaison linéaire de composantes Maxwelliennes. C'est ce que nous allons voir dans ce chapitre, dans lequel nous présentons les principales caractéristiques du programme numérique (voir aussi Breuillard et al., 2012b).

Les deux programmes principaux contenus dans ce code, WHAMP (Rönnmark, 1982) et RATRACE (Rönnmark, private communications), ont été initialement développés (en FORTRAN77) par K.Rönnmark mais ils n'étaient pas adaptés à des paramètres réalistes de propagation et de densité dans la magnétosphère interne. Ces deux programmes ont été réécrits par Y.Zaliznyak en FORTRAN90 (sur CVF6.6) et fortement remodifiés pour inclure un modèle de densité de plasma réaliste (Gallagher et al., 2000), des trajectoires multiples, une interface simplifiée, etc. J'ai ensuite remodifié le programme pour l'adapter à une étude statistique, le recompiler et transposer sur une plateforme plus récente (IVF), automatiser le lancement des rayons, réaliser le partage de tâches, simplifier par le développement de routines externes, etc. J'ai ensuite développé de nombreux programmes pour réaliser l'analyse et la présentation des résultats donnés par ce code (principalement sous IDL).

3.1 Modèle de densité plasma et de champ magnétique

Nous considérons donc dans ce modèle la magnétosphère interne, qui s'étend environ de $2R_E$ à $10R_E$. Vers $2R_E$, le champ magnétique est supposé avoir une structure dipolaire dépendente de l'inclinaison de son axe magnétique avec un moment magnétique dépendent de l'époque (ici égal à $7.76813.10^{25}$ $Gauss/cm^3$, correspondant à environ l'année 2005). Le modèle analytique utilisé (Olson and Pfitzer, 1977) inclut la contribution des sources externes à la Terre au champ magnétique terrestre (les courants de la magnétopause, de la queue et le courant annulaire). Il

est valide pour toutes les inclinaisons de l'axe magnétique terrestre, et a été optimisé pour la région $2 - 15R_E$. Cependant, seule la magnétosphère en période calme à intermédiaire ($K_p \leq 4$) est représentée ici, bien que le modèle de magnétosphère dynamique (Pfitzer et al., 1988) peut être implémenté facilement. Le champ interne est représenté par un dipôle incliné (ici 10°). La représentation du champ est donnée en coordonnées cartésiennes GSM (Geocentric Solar Magnetospheric Coordinates), utilisant un programme des moindres carrés pour adapter les coefficients en série de puissance (ordre 4 en espace et ordre 3 en inclinaison). Les 180 coefficients sont déterminés par plus de 600 mesures de magnétomètres à bord de OGO-3 et 5. Il est important de noter que tout autre modèle de champ magnétique plus précis peut être implémenté facilement. Par exemple, le modèle de Tsyganenko (routines gratuites GEOPACK) est inclus dans le code, mais n'est pas utilisé ici car cela résulterait en une augmentation significative du temps de calcul. Pour l'étude qui nous intéresse, le modèle de Olson-Pfitzer "calme" semble suffisant. Une coupe dans le plan méridien XZ de ce modèle est présentée en Fig.3.1 (coordonnées GSM), avec une inclinaison nulle de l'axe magnétique, la ligne solide du côté jour (gauche) délimitant les lignes de champ étant la magnétopause (non-incluse). On peut noter que la structure interne (jusqu'à $L \approx 6$ du côté jour et $L \approx 8$ du côté nuit) est effectivement dipolaire, et au-delà de ces distances, on peut constater les effets des sources externes.

Les densités du plasma magnétosphérique sont calculées à partir du **G**lobal **C**ore **P**lasma **M**odel (Gallagher et al., 2000) version(2.2). GCPM2.2 est un modèle empirique de densité plasma non-énergétique comprenant quatre espèces (électrons, protons, ions O^+ et He^+). Il couvre entièrement le volume tridimensionnel de la magnétosphère interne. Il consiste en des modèles séparés pour la plasmasphère, plasmapause, le trou de plasma et des calottes polaires, et fusionne avec le modèle IRI (International Reference Ionosphere) (Bilitza and Reinisch, 2008) à basse altitude (ionosphère). Chaque région est représentée par des fonctions analytiques choisies pour leur capacité à reproduire fidèlement les caractéristiques physiques des différentes régions. Tout comme le modèle de champ magnétique utilisé ici, le modèle est optimisé pour l'environnement proche de la Terre, puisque par exemple la magnétopause et la feuille de plasma ne sont pas encore explicitement incluses dans le GCPM. Ainsi, l'utilisation du modèle du côté jour ne doit pas excéder la magnétosphère interne et du côté nuit l'utilisation est limitée aux zones où les lignes

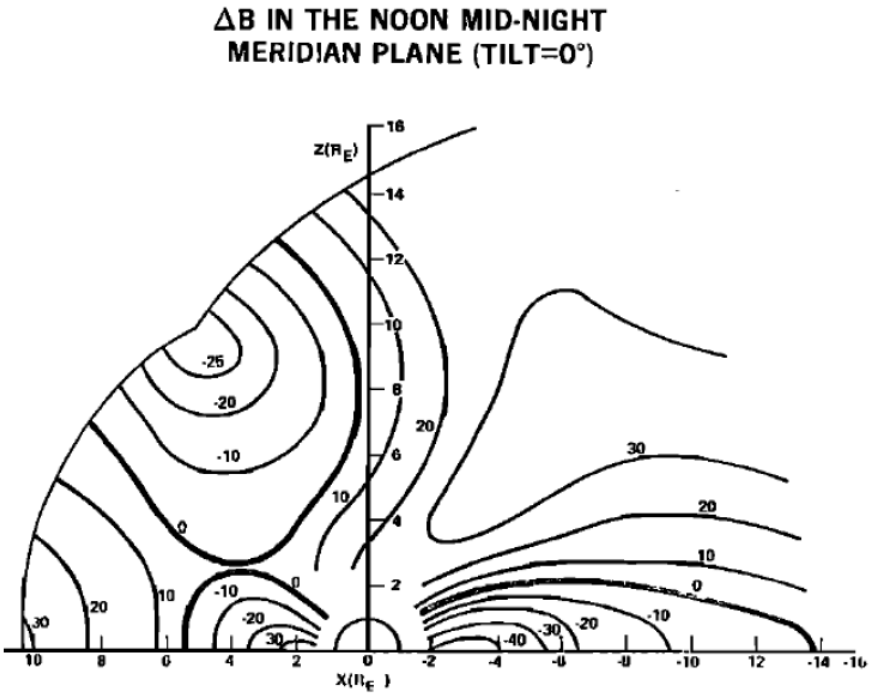

Fig. 3.1: Représentation des lignes de champ magnétique dans le modèle de Olson and Pfitzer (1977), dans le plan méridien midi/minuit pour une inclinaison nulle. B est donné en gamma (nT).

de champ magnétiques peuvent être approximées par une configuration dipolaire, cependant ceci couvre entièrement notre région d'intérêt. Les densités du plasma non-énergétique pour toutes les espèces varient doucement et sont disponibles à travers le volume entier de la magnétosphère interne. Ils sont calculés en fonction de plusieurs paramètres : l'activité géomagnétique K_p, la luminosité ultraviolette (par l'indice $F_{10.7}$), le nombre annuel moyen de taches solaires, la saison et la position. L'indice global K_p est utilisé pour déterminer la position de la plasmapause et du renflement de la plasmasphère, et le profil du trou de plasma magnétosphérique. Le nombre de taches solaires, l'indice $F_{10.7}$, la date et l'heure sont utilisés en tant que paramètres d'entrée par le modèle IRI qui inclut une dépendance saisonnière. Une légère dépendance saisonnière (Carpenter and Anderson, 1992) est aussi incluse dans le modèle plasmasphérique. Les variations des densités polaires dans IRI sont actuellement autorisées à augmenter ou baisser les densités le long de ces lignes de champ haute latitude, bien que IRI ne soit pas très bien défini à haute latitude. Il

faut noter que la "glue" entre les différents modèles est fournie analytiquement par une fonction tangente hyperbolique.

Un exemple qualitatif des caractéristiques du code GCPM est présenté en Fig.3.2. Du haut vers le bas, les trois lignes représentent des coupes dans les plans matin-soir, midi-minuit et dans le plan équatorial, respectivement. De la gauche vers la droite, les trois colonnes montrent l'activité magnétique croissante, correspondant à des K_p de 1, 3 et 5, respectivement. La densité (ici électronique) est donnée par les couleurs, comme l'indique la barre de couleurs sur la droite, et la ligne en pointillés blancs montre dans le plan équatorial les distances radiales égales à $2, 4, 6$ et $8R_E$, respectivement. Cette figure permet de distinguer de nombreuses caractéristiques présentes dans le modèle GCPM. Par exemple, dans la ligne du bas, un renflement de la plasmasphère du côté soir est présent, et il pivote vers le côté jour et est compressé à mesure que l'indice K_p augmente (plume plasmasphérique). On peut aussi distinguer le cycle diurne des densités du trou magnétosphérique, et, dans les panneaux en haut et au milieu, le changement de la distribution des densités avec l'activité magnétique dans la plasmasphère, le trou et les calottes polaires. Ainsi, la calotte polaire du côté jour s'étend vers l'équateur avec K_p augmentant, et les densités polaires et ionosphériques du côté jour sont augmentées par rapport aux densités du côté nuit.

Quantitativement, la Fig.3.3 montre la dépendance unidimensionnelle de la densité électronique avec la distance radiale géocentrique le long de l'axe X, pour différents niveaux d'activité magnétique (le côté jour est sur la gauche). Les lignes de l'extérieur vers l'intérieur indiquent respectivement des valeurs de K_p égales à $1, 3$ et 5. Cette figure montre clairement, comme la figure précédente, les valeurs de densité plus fortes du côté jour que du côté nuit pour le trou de plasma, avec une plasmapause bien définie, surtout du côté nuit. En effet, lorsque le K_p augmente, le trou de plasma côté nuit subit de fortes baisses de densité dues à la rotation du renflement plasmasphérique vers des valeurs diurnes. Les différentes régions du modèle sont régulièrement jointes, par des transitions non abruptes et ce en tout point, ce qui rend le modèle très complet.

Comme le montre la Fig.3.2, ce modèle fournit les distributions de densité tridimensionnelles dans le volume entier de la magnétosphère interne.

Enfin, pour compléter le modèle de plasma, il faut définir les caractéristiques de la fonction de distribution des particules. Dans ce travail, nous supposons que

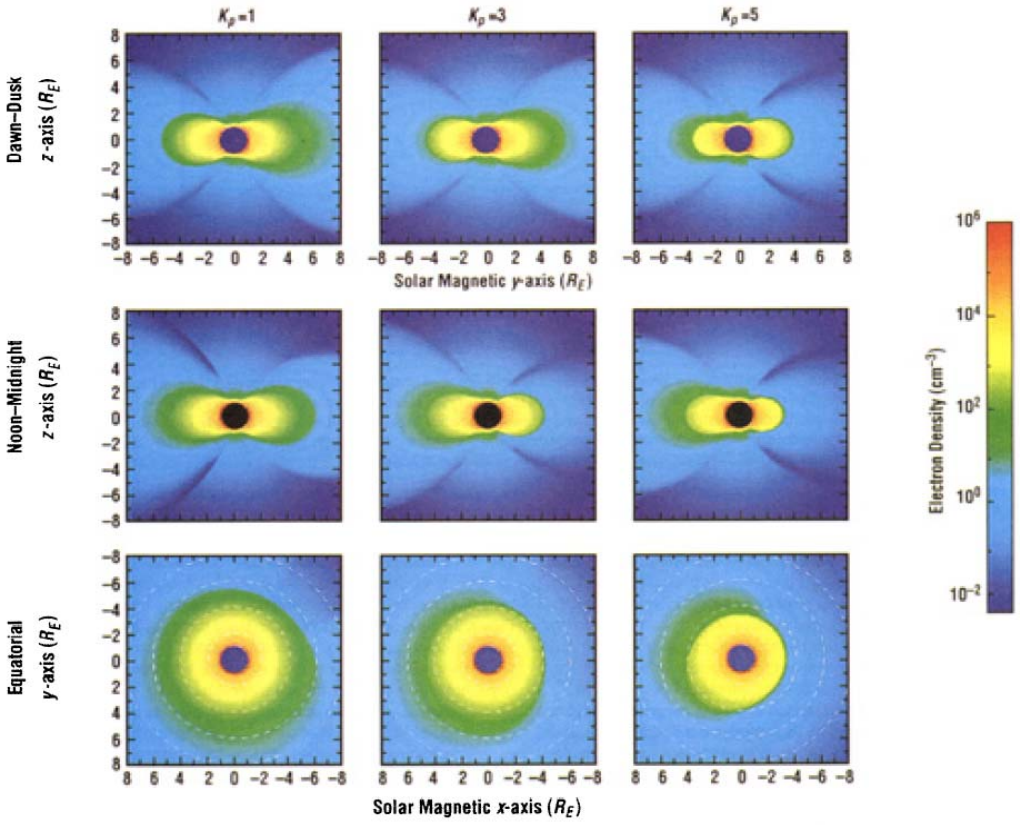

Fig. 3.2: Exemple de densités du plasma thermique données par le modèle GCPM2.2, où la couleur représente la densité électronique. Les trois colonnes correspondent au niveaux ascendants d'activité magnétique ($K_p = 1, 3, 5$)
. Les trois lignes correspondent, du haut vers le bas, le plan matin/soir méridien, le plan midi/minuit, et le plan équatorial, respectivement. Les coordonnées magnétique solaires sont utilisées ici (figure tirée de Gallagher et al. (2000).)

toutes les espèces du plasma possèdent une distribution Maxwellienne avec des températures de 0.5 eV, ce qui correspond approximativement au modèle empirique de température Akebono (Kutiev et al., 2002). Cependant, étant donné le solveur utilisé (voir section suivante), le traceur de rayons est capable de gérer des fonctions de distribution de particules assez générales de la forme :

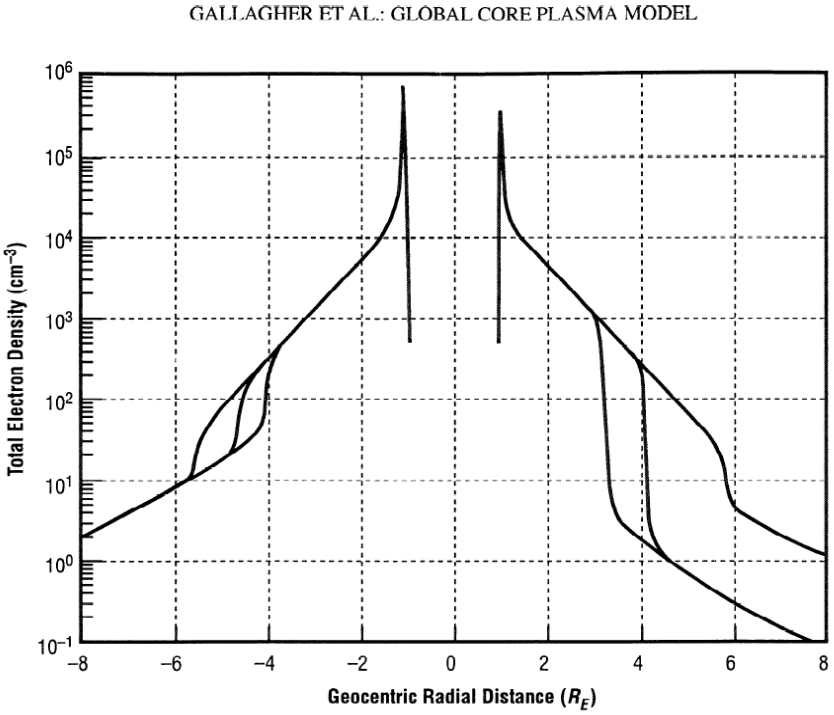

Fig. 3.3: Profils de densité électronique en fonction de la distance radiale géocentrique, le long de l'axe magnétique solaire X, le côté jour étant à gauche. Des lignes externes vers les lignes internes sont représentés différents niveaux d'activité magnétique ($K_p = 1, 3, 5$). Cette figure est produite pour les conditions estivales et montre des densités accrues du côté jour. Les courbes montrent la jointure lisse entre les différents modèles inclus.

$$f_\sigma(v_\parallel, v_\perp) = \pi^{-3/2} v_\sigma^{-3} \exp\left(-\left(\frac{v_\parallel}{v_\sigma} - v_{d\sigma}\right)^2\right) \left\{\frac{\delta_\sigma}{\alpha_{1\sigma}} \exp\left(-\frac{v_\perp}{\alpha_{1\sigma} v_\sigma^2}\right) + \frac{1-\delta_\sigma}{\alpha_{1\sigma} - \alpha_{2\sigma}} \left[\exp\left(-\frac{v_\perp^2}{\alpha_{1\sigma} v_\sigma^2}\right) - \exp\left(-\frac{v_\perp^2}{\alpha_{2\sigma} v_\sigma^2}\right)\right]\right\} \tag{3.1}$$

avec v_σ la vitesse thermique des différentes espèces σ de température $T_\sigma = \frac{1}{2} m_\sigma v_\sigma^2$, et $v_{d\sigma}$ la vitesse de dérive normalisée des particules le long du champ magnétique. Les paramètres $\delta_\sigma, \alpha_{1\sigma}$ et $\alpha_{2\sigma}$ déterminent la profondeur et la taille du cône de perte, et l'anisotropie de température.

Il est donc possible alors de prendre en compte de nombreux effets additionnels

comme par exemple le cône de perte dans les fonctions de distributions de particules, la dérive des espèces du plasma, l'anisotropie de température, etc. De plus, des populations additionnelles de particules énergétiques peuvent être aussi incluses dans le modèle, par exemple les particules énergétiques des ceintures de radiation.

Toutes ces caractéristiques forment donc un modèle complet pour les simulations numériques d'ondes dans la magnétosphère interne avec des paramètres réalistes, et donc très adapté à cette étude.

3.2 Initialisation et traçage des rayons

Ayant les paramètres du plasma et du champ magnétique résolus dans chaque point du volume modélisé, il est alors possible de résoudre la relation de dispersion de l'onde à la fréquence choisie 2.11. Puis par intégration du système d'équations différentielles ordinaires 2.58- 2.63 en découlant, il est possible de déterminer toutes les caractéristiques de la propagation du rayon. Ces caractéristiques sont ses coordonnées $\underline{r}$, son vecteur d'onde $\underline{k}$, sa fréquence complexe ω, et son amplitude A en tous les points de sa trajectoire.

Dans la section précédente nous avons vu que le modèle de champ magnétique et de plasma sont complets, il faut donc maintenant "initialiser" les rayons, c'est-à-dire résoudre l'équation de dispersion au "point de lancement" du rayon. Nous ne discutons donc pas ici des mécanismes de génération des ondes et considérons les ondes générées uniformément et instantanément en un point, avec une amplitude normalisée $A_{t=0} = 1$, la source étant considérée à l'équateur magnétique, pour un seul MLT (i.e. les ondes sont lancées à $Y = 0$).

Pour résoudre l'équation de dispersion, nous utilisons une version améliorée du programme WHAMP (**W**aves in **H**omogeneous **A**nisotropic **M**ulti-component **P**lasma) (Rönnmark, 1982), qui calcule la fonction de dispersion d'un plasma thermique magnétisé décrit par une à 6 fonctions de distribution Maxwelliennes, avec un tenseur diélectrique cinétique de la forme 2.52. Ce tenseur est approximé en introduisant un approximant de Padé pour la fonction de dispersion du plasma (Fried and Conte, 1961) lors du calcul du tenseur de susceptibilité, ce qui permet de réduire la suite infinie de fonctions de Bessel à une forme sommable (voir les détails de calcul dans Rönnmark, 1982). L'expression résultante pour le tenseur diélectrique est valide pour tous les $\underline{k}$ et très appropriée pour l'intégration numérique. Enfin,

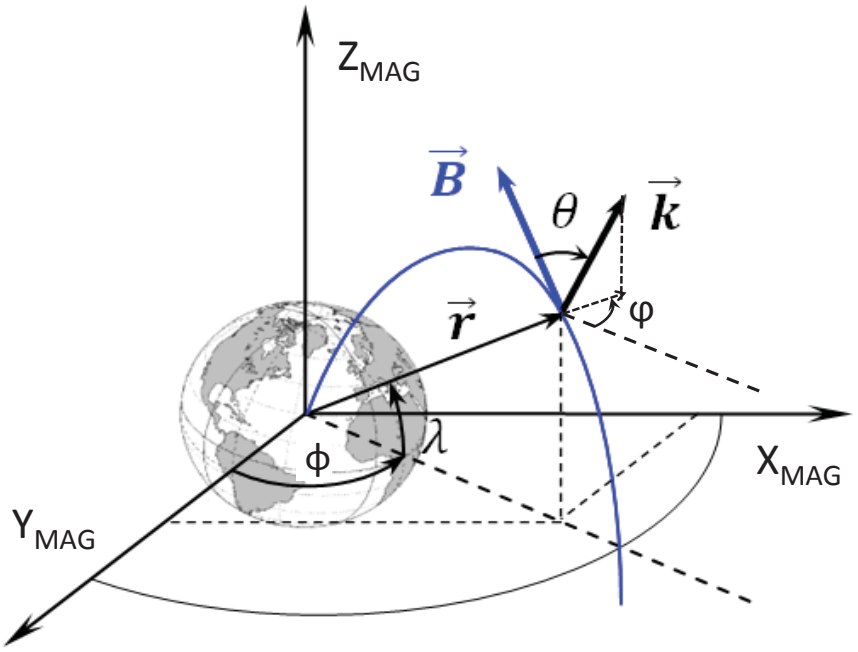

Fig. 3.4: Système de coordonnées (GSM) utilisé dans ce travail.

une fréquence complexe ω qui satisfait 2.11 peut être trouvée en utilisant n'importe quelle méthode itérative standard, ici la méthode de Newton est employée (voir par exemple Press et al., 1992). Ainsi, pour une fréquence et un point de lancement donnés, le programme calcule un vecteur d'onde parallèle au champ magnétique ($k_\perp = 0$).

Ce programme est applicable à une très large gamme de plasmas, et la méthode est utilisable lorsqu'un plasma homogène magnétisé peut être approximé par une combinaison linéaire de composantes Maxwelliennes.

Pour prendre en compte la propagation oblique des ondes de type sifflement, un programme similaire a été développé pour calculer des rayons initialement obliques (dans le plan XZ) par rapport aux lignes de champ magnétique, i.e. pour un angle θ donné, le code calcule un nouveau vecteur $\underline{k} = (k_\parallel, k_\perp)$ pour chaque $k_\parallel$ calculé précédemment.

Ensuite, la trajectoire de chaque rayon est tracée par un code numérique basé sur le programme RATRACE (Rönnmark, communications privées). Cependant, le code RATRACE a été fortement modifié pour gérer de multiples trajectoires, des

distributions de densité réalistes, et les différentes méthodes d'intégration, etc.

Ce code lit les fichiers d'entrée calculés par les programmes précédents (la grille de densité et les différents rayons initialisés) pour construire le tenseur de susceptibilité à chaque pas de temps Dt, en utilisant WHAMP. Sont ensuite formés le tenseur diélectrique, l'indice de réfraction et enfin la fonction de dispersion D (voir 2.11). Puis l'intégration du système 2.58-2.63 est réalisée par la routine IVPRK (en double précision) des librairies IMSL, qui résout le système d'équations différentielles ordinaires par la méthode Runge-Kutta-Verner (ordre 5). Les caractéristiques du rayon à chaque point de sa trajectoire sont écrits dans un fichier binaire.

Il faut aussi noter ici qu'un angle azimutal φ décrit l'angle entre $\underline{k}$ et le champ magnétique dans le plan équatorial XY, pour rendre compte des coordonnées tridimensionnelles des trajectoires, comme montré en Fig.3.4.

Cette figure représente les paramètres utilisés dans le code numérique. Le référentiel correspond au référentiel GSM, avec ϕ la longitude et λ la latitude. $\underline{r}$ et $\underline{B}$ sont les vecteurs de coordonnées du rayon et du champ magnétique local. Les angles θ et φ représentent quant à eux l'angle latitudinal (plan méridien) et l'angle azimuthal (plan équatorial) entre $\underline{k}$ et $\underline{B}$.

Ainsi, dans ce référentiel, une trajectoire typique d'onde choeur obtenue avec ce code numérique est représentée en Fig.3.5. La Terre est montrée en grisé, et la couleur dénote l'amplitude normalisée A de l'onde, $A = 1$ au point de départ de l'onde (rouge) puis l'onde est amortie jusqu'à ce que A devienne négligeable (noir). En noir sont représentées les projections de la trajectoire sur les différents plans. Le rayon est lancé à une distance typique de $X = 6R_E$ (environ $3,8.10^7$m) depuis l'équateur magnétique ($Y = Z = 0$) vers l'hémisphère nord, avec une fréquence typique de $0.3\Omega_{e,equ}$. Comme décrit plus haut, le rayon effectue plusieurs rebonds et est donc piégé entre les deux hémisphères avant d'être amorti dû à l'absorption à faible altitude.

3.3 Application aux ondes choeurs magnétosphériques

L'application d'un tel modèle de densité à la modélisation numérique 3D des ondes choeurs nécessite la considération de deux paramètres clés. Le premier paramètre est d'ordre technique, c'est le temps de calcul. En effet, le calcul du volume

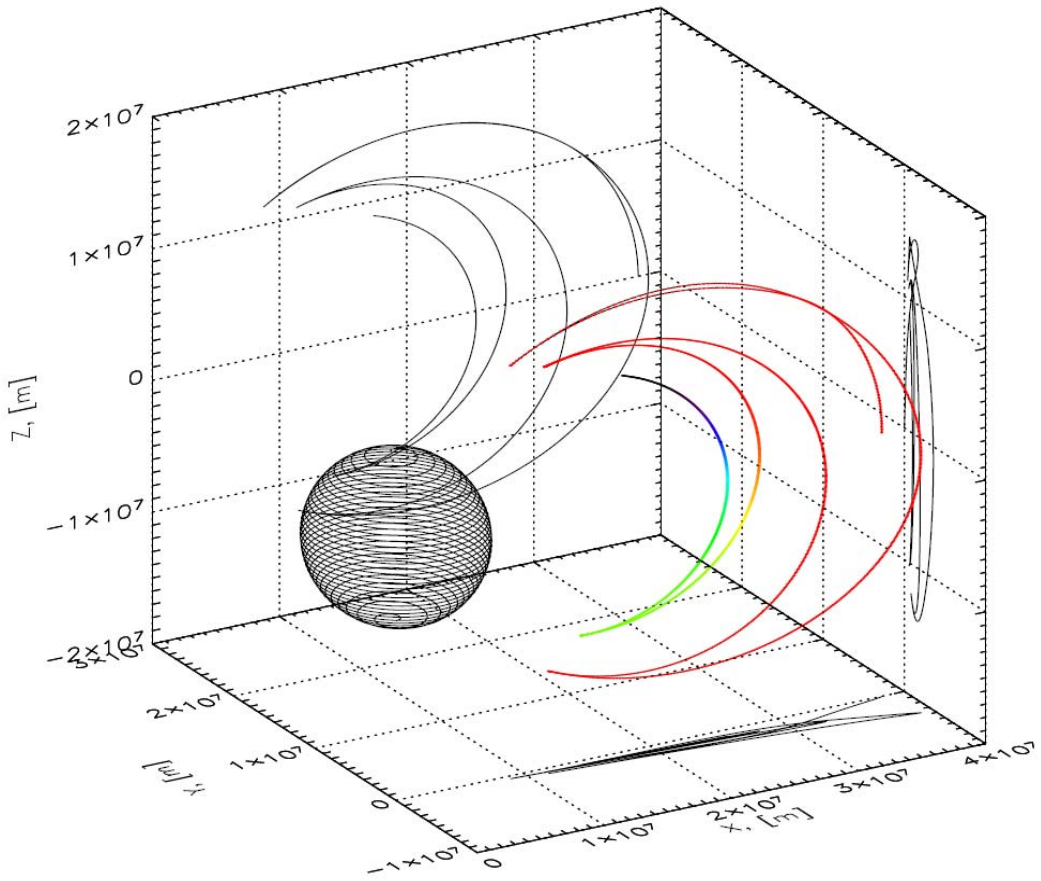

Fig. 3.5: Trajectoire tri-dimensionnelle typique d'une onde électromagnétique de type sifflement de fréquence typique $\omega = 0.3\Omega_{e,equ}$, lancée depuis le plan équatorial (à $L = 6$) vers l'hémisphère nord. La couleur représente l'amplitude de l'onde. La Terre (en grisé) est représentée ainsi que les projections sur les différents plans (en noir).

complet de la magnétosphère avec une résolution spatiale suffisante (pour rendre compte des différents gradients) nécessite d'énormes ressources numériques. De plus, pour obtenir des statistiques suffisantes, il est nécessaire de calculer la propagation de dizaines de milliers de rayons. Le traçage de rayons dans des modèles de densité et champ magnétique complets requiert donc la parallélisation des différentes parties du code numérique (voir Section 6.2). Dans ce travail nous utilisons donc une grille de densité 2D précalculée, i.e. nous négligeons les variations de densité en longitude ϕ. Nous effectuons donc un traçage de rayons 3D dans un modèle de magnétosphère

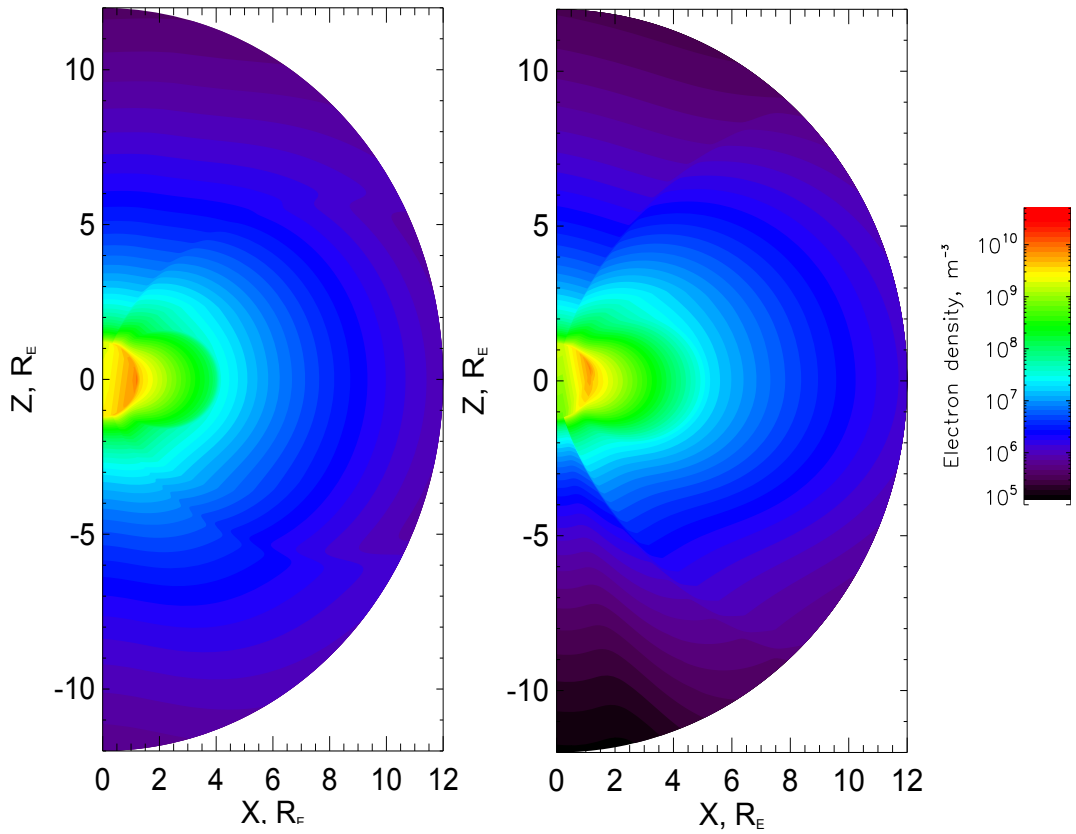

Fig. 3.6: Grilles de densité 2D (plan méridien) utilisées pour le calcul des trajectoires de rayons. Les couleurs représentent la densité électronique en m^{-3}, et les distances sont données en R_E. Les paramètres principaux du plasma utilisés ici sont $K_p = 4$ à MLT=09 :00 (à gauche) et $K_p = 1$ et MLT=12 :00 (à droite).

2D (R, λ), i.e. nous négligeons les variations longitudinales de densité et de champ magnétique. Cette approximation semble suffisante car d'une part le MLT=09 :00 (choisi ici car on y observe le maximum d'activité des choeurs, voir Chapitre suivant) permet d'éviter la présence de trop forts gradients de densité longitudinaux comme le renflement plasmasphérique ou plumes lors de K_p élevé (voir Fig.3.2) ; et d'autre part la plupart des ondes (formant la grande majorité de la puissance d'onde) sont faiblement déviées en longitude, surtout avant leur réflexion magnétosphérique (voir chapitre suivant).

En Fig.3.6 sont représentées les grilles de densité 2D utilisées dans ce travail, possédant différents paramètres. La première (à gauche) est calculée pour une activité géomagnétique modérée ($K_p = 4$) et du côté matin MLT=09 :00, et la

deuxième (à droite) pour activité géomagnétique très calme ($K_p = 1$) et du côté jour (MLT=12 :00). Nous n'avons pas pris en compte une magnétosphère active ($K_p \geq 4$) car cela nécessite un modèle de champ magnétique plus adapté, comme nous l'avons vu plus haut. Le choix de ces paramètres précis est discuté dans les chapitres suivants. On peut déjà remarquer la présence d'un fort gradient de densité à haute latitude ($\geq 65°$). Ce gradient est plus prononcé pour MLT=12 :00, ceci étant dû à la pression du vent solaire du côté jour, mais est moins étendu en latitude pour la figure de gauche, ceci étant dû au K_p plus élevé. L'asymétrie nord-sud est due à l'inclinaison de l'axe magnétique, qui fait que la pression exercée par le vent solaire est plus forte dans l'hémisphère nord. Ensuite, on remarque aussi que la plasmasphère (en vert clair) est plus compressée pour $K_p = 4$, mais aussi que la plasmapause est plus abrupte à basse latitude pour $K_p = 4$ que pour $K_p = 1$. Or, la plasmapause joue un rôle crucial dans la propagation des ondes magnétosphériques, elle détermine notamment la pénétration des ondes de type choeur dans la plasmasphère (Bortnik et al., 2008b, 2009).

Le deuxième paramètre à prendre en compte est donc la plasmapause, qui est une région de transition (voir Section 1.2.1) au-delà de laquelle la densité chute fortement (trou de plasma). Cette région est très dynamique temporellement, mais aussi spatialement car sa position dépend essentiellement des conditions du vent solaire et de l'activité géomagnétique, décrite ici par l'indice K_p (voir Darrouzet et al., 2009, et les références s'y trouvant). La plasmapause peut se trouver à des distances d'environ $L \approx 5.5$ pour une activité magnétique très calme ($K_p = 1$) à $L \approx 2.5$ pour une forte activité ($K_p \geq 7$), et les plus fortes variations sont enregistrées du côté matin où les ondes choeurs sont les plus présentes (e.g. Doe et al., 1992; Moldwin et al., 2002). La forme de la plasmapause dépend aussi de la latitude : le gradient de densité est plus prononcé à l'équateur et n'est plus présent à haute latitude (Darrouzet et al., 2009). Le fort gradient de densité que représente la plasmapause affecte de façon importante la trajectoire des rayons (par le rapport ω_p^2/Ω^2), il est donc important que celle-ci soit bien définie par le modèle de densité. La Fig. 3.7 présente les profils de densité électronique des deux grilles 2D précédentes (seulement l'hémisphère nord) en fonction de la distance radiale pour différentes latitudes. On retrouve donc les paramètres $K_p = 4$ et MLT=09 :00 à gauche, et $K_p = 1$ et MLT=12 :00 à droite. On remarque ici le gradient décrit plus haut pour les hautes latitudes, très prononcé pour MLT=12 :00. On remarque

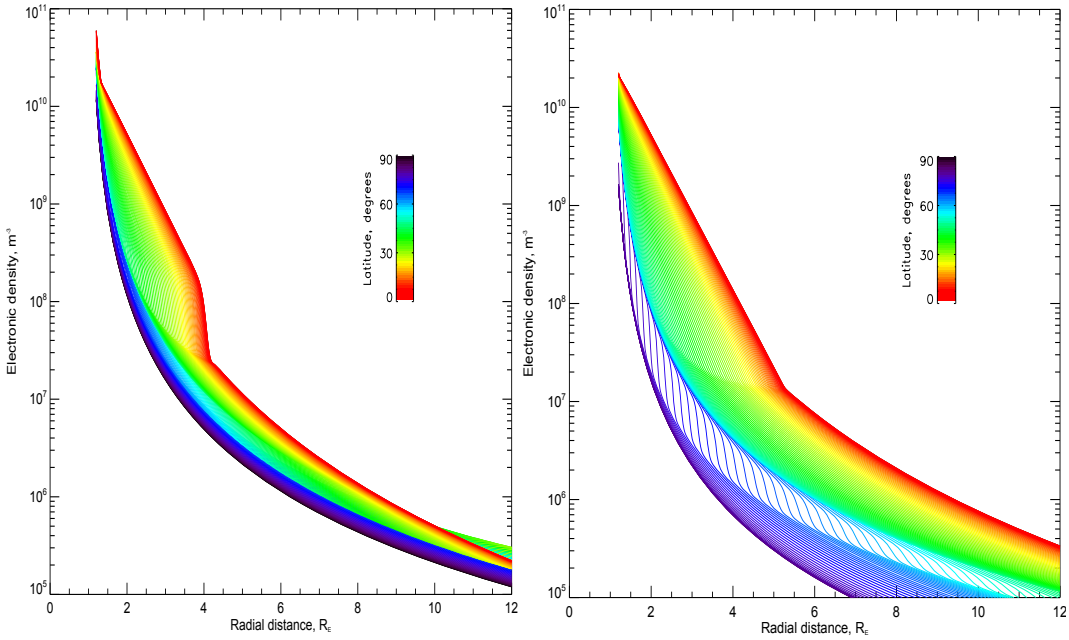

Fig. 3.7: Profils de densité électronique (en m^{-3}) en fonction de la distance radiale (en R_E), les couleurs correspondant aux différentes latitudes. Les deux panneaux correspondent aux deux grilles de densité présentées dans la figure précédente.

pour cette figure que la plasmapause (présente pour $\lambda \geq 40°$) n'est pas très abrupte dû à la faible activité géomagnétique, et atteint des valeurs de $L \geq 5$ à l'équateur. Cependant, pour $K_p = 4$, bien que la plasmapause soit aussi absente pour $\lambda \leq 40°$, pour les faibles latitudes elle devient très abrupte et ne se situe plus à l'équateur qu'à $L \approx 4$.

De ces figures, on peut en déduire que les valeurs de densité de ce code sont bien disponibles et varient lentement dans toute la grille calculée, et que ces densités calculées reproduisent bien les différentes caractéristiques de la magnétosphère interne, notamment la plasmapause. La précision et la validité du modèle de densités de plasma froid utilisé ici (GCPM2.2) sont discutées dans la section suivante et dans le dernier chapitre.

3.4 Résumé et discussion

Dans ce chapitre, nous présentons un nouveau code numérique de traçage de rayons dédié à l'étude des ondes de type sifflement dans la magnétosphère interne.

Ainsi, nous décrivons ici les modèles réalistes de champ magnétique (Olson and Pfitzer, 1977) et de densités du plasma magnétosphérique (Gallagher et al., 2000), inclus dans ce code, et qui nous permettent donc l'étude des trajectoires réalistes des ondes de type choeur dans le cadre de l'approximation WKB. Ensuite, nous présentons le solveur (Rönnmark, 1982) permettant d'initialiser les rayons, i.e. de résoudre la relation de dispersion en tout point de l'espace, et le système d'équations (Suchy, 1981) permettant de calculer ses caractéristiques en tout point de sa trajectoire. Enfin, nous présentons l'application de ce code à l'étude des ondes de type choeur à travers l'analyse du modèle de magnétosphère interne, notamment de deux paramètres clés tels que la plasmapause et la grille de densité, pour différents paramètres tels que l'activité géomagnétique et le temps magnétique local. Ce code est unique à notre connaissance car il combine les modèles réalistes de champ magnétique et de magnétosphère interne à un solveur capable de prendre en compte une fonction de distribution des particules assez générale et donc de nombreux effets additionnels présents dans les ceintures de radiation tels que les fonctions de distribution des particules présentant un cône de perte, l'anisotropie de température, les dérives des espèces du plasma, ou encore la présence d'une population de particules énergétiques. Ce solveur ainsi que le système d'équations utilisé permettent aussi la prise en compte des effets thermiques du plasma, i.e. l'absorption par le milieu qui peut améliorer l'évaluation des caractéristiques des ondes notamment leur atténuation à basse altitude, ainsi que la prise en compte d'une large variété de plasmas, tant que ceux-ci peuvent être approximés par une combinaison linéaire de composantes Maxwelliennes. Cependant, les trajectoires des rayons étant particulièrement sensibles aux gradients de densité de plasma, un des principaux atouts de ce code réside dans le modèle magnétosphérique. En effet, nous avons montré que ce modèle est complet car il couvre le volume entier de la magnétosphère interne (y compris l'ionosphère) par l'assemblage de différents modèles empiriques, ainsi que toutes les configurations possibles de la magnétosphère par de nombreux paramètres réalistes. Nous avons d'ailleurs démontré que ces effets réalistes de la dynamique magnétosphérique, tels que l'asymétrie nord-sud des densités, la compression de la magnétosphère du côté jour, la contraction de la plasmasphère lors de l'augmentation de l'activité géomagnétique sont bien reproduits par le modèle dans nos grilles de densité. La plasmapause, déterminant notamment la pénétration des ondes dans la plasmasphère, est elle aussi bien reproduite par le modèle, et notam-

ment sa dynamique, sa position diminuant et sa forme devenant plus abrupte (i.e. le gradient augmentant fortement, notamment à basse latitude) avec l'augmentation de l'activité géomagnétique.

Les valeurs de densité du plasma froid (électrons) obtenues par le modèle GCPM2.2 (Gallagher et al., 2000) pour la grille 2D utilisée dans la totalité de cette étude (de paramètres : Date=07-SEP-2002, UT=00 :30, MLT=09 :00 et $K_p = 4$) sont en bon accord avec des mesures réalisées dans la zone équatoriale hors de la plasmasphère (Carpenter and Anderson, 1992; Li et al., 2010b), des modèles empiriques de densités plasmasphériques (Denton et al., 2002, 2006; Ozhogin et al., 2012). La position de la plasmapause est aussi en accord avec les mesures de CRRES (Moldwin et al., 2002). Les valeurs de densité de plasma froid données par GCPM2.2 semblent donc réalistes sur la grille 2D calculée, cependant il serait intéressant de les comparer à des mesures hors de la plasmasphère pour des hautes latitudes, où la densité est importante pour la réflexion des choeurs. Il est bien sûr intéressant aussi de vérifier les valeurs de densité pour différents paramètres (date, MLT, K_p) dont l'impact sur la propagation des ondes choeur pourrait aussi être calculé. Il semble nécessaire aussi de comparer ce modèle à d'autres modèles de densité hors plasmasphère, tel que le modèle d'équilibre diffusif (Kimura, 1966; Bortnik et al., 2011a) ou le modèle PBL (Carpenter and Lemaire, 2004; Wang et al., 2011), pour déterminer l'incertitude globale résultant de notre modélisation avec GCPM2.2. Par exemple, il a été démontré par Wang et al. (2011) que la forme de la plasmapause donnée par GCPM est différente de celle donnée par le PBL ce qui influe largement sur la propagation des rayons. Mais ceci demande une étude très approfondie, et sera donc traité ultérieurement dans le cadre d'un travail dédié, comme il en est discuté dans le Chapitre 6.

4. LES CHOEURS MAGNÉTOSPHÉRIQUES DIRECTS

4.1 Introduction

Le travail présenté dans ce chapitre est motivé par les récentes observations multi-satellites (des missions CLUSTER et THEMIS) des distributions des ondes choeurs basées sur de longues périodes d'observations (Li et al., 2009b, 2011a; Agapitov et al., 2011a). Ces études ont permis de confirmer et d'affiner les tendances obtenues auparavant sur leur direction de propagation (voir Section 1.2.3) mais aussi d'établir des statistiques globales des distributions de ces ondes, qui peuvent être comparées avec des distributions statistiques obtenues par des modèles numériques. Dans ce chapitre nous nous concentrons sur les mesures obtenues par Agapitov et al. (2011a) sur le satellite CLUSTER, mais il faut savoir que la plupart de ces données ont été confirmées par les statistiques obtenues à bord de THEMIS (voir par exemple Li et al., 2009b, 2011a).

Agapitov et al. (2012) ont analysé environ 11 ans (Janvier 2001 à Août 2010) de données mesurées par l'instrument STAFF (Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations) (Cornilleau-Wehrlin et al., 2003) à bord de CLUSTER, ce qui permet d'obtenir suffisamment de mesures pour réaliser une étude statistique pour différents MLT et L comme indiqué par les petits encarts dans la Fig.4.1. L'analyseur de spectre (STAFF-SA) fournit les matrices spectrales complètes (parties réelles et imaginaires) des trois composantes magnétiques mesurées par le magnétomètre de STAFF. STAFF possède une gamme en fréquence de 8.8 Hz à 3.56 kHz, avec une sensibilité de $5.10^{-3} nTHz^{-1/2}$ à 1 Hz et $4.10^{-5} nTHz^{-1/2}$ à 100 Hz et 4 kHz (Cornilleau-Wehrlin et al., 2003), ce qui en fait un outil très bien adapté pour la mesure des ondes choeurs magnétosphériques, les mesures étant concentrées dans la région des ceintures de radiation $4 < L < 7$ pour des latitudes allant jusqu'à $\sim 30°$ (voir Fig.4.2a). Comme le montre la Fig.4.1, la gamme de fréquence analysée comprend les ondes de type sifflement de la fréquence hybride basse ω_{LH} jusqu'à la fréquence cyclotron électronique Ω_e. Les souffles plasmasphériques sont connus pour dominer dans la gamme $\omega_{LH} < \omega <\sim 0.1\Omega_e$, les choeurs basse-bande dans la gamme $0.1\Omega_e < \omega < 0.5\Omega_e$ et les choeurs haute-bande dans la gamme $0.5\Omega_e < \omega < 1.0\Omega_e$. Il faut noter ici que les souffles peuvent être observés au-delà de $0.1\Omega_e$ mais leur intensité décroît rapidement au-dessus de 1 kHz (Meredith et al., 2004), ce qui est proche de $0.1\Omega_e$ pour les mesures de STAFF-SA.

Dans la gamme de fréquence des ondes choeurs (panneaux du bas en Fig.4.1), est

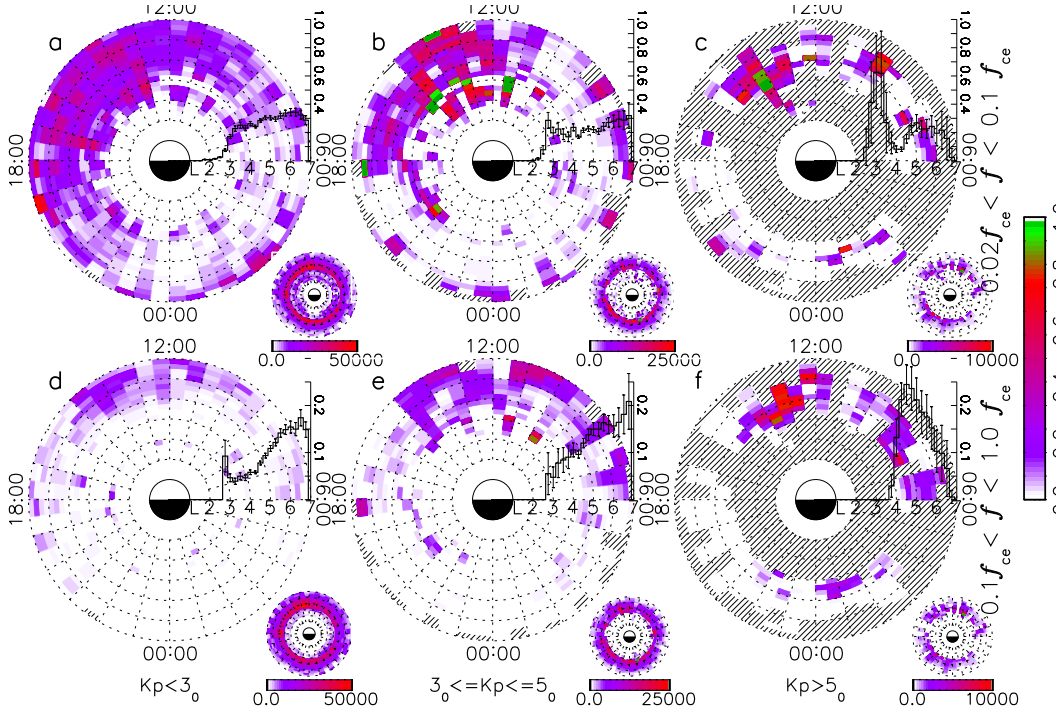

Fig. 4.1: Taux d'occurrence des siffleurs de large amplitude pendant des périodes de faible ($K_p < 3$), intermédiaire ($3 \leq K_p \leq 5$) et forte ($K_p > 5$) activité magnétique, pour les ondes (a,b,c) dans la gamme des souffles plasmasphériques ($0.02\Omega_{e,equ} < \omega < 0.1\Omega_{e,equ}$) et (d,e,f) dans la gamme des choeurs ($0.1\Omega_{e,equ} < \omega < 1.0\Omega_{e,equ}$). La ligne noire dans chaque panneau indique le taux d'occurrence pour les évènements de large amplitude comme le nombre d'ondes de large amplitude mesurées par rapport au nombre total d'ondes mesurées dans la classe de L. La couverture des données CLUSTER STAFF-SA pour chaque fréquence et K_p est montrée dans le petit encart (figure tirée de Agapitov et al. (2011a)).

présentée la fonction de distribution de probabilité (couleur) en fonction de MLT et L, pour différents niveaux d'activité géomagnétique. Il est clair que l'activité des choeurs augmente avec le niveau d'activité géomagnétique (même si les statistiques sont assez éparses pour $K_p > 5$), le maximum d'occurrence étant observé pour $3 < K_p < 5$. Les choeurs sont observés au-delà de la plasmasphère $4 < L < 7$ avec un maximum à $L \approx 7$, la distribution étant approximativement gaussienne. Le maximum d'occurrence est observé du côté matin MLT≈10 :00 pour $3 < K_p < 5$ et est déplacé du côté jour MLT≈13 :00 pour $K_p > 5$.

En Fig.4.2b, les analyses de la direction du flux de Poynting le long de $\underline{B}_0$ démontrent deux populations d'ondes. La première située à $2 < L < 4$, est constituée

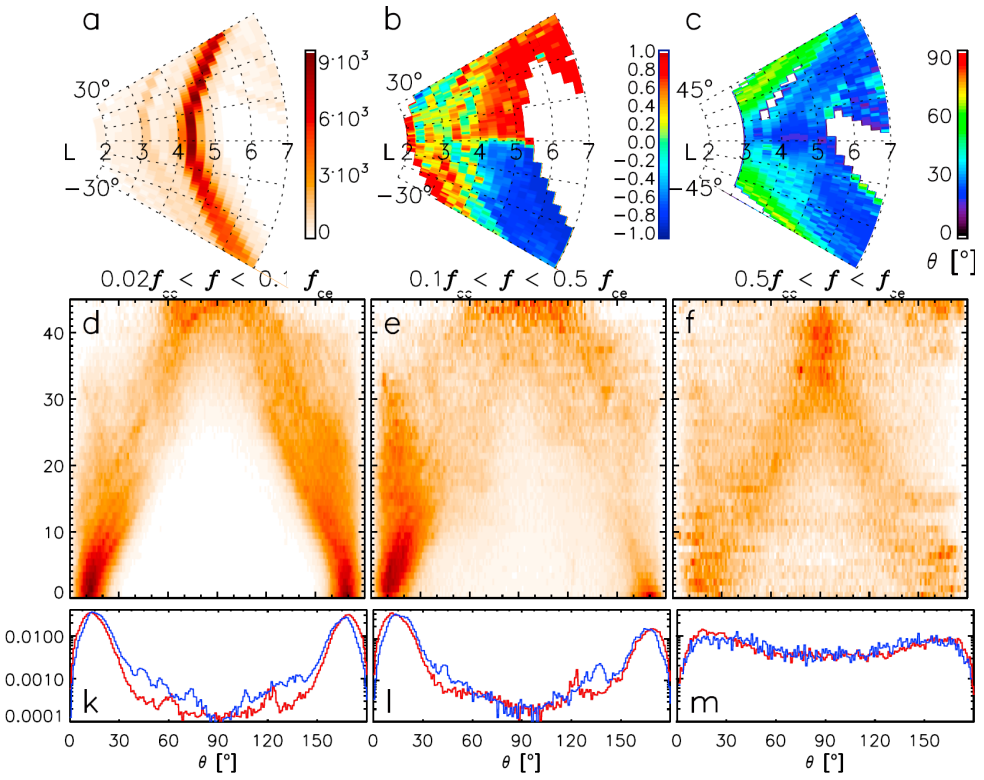

Fig. 4.2: Les panneaux indiquent respectivement : (a) La distribution des mesures de CLUSTER STAFF-SA de 2001 à 2010 ; (b) la direction dominante du flux de Poynting pour les siffleurs de large amplitude dans la gamme de fréquences des choeurs ($0.1\Omega_{e,equ} < \omega < 1.0\Omega_{e,equ}$). Cette direction préférentielle est caractérisée par le paramètre $(N_a - N_o)/(N_a + N_o)$, où N_a et N_o sont le nombre de spectres possédant un flux de Poynting dirigé selon $\underline{B}_0$ ($\underline{k} \cdot \underline{B}_0 > 0$) ou opposé à $\underline{B}_0$ ($\underline{k} \cdot \underline{B}_0 < 0$), respectivement. Le paramètre varie de +1 (propagation selon $\underline{B}_0$) à -1 (propagation opposée à $\underline{B}_0$) ; (c) la valeur la plus probable de l'angle θ pour différentes latitudes, $0.1\Omega_{e,equ} < \omega < 1.0\Omega_{e,equ}$ et $4 < L < 7$. Les distributions statistiques de θ en fonction de λ, du côté jour, sont montrées en (d) pour la gamme de fréquence des souffles ($0.02\Omega_{e,equ} < \omega < 0.1\Omega_{e,equ}$) pour $L < 5$, (e) pour les choeurs de basse-bande ($0.1\Omega_{e,equ} < \omega < 0.5\Omega_{e,equ}$) pour $L < 5.5$ et (f) pour les choeurs de haute-bande ($0.5\omega_{e,equ} < \omega < 1.0\omega_{e,equ}$) pour $L > 5$ (d'après Agapitov et al. (2012)).

principalement de siffleurs générés par des éclairs à haute latitude, et par des souffles plasmasphériques, montrant une propagation assez disparate. La seconde est composée principalement d'ondes de type choeur et de souffles au-delà de la plasmapause, dont la génération à l'équateur est clairement visible, les ondes étant propagées dans

l'hémisphère nord (en rouge) et l'hémisphère sud (en bleu) se déplaçant toutes vers les hautes latitudes.

Mais, comme précisé plus haut, le résultat majeur de cette étude est la présence d'une majorité d'ondes choeur oblique à haute et moyenne latitude $L < 6$. En effet, en Fig.4.2c, on peut voir que la plupart des ondes se propagent de façon oblique à $\underline{B}_0$ à des latitudes $\lambda \geq 30°$, pour $L \leq 6$, bien que leur angle initial θ_0 soit assez faible ($\sim 15°$). Au delà de $L = 6$, les ondes choeur sont cependant majoritairement quasi-parallèles aux lignes de champ magnétique, même à haute latitude.La fonction de distribution de probabilité de l'angle θ en fonction de la latitude magnétique est présentée en Fig.4.2d pour les souffles plasmasphériques, 4.2e pour les choeurs basse-bande, et 4.2f pour les choeurs haute-bande.

On peut remarquer en Fig.4.2d que les souffles sont très majoritairement obliques à des latitudes assez faibles, et que l'on n'observe que très peu d'ondes quasi-parallèles au champ magnétique pour $\lambda > 20°$ alors que ces ondes sont générées (à l'équateur) quasi-parallèles. Or ces souffles sont aussi des ondes de type sifflement (comme les choeurs), mais qui sont aussi présents dans la plasmasphère, où les flux d'électrons suprathermiques sont rares.

Dans ce chapitre nous nous intéressons aux ondes choeurs directes (ou sources) de basse bande, i.e. en Fig.4.2e, générées à l'équateur et se propageant vers des latitudes hautes, c'est-à-dire pour lesquelles $0° \leq \theta \leq 90°$. Les distributions de la bande basse et de la bande haute sont assez similaires, bien que le maximum de la distribution dans la bande basse semble plus prononcé mais aussi plus concentré sur des angles initiaux θ_0 plus faibles. En effet, on peut remarquer tout d'abord que les ondes sont générées proches de l'équateur ($\lambda \approx 0 - 5°$) de façon quasi-parallèle à $\underline{B}_0$ comme il a été longtemps supposé, mais aucune onde ne présentant un angle θ_0 nul. La distribution présente un maximum entre $\theta_0 = 10°$ et $\theta_0 = 20°$. Lorsque la latitude augmente, l'étalement (variance) de la distribution augmente ainsi que son maximum θ_{max}, de sorte qu'à des latitudes $\geq 25°$ la majorité des ondes a une direction de propagation oblique. On peut remarquer aussi en Fig.4.2l (ainsi qu'en 4.2k) que, à l'équateur, la majorité des ondes est quasi-parallèle (θ proche de $0°, 180°$) mais on observe un léger pic de la distribution vers $\theta \approx 120°$, qui sera expliqué ultérieurement dans ce travail.

Bien que la grand majorité des souffles plasmasphériques soit oblique à faible latitude (Fig.4.2d), dans la Fig.4.2e, on observe deux populations d'ondes choeur di-

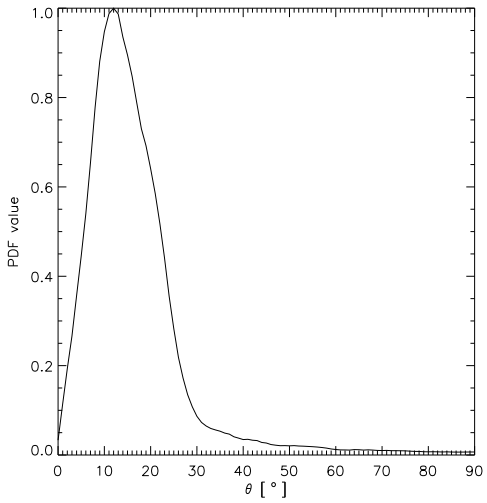

Fig. 4.3: Section transversale de la distribution présentée en Fig.4.2e, pour $\lambda = 0°$, et $0° \leq \theta \leq 90°$, pour les choeurs d'amplitude élevée. Cette distribution normalisée représente la distribution des choeurs à l'équateur en fonction de l'angle θ, et est utilisée comme fonction poids initiale dans les calculs ultérieurs.

rectes : la majeure partie des ondes se propageant rapidement de façon très oblique, et une population d'ondes quant à elle quasi-parallèle au champ magnétique dans la région $15° < \lambda < 30°$. Dans ce chapitre nous discutons de l'origine et des conséquences de ces deux populations, qui sont en fait de même nature.

La Fig.4.3 montre une section transversale normalisée de la distribution en Fig.4.2e pour $\lambda = 0°$, $0° \leq \theta \leq 90°$, i.e. la distribution équatoriale des ondes choeurs basse-bande directes observées. Cette distribution est asymétrique, présentant un maximum à $\theta_0 \approx 15°$ et décroissant très rapidement pour $\theta_0 > 20°$ et $\theta_0 < 10°$. Cette distribution n'est cependant pas une Gaussienne et est utilisée telle quelle dans nos simulations présentées en Section 4.3. Dans cette section est présentée la reproduction, par le code numérique décrit précédemment, de la distribution statistique observée en Fig.4.2, mais avant cela il est nécessaire d'étudier par le biais de ce code, les caractéristiques principales de la propagation des ondes choeurs dans la magnétosphère interne.

4.2 Dispersion spatio-temporelle des ondes choeurs

La propagation des ondes choeurs peut être caractérisée principalement par la divergence spatio-temporelle de leur trajectoire, dont les nombreux effets seront développés lors de ce travail. La divergence des trajectoires des ondes dépend des différents paramètres de chaque onde monochromatique, mais aussi de la dispersion du milieu dans lequel elles se propagent.

En effet, comme nous l'avons décrit dans la section 1.2.3 et illustré notamment dans la Fig.1.8, les ondes choeurs ne sont pas monochromatiques mais sont constituées d'éléments discrets quasi-monochromatiques, et se propagent sous forme de paquets d'ondes. Il est donc crucial que la dispersion spatio-temporelle de ces signaux soit prise en compte dans les simulations numériques lors de leur propagation. Dans ces simulations numériques, les paquets d'ondes sont simplement représentés par la propagation séparée de plusieurs ondes monochromatiques, une fonction poids (décrite plus loin) permettant de définir la distribution en fréquence de ces paquets. Ainsi, la divergence des éléments d'ondes choeurs est prise en compte dans les distributions statistiques présentées dans ce travail.

Tout d'abord, le plasma magnétosphérique étant un milieu dispersif, la vitesse de propagation (vitesse de groupe) des ondes doit être différente en fonction de leur fréquence, les ondes de fréquence plus haute se propageant généralement plus vite que les ondes basse-fréquence. Ceci donne notamment aux spectres des ondes de type sifflement leur forme courbée caractéristique (et donc leur nom de siffleur), les ondes de plus basse fréquence possédant un retard temporel sur les hautes fréquences lors de la mesure du spectre. Cette dispersion temporelle est bien reproduite par le code pour les ondes choeurs de basse-bande, comme le montre la Fig.4.4.

En effet, on constate que les ondes de plus basse fréquence (i.e. $0.1 - 0.2\Omega_{e,equ}$) se propagent avec une vitesse de groupe parallèle inférieure à celle des plus hautes fréquences ($0.3 - 0.4\Omega_{e,equ}$), même si le maximum ($c/2$) de vitesse de groupe est atteint par les ondes ayant une fréquence de $\sim 0.25 - 0.3\omega_{e,equ}$. Cependant, la tendance inverse est observée pour la composante perpendiculaire de $\underline{v}_{gr}$. Alors que cette composante perpendiculaire possède un maximum à des latitudes moyennes $\sim 20°$ (excepté pour les ondes de haute fréquence), la vitesse de groupe parallèle commence à augmenter rapidement à partir de $\lambda \approx 20°$ et atteint son maximum à haute latitude ($\lambda > 40°$) juste avant la réflexion magnétosphérique ($v_{gr\parallel} \approx 0$).

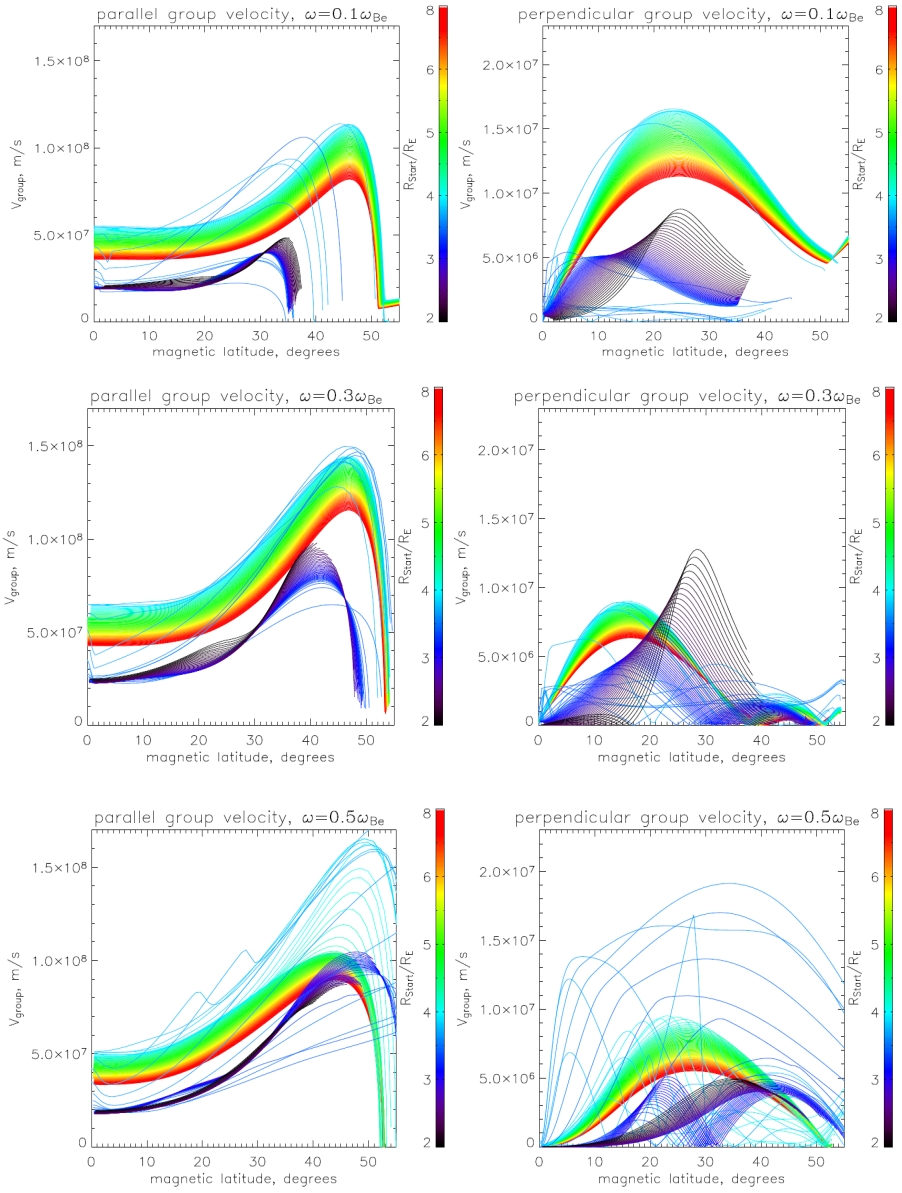

Fig. 4.4: Illustration de la vitesse groupe de différents rayons en fonction de la latitude λ pour des points de génération différents (couleur) et des fréquences de choeur de basse-bande différentes (lignes). La colonne de gauche représente la composante parallèle de la vitesse de groupe et la colonne de droite représente la composante perpendiculaire. Les rayons présentés dans cette figure sont générés parallèlement au champ magnétique ($\theta_0 = 0°$).

Or, nous avons vu qu'il est possible (dans un plasma froid) de relier la vitesse de groupe à la densité d'énergie moyenne $\overline{W}$ par l'Equ.2.70, on a donc $\overline{W} \propto 1/|\underline{v}_{gr}|$.

Ceci signifie que les ondes choeurs ont une amplitude qui diminue avec la latitude (pour $\lambda < 40°$), ce qui a d'ailleurs été observé par les statistiques de CLUSTER (Artemyev et al., 2012b), mais cette amplitude augmente fortement juste avant la réflexion magnétosphérique ($\lambda > 40°$). Or, les faibles fréquences ($0.1\Omega_{e,equ}$) sont en général réfléchies à plus basse latitude que les hautes fréquences (comme on peut le voir notamment sur la Fig.4.4), surtout pour les rayons ayant un fort θ_0 (sur la figure ne sont montrés que des rayons parallèles) qui peuvent être réfléchis à des latitudes relativement peu élevées $\sim 40 - 45°$. Ceci signifie qu'il est possible d'observer des ondes de faible fréquence ayant une forte amplitude à des latitudes où elles peuvent avoir une forte influence sur les électrons proches du cône de perte. Les simulations numériques permettent donc de donner une idée de la contribution relative des différentes fréquences dans les spectres d'énergie.

On peut aussi aisément remarquer deux populations distinctes de rayons, les rayons lancés hors de la plasmasphère (vert à rouge) et ceux lancés à l'intérieur de celle-ci (noir à bleu), dont le comportement est très différent, les rayons dans la plasmasphère étant réfléchis à plus basse latitude dû à la plasmapause. Les rayons (en bleu clair) lancés à proximité de la plasmapause (située à $\sim 4R_E$ ici) sont quant à eux largement perturbés. De plus, on note que les rayons lancés à de plus longues distances radiales possèdent des vitesses de propagation plus faibles que ceux lancés sur le bord externe de la plasmapause.

Pour illustrer cette fois-ci la divergence spatiale des paquets d'ondes décrite précédemment, la Fig.4.5 montre la dispersion spatiale des différentes trajectoires des rayons se propageant dans le plasma magnétosphérique, possédant les paramètres et le système de coordonnées décrits dans le chapitre précédent. Cette déviation des trajectoires est mesurée par rapport à la position de la ligne de champ (coquille) magnétique, i.e. dans chaque plan de latitude le système de coordonnées est centré sur $L = 5$. L'ensemble des rayons est lancé vers l'hémisphère nord, d'un point particulier de coordonnées $[5R_E, 0, 0]$ dans ce système, ce point étant donc situé à l'équateur magnétique (i.e. $L = 5$), à l'intérieur de la région où les choeurs sont supposés se trouver. Initialement ces rayons sont confinés dans un cône centré autour de la direction du champ magnétique local avec des paramètres initiaux $5° \leq \theta_0 \leq \theta_{res}$ et $-180° \leq \varphi_0 \leq 180°$. La distribution des trajectoires des rayons est donc symétrique selon l'axe Y car on néglige les variations de densité azimutales (grille de densité 2D). Les ondes sont des choeurs de basse-bande, i.e. leur fréquence varie

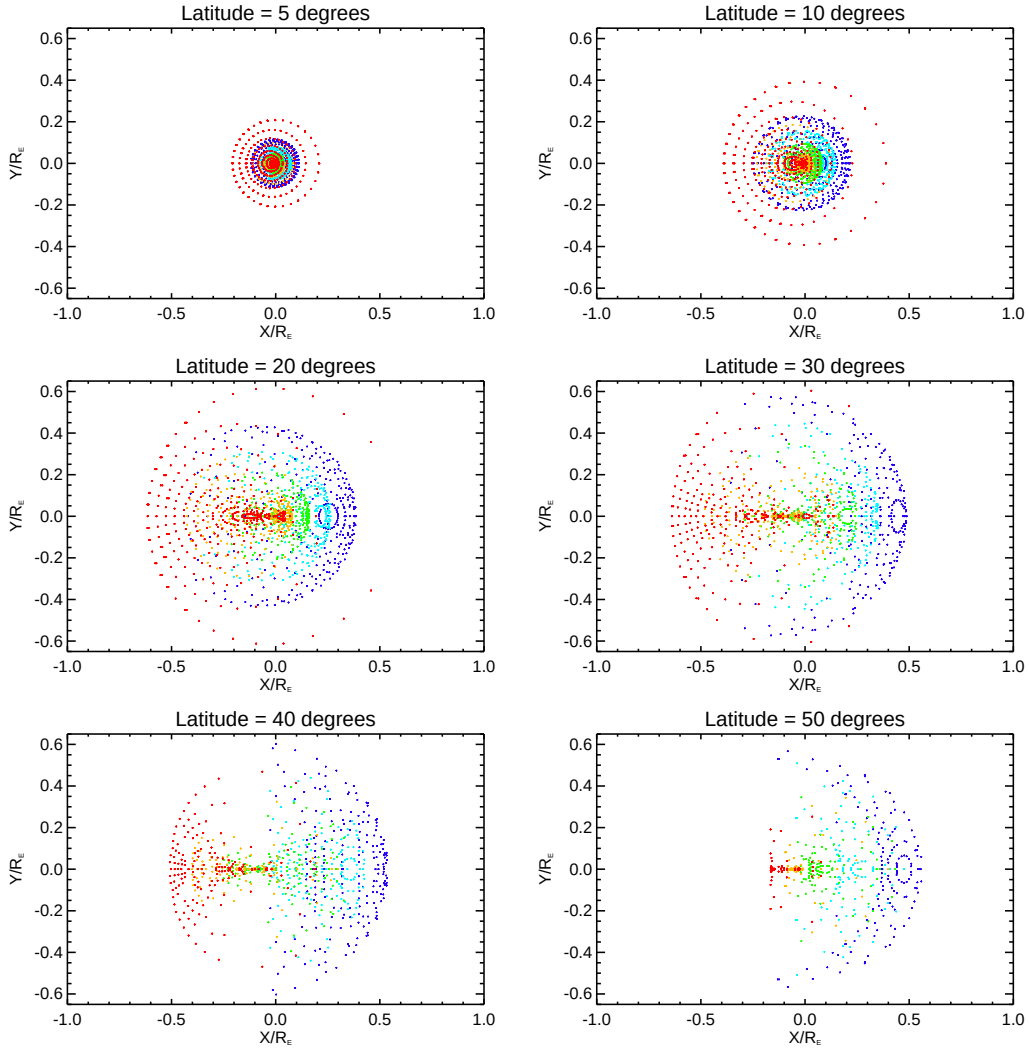

Fig. 4.5: Divergence spatiale $(X/R_E, Y/R_E)$ le long de la coquille magnétique $L = 5$ d'un paquet d'ondes choeur depuis l'équateur vers l'hemisphère nord, dans différents plans de latitude (ces plans sont décrits dans la Fig.4.6). Les couleurs représentent les différentes fréquences, ce paquet d'ondes étant aussi constitué de rayons de différents angles latitudinaux $5° \leq \theta_0 \leq \theta_{res}$ et azimutaux $-180° \leq \varphi_0 \leq 180°$. Cette divergence est donc incluse dans les statistiques réalisées à l'aide du code numérique.

de 0.1 à $0.5\Omega_{e,equ}$ avec un pas de $0.1\Omega_{e,equ}$. L'intersection de chaque trajectoire des différents rayons avec les plans de latitude est marquée par un point coloré en Fig.4.5, la couleur représentant la fréquence du rayon. La gamme des plans de latitude représentés va de $\lambda = 5°$ à $\lambda = 50°$. Une représentation schématique des

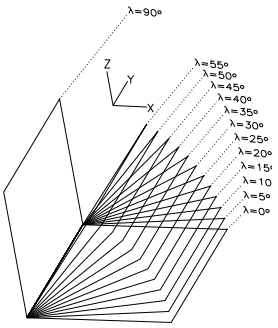

Fig. 4.6: Représentation schématique des différents plans de latitude utilisés dans cette étude, dans le système de coordonnées GSM.

plans latitudinaux interceptés par les rayons est montrée en Fig.4.6 par soucis de clarté. Dans cette figure les plans de latitude sont représentés de l'équateur magnétique ($\lambda = 0°$) jusqu'à $\lambda = 50°$ avec un pas de $\Delta\lambda 5°$.

D'après la Fig.4.5, les ondes de fréquence plus haute sont plus concentrées autour de $Y = 0$ et donc assez peu déviées en longitude par rapport aux ondes de plus basse fréquence, les ondes les moins déviées étant celles possédant une fréquence de $\sim 0.375\Omega_{e,equ}$. Les ondes de fréquence $0.1\Omega_{e,equ}$ sont les plus déviées, et réparties assez uniformément selon l'axe Y, formant à haute latitude ($\lambda > 40°$) une distribution annulaire. A l'inverse, la distribution des ondes de haute fréquence se réduit et se concentre vers $Y = 0$ avec l'augmentation de λ, les ondes étant amorties ou réfléchies à plus basse latitude ($\lambda < 50°$). Cependant, proche de l'équateur magnétique, on constate une population d'ondes de haute fréquence ($\omega = 0.4 - 0.5\Omega_{e,equ}$) qui est déjà assez fortement dispersée, atteignant $Y/R_E = 0.2$, alors que la majorité des rayons de cette fréquence est concentrée proche de l'équateur. Cette population est constituée d'ondes générées à proximité du cône de résonance θ_res, leur forte divergence étant due à la forme de la surface de résonance pour ces fréquences, comme démontré en Fig.4.7.

En effet, on peut constater sur cette figure que pour des fréquences élevées le cône de résonance est beaucoup plus prononcé et se trouve à des angles θ beaucoup plus faibles que pour des fréquences plus basses ($\theta_{res} \approx 85°$ pour $\omega = 0.1\Omega_{e,equ}$,

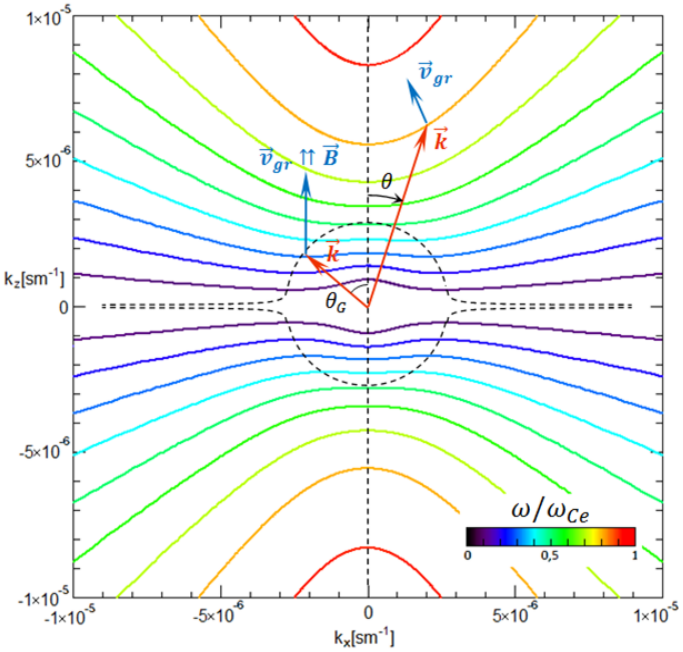

Fig. 4.7: Surfaces d'indice de réfraction calculées pour des paramètres typiques d'ondes de type choeur dans la magnétosphère interne ($L = 6$), à l'équateur magnétique. Les différentes couleurs indiquent les différentes fréquences, normalisées par rapport à la gyrofréquence équatoriale.

ici dénoté ω_{Ce}, contre $\theta_{res} \approx 55°$ pour $\omega = 0.5\Omega_{e,equ}$). De ce fait, la direction $\underline{v}_{gr}$ des rayons haute-fréquence possédant un angle $\theta \approx \theta_{res}$ s'éloigne très largement de celle du champ magnétique (voir partie droite de la figure), contrairement aux ondes basse-fréquence pour lesquelles la direction de propagation reste proche du champ magnétique même pour des valeurs de θ proches de θ_{res}. Cependant, comme le montre la Fig.4.5 ces ondes sont assez rapidement amorties (avant $\lambda = 30°$), surtout pour celles dirigées vers des X plus larges. Ces ondes correspondent à des $\underline{k}$ lancés initialement en direction de la Terre ($\varphi = 180°$). Comme nous le verrons plus tard, ces ondes sont les seules rares à voir leur angle θ diminuer avec l'augmentation de la latitude.

Enfin, on peut remarquer que toutes les ondes de haute fréquence ont tendance à se rapprocher plus rapidement de la Terre avec l'augmentation de la latitude et ce quelque soient les angles θ_0 et φ_0. En effet, cette tendance s'affirme avec l'augmentation de la latitude et surtout pour les ondes proches de $Y = 0$ ($\varphi = 0, 180°$), la différence de distance selon X entre ondes de basse et haute fréquence

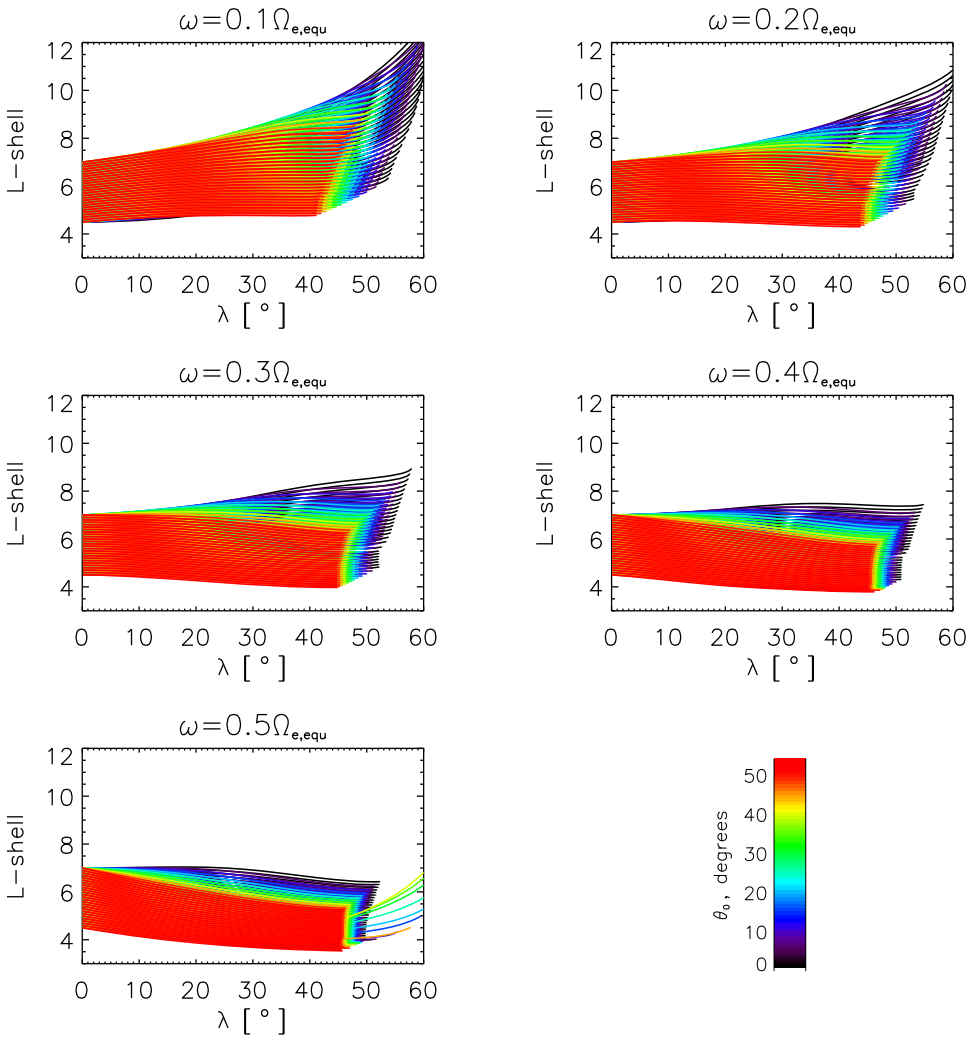

Fig. 4.8: Variations de L en fonction de la latitude pour des rayons, lancés initialement dans le sens opposé à la Terre ($\varphi = 0°$) à l'équateur, de différentes fréquences et de différents angles latitudinaux initiaux (en couleur).

atteignant ici $1R_E$. Cette tendance est très nette lorsque l'on regarde la dépendance de L avec la latitude, pour des rayons de différentes fréquences.

Ceci est tracé en Fig.4.8 pour des rayons lancés avec différents angles initiaux $0° \leq \theta_0 \leq 55°, \Delta\theta_0 = 5°$ par rapport au champ magnétique, pour des ondes choeurs de basse-bande $0.1 < \omega/\Omega_{e,equ} < 0.5$, avec un pas de $0.1\Omega_{e,equ}$. Les rayons sont lancés avec un angle azimuthal initial $\varphi_0 = 0°$, i.e. avec le vecteur d'onde dirigé vers des L plus élevés. La première tendance que l'on peut observer est que les rayons

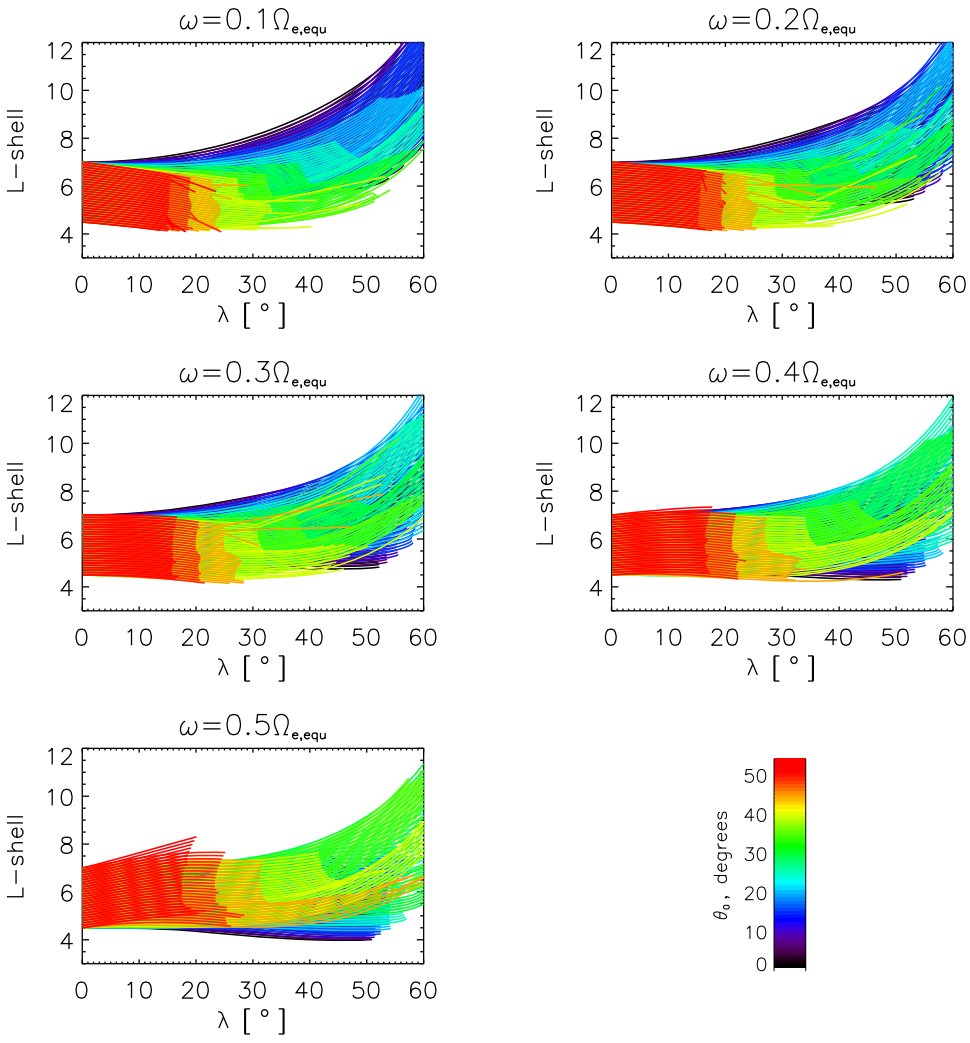

Fig. 4.9: Variations de L en fonction de la latitude pour des rayons, lancés initialement vers la Terre ($\varphi = 180°$) à l'équateur, de différentes fréquences et de différents angles latitudinaux initiaux (en couleur).

ayant un faible angle θ_0 se propagent à des L supérieurs aux rayons possédant des θ_0 élevés, et ce pour toutes les fréquences, surtout à haute latitude où la différence se fait réellement sentir. La déviation en L lors de la propagation est aussi flagrante entre les différentes fréquences, les faibles fréquences ayant tendance à se propager vers des L plus grands lorsque la latitude augmente, alors que les fréquences élevées ont plutôt tendance à se propager vers des L plus faibles, et ce pour tous les angles θ_0. Une exception apparaît pour $\omega = 0.5\Omega_{e,equ}$, lorsque les rayons d'angle θ_0 élevé

approchent la plasmapause, leur trajectoire peut être largement perturbée par le gradient de densité et se propager très vite vers des L plus grands, de sorte que les ondes ne peuvent pénétrer dans la plasmasphère. Les ondes les moins déviées en L sont, comme pour la déviation azimutale XY, les ondes de fréquence $\sim 0.375\Omega_{e,equ}$. Cependant, on constate que la position de départ L_0 des rayons n'influe que très peu sur leur trajectoire, excepté pour les rayons lancés à proximité de la plasmapause. Enfin on peut remarquer que la valeur de L des rayons tend en général à se stabiliser (i.e. L constant) à haute latitude, sauf pour les rayons de faible fréquence et θ_0, pour lesquels L augmente fortement juste avant la réflexion magnétosphérique.

Les tendances décrites dans le paragraphe précédent sont valables pour une bonne partie des angles azimutaux ($0° \leq \varphi_0 \leq 140°$) (non montrés dans ce travail). Cependant, lorsque l'orientation de $\underline{k}$ approche de la direction de la Terre (ici pour $\varphi_0 \geq 140°$), la dépendance de L en fonction de λ change complètement et ces tendances ne sont plus valides. La Fig.4.9 démontre ce changement pour les mêmes rayons que la Fig.4.8 mais orientés initialement vers la Terre, i.e. $\varphi_0 = 180°$. Tout d'abord, la différence flagrante intervient pour les rayons ayant un θ_0 élevé. En effet, les rayons de fréquence élevée voient cette fois leur L augmenter avec la latitude et vice-versa, la tendance est donc inversée par rapport à $\varphi_0 = 0°$. De même, on constate que leur trajectoire est plutôt chaotique, contrairement aux trajectoires lisses en Fig.4.8, même pour des rayons éloignés de la plasmapause. En outre, leur "durée de vie" est plutôt courte puisqu'ils sont généralement amortis avant les latitudes moyennes ($\lambda \approx 30°$), et ne sont donc pas réfléchis dans la magnétosphère. Pour les rayons de θ_0 faible ($\theta_0 \leq 20°$), la tendance au contraire change très peu par rapport à φ_0. En effet, pour des fréquences faibles L augmente toujours avec la latitude, et diminue pour des fréquences élevées. En revanche, le changement est flagrant pour les angles $20° \leq \theta_0 \leq 40°$, pour lesquels on remarque que L augmente très fortement pour toutes les fréquences considérées et peuvent même atteindre des latitudes très élevées ($\lambda > 60°$) notamment pour $\omega = 0.5\Omega_{e,equ}$.

Toutefois, il est clair d'après les Fig.4.8 et 4.9 que la réflexion magnétosphérique des ondes sources générées à l'équateur s'effectue généralement à haute latitude ($\lambda > 45°$), et certains rayons atteignent même $\lambda = 65°$. Ainsi, une grande partie des ondes choeurs source est présente à haute latitude. Les rayons initialement quasi-parallèles à $\underline{B}$ sont réfléchis à plus haute latitude ($\lambda > 50°$), excepté pour des valeurs de $\varphi_0 = 180°$ où les rayons pour lesquels $20° \leq \theta_0 \leq 40°$ sont réfléchis à la plus haute

latitude. De manière générale, plus L augmente avec la latitude, plus le rayon est réfléchi "loin" (à plus haute latitude) dans la magnétosphère. La fréquence hybride-basse étant proportionnelle à Ω_e, et celle-ci augmentant avec les λ croissants, alors la valeur pour laquelle $\omega_{LH} = \omega$, qui est le seuil à partir duquel l'onde peut être réfléchie, possède une latitude plus élevée pour une valeur de L plus élevée (voir Chum and Santolík, 2005).

La divergence de tous les rayons par rapport aux lignes de champ magnétique indique que les ondes initialement parallèles à celui-ci développent une composante perpendiculaire $k_\perp$ lors de leur propagation. La Fig.4.10 montre l'évolution de l'angle θ des rayons avec la latitude, pour un ensemble de rayons lancés de la position de coordonnées $[5R_E, 0, 0]$ vers l'hémisphère nord. Les différents angles θ_0 des rayons sont représentés en couleur, tandis que l'angle $\varphi_0 = 0°$ est représenté en lignes pleines et $\varphi_0 = 180°$ en tirets. Les rayons de $\varphi_0 = 0°$ développent bien une composante perpendiculaire $k_\perp$ très rapidement, si bien que tous ces rayons ont déjà une propagation très oblique ($\theta > 60°$) à environ $\lambda = 20°$. Les plus grands θ_0 atteignent le point de réflexion $\theta = 90°$ plus rapidement pour toutes les fréquences, cette augmentation de θ étant assez linéaire pour tous les rayons. Cependant elle est plus rapide pour les θ_0 faibles, si bien que l'on retrouve une concentration des θ vers $\lambda \approx 30°$, surtout pour les fréquences élevées. Les rayons lancés en direction de la Terre ($\varphi_0 = 180°$), quant à eux, voient leur angle θ diminuer avec les λ croissants, puis réaugmenter lorsqu'ils deviennent parallèles au champ magnétique. Ayant initialement leur vecteur d'onde dirigé vers la Terre, ce comportement montre que tous les $\underline{k}$ pivotent dans le sens opposé à la Terre lors de la propagation vers les hautes latitudes, quel que soit l'angle φ_0. De ce fait, les rayons pour lesquels $\varphi_0 = 180°$ et θ_0 est faible peuvent quand même atteindre le point de reflexion, mais une bonne partie ($\theta_0 >\approx 30°$) des rayons sont amortis avant et ne peuvent être réfléchis, surtout pour les faibles fréquences pour lesquelles seuls les angles très faibles ($< 10°$) peuvent subir une réflexion. De plus, contrairement aux rayons de $\varphi_0 = 0°$, ces rayons lancés en direction de la Terre peuvent se retrouver parallèles au champ magnétique jusqu'à des latitudes moyennes, $\underline{k}$ se dirigeant progressivement dans le sens opposé de la Terre durant la propagation, cela étant dû à la courbure des lignes de champ magnétique. Cette population d'ondes est observée se propageant de façon quasi-parallèle jusqu'à $\lambda \approx 10 - 15°$. Ce phénomène est discuté dans la section suivante.

Ces derniers résultats montrant la différence de comportement des ondes choeurs

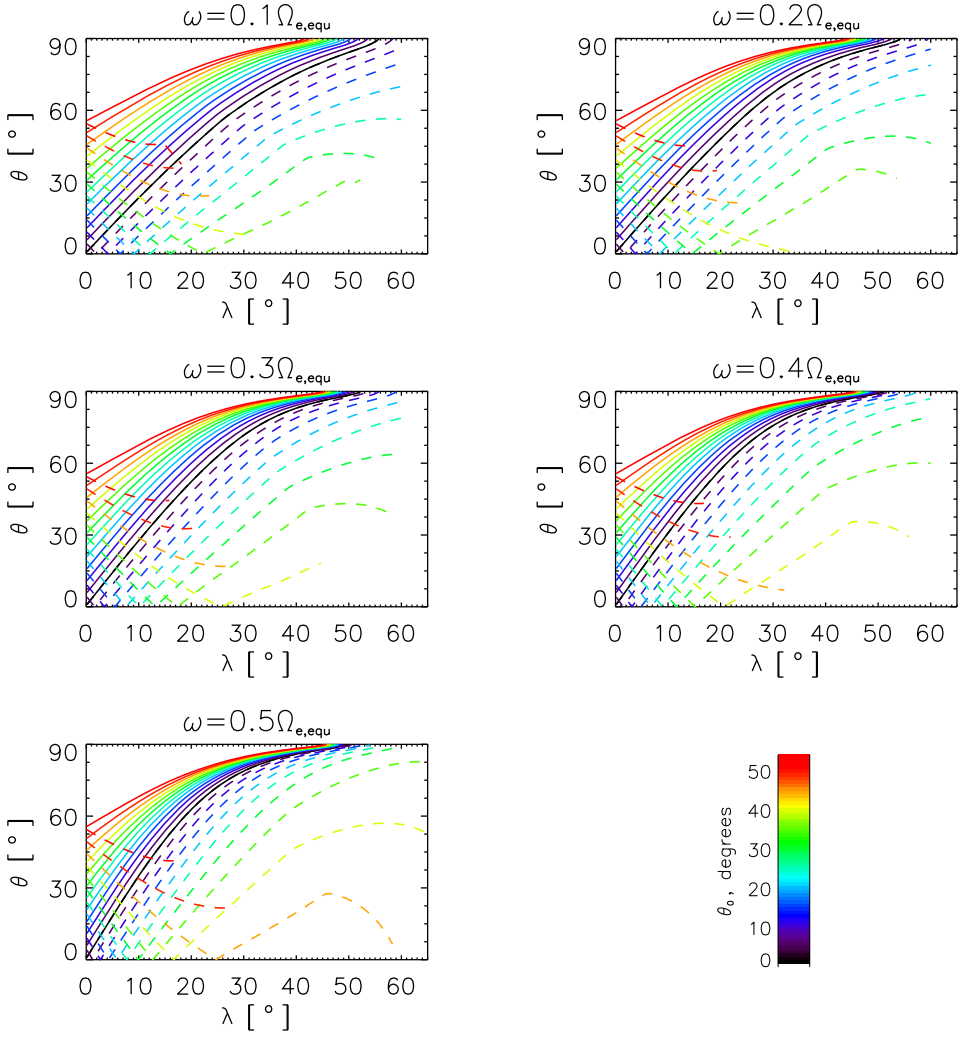

Fig. 4.10: Variation de θ en fonction de la latitude pour des rayons, lancés depuis l'équateur ($L = 6$), de différentes fréquences et de différents angles θ_0 (en couleur). Les tirets représentent les rayons lancés initialement vers la Terre ($\varphi_0 = 180°$) et les lignes solides représentent les rayons initialement lancés dans la direction opposée ($\varphi_0 = 0°$).

en fonction de leur angle azimutal initial peuvent avoir de fortes conséquences sur les distributions des différents paramètres des ondes choeurs magnétosphériques. En effet, en fonction de la distribution en angle azimutal initial de ces ondes, le comportement global de la propagation des ondes peut être différent et donc impacter les distributions de ces ondes à toutes les latitudes. Or, aucune distribution statistique des angles azimutaux n'a encore été réalisée à notre connaissance. Ce-

pendant, l'évolution de l'angle θ en fonction de la latitude pour la plupart des rayons ($0° \leq \varphi_0 \leq 140°$) est similaire au comportement statistique observé par les satellites, i.e. propagation quasi-perpendiculaire pour $\lambda > 30°$, il semble donc possible de reconstruire ces propriétés statistiques en utilisant les simulations numériques. Il est d'abord crucial de pouvoir modéliser correctement les caractéristiques statistiques de la région source des ondes choeurs.

4.3 Distributions des ondes choeurs

Le but de cette section est la reconstruction de la distribution statistique de la direction du vecteur d'onde des ondes choeurs dans la magnétosphère interne, de telle sorte qu'elle soit comparable aux observations satellite de CLUSTER (Breuillard et al., 2012b). Pour ce faire, la distribution de la puissance d'onde (densité d'ondes) de ces ondes doit être définie de façon réaliste dans la région source des choeurs, supposée à l'équateur magnétique. Dans cette section, nous montrons tout d'abord comment il est possible de reproduire ces distributions en utilisant le code décrit précédemment, puis nous présentons les résultats obtenus par simulation numérique et leur comparaison avec les statistiques obtenues par analyse de 11 ans de données des satellites de la mission CLUSTER (Agapitov et al., 2012). Notons ici que nous présentons ces résultats uniquement pour les choeurs de basse-bande, car la gamme de fréquence de l'instrument STAFF-SA ne peut pas complètement, couvrir la gamme de fréquence entière des choeurs de haute-bande (Agapitov et al., 2011a). De plus, comme précisé plus haut, les choeurs de haute-bande sont généralement largement moins intense que les choeurs de basse-bande (Meredith et al., 2001; Haque et al., 2010). Cependant, le code numérique peut bien sûr être appliqué aux choeurs de haute-bande, dans la limite de l'approche linéaire.

4.3.1 Modélisation de la source des choeurs

Le code ne prenant pas en compte les mécanismes de génération des ondes choeurs (discutés en Section 1.2.4), il est donc primordial de déterminer les caractéristiques de la région source de ces ondes, ces propriétés statistiques servant ainsi de conditions initiales à la propagation numérique des ondes dans la magnétosphère. Pour représenter ces distributions statistiques, nous avons précalculé à l'aide du code

numérique de nombreuses trajectoires de rayons dans la magnétosphère interne, en termes de L, λ et ϕ. Ensuite cette distribution de rayons a été proprement pondérée en terme de L, θ et ω à l'équateur magnétique, pour reproduire les propriétés de la région source des choeurs décrite en Section 1.2.4. La distribution de la puissance d'onde est décrite par la fonction $G(\omega, \theta, \varphi)$, où θ, φ décrivent l'orientation du vecteur d'onde (de fréquence ω) dans le système aligné au champ magnétique, représenté en Fig.3.4 (voir la méthode de la fonction de distribution d'onde (WDF) introduite par Storey and Lefeuvre (1974)).

A l'aide du code décrit en Section 3, nous avons donc réalisé une base de données d'environ 60 000 trajectoires d'ondes de type sifflement générées à l'équateur magnétique vers l'hémisphère Nord, et réfléchies à haute latitude. Notons ici que par soucis de rapidité de temps de calcul, les trajectoires sont volontairement arrêtées après leur première réflexion magnétosphérique, lorsqu'elles croisent le plan équatorial. Ceci est justifié par le fait que la puissance d'onde des rayons réfléchis est largement atténuée lorsque ceux-ci reviennent à l'équateur, et est discuté en détail dans le chapitre suivant.

Le but de ce travail étant de présenter les comparaisons des distributions statistiques observées et simulées pour les valeurs les plus probables des paramètres de densité et d'ondes choeurs, nous décrivons et justifions ici l'utilisation de ces paramètres précis dans la base de données. En se basant sur la Fig.4.1, les paramètres de densité ont été choisis pour reproduire la région typique d'occurrence (12 :00≤MLT≤06 :00) pour un niveau d'activité magnétosphérique ($3 < K_p < 5$) durant lequel le maximum d'activité des ondes choeurs est observé. D'après ces données de CLUSTER (Agapitov et al., 2011a), en première approximation la distribution des vecteurs d'ondes peut être supposée indépendante du MLT, et la distribution expérimentale est donc moyennée sur le secteur matin/jour (02 :00≤MLT≤14 :00). Cependant, le profil méridien de densité de plasma change avec le MLT, il convient donc de lui fixer une valeur pour la simulation numérique. Les paramètres choisis pour ce travail sont donc MLT=09 :00 et $K_p = 4.0$, la date choisie étant le 7 septembre 2002, à 00 :30 UT. La gamme de L est choisie égale à celle utilisée pour traiter les données expérimentales ($4.5 \leq L \leq 7.0$). De ce fait, à n'importe quelle latitude, les coordonnées des rayons qui entrent ou sortent de cette région de l'espace ne sont pas prises en compte dans les simulations. Ceci peut avoir son importance lorsque la divergence spatiale des rayons est grande, notamment lors de la réflexion

magnétosphérique, comme il est démontré plus loin.

Les paramètres initiaux des ondes sont aussi basés sur les distributions observées des ondes choeurs, décrites en Section 1.2.4. Les rayons sont donc générés à l'équateur dans la gamme $4.5 \leq L_0 \leq 7.0$, avec un pas $\Delta L_0 = 0.1$. A chaque point de départ L_0, on lance un ensemble de rayons de fréquences $0.1\Omega_{e,equ} \leq \omega \leq 0.5\Omega_{e,equ}$, espacées par un intervalle $\Delta\omega = 0.05\Omega_{e,equ}$, pour reproduire la gamme de fréquence des ondes choeurs de basse-bande. L'obliquité tridimensionnelle des ondes choeurs est représentée par les angles θ et φ, comme représenté en Fig.3.4. Pour chaque L_0 et ω, la gamme d'angles azimutaux initiaux est choisie égale à $-180° \leq \varphi_0 \leq 180°$ avec $\Delta\varphi_0 = 10°$. Puisque l'angle θ_{res} du cône de résonance est dépendant de la fréquence de l'onde en question, la gamme $0° \leq \theta_0 < \theta_{res}$ d'angle latitudinaux initiaux θ_0 est non uniforme. Par exemple, elle varie ici de $0° \leq \theta_0 \leq 80°$ pour une onde de fréquence $\omega = 0.1\Omega_{e,equ}$ à $0° \leq \theta_0 \leq 55°$ pour une onde de fréquence $\omega = 0.5\Omega_{e,equ}$. L'intervalle entre chaque θ_0 est $\Delta\theta_0 = 5°$.

Cette distribution de rayons est donc prise uniforme en terme de ω et aussi en terme de L_0 et θ_0 pour chaque fréquence ω. Or, comme nous avons vu dans la Section 1.2.4, la distribution de la puissance d'onde en fréquence des ondes observée n'est pas uniforme mais est supposée gaussienne (avec un maximum à $\omega \approx 0.34\Omega_{e,equ}$) d'après les mesures de OGO5 (Burtis and Helliwell, 1976; Tsurutani and Smith, 1977), cette approximation ayant été largement utilisée avec succès dans de nombreuses études (voir par exemple Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Bortnik et al., 2011b; Artemyev et al., 2012a, et les références s'y trouvant). De plus, de récentes analyses des mesures de CLUSTER (Agapitov et al., 2012) indiquent que la distribution gaussienne en fréquence est une approximation plutôt fidèle et est en tous cas suffisante pour le traçage de rayons. De même, d'après la Fig. 4.1e, la distribution de la puissance d'onde en fonction de L n'est pas non plus uniforme mais proche d'une gaussienne avec un maximum pour $L_0 \approx 6.5$ (voir aussi Li et al., 2011a). Enfin, d'après la Fig.4.2e, la distribution de puissance d'onde équatoriale en terme de θ_0 n'est pas non plus uniforme, ni gaussienne, mais comporte un maximum à $\theta_0 \approx 15°$.

Il est donc nécessaire, pour représenter correctement la région source des choeurs, de pondérer les différentes distributions aux points d'injection. Cette pondération est divisée comme nous l'avons vu en trois composantes individuelles représentant la dépendance en L_0, θ_0 et ω. Les composantes de la fonction poids utilisées pour L_0 et

ω sont donc des fonctions gaussiennes, et pour θ_0 nous utilisons comme composante une fonction $h_0(\theta_0)$ qui est simplement une section transversale de la distribution expérimentale présentée en Fig.4.2e, pour $\lambda = 0°$ et $0° < \theta_0 < 90°$.

En conséquence, chaque rayon est pondéré avec une intensité donnée par la fonction suivante :

$$g(\theta_0, L_0, \omega) = h_0(\theta_0) \exp\left[-\frac{(L_0 - 6.5)^2}{2\,(1.7)^2}\right] \times \exp\left[-\frac{(\omega - 0.34\Omega_{e,equ})^2}{2\,(0.15\Omega_{e,equ})^2}\right], \tag{4.1}$$

où l'indice 0 dénote la valeur initiale (équatoriale).

Notons que la distribution de la puissance d'onde selon l'angle azimutal initial φ_0 est considérée ici comme uniforme, puisque aucune distribution expérimentale n'est disponible, cependant nous allons voir dans la section suivante que cette approximation semble suffisante.

4.3.2 Propagation et reconstruction des distributions du vecteur d'onde

Une fois la distribution de la puissance d'onde des choeurs définie dans la région source, les trajectoires de toutes les ondes de notre base de données décrite dans la section précédente sont calculées dans le modèle réaliste de magnétosphère interne par le code décrit dans le Chapitre 3. Faisant usage de notre base de données de trajectoires, la fonction (4.1) pondérant chacune d'elle, il est alors possible de reconstruire en toute région de l'espace les distributions statistiques observées de la direction de propagation de ces ondes, pour les paramètres de densité et d'ondes les plus probables. Les résultats de cette reconstruction sont présentés dans cette section.

Tout d'abord, il est nécessaire de vérifier de façon statistique les tendances observées dans la section précédente, notamment la propension du vecteur $\underline{k}$ à se tourner dans le sens opposé à la Terre ($\varphi = 0°$) lors de la propagation des rayons dans la magnétosphère interne. Pour cela, la Fig.4.11 présente une comparaison de la distribution statistique de l'angle ψ en fonction de λ. L'angle ψ est défini comme l'angle

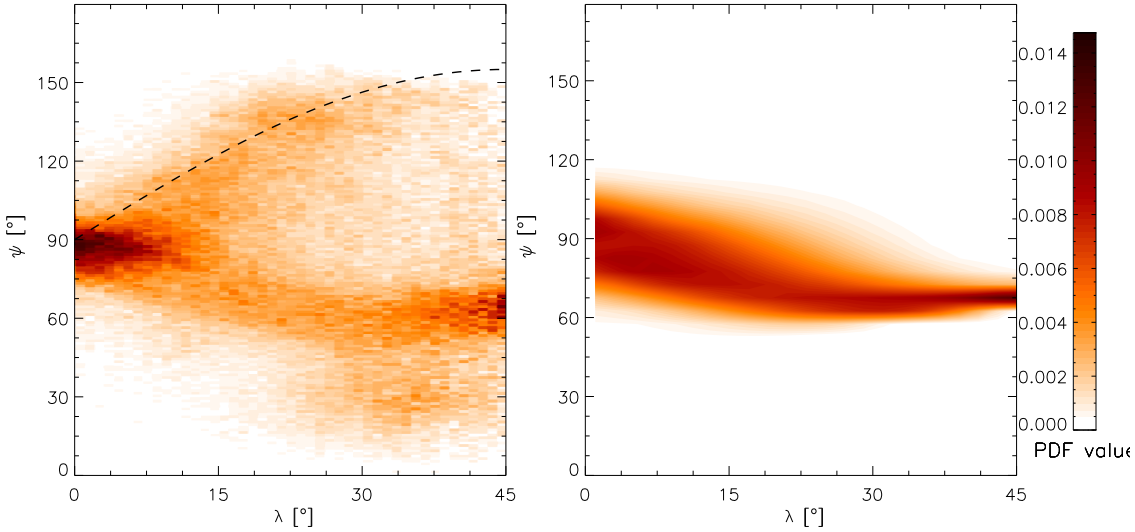

Fig. 4.11: Fonction de densité de probabilité de l'angle ψ en fonction de la latitude, obtenue par les statistiques (2001-2010) de CLUSTER STAFF-SA (à gauche) et par notre base de données de trajectoires de rayons (à droite) pondérée par l'Equ.(4.1). La direction du champ magnétique est représentée par la ligne pointillée noire. D'après Breuillard et al. (2012a).

entre le vecteur $\underline{k}$ et le vecteur $\underline{r}$ (voir Fig.3.4). Ainsi, si ψ est un angle obtus, alors $\underline{k}$ est dirigé vers la Terre ($\varphi = 180°$), et inversement. Dans le panneau de gauche est montrée la distribution obtenue avec les dix ans de données CLUSTER, les paramètres étant les mêmes que pour la Fig.4.2. Dans le panneau de droite, est montrée la distribution obtenue par simulation numérique, en utilisant la base de données et la fonction poids décrites dans la section précédente.

Dans la région proche de l'équateur ($\lambda \approx 0°$), on constate dans les deux cas que la distribution est centrée sur $\psi \approx 90°$, ce qui correspond aux rayons initialement parallèles au champ magnétique. L'étalement de la distribution autour de $\psi = 90°$ représente les ondes initialement lancées vers la Terre ($\psi > 90°$) et les ondes lancées initialement en direction opposée ($\psi < 90°$). Cette distribution initiale est étalée principalement jusqu'aux angles $\psi = 75 - 105°$, étant donné que le maximum de la distribution en θ_0 présente un maximum à $\theta_0 \approx 15°$. Lorsque λ augmente, on observe dans les deux cas une forte distribution qui voit son angle ψ diminuer lentement jusqu'à $\lambda \approx 15°$. Cependant, pour $15° < \lambda < 30°$, on observe dans les données satellite (à gauche) deux populations différentes, comme montré en Fig.4.2. Une

première population d'ondes voit son angle ψ diminuer, et donc se propage de façon oblique ($\underline{k}$ se tourne vers le côté opposé à la Terre) très rapidement, puis l'angle ψ devient constant à partir de $\lambda \approx 25°$, dans les deux figures on observe un plateau avec le maximum de la distribution de cette population d'ondes obliques se situant à $\psi \approx 65°$ pour $\lambda > 30°$. Cependant, la deuxième population d'ondes, quasi-parallèle à $\underline{B}_0$ (ligne pointillée) comme montré en Fig.4.2, possède un angle $90° < \psi < 150°$, puis cette population est très amortie pour des latitudes $\lambda > 30°$.

D'après la Fig.4.11, on peut voir que la première population d'ondes choeur est très bien reproduite par nos simulations numériques (à droite), les distributions numériques et observées étant quasiment identiques, le maximum atteignant une valeur moyenne $\psi_m \approx 65°$ à haute latitude, dû à la courbure des lignes de champ magnétique. La distribution est plus forte aux latitudes moyennes dans nos simulations, ceci étant dû à l'amortissement Landau des ondes choeur par les électrons énergétiques dans la magnétosphère interne, qui ne sont pas inclus dans le code. La deuxième population d'ondes (quasi-longitudinales) n'est quant à elle pas reproduite par la technique de traçage de rayons, cependant il est possible d'expliquer cette population par la combinaison de l'amplification d'ondes quasi-parallèles et l'amortissement d'ondes obliques à ces latitudes. Ces deux derniers points sont discutés dans la Section 6.

Ce résultat montre donc la propension de tous les vecteurs d'ondes choeur à se tourner vers l'extérieur de la Terre, dû à la courbure des lignes de champ magnétique. Il démontre aussi l'importance de l'angle azimutal sur la propagation des ondes, en effet la population d'ondes quasi-parallèle semble être constituée des ondes initialement dirigées vers la Terre (ce que nous montrons ensuite). Cette technique de traçage de rayons, ainsi que ce modèle de magnétosphère interne, semblent donc être fiables pour reproduire la trajectoire de la majorité des choeurs, puisque le code est capable de reproduire les caractéristiques statistiques de la direction de propagation de la majorité des choeurs jusqu'à de hautes latitudes ($\lambda = 45°$, les données de CLUSTER n'étant plus utilisables au-delà de cette valeur).

La Fig.4.12 montre la distribution statistique de l'angle $|\theta|$ en fonction de λ, toujours en utilisant notre base de données de trajectoires pondérées par la fonction poids donnée par l'Equ.(4.1). On peut voir dans la Fig.4.12 que l'angle θ des rayons directs (i.e. pour lesquels $0° \leq \theta \leq 90°$) tend rapidement vers le cône de résonance ; la valeur maximum de départ de la distribution étant d'environ $\theta_{max} \approx 15°$, puis

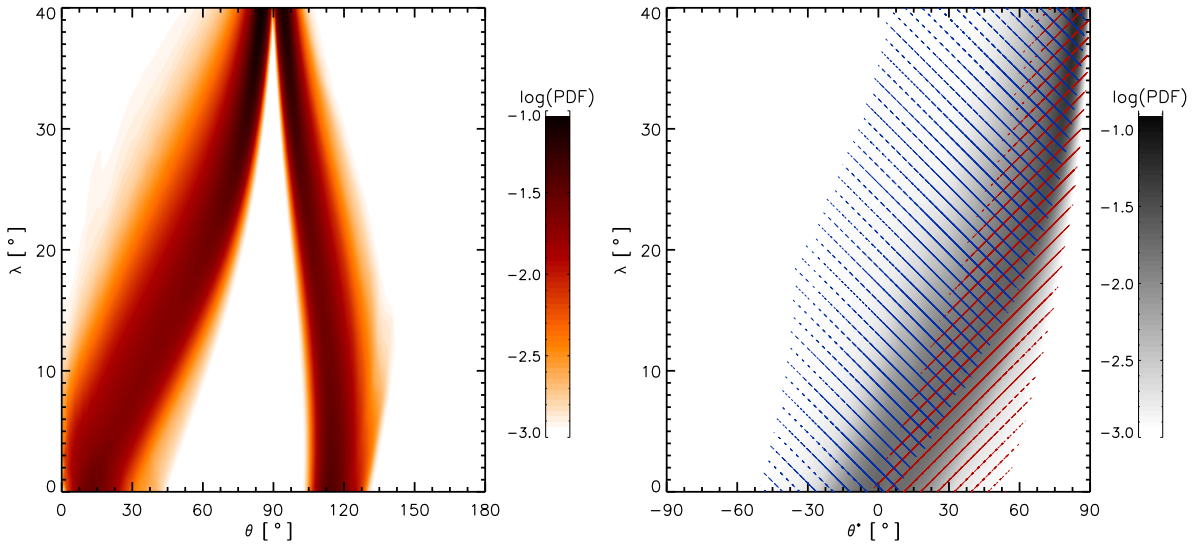

Fig. 4.12: Fonction de densité de probabilité, en fonction de la latitude λ, de la valeur absolue de l'angle θ pour les rayons directs et réfléchis (panneau de gauche), et de la valeur de θ^* pour les rayons directs seulement (panneau de droite). Les lignes de couleur dans le panneau de droite indiquent les deux populations différentes de rayons pour lesquels $90° < \varphi_0 < 180°$ (en bleu) et $0° < \varphi_0 < 90°$ (en rouge). L'épaisseur des lignes correspond à l'intensité de la distribution de chaque population de rayons. Ces distributions sont obtenues par nos simulations numériques, en utilisant l'Equ.(4.1) comme fonction poids initiale (figure modifiée de Breuillard et al. (2012b) et Breuillard et al. (2012a)).

égal à $\theta_{max} \approx 60°$ pour $\lambda = 20°$, et atteignant presque $80°$ pour $\lambda = 30°$. Le comportement des rayons directs de la distribution obtenue par simulation numérique est donc cohérent avec la population des ondes obliques de la distribution expérimentale présentée en Fig.4.2e (Agapitov et al., 2012), reproduites également par le code en Fig.4.11. L'intensité de la population quasi-parallèle en Fig.4.2e n'est pas reproduite, mais on peut cependant remarquer dans les distributions obtenues par simulation qu'une petite population d'ondes reste quasi-parallèle ($\theta < 30°$) au champ magnétique jusqu'à des latitudes $\lambda \approx 25 - 30°$. L'intensité de la population quasi-parallèle est très faible par rapport à l'intensité observée en Fig.4.2e, mais elle peut être modifiée par l'amplitude des ondes qu'elle contient, comme nous allons le voir. La Fig.4.12 montre aussi que la distribution équatoriale des rayons réfléchis dans la magnétosphère (pour lesquels $90° \leq \theta \leq 180°$) est très concentrée autour de

$\theta \approx 120°$. Or on observe aussi un pic de la distribution observée en Fig.4.2k et 4.2l du côté jour pour cette valeur de θ, ce qui indique que ce pic dans la distribution observée est constitué de rayons réfléchis.

Le panneau de droite en Fig.4.12 montre la distribution, pour les ondes directes, de l'angle θ^* en fonction de la latitude, avec $\theta^* = \theta \cos\varphi$. Ainsi, les rayons initialement lancés vers la Terre ($90° < \varphi_0 < 180°$) possèdent un angle θ^* négatif (en bleu), et les rayons lancés en direction inverse ($0° < \varphi_0 < 90°$) possèdent un θ^* positif (en rouge). On peut remarquer d'après cette figure que les rayons s'inclinent tous plus ou moins rapidement du côté opposé à la Terre, comme décrit dans la Fig.4.11, aucun rayon n'étant dirigé vers la Terre lors de la réflexion magnétosphérique. Ce phénomène a plusieurs conséquences, que démontre la Fig.4.12 (panneau de droite). Tout d'abord, on constate dans nos simulations que beaucoup de rayons initialement lancés vers la Terre et peu inclinés ($\theta_0 \leq 15°$) "croisent" la direction du champ magnétique pour $\lambda \leq 15°$, ce qui explique la forte population d'ondes quasi-parallèles observée à ces latitudes. La majorité de la population des ondes est quant à elle constituée du recoupement des deux populations d'ondes, particulièrement pour les plus hautes latitudes. Les rayons pour lesquels $\theta_0^* > 0°$ sont plus concentrés et atteignent naturellement plus rapidement le cône de résonance, ils contribuent donc à la majorité de la distribution des ondes, ce qui peut être constaté par l'épaisseur des traits dans la figure. L'importance de la distribution de la puissance d'onde selon φ_0 est discutée en Section 4.5 (voir aussi Breuillard et al. (2012a)). On remarque aussi dans la Fig.4.12 une faible population (visible ici uniquement en échelle logarithmique) d'ondes quasi-parallèles pour $\lambda > 15°$ qui est uniquement constituée de rayons fortement inclinés vers la Terre initialement.

Or, en Fig.4.2d, nous avons vu que pour les souffles plasmasphériques, la population d'ondes quasi-parallèles hors de l'équateur est aussi très faible. Ces souffles ont les mêmes propriétés de propagation que les choeurs, puisque ce sont aussi des ondes de type sifflement, même si leur fréquence est légèrement différente. On constate d'ailleurs que la distribution obtenue par nos simulations numériques, présentée en Fig.4.12 est similaire à celle des souffles, montrée en Fig.4.2d. Quantitativement, en Fig.4.13 est présentée la comparaison entre la valeur moyenne θ_m et la variance θ_w de ces deux distributions. On constate dans cette figure que la valeur moyenne des observations est bien reproduite par nos simulations en fonction de la latitude. La variance est elle assez bien reproduite, même si il existe une différence aux latitudes

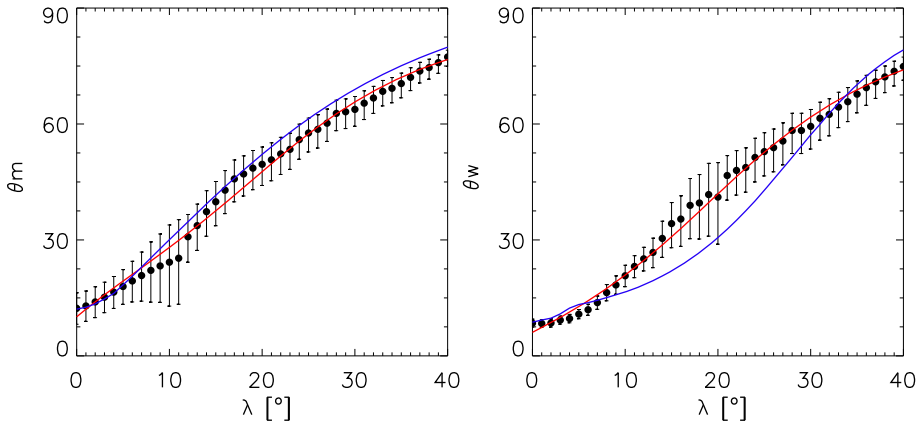

Fig. 4.13: Valeur moyenne θ_m (panneau de gauche) et variance θ_w (panneau de droite) de la distribution de θ pour les souffles plasmasphériques, en fonction de la latitude magnétique. Cette figure montre la comparaison quantitative entre les valeurs obtenues des distributions statistiques (voir Fig.4.2d) de CLUSTER STAFF-SA (cercles), leur ajustement (ligne rouge) et nos simulations numériques (ligne bleue).

moyennes, cette différence étant néanmoins comparable aux incertitudes déduites des observations. Le bon accord entre les deux distributions, à la différence de la distribution des choeurs, peut être expliqué par les effets des électrons énergétiques sur l'amplitude des ondes. En effet, dans la plasmasphère les flux d'électrons énergétiques étant très faibles (e.g. Bell et al., 2002), l'amplitude des ondes est très faiblement amortie ou amplifiée, et donc la distribution des ondes de type sifflement est faiblement impactée et apparaît similaire à celle obtenue par les simulations. Les faibles différences observées entre simulations et observations peuvent être dues au faible impact de ces électrons énergétiques (particulièrement pour $4 < L < 5$), ainsi qu'à la faible différence de fréquence entre ces ondes. Ce résultat montre donc que notre code de traçage de rayons est capable de reproduire correctement les propriétés statistiques de la propagation des ondes de type sifflement dans la plasmasphère à toutes les latitudes. Nos simulations, dans lesquelles les populations d'électrons suprathermiques sont absentes, permettent donc de calculer avec précision la propagation des siffleurs dans le plasma thermique de la magnétosphère interne (i.e. en l'absence des effets d'amortissement et d'amplification).

Cependant, les ondes de type choeur étant situées hors de la plasmasphère où

les flux d'électrons énergétiques sont beaucoup plus intenses, leur distribution de vecteur d'onde est impactée par ceux-ci. Cet impact des électrons suprathermiques, qui est calculé dans la section suivante et discuté en Section 4.5, doit donc être pris en compte pour reproduire correctement les distributions observées d'ondes de type choeur dans la ceinture de radiation externe.

Dans la suite, nous utilisons non plus θ mais $X = \tan\theta$ comme paramètre puisqu'il est largement utilisé comme donnée d'entrée pour le calcul des coefficients de diffusion (Lyons et al., 1971). En effet ces paramètres sont utilisés, pour représenter la distribution des vecteurs d'ondes, dans les calculs des taux de diffusion angulaire (coefficients de diffusion) des électrons énergétiques (voir par exemple Horne et al., 2005a; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Shprits, 2009; Artemyev et al., 2012a, et les références s'y trouvant). Cette distribution de vecteurs d'ondes y est décrite sous la forme d'une fonction gaussienne de la forme exprimée en Equ.2.79, où l'on utilise la variable X en tant que paramètre avec X_m la valeur moyenne et X_w la variance. Dans la plupart des travaux de modélisation cités juste au-dessus, l'approximation quasi-longitudinal (i.e. $X_m = 0$ et $X_w = cstant$) est utilisée dans le calcul des coefficients de diffusion (voir Section 4.4). Or notre modèle numérique ainsi que les statistiques de CLUSTER (Agapitov et al., 2012) semblent montrer que la valeur moyenne de l'angle θ augmente assez fortement avec la latitude, ce qui rendrait cette approximation invalide. Cette différence dans les distributions de $\underline{k}$ est connue pour être très importante pour l'évaluation des taux de diffusion angulaire et peut mener à sous-estimer ces taux, particulièrement pour les électrons possédant un faible angle d'attaque, qui passent une large part de leur temps à osciller à haute latitude, le long des lignes de champ magnétique (Artemyev et al., 2012a,b; Mourenas et al., 2012).

Quantitativement, les variations des paramètres X_m et X_w avec la latitude obtenues par CLUSTER et par nos simulations sont montrées en Fig.4.14 (respectivement indiquées par des cercles et par des lignes solides) jusqu'à de larges ($\lambda \leq 40°$) latitudes magnétiques. Il faut noter ici que les distributions sont montrées pour des valeurs $\lambda \leq 40°$, puisque les données expérimentales pour des latitudes plus élevées ne sont pas suffisantes pour réaliser des analyses statistiques fiables. La fonction poids décrite par l'Equ.(4.1) est ici aussi appliquée à la distribution initiale de rayons de notre base de données pour reproduire les distributions équatoriales observées. Pour déduire X_m et X_w des distributions numériques, nous avons utilisé

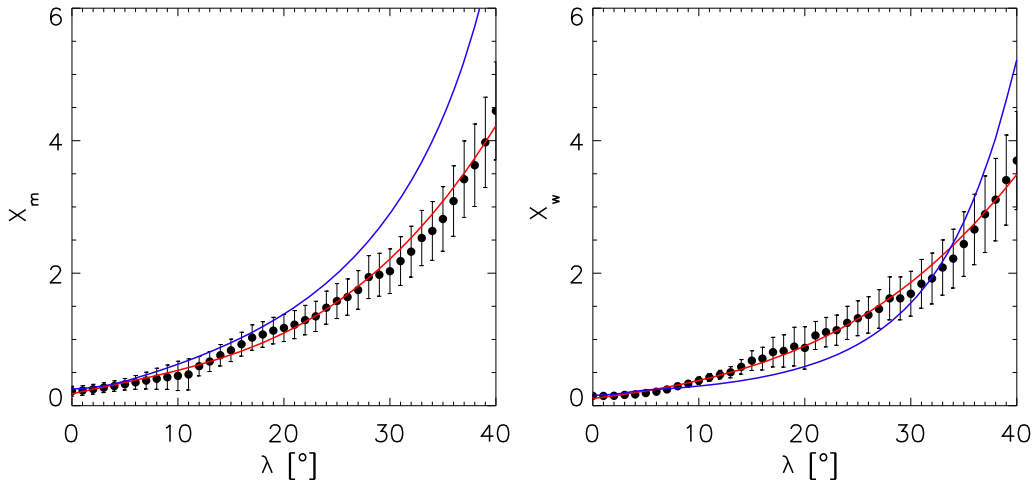

Fig. 4.14: Valeur moyenne X_m (panneau de gauche) et variance X_w (panneau de droite) de la distribution de $\tan\theta$, en fonction de la latitude magnétique. Cette figure montre la comparaison quantitative entre les valeurs obtenues par les données statistiques de CLUSTER STAFF-SA (cercles), leur ajustement (ligne rouge) et nos simulations numériques (ligne bleue) pour les ondes de type choeur.

la même technique que pour le traitement des données observationnelles. A chaque pas de latitude (ici $\Delta\lambda = 2°$), la distribution de X est ajustée par une fonction gaussienne dont on récupère la valeur de l'espérance et l'écart type, correspondant à X_m et X_w, respectivement. La raison du choix de X en tant que paramètre s'explique aussi ici par le fait que la distribution de θ ne peut être correctement ajustée par une gaussienne, particulièrement à haute latitude, contrairement à la distribution de $X = \tan\theta$.

La Fig.4.13 a montré que la tendance d'augmentation globale de la valeur moyenne et de la variance de la distribution de θ avec la latitude est grossièrement reproduite par le code. La distribution obtenue par nos simulations numérique semble donc être un point de départ assez fiable pour estimer la dépendance latitudinale de la direction de propagation des siffleurs lorsque les effets des électrons énergétiques sont faibles (par exemple à faible L). Ces données complémentaires peuvent notamment aider à estimer correctement ces paramètres dans les régions où les statistiques observationnelles ne sont pas suffisantes. Ces points sont discutés en Section 4.5.

Cependant, pour reproduire avec précision les distributions des ondes de type

choeur, particulièrement à des L élevés, il est nécessaire de prendre en compte les effets des électrons énergétiques. En effet en Fig.4.14 les valeurs de X_m sont surestimées par nos simulations numériques pour les hautes latitudes ($\lambda > 20°$). Les valeurs de X_w sont également surestimées pour les hautes latitudes ($\lambda > 30°$) par rapport aux observations, mais en revanche sont sous-estimées pour les latitudes moyennes ($15° \leq \lambda \leq 30°$). Ceci est sans doute dû à la présence aux L plus élevés de flux d'électrons suprathermiques qui ont différents effets sur la propagation des ondes de type choeur, ceux-ci étant évidemment plus visibles à plus haute latitude. Ces effets, ainsi que des facteurs additionnels, pouvant expliquer les différences observées sont démontrés dans la section qui suit (Section 4.3.3) et discutés dans le Chapitre 6.

4.3.3 Effets du plasma chaud sur la propagation des ondes de type choeur

La théorie cinétique des ondes, qui prend en compte explicitement les propriétés de la fonction de distribution des particules (et de ses variations) et les corrélations entre particules et champs, entraîne dans un plasma l'apparition de nouveaux modes propres (ondes) mais aussi d'un certain nombre de nouveaux effets. L'un des plus importants est l'amortissement Landau (voir par exemple Ginzburg and Rukhadze, 1975; Sazhin, 1991; Baumjohann and Treumann, 1996), qui est un amortissement non-collisionnel des ondes dans des conditions d'équilibre. En effet, lorsque la vitesse thermique des particules est comparable à la vitesse de phase des ondes, il y a alors apparition d'une fréquence complexe dont la partie imaginaire détermine les variations de l'amplitude de l'onde (voir Equ.(2.63)). Dans des conditions d'équilibre, cette partie imaginaire (et donc le taux d'amortissement γ) est négative et toute onde est donc amortie durant sa propagation.

Cet amortissement Landau est faible dans la plasmasphère (Bell et al., 2002) où les flux de particules énergétiques ($\sim 0.1 - 10$keV) sont faibles, mais est particulièrement important au-delà de la plasmapause (Bortnik et al., 2006a; Chen et al., 2012) dû aux flux de particules énergétiques injectées depuis la queue magnétosphérique (voir Li et al., 2010b,a). Cet amortissement est connu pour être particulièrement dépendant de l'angle θ de propagation de l'onde, les ondes obliques étant beaucoup plus amorties que les ondes quasi-parallèles (Ginzburg and Rukhadze, 1975; Chen et al., 2012). Dans notre cas, il semble donc important d'étudier brièvement les effets

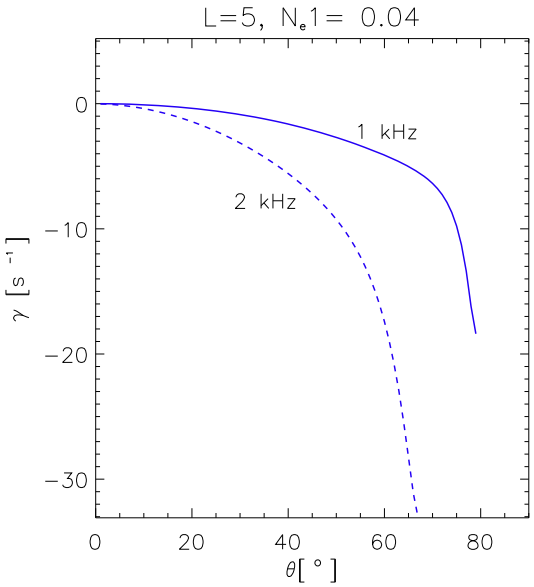

Fig. 4.15: Taux d'amortissement Landau (dB/s) d'ondes choeur de fréquence 1kHz (trait plein) et 2kHz (tirets), en fonction de leur angle θ, obtenu par nos simulations utilisant une population de 1keV. L'amortissement est représenté en couleur bleue. Les paramètres de la simulation sont ici $L = 5$, $\lambda = 0°$, MLT=10 :00, $K_p = 4$.

du plasma suprathermique sur la propagation des ondes de type choeur à l'aide de notre code (basé sur WHAMP), pour déterminer si ces effets peuvent expliquer les différences observées avec les statistiques de CLUSTER.

Pour cela, une première population (Maxwellienne) d'électrons énergétiques ($\sim$ 1keV) a été implémentée dans le code afin de calculer son impact sur le taux d'amortissement (dB/s) de l'amplitude des ondes choeur dans leur région source. Cet amortissement a été calculé dans cette région par Chen et al. (2012) en utilisant des paramètres réalistes de particules énergétiques et d'ondes choeur. Pour pouvoir vérifier les résultats obtenus par notre code numérique, nous utilisons donc ces mêmes paramètres, i.e. $L = 5$, $\lambda = 0°$, MLT=10 :00, $K_p = 4$ et f=1000, 2000 Hz. Il faut noter ici que pour ces paramètres, la densité du plasma froid électronique obtenue par le modèle (GCPM 2.2) que nous utilisons est cohérente avec celle obtenue par THEMIS (Li et al., 2010b; Chen et al., 2012), i.e. $N_{e,froid} = 10$ cm^{-3}. L'énergie choisie de ces électrons dits "Landau" est de 1keV (Kennel and Thorne, 1967), car c'est l'énergie minimale moyenne des électrons nécessaire à la résonance Landau pour ces

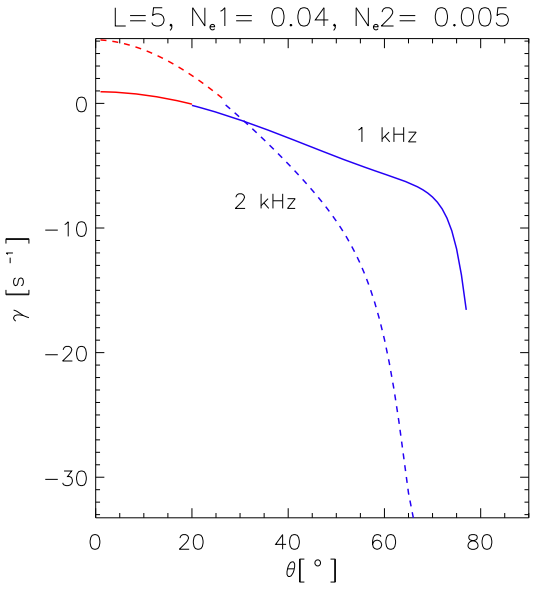

Fig. 4.16: Taux d'amortissement et d'amplification (dB/s) d'ondes choeur de fréquence 1kHz (trait plein) et 2kHz (tirets), en fonction de leur angle θ, obtenu par nos simulations utilisant deux populations de 1keV et 10keV. L'amortissement est représenté en bleu et l'amplification en rouge. Les paramètres de la simulation sont ici $L = 5$, $\lambda = 0°$, MLT=10 :00, $K_p = 4$.

paramètres (voir par exemple Li et al., 2010b). En utilisant une valeur réaliste de densité de ces électrons de 1keV ($N_{e,1keV} = 0.4$ cm^{-3}, soit $0.04N_{e,froid}$), on obtient en ce point la dépendance du taux d'amortissement γ selon l'angle θ, montrée en Fig.4.15.

Sur cette figure on constate effectivement que γ est négatif pour tout $\theta > 0$, résultant bien en un amortissement (en bleu) de toutes les ondes lors de leur propagation, excepté les ondes parallèles ($\theta = 0$) pour lesquelles l'amplitude reste constante. Cependant, la plupart des ondes ayant un θ croissant pendant leur propagation, ces ondes finiront par être amorties à plus haute latitude. Effectivement, la Fig.4.15 montre que l'amortissement augmente fortement avec les θ croissants jusqu'au cône de résonance, l'amortissement étant plus fort pour les plus hautes fréquences (2kHz ici en tirets) et pouvant atteindre $\gamma = -30$ dB/s. Ces résultats sont en très bon accord avec les résultats obtenus par Chen et al. (2012) pour les mêmes paramètres, ainsi qu'avec les résultats théoriques (voir Ginzburg and Rukhadze, 1975).

Nous avons vu qu'en état d'équilibre toutes les ondes sont amorties lors de leur

propagation. Cependant, si cet équilibre est perturbé γ peut devenir positif et on parle alors d'instabilité (e.g. Baumjohann and Treumann, 1996; Ginzburg and Rukhadze, 1975). Cette instabilité résulte alors en une amplification de l'amplitude de l'onde. L'existence des instabilités dépend de la fonction de distribution des particules et il existe un certain nombre d'instabilités différentes dans les plasmas spatiaux. Dans la magnétosphère interne, l'instabilité de type "cyclotron" est communément admise comme à l'origine de la génération des ondes de type choeur, par l'injection d'électrons énergétiques (10-100 keV) depuis la feuille de plasma (voir Chapitre 1). L'énergie minimale moyenne des électrons nécessaire à la résonance cyclotron pour ces paramètres est effectivement d'environ 10 keV (Li et al., 2010b).

Il a donc été implémenté dans le code une seconde population de particules énergétiques (Maxwellienne de 10 keV) de densité $N_{e,10keV} = 0.05\,\mathrm{cm}^{-3}$, soit $0.005 N_{e,froid}$ (e.g. Sicard-Piet et al., 2008). La dépendance du taux d'amortissement selon θ résultant de la présence des deux populations d'électrons énergétiques est présentée en Fig.4.16. Cette figure montre que l'ajout de la seconde population (anisotropique) d'électrons de 10 keV entraîne l'apparition de l'amplification (en rouge) des ondes choeur quasi-parallèles pour lesquelles $\theta \leq 25°$ (voir par exemple Kennel and Petschek, 1966; Kennel and Thorne, 1967), en plus de l'amortissement (en bleu) des ondes obliques. La dépendance dépend ici aussi de la fréquence de l'onde. Les fréquences plus hautes (ici 2 kHz) sont plus sensibles à l'amplification et à l'amortissement Landau que les plus basses fréquences, γ étant compris entre +5dB/s et −30dB/s pour ces paramètres.

Les résultats obtenus par nos simulations, en utilisant deux populations réalistes d'électrons suprathermiques, sont donc en accord avec les calculs théoriques (Kennel and Petschek, 1966; Kennel and Thorne, 1967; Ginzburg and Rukhadze, 1975) et simulations (Chen et al., 2012) réalisés précédemment. De plus, c'est à notre connaissance la première fois que l'amplification des ondes de type choeur est démontrée par simulation numérique. Ces résultats peuvent permettre d'expliquer la différence obtenue entre nos simulations et les statistiques de CLUSTER. Ceci est discuté en Section 4.5.

Cependant, dans la section précédente nous avons démontré que l'approximation quasi-longitudinale, même en prenant en compte les effets des électrons énergétiques, n'est plus valable à partir des latitudes moyennes ($\lambda > 20°$). La Fig.4.14 montre en effet que $X_{m,w}$ varient considérablement avec la latitude, or ces paramètres affectent

grandement le calcul des coefficients de diffusion (voir Section 2.5) qui régissent la dynamique des ceintures de radiation. Il est donc possible d'estimer les conséquences de ces ondes obliques sur la dynamique des ceintures de radiation. C'est ce que nous détaillons dans la section suivante.

4.4 Conséquences sur la diffusion en angle d'attaque des particules énergétiques

Le calcul du coefficient local de diffusion d'angle d'attaque $D_{\alpha\alpha}$, donné par l'équation (2.80), est présenté par Artemyev et al. (2012a) en utilisant la distribution réaliste de X_m et X_w en fonction de la latitude, représentée en Fig.4.14, au lieu de $X_{m,w} = cst$. La distribution obtenue à partir des statistiques de CLUSTER (Agapitov et al., 2011a) est approximée ici aussi par une fonction Gaussienne, la dépendance des paramètres X_m et X_w de cette fonction avec λ étant ajustés par les fonctions polynomiales suivantes :

$$\begin{aligned} X_m &= 0.79 - 0.36l + 0.11l^2 + 0.16l^3 \\ X_w &= \sqrt{2}(0.84 - 0.4l + 2.0l^2 - 1.1l^3 + 0.17l^4) \end{aligned} \tag{4.2}$$

où $l = \lambda/10^\circ$ et $\lambda < 40^\circ$.

Il faut noter ici que la distribution définie par l'Equ.(4.2) et présentée dans Agapitov et al. (2011a) utilisée ici est erronée pour des distances $L > 5$, dû à une erreur de système de coordonnées dans le CLUSTER Active Archive, l'erreur et la distribution étant corrigées et présentées dans Agapitov et al. (2012). Cependant, les calculs de coefficients de diffusion étant effectués dans ce travail pour $L = 4.5$, les résultats obtenus sont corrects, les paramètres de la distribution corrigée dans la région $3 < L < 5$ (voir Agapitov et al., 2012) étant semblables à ceux présentés en Equ.(4.2) (Agapitov et al., 2011a).

Dans cette étude, le coefficient de diffusion d'angle d'attaque est donc calculé pour $L = 4.5$, où le champ magnétique est approximé par un dipôle, et les variations de densité du plasma le long de la ligne de champ magnétique sont représentées par la fréquence plasma électronique ω_{pe}. Ici, ω_{pe} est considérée comme variant de la même manière que Ω_e (Denton et al., 2002), i.e. le ratio $s = \omega_{pe}/\Omega_e$ est constant. Selon Meredith et al. (2003) et Horne et al. (2005a), ce ratio peut varier de 1.7 à

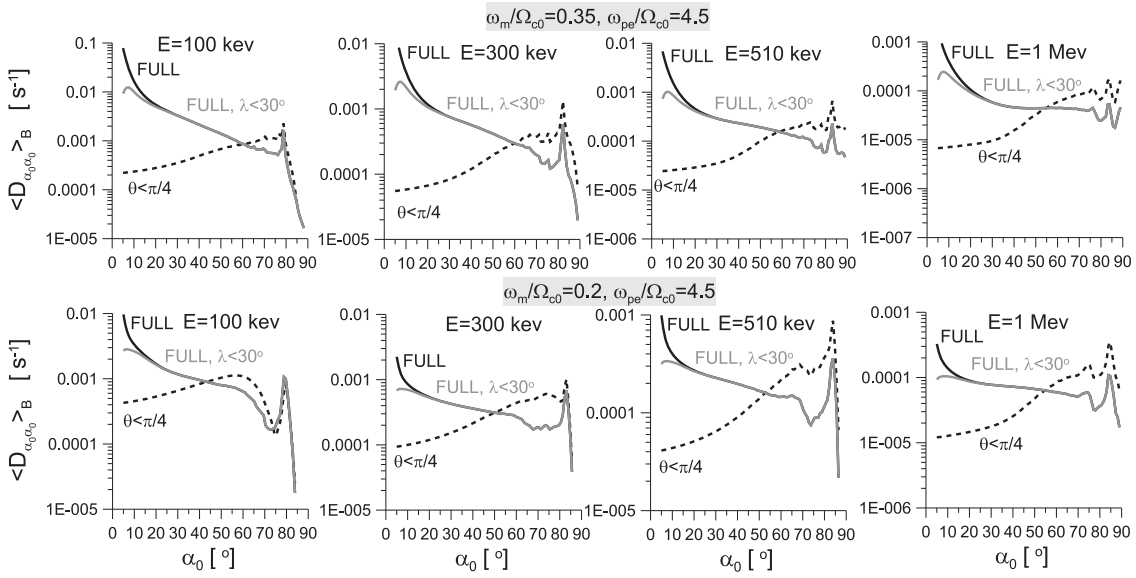

Fig. 4.17: Coefficients de diffusion d'angle d'attaque moyennés sur les oscillations de rebond sont montrés pour des paramètres constants ($X_w = 0.577, X_m = 0$, en pointillés) et pour les paramètres dépendants de la latitude ($X_{m,w} = X_{m,w}(\lambda)$, définis par l'Equ.(4.2), en noir). Les différents énergies et ratios ($\omega_m/\Omega_{c0}, \omega_{pe}/\Omega_{c0}$, avec $\Omega_c = \Omega_e$ et l'indice 0 désignant $\lambda = 0°$), sont indiqués au-dessus de chaque panneau et chaque ligne, respectivement. La ligne grise montre les coefficients de diffusion calculés pour $X_{m,w} = X_{m,w}(\lambda < 30°)$.

10, dépendant de l'activité géomagnétique et du MLT, et sa valeur moyenne est d'environ 3-4. Dans ces calculs sont fixés l'amplitude du champ magnétique de l'onde $B_w = 100$pT, la fréquence centrale $\omega_m = 0.35\Omega_{e,equ}$ et le nombre maximal d'harmoniques cyclotron $n = \pm 5$. Ces approximations sont choisies notamment car elles permettent la comparaison avec de précédents modèles (e.g. Glauert and Horne, 2005), et donc de comprendre l'influence de la distribution de X avec λ (voir les détails dans Artemyev et al. (2012a)).

La condition de résonance (2.72) est résolue pour chaque λ et $\omega_{i,n}(\lambda, \alpha, \gamma, s)$ est trouvé. Ensuite, pour chaque λ est calculée la valeur locale de $D_{\alpha\alpha}(\alpha, \lambda)$ en utilisant $X_m(\lambda)$ et $X_w(\lambda)$ de l'Equ.(4.2). Le coefficient $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ moyenné sur la période de rebond de la particule, dépendant de α_{eq}, est finalement obtenu par l'Equ.(2.84).

La Fig.4.17 présente la dépendance du coefficient $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ jusqu'à $\lambda = 40°$, normalisé (en noir) sur $p^2 = (\gamma^2 - 1)m_{ec}^2$, en fonction de l'angle d'attaque équatorial α_{eq} de l'électron pour différentes fréquences. On constate tout de suite que la

dépendance de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ selon α_{eq} ne dépend pas de la fréquence, par contre pour les deux fréquences étudiées, la différence de valeur de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ peut atteindre un ordre de magnitude pour certaines énergies. Il faut noter que les résultats obtenus par Glauert and Horne (2005) et Summers et al. (2007a), avec $X_w = 0.577$ et $X_m = 0$, sont reproduits (en tirets) pour faciliter la comparaison. Les principales disparités entre les deux coefficients sont trouvées pour les particules ayant $\alpha_{eq} < 60°$ (pour toutes les valeurs de s et d'énergie considérées), le ratio pouvant dépasser un ordre de magnitude. En effet, ces particules atteignent de plus hautes latitudes ($\lambda_{max} > 15°$), où les valeurs de X_m et X_w sont largement supérieures que pour $\lambda = 0°$. Si l'on compare avec certains calculs où une valeur de X_m non nulle a déjà été utilisée (Shprits and Ni, 2009; Ni et al., 2011) (ainsi que X_w =cst), on constate dans ces résultats une augmentation considérable de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ due à l' augmentation simultanée de X_w avec la latitude. On peut noter aussi que l'effet est toujours important à haute latitude ($\lambda > 30°$) pour les particules proches du cône de perte ($\alpha_{eq} < 20°$) en comparant les coefficients contenant la dépendance de θ jusqu'à $\lambda = 40°$ (en noir) et $\lambda = 30°$ (en gris). La comparaison du coefficient $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ démontre donc bien le rôle de l'interaction résonante pour les faibles angles d'attaque, dû à la forte obliquité des ondes à plus haute latitude.

Pour expliquer cette forte influence de l'obliquité des ondes sur les taux de diffusion, on représente ensuite en Fig.4.18 ces coefficients de diffusion totale (somme des différentes harmoniques) $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle = \sum_n \langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ et les coefficients de diffusion partiels (représentant les différentes harmoniques) $\langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ pour les mêmes conditions que la figure précédente. On remarque tout de suite que pour $X_{m,w}$ =cst, seules les résonances $n = 0$ (résonance Cherenkov ou Landau) et $n = -1$ jouent un rôle important, surtout pour les faibles énergies et les faibles densités. Au contraire, les résonances d'ordre supérieur contribuent plus fortement à la diffusion des particules lorsque $X_{m,w}$ est dépendant de la latitude. On remarque également sur la Fig.4.18 que différents ordres de résonance peuvent être dominants sur différents intervalles de α_{eq}, avec une dépendance selon l'énergie considérée. Pour démontrer cette dépendance du rôle des résonances d'ordres supérieurs, on suppose la distribution en fréquence de $\hat{B}^2(\omega)$ suffisamment étroite pour ne considérer que la fréquence centrale ω_m (voir les détails de la méthode dans Mourenas and Ripoll, 2012), alors on peut évaluer par la condition de résonance l'ordre de résonance le plus élevé possible pour lequel l'interaction résonante peut avoir lieu, sous la forme suivante :

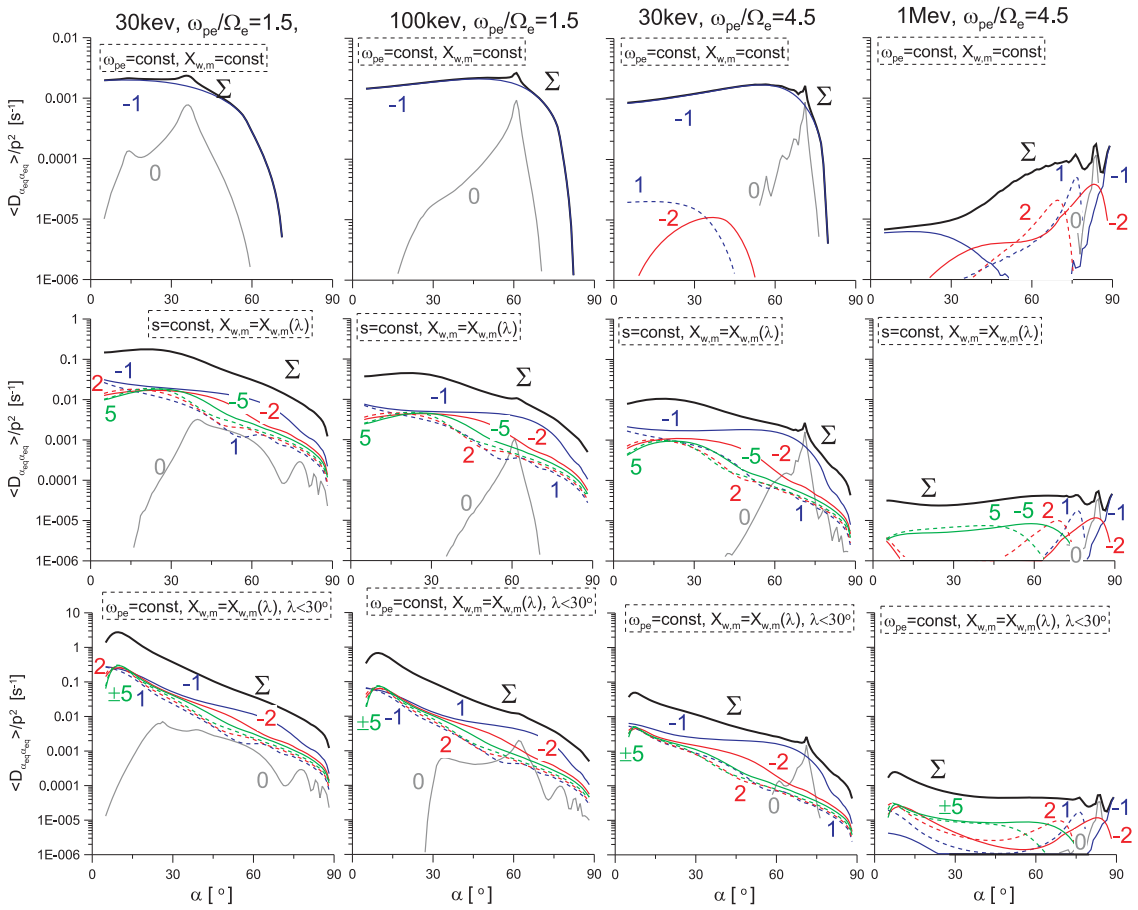

Fig. 4.18: Les coefficients de diffusion d'angle d'attaque, moyennés sur les oscillations de rebond, pour chaque résonance cyclotron $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 5$, sont montrés par des courbes de couleurs différentes. La valeur totale du coefficient de diffusion $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle = \sum_n \langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}$ est tracée en noir et marquée par le symbole $\sum$. Les différents panneaux correspondent à différentes valeurs de $\omega_{pe}, s = \omega_{pe}/\Omega_{e,equ}$, et $X_{m,w}$, comme indiqué dans la figure précédente.

$$n^2 \approx \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_e^2} \frac{\omega_m (v_\parallel \gamma / c)^2 \cos^2 \theta}{\Omega_e \cos\theta - \omega_m} \tag{4.3}$$

On peut voir tout de suite que les valeurs élevées de n, donc les ordres supérieurs de résonance deviennent significatifs lorsque le vecteur d'onde approche du cône de résonance à une latitude donnée. C'est pourquoi pour la propagation quasi-parallèle, pour laquelle $\theta \ll \theta_{res}$, les ordres supérieurs de résonances n'interviennent quasiment pas dans les coefficients de diffusion (tout du moins pour les petites énergies,

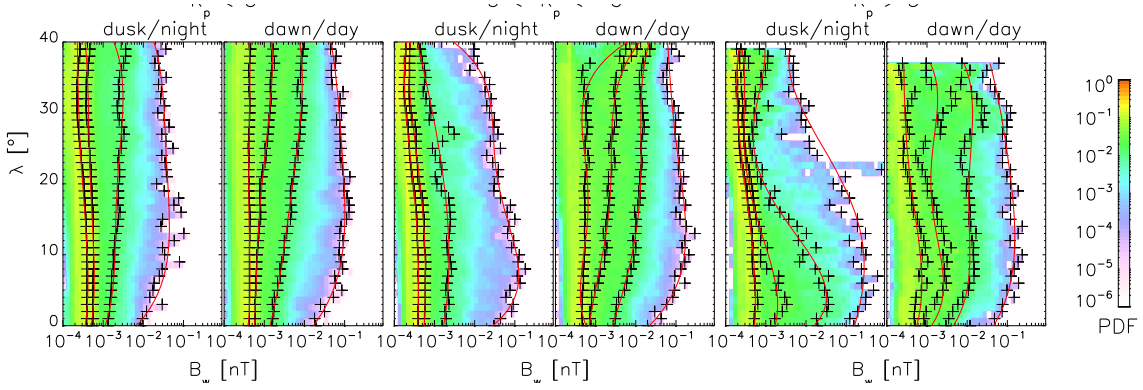

Fig. 4.19: Fonction de densité de probabilité de l'amplitude B_w des ondes en fonction de la latitude pour les secteurs matin/jour (MLT de 02 : 00 à 14 : 00) et soir/nuit (MLT de 14 : 00 à 02 : 00). Les différents quantiles de la fonction de distribution cumulative, égaux à $0.5, 0.75, 0.95, 0.999$, sont indiqués par des croix. Les ajustements de ces niveaux de probabilité par un polynôme d'ordre 5, en fonction de λ, sont représentés par des lignes rouges.

lorsque $\gamma \sim 1$). A l'inverse, dans notre cas les vecteurs d'ondes se rapprochent très rapidement du cône de résonance avec l'augmentation de la latitude, ce qui explique la contribution des harmoniques élevées aux coefficients de diffusion sur les particules possédant un faible angle d'attaque, car seules ces particules peuvent atteindre ces latitudes ($\lambda > 15°$).

Lorsque les ondes choeur se propagent proche du cône de résonance (θ large), la composante électrostatique des choeurs devient importante au détriment de la composante magnétique (voir par exemple Akhiezer, 1975; Sazhin and Horne, 1990, et les références s'y trouvant), la description des interactions résonantes entre particules et ondes électromagnétiques d'amplitude constante n'est pas applicable. Il est donc nécessaire de prendre en compte la dépendance des amplitudes des choeurs en fonction de la latitude, et non B_w =cst comme il a pu être fait dans la plupart des études précédentes (voir par exemple Lyons, 1974; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Shprits and Ni, 2009; Ni et al., 2011). Une étude (voir les détails dans Artemyev et al., 2012b) a donc été menée par la suite, toujours en considérant $X_{m,w} = X_{m,w}(\lambda)$, mais cette fois-ci en considérant la distribution statistique de l'amplitude des ondes choeur mesurée sur CLUSTER sur la période 2001-2009, dépendante de la latitude. Cette distribution de l'amplitude des ondes est découpée selon deux zones de MLT : matin/jour et soir/nuit, puisque (Agapitov et al., 2012)

a montré qu'il est possible de moyenner les valeurs de l'amplitude des ondes sur ces deux zones. La distribution statistique est aussi considérée pour différents niveaux d'activité géomagnétique (K_p). La fonction de densité de probabilité des amplitudes des choeurs pour ces différents paramètres est présentée en Fig.4.19, en fonction de la latitude. La Fig.4.19 présente notamment de larges amplitudes des choeurs dans le secteur matin/jour pour $\lambda > 15°$. Ce résultat semble en accord avec les données présentées par Meredith et al. (2001). Ceci semble aussi en accord avec les données du satellite Polar (Bunch et al., 2012), avec de fortes amplitudes observées pour $\lambda \leq 45°$. Pour $\lambda < 15°$ les amplitudes des ondes sont plus faibles avec un minimum proche de l'équateur pour le secteur matin/jour, ce qui est cohérent avec les résultats de Horne et al. (2005a) obtenus par le satellite CRRES.

Cette distribution des amplitudes $P_\lambda(B_w)$ en fonction de λ est, pour chaque paramètre de MLT et K_p, découpée en quatre intervalles pour tenir compte des différentes amplitudes des ondes. Ces intervalles correspondent aux différents quantiles de la fonction de densité de probabilité, indiqués par des croix en Fig.4.19. Le premier quantile correspond aux 5% des ondes les plus intenses d'amplitude $B_w^{(5\%)} < B_w < B_w^{(max)}$, le second correspond aux 15% des ondes de plus faible amplitude que les précédentes, i.e. pour lesquelles $B_w^{(20\%)} < B_w < B_w^{(5\%)}$. Le troisième intervalle contient les 30% restant des ondes contenus dans la moitié supérieure de $P_\lambda(B_w)$ ($B_w^{(50\%)} < B_w < B_w^{(30\%)}$), et le dernier quantile contient la moitié restante de la distribution des ondes, i.e. les ondes les moins intenses, pour lesquelles $B_w(min) < B_w < B_w^{(50\%)}$. La dépendance des niveaux de B_w en fonction de λ est ajustée par des polynômes d'ordre 5, représentés par des courbes rouges en Fig.4.19. Les détails du découpage de la fonction de densité de probabilité en quantiles ainsi que de leur ajustement sont décrits dans Artemyev et al. (2012b).

Le calcul des coefficients de diffusion présenté précédemment (donc avec $X_{m,w} = X_{m,w}(\lambda)$) est donc effectué en utilisant $P_\lambda(B_w)$, pour deux secteurs de MLT et trois gammes de K_p. Ces coefficients sont calculés pour cinq valeurs d'énergie correspondant aux électrons énergétiques des ceintures de radiation (30 keV, 100 keV, 300 keV, 510 keV, et 1 MeV), ainsi que pour une valeur $B_w = 100$ pT, typique des ondes choeur, pour la comparaison (en noir).

Dans la Fig.4.20 sont présentées les distributions pour le secteur matin/jour (panneau supérieur) et soir/matin (panneau inférieur). Dans tous les cas, on peut voir que pour $K_p > 3$ et un α_{eq} relativement faible, les valeurs des coefficients de

diffusion peuvent être largement supérieures à celles obtenues avec $B_w = 100$ pT et $X_{m,w} = cst$. Pour 5% des ondes les plus intenses, la diffusion de l'angle d'attaque est un à deux ordres de magnitude plus élevée que $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{cst}$. La dépendance des taux de diffusion $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{cst}$ et $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ en fonction de α_{eq} démontre le rôle de la variation de B_w et de $X_{m,w}$ avec la latitude : pour les petits angles d'attaque, $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{cst} < \langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$, et pour les grands α_{eq}, le contraire se produit, ceci se vérifiant surtout pour les hautes énergies. Ceci peut s'expliquer par le fait que les particules avec $\alpha_{eq} > 60°$ n'interagissent qu'avec les ondes résonantes à proximité de l'équateur, or dans cette région l'amplitude des ondes est minimum, et l'angle θ de ces ondes est faible.

Dans tous les cas présentés en Fig.4.20, les ondes de plus forte amplitude (les 20% supérieurs) contribuent largement aux taux de diffusion, comparé aux ondes moins intenses. Cependant, du côté matin/jour et en fonction du K_p, la distribution des amplitudes d'ondes peut changer. Entre faibles et larges K_p, la valeur maximum d'amplitude $B_w^{(max)}$ diffère d'un ordre de magnitude, et de plus la distribution $P_\lambda(B_w)$ pour un faible K_p possède une extrémité beaucoup plus étroite que pour les larges K_p. En conséquence, dans les 20% d'ondes les plus intenses, la différence entre les 5% premiers pourcents et les 15 autres pourcents est beaucoup plus forte pour les faibles K_p. Cette même tendance est observée, pour les mêmes raisons, du côté soir/nuit en Fig.4.20 mais pour des K_p intermédiaires. On observe aussi du côté soir/nuit un maximum de diffusion, pour les ondes les plus intenses, à $\alpha_{eq} \approx 20°$, qui correspond au fort maximum d'amplitudes des ondes pour $\lambda \approx 10°$.

4.5 Résumé et discussion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les principales caractéristiques de la direction de propagation des ondes choeurs directes par le biais de notre code numérique, et leur distribution statistique en fonction de la latitude, comparées aux données observées à bord du satellite CLUSTER.

Tout d'abord, nous avons montré que le code rend compte de la dispersion spatio-temporelle des ondes choeurs. En effet, le plasma étant dispersif, les différentes fréquences d'un paquet d'onde (e.g. un élément de choeur) doivent se déplacer à des vitesses de groupe différentes. L'autre élément crucial est la dispersion spatiale, la divergence des paquets d'onde au cours de leur propagation étant prise en compte

dans les statistiques de nos simulations numériques. Grâce à cela, nous avons montré que des tendances générales peuvent être dégagées pour ensuite mieux appréhender et interpréter ces statistiques. En effet, il est très clair que la divergence des paquets d'onde directs est large, tous les rayons étant déviés de leur L initial, les moins déviés étant ceux possédant une fréquence $\omega = 0.35\omega_{e,equ}$. Cette déviation implique que la distribution en fréquence change avec la latitude, nos calculs (non montrés) semblant démontrer que la distribution peut toujours être décrite par une fonction gaussienne, mais de paramètres différents. La déviation de tous les rayons implique aussi le développement d'une composante perpendiculaire du vecteur d'onde au champ magnétique pour tous les siffleurs, et donc une propagation oblique, même pour les rayons lancés parallèlement à $\underline{B}_0$. Cette composante est dirigée du côté opposé à la Terre ($\varphi = 0°$) dû à la courbure des lignes de champ magnétique, ce qui est vérifié par la distribution numérique en Fig.4.11. Ceci est confirmé dans la même figure par la majorité des ondes dans la distribution de ψ observée. Le traçage de rayons permet donc d'expliquer et de reproduire la propagation des ondes choeur obliques (par rapport à $\underline{B}_0$) observée par CLUSTER. En effet, la distribution des vecteurs d'ondes de type sifflement obtenue par nos simulations numériques en Fig.4.12 (à gauche) est très proche de celle observée par CLUSTER en Fig.4.2d.

Cependant, on observe dans les statistiques des vecteurs d'ondes choeur de CLUSTER en Fig.4.2e une population d'ondes quasi-parallèles au champ magnétique pour $20° \leq \lambda \leq 30°$, qui n'est pas reproduite par les simulations. Ceci peut être expliqué par les résultats des simulations numériques, obtenus dans ce travail. En effet, les rayons initialement dirigés vers la Terre ($\varphi_0 = 180°$) vont d'abord voir leur angle θ diminuer au début de leur propagation (dû à la courbure de $\underline{B}_0$), puis ces rayons vont croiser la direction du champ magnétique à une latitude non nulle, ce qui explique la forte distribution constante pour $\lambda < 15°$ en Fig.4.11. Certains de ces rayons ($\theta_0^* \leq -15°$) peuvent même se retrouver quasi-parallèles à $\underline{B}_0$ à des latitudes $\lambda \leq 30°$. Il est donc possible de retrouver dans la distribution statistique obtenue par nos simulations cette population quasi-parallèle, cependant celle-ci semble bien trop faible comparée aux observations. Or, comme nous le discutons plus bas, les effets du plasma chaud sur ces rayons peuvent permettre d'expliquer ces différences. Toutefois, nous avons démontré ici l'importance de l'angle azimutal initial dans la propagation des ondes de type sifflement, celui-ci influençant fortement la distribution des ondes même à haute latitude. Il apparaît donc nécessaire de connaître

la distribution statistique équatoriale des choeurs en fonction de φ pour modéliser précisément leur région source, même si d'après les comparaisons des distributions numériques, obtenues avec une distribution uniforme selon φ_0, avec les mesures de CLUSTER semblent indiquer que cette approximation n'est pas statistiquement aberrante.

Nous avons montré que les ondes de type sifflement se propagent de façon oblique par rapport au champ magnétique et que cette obliquité ne peut être négligée aux latitudes moyennes et hautes, où elles sont connues pour avoir un rôle primordial sur la dynamique des électrons énergétiques des ceintures de radiation. Nous avons donc, dans notre modèle numérique utilisant le traçage de rayons, modélisé les propriétés réalistes de la distribution statistique des ondes choeur dans leur région source (Agapitov et al., 2012, 2013; Li et al., 2009b, 2011a), supposée ici à l'équateur magnétique, pour obtenir ces distributions à toutes les latitudes dans la magnétosphère interne (Breuillard et al., 2012b). Pour cela, la fonction poids $g(\theta_0, L_0, \omega)$ correspondant aux distributions déduites des observations est appliquée à l'ensemble initial des rayons. Nous avons montré que les distributions obtenues ont des propriétés statistiques similaires à celles observées sur les satellites dans les études de cas (Agapitov et al., 2011b), dans les études statistiques effectuées sur CLUSTER (Agapitov et al., 2011a, 2012, 2013), et celles obtenues lors d'autres simulations (e.g. Bortnik et al., 2011b). La distribution globale du vecteur $\underline{k}$ des choeurs, présente notamment de relativement larges angles θ à de moyennes et hautes latitudes ($\lambda > 25°$), ce qui rend l'approximation quasi-longitudinale invalide à ces latitudes. L'utilisation de celle-ci peut amener à de larges erreurs dans l'évaluation des coefficients de diffusion qui définissent les pertes de particules, qui sont cruciales pour une description correcte de la dynamique des ceintures de radiation. Or nous avons montré qu'en utilisant les statistiques réalistes à l'équateur, notre code est capable de reproduire avec précision, à toutes les latitudes, les distributions observées pour les ondes de type sifflement dans les régions où les effets des électrons énergétiques sont faibles (e.g. dans la plasmasphère). Ainsi, notre base de données numériques peut servir de point de départ fiable pour la reconstruction des distributions d'ondes choeur où les flux d'électrons énergétiques sont faibles (e.g. à faible distance radiale $L < 4.5$). Ceci pourrait permettre de fournir les distributions statistiques dans les régions où les données satellite sont éparses.

Néanmoins, dans les régions où les flux des électrons sont intenses (à de plus

larges distances ou du côté nuit par exemple), les paramètres X_m et X_w obtenus par notre code sont surestimés à haute latitude et sous-estimés à moyenne latitude par rapport aux observations de CLUSTER, dû au fait que les populations d'électrons énergétiques des ceintures de radiation ne sont pas incluses dans ces simulations. En effet, nous avons vu (voir Fig.4.15) que l'amortissement Landau augmente avec θ (Burton and Holzer, 1974; Ginzburg and Rukhadze, 1975; Sazhin, 1991), ainsi la plupart des ondes se propageant de façon oblique avec la latitude sont fortement amorties (e.g. Bortnik et al., 2006a; Kennel and Thorne, 1967), d'où la faible distribution de larges θ à plus haute latitude dans la Fig.4.2e (voir aussi Lauben et al., 2002; Haque et al., 2010). Ceci fait que nos simulations surestiment la valeur moyenne et la variance de la distribution de θ à plus hautes latitudes. La sous-estimation de X_w aux latitudes moyennes ($15° < \lambda < 30°$) peut s'expliquer par la combinaison de cet amortissement des ondes obliques et l'amplification des ondes quasi-parallèles à ces latitudes. En effet, nous avons vu que les ondes choeur lancées initialement vers la Terre ($\varphi_0 = 180°$) peuvent se propager de façon quasi-parallèle à $\underline{B}_0$ jusqu'à des latitudes moyennes. Ces ondes quasi-parallèles sont plus susceptibles d'être amplifiées sur leur trajet (voir Fig.4.16 et Kennel and Petschek (1966); Kennel and Thorne (1967); Brinca (1972)), alors que les ondes obliques ($\varphi_0 = 0°$) sont fortement amorties aux latitudes moyennes. Il est donc probable que la forte population de choeurs quasi-parallèles observée (Fig.4.2) à des latitudes moyennes soit constituée de ces rayons amplifiés lors de leur propagation, alors que les ondes obliques sont amorties. La présence de deux populations d'ondes à ces latitudes avec des θ très éloignés augmente largement la variance de la distribution observée par CLUSTER et permet d'expliquer la sous-estimation de X_w par nos simulations. Toutefois ceci doit faire l'objet d'une étude ultérieure approfondie, en déterminant la distribution statistique de la direction de propagation de ces ondes incluant la distribution d'électrons énergétiques des ceintures de radiation (voir Section 6.2).

D'autres raisons peuvent aussi contribuer (beaucoup plus faiblement cependant) à ces inexactitudes. Par exemple, les données expérimentales sont moyennées sur tout le secteur matin/jour (02 :00$\leq$ MLT$\leq$14 :00), et sur une période de temps de dix ans, durant laquelle les paramètres des ondes et de densité du plasma peuvent changer dû à l'activité magnétosphérique, ou à la présence d'ondes générées à différents L, etc. Puisque les ondes choeur sont très sensibles aux paramètres venant d'être cités, ceci pourrait expliquer en partie la différence de dispersion des vec-

teurs d'onde, constatée entre observations et simulations numériques, ces simulations étant réalisées avec des paramètres fixes. Pour les hautes latitudes, ceci peut être aussi expliqué par le manque de données observationnelles dans ces régions, suggéré par les larges barres d'erreur en Fig.4.14. Néanmoins nous avons montré que la technique de traçage de rayons permet de reproduire les caractéristiques de propagation des ondes choeur en tenant compte de leurs paramètres typiques, bien qu'il faille tenir compte des effets des flux de particules énergétiques lorsque ceux-ci sont intenses. Lorsque ces flux sont faibles, notre base de données numérique peut être utilisée pour combler le manque d'observations en fournissant les paramètres nécessaires pour les simulations globales, en particulier à haute latitude où les effets des interactions onde-particule résonantes jouent un rôle très important dans la détermination de la dynamique des ceintures de radiation (voir par exemple Thorne et al., 2005; Shklyar and Matsumoto, 2009; Artemyev et al., 2012a,b).

Nous avons donc ensuite évalué les conséquences de la dépendance latitudinale des distributions des vecteurs d'onde et des amplitudes des ondes choeur sur les coefficients de diffusion d'angle d'attaque des particules énergétiques. En effet, en utilisant la distribution de θ en fonction de λ présentée dans ce travail dans le calcul des taux de diffusion angulaire, nous avons pu montrer, par comparaison avec l'approximation quasi-longitudinale $X_{m,w} = cst$, que le taux de diffusion d'angle d'attaque diffère fortement pour les faibles angles d'attaque équatoriaux α_{eq}, la différence pouvant atteindre un à deux ordres de magnitude. En particulier, cet effet est encore très important à des latitudes assez hautes ($\lambda > 30°$), pour les α_{eq} très faibles, i.e. les particules proches du cône de perte. Il semble donc important d'avoir une bonne estimation de la distribution des ondes à haute latitude. Nous avons pu expliquer l'augmentation de ce taux de diffusion angulaire lorsque θ est élevé par la forte contribution des résonances d'ordres élevés ($n > 1$) dans ce cas, comme l'avaient déjà noté Shklyar and Matsumoto (2009), la dominance des différentes harmoniques sur les différents intervalles de α_{eq} dépendant de l'énergie considérée (un effet similaire avait été observé par Shprits and Ni (2009)). Au contraire, pour l'approximation quasi-linéaire, seules les contributions des résonances $n = 0, 1$ sont observées. Ceci peut donc s'expliquer par le fait que seules les particules ayant un α_{eq} faible vont atteindre les latitudes moyennes et hautes, où les ondes se propagent proches du cône de résonance. Or, les ordres supérieurs de résonance deviennent significatifs lorsque les valeurs de θ sont élevées, les harmoniques élevées auront

donc plus d'impact sur les particules de faible angle d'attaque.

Nous avons ensuite considéré, en plus de la dépendance de la distribution de θ, la dépendance de l'amplitude des ondes avec la latitude dans le calcul des taux de diffusion angulaire. Nous avons utilisé la distribution $P_\lambda(B_w)$ des amplitudes B_w du champ magnétique des choeurs observées par CLUSTER (Artemyev et al., 2012b) sur deux zones de MLT différentes pour évaluer l'impact de la dépendance en latitude de θ et B_w sur les coefficients de diffusion d'angle d'attaque. Pour cela, $P_\lambda(B_w)$ a été divisée en quantiles représentant les différentes populations d'ondes plus ou moins intenses. Encore une fois, nous avons démontré que la dépendance en α_{eq} des taux de diffusion est considérablement différente, la diffusion étant beaucoup plus élevée pour les faibles angles d'attaque et plus faible pour les angles d'attaque élevés, de celle obtenue avec des paramètres B_w et $X_{m,w}$ constants. Ceci peut être expliqué par le fait que les particules avec $\alpha_{eq} > 60°$ n'interagissent qu'avec les ondes résonantes à proximité de l'équateur, où l'amplitude des ondes est minimale, et leur propagation est quasi-longitudinale. On peut aussi noter que cet effet est plus prononcé pour le secteur matin/jour avec une forte activité géomagnétique. Nous avons montré aussi que les 20% des ondes les plus intenses contribuent à la grande majorité de la diffusion, les ondes les moins intenses ne jouant qu'un rôle mineur. Cette proportion varie en fonction de la forme de la distribution des amplitudes d'ondes, i.e. du pourcentage d'ondes plus ou moins intenses présentes dans cette distribution. Du côté soir/nuit, la distribution présente une forte queue pour les larges valeurs de K_p, c'est pourquoi les ondes de forte amplitude dominent largement la diffusion angulaire, comparé au côté matin/jour. L'impact de ces dépendances latitudinales sur les coefficients de diffusion angulaire montrent bien l'importance de l'estimation des distributions d'ondes à haute latitude, qui peuvent être complétées par les simulations numériques en cas de manque de données observationnelles.

En plus des ondes directes, la propagation des ondes réfléchies (pour lesquelles $90° \leq \theta \leq 180°$) dans les simulations numériques peut être aussi comparée aux observations, grâce aux distributions de l'angle normal présentées dans ce chapitre. En Fig.4.12, on constate que les rayons sont aussi dispersés spatialement après leur réflexion (à $\theta = 90°$) dans la magnétosphère, et la plupart d'entre eux retournent à l'équateur magnétique. D'après cette figure, la distribution équatoriale de l'angle normal des rayons réfléchis est située dans la gamme $110° \leq \theta \leq 130°$, avec un maximum à $\sim 120°$. Ce maximum est cohérent avec le léger pic observé à $\sim 120°$

du côté jour pour les ondes choeur dans la Fig.4.2l (voir aussi Li et al., 2011a, 2013; Agapitov et al., 2013). Ce pic est donc constitué d'ondes choeur générées à l'équateur et réfléchies à haute latitude, se propageant vers l'équateur. Cependant, le maximum de la distribution des ondes pour lesquelles $90° \leq \theta \leq 180°$ se trouve à $\sim 165°$ sur la Fig.4.2l. Or, ce maximum semble dû aux fluctuations en latitude de la position et de la taille de la région source des choeurs (voir par exemple la revue par Santolík, 2008), puisque ce maximum ne dépasse pas $\lambda = \pm 2 - 3°$. Il semble donc que ce maximum apparaîtrait du fait de la génération bi-directionnelle (nord et sud) des choeurs dans leur région source. Par exemple si la région source est située légèrement dans l'hémisphère nord, alors ce maximum sera formé par les ondes choeur générées par cette source vers l'hémisphère sud. Le fait que les ondes choeur réfléchies soient observées dans toutes les études statistiques récentes (Li et al., 2011a; Agapitov et al., 2012; Li et al., 2013; Agapitov et al., 2013) montre que ces ondes peuvent avoir un rôle significatif dans la dynamique de la magnétosphère interne. De plus, le bon accord obtenu par nos simulations numériques, nous incite à utiliser le traçage de rayons pour étudier leurs caractéristiques de propagation. Ceci est traité en détail dans le chapitre suivant.

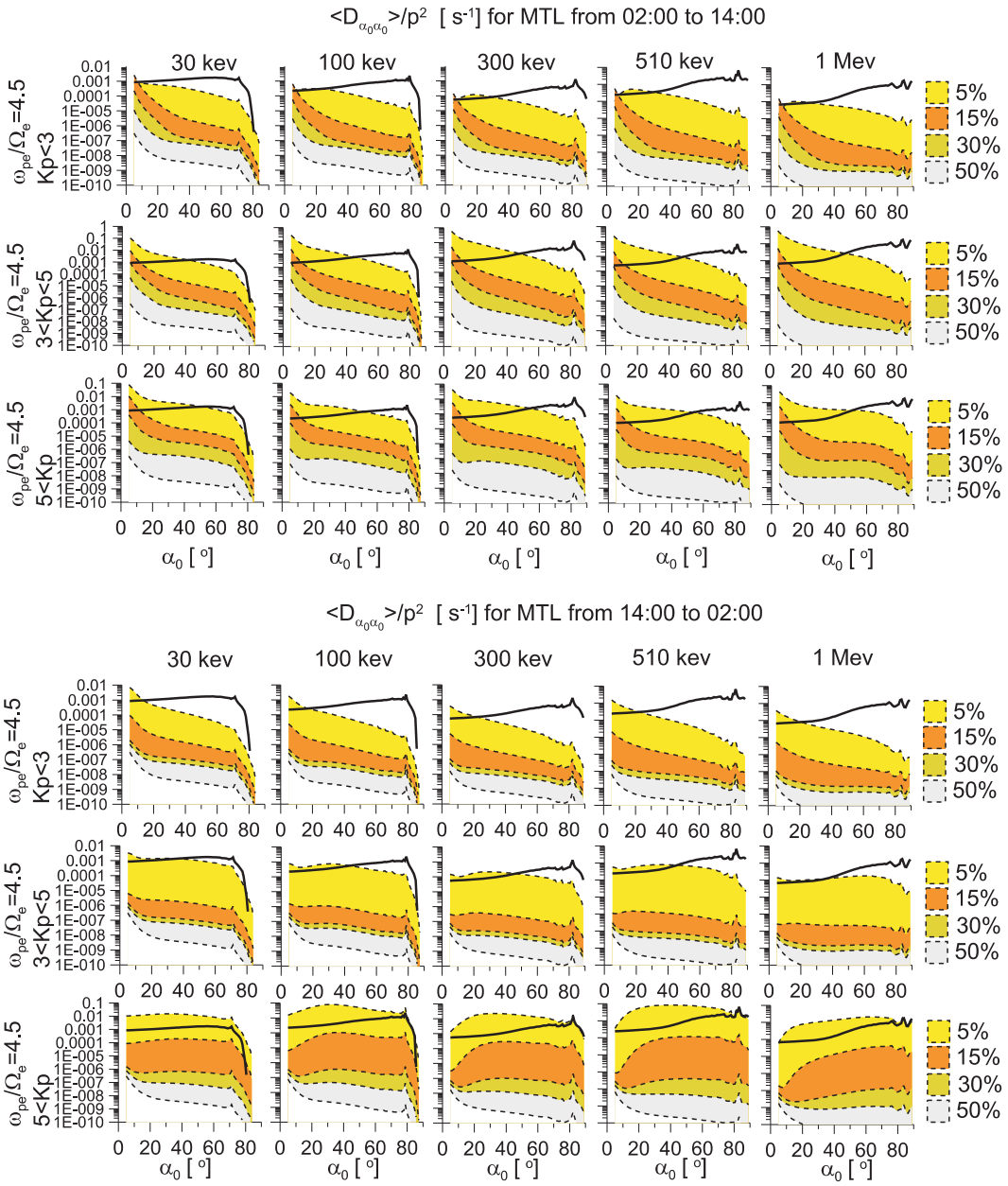

Fig. 4.20: Les distributions de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ sont calculées pour les secteurs matin/jour (panneau supérieur) et soir/nuit (panneau inférieur) décrits précédemment, et pour différentes énergies. Les quantiles définis précédemment sont représentés par différentes couleurs, et la valeur de $s = \omega_{pe}/\Omega_{e,equ}$ est choisie pour sa valeur la plus typique. Les lignes de haut en bas représentent les différentes niveaux d'activité géomagnétique - calme ($K_p < 3$), intermédiaire ($3 \leq K_p \leq 5$) et élevé ($K_p > 5$) - pris en compte. La ligne noir solide montre les valeurs de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$, calculé pour une amplitude constante $B_w = 100$ pT et les paramètres constants $X_m = 0$ et $X_w = 0.577$ (d'après Artemyev et al. (2012b)).

5. LES CHOEURS MAGNÉTOSPHÉRIQUES RÉFLÉCHIS

5.1 Introduction

Le travail présenté dans ce chapitre est motivé par deux récentes études de cas réalisées à l'aide de mesures de CLUSTER (Parrot et al., 2003a, 2004) et de THEMIS (Agapitov et al., 2011b), mettant en évidence pour la première fois l'observation d'ondes choeurs se propageant simultanément de et vers l'équateur, après leur réflexion à haute latitude dans la magnétosphère. En effet, comme il a été mentionné en Section 1.2.4, bien que ce phénomène ait été suggéré (Hines, 1957) puis démontré pratiquement un demi siècle plus tôt (voir par exemple Kimura, 1966; Edgar and Smith, 1967; Smith and Angerami, 1968), l'observation d'ondes réfléchies dans la magnétosphère était restée jusque là très rare. Les premières distributions démontrant l'augmentation continue de θ avec la latitude furent présentées par Burton and Holzer (1974) lorsque les formes d'ondes furent observées, permettant la détermination des distributions de vecteur d'onde. Cette étude suggérait aussi selon les auteurs la présence d'ondes choeur réfléchies à haute latitude, de moindre intensité. Cependant, en l'absence de la détermination du vecteur de Poynting, une ambiguïté de 180° dans la direction de propagation des signaux reste présente, due à la méthode Means (Means, 1972) employée. Il a fallu attendre une configuration particulière de la récente mission multi-satellite CLUSTER avec des instruments à haute résolution temporelle pour l'obtention simultanée du vecteur de Poynting et de la direction de $\underline{k}$, présentée dans la série de publications par Parrot et al. (2003a, 2004). Lors de cet événement particulier, datant du 29 Octobre 2001 entre 01 :00 et 05 :00 UT, un des vaisseaux de CLUSTER (SC3) était sur la même orbite que les trois autres (donc SC1, SC2, et SC4), mais retardé d'une demie heure. Cette configuration particulière a donc permis l'observation simultanée d'ondes choeur directes et réfléchies, les ondes directes étant observées par SC3, puis après leur réflexion magnétosphérique (LHR) par SC1, SC2 et SC4. Les auteurs déclarèrent que les ondes réfléchies, déviées lors de leur propagation, retournaient vers l'équateur magnétique dans une région différente de leur génération, et avec une intensité moindre. Ils corroborèrent cette hypothèse par une simulation de traçage de rayon, dans laquelle les directions de vecteur d'onde mesurées étaient utilisées pour initier un traçage de rayon inverse partant des quatre vaisseaux. Le code numérique pour le traçage de rayon (Cerisier, 1970; Cairo and Lefeuvre, 1986) employé dans cet article utilise notamment une approximation dipolaire du champ magnétique et un modèle

d'équilibre diffusif pour les densités électroniques et ioniques.

Parrot et al. (2003a) indiquèrent que l'intensité relative du signal réfléchi était atténuée d'environ 0.005 à 0.02 du signal source, ce qui est en accord avec les calculs théoriques du ratio d'atténuation des ondes réfléchies, trouvé égal à environ 0.05, effectués par Cornilleau-Wehrlin et al. (1985), dans le cadre de la théorie quasi-linéaire. Les auteurs indiquèrent aussi que les valeurs de θ des ondes réfléchies à proximité de l'équateur magnétique étaient faibles (inférieures à 20°), ce qui est en accord avec les résultats statistiques présentés par Agapitov et al. (2011a). Ce résultat implique que ces ondes peuvent endurer une amplification ultérieure, puisque la croissance des ondes est maximum pour les ondes se propageant de façon quasi-parallèle au champ magnétique minimum de la Terre (Kennel and Petschek, 1966; Goldstein and Tsurutani, 1984). Ces résultats furent confirmés dans Parrot et al. (2004), où une analyse détaillée de deux autres observations de choeurs réfléchis dans la magnétosphère fut réalisée. Cette analyse indiquait aussi une dégénérescence (lissage) de la structure des choeurs réfléchis (vers une structure similaire aux souffles plasmasphériques) lors de leur propagation, qui était supposée due aux effets de dispersion des paquets d'ondes lors de leur propagation (Shklyar and Jiříček, 2000). Les auteurs conclurent que si ces ondes étaient capables de pénétrer dans la plasmasphère vers des altitudes plus faibles, leur accumulation dans celle-ci pourrait être une source possible des souffles plasmasphériques, comme proposé précédemment par H.C Koons (voir Storey et al., 1991) et Draganov et al. (1992).

Cette hypothèse a d'ailleurs été confirmée plus tard par simulation numérique (Bortnik et al., 2008b) et appuyée par les données observationnelles (Bortnik et al., 2009). Dans ce dernier, le remarquable accord entre les mesures d'une configuration heureuse de THEMIS et les résultats obtenus par le traçage de rayon démontraient un lien direct entre les ondes choeur réfléchies et l'origine des souffles plasmasphériques. La réflexion et la réfraction des ondes choeur à haute latitude résultant en une diminution de L lors de la propagation, leur permettant de pénétrer dans la plasmasphère et d'y rester piégés, formant alors un spectre de puissance déstructuré, similaire au souffle plasmasphérique (voir aussi Bortnik et al., 2011a,b). La justesse de la modélisation numérique dans ces résultats nous encourage donc à l'utilisation du traçage de rayons pour déterminer l'évolution des ondes choeur dans la magnétosphère interne et leurs conséquences.

A la suite de ces résultats, Agapitov et al. (2011b) ont employé un nouveau

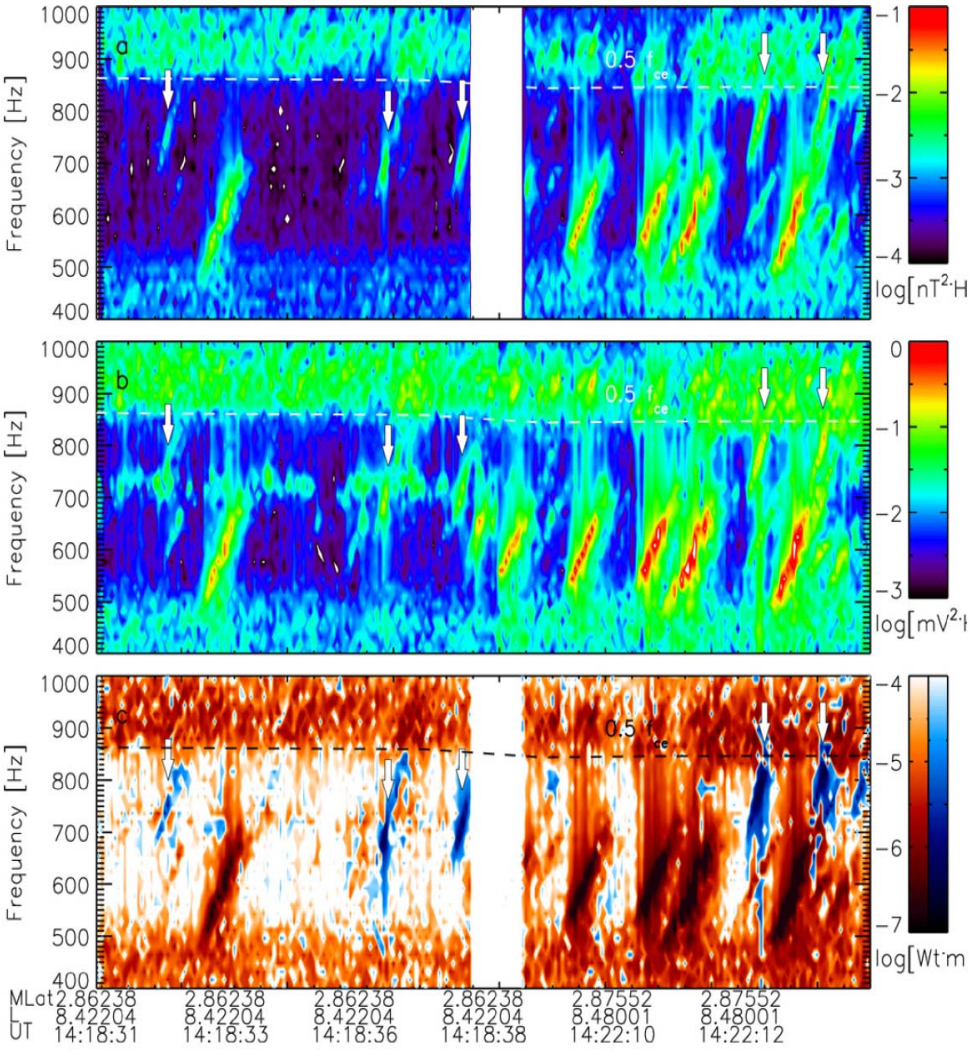

Fig. 5.1: Spectres de puissance fréquence-temps détaillés des fluctuations des champs magnétique (a) et électrique (b) mesurés par les instruments SCM (a) et EFI (b) à bord de THEMIS A le 26 juillet 2008 dans la région équatoriale. La dépendance fréquence-temps de la direction du vecteur de Poynting observée par l'instrument SCM/SCW est présentée en (c). Les éléments se déplaçant dans le sens du champ magnétique sont marqués en rouge, alors que les éléments se déplaçant dans la direction opposée sont marqués en bleu. Les éléments réfléchis sont indiqués par un flèche blanche par soucis de clarté. La puissance spectrale est donnée en échelle logarithmique (figure tirée de Agapitov et al. (2011b)).

modèle réaliste (voir Breuillard et al., 2012b) pour expliquer les caractéristiques des paquets d'ondes choeur directes et réfléchies observées à bord de THEMIS.

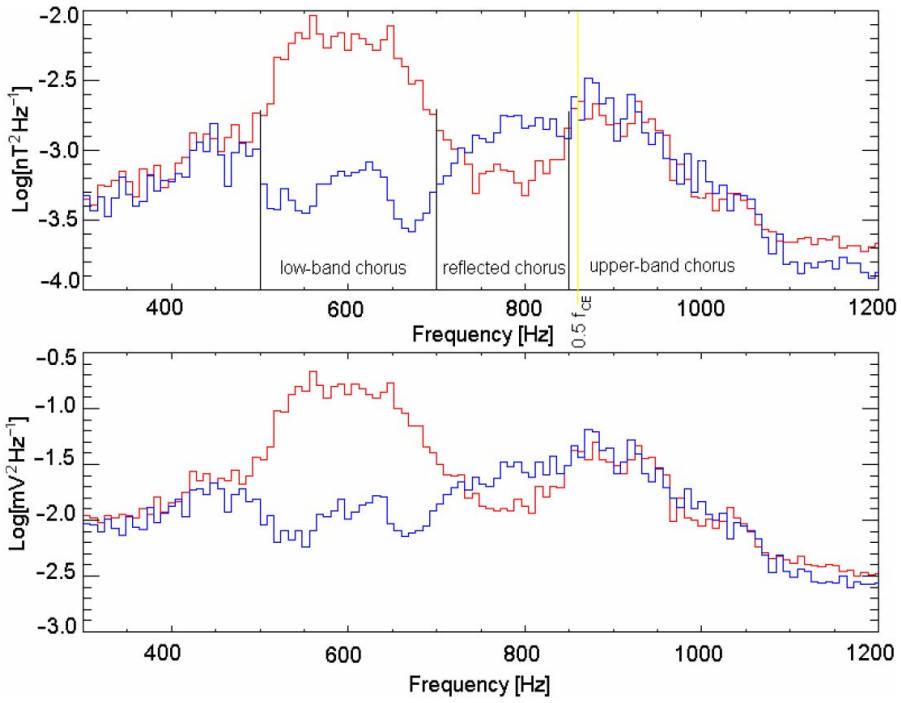

Fig. 5.2: Spectre des fluctuations des champs magnétiques (haut) et électriques (bas), par les instruments SCW et EFI, respectivement. Le rouge et le bleu correspondent aux temps où les éléments directs et réfléchis ont été mesurés. L'estimation de l'énergie des paquets de choeur réfléchis donne environ 0.01 de l'énergie des choeurs directs (d'après Agapitov et al. (2011b)).

Dans ce papier était notamment montrée une étude de cas d'une rare observation simultanée d'ondes choeur générées à l'équateur et d'ondes choeur réfléchies dans la magnétosphère, mesurée sur THEMIS A le 26 Juillet 2008. Les spectrogrammes fréquence-temps des fluctuations de champ électrique et magnétique, et la dépendance fréquence-temps de la direction du vecteur de Poynting, observés près de l'équateur magnétique et présentés dans Agapitov et al. (2011b) sont montrés en Fig.5.1.

Cette figure présente des éléments discrets de choeurs de basse-bande caractéristiques (dans une gamme de fréquence typique de $0.15\Omega_{e,equ}$ à $0.45\Omega_{e,equ}$), suivis par des éléments de plus faible amplitude (de $0.2\Omega_{e,equ}$ à $0.5\Omega_{e,equ}$), aussi bien dans les mesures de champ magnétique (panneau supérieur) qu'électriques (panneau intermédiaire), avec cependant une amplitude supérieure des fluctuations de champ électrique. Les analyses du vecteur de Poynting montrent clairement que les élé-

ments réfléchis (en dégradé de bleu, et pointés par des flèches blanches par soucis de clarté) possèdent une fréquence ($0.2-0.5\Omega_{e,equ}$) globalement 10% plus élevée que les éléments directs ($0.15-0.45\Omega_{e,equ}$), comme on peut le voir en Fig.5.2 de Agapitov et al. (2011b), où les lignes rouge et bleue représentent les moments auxquels les ondes directes et réfléchies ont été mesurées, respectivement. Cette figure met parfaitement en évidence les différentes intensités mesurées en fonction des fréquences, les choeurs basse-bande directes ayant une gamme de fréquence s'étalant entre 500 et 700 Hz, contre 700 à 850 Hz pour les ondes réfléchies.

Les auteurs ont aussi démontré que les choeurs réfléchis présentaient une structure relativement similaire aux choeurs directs (on note tout de même une légère dégénérescence), mais avec une intensité beaucoup plus faible (10 à 30 fois inférieure) et un vecteur $\underline{k}$ assez proche ($< 40°$) du champ magnétique mais dans la direction opposée aux ondes directes. Puis, par l'emploi de notre programme numérique utilisant des modèles réalistes de densité plasma et de champ magnétique (voir le chapitre 3 ou Breuillard et al. (2012b) pour la description détaillée), ils ont pu expliquer les différentes caractéristiques observées sur les spectrogrammes par la divergence spatiale des trajectoires des rayons durant leur propagation et réflexion dans la magnétosphère. Les simulations numériques ont notamment permis de confirmer que le "décalage en fréquence" de 10% observé entre choeurs directs et réflechis est dû au fait que les rayons réfléchis sont initialement générés près de l'équateur géomagnétique mais à des L plus faibles, où l'intensité du champ magnétique est plus élevée. Les ondes y étant générées possédant donc une fréquence plus élevée.

En se basant sur cette étude, et en utilisant le même code numérique mais avec un ensemble plus large de rayons, nous réalisons dans ce chapitre une étude statistique des caractéristiques de ces choeurs réfléchis, supposés générés à l'équateur.

5.2 Divergence spatiale des paquets d'ondes choeur réfléchis

Dans l'étude de cas Agapitov et al. (2011b), un petit ensemble d'ondes choeur générées à l'équateur magnétique, correspondant à l'événement étudié, était propagé vers l'hémisphère nord dans la magnétosphère interne, par la technique de traçage de rayon tridimensionnel utilisant un modèle réaliste de champ magnétique et de densités du plasma thermique. La répartition de ces rayons interceptant l'équateur

magnétique après leur première réflexion magnétosphérique était notamment présentée, en fonction de leurs paramètres initiaux L_0, ω, θ_0, et φ_0. En effet, comme nous avons pu le voir dans le chapitre précédent, la trajectoire d'une onde de type sifflement se propageant dans la magnétosphère dépend, pour des paramètres de plasma fixés, de ses paramètres initiaux et la divergence des rayons étant encore accentuée pour des rayons réfléchis, il est donc nécessaire de présenter leur dépendance aux paramètres initiaux pour mieux appréhender les distributions statistiques obtenues.

Dans cette section, nous commençons par réaliser une étude similaire, mais avec un ensemble étendu de paramètres initiaux, présentée en Fig.5.3. Le point auquel la trajectoire de chaque rayon intercepte le plan équatorial XY est représenté par un point coloré, dont la couleur correspond à la valeur (indiquée dans la barre de couleur à droite de chaque panneau) de son angle latitudinal initial (panneaux de gauche) ou de son angle azimutal initial (panneaux de droite), respectivement dans les gammes $0° \leq \theta_0 \leq \theta_{res}$ et $-180° \leq \varphi_0 \leq 180°$. Pour chaque panneau, le cône sélectionné de rayons lancés vers l'hémisphère nord est composé de rayons d'une même fréquence pour un seul point de départ L_0 de coordonnées $[L_0, 0, 0]$, le point de départ n'étant pas montré sur la figure. Les valeurs de L_0 dans la Fig.5.3 sont choisies pour représenter approximativement les bords internes et externes des ceintures de radiation typiques pour des conditions géomagnétiques intermédiaires ($K_p = 4$). Le bord interne ($L_0 = 4.5$) est choisi un peu distant de la plasmapause équatoriale ($L_{p,equ} \approx 4.1$) pour que la distribution des rayons ne soit pas perturbée par le gradient de densité, et le bord externe est choisi à une valeur typique de $L_0 = 6$, valeur au-delà de laquelle la distribution reste similaire étant donné que, comme nous l'avons vu précédemment, pour des valeurs assez éloignées de la plasmapause la dépendance en L_0 de la divergence des rayons est très faible. Les différentes valeurs de L_0 sont réparties en deux séries de deux colonnes. La gamme de fréquence choisie ($0.15 - 0.45\Omega_{e,equ}$ avec un pas de $\Delta\omega = 0.1\omega_{e,equ}$) pour ces rayons est typique (voir Section 5.1) des choeurs basse-bande directs observés dans cette région, chaque ligne représentant une fréquence différente.

D'après la Fig.5.3, il est clair que la divergence des trajectoires est large pour la plupart des rayons, particulièrement les faibles fréquences ($\omega \approx 0.15 - 0.25\Omega_{e,equ}$). Comme pour les choeurs directs, la quasi-totalité de ces ondes dans cette gamme de fréquence sont déviées vers des L plus élevés durant leur propagation, sauf pour celles

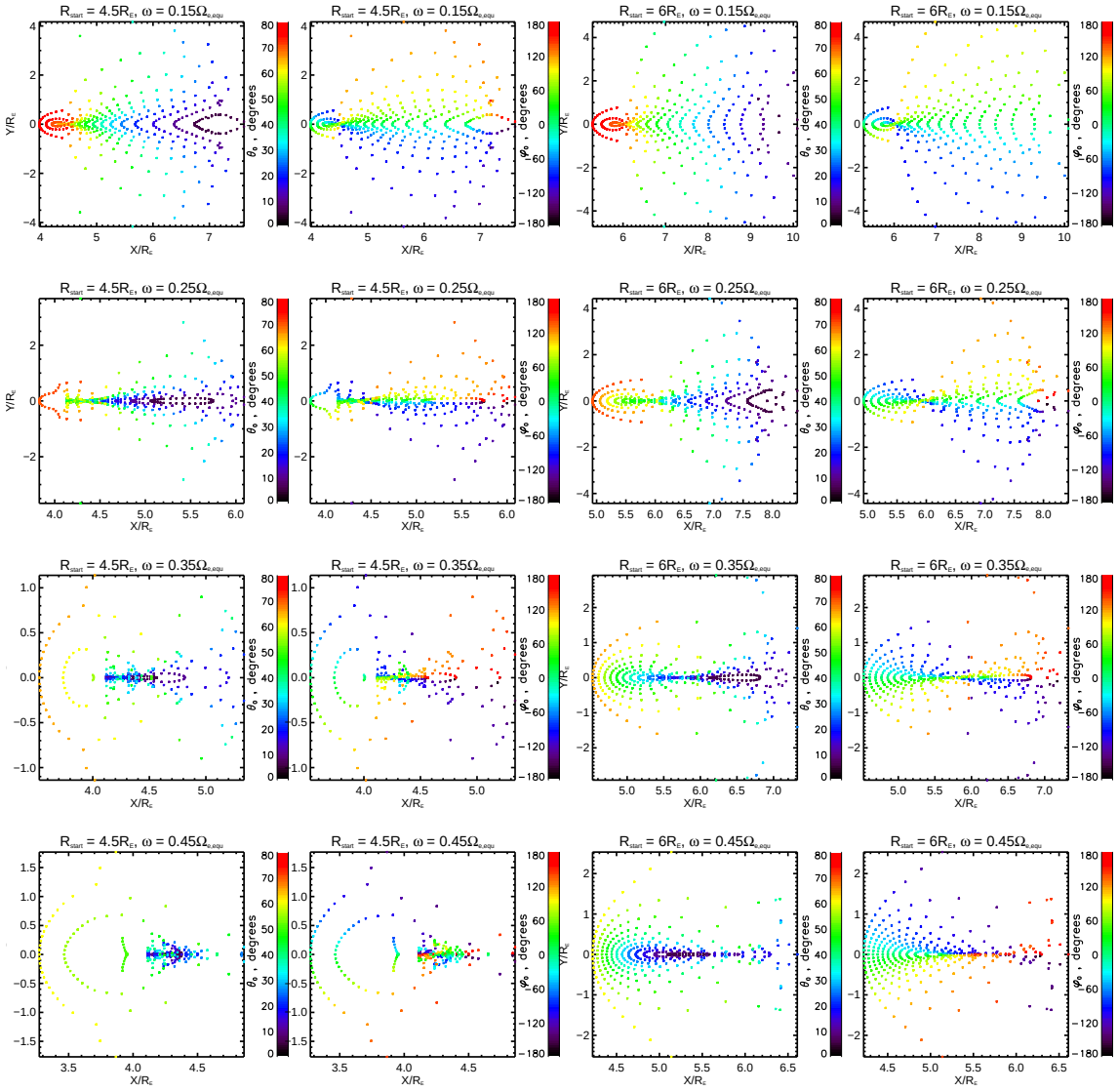

Fig. 5.3: Divergence spatiale de paquets de rayons dans le plan équatorial XY, après réflexion à haute latitude dans la magnétosphère. Chaque paquet consiste en un certain nombre de rayons d'une certaine fréquence ω (caractéristique des choeurs) et lancés d'un point L_0 dans le plan équatorial. Chacun de ces paquets est représenté par deux panneaux différents, dans lesquels les points colorés représentent des rayons ayant des valeurs initiales θ_0 (à gauche) et φ_0 (à droite), correspondant aux barres de couleur à droite de chaque panneau. Les lignes représentent des fréquences différentes et les colonnes des L_0 correspondant aux limites interne et externe de la ceinture de radiation externe.

ayant un large θ_0. Ces rayons subissent d'ailleurs une déviation moindre lorsqu'ils ont un large θ_0, au contraire des hautes fréquences ($\omega \approx 0.35 - 0.45\Omega_{e,equ}$) pour lesquelles la divergence augmente avec θ_0. Les rayons sont aussi plus déviés en longitude ϕ lorsque φ_0 devient proche de $\pm 120°$, et ce quels que soient les autres paramètres initiaux. Cependant, une propriété intéressante est la symétrie en longitude en fonction de L_1, où L_1 est la distance radiale à laquelle les rayons réfléchis croisent le plan équatorial après leur première réflexion magnétosphérique (donc la distance que fait le point tracé avec l'axe $X = 0$). En effet, chaque rayon, pour lequel $L_1 < L_0$, croise le plan méridien XZ lors de sa propagation et à l'inverse les rayons ayant $L_1 > L_0$ ne voient pas leur coordonnée Y changer de signe lors de leur propagation. Il faut tout de même noter que ce point d'inversement (ici $L_1 = L_0$) est légèrement inférieur à R_0 pour les hautes fréquences. Enfin, les trajectoires des rayons sont plus concentrées pour les larges angles θ_0 des fréquences basses ($\sim 0.15 - 0.25\Omega_{e,equ}$), et pour les faibles θ_0 des fréquences élevées ($\sim 0.35 - 0.45\Omega_{e,equ}$). La densité spatiale des ondes est aussi plus élevée pour $Y = 0$, c'est-à-dire les rayons ayant $\varphi_0 = 0°$. La forte densité spatiale de ces rayons indique que ceux-ci forment le maximum d'intensité de la distribution de la puissance d'onde, qui est un paramètre crucial pour le calcul des coefficients de diffusion, comme le montre l'Equ.(2.77). Pour mieux comprendre et modéliser les effets globaux des ondes choeur sur les pertes et l'accélération relativistes des électrons énergétiques, il est donc requis une bonne connaissance de la distribution statistique de leur puissance d'onde.

La distribution équatoriale de la puissance d'onde d'un élément individuel de choeur (noté SCE ci-après) est présentée en Fig.5.4.

Un SCE, que l'on peut voir en Fig.1.8, est un groupe (paquet) d'ondes générées sur une région d'étendue $\Delta L \approx 1R_E$ avec une distribution de puissance d'onde selon L approximée par une fonction gaussienne. Sa distribution en fréquence et θ_0 est typique des ondes choeur (voir chapitre précédent), et la distribution des rayons est donc pondérée en intensité par la fonction suivante :

$$\begin{aligned} g_0(\theta_0, L_0, \omega) = h_0(\theta_0) \exp\left[-\frac{(L_0 - L_{m,0})^2}{2\,(0.2)^2}\right] \\ \times \exp\left[-\frac{(\omega - 0.34\Omega_{e,equ})^2}{2\,(0.15\Omega_{e,equ})^2}\right], \end{aligned} \tag{5.1}$$

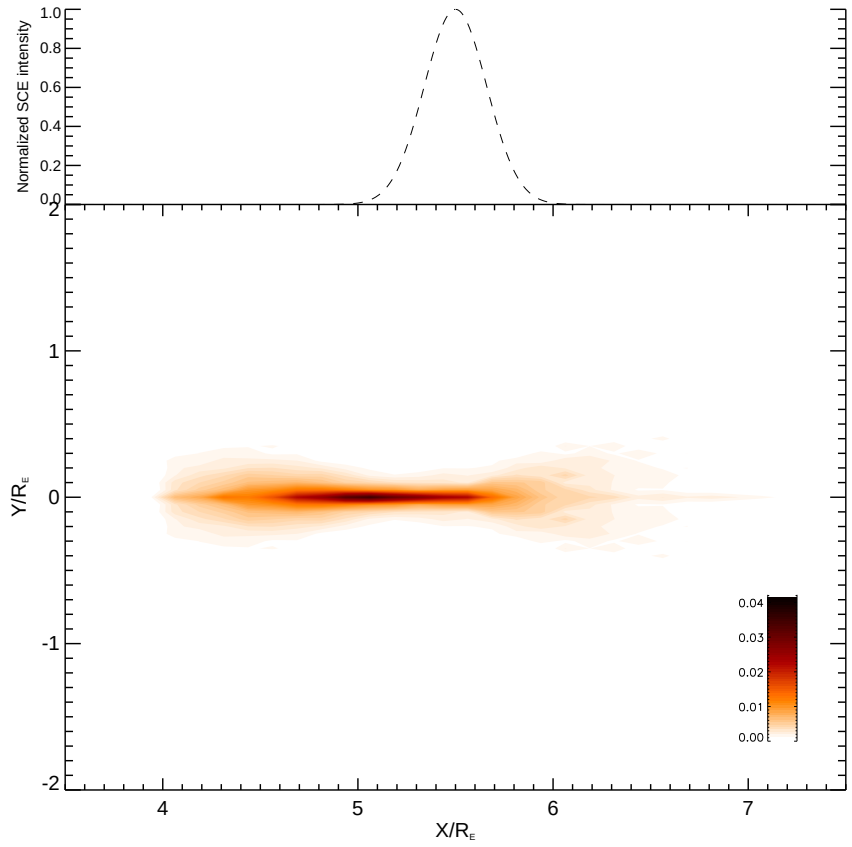

Fig. 5.4: Fonction de densité de probabilité de la distribution de puissance d'onde réfléchie dans le plan équatorial XY, obtenue par un élément de choeur initialement généré dans le même plan (à $L_m = 5.5$) vers l'hémisphère nord. L'élément de choeur est unidimensionnel, i.e. les coordonnées Y_0, Z_0 sont nulles pour tous les rayons. L'élément initial est représenté selon l'axe x (distance radiale) par une ligne en tirets (panneau supérieur), son ordonnée Y correspondant à la pondération de l'intensité de sa puissance d'onde, décrite par l'Equ.(5.1), normalisée à 1 à L_m.

$h_0(\theta_0)$ étant la distribution équatoriale de l'angle θ présentée en Fig.4.3, et $L_{m,0}$ la distance radiale initiale du maximum de puissance d'onde du SCE. Dans le cas de la Fig.5.4, le SCE est centré à $L_{m,0} = 5.5$ à MLT=09 :00 et est considéré comme unidimensionnel, i.e. $Y_0 = 0$ pour tous les rayons. Les paramètres de densités du plasma et du champ magnétique utilisés ici sont les mêmes que dans le chapitre précédent (Breuillard et al., 2012b). Un SCE est modélisé ici par 20 500 rayons environ, avec des paramètres typiques des choeurs de basse-bande. La gamme de

distance initiale est choisie à une valeur, typique de la position des ceintures de radiation, telle que $5.0 \leq L_0 \leq 6.0$ avec un pas $\Delta L_0 = 0.1$. La gamme de fréquence est $0.15\Omega_{e,equ} \leq \omega \leq 0.45\Omega_{e,equ}$ avec un pas $\Delta\omega = 0.05\Omega_{e,equ}$. Les angles latitudinaux initiaux sont choisis à des valeurs atteignant le cône de résonance, i.e. $5° \leq \theta_0 \leq \theta_{res}$ ($\Delta\theta_0 = 5°$), et la distribution en angles azimutaux initiaux est toujours uniforme, i.e. $-180° \leq \varphi_0 \leq 180°$, avec $\Delta\varphi_0 = 10°$.

En Fig.5.4 est présentée la distribution de puissance d'onde d'un tel SCE, réfléchie dans le plan équatorial XY après la première réflexion magnétosphérique. La distribution initiale de puissance d'onde de ce SCE est représentée dans le panneau supérieur par une ligne pointillée, la dépendance en fonction de L_0 étant montrée sur l'axe X. L'intensité de la distribution est normalisée à 1 pour $L_{m,0}$ et pondérée par l'Equ.(5.1). Les valeurs de la distribution réfléchie sont montrées dans la barre de couleur. Il est possible d'expliquer la distribution obtenue par les caractéristiques de propagation des ondes réfléchies, décrites dans la figure précédente. En effet, les rayons de faible fréquence et θ_0 sont étalés sur de plus larges valeurs de L et ϕ, la même tendance étant observée pour les rayons de fréquence et θ_0 élevés mais vers des L plus faibles. En plus du fait que l'intensité de la distribution est maximale pour $\omega = 0.34\Omega_{e,equ}$, les rayons possédant une fréquence dans la gamme $0.3\Omega_{e,equ} \leq \omega \leq 0.4\Omega_{e,equ}$ et un faible θ_0 forment donc le maximum de la distribution de la puissance d'onde car ils sont plus convergents, retournant à l'équateur à $L_1 < L_0$ en n'étant quasiment pas déviés en longitude. On peut noter aussi que la partie principale de la distribution (valeurs supérieures à ~ 0.015) possède toujours une largeur de $\sim 1R_E$ le long de l'axe X, mais avec un maximum L_m déplacé d'environ $0.5R_E$ vers des valeurs plus faibles, ce qui correspond à la tendance globale de déplacement des choeurs vers la Terre lors de leur réflexion, démontré par Bortnik et al. (2008b, 2009) par exemple. L'étalement de la distribution en longitude est quant à lui environ dix fois plus faible qu'en distance radiale. La distribution de la puissance d'onde est donc très étroite le long du plan méridien et étalée en distance radiale, il est ainsi possible de négliger les variations en longitude de la distribution de puissance d'onde réfléchie, et étudier sa dépendance uniquement selon L. Ceci justifie notamment notre approche bidimensionnelle dans ce travail, lorsque la source des choeurs est considérée pour un MLT unique.

La dépendance de la distribution de puissance d'onde équatoriale en fonction de L (axe X) est présentée en Fig.5.5, pour différentes positions initiales d'un SCE

(axe Y). La position initiale de ce dernier est définie par la position initiale de son maximum $L_{m,0}$ en ordonnée, et la valeur de la distribution dans chaque classe (d'amplitude $0.2R_E$) est montrée dans la barre de couleur. Sur le panneau de droite est présenté le ratio de la puissance d'onde totale réfléchie de chaque SCE par rapport à leur puissance d'onde totale initiale, i.e. le nombre de rayons réfléchis atteignant l'équateur après leur première réflexion magnétosphérique par rapport au nombre initial de rayons présents dans le SCE.

En premier lieu, on peut remarquer que la puissance d'onde réfléchie est plus étalée en distance radiale pour les valeurs élevées de $L_{m,0}$, même si le maximum de la distribution réfléchie reste diminué de $\sim 0.5R_E$ par rapport à $L_{m,0}$, la majorité des ondes étant distribuée proche de la ceinture de radiation externe dans la gamme $4.5 \leq L \leq 7$. Une partie de la distribution atteignant des distances supérieures à $8R_E$, il est donc possible pour une source locale à l'équateur de remplir d'ondes de larges régions. Pour des valeurs de L plus faibles ($L_{m,0} < 6.0$), la position du maximum de la distribution est déplacée d'environ $1.0R_E$ vers les L plus faibles, la puissance d'onde étant concentrée juste derrière la plasmapause (ici à $L \approx 4.0$ dans le plan équatorial). En particulier, pour $L_{m,0} < 5.2$ la distribution de puissance d'onde est très étroite et très concentrée (le maximum atteint 0.14) près de la plasmapause, mais quasi-nulle dans la plasmasphère. La grande majorité des ondes ne peut donc pénétrer dans la plasmasphère et s'accumule derrière la plasmapause. Dans le panneau de droite, on remarque que le ratio d'ondes réfléchies atteignant l'équateur est presque constant ($\sim 69 - 73\%$) pour tous les $L_{m,0}$, même si moins de rayons sont réfléchis pour des valeurs élevées de $L_{m,0}$.

De par ces deux panneaux, il est possible de calculer la puissance d'onde réfléchie effective par rapport à la puissance d'onde initiale de l'élément de choeur. Pour cela, il suffit de multiplier les deux ratios précédemment cités, ce qui donne le ratio d'atténuation local (sur une distance de $0.2R_E$) des ondes réfléchies à l'équateur, que l'on peut comparer aux valeurs du ratio d'atténuation mesuré et calculé théoriquement. La Fig.5.5 montre que ce ratio obtenu par nos simulations varie entre 0.005 pour les régions où le moins d'ondes sont réfléchies à 0.1 à proximité de la plasmapause, avec une valeur moyenne de 0.04, ce qui est en très bon accord avec la valeur moyenne théorique calculée par Cornilleau-Wehrlin et al. (1985) dans le cadre de la théorie quasi-linéaire. Ces valeurs sont aussi très cohérentes avec les ratios mesurés à bord de CLUSTER (Parrot et al., 2003a, 2004) et THEMIS (Aga-

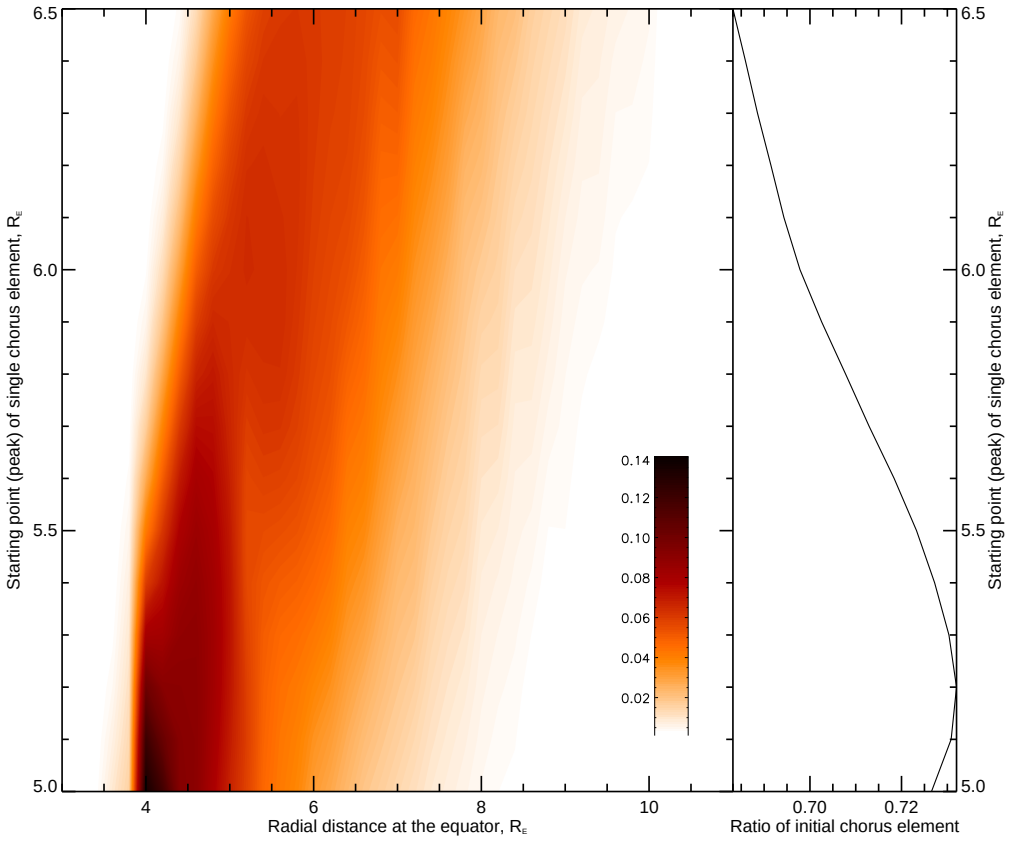

Fig. 5.5: La fonction de densité de probabilité de la distribution de puissance d'onde d'un élément de choeur dans le plan équatorial en fonction de sa distance initiale L_m (axe x), pour différentes valeurs de L_m (axe y). Chaque distribution (ligne) est obtenue d'un élément de choeur généré à l'équateur, centré à L_m et pondéré par l'Equ.(5.1). A l'image de la figure précédente, chaque élément est unidimensionnel, mais la distribution de puissance d'onde réfléchie est considérée unidimensionnelle ici aussi, i.e. on néglige ses variations selon Y. Sur le panneau de droite est montré, en fonction de L_m, le ratio du nombre de rayons réfléchis atteignant l'équateur par rapport au nombre total de rayons présents dans le SCE initial.

pitov et al., 2011b) mentionnés plus haut, puisque l'intensité des signaux réfléchis était mesurée à 0.005-0.02 et 0.025-0.05 des signaux directs, respectivement.

Il est donc possible d'étudier les caractéristiques statistiques de la divergence spatiale des rayons par le biais du traçage de rayons, et notamment d'estimer l'atténuation de la puissance d'onde réfléchie des ondes choeur dans n'importe quel endroit de la magnétosphère interne ; afin de compléter les observations des satellites qui

sont très rares pour les ondes réfléchies. Mais nous allons voir dans la prochaine section que toutes les autres caractéristiques des choeurs réfléchis observés peuvent être reproduites par le code, pour mieux comprendre leur structure par exemple.

5.3 Caractéristiques spectrales des choeurs magnétosphériques

Comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, les premiers spectres fréquence-temps et analyses du flux de Poynting montrant des observations simultanées de choeurs directs et réfléchis furent présentées par Parrot et al. (2003a, 2004) et Agapitov et al. (2011b). Dans Agapitov et al. (2011b), il était notamment déclaré que, en plus d'une puissance d'onde atténuée, les éléments se propageant vers l'équateur présentaient une gamme de fréquence $\sim 10\%$ plus élevée que les éléments directs, ainsi qu'une structure discrète assez similaire, bien qu'un peu altérée. Les auteurs démontrèrent aussi que ces ondes réfléchies étaient en fait des ondes générées dans des régions de plus fort champ magnétique (L plus faible), les signaux étant tronqués de leurs fréquences les plus faibles dû à la divergence des trajectoires. Ces hypothèses étaient corroborées par des simulations numériques réalisées à l'aide d'un code employant un modèle réaliste de la magnétosphère interne (Breuillard et al., 2012b). Utilisant ce même code, et propageant un SCE généré à l'équateur, nous montrons dans cette section qu'il est possible de reproduire toutes les caractéristiques des choeurs réfléchis observées dans Agapitov et al. (2011b).

Cet évènement a été mesuré le 26 Juillet 2008 à 14 :20 UT, lors d'une période d'activité géomagnétique calme ($K_p = 1$) par THEMIS A. Le satellite était situé près de l'équateur ($\lambda = 2.8°$) à $L = 8.4$ et $MLT = 12$. La grille de densité 2D et le profil de densité donnés par notre code numérique pour ces paramètres d'entrée sont respectivement montrés et décrits dans les panneaux de droite des Fig.3.6 et 3.7. Le moment magnétique du dipole terrestre est choisi correspondant à l'année 2008. Les paramètres des ondes dans nos simulations sont aussi basées sur les données observationnelles telles que : la gamme de fréquence est $0.25\Omega_{e,equ} \leq \omega \leq 0.4\Omega_{e,equ}$ et les paramètres initiaux des vecteurs d'onde sont $5° \leq \theta_0 \leq 30°$ et $-180° \leq \varphi_0 \leq 0°$. La valeur initiale du maximum $L_{m,0}$ du SCE est déterminée, par traçage de rayon dans Agapitov et al. (2011b), égale à 8.0. La distribution du SCE s'étale donc sur la gamme $7.5 \leq L_0 \leq 8.5$, et est pondérée en intensité par l'Equ.(5.1). Les différents rayons composant le SCE sont donc générés à l'équateur et propagés vers

l'hemisphère nord, puis sont éventuellement réfléchis à haute latitude et analysés à $L = 8.3 - 8.5$ et $\lambda = 2.8°$ à leur retour à proximité de l'équateur magnétique, nous permettant de reconstruire leur spectre de puissance fréquence-temps et leur structure dans cette région.

Sur les panneaux supérieurs de la Fig.5.6 sont présentés les spectres de puissance fréquence-temps obtenus par nos simulations dans les régions $L = 8.0$ (à gauche), et $L = 8.4$ (à droite). Dans chaque panneau le spectre d'un SCE généré dans la région sélectionnée (i.e. $L_{m,0} = 8.0, 8.4$) est montré à gauche (à $L_{m,0} = 8.0$ l'élément montré est donc le SCE propagé dans la magnétosphère et à $L_{m,0} = 8.4$ l'élément est montré à titre de comparaison, i.e. sa réflexion n'apparaît pas ici) et sur la droite le SCE généré initialement à $L_{m,0} = 8.0$ et réfléchi dans la région sélectionnée est représenté. Il est clair d'après ces deux panneaux que le SCE réfléchi est étalé dans les deux régions différentes dû à la large divergence des trajectoires des rayons. La puissance des signaux réfléchis est située entre 0.025 et 0.07 des signaux sources, comme l'indiquent les barres de couleur, ce qui est en excellent accord avec les observations de Agapitov et al. (2011b). La gyrofréquence électronique, représentée en tirets en Fig.5.6, est trouvée environ 9% plus faible à $L = 8.4$ qu'à $L = 8.0$, expliquant l'écart de fréquence observé entre l'élément de choeurs directs et réfléchis dans le panneau de droite de la Fig.5.6. En effet, la majorité des rayons a été générée à proximité de $L_0 = 8.0$, où le champ magnétique (donc la gyrofréquence électronique également) est légèrement plus élevé qu'à $L_0 = 8.4$; les choeurs étant générés avec une fréquence proportionnelle à la gyrofréquence électronique locale, ils possèdent une fréquence plus élevée que les éléments générés à $L_0 = 8.4$. De plus, le SCE réfléchi est tronqué en totalité de ses fréquences les plus faibles (ici $0.25\Omega_{e,equ}$) à $L_0 = 8.0$ car elles sont déviées vers les plus larges L, ce que l'on retrouve bien à $L_0 = 8.4$ où plus de fréquences faibles (< 500Hz) sont présentes. Cependant, l'élément apparaît tronqué de ses fréquences faibles par rapport à l'élément généré à $L_0 = 8.4$ à cause de la différence de gyrofréquence dans les deux lieux, ce qui est aussi en accord avec les observations de Agapitov et al. (2011b). Malgré le fait que à $L_0 = 8.4$ on retrouve plus de faibles fréquences, la majeure partie de la puissance d'onde est composée des fréquences $\omega \approx 0.3 - 0.35\Omega_{e,equ}$, qui sont les ondes les moins déviées de leur point de génération, comme nous l'avons vu dans la partie précédente. On peut aussi constater que la pente du spectre ($d\omega/dt$) diminue pour ces paquets d'ondes réfléchies. Enfin, nous pouvons remarquer dans les deux panneaux que le

SCE réfléchi possède une structure assez similaire aux éléments directs, même si l'on constate que cette structure commence à s'altérer (après plusieurs réflexions l'élément devient de plus en plus déstructuré et présente un spectre de type souffle plasmasphérique), surtout pour les fréquences élevées, ce qui est encore une fois observé à bord de CLUSTER (Parrot et al., 2003a, 2004) et THEMIS (Agapitov et al., 2011b).

Un des avantages des simulations numériques est justement qu'il est possible de détailler la structure des spectres observés pour déterminer par exemple ici la propagation des rayons et l'évolution du SCE. Les panneaux inférieurs de la Fig.5.6 montrent la structure interne des spectres des éléments réfléchis en fonction de leur angle θ_0, représentés ici de différentes couleurs de bleu foncé ($\theta_0 = 5°$) à rouge ($\theta_0 = 30°$). La structure cohérente des SCE réfléchis se remarque par des motifs similaires au spectre fréquence-temps des ondes de type sifflement réfléchies, dû au milieu dispersif. En effet, chaque motif représente une fréquence discrète différente composant l'élément de choeur, comme noté dans le panneau inférieur gauche. Chaque "ligne" que l'on distingue correspond quant à elle aux différents L_0 sélectionnés, les lignes de fréquences plus élevées (faibles) dans chaque motif correspondant à des L_0 faibles (élevés), puisque la gyrofréquence diminue avec l'augmentation de L. Les plus basses fréquences ($0.25\Omega_{e,equ}$) sont dominées par les angles θ_0 les plus élevés car ces rayons sont moins déviés de leur L_0 que pour de faibles θ_0. La tendance inverse est observée pour les rayons de plus haute fréquence, pour les mêmes raisons. Cependant, à $L = 8.4$ de plus faibles valeurs de θ_0 sont présentes pour $0.25\omega_{e,equ}$ car L est un peu plus élevé, c'est pourquoi à cette distance les spectres sont moins tronqués de leurs fréquences les plus basses. Pour $\omega = 0.40\Omega_{e,equ}$ et $L = 8.4$, le SCE est tronqué des angles θ_0 élevés car ceux-ci sont déviés vers des L inférieurs lors de leur propagation. Le SCE réfléchi présente une structure moins cohérente à $L = 8.4$ pour les fréquences élevées ce qui est cohérent avec les observations (Parrot et al., 2004; Agapitov et al., 2011b), ceci étant dû au fait que les rayons pour lesquels $\omega = 0.4\Omega_{e,equ}$ et $L_0 < 8.0$ sont réfléchis pour la plupart à $L \leq 8.0$ et donc n'apparaissent pas à proximité de $L = 8.4$, ceux apparaissant dans cette région étant très perturbés.

Nous avons vu que la plupart des rayons de fréquence élevée sont réfléchis à des L plus faibles donc la puissance d'ondes doit y être plus élevée, il paraît donc intéressant de reconstruire le spectre fréquence-temps des ondes réfléchies dans cette

zone, i.e. pour les régions $L < L_{m,0}$. En Fig.5.7 est présentée la reconstruction de ce spectre pour le même évènement que précédemment, mais cette fois-ci les rayons sont recueillis dans la région $L_0 = 7.0$. On constate tout de suite que l'élément de choeur réfléchi recueilli à $L_0 = 7.0$ possède un ton descendant ($d\omega/dt < 0$), alors que l'élément initialement généré est un ton montant. En effet, la troncature des fréquences les plus basses ($0.25 - 0.3\Omega_{e,equ}$) combinée au fait que les rayons de haute fréquence ne sont pas perturbés et se propagent plus vite vers leur point de réflexion que les basses fréquences, engendre une pente négative de l'élément réfléchi dans les régions de plus faible L. La différence de L nécessaire entre le point de lancement $L_{m,0}$ de l'élément montant et de l'élément réfléchi L_0 pour obtenir un ton descendant est d'environ $1R_E$. D'après la Fig.5.7, l'intensité du signal réfléchi est d'environ 30% celle du signal source, c'est-à-dire supérieure à celle des rayons réfléchis à plus hauts L, puisque ici les fréquences les plus hautes forment la majeure partie de la distribution de puissance d'onde. On remarque aussi que la largeur de bande de fréquence est environ divisée par deux, avec une valeur centrale de la fréquence de l'élément descendant d'environ $0.25\Omega_{e,equ}$, puisque la valeur de $\Omega_{e,equ}$ locale ($L_0 = 7.0$) est plus élevée qu'au point de lancement de l'élément montant. Enfin, l'angle θ des rayons dans l'élément réfléchi est de $\sim 75 - 80°$ (non montré).

La reconstruction des spectres fréquence-temps des éléments de choeur suggère donc qu'il est possible d'obtenir, à partir d'un élément montant généré à l'équateur à une distance $L_{m,0}$, des tons montants réfléchis à des L plus élevés ($L_0 > L_{m,0}$) tels qu'observés par Parrot et al. (2004); Agapitov et al. (2011b) à proximité de l'équateur, mais aussi des tons descendants pour des L plus faibles ($L_0 < L_{m,0} - 1$). Pour des valeurs $L_{m,0} - 1 < L_0 < L_{m,0}$, différentes formes de spectres peuvent être observées, telles que décrites par Burtis and Helliwell (1976).

5.4 Résumé et discussion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les caractéristiques de propagation des ondes choeur réfléchies dans la magnétosphère interne par le biais de simulations de traçage de rayons. Nos simulations (voir Breuillard et al., 2012b) reproduisent avec précision les caractéristiques de propagation des éléments de choeur réfléchis dans le plan équatorial, observés à bord des satellites. Pour cela, des SCE (basse-bande) sont générés à l'équateur magnétique en basant leurs propriétés initiales sur les observa-

tions, et sont propagés dans la magnétosphère interne. Après avoir éventuellement subi une réflexion magnétosphérique à haute latitude, les trajectoires des rayons réfléchis sont traitées pour analyser leur distribution spatiale dans le plan équatorial. Premièrement, la dispersion spatiale des trajectoires des rayons est étudiée selon leurs paramètres initiaux $(L_0, \omega, \theta_0, \varphi_0)$, qui permet de déterminer les propriétés de propagation des ondes de type sifflement après leur réflexion magnétosphérique. Nous montrons notamment que cette divergence spatiale des rayons réfléchis est très large, surtout pour les fréquences basses ($\sim 0.1 - 0.25\Omega_{e,equ}$), et peut dans ce cas atteindre quelques rayons terrestres, excepté pour les rayons générés proches du cône de résonance ($\theta_0 > 60°$). Les choeurs de haute fréquence ($\sim 0.3 - 0.45\Omega_{e,equ}$) sont quant à eux moins déviés de leur L de génération, et plus concentrés dans le plan méridien ($Y = 0$), les rayons les moins déviées à leur retour à l'équateur étant généralement les ondes pour lesquelles $\omega \approx 0.3\Omega_{e,equ}$. Ainsi, en plus de dominer la distribution en fréquence des choeurs, ces ondes forment la majeure partie de la distribution équatoriale de puissance d'onde réfléchie. Cette distribution est présentée ensuite pour un élément de choeur unidimensionnel (dans le plan méridien) généré à l'équateur, et il est montré que cette distribution est très étendue en L et très peu (10 fois moins) en longitude, si bien qu'il est possible d'en négliger les variations longitudinales. L'étalement de la majeure partie de la distribution de puissance d'onde selon X est similaire à l'étalement initial du SCE ($1R_E$), cependant on note un rapprochement ($\sim 0.5R_E$) du maximum de la distribution de la puissance d'onde vers la Terre, ce qui avait été démontré auparavant notamment dans Bortnik et al. (2008b, 2009). Cette tendance est confirmée lorsque l'on trace ensuite la dépendance de la puissance d'onde selon X, pour différentes valeurs de $L_{m,0}$, le maximum étant encore plus décalé ($\sim 1R_E$) si $L_{m,0}$ est proche de la plasmapause, mais l'étalement de la distribution est beaucoup plus large pour des valeurs $L_{m,0}$ éloignées de la plasmapause. Ainsi, il semble possible de "remplir" de larges régions avec ces ondes choeurs avec seulement une source localisée (voir Breuillard et al., 2013b), grâce à la forte divergence de celles-ci à ces distances. Au contraire, on voit que pour les valeurs de $L_{m,0}$ proches de la plasmapause ($L_{m,0} < 5.5$), la plupart des rayons sont confinés à proximité de la plasmapause et s'y accumulent sans pouvoir pénétrer dans la plasmasphère. Ce résultat intéressant semble contradictoire avec les résultats de Bortnik et al. (2008b, 2009, 2011b), cependant nous pensons que ceci peut être dû au niveau d'activité géomagnétique, et plus particulièrement à la

forme de la plasmapause. Néanmoins cet aspect nécessite un travail séparé plus approfondi. Cependant, la distribution de puissance d'onde calculée en fonction de L, ainsi que le ratio du nombre de rayons réfléchis à l'équateur par rapport au nombre de rayons initiaux, nous permettent d'estimer le taux d'atténuation local (sur une region de $\sim 0.2R_E$) des signaux réfléchis dans toutes la magnétosphère interne. Ce taux est trouvé ici égal à $\sim 0.005 - 0.1$, avec une valeur moyenne de ~ 0.04, ce qui est en excellent accord avec les calculs théoriques de Cornilleau-Wehrlin et al. (1985), et les observations récentes de CLUSTER (Parrot et al., 2003a, 2004) et THEMIS (Agapitov et al., 2011b).

Ce bon accord nous encourage donc, toujours par génération d'un SCE à l'équateur magnétique, à modéliser un événement enregistré sur THEMIS où l'observation simultanée de choeurs directs et réfléchis est présentée par Agapitov et al. (2011b). Nous démontrons dans ce chapitre que toutes les caractéristiques du spectre fréquence-temps observé des signaux réfléchis telles que l'intensité atténuée ($0.025 - 0.07$ du signal source), le décalage en fréquence (de 10% plus élevé) par rapport aux signaux sources, la troncature des fréquences les plus faibles et la dégénérescence de leur structure ; sont très bien reproduites par les simulations numériques. Ces dernières permettent notamment, contrairement aux observations, d'expliquer la structure interne des éléments (e.g. la troncature des fréquences basses et la dégénérescence).

Les simulations numériques permettent donc de confirmer la réflexion magnétosphérique de ces ondes se propageant vers l'équateur, mais apporte aussi des informations complémentaires aux observations sur la structure interne de ces signaux. Ce type d'observation étant très rare, les simulations numériques peuvent se révéler un atout majeur pour connaître la distribution globale des ondes choeurs réfléchies dans la magnétosphère, celles-ci pouvant jouer un rôle important sur la dynamique des particules énergétiques, notamment à haute latitude.

Les simulations numériques suggèrent aussi qu'il est possible de former des tons descendants dans la zone équatoriale par la réflexion magnétosphérique d'éléments montants à de plus faibles L. Or, deux études statistiques très récentes (Li et al., 2011b, 2012) des propriétés des tons descendants de choeur viennent renforcer cette hypothèse. En effet, les propriétés statistiques des tons descendants dans ces études montrent qu'ils possèdent une intensité d'environ 30% des signaux sources, ainsi qu'une largeur de bande de fréquence faible, centrée sur $\sim 0.25 - 0.3\Omega_{e,equ}$. Il y

est aussi démontré qu'ils sont fortement obliques par rapport au champ magnétique local ($\theta \approx 70-80°$) et leur maximum d'intensité est confiné dans la région $6 < L < 8$, contrairement aux tons montants qui sont quasi-longitudinaux ($\theta < 25°$) et dont le maximum d'intensité atteint des distances élevées ($8 < L < 10$), les deux types d'éléments étant observés majoritairement du côté matin (06 :00≤MLT≤12 :00). Le très bon accord des tons descendants reproduits par nos simulations numériques avec toutes leurs propriétés statistiques observées par THEMIS (Li et al., 2011b, 2012) nous amène donc à penser que l'origine des tons descendants peut être la réflexion à haute latitude des tons montants générés à l'équateur (voir Breuillard et al., 2013a).

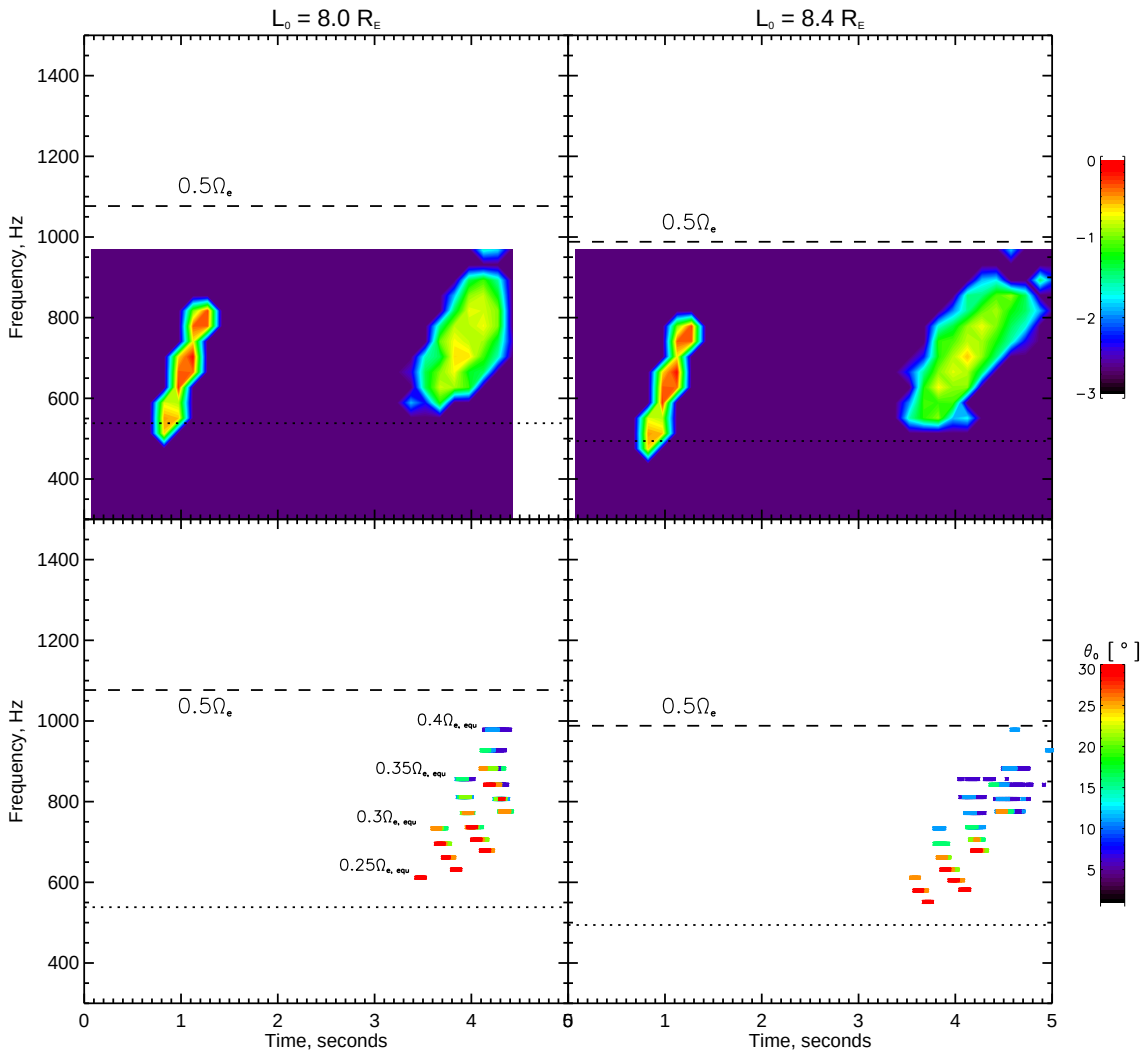

Fig. 5.6: Spectres de puissance fréquence-temps (panneaux supérieurs) des éléments directs et réfléchis obtenus par nos simulations numériques, et leur structure interne (panneaux inférieurs) en fonction de θ_0 (couleurs) dans deux différentes régions d'observation $L = 8.0$ (panneaux de gauche) et $L = 8.4$ (panneaux de droite). Dans les panneaux supérieurs, la puissance d'onde est présentée en échelle logarithmique (en couleur), et les lignes en tirets représentent $0.5\Omega_{e,equ}$ dans chaque région de l'espace sélectionnée. Dans les panneaux inférieurs, les différentes fréquences composant l'élément de choeur réfléchi dans chaque région sélectionnée sont marquées dans le panneau de gauche.

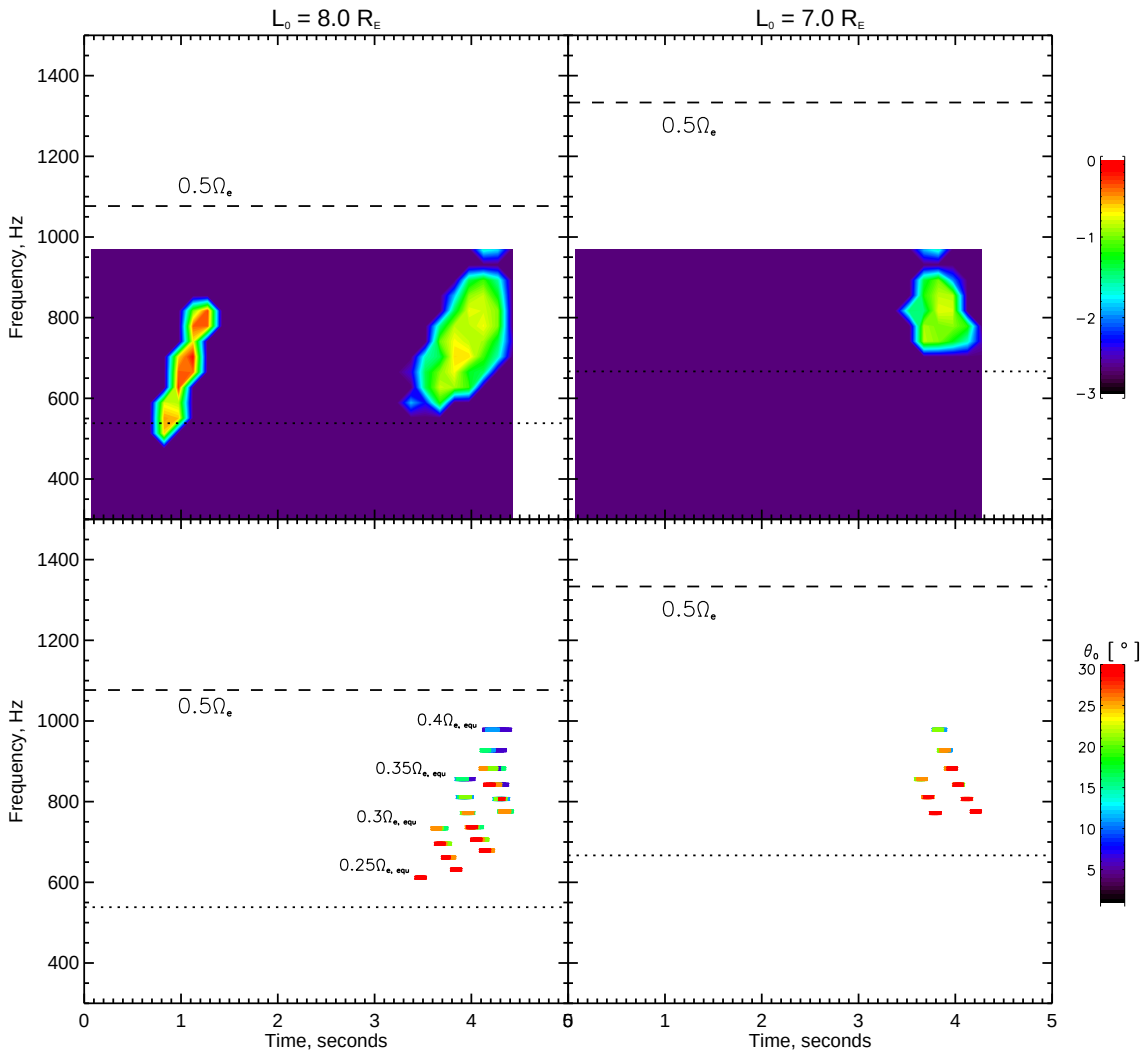

Fig. 5.7: Spectres de puissance fréquence-temps (panneaux supérieurs) des éléments directs et réfléchis obtenus par nos simulations numériques, et leur structure interne (panneaux inférieurs) en fonction de θ_0 (couleurs) dans deux différentes régions d'observation $L = 8.0$ (panneaux de gauche) et $L = 7.0$ (panneaux de droite). Dans les panneaux supérieurs, la puissance d'onde est présentée en échelle logarithmique (en couleur), et les lignes en tirets représentent $0.5\Omega_{e,equ}$ dans chaque région de l'espace sélectionnée. Dans les panneaux inférieurs, les différentes fréquences composant l'élément de choeur réfléchi dans chaque région sélectionnée sont marquées dans le panneau de gauche.

6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, nous avons abordé divers aspects de la propagation des ondes de type choeur dans la magnétosphère interne, à l'aide de simulations numériques de traçage de rayons, ainsi que leur possible implication sur la dynamique des particules énergétiques des ceintures de radiation terrestres. Précédés par un bref résumé de ce travail, cette implication et les résultats obtenus sont discutés dans ce chapitre par le biais de résultats récents, ainsi que les perspectives envisagées.

Les résultats présentés dans ce travail apportent d'importantes améliorations concernant la compréhension et la modélisation des caractéristiques de la propagation et de la réflexion des ondes choeur dans la magnétosphère interne, par l'apport d'études statistiques réalisées à l'aide d'un nouveau code numérique confirmées par de larges bases de données observationnelles. Ceci entraîne d'importantes implications, notamment pour la modélisation de la dynamique des ceintures de radiation, qui sont discutées dans cette section.

6.1 Discussions et conclusions générales

Le premier chapitre a permis de présenter les différents buts de cette thèse, à savoir (i) la présentation et la description d'un nouveau code numérique de traçage de rayon dans un modèle réaliste de la magnétosphère interne, (ii) la reconstruction des propriétés statistiques de la propagation des ondes choeurs directes en fonction de la latitude, et (iii) l'étude de la divergence spatiale et des caractéristiques spectrales des éléments d'ondes choeurs réfléchis. Ce premier chapitre a également permis de mettre ce travail de thèse dans son contexte, en présentant d'abord une vue globale des différentes structures composant la magnétosphère interne notamment les ceintures de radiation terrestres, puis en introduisant les différents types d'ondes s'y propageant et capables de perturber les électrons énergétiques, et enfin par une revue des travaux antérieurs liés à l'étude des ondes choeurs magnétosphériques. Cette revue inclue un rapide historique des observations des ondes choeurs, une description des propriétés observées de leur région source ainsi que de leur propagation et réflexion dans la magnétosphère, et enfin une présentation des différents travaux de simulation numérique de propagation de ces ondes dans la magnétosphère réalisés à ce jour.

Le deuxième chapitre introduit les notions théoriques nécessaires à la compréhension des chapitres suivants et à l'élaboration du code numérique présenté dans ce tra-

vail. Ces notions incluent notamment la dynamique des particules énergétiques dans les ceintures de radiation terrestres et l'influence des interactions onde-particule résonnantes sur celles-ci. Elles incluent également la théorie de propagation des ondes dans le plasma magnétosphérique, d'une part dans l'approche hydrodynamique et d'autre part dans l'approche cinétique, ainsi que la description de la technique du traçage de rayons, par l'approche magnéto-ionique et l'approche hamiltonienne, et enfin par la propagation de paquets d'ondes quasi-monochromatiques.

Dans le troisième chapitre est présenté le nouveau code numérique que nous avons développé et utilisé dans cette étude. Tout d'abord, les modèles réalistes empiriques de champ magnétique et de densités des différentes espèces du plasma thermique sont présentés, ainsi que la fonction de distribution générale des particules. Dans la majorité des simulations numériques de propagation des ondes choeur magnétosphériques jusqu'à ce jour, des approximations de plasma froid (Yabroff, 1961; Kimura, 1966; Cerisier, 1970; Inan and Bell, 1977; Bortnik et al., 2006a, par exemple) et des modèles simplifiés de champ magnétique dipolaire (voir la revue par Kimura, 1985) et d'équilibre diffusif des densités de plasma (Chum and Santolík, 2005; Bortnik et al., 2008b, 2009) étaient utilisées. D'autres codes permettent de prendre en compte ces effets thermiques dans la magnétosphère (voir par exemple Horne, 1989, et les références s'y trouvant), mais ce code est unique à notre connaissance, car il y associe des modèles de champ magnétique et de densités de plasma magnétosphérique réalistes, disponibles dans tout le volume de la magnétosphère interne. En effet, le modèle de champ magnétique (Olson and Pfitzer, 1977) permet de prendre en compte les effets des sources externes à la Terre, ce qui peut entraîner des différences importantes aux grandes distances radiales, notamment du côté jour/matin où sont observés la plupart des ondes choeurs. Mais la nouveauté provient surtout de l'utilisation d'un modèle empirique réaliste de densités plasma (Gallagher et al., 2000) couvrant toutes les régions de la magnétosphère interne (y compris l'ionosphère), mais également toutes ses configurations possibles dans son volume complet pour quatre espèces différentes du plasma. Les ondes choeur étant très sensibles aux densités du plasma et particulièrement à ses gradients, ce modèle réaliste peut grandement améliorer la précision des trajectoires des rayons, notamment à la plasmapause (qui détermine notamment la pénétration des ondes dans la plasmasphère), à haute latitude et basse altitude, et permettre un traçage de rayons tridimensionnel réaliste dans la magnétosphère complète. Cependant, de

nombreuses améliorations à ce code peuvent et seront évidemment apportées dans le futur, celles-ci étant abordées dans la section suivante. Le choix du solveur WHAMP fait que ce code numérique est applicable à une très large gamme de plasmas, tant que celui-ci peut être décrit par une combinaison linéaire de composantes Maxwelliennes. Celui-ci permet aussi de rendre compte des effets thermiques du plasma, ce qui peut améliorer l'évaluation des caractéristiques des ondes, notamment leur atténuation par l'absorption du milieu à basse altitude. De plus, nombre d'effets additionnels peuvent aussi être pris en compte par le solveur tels que les caractéristiques spécifiques des distributions de particules des ceintures de radiation (voir Equ.(3.1)). Les populations de particules énergétiques suprathermiques qui jouent un rôle important dans la génération des ondes choeur et leur amplitude ont été implémentées dans le code et ont permis pour la première fois de démontrer par simulation numérique l'amplification des ondes choeur quasi-parallèles.

Le quatrième chapitre est dédié à l'étude des propriétés de la propagation des ondes choeurs directes, générées à l'équateur, jusqu'à leur réflexion à haute latitude. Nous avons commencé par décrire les propriétés statistiques de ces ondes observées à bord de CLUSTER par l'instrument STAFF-SA, dont nous déduisons notamment les caractéristiques typiques de leur région source, qui servent de conditions initiales pour la propagation des rayons. Ensuite, nous avons décrit la dispersion spatio-temporelle des choeurs magnétosphériques par le biais de nos simulations numériques, ce qui a permis de dégager certaines tendances pour mieux comprendre les distributions statistiques obtenues. Tout d'abord, nous avons montré l'importance de la distribution des ondes en fonction de l'angle azimutal initial, qui influence fortement la propagation des ondes de type sifflement et donc leur distribution selon la latitude. En effet, dû à la courbure des lignes de champ magnétique, les rayons s'inclinent dans le sens opposé à la Terre pendant leur propagation. Pour les rayons générés en direction de la Terre ($90° < \varphi < 180°$), ceci implique que pour des latitudes jusqu'à $\lambda \approx 10°$ on observe une forte distribution d'ondes quasi-parallèles au champ magnétique, et certains rayons fortement inclinés initialement se propagent de façon quasi-parallèle jusqu'à des latitudes moyennes $\lambda \leq 30°$. Il apparaît donc nécessaire d'étudier expérimentalement la distribution de l'angle azimutal des ondes de type sifflement, notamment à l'équateur magnétique. Ces distributions statistiques ont été ensuite réalisées en utilisant une modélisation réaliste (empirique) des caractéristiques typiques de la source des choeurs. Ces distributions statistiques ont

permis de confirmer les tendances observées auparavant, démontrant notamment que les ondes choeur dévient rapidement de la direction de $\underline{B}_0$, les ondes lancées dans la direction opposée à la Terre ($0° < \varphi < 90°$) devenant rapidement obliques.

La distribution, observée par CLUSTER, des angles normaux selon la latitude pour les siffleurs est bien reproduite par nos simulations pour les L faibles. En revanche, nos simulations numériques ne reproduisent pas la forte population d'ondes quasi-parallèles aux latitudes moyennes, observée aux L plus élevés, car les effets des électrons énergétiques ne sont pas pris en compte dans ces simulations. Nous avons en effet montré que ces ondes, générées avec un vecteur d'onde incliné vers la Terre, se propagent de façon quasi-parallèle jusqu'à des latitudes moyennes, et seraient donc non amorties (Sazhin, 1991; Bortnik et al., 2006a) mais amplifiées (Kennel and Petschek, 1966; Kennel and Thorne, 1967; Brinca, 1972) à ces latitudes, comme démontré en Section 4.3.3. A ces latitudes, les ondes fortement obliques étant déjà largement amorties par le plasma chaud, la population d'ondes quasi-parallèle apparaîtrait alors majoritaire. L'amortissement Landau permet donc d'expliquer la surestimation par le code de la valeur moyenne X_m et de la variance X_w à haute latitude. Cependant, à moyenne latitude l'amplification des ondes quasi-parallèles décrite précédemment implique l'existence de deux populations d'ondes de θ très différents dans les données observées, ce qui permet d'expliquer la sous-estimation de X_w par le code par rapport aux observations.

Nous avons cependant montré dans ce travail que notre base de données de trajectoires d'ondes choeur permet de reproduire les statistiques d'angle normal des siffleurs observées par CLUSTER, dans les région où les flux d'électrons énergétiques sont faibles (e.g. dans la plasmasphère $L \leq 4.5$). Le bon accord des distributions obtenues avec les études de cas (Agapitov et al., 2011b), les études statistiques à bord de CLUSTER (Agapitov et al., 2011a, 2012) et les autres simulations (Cairo and Lefeuvre, 1986; Bortnik et al., 2011b) montrent que nos simulations numériques, et notamment la base de données statistique obtenue dans ce travail, sont importantes en tant qu'estimation fiable pour la reconstruction des distributions des ondes choeur dans les régions de la magnétosphère interne où les données satellite sont éparses. Ceci est vrai en particulier à haute latitude, où les effets des interactions résonantes entre ondes obliques et particules peuvent jouer un rôle très important dans la détermination de la dynamique des ceintures de radiation, notamment par les pertes directes de particules proches du cône de perte (Thorne et al., 2005; Shklyar

and Matsumoto, 2009; Artemyev et al., 2012a,b). A plus large distance ($L > 4.5$), où les flux sont plus élevés, il est toutefois nécessaire de prendre en compte les effets de ces électrons suprathermiques pour tenter de reproduire les distributions statistiques observées par CLUSTER (Agapitov et al., 2013), ceci est discuté en Section 6.2.

La comparaison des coefficients de diffusion angulaire en utilisant l'approche quasi-parallèle et la distribution réaliste, obtenue auparavant, est ensuite présentée. La distribution statistique de la direction du vecteur d'onde des siffleurs réalisée dans ce travail pour $L \leq 4.5$ est en bon accord avec les données observationnelles, et permet de démontrer la présence d'une propagation fortement oblique des ondes dès des latitudes moyennes ($\sim 25°$). Ceci représente un résultat important car il démontre que l'approximation quasi-longitudinale ($X_m = 0$, $X_w = cst$) de propagation des ondes devient invalide à partir de latitudes relativement faibles. Or, dans beaucoup de calculs de taux de diffusion angulaires des électrons énergétiques (voir par exemple Horne et al., 2005a; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Shprits and Ni, 2009), la distribution des vecteurs d'ondes en fonction de la latitude est décrite par l'approximation quasi-longitudinale pour toutes les latitudes. De plus, dans la plupart de ces calculs, il est d'abord calculé la valeur moyenne $\langle\theta\rangle$ et la variance $\Delta\theta$ puis il est supposé que $X_m = \tan\langle\theta\rangle$ et $X_w = \tan\Delta\theta$ (e.g. Glauert and Horne, 2005; Ni et al., 2011). Ceci est valable pour les faibles valeurs constantes de $\langle\theta\rangle$ et $\Delta\theta$, mais pas dans notre cas, nous transformons donc d'abord la distribution de θ observée puis ajustons cette distribution avec une fonction gaussienne dont on déduit les paramètres $X_{m,w}$. La distribution de θ étant connue pour être très importante pour l'évaluation de ces taux de diffusion, la différence impliquée par l'utilisation de l'approximation quasi-longitudinale peut mener à de larges erreurs de sous-estimation de ces taux. Ce phénomène est particulièrement important pour les particules possédant de faibles angles d'attaque qui sont réfléchis à plus haute latitude, et qui passent donc une large partie de leur temps à osciller à haute latitude, la composante de vitesse parallèle au champ magnétique diminuant avec l'augmentation de la latitude.

En effet, il est démontré dans ce travail que ces particules étant les seules à atteindre des latitudes hautes, elles sont les premières affectées par la prise en compte de la distribution réaliste des vecteurs d'onde (dépendance latitudinale), et notamment les particules proches du cône de perte, pour lesquelles la distribution à haute

latitude ($\lambda > 30°$) est mal définie par les données satellites par manque de données observationnelles (voir par exemple Breuillard et al., 2012b). En conséquence, avec la distribution réaliste des vecteurs d'onde les taux de diffusion angulaire sont largement supérieurs à ceux calculés avec l'approximation quasi-longitudinale, pour les angles d'attaque relativement faibles ($\alpha_{eq} < 60°$), atteignant jusqu'à un à deux ordres de magnitude. Nous démontrons ici que cela est dû à la forte contribution des résonances cyclotron d'ordre élevé lorsque les valeurs de θ sont élevées, ce qui avait été noté par Shklyar and Matsumoto (2009), cette contribution des différentes harmoniques en fonction de α_{eq} étant dépendante de l'énergie considérée, ce qui est cohérent avec les résultats présentés par Shprits and Ni (2009). Il est donc important de prendre en compte un nombre suffisant d'ordres n de résonances pour décrire correctement les taux de diffusion angulaire à haute latitude, que seules les particules proches du cône de perte peuvent atteindre.

Bien qu'on obtienne une forte augmentation des taux de diffusion angulaire due à l'augmentation de $X_{m,w}$ avec λ, cet effet devrait être plus faible pour les coefficients de diffusion d'énergie et de diffusion mixte. En effet, l'augmentation de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ est due comme nous l'avons vu à la contribution des harmoniques cyclotron d'ordre élevé. Or, les taux partiels de diffusion d'énergie correspondant aux numéros d'harmoniques n sont égaux à $\langle D^n_{EE} \rangle \sim \langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle / n^2$ (voir par exemple Lyons and Williams, 1984; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007b). De ce fait, les harmoniques cyclotron d'ordre élevé seraient réduites d'un facteur $1/n^2$ pour $\langle D^n_{EE} \rangle$ par rapport à $\langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$, et l'impact de l'augmentation de θ serait plus faible sur les taux de diffusion d'énergie. Cependant, il est possible d'obtenir une forte intensification de la diffusion d'énergie à proximité du cône de perte, où les électrons atteignent des latitudes plus hautes, une augmentation significative de $\langle D^n_{EE} \rangle$ ayant été observée pour $X_m \sim 1$ par Shprits and Ni (2009).

Cette propagation quasi-perpendiculaire des ondes choeur à des latitudes moyennes et hautes implique également que la composante électrostatique des choeurs est importante dans ces régions (Akhiezer, 1975; Sazhin and Horne, 1990), il n'est alors plus valable de considérer l'amplitude des ondes constante avec λ comme il a pu être fait auparavant (voir par exemple Lyons, 1974; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007a; Shprits and Ni, 2009; Ni et al., 2011). Il est montré dans ce travail (voir aussi Artemyev et al., 2012b) que, considérant à la fois la dépendance latitudinale des vecteurs d'onde et des amplitudes, les taux de diffusion angulaire

pour les faibles angles d'attaque sont largement sous-estimés par l'approximation quasi-longitudinale, mais au contraire sont sur-estimés pour les larges α_{eq}, ceci étant dû au fait qu'à l'équateur magnétique est observé un minimum de l'intensité des ondes. De plus, les taux de diffusion angulaires sont largement dominés par les 20% des ondes les plus intenses. Combinant la dépendance latitudinale des vecteurs d'onde et des amplitudes, on obtient alors un $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ supérieur à $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ pour les petits α_{eq}, alors que l'amplitude des ondes observée est généralement très inférieure à 100pT.

Les taux de diffusion d'angle d'attaque déterminent la durée de vie des électrons dans les ceintures de radiation et définissent l'évolution du flux de particules (voir Horne et al., 2005a; Summers et al., 2007a; Shprits et al., 2009, et les références s'y trouvant). Cette intensification de la diffusion d'angle d'attaque pourrait donc mener à une diminution drastique du temps de vie des électrons piégés dans les ceintures de radiation, i.e. accélérer leur perte dans la haute atmosphère. D'après Albert and Shprits (2009), ces temps de vie peuvent être grossièrement estimés tels que $\tau \sim 1/\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$, où $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ est évalué à proximité du minimum de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle \tan \alpha_{eq}$. En conséquence, l'augmentation de $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ d'un ou deux ordres de magnitude pour 5% des ondes les plus intenses résulte en une baisse considérable de τ. De plus, dû à la dépendance en λ de $X_{m,w}$ la diminution de τ peut être conséquente même pour les $15 - 20\%$ des ondes les plus intenses. D'après Mourenas et al. (2012), les estimations analytiques de cette diminution sont d'un ordre de magnitude comparées aux temps de vie calculés pour une propagation parallèle des choeurs (Shprits et al., 2007). Ainsi, une soudaine diminution du temps de vie pour 20% de la distribution des particules indiquerait que la perte de particules serait due à l'intensification sporadique de l'activité des ondes choeur, plutôt que la lente diffusion permanente. Ceci doit cependant être vérifié par des simulations numériques globales de la dynamique de la magnétosphère interne, dans lesquelles la résolution de l'équation de Fokker-Planck est réalisée pour les distributions de vitesse des particules (voir par exemple Bourdarie et al., 1996; Varotsou et al., 2008; Fok et al., 2008; Shprits et al., 2008b; Subbotin et al., 2010).

Enfin, nous avons présenté dans le cinquième chapitre les charactéristiques des ondes choeur réfléchies, obtenues par nos simulations numériques et comparées avec les données observationnelles précédemment mesurées par les missions CLUSTER et THEMIS. Il semble important d'étudier dans ce travail ces ondes réfléchies car

elles apparaissent dans les distributions observées par CLUSTER (voir Fig.4.2), la distribution obtenue par nos simulations (voir Fig.4.12) étant en bon accord avec ces mesures. Les résultats apportés dans ce travail permettent d'approfondir les connaissances des ondes choeur réfléchies et notamment de l'importance de leur forte dispersion spatiale. En effet, la divergence des trajectoires des rayons peut permettre à une source locale équatoriale (tel un SCE par exemple) d'emplir de larges régions de la magnétosphère interne (Breuillard et al., 2013b), et en particulier les ceintures de radiation, d'ondes choeur par leur réflexion magnétosphérique à haute latitude. En effet, comme il est démontré dans ce travail par l'étude de la distribution de la puissance d'onde des choeurs réfléchis à l'équateur, si la divergence en longitude semble faible (sur la grille de densité 2D), la divergence des rayons en L est large. En particulier, les ondes choeur générées à de plus larges L peuvent être amenées à peupler les ceintures de radiation, comme nous l'avons montré ici par le mouvement global de "contraction" vers la Terre des ondes réfléchies (Bortnik et al., 2011b,a). Ceci est aussi cohérent avec l'idée décrite plus haut de la présence d'ondes de différentes régions de la magnétosphère interne dans la distribution des ondes réfléchies à l'équateur. Les ondes choeur générées dans les ceintures de radiation pourraient quant à elle pénétrer la plasmasphère à haute latitude et y rester piégée, formant le souffle plasmasphérique par accumulation comme suggéré par Draganov et al. (1992); Parrot et al. (2004) et démontré plus tard par Bortnik et al. (2008b, 2009). Cependant, nos simulations dans ce travail peuvent paraître contradictoires car on observe que la majorité des rayons ne pénètre pas la plasmasphère et s'accumule juste derrière celle-ci. Néanmoins nous pensons que ceci est dû à la forme abrupte (i.e. fort gradient de densité) de la plasmapause utilisée dans le modèle GCPM qui repousse les rayons hors de la plasmasphère (comme discuté dans Wang et al. (2011)). Cet effet impliquerait alors que l'augmentation de l'activité géomagnétique, donc l'augmentation du gradient de densité à la plasmapause par contraction, entraînerait une diminution de la pénétration d'ondes choeur dans la plasmasphère et donc de l'activité des souffles plasmasphériques avec l'augmentation de K_p, comme observé par Agapitov et al. (2012).

Les valeurs obtenues d'atténuation de la puissance des ondes réfléchies sont en très bon accord avec les observations multi-satellites (Parrot et al., 2003a, 2004; Agapitov et al., 2011b) et les calculs dans le cadre de la théorie quasi-linéaire (Cornilleau-Wehrlin et al., 1985), ce qui encourage à utiliser les simulations de traçage de rayons

pour étudier les ondes choeur réfléchies dans la magnétosphère interne (voir l'article remarquable de Bortnik et al., 2009). Ceci est notamment dû au fait que les observations simultanées de telles ondes réfléchies et leurs ondes source sont assez rares. Or nous avons montré qu'il est possible de reproduire correctement, par le biais de nos simulations numériques, les caractéristiques des éléments de choeur observées à bord de THEMIS (Agapitov et al., 2011b), telles que l'atténuation du signal, le décalage en fréquence, la troncature des fréquences faibles et la dénégérescence de leur structure. Un autre avantage des simulations numériques est notamment de pouvoir étudier la structure interne de ces éléments pour comprendre leur origine et leur évolution. Les simulations numériques réalisées dans ce travail permettent donc de confirmer que les choeurs observés se propageant vers l'équateur sont bien des ondes choeurs générés à l'équateur et réfléchis à haute latitude.

L'étude des signaux réfléchis par le biais des simulations numériques, en tant qu'estimation fiable de leurs propriétés statistiques, paraît donc cruciale étant donné le peu de données observationnelles actuellement disponibles. Les signaux réfléchis étant relativement concentrés à haute latitude, ils pourraient aussi jouer un rôle important sur la dynamique des particules énergétiques proches du cône de perte, comme nous l'avons montré pour les rayons directs.

De plus, l'étude de ces signaux réfléchis à permis de suggérer leur importance dans l'origine des tons descendants (Breuillard et al., 2013a) observés dans de nombreuses études (Burtis and Helliwell, 1976; Hayakawa et al., 1984; Li et al., 2011b, 2012). En effet, le très bon accord entre nos simulations numériques et les propriétés statistiques des tons descendants observés par Li et al. (2011b, 2012) nous permet de penser que l'origine de ces tons descendants peut être la réflexion magnétosphérique, à des L plus faibles, de tons montants générés initialement à l'équateur (voir Breuillard et al., 2013a). Cette découverte peut avoir d'importantes conséquences pour la compréhension du mécanisme de génération des choeurs, qui est un problème de longue date dans la physique spatiale, et qui fait toujours l'objet d'une recherche intense de nos jours (voir Nunn, 1974; Nunn et al., 1997; Katoh and Omura, 2007; Omura et al., 2008; Cully et al., 2011, et les références s'y trouvant). En effet, si certains modèles numériques précédents ont réussi à générer des tons montants (Nunn et al., 1997; Katoh and Omura, 2007; Omura et al., 2008; Nunn et al., 2009), très peu ont pu générer des tons descendants, et encore, seulement pour des conditions très particulières et peu réalistes (Nunn et al., 2009; Lampe et al., 2010). Or, la na-

ture de l'amplitude et de la cohérence des ondes influe largement sur les interactions résonantes des particules énergétiques, les éléments discrets et intenses des choeurs pouvant amener à des effets non linéaires tels que le piégeage de phase (Helliwell, 1967; Nunn, 1974; Bortnik et al., 2008a) ou encore des gains d'énergie très rapides ayant des effets drastiques sur les ceintures de radiation (Albert, 2002; Tao et al., 2012). Ces phénomènes étant sensibles à la distribution de l'angle θ et à la modulation de fréquence de l'amplitude de l'onde, i.e. au signe de $d\omega/dt$ (Tao et al., 2012), il est donc nécessaire de comprendre l'origine et l'évolution des éléments discrets des choeurs.

L'absence de mécanisme général de génération des tons descendants ainsi que leurs propriétés statistiques observées ont mené Li et al. (2011b) à conclure que deux mécanismes différents pourraient être à l'origine des tons montants et descendants. Or, notre modèle semble donc confirmer cette hypothèse et fournit pour la première fois une explication simple et précise à l'origine des tons descendants. Il est cependant nécessaire de confirmer ce mécanisme de façon statistique, ce dont nous discuterons dans la section suivante (voir aussi Breuillard et al., 2013a).

6.2 Perspectives

La discussion dans la section précédente amène naturellement à la suggestion des travaux futurs concernant l'amélioration du code numérique, des distributions d'ondes et du calcul de la dynamique des particules énergétiques dans les ceintures de radiation.

Dans ce travail, nous utilisons une grille 2D des densités du plasma magnétosphérique, i.e. nous négligeons les variations longitudinales des densités. Les ondes choeur étant très sensibles aux variations de densité, pour améliorer les calculs de leur trajectoire l'objectif à plus court terme est donc bien sûr de réaliser la propagation des rayons dans le modèle complet 3D, les valeurs de densité plasma et de champ magnétique étant disponibles dans tout le volume de la magnétosphère interne. Pour cela, il faut effectuer la parallélisation du code (le code ayant été adapté au compilateur IVF), étant donné les énormes ressources numériques que nécessite ce type de calcul. Ceci est prévu dans un futur très proche, la parallélisation permettant aussi l'utilisation de modèle de champ magnétique plus complet, et valide pour des conditions de forte activité magnétique (voir par exemple Tsyganenko and Sitnov,

2005).

Nous avons montré l'importance de la dépendance latitudinale des distributions des ondes choeur sur la dynamique des électrons énergétiques. Or nous avons vu que l'amortissement Landau et l'amplification sont des effets primordiaux qui affectent largement cette distribution, en présence de populations d'électrons suprathermiques. L'inclusion dans le code de ce type de population a été réalisée dans cette étude (voir Chapitre 4) avec des résultats en bon accord avec Chen et al. (2012) notamment. Il est donc nécessaire dans un proche futur de recalculer les nouvelles distributions d'angle normal et d'amplitude en fonction de la latitude, afin de les comparer à celles observées par le satellite CLUSTER (e.g. Agapitov et al., 2013; Artemyev et al., 2012b). La fonction de distribution des particules devra être elle aussi redéfinie plus précisément pour tenir compte d'effets plus réalistes dans la magnétosphère interne (cône de perte, dérives des différentes espèces, anisotropie de température), que le solveur WHAMP est capable de gérer (Rönnmark, 1982). Les distributions des températures des différentes espèces du plasma peuvent elles aussi être améliorées, même si celles déjà utilisées correspondent approximativement au modèle Akebono (Kutiev et al., 2002) et sont acceptables pour le traçage de rayons.

Comme nous l'avons vu précédemment, ce travail est voué principalement à l'étude et la comparaison statistiques des distributions des ondes choeur pour les paramètres les plus probables de densités et d'ondes. Les trajectoires des ondes étant très sensibles aux densités des espèces du plasma et à leurs gradients, il est nécessaire de réaliser une étude comparative des propriétés de propagation des rayons en fonction des différents paramètres de densité tels que, entre autres, l'activité géomagnétique, le MLT, etc. Ce type d'étude détaillée cependant est assez fastidieux étant donné le nombre de trajectoires et de profils de densité à calculer, et fera l'objet d'une étude dédiée. La comparaison des différentes densités de plasma et de trajectoires de rayons avec d'autres modèles de densité (voir Wang et al., 2011) est bien sûr également envisagée dans un futur proche, étant donné que la propagation des ondes choeur est très sensible notamment aux gradients de densité du plasma froid (e.g. plasmapause).

Dans les travaux futurs est aussi envisagée une amélioration de la modélisation de la région source des choeurs, i.e. une fonction poids permettant de pondérer les trajectoires de façon plus réaliste. Les effets non-linéaires, tels que la génération

des ondes choeur (voir Section 1.2.4 ou encore Omura et al. (1991, 2009)), n'étant pas pris en compte dans le code (basé sur la théorie quasi-linéaire), il est donc nécessaire d'avoir une connaissance plus précise des distributions des choeurs dans la région équatoriale de génération. En effet, certaines approximations sont utilisées par manque de données observationnelles, ou bien pour ajuster les distributions sur certaines données observationnelles, notamment par des fonctions gaussiennes. Si certaines de ces approximations semblent suffisantes pour le traçage de rayons, il est évident que la prise en compte des distributions réalistes permet d'améliorer la distribution des trajectoires des rayons. De plus, le fait de considérer certaines distributions intervenant dans la fonction poids comme indépendantes les unes des autres n'est pas réaliste non plus. En effet, les distributions des différents paramètres sont toutes dépendantes des autres paramètres, et il n'est pas possible d'en faire une description complète sans prendre en compte ces effets. Comme il a été dit auparavant, une étude statistique sur la distribution de la puissance d'onde en fonction de l'angle azimutal initial des choeurs est aussi nécessaire pour modéliser correctement la source des ondes, car celle-ci peut modifier la distribution des choeurs lors de leur propagation, notamment à faible latitude, ce phénomène devant être étudié à l'aide de mesures satellite dans un futur proche. Pour améliorer la modélisation de la région source des choeurs, il semble aussi important de prendre en compte dans le futur la génération des choeurs à haute latitude, dans les poches de minimum de champ magnétique du côté jour.

Pour améliorer les calculs de la dynamique des ceintures de radiation notamment, il est nécessaire de reconstruire la distribution de la puissance d'onde selon les différents paramètres (e.g. ω, B_w, L) des choeurs dans toutes les régions où ceux-ci sont présents (et pour différents paramètres de plasma), et notamment à haute latitude où l'impact sur les particules proches du cône de perte est considérable. Pour cela, il est possible de combler les régions où les statistiques sont pauvres par les résultats obtenus par simulation numérique, de la même manière qu'il a été fait dans ce travail.

Pour l'instant, la distribution de puissance des ondes choeur est uniquement considérée pour les choeurs directs, mais il est nécessaire à terme d'inclure dans ces distributions les rayons réfléchis, car ils peuvent les modifier, notamment à haute latitude où leur puissance d'onde est comparable à celle des rayons directs, et avoir des conséquences sur l'accélération et les pertes d'électrons énergétiques dans les

ceintures de radiation (voir Breuillard et al., 2013b), qui n'ont pas encore été estimées. L'étude statistique des rayons réfléchis par simulation numérique pourrait aussi permettre de mieux comprendre la réflexion magnétosphérique et leur propagation ultérieure, étant donné le peu de mesures disponibles, et d'étudier par exemple leurs conséquences sur la production de souffles plasmasphériques (voir par exemple Bortnik et al., 2011a,b) pour différents paramètres de plasma et d'ondes. Ces différentes études seront abordées ultérieurement.

Il est aussi nécessaire de confirmer l'origine des tons descendants par la réflexion magnétosphérique présentée dans ce travail, par notamment une étude statistique des propriétés numériques des tons descendants reproduits par simulation, couplée à une étude de leur vecteur de Poynting observé, qui permettrait de déterminer si ces ondes sont bien dirigées vers l'équateur, comme le prédisent nos simulations. Cette étude est actuellement en cours et devrait faire l'objet d'une publication dans un futur proche (voir Breuillard et al., 2013a).

Enfin, concernant le calcul des coefficients de diffusion des particules énergétiques dans les ceintures de radiation, ce travail amène à considérer les points suivants dans le futur. Tout d'abord, nous avons utilisé dans ce travail l'approximation gaussienne de la distribution $g(X)$, avec $X = \tan\theta$ (Lyons et al., 1972). Or, la transformation de θ vers la variable X n'est pas linéaire et la dépendance réelle de $g(X)$ peut être considérablement différente d'une fonction gaussienne. Il semble donc plus raisonnable à l'avenir de réécrire $g(X)$ en fonction de θ plutôt que de X, et d'utiliser une meilleure approximation de $g(\theta)$. Comme nous l'avons indiqué dans la section précédente, dans un futur proche il est aussi nécessaire d'étudier l'effet de la dépendance latitudinale de θ et de B_w sur la diffusion d'énergie, ainsi que sur les pertes de particules des ceintures de radiation en utilisant les simulations globales basées sur l'équation de Fokker-Planck.

Dans ce travail (voir aussi Artemyev et al., 2012b), nous avons considéré différents K_p, MLT, et latitudes magnétiques (jusqu'à 40°), mais en se restreignant à $4 \leq L \leq 5$, où les statistiques de CLUSTER sont fournies. Or, la dépendance des taux de diffusion en fonction de L est une information importante pour l'étude des injections d'électrons de la queue de la magnétosphère vers les ceintures de radiation (et donc en même temps pour la génération des ondes choeurs). Ces injections peuvent se répandre assez profondément dans la magnétosphère interne ($L \sim 7-8$) (Dubyagin et al., 2011) et même parfois jusqu'aux limites de la ceintures de ra-

diation externe (l'injection observée dans l'orbite géostationnaire est discutée par Friedel and Korth (1996) et Ingraham et al. (2001). Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, le transport ultérieur des particules énergétiques vers les ceintures de radiation est assuré par le transport radial, tandis qu'une certaine partie de la population des électrons peut être diffusée dans le cône de perte pendant ce processus lent. Les estimations de la population des électrons réussissant à atteindre la ceinture de radiation externe nécessite le calcul des taux de diffusion en fonction de L. En effet, $\langle D_{\alpha\alpha} \rangle$ dépend de L à cause de la variation du champ magnétique et de ω_{pe} avec L (les estimations de ces dépendances sont calculées dans Shprits et al. (2007) et Mourenas et al. (2012)). Le deuxième effet déterminant les pertes des particules correspond à la différence de topologie de la ligne de champ magnétique par rapport au modèle dipolaire avec l'augmentation de L (Orlova and Shprits, 2010; Ni et al., 2011), et la variation de la densité magnétosphérique le long de cette ligne de champ (e.g. Denton et al., 2002) et de L, ce qui peut être estimé par les modèles réalistes de champ magnétique et de densités magnétosphériques inclus dans notre code numérique. Par conséquent, pour obtenir la variation réaliste de $\langle D_{\alpha\alpha} \rangle$ en fonction de L et λ, il faut prendre en compte la combinaison des effets des dépendances des paramètres principaux des ondes choeur mais aussi du champ magnétique non-dipolaire et des densités magnétosphériques réalistes, ceci sera abordé dans les futures études.

BIBLIOGRAPHIE

Abel, B. and Thorne, R. M. : Electron scattering loss in Earth's inner magnetosphere 2. Sensitivity to model parameters, J. Geophys. Res., 103, 2397–2408, doi :10.1029/97JA02920, 1998.

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Khotyaintsev, Y. V., and Rolland, G. : A statistical study of the propagation characteristics of whistler waves observed by Cluster, Geophys. Res. Lett., 38, L20103, doi :10.1029/2011GL049597, 2011a.

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Zaliznyak, Y., Angelopoulos, V., Le Contel, O., and Rolland, G. : Observations and modeling of forward and reflected chorus waves captured by THEMIS, Annales Geophysicae, 29, 541–550, doi : 10.5194/angeo-29-541-2011, 2011b.

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Khotyaintsev, Y. V., and Rolland, G. : Correction to "A statistical study of the propagation characteristics of whistler waves observed by Cluster", Geophys. Res. Lett., 39, L24102, doi :10.1029/2012GL054320, 2012.

Agapitov, O., Artemyev, A., Krasnoselskikh, V. V., Khotyaintsev, Y., Mourenas, D., Breuillard, H., Balikhin, M., and Rolland, G. : Statistics of Whistler-Mode Waves in the Outer Radiation Belt : Cluster STAFF-SA measurements, J. Geophys. Res., Submitted, 2013.

Akhiezer, A. I. : Plasma electrodynamics - Vol.1 : Linear theory ; Vol.2 : Non-linear theory and fluctuations, 1975.

Albert, J. M. : Nonlinear interaction of outer zone electrons with VLF waves, Geophys. Res. Lett., 29, 1275, doi :10.1029/2001GL013941, 2002.

Albert, J. M. : Evaluation of quasi-linear diffusion coefficients for EMIC waves in a multispecies plasma, J. Geophys. Res., 108, 1249, doi :10.1029/2002JA009792, 2003.

Albert, J. M. : Simple approximations of quasi-linear diffusion coefficients, J. Geophys. Res., 112, A12202, doi :10.1029/2007JA012551, 2007.

Albert, J. M. and Shprits, Y. Y. : Estimates of lifetimes against pitch angle diffusion, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 71, 1647–1652, doi : 10.1016/j.jastp.2008.07.004, 2009.

Albert, J. M., Meredith, N. P., and Horne, R. B. : Three-dimensional diffusion simulation of outer radiation belt electrons during the 9 October 1990 magnetic storm, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 114, A09214, doi : 10.1029/2009JA014336, 2009.

Allcock, G. M. : A Study of the Audio-frequency Radio Phenomenon known as "Dawn Chorus", Australian Journal of Physics, 10, 286, doi :10.1071/PH570286, 1957.

Anderson, B. J., Erlandson, R. E., and Zanetti, L. J. : A statistical study of Pc 1-2 magnetic pulsations in the equatorial magnetosphere 2. Wave properties, J. Geophys. Res., 97, 3089–3101, doi :10.1029/91JA02697, 1992.

Anderson, R. R. and Maeda, K. : VLF emissions associated with enhanced magnetospheric electrons, J. Geophys. Res., 82, 135–146, doi : 10.1029/JA082i001p00135, 1977.

Andronov, A. A. and Trakhtengerts, V. Y. : Kinetic instability of the Earth's outer radiation belt, Geomagnetism and Aeronomy, 4, 233–242, 1964.

Artemyev, A., Agapitov, O., Breuillard, H., Krasnoselskikh, V., and Rolland, G. : Electron pitch-angle diffusion in radiation belts : The effects of whistler wave oblique propagation, Geophys. Res. Lett., 39, L08105, doi : 10.1029/2012GL051393, 2012a.

Artemyev, A., Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Breuillard, H., and Rolland, G. : Statistical model of electron pitch angle diffusion in the outer radia-

tion belt, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 117, A08219, doi : 10.1029/2012JA017826, 2012b.

Baker, D. N. : How to Cope with Space Weather, Science, 297, 1486–1487, doi : 10.1126/science.1074956, 2002.

Baker, D. N., Blake, J. B., Callis, L. B., Cummings, J. R., Hovestadt, D., Kanekal, S., Klecker, B., Mewaldt, R. A., and Zwickl, R. D. : Relativistic electron acceleration and decay time scales in the inner and outer radiation belts : SAMPEX, Geophys. Res. Lett., 21, 409–412, doi :10.1029/93GL03532, 1994.

Baumjohann, W. and Treumann, R. A. : Basic space plasma physics, 1996.

Bell, T. F. and Ngo, H. D. : Electrostatic lower hybrid waves excited by electromagnetic whistler mode waves scattering from planar magnetic-field-aligned plasma density irregularities, J. Geophys. Res., 95, 149–172, doi : 10.1029/JA095iA01p00149, 1990.

Bell, T. F., Inan, U. S., Bortnik, J., and Scudder, J. D. : The Landau damping of magnetospherically reflected whistlers within the plasmasphere, Geophys. Res. Lett., 29, 1733, doi :10.1029/2002GL014752, 2002.

Bilitza, D. and Reinisch, B. W. : International Reference Ionosphere 2007 : Improvements and new parameters, Advances in Space Research, 42, 599–609, doi : 10.1016/j.asr.2007.07.048, 2008.

Bortnik, J. : Precipitation of radiation belt electrons by lightning-generated magnetospherically reflecting whistler waves, Ph.D. thesis, Stanford University, 2004.

Bortnik, J., Inan, U. S., and Bell, T. F. : L dependence of energetic electron precipitation driven by magnetospherically reflecting whistler waves, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 107, 1150, doi :10.1029/2001JA000303, 2002.

Bortnik, J., Inan, U. S., and Bell, T. F. : Landau damping and resultant unidirectional propagation of chorus waves, Geophys. Res. Lett., 33, L03102, doi : 10.1029/2005GL024553, 2006a.

Bortnik, J., Inan, U. S., and Bell, T. F. : Temporal signatures of radiation belt electron precipitation induced by lightning-generated MR whistler waves : 1. Methodology, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 111, A02204, doi : 10.1029/2005JA011182, 2006b.

Bortnik, J., Thorne, R. M., and Meredith, N. P. : Modeling the propagation characteristics of chorus using CRRES suprathermal electron fluxes, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 112, A08204, doi :10.1029/2006JA012237, 2007.

Bortnik, J., Thorne, R. M., and Inan, U. S. : Nonlinear interaction of energetic electrons with large amplitude chorus, Geophys. Res. Lett., 35, L21102, doi : 10.1029/2008GL035500, 2008a.

Bortnik, J., Thorne, R. M., and Meredith, N. P. : The unexpected origin of plasmaspheric hiss from discrete chorus emissions, Nature, 452, 62–66, doi : 10.1038/nature06741, 2008b.

Bortnik, J., Li, W., Thorne, R. M., Angelopoulos, V., Cully, C., Bonnell, J., Le Contel, O., and Roux, A. : An Observation Linking the Origin of Plasmaspheric Hiss to Discrete Chorus Emissions, Science, 324, 775–, doi : 10.1126/science.1171273, 2009.

Bortnik, J., Chen, L., Li, W., Thorne, R. M., and Horne, R. B. : Modeling the evolution of chorus waves into plasmaspheric hiss, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 116, A08221, doi :10.1029/2011JA016499, 2011a.

Bortnik, J., Chen, L., Li, W., Thorne, R. M., Meredith, N. P., and Horne, R. B. : Modeling the wave power distribution and characteristics of plasmaspheric hiss, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 116, A12209, doi : 10.1029/2011JA016862, 2011b.

Bourdarie, S., Boscher, D., Beutier, T., Sauvaud, J.-A., and Blanc, M. : Magnetic storm modeling in the Earth's electron belt by the Salammbô code, J. Geophys. Res., 101, 27 171–27 176, doi :10.1029/96JA02284, 1996.

Breuillard, H., Mendzhul, D., and Agapitov, O. : Effects of equatorial chorus wave normal azimuthal distribution on wave propagation, Adv. Astron. Space Phys., 2, 167–172, 2012a.

Breuillard, H., Zaliznyak, Y., Krasnoselskikh, V., Agapitov, O., Artemyev, A., and Rolland, G. : Chorus wave-normal statistics in the Earth's radiation belts from ray tracing technique, Annales Geophysicae, 30, 1223–1233, doi :10.5194/angeo-30-1223-2012, URL `http://www.ann-geophys.net/30/1223/2012/`, 2012b.

Breuillard, H., Agapitov, O., Artemyev, A., Krasnoselskikh, V. V., Le Contel, O., Cully, C., Angelopoulos, V., Zaliznyak, Y., and Rolland, G. : On the origin of falling tone chorus elements in the Earth's inner magnetosphere, J. Geophys. Res., In prep., 2013a.

Breuillard, H., Zaliznyak, Y., Agapitov, O., Artemyev, A., Krasnoselskikh, V. V., and Rolland, G. : Spatial spreading of magnetospherically reflected chorus elements in the inner magnetosphere, Annales Geophysicae, Submitted, 2013b.

Brinca, A. L. : On the stability of obliquely propagating whistlers, J. Geophys. Res., 77, 3495, doi :10.1029/JA077i019p03495, 1972.

Bunch, N. L., Spasojevic, M., and Shprits, Y. Y. : On the latitudinal extent of chorus emissions as observed by the Polar Plasma Wave Instrument, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 116, A04204, doi :10.1029/2010JA016181, 2011.

Bunch, N. L., Spasojevic, M., and Shprits, Y. Y. : Off-equatorial chorus occurrence and wave amplitude distributions as observed by the Polar Plasma Wave Instrument, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 117, A04205, doi : 10.1029/2011JA017228, 2012.

Burtis, W. J. and Helliwell, R. A. : Banded chorus - A new type of VLF radiation observed in the magnetosphere by OGO 1 and OGO 3., J. Geophys. Res., 74, 3002–3010, doi :10.1029/JA074i011p03002, 1969.

Burtis, W. J. and Helliwell, R. A. : Magnetospheric chorus - Occurrence patterns and normalized frequency, Plan. Sp. Sci., 24, 1007–1024, doi :10.1016/0032-0633(76)90119-7, 1976.

Burton, R. K. : Critical electron pitch angle anisotropy necessary for chorus generation, J. Geophys. Res., 81, 4779–4781, doi :10.1029/JA081i025p04779, 1976.

Burton, R. K. and Holzer, R. E. : The Origin and Propagation of Chorus in the Outer Magnetosphere, J. Geophys. Res., 79, 1014–1023, doi :10.1029/JA079i007p01014, 1974.

Cairo, L. and Lefeuvre, F. : Localization of sources of ELF/VLF hiss observed in the magnetosphere - Three-dimensional ray tracing, J. Geophys. Res., 91, 4352–4364, doi :10.1029/JA091iA04p04352, 1986.

Carpenter, D. and Lemaire, J. : The Plasmasphere Boundary Layer, Annales Geophysicae, 22, 4291–4298, doi :10.5194/angeo-22-4291-2004, 2004.

Carpenter, D. L. and Anderson, R. R. : An ISEE/Whistler model of equatorial electron density in the magnetosphere, J. Geophys. Res., 97, 1097–1108, doi : 10.1029/91JA01548, 1992.

Cattell, C., Wygant, J. R., Goetz, K., Kersten, K., Kellogg, P. J., von Rosenvinge, T., Bale, S. D., Roth, I., Temerin, M., Hudson, M. K., Mewaldt, R. A., Wiedenbeck, M., Maksimovic, M., Ergun, R., Acuna, M., and Russell, C. T. : Discovery of very large amplitude whistler-mode waves in Earth's radiation belts, Geophys. Res. Lett., 35, L01105, doi :10.1029/2007GL032009, 2008.

Cerisier, J. : Propagation perpendiculaire au voisinage de la fréquence de la résonance hybride basse, in Plasma Waves in Space and in the Laboratory, Edinburgh University Press, Edinburgh, 2, 487–521, 1970.

Chen, L., Bortnik, J., Thorne, R. M., Horne, R. B., and Jordanova, V. K. : Three-dimensional ray tracing of VLF waves in a magnetospheric environment containing a plasmaspheric plume, Geophys. Res. Lett., 36, L22101, doi : 10.1029/2009GL040451, 2009.

Chen, L., Thorne, R. M., Li, W., and Bortnik, J. : Modeling the wave normal distribution of chorus waves, Journal of Geophysical Research (Space Physics), in press, doi :10.1029/2012JA018343, 2012.

Chen, Y., Reeves, G. D., and Friedel, R. H. W. : The energization of relativistic electrons in the outer Van Allen radiation belt, Nature Physics, 3, 614–617, doi : 10.1038/nphys655, 2007.

Chum, J. and Santolík, O. : Propagation of whistler-mode chorus to low altitudes : divergent ray trajectories and ground accessibility, Annales Geophysicae, 23, 3727–3738, doi :10.5194/angeo-23-3727-2005, 2005.

Cornilleau-Wehrlin, N., Etcheto, J., and Burton, R. K. : Detailed analysis of magnetospheric ELF chorus - preliminary results, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 38, 1201–1210, 1976.

Cornilleau-Wehrlin, N., Gendrin, R., Lefeuvre, F., Parrot, M., Grard, R., Jones, D., Bahnsen, A., Ungstrup, E., and Gibbons, W. : VLF electromagnetic waves observed onboard GEOS-1, Space Sci. Rev., 22, 371–382, doi :10.1007/BF00210874, 1978.

Cornilleau-Wehrlin, N., Solomon, J., Korth, A., and Kremser, G. : Experimental study of the relationship between energetic electrons and ELF waves observed on board GEOS - A support to quasi-linear theory, J. Geophys. Res., 90, 4141–4154, doi :10.1029/JA090iA05p04141, 1985.

Cornilleau-Wehrlin, N., Chanteur, G., Perraut, S., Rezeau, L., Robert, P., Roux, A., de Villedary, C., Canu, P., Maksimovic, M., de Conchy, Y., Lacombe, D. H. C., Lefeuvre, F., Parrot, M., Pinçon, J. L., Décréau, P. M. E., Harvey, C. C., Louarn, P., Santolik, O., Alleyne, H. S. C., Roth, M., Chust, T., Le Contel, O., and Staff Team : First results obtained by the Cluster STAFF experiment, Annales Geophysicae, 21, 437–456, doi :10.5194/angeo-21-437-2003, 2003.

Coroniti, F. V., Fredricks, R. W., Kennel, C. F., and Scarf, F. L. : Fast Time Resolved Spectral Analysis of VLF Banded Emissions, J. Geophys. Res., 76, 2366–2381, doi :10.1029/JA076i010p02366, 1971.

Cully, C. M., Angelopoulos, V., Auster, U., Bonnell, J., and Le Contel, O. : Observational evidence of the generation mechanism for rising-tone chorus, Geophys. Res. Lett., 38, L01106, doi :10.1029/2010GL045793, 2011.

Daglis, I., Baker, D., Kappenman, J., Panasyuk, M., and Daly, E. : Effects of space weather on technology infrastructure, Space Weather, 2, S02004, doi : 10.1029/2003SW000044, 2004.

Darrouzet, F., de Keyser, J., and Pierrard, V. : The Earth's Plasmasphere, doi : 10.1007/978-1-4419-1323-4, 2009.

Décréau, P. M. E., Fergeau, P., Krasnoselskikh, V., Le Guirriec, E., Lévêque, M., Martin, P., Randriamboarison, O., Rauch, J. L., Sené, F. X., Séran, H. C., Trotignon, J. G., Canu, P., Cornilleau, N., de Féraudy, H., Alleyne, H., Yearby, K., Mögensen, P. B., Gustafsson, G., André, M., Gurnett, D. C., Darrouzet, F., Lemaire, J., Harvey, C. C., Travnicek, P., and Whisper Experimenters Group : Early results from the Whisper instrument on Cluster : an overview, Annales Geophysicae, 19, 1241–1258, doi :10.5194/angeo-19-1241-2001, 2001.

Denton, R. E., Goldstein, J., and Menietti, J. D. : Field line dependence of magnetospheric electron density, Geophys. Res. Lett., 29, 2205, doi : 10.1029/2002GL015963, 2002.

Denton, R. E., Takahashi, K., Galkin, I. A., Nsumei, P. A., Huang, X., Reinisch, B. W., Anderson, R. R., Sleeper, M. K., and Hughes, W. J. : Distribution of density along magnetospheric field lines, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 111, A04213, doi :10.1029/2005JA011414, 2006.

Doe, R. A., Moldwin, M. B., and Mendillo, M. : Plasmapause morphology determined from an empirical ionospheric convection model, J. Geophys. Res., 97, 1151–1156, doi :10.1029/91JA01649, 1992.

Draganov, A. B., Inan, U. S., Sonwalkar, V. S., and Bell, T. F. : Magnetospherically reflected whistlers as a source of plasmaspheric hiss, Geophys. Res. Lett., 19, 233–236, doi :10.1029/91GL03167, 1992.

Dubyagin, S., Sergeev, V., Apatenkov, S., Angelopoulos, V., Runov, A., Nakamura, R., Baumjohann, W., McFadden, J., and Larson, D. : Can flow bursts penetrate into the inner magnetosphere ?, Geophys. Res. Lett., 38, L08102, doi : 10.1029/2011GL047016, 2011.

Dunckel, N. and Helliwell, R. A. : Whistler-Mode Emissions on the OGO 1 Satellite, J. Geophys. Res., 74, 6371–6385, doi :10.1029/JA074i026p06371, 1969.

Dungey, J. W. : Interplanetary Magnetic Field and the Auroral Zones, Physical Review Letters, 6, 47–48, doi :10.1103/PhysRevLett.6.47, 1961.

Dungey, J. W. : Loss of Van Allen electrons due to whistlers, Plan. Sp. Sci., 11, 591, doi :10.1016/0032-0633(63)90166-1, 1963.

Dungey, J. W. : Hydromagnetic Waves, in : Physics of Geomagnetic Phenomena, edited by Matsushita, S. and Campbell, W. H., p. 913, 1967.

Edgar, B. C. : The upper- and lower-frequency cutoffs of magnetospherically reflected whistlers, J. Geophys. Res., 81, 205–211, doi :10.1029/JA081i001p00205, 1976.

Edgar, B. C. and Smith, R. L. : (Abstract) Fall URSI Meeting, Ann Arbor, Michigan, 1967.

Fok, M.-C., Horne, R. B., Meredith, N. P., and Glauert, S. B. : Radiation Belt Environment model : Application to space weather nowcasting, J. Geophys. Res., 113, doi :10.1029/2007JA012558, 2008.

Foust, F. R., Inan, U. S., Bell, T., and Lehtinen, N. G. : Quasi-electrostatic whistler mode wave excitation by linear scattering of EM whistler mode waves from magnetic field-aligned density irregularities, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 115, A11310, doi :10.1029/2010JA015850, 2010.

Fraser, B. J. : Observations of ion cyclotron waves near synchronous orbit and on the ground, Space Sci. Rev., 42, 357–374, doi :10.1007/BF00214993, 1985.

Fried, B. D. and Conte, S. D. : The Plasma Dispersion Function, 1961.

Friedel, R. H. W. and Korth, A. : A Dynamic Data-Driven Radiation Belt Model Based on CRRES Data, in : Environment Modeling for Space-Based Applications, edited by Guyenne, T.-D. and Hilgers, A., vol. 392 of *ESA Special Publication*, p. 143, 1996.

Gallagher, D. L., Craven, P. D., and Comfort, R. H. : Global core plasma model, J. Geophys. Res., 105, 18 819–18 834, doi :10.1029/1999JA000241, 2000.

Gendrin, R. : Le guidage des whistlers par le champ magnetique, Plan. Sp. Sci., 5, 274, doi :10.1016/0032-0633(61)90096-4, 1961.

Ginzburg, V. L. : The propagation of electromagnetic waves in plasmas, 1970.

Ginzburg, V. L. and Rukhadze, A. A. : Waves in magnetoactive plasma, Nauka, Moscow, 2nd revised edition edn., 1975.

Glauert, S. B. and Horne, R. B. : Calculation of pitch angle and energy diffusion coefficients with the PADIE code, J. Geophys. Res., 110, doi :10.1029/2004JA010851, 2005.

Goldstein, B. E. and Tsurutani, B. T. : Wave normal directions of chorus near the equatorial source region, J. Geophys. Res., 89, 2789–2810, doi : 10.1029/JA089iA05p02789, 1984.

Haque, N., Spasojevic, M., Santolík, O., and Inan, U. S. : Wave normal angles of magnetospheric chorus emissions observed on the Polar spacecraft, J. Geophys. Res., 115, A00F07, doi :10.1029/2009JA014717, 2010.

Haselgrove, J. : Ray Theory and a New Method for Ray Tracing, Report of Conference on the Physics of the Ionosphere, London Physical Society, pp. 355–364, 1954.

Hastings, D. E. : A review of plasma interactions with spacecraft in low Earth orbit, J. Geophys. Res., 100, 14 457–14 484, doi :10.1029/94JA03358, 1995.

Hayakawa, M., Yamanaka, Y., Parrot, M., and Lefeuvre, F. : The wave normals of magnetospheric chorus emissions observed on board GEOS 2, J. Geophys. Res., 89, 2811–2821, doi :10.1029/JA089iA05p02811, 1984.

Hayakawa, M., Parrot, M., and Lefeuvre, F. : The wave normals of ELF hiss emissions observed onboard GEOS 1 at the equatorial and off-equatorial regions of the plasmasphere, J. Geophys. Res., 91, 7989–7999, doi :10.1029/JA091iA07p07989, 1986.

Hayakawa, M., Hattori, K., Shimakura, S., Parrot, M., and Lefeuvre, F. : Direction finding of chorus emissions in the outer magnetosphere and their generation and propagation, Plan. Sp. Sci., 38, 135–137, doi :10.1016/0032-0633(90)90012-F, 1990.

Helliwell, R. A. : A Theory of Discrete VLF Emissions from the Magnetosphere, J. Geophys. Res., 72, 4773, doi :10.1029/JZ072i019p04773, 1967.

Helliwell, R. A. : The role of the Gendrin mode of VLF propagation in the generation of magnetospheric emissions, Geophys. Res. Lett., 22, 2095–2098, doi : 10.1029/95GL02003, 1995.

Hill, T. W. and Dessler, A. J. : Plasma motions in planetary magnetospheres, Science, 252, 410–415, doi :10.1126/science.252.5004.410, 1991.

Hines, C. O. : Heavy-ion effects in audio-frequency radio propagation, J. Atmospheric Terrest. Phys., 11, 36–42, 1957.

Horne, R. B. : Path-integrated growth of electrostatic waves - The generation of terrestrial myriametric radiation, J. Geophys. Res., 94, 8895–8909, doi : 10.1029/JA094iA07p08895, 1989.

Horne, R. B. : The contribution of wave-particle interactions to electron loss and acceleration in the Earths radiation belts during geomagnetic storms, Review of Radio Science, 33, 801, 2002.

Horne, R. B. and Thorne, R. M. : Potential waves for relativistic electron scattering and stochastic acceleration during magnetic storms, Geophys. Res. Lett., 25, 3011–3014, doi :10.1029/98GL01002, 1998.

Horne, R. B., Thorne, R. M., Glauert, S. A., Albert, J. M., Meredith, N. P., and Anderson, R. R. : Timescale for radiation belt electron acceleration by whistler mode chorus waves, J. Geophys. Res., 110, A03225, doi :10.1029/2004JA010811, 2005a.

Horne, R. B., Thorne, R. M., Shprits, Y. Y., Meredith, N. P., Glauert, S. A., Smith, A. J., Kanekal, S. G., Baker, D. N., Engebretson, M. J., Posch, J. L., Spasojevic, M., Inan, U. S., Pickett, J. S., and Decreau, P. M. E. : Wave acceleration of electrons in the Van Allen radiation belts, Nature, 437, 227–230, doi :10.1038/nature03939, 2005b.

Inan, U. S. and Bell, T. F. : The plasmapause as a VLF wave guide, J. Geophys. Res., 82, 2819–2827, doi :10.1029/JA082i019p02819, 1977.

Inan, U. S., Chiu, Y. T., and Davidson, G. T. : Whistler-mode chorus and morningside aurorae, Geophys. Res. Lett., 19, 653–656, doi :10.1029/92GL00402, 1992.

Ingraham, J. C., Cayton, T. E., Belian, R. D., Christensen, R. A., Friedel, R. H. W., Meier, M. M., Reeves, G. D., and Tuszewski, M. : Substorm injection of relativistic

electrons to geosynchronous orbit during the great magnetic storm of March 24, 1991, J. Geophys. Res., 106, 25 759–25 776, doi :10.1029/2000JA000458, 2001.

Iucci, N., Levitin, A. E., Belov, A. V., Eroshenko, E. A., Ptitsyna, N. G., Villoresi, G., Chizhenkov, G. V., Dorman, L. I., Gromova, L. I., Parisi, M., Tyasto, M. I., and Yanke, V. G. : Space weather conditions and spacecraft anomalies in different orbits, Space Weather, 3, S01001, doi :10.1029/2003SW000056, 2005.

Jacobs, J. A., Kato, Y., Matsushita, S., and Troitskaya, V. A. : Classification of Geomagnetic Micropulsations, J. Geophys. Res., 69, 180–181, doi : 10.1029/JZ069i001p00180, 1964.

Katoh, Y. and Omura, Y. : Computer simulation of chorus wave generation in the Earth's inner magnetosphere, Geophys. Res. Lett., 34, L03102, doi : 10.1029/2006GL028594, 2007.

Kennel, C. F. and Petschek, H. E. : Limit on Stably Trapped Particle Fluxes, J. Geophys. Res., 71, 1, 1966.

Kennel, C. F. and Thorne, R. M. : Unstable growth of unducted whistlers propagating at an angle to the geomagnetic field, J. Geophys. Res., 72, 871–878, doi :10.1029/JZ072i003p00871, 1967.

Kimura, I. : Effects of ions on whistler-mode raytracing, Radio Science, 1, 269, 1966.

Kimura, I. : Whistler mode propagation in the earth and planetary magnetospheres and ray tracing techniques, Space Sci. Rev., 42, 449–466, doi : 10.1007/BF00214998, 1985.

Kutiev, I., Oyama, K., and Abe, T. : Analytical representation of the plasmasphere electron temperature distribution based on Akebono data, J. Geophys. Res., 107, 1459, doi :10.1029/2002JA009494, 2002.

Lampe, M., Joyce, G., Manheimer, W. M., and Ganguli, G. : Nonlinear whistler instability driven by a beamlike distribution of resonant electrons, Physics of Plasmas, 17, 022 902, doi :10.1063/1.3298733, 2010.

Lanzerotti, L. J. : Space Weather and Natural Hazards, Space Weather, 10, S05008, doi :10.1029/2012SW000810, 2012.

Lauben, D. S., Inan, U. S., Bell, T. F., Kirchner, D. L., Hospodarsky, G. B., and Pickett, J. S. : VLF chorus emissions observed by POLAR during the January 10, 1997, magnetic cloud, Geophys. Res. Lett., 25, 2995–2998, doi : 10.1029/98GL01425, 1998.

Lauben, D. S., Inan, U. S., and Bell, T. F. : Precipitation of radiation belt electrons induced by obliquely propagating lightning-generated whistlers, J. Geophys. Res., 106, 29 745–29 770, doi :10.1029/1999JA000155, 2001.

Lauben, D. S., Inan, U. S., Bell, T. F., and Gurnett, D. A. : Source characteristics of ELF/VLF chorus, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 107, 1429, doi :10.1029/2000JA003019, 2002.

LeDocq, M. J., Gurnett, D. A., and Hospodarsky, G. B. : Chorus Source Locations from VLF Poynting Flux Measurements with the Polar Spacecraft, Geophys. Res. Lett., 25, 4063, doi :10.1029/1998GL900071, 1998.

Li, W., Thorne, R. M., Angelopoulos, V., Bonnell, J. W., McFadden, J. P., Carlson, C. W., LeContel, O., Roux, A., Glassmeier, K. H., and Auster, H. U. : Evaluation of whistler-mode chorus intensification on the nightside during an injection event observed on the THEMIS spacecraft, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 114, A00C14, doi :10.1029/2008JA013554, 2009a.

Li, W., Thorne, R. M., Angelopoulos, V., Bortnik, J., Cully, C. M., Ni, B., LeContel, O., Roux, A., Auster, U., and Magnes, W. : Global distribution of whistler-mode chorus waves observed on the THEMIS spacecraft, Geophys. Res. Lett., 36, L09104, doi :10.1029/2009GL037595, 2009b.

Li, W., Thorne, R. M., Bortnik, J., Nishimura, Y., Angelopoulos, V., Chen, L., McFadden, J. P., and Bonnell, J. W. : Global distributions of suprathermal electrons observed on THEMIS and potential mechanisms for access into the plasmasphere, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 115, A00J10, doi : 10.1029/2010JA015687, 2010a.

Li, W., Thorne, R. M., Nishimura, Y., Bortnik, J., Angelopoulos, V., McFadden, J. P., Larson, D. E., Bonnell, J. W., Le Contel, O., Roux, A., and Auster, U. : THEMIS analysis of observed equatorial electron distributions responsible for the

chorus excitation, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 115, A00F11, doi :10.1029/2009JA014845, 2010b.

Li, W., Bortnik, J., Thorne, R. M., and Angelopoulos, V. : Global distribution of wave amplitudes and wave normal angles of chorus waves using THEMIS wave observations, J. Geophys. Res., 116, A12205, doi :10.1029/2011JA017035, 2011a.

Li, W., Thorne, R. M., Bortnik, J., Shprits, Y. Y., Nishimura, Y., Angelopoulos, V., Chaston, C., Le Contel, O., and Bonnell, J. W. : Typical properties of rising and falling tone chorus waves, Geophys. Res. Lett., 38, L14103, doi : 10.1029/2011GL047925, 2011b.

Li, W., Thorne, R. M., Bortnik, J., Tao, X., and Angelopoulos, V. : Characteristics of hiss-like and discrete whistler-mode emissions, Geophys. Res. Lett., 39, L18106, doi :10.1029/2012GL053206, 2012.

Li, W., Bortnik, J., Thorne, R. M., Cully, C. M., Chen, L., Angelopoulos, V., Nishimura, Y., Tao, J. B., Bonnell, J. W., and Le Contel, O. : Characteristics of the Poynting flux and wave normal vectors of whistler-mode waves observed on THEMIS, J. Geophys. Res., doi :10.1002/jgra.50176, 2013.

Li, X., Temerin, M., Baker, D. N., Reeves, G. D., and Larson, D. : Quantitative prediction of radiation belt electrons at geostationary orbit based on solar wind measurements, Geophys. Res. Lett., 28, 1887–1890, doi :10.1029/2000GL012681, 2001.

Lyons, L. R. : Pitch angle and energy diffusion coefficients from resonant interactions with ion-cyclotron and whistler waves, Journal of Plasma Physics, 12, 417–432, doi :10.1017/S002237780002537X, 1974.

Lyons, L. R. and Thorne, R. M. : The magnetospheric reflection of whistlers, Plan. Sp. Sci., 18, 1753–1767, doi :10.1016/0032-0633(70)90009-7, 1970.

Lyons, L. R. and Thorne, R. M. : Equilibrium Structure of Radiation Belt Electrons, J. Geophys. Res., 78, 2142–2149, doi :10.1029/JA078i013p02142, 1973.

Lyons, L. R. and Williams, D. J. : Quantitative aspects of magnetospheric physics., D.Reidel Publishing Company, 1984.

Lyons, L. R., Thorne, R. M., and Kennel, C. F. : Electron pitch-angle diffusion driven by oblique whistler-mode turbulence., Journal of Plasma Physics, 6, 589–606, doi :10.1017/S0022377800006310, 1971.

Lyons, L. R., Thorne, R. M., and Kennel, C. F. : Pitch-angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere., J. Geophys. Res., 77, 3455–3474, doi : 10.1029/JA077i019p03455, 1972.

Maeda, K. : Whistlers and VLF Emissions in Connection with the Earth Storm, Journal of the Physical Society of Japan Supplement, 17, B95, 1962.

Maeda, K. and Kimura, I. : A theoretical investigation on the propagation path of the whistling atmospherics, Rept. Ionos. Rep. Japan, 10, 105, 1956.

Mauk, B. H. and Fox, N. J. : Electron radiation belts of the solar system, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 115, A12220, doi :10.1029/2010JA015660, 2010.

Means, J. D. : Use of the Three-Dimensional Covariance Matrix in Analyzing the Polarization Properties of Plane Waves, J. Geophys. Res., 77, 5551–5559, doi : 10.1029/JA077i028p05551, 1972.

Meredith, N. P., Horne, R. B., and Anderson, R. R. : Substorm dependence of chorus amplitudes : Implications for the acceleration of electrons to relativistic energies, J. Geophys. Res., 106, 13 165–13 178, doi :10.1029/2000JA900156, 2001.

Meredith, N. P., Cain, M., Horne, R. B., Thorne, R. M., Summers, D., and Anderson, R. R. : Evidence for chorus-driven electron acceleration to relativistic energies from a survey of geomagnetically disturbed periods, J. Geophys. Res., 108, 1248, doi :10.1029/2002JA009764, 2003.

Meredith, N. P., Horne, R. B., Thorne, R. M., Summers, D., and Anderson, R. R. : Substorm dependence of plasmaspheric hiss, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 109, A06209, doi :10.1029/2004JA010387, 2004.

Meredith, N. P., Horne, R. B., and Anderson, R. R. : Survey of magnetosonic waves and proton ring distributions in the Earth's inner magnetosphere, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 113, A06213, doi :10.1029/2007JA012975, 2008.

Moldwin, M. B., Downward, L., Rassoul, H. K., Amin, R., and Anderson, R. R. : A new model of the location of the plasmapause : CRRES results, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 107, 1339, doi :10.1029/2001JA009211, 2002.

Mourenas, D. and Ripoll, J.-F. : Analytical estimates of quasi-linear diffusion coefficients and electron lifetimes in the inner radiation belt, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 117, A01204, doi :10.1029/2011JA016985, 2012.

Mourenas, D., Artemyev, A. V., Ripoll, J.-F., Agapitov, O., and Krasnoselskikh, V. V. : Timescales for electron quasi-linear diffusion by parallel and oblique lower-band Chorus waves, J. Geophys. Res., doi :10.1029/2012JA017717, 2012.

Muto, H. and Hayakawa, M. : Ray-tracing study of the propagation in the magnetosphere of whistler-mode VLF emissions with frequency above one half the gyrofrequency, Plan. Sp. Sci., 35, 1397–1404, doi :10.1016/0032-0633(87)90052-3, 1987.

Ni, B., Thorne, R. M., Meredith, N. P., Shprits, Y. Y., and Horne, R. B. : Diffuse auroral scattering by whistler mode chorus waves : Dependence on wave normal angle distribution, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 116, A10207, doi :10.1029/2011JA016517, 2011.

Nunn, D. : A self-consistent theory of triggered VLF emissions, Plan. Sp. Sci., 22, 349–378, doi :10.1016/0032-0633(74)90070-1, 1974.

Nunn, D., Omura, Y., Matsumoto, H., Nagano, I., and Yagitani, S. : The numerical simulation of VLF chorus and discrete emissions observed on the Geotail satellite using a Vlasov code, J. Geophys. Res., 102, 27 083–27 098, doi : 10.1029/97JA02518, 1997.

Nunn, D., Santolik, O., Rycroft, M., and Trakhtengerts, V. : On the numerical modelling of VLF chorus dynamical spectra, Annales Geophysicae, 27, 2341–2359, doi :10.5194/angeo-27-2341-2009, 2009.

Olson, W. P. and Pfitzer, K. A. : Magnetospheric magnetic field modeling, Tech. rep., 1977.

Omura, Y. and Summers, D. : Dynamics of high-energy electrons interacting with whistler mode chorus emissions in the magnetosphere, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 111, A09222, doi :10.1029/2006JA011600, 2006.

Omura, Y., Matsumoto, H., Nunn, D., and Rycroft, M. J. : A review of observational, theoretical and numerical studies of VLF triggered emissions, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 53, 351–368, 1991.

Omura, Y., Katoh, Y., and Summers, D. : Theory and simulation of the generation of whistler-mode chorus, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 113, A04223, doi :10.1029/2007JA012622, 2008.

Omura, Y., Hikishima, M., Katoh, Y., Summers, D., and Yagitani, S. : Nonlinear mechanisms of lower-band and upper-band VLF chorus emissions in the magnetosphere, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 114, A07217, doi : 10.1029/2009JA014206, 2009.

Orlova, K. G. and Shprits, Y. Y. : Dependence of pitch-angle scattering rates and loss timescales on the magnetic field model, Geophys. Res. Lett., 37, L05105, doi :10.1029/2009GL041639, 2010.

Ozhogin, P., Tu, J., Song, P., and Reinisch, B. W. : Field-aligned distribution of the plasmaspheric electron density : An empirical model derived from the IMAGE RPI measurements, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 117, A06225, doi :10.1029/2011JA017330, 2012.

Parrot, M., Santolík, O., Cornilleau-Wehrlin, N., Maksimovic, M., and Harvey, C. : Magnetospherically reflected chorus waves revealed by ray tracing with CLUSTER data, Annales Geophysicae, 21, 1111–1120, doi :10.5194/angeo-21-1111-2003, 2003a.

Parrot, M., Santolýk, O., Cornilleau-Wehrlin, N., Maksimovic, M., and Harvey, C. C. : Source location of chorus emissions observed by Cluster, Annales Geophysicae, 21, 473–480, doi :10.5194/angeo-21-473-2003, 2003b.

Parrot, M., Santolík, O., Gurnett, D., Pickett, J., and Cornilleau-Wehrlin, N. : Characteristics of magnetospherically reflected chorus waves observed by CLUSTER, Annales Geophysicae, 22, 2597–2606, doi :10.5194/angeo-22-2597-2004, 2004.

Pfitzer, K. A., Olson, W. P., and Mogstad, T. : A time dependent source driven magnetospheric magnetic field model, EOS, 69, 426, 1988.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. : Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing, 1992.

Ratcliffe, J. A. : The magneto-ionic theory and its application to the ionosphere., Cambridge University Press, Cambridge, Mass., 1959.

Rönnmark, K. : Computation of the dielectric tensor of a Maxwellian plasma, Tech. rep., 1982.

Russell, C. T., Holzer, R. E., and Smith, E. J. : OGO 3 observations of ELF noise in the magnetosphere. 2. The nature of the equatorial noise., J. Geophys. Res., 75, 755–768, doi :10.1029/JA075i004p00755, 1970.

Russell, C. T., McPherron, R. L., and Coleman, Jr., P. J. : Fluctuating Magnetic Fields in the Magnetosphere. I : ELF and VLF Fluctuations, Space Sci. Rev., 12, 810–856, doi :10.1007/BF00173072, 1972.

Sagdeev, R. Z. and Shafranov, V. D. : On the instability of a plasma with anisotropic distribution of velocities in a magnetic field, Sov. Phys. JETP, pp. 130–132, 1961.

Salby, M. : Fundamentals of Atmospheric Physics, International Geophysics Series, Academic Press, URL `http://books.google.fr/books?id=xWQ0G-_UTBoC`, 1996.

Santolík, O. : New results of investigations of whistler-mode chorus emissions, Nonlinear Processes in Geophysics, 15, 621–630, 2008.

Santolík, O. and Gurnett, D. A. : Transverse dimensions of chorus in the source region, Geophys. Res. Lett., 30, 1031, doi :10.1029/2002GL016178, 2003.

Santolík, O., Pickett, J. S., Gurnett, D. A., Maksimovic, M., and Cornilleau-Wehrlin, N. : Spatiotemporal variability and propagation of equatorial noise observed by Cluster, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 107, 1495, doi : 10.1029/2001JA009159, 2002.

Santolík, O., Gurnett, D. A., Pickett, J. S., Parrot, M., and Cornilleau-Wehrlin, N. : A microscopic and nanoscopic view of storm-time chorus on 31 March 2001, Geophys. Res. Lett., 31, L02801, doi :10.1029/2003GL018757, 2004.

Santolík, O., Gurnett, D. A., Pickett, J. S., Parrot, M., and Cornilleau-Wehrlin, N. : Central position of the source region of storm-time chorus, Plan. Sp. Sci., 53, 299–305, doi :10.1016/j.pss.2004.09.056, 2005a.

Santolík, O., Macúšová, E., Yearby, K. H., Cornilleau-Wehrlin, N., and Alleyne, H. S. K. : Radial variation of whistler-mode chorus : first results from the STAFF/DWP instrument on board the Double Star TC-1 spacecraft, Annales Geophysicae, 23, 2937–2942, doi :10.5194/angeo-23-2937-2005, 2005b.

Sazhin, S. S. : Landau damping of low frequency whistler-mode waves, Annales Geophysicae, 9, 690–695, 1991.

Sazhin, S. S. and Hayakawa, M. : Magnetospheric chorus emissions - A review, Plan. Sp. Sci., 40, 681–697, doi :10.1016/0032-0633(92)90009-D, 1992.

Sazhin, S. S. and Horne, R. B. : Quasilongitudinal approximation for whistler-mode waves in the magnetospheric plasma, Plan. Sp. Sci., 38, 1551–1553, doi : 10.1016/0032-0633(90)90160-R, 1990.

Schmerling, E., Goerss, R., Miluschewa, S., Riedinger, P., and Pikus, I. : Ray tracing for whistler-mode signal at low frequencies, private communication, 1961.

Schulz, M. and Lanzerotti, L. J. : Particle diffusion in the radiation belts, 1974.

Shklyar, D. and Matsumoto, H. : Oblique Whistler-Mode Waves in the Inhomogeneous Magnetospheric Plasma : Resonant Interactions with Energetic Charged Particles, Surveys in Geophysics, 30, 55–104, doi :10.1007/s10712-009-9061-7, 2009.

Shklyar, D., Chum, J., and Jirícek, F. : Characteristic properties of Nu whistlers as inferred from observations and numerical modelling, Annales Geophysicae, 22, 3589–3606, doi :10.5194/angeo-22-3589-2004, 2004.

Shklyar, D. R. and Jiříček, F. : Simulation of nonducted whistler spectrograms observed aboard the MAGION 4 and 5 satellites, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 62, 347–370, doi :10.1016/S1364-6826(99)00097-8, 2000.

Shprits, Y. Y. : Potential waves for pitch-angle scattering of near-equatorially mirroring energetic electrons due to the violation of the second adiabatic invariant, Geophys. Res. Lett., 36, L12106, doi :10.1029/2009GL038322, 2009.

Shprits, Y. Y. and Ni, B. : Dependence of the quasi-linear scattering rates on the wave normal distribution of chorus waves, J. Geophys. Res., 114, A11205, doi : 10.1029/2009JA014223, 2009.

Shprits, Y. Y., Thorne, R. M., Horne, R. B., and Summers, D. : Bounce-averaged diffusion coefficients for field-aligned chorus waves, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 111, A10225, doi :10.1029/2006JA011725, 2006.

Shprits, Y. Y., Meredith, N. P., and Thorne, R. M. : Parameterization of radiation belt electron loss timescales due to interactions with chorus waves, Geophys. Res. Lett., 34, L11110, doi :10.1029/2006GL029050, 2007.

Shprits, Y. Y., Elkington, S. R., Meredith, N. P., and Subbotin, D. A. : Review of modeling of losses and sources of relativistic electrons in the outer radiation belt I : Radial transport, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 70, 1679–1693, doi :10.1016/j.jastp.2008.06.008, 2008a.

Shprits, Y. Y., Subbotin, D. A., Meredith, N. P., and Elkington, S. R. : Review of modeling of losses and sources of relativistic electrons in the outer radiation belt II : Local acceleration and loss, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 70, 1694–1713, doi :10.1016/j.jastp.2008.06.014, 2008b.

Shprits, Y. Y., Subbotin, D., and Ni, B. : Evolution of electron fluxes in the outer radiation belt computed with the VERB code, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 114, A11209, doi :10.1029/2008JA013784, 2009.

Sicard-Piet, A., Bourdarie, S., Boscher, D., Friedel, R. H. W., Thomsen, M., Goka, T., Matsumoto, H., and Koshiishi, H. : A new international geostationary electron model : IGE-2006, from 1 keV to 5.2 MeV, Space Weather, 6, 07003, doi : 10.1029/2007SW000368, 2008.

Smith, R. L. and Angerami, J. J. : Magnetospheric Properties Deduced from OGO 1 Observations of Ducted and Nonducted Whistlers, J. Geophys. Res., 73, 1, doi :10.1029/JA073i001p00001, 1968.

Song, P., Singer, H. J., and Siscoe, G. L. : Space Weather, vol. 125, doi : 10.1029/GM125, 2001.

Spasojevic, M. and Inan, U. S. : Drivers of chorus in the outer dayside magnetosphere, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 115, A00F09, doi : 10.1029/2009JA014452, 2010.

Storey, L. R. O. : An Investigation of Whistling Atmospherics, Royal Society of London Philosophical Transactions Series A, 246, 113–141, doi : 10.1098/rsta.1953.0011, 1953.

Storey, L. R. O. and Lefeuvre, F. : Theory for the interpretation of measurements of the six components of a random electromagnetic wave field in space, in : Space research XIV, edited by M. J. Rycroft & R. D. Reasenberg, pp. 381–386, 1974.

Storey, L. R. O., Lefeuvre, F., Parrot, M., Cairo, L., and Anderson, R. R. : Initial survey of the wave distribution functions for plasmaspheric hiss observed by ISEE 1, J. Geophys. Res., 96, 19 469, doi :10.1029/91JA01828, 1991.

Su, Z., Zheng, H., and Wang, S. : Three-dimensional simulation of energetic outer zone electron dynamics due to wave-particle interaction and azimuthal advection, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 115, A06203, doi : 10.1029/2009JA014980, 2010.

Subbotin, D., Shprits, Y., and Ni, B. : Three-dimensional VERB radiation belt simulations including mixed diffusion, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 115, A03205, doi :10.1029/2009JA015070, 2010.

Suchy, K. : The Propagation of Wave Packets in Inhomogeneous Anisotropic Media with Moderate Absorption, IEEE Proceedings, 62, 1571–1577, 1974.

Suchy, K. : Real Hamilton equations of geometric optics for media with moderate absorption, Radio Science, 16, 1179–1182, doi :10.1029/RS016i006p01179, 1981.

Summers, D., Thorne, R. M., and Xiao, F. : Relativistic theory of wave-particle resonant diffusion with application to electron acceleration in the magnetosphere, J. Geophys. Res., 103, 20 487–20 500, doi :10.1029/98JA01740, 1998.

Summers, D., Ni, B., and Meredith, N. P. : Timescales for radiation belt electron acceleration and loss due to resonant wave-particle interactions : 2. Evaluation for VLF chorus, ELF hiss, and electromagnetic ion cyclotron waves, J. Geophys. Res., 112, A04207, doi :10.1029/2006JA011993, 2007a.

Summers, D., Ni, B., and Meredith, N. P. : Timescales for radiation belt electron acceleration and loss due to resonant wave-particle interactions : 1. Theory, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 112, A04206, doi : 10.1029/2006JA011801, 2007b.

Synge, J. L. : Geometrical Mechanics and de Broglie Waves, Cambridge University Press, New York, 1954.

Tao, X., Bortnik, J., Thorne, R. M., Albert, J. M., and Li, W. : Effects of amplitude modulation on nonlinear interactions between electrons and chorus waves, Geophys. Res. Lett., 39, L06102, doi :10.1029/2012GL051202, 2012.

Thorne, R. M. : Energetic radiation belt electron precipitation - A natural depletion mechanism for stratospheric ozone, Science, 195, 287–289, doi : 10.1126/science.195.4275.287, 1977.

Thorne, R. M. : Radiation belt dynamics : The importance of wave-particle interactions, Geophys. Res. Lett., 37, L22107, doi :10.1029/2010GL044990, 2010.

Thorne, R. M. and Kennel, C. F. : Quasi-Trapped VLF Propagation in the Outer Magnetosphere, J. Geophys. Res., 72, 857, doi :10.1029/JZ072i003p00857, 1967.

Thorne, R. M., Smith, E. J., Fiske, K. J., and Church, S. R. : Intensity Variation of Elf Hiss and Chorus during Isolated Substorms, Geophys. Res. Lett., 1, 193–196, doi :10.1029/GL001i005p00193, 1974.

Thorne, R. M., O'Brien, T. P., Shprits, Y. Y., Summers, D., and Horne, R. B. : Timescale for MeV electron microburst loss during geomagnetic storms, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 110, A09202, doi :10.1029/2004JA010882, 2005.

Trakhtengerts, V. Y. : A generation mechanism for chorus emission, Annales Geophysicae, 17, 95–100, doi :10.1007/s00585-999-0095-4, 1999.

Trakhtengertz, V. Y. : Stationary States of the Earth's Outer Radiation Zone, Geomagn. Aeronom., 6, 638–45, 1966.

Tsurutani, B. T. and Smith, E. J. : Postmidnight Chorus : A Substorm Phenomenon, J. Geophys. Res., 79, 118–127, doi :10.1029/JA079i001p00118, 1974.

Tsurutani, B. T. and Smith, E. J. : Two types of magnetospheric ELF chorus and their substorm dependences, J. Geophys. Res., 82, 5112–5128, doi : 10.1029/JA082i032p05112, 1977.

Tsyganenko, N. A. and Sitnov, M. I. : Modeling the dynamics of the inner magnetosphere during strong geomagnetic storms, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 110, A03208, doi :10.1029/2004JA010798, 2005.

Turner, R. : Solar particle events from a risk management perspective, IEEE Transactions on Plasma Science, 28, 2103–2113, doi :10.1109/27.902237, 2000.

Ukhorskiy, A. Y., Sitnov, M. I., Millan, R. M., and Kress, B. T. : The role of drift orbit bifurcations in energization and loss of electrons in the outer radiation belt, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 116, A09208, doi : 10.1029/2011JA016623, 2011.

van Allen, J. A. and Frank, L. A. : Radiation Around the Earth to a Radial Distance of 107,400 km., Nature, 183, 430–434, doi :10.1038/183430a0, 1959.

Varotsou, A., Boscher, D., Bourdarie, S., Horne, R. B., Meredith, N. P., Glauert, S. A., and Friedel, R. H. : Three-dimensional test simulations of the outer radiation belt electron dynamics including electron-chorus resonant interactions, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 113, A12212, doi :10.1029/2007JA012862, 2008.

Walter, F. and Angerami, J. J. : Nonducted Mode of VLF Propagation between Conjugate Hemispheres ; Observations on OGO's 2 and 4 of the 'Walking-Trace' Whistler and of Doppler Shifts in Fixed Frequency Transmissions, J. Geophys. Res., 74, 6352–6370, doi :10.1029/JA074i026p06352, 1969.

Wang, C., Zong, Q., Xiao, F., Su, Z., Wang, Y., and Yue, C. : The relations between magnetospheric chorus and hiss inside and outside the plasmasphere boundary

layer : Cluster observation, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 116, A07221, doi :10.1029/2010JA016240, 2011.

Weinberg, S. : Eikonal Method in Magnetohydrodynamics, Physical Review, 126, 1899–1909, doi :10.1103/PhysRev.126.1899, 1962.

Wrenn, G. L., Rodgers, D. J., and Ryden, K. A. : A solar cycle of spacecraft anomalies due to internal charging, Annales Geophysicae, 20, 953–956, doi : 10.5194/angeo-20-953-2002, 2002.

Yabroff, I. W. : Computation of whistler ray paths, J. Res. NBS. D. Radio Prop., 65D, 485–505, 1961.

Yagitani, S., Nagano, I., Matsumoto, H., Omura, Y., Paterson, W. R., Frank, L. A., and Anderson, R. R. : Wave and particle measurements for chorus emissions by GEOTAIL in the magnetosphere, Advances in Space Research, 24, 91–94, doi : 10.1016/S0273-1177(99)00431-7, 1999.

Publications:

Breuillard, H., Zaliznyak, Y., Krasnoselskikh, V., Agapitov, O., Artemyev, A., and Rolland, G.: Chorus wave-normal statistics in the Earth's radiation belts from ray tracing technique, *Ann. Geophys*., 30, 1223-1233, doi:10.5194/angeo-30-1223-2012, 2012.

Breuillard, H., Mendzhul, D. I., and Agapitov, O.: Effects of equatorial chorus wave normal azimuthal distribution on wave propagation, *Adv. Astron. Space Phys*., 2, 167-172, 2012.

Artemyev, A., Agapitov, O., Breuillard, H., Krasnoselskikh, V., and Rolland, G.: Electron pitch-angle diffusion in radiation belts: The effects of whistler wave oblique propagation, *Geophys. Res. Lett*., 39, L08105, doi:10.1029/2012GL051393, 2012a.

Artemyev, A., Agapitov, O., Krasnoselskikh, V. V., Breuillard, H., and Rolland, G.: Statistical model of electron pitch angle diffusion in the outer radiation belt, *J. Geophys. Res*., doi:10.1029/2012JA017826, 2012b.

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Breuillard, H., Artemyev, A., Mourenas, D., Kothyaintsev, Y., and Rolland, G.: Statistics of whistler-mode waves in the outer radiation belt: Cluster STAFF-SA measurements, *J. Geophys Res*., submitted, 2013.

Breuillard, H., Zaliznyak, Y., Krasnoselskikh, V., Agapitov, O., Artemyev, A., and Rolland, G.: Spatial spreading of magnetospherically reflected chorus elements in the inner magnetosphere, *Ann. Geophys*, submitted, 2013.

H. Breuillard, O. Agapitov, A. Artemyev, V. Krasnoselskikh, O. Le Contel, C. M. Cully, V. Angelopoulos, Y. Zaliznyak, and G. Rolland : On the origin of falling tone chorus elements in Earth's inner magnetosphere, in preparation, 2013.

Ann. Geophys., 30, 1223–1233, 2012
www.ann-geophys.net/30/1223/2012/
doi:10.5194/angeo-30-1223-2012
© Author(s) 2012. CC Attribution 3.0 License.

Annales Geophysicae

Chorus wave-normal statistics in the Earth's radiation belts from ray tracing technique

H. Breuillard[1], **Y. Zaliznyak**[1,2], **V. Krasnoselskikh**[1], **O. Agapitov**[1,3,4], **A. Artemyev**[1,5], **and G. Rolland**[6]

[1]LPC2E/CNRS-University of Orléans, UMR 7328, Orléans, France
[2]Institute for Nuclear Research, Kyiv, Ukraine
[3]STUDIUM, Loire Valley Institute for Advanced Studies, Orléans-Tours, France
[4]National Taras Shevchenko University of Kyiv, Kyiv, Ukraine
[5]Space Research Institute, RAS, Moscow, Russia
[6]CNES, Toulouse, France

Correspondence to: H. Breuillard (hugo.breuillard@cnrs-orleans.fr)

Received: 17 February 2012 – Revised: 28 June 2012 – Accepted: 31 July 2012 – Published: 21 August 2012

Abstract. Discrete ELF/VLF (Extremely Low Frequency/Very Low Frequency) chorus emissions are one of the most intense electromagnetic plasma waves observed in radiation belts and in the outer terrestrial magnetosphere. These waves play a crucial role in the dynamics of radiation belts, and are responsible for the loss and the acceleration of energetic electrons. The objective of our study is to reconstruct the realistic distribution of chorus wave-normals in radiation belts for all magnetic latitudes. To achieve this aim, the data from the electric and magnetic field measurements onboard Cluster satellite are used to determine the wave-vector distribution of the chorus signal around the equator region. Then the propagation of such a wave packet is modeled using three-dimensional ray tracing technique, which employs K. Rönnmark's WHAMP to solve hot plasma dispersion relation along the wave packet trajectory. The observed chorus wave distributions close to waves source are first fitted to form the initial conditions which then propagate numerically through the inner magnetosphere in the frame of the WKB approximation. Ray tracing technique allows one to reconstruct wave packet properties (electric and magnetic fields, width of the wave packet in $\boldsymbol{k}$-space, etc.) along the propagation path. The calculations show the spatial spreading of the signal energy due to propagation in the inhomogeneous and anisotropic magnetized plasma. Comparison of wave-normal distribution obtained from ray tracing technique with Cluster observations up to 40° latitude demonstrates the reliability of our approach and applied numerical schemes.

Keywords. Ionosphere (Wave propagation) – Magnetospheric physics (Plasmasphere)

1 Introduction

The dynamics of the Earth's outer radiation belt have been intensively studied since pioneering work in the late 1950s and early 1960s (see e.g. van Allen and Frank, 1959; Dungey, 1963), and yet their understanding is still limited. One of the most important processes that govern its dynamics is assumed to be the resonant wave-particle interaction. It is thought to contribute to electron acceleration (up to $\sim$ MeV energies) and losses into the ionosphere (Lyons and Thorne, 1973), especially during geomagnetic disturbances (see Horne, 2002; Chen et al., 2007; Shprits et al., 2008b). Since increases in the energetic electron flux are hazardous to satellites (Baker, 2002), manned space missions, or can drastically affect atmospheric chemistry (Thorne, 1977), it is crucial to improve the existing numerical models that specify and predict the dynamics of radiation belts (Bourdarie et al., 1996; Li et al., 2001; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007; Fok et al., 2008; Mourenas et al., 2012). These models are based on the quasi-linear approach where resonant wave-particle interactions are described in terms of particle pitch angle and energy diffusion (Kennel and Petschek, 1966; Trakhtengertz, 1966; Lyons, 1974; Lyons and Williams, 1984) to determine the time scale for electron losses and acceleration. Using this approach, it has been

shown that whistler mode waves are one of the most efficient drivers of electron losses in radiation belts (e.g. Lyons et al., 1972; Albert, 2003; Horne et al., 2005b). In addition, electron resonant interaction with ULF waves also results in effective radial diffusion due to violation of third adiabatic invariant (see recent review by Shprits et al., 2008a), and radial transport can be enhanced by scattering of the second adiabatic invariant (see e.g. Ukhorskiy et al., 2011, and references therein).

However, since original paper by Lyons et al. (1971) and until now (see e.g. Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007; Albert, 2007), the majority of calculations of the diffusion coefficients have been based on the assumption of parallel whistler wave propagation, relative to the background magnetic field. According to this approximation, the distribution functions of wave frequency and angle θ between the magnetic field and wave-vector are taken as Gaussian functions with two fixed parameters: mean value and a constant variance. These parameters can be different for various MLT, K_p index and for several ranges of magnetic latitude (see e.g. Summers et al., 2007; Shprits, 2009; Ni et al., 2011, and references therein). Moreover, mean wave amplitude also varies with MLT (Horne et al., 2005a). Another assumption is that the wave power along the L-shell is constant (Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007). These simplifications are used due to the lack of observational data of these distributions.

An analysis of chorus whistler wave data of Cluster satellites during the 2001–2009 years has been performed by Agapitov et al. (2011a, 2012), where the measurements were concentrated in the outer radiation belt, i.e. between $4R_E$ and $7R_E$ (here R_E is the Earth's radius). The major result of this study is the evidence of the strong dependence of characteristics of θ-angle distribution upon magnetic latitude. Indeed, as the latitude increases, the mean value of the distribution, which is around 20° at the magnetic equator, shifts towards larger angles and the variance (width) of the distribution also increases, confirming the tendencies observed by Hayakawa et al. (1986) and reported in the comprehensive review by Sazhin and Hayakawa (1992). Moreover, these results were confirmed near the equator by Li et al. (2011) by use of THEMIS spacecraft statistics. Thus, providing the proper model that allows us to supplement existing databases of wave distributions on frequency, wave vector and L-shell, the accuracy of the codes that compute the radiation belts diffusion coefficients can be significantly improved (Horne et al., 2005a; Shprits and Ni, 2009; Artemyev et al., 2012a,b). To this end, it is necessary to develop a numerical ray tracing code that can first reproduce wave distributions based on direct measurements and then to fill up the observed distributions by "complementary data" obtained from simulations.

The purpose of this paper is to model the distribution of chorus wave parameters, taking as a basis Cluster observations and completing them by results of numerical modeling, presented hereafter.

In the following sections, we shall describe the numerical code used in this study: the key parameters that are needed, and the models of the magnetic field and plasma density distributions inside the inner magnetosphere that are included. Then we present the set of parameters necessary for computation of ray traces. The results of calculations form the database that is then used to calculate statistical distributions of whistler wave-normal angles at different magnetic latitudes for different L-shells. Finally, the comparison of the obtained numerical $\boldsymbol{k}$-vector distribution with direct observations is presented, followed by conclusions. The description of ray-tracing methodology and numerical code can be found in Appendix.

2 Numerical model description

In this section, we present the numerical model that computes ray trajectories of chorus emissions (ELF/VLF whistler modes) in the inner magnetosphere. The calculation is carried out making use of realistic plasma density model and pre-selected initial wave distributions. The source localization of the chorus waves is assumed to lie at the magnetic equator between $4.5R_E$ and $7R_E$, according to LeDocq et al. (1998); Santolík et al. (2005a,b); Agapitov et al. (2011a); Li et al. (2011). By use of the code, we integrate wave trajectories through the Earth's inner magnetosphere, in the frame of the geometrical optics approach (i.e. ray tracing; see Appendix for more details). This code is valid for any linear electromagnetic wave mode in the anisotropic multicomponent (up to 6 species) hot plasma with slowly varying (in comparison with the wavelength) spatial parameters and moderate absorption. The presented code employs WHAMP (**W**aves in **H**omogeneous **A**nisotropic **M**ulticomponent **P**lasma) code developed by Rönnmark (1982) to solve hot plasma dispersion relation, whose solution is then used to trace whistler ray trajectories.

This dispersion solver allows to improve the evaluation of wave characteristics such as wave damping. In particular, one can better describe the effect of absorption by the medium, which can result in the improvement of the calculations at lower altitudes.

Additional effects that can also be taken into account are specific features of particle distributions that may be present in radiation belts such as loss cone particle distribution, temperature anisotropy or relative drifts of different particle populations. One of the important available options is the possibility to include suprathermal energetic particles that play an important role in wave generation.

Magnetospheric chorus emissions are commonly observed between $2.5R_E$ and $10R_E$. Near $2.5R_E$ the Earth's core magnetic field is assumed to have a tilted dipolar structure with the dipole magnetic momentum corresponding to year 2005 epoch, and an analytical model (Olson and Pfitzer, 1977) includes the contribution of sources external to the Earth

(namely magnetopause, tail and ring currents) at larger altitudes. It is valid for all tilts of the Earth's dipole axis during rather quiet magnetosphere ($K_p \leq 4$), and has been optimized for the near-Earth region (from $2R_E$ to $15R_E$).

We use the **G**lobal **C**ore **P**lasma **M**odel (Gallagher et al., 2000), denoted GCPM hereafter, to obtain smoothly varying densities of the magnetospheric plasma species throughout the entire volume of the inner magnetosphere. GCPM is an empirically derived core plasma density model of four plasma components – electrons, protons, oxygen ions and helium ions. It consists of separate models for the plasmasphere, plasmapause and polar cap, and merges with IRI (**I**nternational **R**eference **I**onosphere) 2007 model at low altitudes (Bilitza and Reinisch, 2008). Moreover, this model supplies complete three-dimensional spatial density distributions. It is important to note that, whereas the plasma density model we use is three-dimensional, we reduce it to a 2-D grid in radial distance and latitude for one Magnetic Local Time (MLT = 09:00); i.e. we neglect azimuthal variations. This procedure allows us to significantly reduce the computation time.

Treating numerically magnetospheric chorus wave propagation, it is important to describe properly the region of plasmapause, a very dynamic transition region where plasma density drops abruptly. In the plane of magnetic equator, the plasmapause is situated at the distance about $4R_E$ for rather quiet magnetic conditions ($K_p = 4$ here). Indeed, the steep gradients of density greatly affect the trajectories of the propagating waves, and thus need to be well defined by the code. Figure 1 shows the electron density as a function of radial distance for the set of magnetic latitudes, at MLT = 09:00, which is rather typical for chorus wave registration for a level of magnetospheric activity of $K_p = 4$ (see Agapitov et al., 2011a). The plasmapause is well defined here, as it is smooth and clearly present at low latitudes.

To complete the plasma model, one should define the characteristics of the particle distribution functions. In our calculations, we assume that all plasma species obey Maxwell's distributions with temperatures of 0.5 eV, which approximatively correspond to the Akebono data-based temperature model (Kutiev et al., 2002).

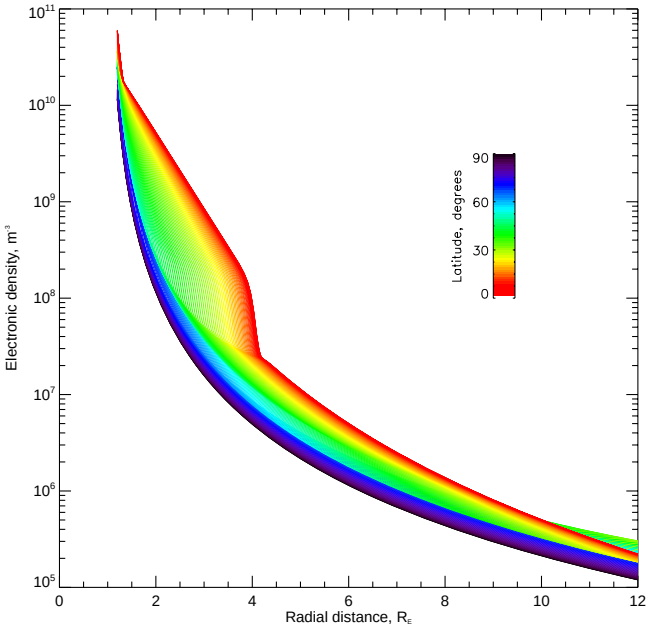

Fig. 1. Electron density as a function of radial distance in R_E, showing the plasmapause density gradient for different latitudes, from equatorial plane (red), to 90° latitude (dark blue). Date is 7 September 2002, time 00:30 UT, and parameters are here MLT = 09:00, $K_p = 4$.

3 Reconstruction of chorus wave-vector distribution upon magnetic latitude

The main goal of our paper is the reconstruction of chorus wave-normal direction distribution in the inner magnetosphere in such a way that it can be compared with Cluster spacecraft observations. To do so, chorus wave power distribution is to be defined realistically in the source region supposed to be at equator. Then their trajectories are calculated by means of the ray tracing technique (see Appendix), using the realistic model of the inner magnetosphere described above. In this section, we show how the statistics of chorus wave-normal angle distribution as a function of latitude λ observed by Cluster can be reproduced using numerical calculations of ray propagation from the chorus source region.

Chorus waves typically appear as short coherent bursts of wave packets propagating in two distinct bands, scaling on the equatorial electron gyrofrequency $\Omega_{e,equ}$. The lower band frequency range is known to be $\omega = 0.1-0.45\Omega_{e,equ}$, and the upper band frequency range is $\omega = 0.5-0.7\Omega_{e,equ}$ (see e.g. Burtis and Helliwell, 1969, 1976). However, here we present only results for the lower-band chorus because the Cluster STAFF-SA frequency range cannot completely cover the full frequency range of the upper band (Agapitov et al., 2011a). Additionally, upper-band choruses are substantially less intense than lower-band chorus (Meredith et al., 2001; Haque et al., 2010). The chorus source region is located in the vicinity of the magnetic equator (see also LeDocq et al., 1998; Santolík et al., 2005a,b) (sometimes the source can be also situated in non-equatorial minimum B-pockets during high magnetospheric activity (Tsurutani and Smith, 1977; Agapitov et al., 2010), but more detailed discussion of this topic is beyond the scope of the present study). Chorus waves are usually observed in the night, day and dawn sectors (Agapitov et al., 2011a; Meredith et al., 2003; Li et al., 2009) with a maximum in occurrence probability and wave intensity between 06:00 and 12:00 MLT (see e.g. Li et al., 2009; Agapitov et al., 2011a). Moreover, chorus waves are known to be generated outside the plasmasphere with the amplitude

maximum at $L \approx 7$ (Meredith et al., 2003; Santolík et al., 2005b; Li et al., 2009). Finally, as mentioned above, recent studies of chorus wave-normal distributions using extensive sets of observations from different spacecraft (see Agapitov et al., 2011a; Li et al., 2011) have shown that the distributions of intense chorus waves (i.e. lower-band, rising elements) are generally non-Gaussian and have a non-zero mean value.

In order to reconstruct chorus wave-normal distribution statistics, we have calculated the numerous ray trajectories in the inner magnetosphere (in terms of L-shell, latitude λ and longitude ϕ). Then these distributions of rays have been properly weighted in terms of L, θ and frequency at the magnetic equator, to accurately reproduce their statistical characteristics in the source region described above. The wave power distribution is described by the function $G(f, \theta, \varphi)$, where θ and φ are the latitudinal and azimuthal angles that describe the orientation of wave-normal in the field-aligned coordinate system, respectively, at a given frequency f (see wave distribution function (WDF) method introduced by Storey and Lefeuvre, 1974).

Making use of the code described in Appendix, we have computed a database consisting of $\sim 35\,000$ numerical trajectories of electromagnetic whistler waves generated in the vicinity of the magnetic equator and magnetospherically reflected at high latitudes.

The wave parameters included in this database are as follows: plasma density parameters have been chosen to reproduce the typical region of chorus occurrence (MLT = 09:00) for a level of magnetospheric disturbance, during which maximum chorus activity is observed ($K_p = 4.0$). The date is 7 September 2002, at 00:30 UT. Rays are generated at the equator within the range $4.5 \leq L_0 \leq 7$, with a step of $\Delta L_0 = 0.1$. At each starting point L_0, we launch a set of waves with frequencies in the range $0.1\Omega_{e,equ} \leq \omega \leq 0.5\Omega_{e,equ}$, spaced at intervals of $\Delta\omega = 0.1\Omega_{e,equ}$, to reproduce the lower-band chorus wave power distribution. The 3-D obliqueness of chorus wave propagation is represented by the two angles θ and φ, with θ being the latitudinal angle between $\boldsymbol{k}$-vector and magnetic field, and φ the azimuthal angle. For each L_0 and ω, the range of initial angles φ_0 between $\boldsymbol{k}$-vector and the background magnetic field $\boldsymbol{B}_0$ in the equatorial XY plane is $-180° \leq \varphi_0 \leq +180°$ with $\Delta\varphi_0 = 10°$, $\varphi_0 = 0°$ pointing towards the Earth. Since the resonance cone angle θ_{res} is frequency-dependent, the range $0 \leq \theta_0 \leq \theta_{res}$ of initial angles θ_0 between $\boldsymbol{k}$-vector and $\boldsymbol{B}_0$ in the XZ plane is non-uniform, varying from $0 \leq \theta_0 \leq 80°$ for a frequency of $0.1\Omega_{e,equ}$, and $0 \leq \theta_0 \leq 55°$ for $0.5\Omega_{e,equ}$. The interval step between each θ_0 is $\Delta\theta_0 = 5°$.

This numerical ray distribution is uniform in terms of ω and also in terms of L_0 and θ_0 for chorus wave frequency range. It thus needs to be intensity-weighted at the injection points to represent the chorus source region. This weighting is divided into three individual components representing the dependence on L_0, θ_0 and ω.

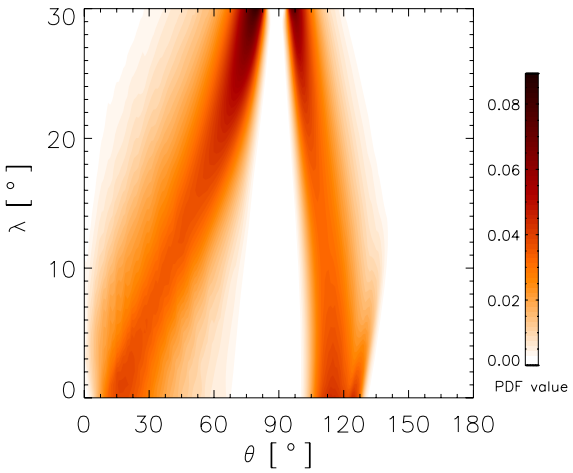

Fig. 2. The PDF of the wave-vector angle θ distribution (x-axis) as a function of magnetic latitude (y-axis) for all computed rays, using Eq. (1) as initial weight function.

Chorus wave power distribution in frequency is usually approximated by a Gaussian function with a peak value of $\omega \approx 0.34\Omega_{e,equ}$ (see Burtis and Helliwell, 1976). Agapitov et al. (2011a) have shown that chorus waves have a distribution close to a Gaussian over L-shells for moderate activity in the inner magnetosphere, with a maximum value at about $L_0 = 6.5$. Finally, according to Agapitov et al. (2011a), the equatorial θ_0 distribution is not uniform but has a pronounced maximum at $\theta_0 \approx 20°$.

Thus, at the magnetic equator, we use a weight function $h_0(\theta_0)$ for θ_0 distribution which is simply a cross section of the experimental distribution in Fig. 2e from Agapitov et al. (2011a) at $\lambda = 0°$, for $0° < \theta_0 < 90°$.

As a result, each ray trajectory is weighted with an intensity given by the following weight function:

$$g(\theta_0, L_0, \omega) = h_0(\theta_0) \exp\left[-\frac{(L_0 - 6.5)^2}{2\,(1.7)^2}\right] \times \exp\left[-\frac{\left(\omega - 0.34\Omega_{e,equ}\right)^2}{2\left(0.15\Omega_{e,equ}\right)^2}\right], \quad (1)$$

where the subscript 0 denotes the initial (equatorial) value.

It is worth noting that, for all ray trajectories, the selected region in space is situated in the range $4.5 < L < 7$ at every latitude; thus, ray coordinates leaving it or entering from outside this L-shell range are not taken into account in the simulations.

In Fig. 2, one can see that the poleward ray wave-normals quickly tend to the resonance cone; the maximum value of the distribution starts near the equator at around 20° and reaches nearly 80° before 30° latitude. Another important characteristic of the distribution is that the variance rests approximately constant at all latitudes up to 30°. The behavior of the numerical distribution of poleward rays is thus very

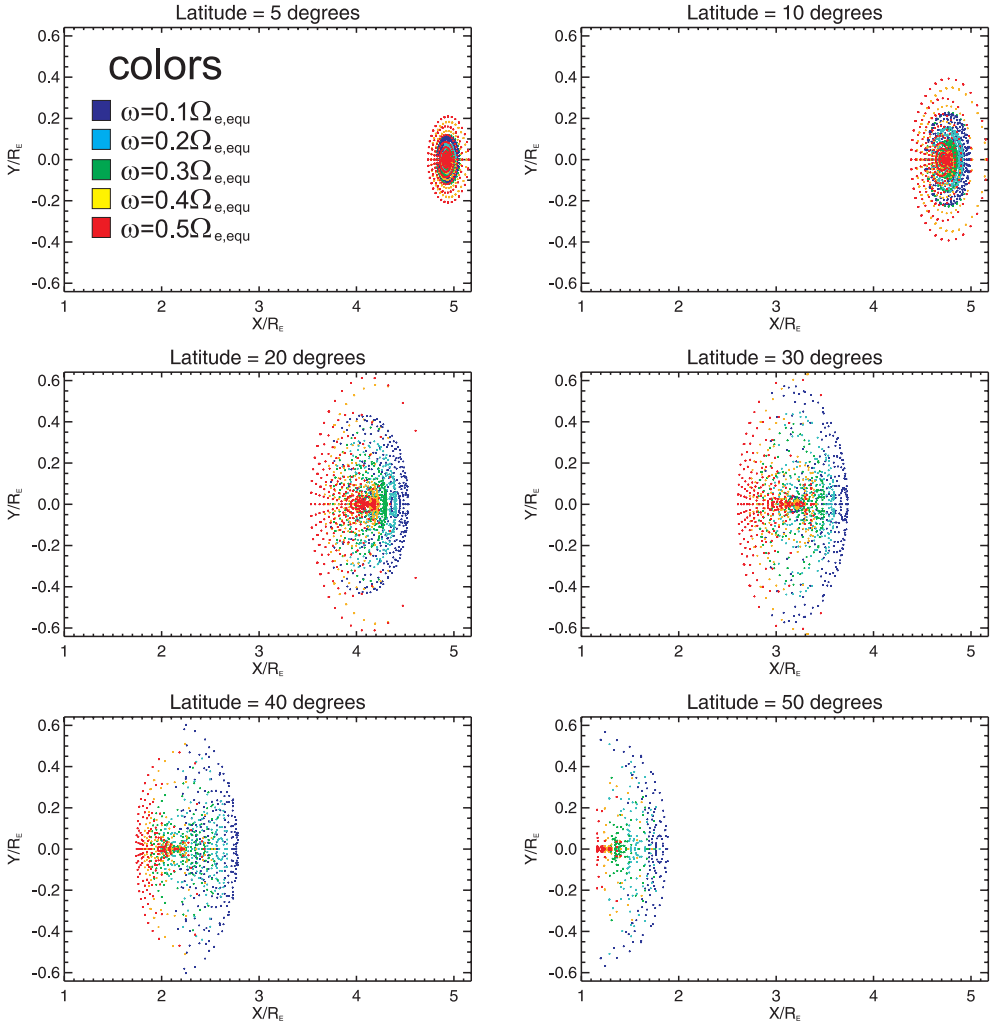

Fig. 3. Spatial divergence of ray trajectories as a function of latitude, with respect to wave frequency. Each ray position intersecting one latitudinal plane ($\lambda = \text{const}$) is plotted by a point, whose color represents its frequency, from $\omega = 0.1\Omega_{e,equ}$ (dark blue) to $\omega = 0.5\Omega_{e,equ}$ (red) with $\Delta\omega = 0.1\Omega_{e,equ}$. Rays are launched from a single starting point of coordinates $[5R_E, 0, 0]$, confined in a cone centered around the local magnetic field, with parameters $5° \leq \theta_0 \leq \theta_{res}$ and $-180° \leq \varphi_0 \leq +180°$.

consistent with the observed distribution presented in Fig. 2e from Agapitov et al. (2011a), where the same wave-normal angle distribution is constructed using the Cluster STAFF-SA measurements from years 2001 to 2009. In the following, we use $X = \tan\theta$ as parameter since it is widely used as an input for diffusion coefficient calculation (Lyons et al., 1971). The good agreement is confirmed by Fig. 4, where the probability distribution function (PDF) of X distribution of poleward rays as a function of latitude is presented. Indeed, the distributions obtained from experimental data (left panel) and as a result of numerical simulations (right panel) both exhibit the same tendency, i.e. a rapid increase of the mean value and variance with the growth of the latitude. The quantitative growth of these two parameters is discussed in the next section. It is worth noting here that the distributions are shown only up to 30° latitude, since the experimental data for higher latitudes are not sufficient to perform reliable statistical analysis (this can be seen from the large error bars in Fig. 5 in the range $30° \leq \lambda \leq 40°$).

However, from Fig. 2 one can notice some discrepancies with the $\boldsymbol{k}$-vector distribution from Agapitov et al. (2011a) for equatorward rays, for which $90° < \theta \leq 180°$. Indeed, although the variance and shape of the distribution are quite similar to those observed, the maximum of equatorial distribution for numerical rays is centered at $\theta \approx 120°$, whereas according to Cluster data the peak is supposed to stand at $\theta \approx 155°$. These rays can either be magnetospherically reflected chorus waves generated at the magnetic equator, or chorus waves generated from non-equatorial minimum-B pockets (which might not be taken into consideration in our simulations). These discrepancies can be explained by the fact that chorus waves are spatially deviated from their initial

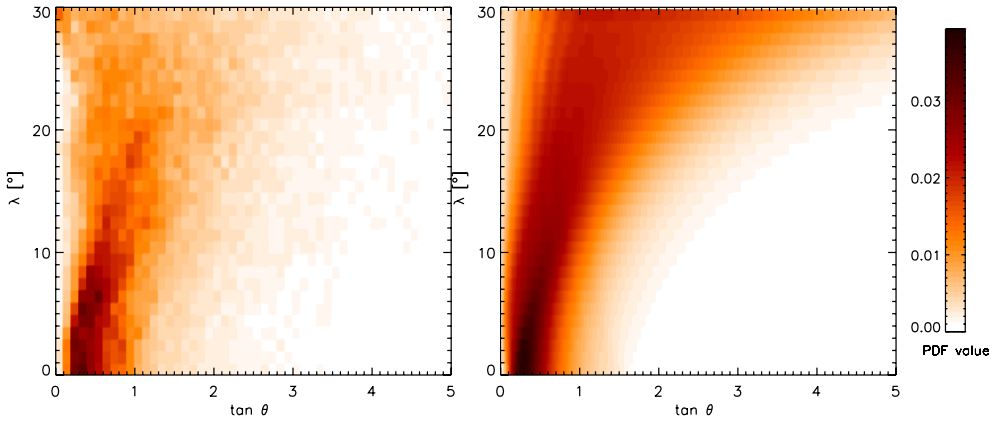

Fig. 4. The PDF of $\tan\theta$ distribution (x-axis) as a function of magnetic latitude (y-axis) for all computed rays, using Eq. (1) as initial weight function. Distributions are obtained from Cluster experimental data (left panel) and numerical simulations (right panel).

L-shell during their propagation and magnetospheric reflection in the magnetosphere, resulting in power attenuation of reflected signals (see e.g. Parrot et al., 2003, 2004; Agapitov et al., 2011b). To illustrate these effects, we show in Fig. 3 the spatial spreading of different ray trajectories for the plasma parameters mentioned above. We launch, from a single starting point of coordinates $[5R_E, 0, 0]$, a set of rays towards the Northern Hemisphere. These rays are confined in a cone centered around the local magnetic field with parameters $5^\circ \leq \theta_0 \leq \theta_{res}$ and $-180^\circ \leq \varphi_0 \leq 180^\circ$. We vary wave frequency from $0.1\Omega_{e,equ}$ up to $0.5\Omega_{e,equ}$ with step $0.1\Omega_{e,equ}$. The different wave frequencies are shown by color on the Fig. 3. The distribution of ray trajectories is symmetrical with respect to Y coordinates, since we neglect the azimuthal density variations. The ray trajectories are plotted in a different panel for each latitudinal plane up to $\lambda = 50^\circ$. The higher frequency waves are seen to reach lower X values faster than lower frequency waves, and are more concentrated around $Y = 0$, whereas waves with frequency of $0.1\Omega_{e,equ}$ are more regularly distributed along Y, forming a ring-like pattern as latitude increases. One can see here that the spatial spreading of poleward ray trajectories is very large. Thus, a coherent chorus wave packet (consisting of different frequencies) would greatly diverge as it propagates towards higher latitudes. Therefore, poleward or equatorward waves that originate from outside the range $4.5 \leq L \leq 7$ can be included in statistical studies based on spacecraft measurements. However, the problem of geometrical spreading and magnetospheric reflection of chorus wave packets (with respect to plasma and magnetic field parameters for instance) requires a detailed study and will be addressed in future work.

This good statistical agreement between numerical and observed behavior of poleward chorus $\boldsymbol{k}$-vector distributions corroborates the possibility of reconstructing the observed distribution upon all magnetic latitudes making use of our numerical database of ray trajectories.

4 Discussion

In our model, we have made use of realistic properties of the chorus wave distribution in the source region (Agapitov et al., 2011a; Li et al., 2009, 2011) to obtain wave distributions in the inner magnetosphere by means of ray tracing. We have found that the distributions obtained have very similar statistical properties as observed onboard spacecraft in case studies (see e.g. Agapitov et al., 2011b), in statistical studies of STAFF-SA wave data measurements of Cluster armada (Agapitov et al., 2012), and similar to results of other simulations (see e.g. Bortnik et al., 2011). We have shown that our calculated distribution of chorus wave-normals is very similar to the characteristics obtained by Agapitov et al. (2011a). It is worth noting that the initial distribution of chorus wave normals in the vicinity of the equator is also close to the distributions often used in the numerical studies of particle diffusion. In previous calculations of energetic electron angular diffusion rates (Horne et al., 2005a; Glauert and Horne, 2005; Summers et al., 2007; Shprits and Ni, 2009; Artemyev et al., 2012a), these distributions are described in terms of Gaussian ansatz of the variable $X = \tan\theta$ as

$$g(X) = \exp\left[-(X - X_m)^2 / X_w^2\right] \quad (2)$$

where X_m and X_w are the mean value and the variance of the distribution, respectively. In most of the above-cited modelling works, $X_m = 0$ and X_w was taken as a constant. Our numerical model shows that the average value of the angle θ grows with the latitude that is in a good agreement with observations onboard Cluster satellite (Agapitov et al., 2011a), and shows that, at medium and high latitudes, the approximation based on constant value of the average angle becomes invalid. This difference in wave-normal distributions is known to be very important for the evaluation of the angular diffusion rates and can lead to an underestimation of the diffusion rates especially for electrons with small pitch angles, which spend a large portion of their time oscillating along the field

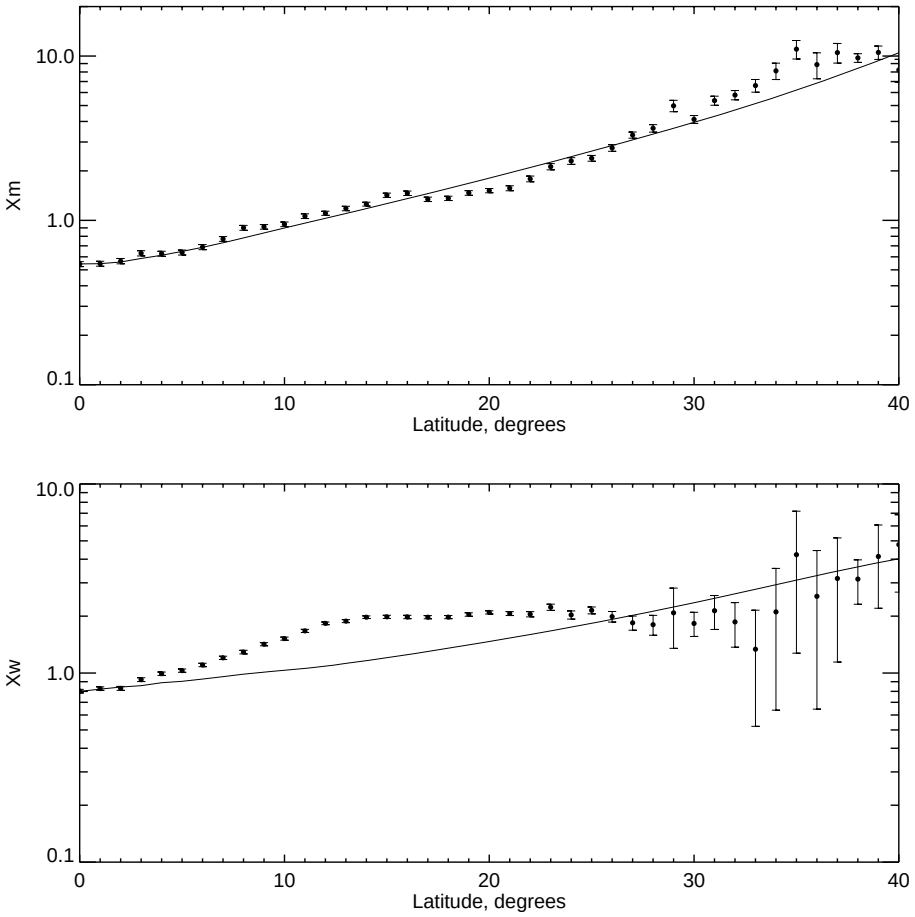

Fig. 5. Mean value X_{m} (top panel) and variance X_{w} (bottom panel) of the $\tan\theta$ distribution, as a function of magnetic latitude. This figure shows the comparison between values obtained making use of Cluster data (circles) and numerical computations (solid lines).

line at high latitudes (Artemyev et al., 2012a,b; Mourenas et al., 2012). The distribution of X obtained in our calculation is very close (see Fig. 4) to the results obtained from Cluster STAFF-SA measurements. The variations of parameters X_{m} and X_{w} from Cluster STAFF-SA and from our numerical calculation are shown in Fig. 5 (indicated by circles and by solid lines respectively) up to large (40°) magnetic latitudes. The weighting function defined by Eq. (1) is here applied to the numerical database of initial equatorial ray distribution directed poleward in order to reproduce observed distributions at equatorial latitudes. Figure 5 shows that the agreement for the mean value for all magnetic latitudes (top panel) is very good. The tendency for the variance (bottom panel) is also well reproduced as seen in this figure, where the global increase of the width of distribution with magnetic latitude is quite clear. However, some of the features of the variance seen in experimental data, such as the rapid growth up to $\approx 12°$ latitude and the decrease at $\approx 25°$, are not reproduced in the simulations. There can be several reasons for this; for instance, it can be due to the fact that experimental data are averaged over dawn/day sector ($02 < \mathrm{MLT} < 14$), and for a time period of ten years, during which the plasma density parameters change due to magnetospheric activity or due to the presence of waves that are generated on different L-shells, or due to some other reasons. We plan to carry out more studies to resolve this question in the future. Since chorus wave trajectories are very sensitive to parameters mentioned above, this probably may explain the difference of the dispersion of wave-normal angles with latitude as observed in experimental data, compared to numerical computations. For higher latitudes, this can also be explained by the lack of experimental data, as already mentioned above. From this comparison, the statistical distributions obtained from numerical computations using our database seem to be a reliable estimation for chorus wave parameter distribution dependence upon magnetic latitude. This complementary data could help to estimate parameters in the regions where observational statistics is not sufficient, for example at high latitudes, as seen on the large error bars from 30° latitude in Fig. 5.

5 Conclusions

In this paper, we present a new 3-D ray tracing code for a hot magnetized plasma with moderate absorption, which has been developed including realistic models of plasma densities and magnetic field for the inner magnetospheric region. Ray tracing was carried out assuming that the wave source is situated at equator. The initial distribution of waves in the source region was chosen to correspond to statistical distribution dependencies on $\boldsymbol{k}$-vectors, L-shells and frequencies obtained from observations. To this end, the weight functions corresponding to distributions inferred from observations were applied to initial set of rays. Then, making use of our numerical database, we reconstruct chorus wave-vector distributions as a function of magnetic latitude using weight functions as described above. The results of our calculations are in good agreement with statistical distributions found using ten years of observational data measured onboard Cluster spacecraft. The distribution notably exhibits large wave-normal angles at medium and high latitudes, which makes the quasi-longitudinal approximation no longer valid at these latitudes. This can lead to rather large errors in the evaluation of the diffusion rates that define particle losses very important for correct description of the radiation belt dynamics. Thus, our numerically obtained statistical database is quite important as a reliable starting point for chorus wave distributions reconstruction in the magnetospheric regions where the satellite data are poor. It can be used to fulfill the lack of observations by providing necessary parameters for the global simulations, in particular, at higher latitudes, where the effects of resonant interactions between waves and particles can play very important role determining the radiation belts dynamics (see Shklyar and Matsumoto, 2009; Artemyev et al., 2012a,b, for instance).

Appendix A

Ray tracing technique and numerical code description

Linear oscillations in a magneto-active plasma are determined by the linearized Vlasov equation together with the Maxwell equations for the variable fields $\boldsymbol{E}$ and $\boldsymbol{B}$ (for calculation details, see e.g. Sagdeev and Shafranov, 1961; Ginzburg, 1970; Akhiezer, 1975). Combining these two equations, it is possible to calculate the dielectric permittivity tensor and then solve the well-known dispersion relation (see Rönnmark, 1982, for instance).

To follow the trajectory of a given wave in the plasma, one should calculate wave parameters at each propagation point. This can be achieved making use of real Hamiltonian equations in a medium with moderate absorption (Suchy, 1981), in other words, by using eikonal equations which allow one to express the Maxwell equations for electromagnetic waves in terms of geometrical rays. This approximation is called the WKB or geometrical optics approximation and usually leads to the system of ordinary differential equations (ODEs) that can be then integrated numerically (e.g. see Haselgrove, 1954; Yabroff, 1961; Kimura, 1966; Inan and Bell, 1977; Shklyar and Jiříček, 2000; Bortnik et al., 2011).

The electromagnetic field should be presented in the following form:

$$\boldsymbol{E}\{\boldsymbol{B}\}(\boldsymbol{r},t) = \widetilde{\boldsymbol{E}}\{\widetilde{\boldsymbol{B}}\}(\boldsymbol{k},\omega;\boldsymbol{r},t)\exp iS(\boldsymbol{r},t), \tag{A1}$$

for all six components, where $\boldsymbol{r}$ is the position, t is the time, $\boldsymbol{k}$ is the wave vector and ω the wave frequency. Then, assuming that the field amplitude $\widetilde{\boldsymbol{E}}\{\widetilde{\boldsymbol{B}}\}(\boldsymbol{k},\omega;\boldsymbol{r},t)$ varies slowly compared with the eikonal (written as a four-dimensional line integral),

$$S(\boldsymbol{r},t) = \int^{\boldsymbol{r}} \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \cdot \boldsymbol{k}\left(\boldsymbol{r}',t\right) - \int^{t} \mathrm{d}t'\omega\left(\boldsymbol{r},t'\right). \tag{A2}$$

Then Maxwell's equations together with the constitutive equations are transformed into a system of eikonal equations.

First, the condition of solvability is nothing other than the dispersion relation

$$M\left(\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{r}}, -\frac{\partial S}{\partial t}; \boldsymbol{r}, t\right) \equiv M(\boldsymbol{r},t,\omega,\boldsymbol{k}) = 0. \tag{A3}$$

Then, a solution of this equation by the method of characteristics (Suchy, 1981), assuming moderate absorption, leads to the following ODE system (real Hamilton equations for complex space-time coefficients):

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = -\Re\left\{\left(\dfrac{\partial M}{\partial \boldsymbol{k}}\right)\left(\dfrac{\partial M}{\partial \omega}\right)^{-1}\right\}, \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Re\boldsymbol{k} = \Re\left\{\left(\dfrac{\partial M}{\partial \boldsymbol{r}}\right)\left(\dfrac{\partial M}{\partial \omega}\right)^{-1}\right\}, \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Re\omega = -\Re\left\{\left(\dfrac{\partial M}{\partial t}\right)\left(\dfrac{\partial M}{\partial \omega}\right)^{-1}\right\}, \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Im\boldsymbol{k} = 0, \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Im\omega = -\dfrac{\Im\left\{\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial M}{\partial \boldsymbol{r}}\left(\left(\frac{\partial M}{\partial \boldsymbol{k}}\right)\left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)^{-1}\right)^{*}\right\}}{\frac{\partial M}{\partial \omega}}, \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}A = A\Im\omega, \end{cases} \tag{A4}$$

where A is the amplitude of the wave.

In the framework of the geometrical optics approach, density and magnetic field strength are assumed to be slowly varying parameters compared to wavelength scale. Thus, at any point of the considered plasma system, it is possible to construct the dispersion relation with complex coefficients slowly varying in space and time. Then the wave path and

the parameters along propagation trajectory can be reconstructed by integrating the ODE system (Eq. A4) by any standard method.

Having core plasma parameters and magnetic field distribution completely resolved in any point of the modeled volume (in our case 2-D (L, λ) grid), one is able to define the wave dispersion, and to obtain all the characteristics of the propagating whistler wave by solving the arising system of ordinary differential equations (Eq. A4). These are, namely, the points $\boldsymbol{r}$ of its trajectory, as well as the wavenumber $\boldsymbol{k}$, the complex frequency ω, and the amplitude A in all points of the wave path.

Once the densities and the magnetic field have been tabulated on the grid, the wave packet has to be initialized; i.e. dispersion function has to be calculated in the equatorial "starting" point of the ray. In this study, the source is supposed to be on the magnetic equator and to have finite perpendicular scale in the equatorial plane.

To define the wave dispersion, we use an algorithm implemented in the well-known WHAMP code (Rönnmark, 1982), which calculates the dispersion function of the hot magnetized plasma.

Up to six different plasma components can be included into the code, each being specified by its density, temperature, particle mass, drift velocity along the magnetic field, the depth and the size of the loss cone and temperature anisotropy. Thus, the program is applicable to a really wide class of plasmas, and the method should in general be useful whenever a homogeneous magnetized plasma can be approximated by a linear combination of Maxwellian components.

The kinetic dielectric tensor is approximated by introducing a Padé approximant for the plasma dispersion function (Fried and Conte, 1961) when evaluating the susceptibility tensor. The resulting expression for the dielectric tensor is valid for all real $\boldsymbol{k}$ and very well suited for numerical evaluation. Then, a complex frequency ω, which satisfies the dispersion relation (Eq. A3), can be found using any iteration method. Here Newton's iteration method is employed (see e.g. Press et al., 1992). After each wave packet has been initialized (the frequencies and wavenumbers of chorus forming whistlers are calculated consistently for the plasma and magnetic field parameters in the supposed source region), its propagation trajectory in the magnetosphere is traced by integrating the ODE system (Eq. A4) by Runge-Kutta-Verner fifth-order initial value ODE solver.

Acknowledgements. This work was supported by CNES through the grant "Modèles d'ondes", and by the ECO NET program of the EGIDE (France). We thank the ESA Cluster Active Archive for providing the STAFF-SA data.

Topical Editor R. Nakamura thanks Q. Ma and one anonymous referee for their help in evaluating this paper.

The publication of this article is financed by CNRS-INSU.

References

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Zaliznyak, Yu., Angelopoulos, V., Le Contel, O., and Rolland, G.: Chorus source region localization in the Earth's outer magnetosphere using THEMIS measurements, Ann. Geophys., 28, 1377–1386, doi:10.5194/angeo-28-1377-2010, 2010.

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Khotyaintsev, Y. V., and Rolland, G.: A statistical study of the propagation characteristics of whistler waves observed by Cluster, Geophys. Res. Lett., 38, L20103, doi:10.1029/2011GL049597, 2011a.

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V., Zaliznyak, Yu., Angelopoulos, V., Le Contel, O., and Rolland, G.: Observations and modeling of forward and reflected chorus waves captured by THEMIS, Ann. Geophys., 29, 541–550, doi:10.5194/angeo-29-541-2011, 2011b.

Agapitov, O., Krasnoselskikh, V. V., Artemyev, A., Mourenas, D., and Ripoll, J.-F.: The Statistical Model of Chorus Waves Activity in the Inner Magnetosphere: Cluster STAFF-SA measurements, Geophys. Monograph Ser., July 2011 AGU Chapman conf. in St John's on Radiation Belts, 2012.

Akhiezer, A. I.: Plasma electrodynamics – Vol. 1: Linear theory; Vol. 2: Non-linear theory and fluctuations, Pergamon Press Ltd., 1975.

Albert, J. M.: Evaluation of quasi-linear diffusion coefficients for EMIC waves in a multispecies plasma, J. Geophys. Res., 108, 1249, doi:10.1029/2002JA009792, 2003.

Albert, J. M.: Simple approximations of quasi-linear diffusion coefficients, J. Geophys. Res., 112, A12202, doi:10.1029/2007JA012551, 2007.

Artemyev, A., Agapitov, O., Breuillard, H., Krasnoselskikh, V., and Rolland, G.: Electron pitch-angle diffusion in radiation belts: The effects of whistler wave oblique propagation, Geophys. Res. Lett., 39, L08105, doi:10.1029/2012GL051393, 2012a.

Artemyev, A., Agapitov, O., Krasnoselskikh, V. V., Breuillard, H., and Rolland, G.: Statistical model of electron pitch-angle diffusion in the outer radiation belt, J. Geophys. Res., doi:10.1029/2012JA017826, 2012b.

Baker, D. N.: How to Cope with Space Weather, Science, 297, 1486–1487, doi:10.1126/science.1074956, 2002.

Bilitza, D. and Reinisch, B. W.: International Reference Ionosphere 2007: Improvements and new parameters, Adv. Space Res., 42, 599–609, doi:10.1016/j.asr.2007.07.048, 2008.

Bortnik, J., Chen, L., Li, W., Thorne, R. M., Meredith, N. P., and Horne, R. B.: Modeling the wave power distribution and characteristics of plasmaspheric hiss, J. Geophys. Res.-Space, 116, A12209, doi:10.1029/2011JA016862, 2011.

Bourdarie, S., Boscher, D., Beutier, T., Sauvaud, J.-A., and Blanc, M.: Magnetic storm modeling in the Earth's electron belt by

the Salammbô code, J. Geophys. Res., 101, 27171–27176, doi:10.1029/96JA02284, 1996.

Burtis, W. J. and Helliwell, R. A.: Banded chorus – A new type of VLF radiation observed in the magnetosphere by OGO 1 and OGO 3., J. Geophys. Res., 74, 3002–3010, doi:10.1029/JA074i011p03002, 1969.

Burtis, W. J. and Helliwell, R. A.: Magnetospheric chorus – Occurrence patterns and normalized frequency, Plan. Sp. Sci., 24, 1007–1024, doi:10.1016/0032-0633(76)90119-7, 1976.

Chen, Y., Reeves, G. D., and Friedel, R. H. W.: The energization of relativistic electrons in the outer Van Allen radiation belt, Nat. Phys., 3, 614–617, doi:10.1038/nphys655, 2007.

Dungey, J. W.: Loss of Van Allen electrons due to whistlers, Plan. Sp. Sci., 11, 591, doi:10.1016/0032-0633(63)90166-1, 1963.

Fok, M.-C., Horne, R. B., Meredith, N. P., and Glauert, S. B.: Radiation Belt Environment model: Application to space weather nowcasting, J. Geophys. Res., 113, A03S08, doi:10.1029/2007JA012558, 2008.

Fried, B. D. and Conte, S. D.: The Plasma Dispersion Function, New York: Academic Press, 1961.

Gallagher, D. L., Craven, P. D., and Comfort, R. H.: Global core plasma model, J. Geophys. Res., 105, 18819–18834, doi:10.1029/1999JA000241, 2000.

Ginzburg, V. L.: The propagation of electromagnetic waves in plasmas, Pergamon Press Ltd., Second Edition, 1970.

Glauert, S. B. and Horne, R. B.: Calculation of pitch angle and energy diffusion coefficients with the PADIE code, J. Geophys. Res., 110, A04206, doi:10.1029/2004JA010851, 2005.

Haque, N., Spasojevic, M., Santolík, O., and Inan, U. S.: Wave normal angles of magnetospheric chorus emissions observed on the Polar spacecraft, J. Geophys. Res., 115, A00F07, doi:10.1029/2009JA014717, 2010.

Haselgrove, J.: Ray Theory and a New Method for Ray Tracing, Report of Conference on the Physics of the Ionosphere, London Physical Society, 355–364, 1954.

Hayakawa, M., Parrot, M., and Lefeuvre, F.: The wave normals of ELF hiss emissions observed onboard GEOS 1 at the equatorial and off-equatorial regions of the plasmasphere, J. Geophys. Res., 91, 7989–7999, doi:10.1029/JA091iA07p07989, 1986.

Horne, R. B.: The contribution of wave-particle interactions to electron loss and acceleration in the Earths radiation belts during geomagnetic storms, Review of Radio Science, 33, 801–828, 2002.

Horne, R. B., Thorne, R. M., Glauert, S. A., Albert, J. M., Meredith, N. P., and Anderson, R. R.: Timescale for radiation belt electron acceleration by whistler mode chorus waves, J. Geophys. Res., 110, A03225, doi:10.1029/2004JA010811, 2005a.

Horne, R. B., Thorne, R. M., Shprits, Y. Y., Meredith, N. P., Glauert, S. A., Smith, A. J., Kanekal, S. G., Baker, D. N., Engebretson, M. J., Posch, J. L., Spasojevic, M., Inan, U. S., Pickett, J. S., and Decreau, P. M. E.: Wave acceleration of electrons in the Van Allen radiation belts, Nature, 437, 227–230, doi:10.1038/nature03939, 2005b.

Inan, U. S. and Bell, T. F.: The plasmapause as a VLF wave guide, J. Geophys. Res., 82, 2819–2827, doi:10.1029/JA082i019p02819, 1977.

Kennel, C. F. and Petschek, H. E.: Limit on Stably Trapped Particle Fluxes, J. Geophys. Res., 71, 1–28, 1966.

Kimura, I.: Effects of ions on whistler-mode raytracing, Radio Sci., 1, 269 269–283, 1966.

Kutiev, I., Oyama, K., and Abe, T.: Analytical representation of the plasmasphere electron temperature distribution based on Akebono data, J. Geophys. Res., 107, 1459, doi:10.1029/2002JA009494, 2002.

LeDocq, M. J., Gurnett, D. A., and Hospodarsky, G. B.: Chorus Source Locations from VLF Poynting Flux Measurements with the Polar Spacecraft, Geophys. Res. Lett., 25, 4063, doi:10.1029/1998GL900071, 1998.

Li, W., Thorne, R. M., Angelopoulos, V., Bortnik, J., Cully, C. M., Ni, B., LeContel, O., Roux, A., Auster, U., and Magnes, W.: Global distribution of whistler-mode chorus waves observed on the THEMIS spacecraft, Geophys. Res. Lett., 36, L09104, doi:10.1029/2009GL037595, 2009.

Li, W., Bortnik, J., Thorne, R. M., and Angelopoulos, V.: Global distribution of wave amplitudes and wave normal angles of chorus waves using THEMIS wave observations, J. Geophys. Res., 116, A12205, doi:10.1029/2011JA017035, 2011.

Li, X., Temerin, M., Baker, D. N., Reeves, G. D., and Larson, D.: Quantitative prediction of radiation belt electrons at geostationary orbit based on solar wind measurements, Geophys. Res. Lett., 28, 1887–1890, doi:10.1029/2000GL012681, 2001.

Lyons, L. R.: Pitch angle and energy diffusion coefficients from resonant interactions with ion-cyclotron and whistler waves, J. Plasma Phys., 12, 417–432, doi:10.1017/S002237780002537X, 1974.

Lyons, L. R. and Thorne, R. M.: Equilibrium Structure of Radiation Belt Electrons, J. Geophys. Res., 78, 2142–2149, doi:10.1029/JA078i013p02142, 1973.

Lyons, L. R. and Williams, D. J.: Quantitative aspects of magnetospheric physics, D. Reidel Publishing Company, 1984.

Lyons, L. R., Thorne, R. M., and Kennel, C. F.: Electron pitch-angle diffusion driven by oblique whistler-mode turbulence., J. Plasma Phys., 6, 589–606, doi:10.1017/S0022377800006310, 1971.

Lyons, L. R., Thorne, R. M., and Kennel, C. F.: Pitch-angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere, J. Geophys. Res., 77, 3455–3474, doi:10.1029/JA077i019p03455, 1972.

Meredith, N. P., Horne, R. B., and Anderson, R. R.: Substorm dependence of chorus amplitudes: Implications for the acceleration of electrons to relativistic energies, J. Geophys. Res., 106, 13165–13178, doi:10.1029/2000JA900156, 2001.

Meredith, N. P., Cain, M., Horne, R. B., Thorne, R. M., Summers, D., and Anderson, R. R.: Evidence for chorus-driven electron acceleration to relativistic energies from a survey of geomagnetically disturbed periods, J. Geophys. Res., 108, 1248, doi:10.1029/2002JA009764, 2003.

Mourenas, D., Artemyev, A. V., Ripoll, J.-F., Agapitov, O., and Krasnoselskikh, V. V.: Timescales for electron quasi-linear diffusion by parallel and oblique lower-band Chorus waves, J. Geophys. Res., 117, A06234, doi:10.1029/2012JA017717, 2012.

Ni, B., Thorne, R. M., Shprits, Y. Y., Orlova, K. G., and Meredith, N. P.: Chorus-driven resonant scattering of diffuse auroral electrons in nondipolar magnetic fields, J. Geophys. Res.-Space, 116, A06225, doi:10.1029/2011JA016453, 2011.

Olson, W. P. and Pfitzer, K. A.: Magnetospheric magnetic field modeling, Tech. rep., 1977.

Parrot, M., Santolík, O., Cornilleau-Wehrlin, N., Maksimovic, M., and Harvey, C.: Magnetospherically reflected chorus waves revealed by ray tracing with CLUSTER data, Ann. Geophys., 21,

1111–1120, doi:10.5194/angeo-21-1111-2003, 2003.

Parrot, M., Santolík, O., Gurnett, D. A., Pickett, J. S., and Cornilleau-Wehrlin, N.: Characteristics of magnetospherically reflected chorus waves observed by CLUSTER, Ann. Geophys., 22, 2597–2606, doi:10.5194/angeo-22-2597-2004, 2004.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P.: Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing, Cambridge University Press, 1992.

Rönnmark, K.: Computation of the dielectric tensor of a Maxwellian plasma, Tech. rep., 1982.

Sagdeev, R. Z. and Shafranov, V. D.: On the instability of a plasma with anisotropic distribution of velocities in a magnetic field, Sov. Phys. JETP, 12, 130–132, 1961.

Santolík, O., Gurnett, D. A., Pickett, J. S., Parrot, M., and Cornilleau-Wehrlin, N.: Central position of the source region of storm-time chorus, Plan. Sp. Sci., 53, 299–305, doi:10.1016/j.pss.2004.09.056, 2005a.

Santolík, O., Macúšová, E., Yearby, K. H., Cornilleau-Wehrlin, N., and Alleyne, H. StC. K.: Radial variation of whistler-mode chorus: first results from the STAFF/DWP instrument on board the Double Star TC-1 spacecraft, Ann. Geophys., 23, 2937–2942, doi:10.5194/angeo-23-2937-2005, 2005b.

Sazhin, S. S. and Hayakawa, M.: Magnetospheric chorus emissions – A review, Plan. Sp. Sci., 40, 681–697, doi:10.1016/0032-0633(92)90009-D, 1992.

Shklyar, D. and Matsumoto, H.: Oblique Whistler-Mode Waves in the Inhomogeneous Magnetospheric Plasma: Resonant Interactions with Energetic Charged Particles, Surv. Geophys., 30, 55–104, doi:10.1007/s10712-009-9061-7, 2009.

Shklyar, D. R. and Jiříček, F.: Simulation of nonducted whistler spectrograms observed aboard the MAGION 4 and 5 satellites, J. Atmos. Sol.-Terr. Phy., 62, 347–370, doi:10.1016/S1364-6826(99)00097-8, 2000.

Shprits, Y. Y.: Potential waves for pitch-angle scattering of near-equatorially mirroring energetic electrons due to the violation of the second adiabatic invariant, Geophys. Res. Lett., 36, L12106, doi:10.1029/2009GL038322, 2009.

Shprits, Y. Y. and Ni, B.: Dependence of the quasi-linear scattering rates on the wave normal distribution of chorus waves, J. Geophys. Res., 114, A11205, doi:10.1029/2009JA014223, 2009.

Shprits, Y. Y., Elkington, S. R., Meredith, N. P., and Subbotin, D. A.: Review of modeling of losses and sources of relativistic electrons in the outer radiation belt I: Radial transport, J. Atmos. Sol.-Terr. Phy., 70, 1679–1693, doi:10.1016/j.jastp.2008.06.008, 2008a.

Shprits, Y. Y., Subbotin, D. A., Meredith, N. P., and Elkington, S. R.: Review of modeling of losses and sources of relativistic electrons in the outer radiation belt II: Local acceleration and loss, J. Atmos. Sol.-Terr. Phy., 70, 1694–1713, doi:10.1016/j.jastp.2008.06.014, 2008b.

Storey, L. R. O. and Lefeuvre, F.: Theory for the interpretation of measurements of the six components of a random electromagnetic wave field in space, in: Space research XIV, edited by: Rycroft, M. J. and Reasenberg, R. D., 381–386, 1974.

Suchy, K.: Real Hamilton equations of geometric optics for media with moderate absorption, Radio Sci., 16, 1179–1182, doi:10.1029/RS016i006p01179, 1981.

Summers, D., Ni, B., and Meredith, N. P.: Timescales for radiation belt electron acceleration and loss due to resonant wave-particle interactions: 2. Evaluation for VLF chorus, ELF hiss, and electromagnetic ion cyclotron waves, J. Geophys. Res., 112, A04207, doi:10.1029/2006JA011993, 2007.

Thorne, R. M.: Energetic radiation belt electron precipitation - A natural depletion mechanism for stratospheric ozone, Science, 195, 287–289, doi:10.1126/science.195.4275.287, 1977.

Trakhtengertz, V. Y.: Stationary States of the Earth's Outer Radiation Zone, Geomagn. Aeronom., 6, 638–45, 1966.

Tsurutani, B. T. and Smith, E. J.: Two types of magnetospheric ELF chorus and their substorm dependences, J. Geophys. Res., 82, 5112–5128, doi:10.1029/JA082i032p05112, 1977.

Ukhorskiy, A. Y., Sitnov, M. I., Millan, R. M., and Kress, B. T.: The role of drift orbit bifurcations in energization and loss of electrons in the outer radiation belt, J. Geophys. Res.-Space, 116, A09208, doi:10.1029/2011JA016623, 2011.

van Allen, J. A. and Frank, L. A.: Radiation Around the Earth to a Radial Distance of 107,400 km., Nature, 183, 430–434, doi:10.1038/183430a0, 1959.

Yabroff, I. W.: Computation of whistler ray paths, J. Res. NBS. D. Radio Prop., 65D, 485–505, 1961.

Advances in Astronomy and Space Physics, **2**, 167-172 (2012)

Effects of equatorial chorus wave normal azimuthal distribution on wave propagation

H. Breuillard[1]*, *D. I. Mendzhul*[2], *O. V. Agapitov*[1,2]

[1]LPC2E/CNES and University of Orleans, France
[2]STUDIUM, Loire Valley Institute for Advanced Studies, Orleans-Tours, France
[3]Taras Shevchenko National University of Kyiv, Glushkova ave., 4, 03127, Kyiv, Ukraine

The non-ducted propagation characteristics of the VLF waves in the inner magnetosphere were studied with respect to their frequency, source localization, and initial polar angle between the wave-normal and the background magnetic field and azimuthal angle. The ray tracing software based on multi-components cold plasma approach was developed by use of the Olson-Pfitzer magnetic field model and the GCPM model of plasma density. We described dynamics of the wave-normals direction during its propagation and magnetospheric reflection. We showed that whistler waves can be reflected when lower hybrid resonance frequency becomes greater than the wave frequency: $\omega_{LH} > \omega$. It corresponds to magnetic latitude $\lambda \sim 50^\circ$. The simulation results confirmed the inapplicability of the quasi-longitudinal approximation to describe the propagation of magnetospheric whistlers. The simulation results of chorus emissions propagation, which use realistic distributions of waves on the initial parameters are presented. Particularly, we obtained distributions of chorus emission waves in dependence on the wave-normal directions for different magnetic latitudes, with respect to initial azimuthal angle. It is required for studying diffusive processes in the radiation belts. The results are found to be in a good agreement with the CLUSTER STAFF-SA measurements.

Key words: wave propagation; waves in plasma; wave-particle interactions

INTRODUCTION

The most intense electromagnetic plasma waves observed in the Earth's radiation belts and outer magnetosphere, discrete ELF/VLF chorus emissions, are characterised by rising and falling tones in the few hundred to several thousand Hertz frequency range [11, 29, 30]. See also reviews by [23] and [26] and references therein. Critical to radiation belt dynamics, these emissions have been studied intensively because they play a crucial role in the acceleration of energetic electrons in the outer radiation belt. Typically ELF/VLF chorus emissions are observed near the magnetic equatorial plane in the dawn and dayside outer magnetosphere [23]. They have attracted special attention recently because they were observed as waveforms, allowing determination of their wave normal vector distributions. [11] were the first who determined chorus normal vector distributions using the search coil magnetometer aboard OGO5, near the equator, at geosynchronous altitude. Chorus wave normal directions at $\leq 17^\circ$ magnetic latitudes and L-shells $\sim$7.6 were later studied in [16]. Analysis of the wave normals and the Poynting fluxes for separate emission elements has shown that the emissions are generated in proximity to the geomagnetic equator and propagate to higher latitudes in a non-ducted whistler mode [11, 16] or duct mode [31]. Chorus emissions are usually observed in the Earth's dawn sector between 23:00 and 13:00 MLT [29]. These emissions, which propagate in the whistler mode, consist of two broad frequency bands on either side of half local equatorial gyrofrequency ω_{ce} at the geomagnetic equator along the magnetic field line on which the waves are observed [29, 30]. If present, the upper band exists in the $\omega/\omega_{ce} \approx 0.5{-}0.75$ frequency range and contains discrete chorus elements rising at a few kHz/s. The lower band exists in the $\omega/\omega_{ce} \approx 0.1{-}0.5$ frequency range and contains both elements rising at a few kHz/s and diffuse elements. In the inner magnetosphere, L-shell is $\sim$2–6, wave generation onset has been shown to be associated with substorm electron injections [14]. Chorus in the radiation belts is believed to be generated through electron cyclotron instability when the distribution of energetic electrons in the 5 to 150 keV range is strongly anisotropic [28]. This has been shown to be the case in recent studies of such waves during electron injections. Chorus waves in the outer dayside region have received further attention recently, especially as the THEMIS mission was able to extend previous observations beyond $L \sim 7$ to $L \sim 13$. Dayside quiet-time chorus cannot be explained in the absence of injec-

*hugo.breuillard@cnrs-orleans.fr

© *H. Breuillard, D. I. Mendzhul, O. V. Agapitov, 2012*

tions, however, and remains an area of active study. Other chorus generation occurs in the local minimum magnetic field regions near the dayside magnetopause on the magnetic latitude near $\pm(40°-50°)$ [30]. The spatial and temporal dependencies of high-latitude chorus parameters are considerably different from those of the chorus generated near the magnetic equator. The frequency range of the high-latitude chorus is similar to chorus waves generated near the magnetic equator at $L > 10$ but their spectral power distribution exhibits two maxima: $(0-0.15)\omega_{ce}$ and $(0.25–0.30)\omega_{ce}$. These emissions are mainly detected within 1–2 R_{E} from the magnetopause [30].

Before the CLUSTER mission, observations of ELF/VLF chorus emissions were mainly made by single spacecraft, such as ISEE 1 and ISEE 2, which observed many similar events [15]. Recent Poynting flux and polarization measurements aboard CLUSTER spacecraft confirmed that the chorus source is located close to the equatorial plane [24, 25]. Measurements around the magnetic equator demonstrate the change in sign of the parallel component of the Poynting vector when the satellites cross the equator region. Poynting vector flux analysis indicates that the central position of the chorus source fluctuates along the background magnetic field within 1000–2000 km of the geomagnetic equatorial plane in the timescale of minutes. In studies of chorus emission generation mechanisms, [17] and [28] gave theoretical estimates of the scale size of the wave generation region. Attempts to estimate the scale size experimentally were made using coordinated CLUSTER [3, 4, 25] and more recently THEMIS [1, 2] observations in the radiation belt region.

Although the magnetospheric reflection of whistler chorus is discussed and simulated in a number of papers, such as [17] and [11], experimental confirmation is scarce. Continuous increase in the angle between the wave vector and background magnetic field for several cases of reflected chorus in the outer magnetosphere, based on Ogo 5 measurements, was shown in [11]. In [24] the Poynting vector and wave normal directions of chorus waves were analysed using CLUSTER STAFF-SA measurements of spectral matrices with a 4 s time resolution [3]. Another CLUSTER spacecraft observed waves propagating from the geomagnetic equator region and reflected waves that reached a lower hybrid resonance reflection at low altitudes and returned to the equator at another location with a lower intensity [1]. [24] corroborated this interpretation using ray tracing analysis. [9] demonstrated wave reflection, refraction and resultant inward radial propagation across L-shells and MLT over several R_E. The agreement between models and THEMIS data in the above study [9] encourages use of the ray tracing technique to determine evolution and consequences of chorus waves outside the plasmasphere. To this end it is necessary to develop a numerical ray tracing code that can reproduce wave distributions based on direct measurements and then to fill up the observed distributions by the distributions obtained from simulations.

In this paper we obtain the distribution of chorus wave parameters, taking as a basis CLUSTER observations and to study influence of the equatorial azimuthal wave normal distribution to wave properties at high latitudes.

MODEL DESCRIPTION

In this section, we present the numerical model which computes ray trajectories of chorus emissions (ELF/VLF whistler modes) in the inner magnetosphere using the approximation of the cold collisionless multi-components plasma. The calculation is carried out making use of realistic plasma density parameters and pre-selected initial wave distributions.

The electromagnetic field should be presented in the following form $E, B(\vec{k}, \omega, \vec{r}, t)e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$, where the field amplitude varies slowly compared to the eikonal φ (written as a four-dimensional line integral). In such approximation $\vec{k} = \nabla\varphi(\vec{r})$ and the equations are transformed into a system of eikonal equations. The Maxwell's equations give a system of equation for $\vec{E}$ components:

$$\widehat{M}\vec{E} = \vec{k}(\vec{k}\vec{E}) - (\vec{k}\vec{k})\vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2}\widehat{\varepsilon}. \qquad (1)$$

Then, the condition of solvability gives the dispersion relation:

$$M = \left\| \widehat{M}(\vec{k}, \omega, \vec{r}, t) \right\| = 0.$$

By use of Using the approximation of cold collisionless plasma in the background magnetic field in the field aligned coordinate system where $\vec{B}_0$ is along Z with the angle θ between the wave normal and the background magnetic field $\vec{B}_0$, the dispersion relation has the form [27]:

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}\right)\left[\left(\frac{\omega}{\omega_{ce}}\left(1 + \frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{c^2k^2 - \omega^2}\right) - \frac{\omega_{ci}}{\omega}\right)^2 - (1-\gamma)^2\right] + \left[1 + \gamma\left(\frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{c^2k^2 - \omega^2} - 1 + \gamma\right) - \left(\frac{\omega_{ci}}{\omega}\right)^2\right]\frac{ck\sin\theta}{c^2k^2 - \omega^2} = M = 0, \qquad (2)$$

where $\omega_{ce} = \dfrac{eB_0}{cm_e}$ is the local electron gyrofrequency,

$\omega_{pe} = \dfrac{4\pi n e^2}{m_e}$, $\gamma = m_e/m_i = 1/1836.15$. The solutions of the dispersion relation are shown in Fig. 1 for two cases $\omega_{pe} > \omega_{ce}$ and $\omega_{pe} < \omega_{ce}$ respectively. This dispersion relation is used to solve numerically the system of equations for the ray tracing:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial\vec{k}}; \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{\partial\omega}{\partial\vec{r}}, \tag{3}$$

in the following form:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = -\left(\frac{\partial M}{\partial\vec{k}}\right)\left(\frac{\partial M}{\partial\omega}\right)^{-1}; \qquad \frac{d\vec{k}}{dt} = \left(\frac{\partial M}{\partial\vec{r}}\right)\left(\frac{\partial M}{\partial\omega}\right)^{-1}. \tag{4}$$

The absolute value of the $\vec{k}$-vector can be obtained from the dispersion relation for whistler waves in a form:

$$\left(\frac{kc}{\omega}\right)^2 = \Bigg(RL\sin^2\theta + PS(1+\cos^2\theta) - \Big[\left(RL\sin^2\theta + PS(1+\cos^2\theta)\right)^2 - 4PRL\left(S\sin^2\theta + P\cos^2\theta\right)\Big]^{1/2}\Bigg) \times \left(2\left[S\sin^2\theta + P\cos^2\theta\right]\right)^{-1}, \tag{5}$$

where R, L, P, and S are the polarization parameters, following the notation from [27]:

$$R = 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}}\right)^2\left(\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right)\left[\left(\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right) - 1\right]^{-1},$$

$$L = 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}}\right)^2\left(\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right)\left[\left(\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right) + 1\right]^{-1},$$

$$S = \frac{R+L}{2}, \quad D = \frac{R-L}{2}, \quad P = 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^2,$$

where ω_{pe} is the local plasma frequency.

Magnetospheric chorus emissions are commonly observed between $2.5\,R_E$ and $10\,R_E$. Near $2.5\,R_E$ the Earth's core magnetic field is assumed to have a tilted dipolar structure with the dipole magnetic momentum corresponding to year 2005 epoch, and an analytical model includes the contribution of sources external to the Earth (namely magnetopause, tail and ring currents) at larger altitudes [22]. It is valid for all tilts of the Earth's dipole axis during rather quiet magnetosphere ($K_p < 4$), and has been optimized for the near-Earth region (from $2\,R_E$ to $15\,R_E$). To obtain densities of the magnetospheric plasma species throughout the entire volume of the inner magnetosphere we use the Global Core Plasma Model [12] (for more detailed description of the used models see [10]).

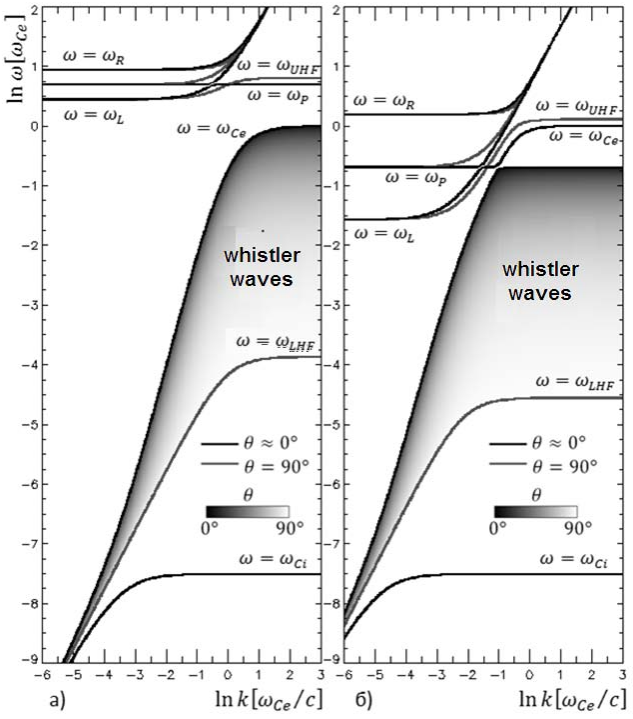

Fig. 1: Dispersion of electromagnetic waves for two cases $\omega_{pe} > \omega_{ce}$ (a) and $\omega_{pe} < \omega_{ce}$ (b).

CHORUS WAVE NORMAL PROPERTIES IN THE OUTER RADIATION BELT

The behaviour of the numerical distribution of poleward rays is thus very consistent with the observed distribution presented in Fig. 2e from [4, 5], where the same wave normal angle distribution is constructed using the CLUSTER STAFF-SA measurements from years 2001 to 2010. The good agreement is confirmed [10]. The distributions obtained from experimental data and as a result of numerical simulations both exhibit the same tendency, i. e. a rapid increase of the mean value and variance with the growth of λ. It was shown that starting with $\vec{k}$ direction close to the direction of the background magnetic field near the equator, wave-normals diverge from field aligned direction very fast and already on $\lambda \approx 25° - 35°$ became close to the resonance cone (Fig. 2, 3). When the wave frequency becomes less than the background lower hybrid frequency, $\omega_{LH} \simeq \left(\frac{1}{\omega_{ce}\omega_{ci}} + \frac{1}{\omega_{pi}}\right)^{-1}$, whistler wave transforms to the quasi-electrostatic mode, wave-normal comes to transverse direction, group velocity changes its

sign and wave can be reflected [2]. From the numerical simulation of chorus emission propagation we obtained distributions of chorus emission waves in dependence on the wave-normal directions for different magnetic latitudes. The deviation of the wave-normal direction from the direction of the background magnetic field tends to significant increase of the efficiency of the wave-particle interaction in the radiation belts [6, 7]. Due to particle scattering on chorus waves the electron life-time decreases [20, 21]. The wave normal distributions obtained using the hot plasma approximations are described in [10].

Fig. 3 shows the wave power distribution of θ^* as a function of λ, where $\theta^* = \theta \cos\phi$, for chorus waves generated at the equator. Here ϕ is defined as the wave-vector azimuthal angle. Thus, the rays that are initially oriented towards the Earth (i. e. $90° < \phi_0 < 180°$, in blue lines) have a negative initial θ^* at the equator, whereas rays initially directed outward (i. e., $0° < \phi_0 < 90°$, in red lines) have a positive θ_0^*. From this figure it can be seen that rays quickly defer outward during their propagation, as none is directed towards the Earth above $\lambda = 40°$. Therefore, the majority of rays generated inward intersect the direction of the local magnetic field for $\lambda < 15°$, which explains the observed strong population of quasi-parallel waves at these low latitudes. For large initial angles, these rays ($-30° < \theta_0^* < -15°$) can also propagate quasi-parallel to the magnetic field up to latitudes $\sim 30°$, whereas rays initially launched outward quickly tend to resonance cone ($\lambda > 20°$). However, the two ray populations quickly merge and this overlapping forms the major part of the distribution, especially at high latitudes, that propagates obliquely, which is consistent with CLUSTER observations [5].

The field aligned population of waves is seen in the spacecraft data at $\lambda \simeq 20° - 30°$. The ray tracing does not show such a group of waves. This can be seen also from the angle ψ between the spacecraft position vector $\vec{r}$ and wave normal shown in Fig. 4. ψ is distributed near 90° at the equator, and from ray tracing decreases with λ to $\sim 60° - 70°$ (Fig. 4b). Ray tracing well reproduces ψ distribution from the spacecraft observations shown in Fig 4a. Chorus wave normals tend to rotate outward from the Earth due to magnetic field lines curvature and magnetic field absolute value gradient. The field aligned direction is indicated with black dashed line and the field aligned wave population is observed in ψ distribution at $\lambda \approx 10° - 30°$. This population of field aligned waves cannot be obtained from the geometric optics approximation used in our paper, though a very small population of quasi-parallel waves is produced by ray tracing simulations at these latitudes. The Landau damping is more effective for the oblique waves and wave amplification is more effective for field aligned waves. The wave amplification and wave damping during the propagation can result in the observed differences between spacecraft observations and numerical simulations and they have to be taken into account, that will be the subject of the future work.

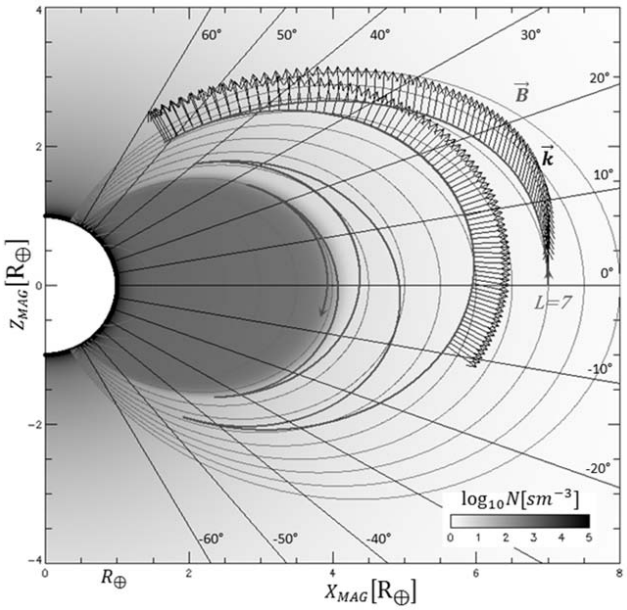

Fig. 2: Ray trace of the whistler wave, generated in the vicinity of the geomagnetic equator with wave-normal directed along the background magnetic field. The wave-normal direction along the trajectory is shown by arrows. The model plasma density (the diffusion equilibrium model) and magnetic field line are shown in grey shades.

CONCLUSIONS

In this paper we present a ray tracing technique for the cold magnetized multi-components collisionless plasma that has been developed including realistic plasma density and magnetic field models. Ray tracing was carried out assuming that the wave source is situated at equator. The initial distribution of waves in frequencies and in $\vec{k}$-vectors in the source region was chosen to correspond to statistical distribution dependencies on $\vec{k}$-vectors and frequencies obtained from observations. To this end the weight functions corresponding to distributions inferred from observations were applied to initial set of rays [10].

Then, making use of our numerical database we show that it is possible to reconstruct chorus wave-normal distributions as a function of magnetic latitude using weight functions on equator (obtained from experiment). The results of our calculations are in a good agreement with statistical distributions found using ten years observational data measured

onboard CLUSTER spacecrafts in [4, 5].

Chorus wave normal angle distribution at the equator peaks at $\theta \approx 15^\circ - 17^\circ$ and θ tends to increase fast with latitude reaching the resonance cone at $\lambda \approx 30^\circ - 40^\circ$ and can be reflected at $\lambda \approx 40^\circ - 45^\circ$ where the wave frequency becomes less than the local lower hybrid frequency. Chorus wave normals tend to rotate outward from the direction to the Earth due to the background magnetic field lines curvature and gradients of magnetic field and plasma density. Thus, waves that are generated towards the Earth can propagate quasi-parallel to the magnetic field up to relatively large latitudes $\lambda \approx 10^\circ - 25^\circ$. These waves could be more easily amplified by resonant interaction with the radiation belts energetic electrons [18, 19] to form the observed field aligned population at these latitudes.

In addition, Landau damping, which is much more effective for oblique wave normal angles [13], tends to decrease the amplitude of oblique chorus waves during their propagation and also results in the concentration of the wave normal distribution near field aligned direction at $\lambda \approx 20^\circ - 35^\circ$. The discrepancies of distributions obtained from the spacecraft observations and from ray tracing can thus be explained presumably by a combination of quasi-parallel wave amplification and Landau damping of oblique waves during chorus waves propagation [8]. Therefore, the existence of an anisotropy in the equatorial azimuthal angle distribution can lead to drastic changes in the wave normal angle distribution. Nevertheless, the statistical majority of oblique wave population in the outer radiation belts, especially at high latitudes, tends to more effective electron scattering [6] and decreasing of electron life-time, especially in the L- shell range from 3 to 5.5 [20].

REFERENCES

[1] Agapitov O., Krasnoselskikh V., Zaliznyak Yu. et al. 2010, Ann. Geophys., 28, 1377

[2] Agapitov O., Krasnoselskikh V., Zaliznyak Yu. et al. 2011, Ann. Geophys., 29, 541

[3] Agapitov O., Krasnoselskikh V., Dudok de Wit T. et al. 2011, J. Geophys. Res., 116, A09222

[4] Agapitov O., Krasnoselskikh V., Khotyaintsev Y. V. & Rolland G. 2011, Geophys. Res. Lett., 38, L20103

[5] Agapitov O., Krasnoselskikh V., Artemyev A. et al. submitted to J. Geophys. Res.

[6] Artemyev A., Agapitov O., Breuillard H., Krasnoselskikh V. & Rolland G. 2012, Geophys. Res. Lett., 39, L08105

[7] Artemyev A., Agapitov O., Krasnoselskikh V., Breuillard H. & Rolland G. 2012, J. Geophys. Res., 117, A08219

[8] Bortnik J., Inan U. S. & Bell T. F. 2006, Geophys. Res. Lett., 33, L03102

[9] Bortnik J., Li W., Thorne R. M. et al. 2009, Science, 324, 775

[10] Breuillard H., Zaliznyak Y., Krasnoselskikh V. V. et al., Ann. Geophys., in press

[11] Burton R. K. & Holzer R. E. 1974, J. Geophys. Res., 79, 1014

[12] Gallagher D. L., Craven P. D. & Comfort R. H. 2000, J. Geophys. Res., 105, 18819

[13] Ginzburg, V. L. and Rukhadze, A. A. 'Waves in magnetoactive plasma', 1975.

[14] Goldstein B. E. & Tsurutani B. T. 1984, J. Geophys. Res., 89, 2789

[15] Gurnett D. A., Anderson R. R., Scarf F. L., Fredricks R. W. & Smith E. J. 1979, Space Sci. Rev., 23, 103

[16] Hayakawa M., Hattori K., Shimakura S., Parrot M. & Lefeuvre F. 1990, Planet. Space Sci., 38, 135

[17] Helliwell R. A. 'Whistlers and related ionospheric phenomena', 1965, Stanford University Press, USA

[18] Kennel C. F. & Thorne R. M. 1967, J. Geophys. Res., 72, 871

[19] Kennel C. F. & Petschek H. E. 1966, J. Geophys. Res., 71, 1

[20] Mourenas D., Artemyev A. V., Ripoll J.-F., Agapitov O. V. & Krasnoselskikh V. V. 2012, J. Geophys. Res., 117, A06234

[21] Mourenas D., Artemyev A., Agapitov O. & Krasnoselskikh V. 2012, J. Geophys. Res., 117, A10212

[22] Olson W. P. & Pfitzer K. A. 1974, J. Geophys. Res., 79, 3739

[23] Omura Y., Matsumoto H., & Nunn D. & Rycroft M. J. 1991, J. Atmos. Terr. Phys., 53, 351

[24] Parrot M., Santolík O., Gurnett D., Pickett J. & Cornilleau-Wehrlin N. 2004, Ann. Geophys., 22, 2597

[25] Santolík O., Gurnett D. A., Pickett J. S., Parrot M. & Cornilleau-Wehrlin N. 2005, Planet. Space Sci., 53, 299

[26] Sazhin S. S. & Hayakawa M. 1992, Planet. Space Sci., 4, 681

[27] Stix T. H. 'The Theory of Plasma Waves', 1962, New York, McGraw-Hill

[28] Trakhtengerts V. Y. 1999, Ann. Geophys., 17, 95

[29] Tsurutani B. T. & Smith E. J. 1974, J. Geophys. Res., 79, 118

[30] Tsurutani B. T. & Smith E. J. 1977, J. Geophys. Res., 82, 5112

[31] Yearby K. H., Balikhin M. A., Khotyaintsev Yu. V. et al. 2011, Ann. Geophys., 29, 1629

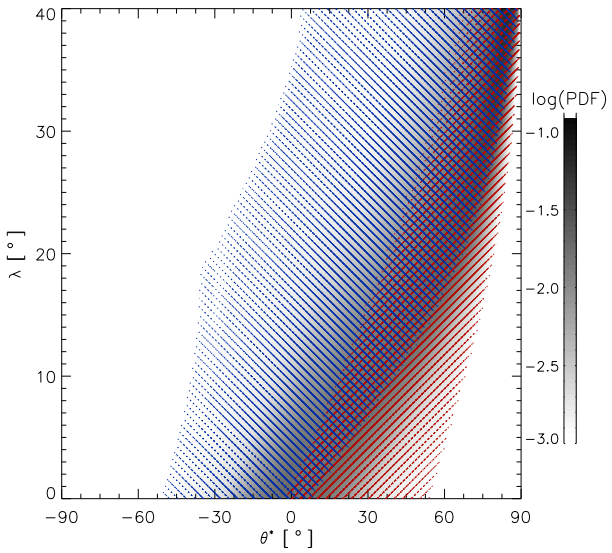

Fig. 3: Density probability function of $\theta^* = \theta \cos\phi$ as a function of latitude λ for direct chorus waves generated at the equator. The two different ray populations included in the PDF, i.e. rays for which $90° < \phi_0 < 180°$ and $0° < \phi_0 < 90°$, are indicated by blue and red lines, respectively. The distribution intensity of each population is represented by the thickness of the lines. The colour figure is available in the electronic version of the paper.

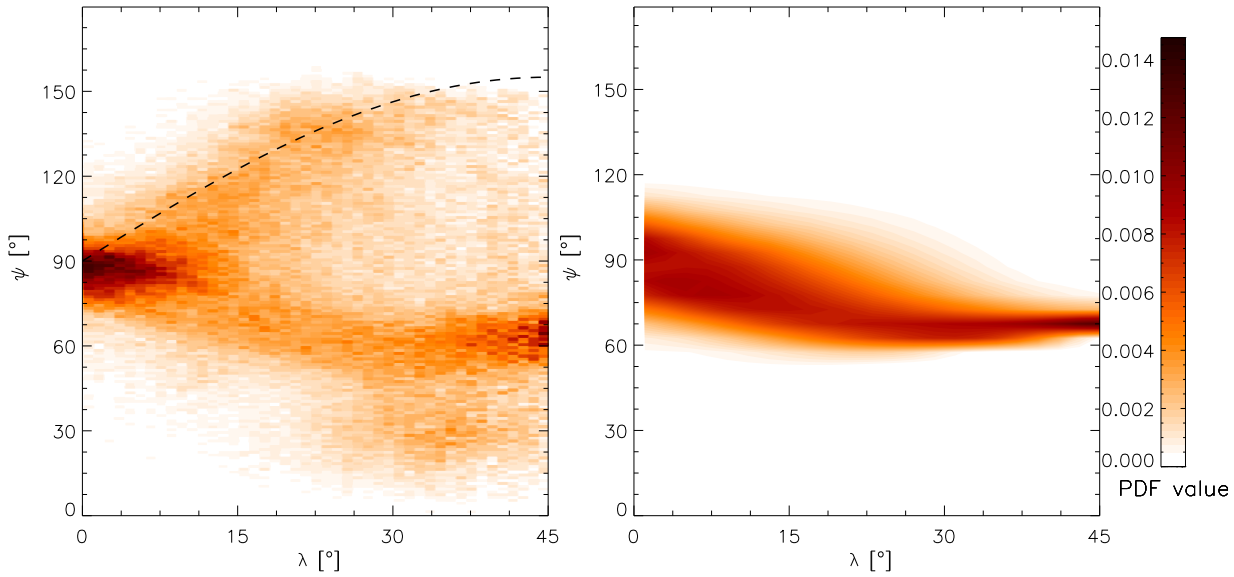

Fig. 4: The PDF of ψ distribution (X axis) as a function of magnetic latitude λ (Y axis) for all computed rays, using Eq.(4) as initial weight function. Distributions are obtained from CLUSTER experimental data (left panel) and numerical simulations (right panel). The colour figure is available in the electronic version of the paper.

Electron pitch-angle diffusion in radiation belts: The effects of whistler wave oblique propagation

A. Artemyev,[1,2] O. Agapitov,[1,3,4] H. Breuillard,[1] V. Krasnoselskikh,[1] and G. Rolland[5]

Received 16 February 2012; revised 21 March 2012; accepted 22 March 2012; published 21 April 2012.

[1] We calculated the electron pitch-angle diffusion coefficients in the outer radiation belt for L-shell ~4.5 taking into account the effects of oblique whistler wave propagation. The dependence of the distribution of the angle θ between the whistler wave vector and the background magnetic field on magnetic latitude is modeled after statistical results of Cluster wave angle observations. According to in-situ observations, the mean value and the variance of the θ distribution rapidly increase with magnetic latitude. We found that inclusion of oblique whistler wave propagation led to a significant increase in pitch-angle diffusion rates over those calculated under the assumption of parallel whistler wave propagation. The effect was pronounced for electrons with small equatorial pitch-angles close to the loss cone and could result in as much as an order of magnitude decrease of the electron lifetimes. We show that the intensification of pitch-angle diffusion can be explained by the contribution of higher order cyclotron resonances. By comparing the results of calculations obtained from two models of electron density distribution along field lines, we show that the effect of the intensification of pitch-angle diffusion is stronger when electron density does not vary along field lines. The intensification of pitch-angle diffusion and corresponding decrease of energetic electron lifetime result in significant modification of the rate of electron losses and should have an impact on formation and dynamics of the outer radiation belt. **Citation:** Artemyev, A., O. Agapitov, H. Breuillard, V. Krasnoselskikh, and G. Rolland (2012), Electron pitch-angle diffusion in radiation belts: The effects of whistler wave oblique propagation, *Geophys. Res. Lett.*, *39*, L08105, doi:10.1029/2012GL051393.

1. Introduction

[2] Studies of particle energization and scattering in the inner magnetosphere began in the 1960's with pioneering work by *Trakhtengerts* [1966] and *Kennel and Petschek* [1966]. Pitch-angle and energy diffusion due to the resonant interaction of electrons with whistler waves are now considered to be one of the main mechanisms responsible for the dynamics of electron radiation belts (see, e.g., reviews by *Shprits et al.* [2008] and *Thorne* [2010]). The efficiency of particle acceleration due to wave-particle resonant interaction may be comparable or even more significant than effect of the adiabatic energy increase (see the discussion of the relationship between these two mechanisms in the work of *Horne et al.* [2005a], *Chen et al.* [2007], and *Shprits et al.* [2009]).

[3] Since the work of *Kennel and Petschek* [1966], wave-particle resonant interaction within the inner magnetosphere has been described by a quasi-linear diffusion equation in pitch-angle and energy space. The description requires one to determine the coefficients of pitch-angle, α, and the energy E diffusion, $D_{\alpha\alpha}$ and D_{EE}, respectively. In order to calculate these coefficients one needs to define the wave spectrum characteristics. The widely used [see, e.g., *Lyons et al.*, 1972; *Glauert and Horne*, 2005; *Horne et al.*, 2005b; *Ni et al.*, 2011, and references therein] approach consists of an introduction of the wave frequency distribution $\hat{B}^2(\omega)$ and the distribution $g(X)$ for the variable $X = \tan\theta$ that has a single narrow peak, where θ is the angle between the wave vector direction and the background magnetic field. The calculations are based on the assumption that diffusion processes are slow with respect to the bounce oscillations of trapped particles between mirror points. For this case, one needs to average out the diffusion coefficients over all latitudes for a given L-shell.

[4] To evaluate the diffusion coefficients, the distributions $\hat{B}^2(\omega)$ and $g(X)$ need to be defined either self-consistently from theoretical models or determined from experimental observations. For this work, we use the second approach. Both distributions are often assumed to be Gaussian with the following two parameters: the mean value and the variance.

[5] For the frequency distribution $\hat{B}^2(\omega)$, the parameters are generally defined as input data [*Glauert and Horne*, 2005; *Horne et al.*, 2005b; *Summers et al.*, 2007b] or can be determined from observations [see, e.g., *Ni et al.*, 2011]. Although *Shprits and Ni* [2009] and *Ni et al.* [2011] demonstrated the role of the obliqueness of wave propagation for pitch-angle diffusion, thus far the overwhelming majority of calculations for diffusion coefficients have been made by assuming the parallel propagation of whistler waves, when the mean value of X is equal to zero [*Glauert and Horne*, 2005; *Horne et al.*, 2005b; *Albert*, 2007]. Early spacecraft observations showed that angle θ is small enough in the vicinity of the equator [*Hayakawa et al.*, 1984; *Goldstein and Tsurutani*, 1984]. *Summers* [2005], utilizing an assumption for wave parallel propagation, developed a simplified technique for diffusion coefficient calculations and later generalized the technique by including the effects of heavy ions in the dispersion relationship [*Summers et al.*, 2007b]. The approximation of the wave parallel propagation is widely applied in order to obtain analytical estimates of diffusion coefficients [see *Albert*, 2007; *Mourenas and Ripoll*, 2012, and references therein].

[1]LPC2E/CNRS-University of Orleans, Orleans, France.
[2]Space Research Institute, RAS, Moscow, Russia.
[3]Astronomy and Space Physics Department, National Taras Shevchenko University of Kiev, Kiev, Ukraine.
[4]Le Studium, Institute for Advanced Studies, Orleans, France.
[5]CNES, Toulouse, France.

Copyright 2012 by the American Geophysical Union.
0094-8276/12/2012GL051393

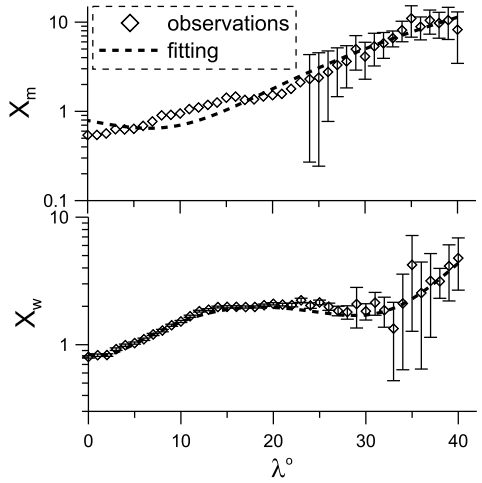

Figure 1. The dependencies of the mean value X_m, and the variance X_w on magnetic latitude λ are shown by diamonds (experimental data). The corresponding fitting used for modeling is shown using dotted curves.

[6] Significant deviations in θ from zero for particular events were detected by *Lauben et al.* [2002] and *Santolík et al.* [2009]. Additionally, recent spacecraft statistical observations [*Haque et al.*, 2010; *Agapitov et al.*, 2011; *Li et al.*, 2011] and numerical modeling [*Bortnik et al.*, 2011] have unambiguously demonstrated that the direction of the whistler wave-vector can substantially deflect from the local direction of the magnetic field, even at relatively low latitudes. The deflection becomes significant for magnetic latitudes equal or larger than $\lambda > 15°$, where whistler waves can have wave vectors close to the resonant cone, approaching the perpendicular of the background magnetic field [*Agapitov et al.*, 2011].

[7] In this work, we modified the method for diffusion coefficient calculations as proposed by *Glauert and Horne* [2005] by incorporating a realistic dependence of the $g(X)$ distribution on the magnetic latitude λ. We used the results of the statistical study of whistler wave propagation [*Agapitov et al.*, 2011] to define the distribution $g_\lambda(X)$ as a function of λ for the computation of bounce averaged coefficients in pitch-angle diffusion $\langle D_{\alpha\alpha}\rangle$. Here, we show that a consideration of the realistic distribution of $g_\lambda(X)$ results in an increase of the role of a higher number of cyclotron resonances, and leads to the important growth of $\langle D_{\alpha\alpha}\rangle$.

2. The Statistical Distribution of Whistler Propagation Directions

[8] For calculating diffusion rates, we used a Gaussian distribution of the variable $X = \tan\theta$, similar to previous studies [see, e.g., *Glauert and Horne*, 2005; *Horne et al.*, 2005b; *Ni et al.*, 2011, and references therein]: $g(X) = \exp(-(X - X_m)^2/X_w^2)$. However, in contrast to these models we considered the mean value X_m, and the variance X_w to be functions of the magnetic latitude λ. According to Cluster statistics observations, the mean value, and the variance of the θ distribution increase with magnetic latitude [see *Agapitov et al.*, 2011, Figure 2(e)]. On the equatorial plane, *Agapitov et al.* [2011] found $X_m \approx 0.3$ and $X_w \approx 0.8$, with $X_m \approx 4$ and $X_w \approx 2$ already at $\lambda = 30°$. We transformed the observational distribution of θ from *Agapitov et al.* [2011] to the distribution of the X variable and approximated this new distribution using a Gaussian function. The dependence of the parameters of this approximation (the mean value and the variance X_m, X_w) on λ were fitted using the following polynomial functions:

$$\begin{aligned} X_m &= 0.79 - 0.36l + 0.11l^2 + 0.16l^3 \\ X_w &= \sqrt{2}(0.84 - 0.4l + 2.0l^2 - 1.1l^3 + 0.17l^4) \end{aligned} \quad (1)$$

where $l = \lambda/10°$ and $\lambda < 40°$. A comparison of equation (1) with the dependencies obtained directly from Cluster observations is presented in Figure 1. Here, the experimental data were collected for the L-shells $\in$ [3.5, 5.5].

3. Pitch-Angle Diffusion Coefficients

[9] We calculated the local diffusion coefficients using the following expression obtained by *Glauert and Horne* [2005]:

$$D_{\alpha\alpha} = \sum_{i,n} \int_{X_{\min}}^{X_{\max}} \left[\frac{n\Omega_e/\gamma + \omega_{i,n}\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\right]^2 \frac{g(X)\hat{B}^2(\omega_{i,n})}{N(\omega_{i,n})}\Delta_{i,n}dX \quad (2)$$

where $\Delta_{i,n}$ is the resonant factor $\sim|v_\parallel - \partial\omega/\partial k_\parallel|^{-1}$ (see details in work by *Glauert and Horne* [2005]), and $\omega_{i,n}$ are the resonance frequencies, and, as follows:

$$N(\omega) = \frac{1}{2\pi^2}\int_{X_{\min}}^{X_{\max}} \frac{g(X)k_{i,n}^2 X}{(1+X^2)^{3/2}}\frac{\partial k}{\partial\omega}\bigg|_X dX,$$

$$\hat{B}^2(\omega) = A\exp\left(-\left(\frac{\omega-\omega_m}{\delta w}\right)^2\right), \quad \omega \in [\omega_{lc}, \omega_{uc}],$$

where $\hat{B}^2 = 0$ for $\omega \notin [\omega_{lc}, \omega_{uc}]$, $\omega_{lc,uc} = \omega_m \mp 1.5\delta\omega$, and A is determined from the normalization $\int \hat{B}^2(\omega)d\omega = B_w^2$. The boundary values of X are $X_{\min} = 0$ and $X_{\max} = \min(10, X_r)$, where X_r is the X value in the resonant cone angle (see, e.g., the discussion in work by *Glauert and Horne* [2005]). The resonant frequencies (and the corresponding wave-numbers $k_{i,n}$) can be found from the dispersion relationship $\omega = \omega(k)$ and the resonant condition $\omega - k_\parallel v_\parallel = -n\Omega_e/\gamma$; where $\Omega_e = |e|B/m_e c$, $v_\parallel = c\sqrt{1-\gamma^{-2}}\cos\alpha$, γ is the gamma factor, and i is the number of resonant roots. Although, recent calculations demonstrate possibly important roles for the difference between the real background magnetic field and the dipole model [*Orlova and Shprits*, 2010; *Ni et al.*, 2011], we used a dipole approximation to obtain first estimates and to compare them with previous calculations, as follows: $B = B_{eq}b(\lambda)$, $b(\lambda) = \sqrt{1+3\sin^2\lambda}/\cos^6\lambda$, and the equatorial value B_{eq} corresponds to the selected L-shell. Here, $\Omega_{eq} = |e|B_{eq}/m_{ec}$ indicates the equatorial gyrofrequency.

[10] We solved the resonant equations for each latitude λ and found $\omega_{i,n}(\lambda, \alpha, \gamma, s)$. The ratio of the plasma frequency and the gyrofrequency $s = \omega_{pe}/\Omega_e$ should be specified by choosing ω_{pe} as a function of λ . For the majority of calculations, a constant approximation ω_{pe} = const was used [*Glauert and Horne*, 2005; *Ni et al.*, 2011; *Summers et al.*, 2007b]. However, a possible increase in the electron density with latitude [*Denton et al.*, 2002] resulted in an increase in ω_{pe}. Here, we used the following two approximations: 1) ω_{pe} = const for the given L-shell, and 2) the ratio s that

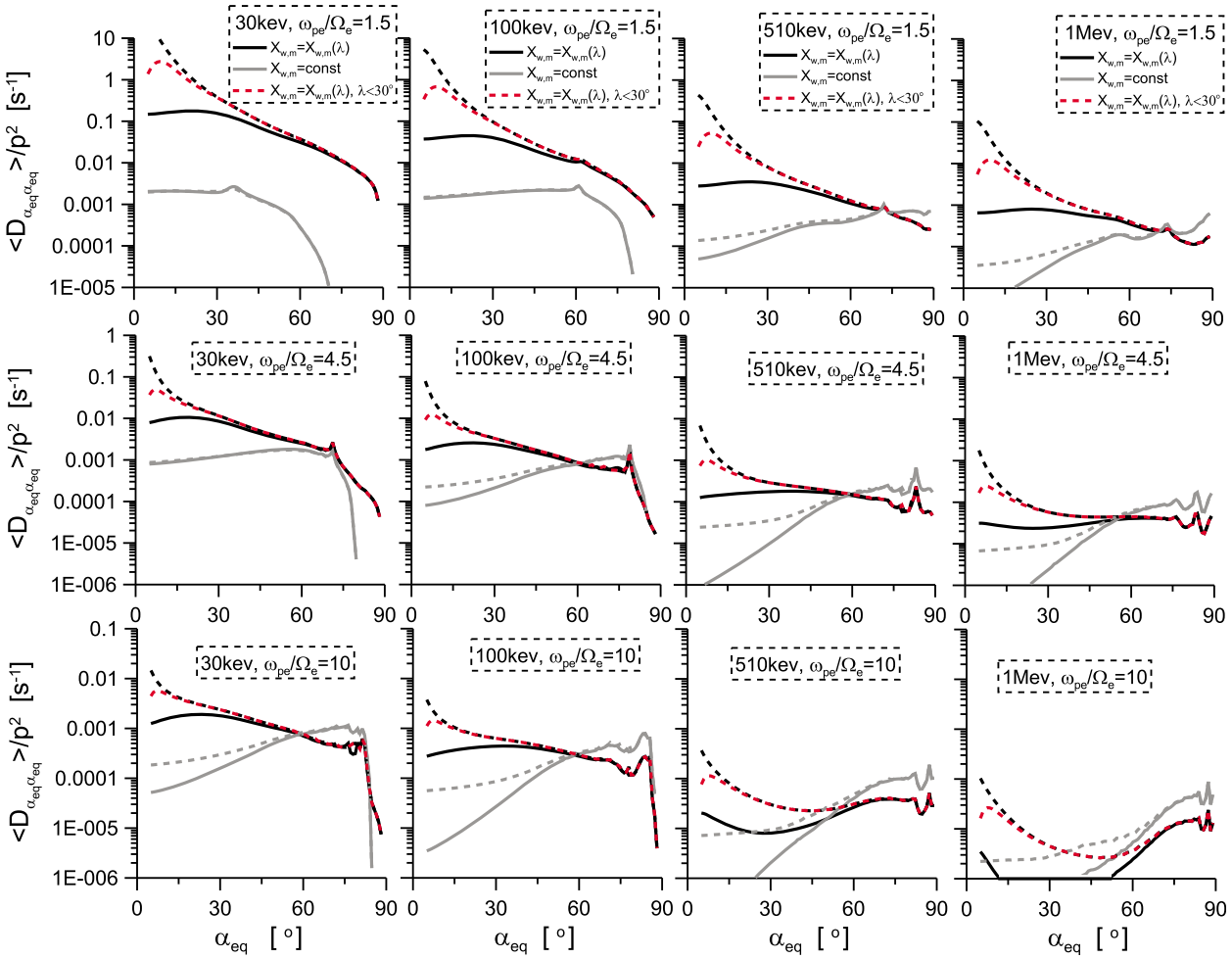

Figure 2. Pitch-angle diffusion coefficients averaged over electron bounce oscillations are shown for constant parameters ($X_w = 0.577$, $X_m = 0$, gray color) and for parameters dependent on the magnetic latitude ($X_{m,w} = X_{m,w}(\lambda)$ from equation (1), black color). Dotted curves correspond to the approximation ω_{pe} = const, and solid curves show results for s = const. The corresponding particle energy and the ratio ω_{pe}/Ω_e evaluated at the equator are indicated inside the panels. Red dotted curve shows diffusion coefficient calculated with $X_{m,w} = X_{m,w}(\lambda)$ and ω_{pe} = const for $\lambda_m = \min(\lambda_{\max}, 30°)$.

is assumed to be constant for a given L-shell (i.e. ω_{pe} varies in a similar manner with Ω_e). Real variation in the s parameter should be determined between these two approximations.

[11] Then, for each λ we calculated the local value of the diffusion coefficient $D_{\alpha\alpha}(\alpha, \lambda)$ using $X_m(\lambda)$ and $X_w(\lambda)$ from equation (1). The coefficient $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ was obtained by averaging over magnetic latitudes (corresponding to the averaging obtained over bounce oscillations), as follows:

$$\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{\lambda_m} D_{\alpha\alpha}(\alpha, \lambda) \frac{\cos\alpha \cos^7\lambda}{\cos^2\alpha_{eq}} d\lambda,$$

where $\sin^2\alpha = b(\lambda)\sin^2\alpha_{eq}$, $T = 1.30 - 0.56\sin\alpha_{eq}$, $\lambda_m = \min(\lambda_{\max}, 40°)$, $b(\lambda_{\max})\sin^2\alpha_{eq} = 1$, and α_{eq} is the equatorial value of the pitch-angle (see details in work by *Glauert and Horne* [2005]).

[12] We also calculated the diffusion coefficients $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ using $X_w = 0.577$ and $X_m = 0$ for a comparison with results found by *Glauert and Horne* [2005] and *Summers et al.* [2007b]. For calculating these coefficients, we used $\lambda_m = \lambda_{\max}$, $X_{\min} = 0$, $X_{\max} = 1$.

[13] For both calculations we used the wave magnetic field amplitude B_w = 100 pT and $\omega_m = 0.35\Omega_{eq}$ similar to the previous studies. The L-shell was 4.5 and maximum number of cyclotron harmonics was taken to be equal to $n = \pm 5$ (we used the same parameters used by *Glauert and Horne* [2005]). The pitch-angle diffusion coefficients were normalized on $p^2 = (\gamma^2 - 1)m_{ec}^2$.

[14] In Figure 2, we present the results of the calculations for the diffusion coefficients with constant $X_{w,m}$ and with $X_{w,m} = X_{w,m}(\lambda)$ as described by equation (1). The main differences between the coefficients were found for particles with a small pitch-angle at the equator α_{eq}. Indeed, these particles can reach high latitudes ($\lambda_{\max} > 15°$), where values of X_m and X_w are substantially larger than for the equatorial plane $\lambda = 0°$. The ratio of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ for $X_{w,m}$ = const and for $X_{w,m} = X_{w,m}(\lambda)$ from equation (1) can exceed an order of magnitude. In comparison with *Shprits and Ni* [2009] and *Ni et al.* [2011], where a nonzero X_m was also used, we obtained a more substantial increase of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ due to the increase of variance X_w with latitude. Comparison of diffusion coefficients calculated with $\lambda_m = \min(\lambda_{\max}, 30°)$ and with $\lambda_m = \min(\lambda_{\max}, 40°)$ show the role of resonant wave-particle

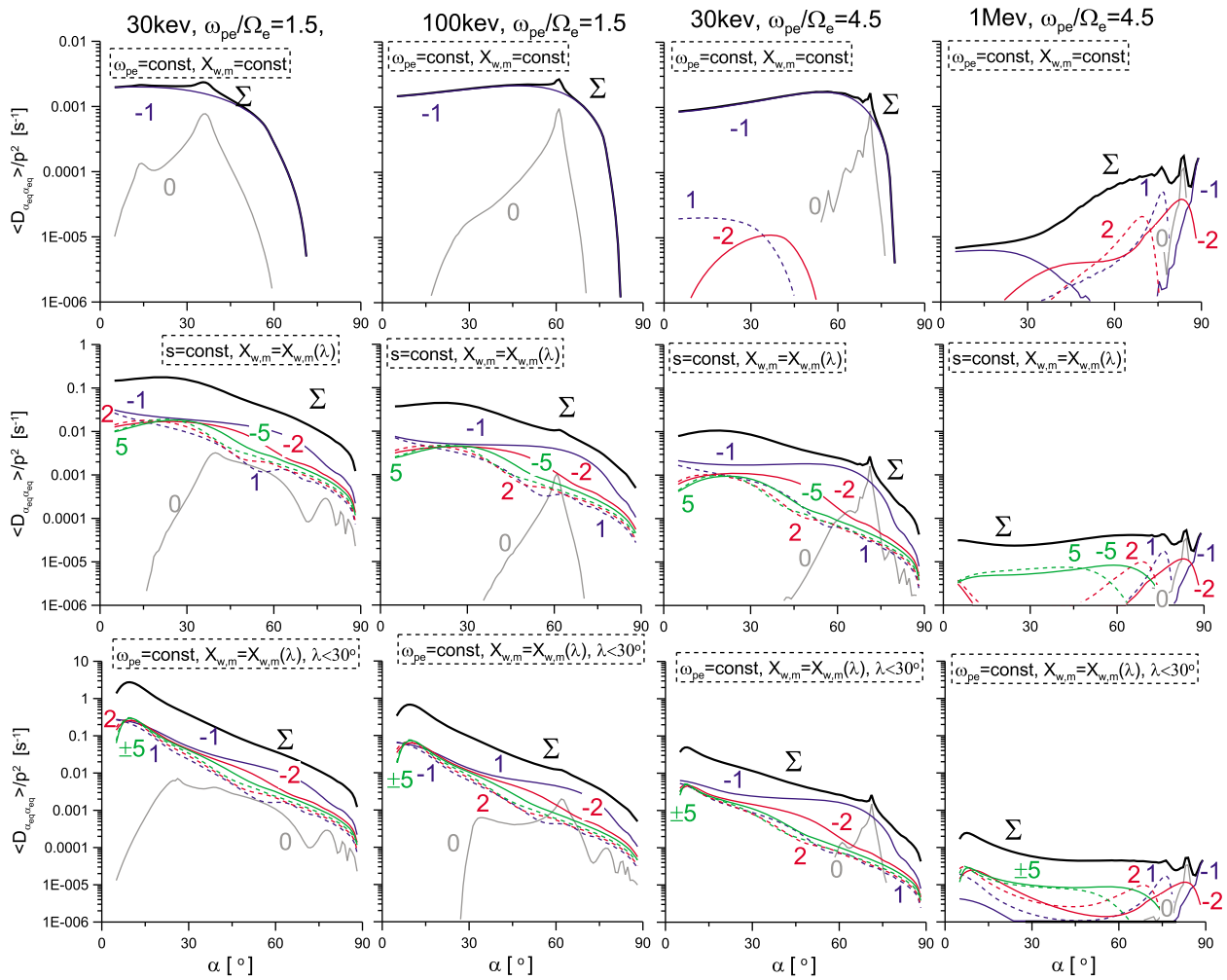

Figure 3. The pitch-angle diffusion coefficients, averaged over electron bounce oscillations for each cyclotron resonance $n = 0, \pm1, \pm2, \pm5$, are shown using colored curves. The total value of the diffusion coefficient $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle = \sum_n \langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ is marked by the symbol Σ.

interaction for small pitch-angles. The strong increase of pitch-angle diffusion coefficients for $\alpha_{eq} < 10°$ corresponds with resonant interaction with almost transverse waves at $\lambda > 30°$.

4. Higher Order Cyclotron Resonances

[15] To determine the importance of the contribution of higher order cyclotron resonances to $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ we plotted the total diffusion coefficients $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle = \sum_n \langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ and the partial rates $\langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ for various conditions in Figure 3.

[16] One can see that for $X_{m,w}$ = const, only resonances with $n = 0$ (Cherenkov resonance) and $n = -1$ play an essential role. In contrast, higher order resonances significantly contribute to pitch-angle diffusion coefficients in the system, with $X_{w,m} = X_{w,m}(\lambda)$. The effect of the increase in the role played by higher order resonances for oblique whistler waves was noted before by *Shklyar and Matsumoto* [2009]. One can determine that different higher order resonances tend to be dominant at various equatorial pitch angle intervals, showing an energy dependence (a similar effect was observed for calculations with a nonzero X_m by *Shprits and Ni* [2009]).

[17] To point out the intensification of the role of higher order resonances, let us suppose that the distribution dependence of $\hat{B}^2(\omega)$ on the frequency is sufficiently narrow, with $\omega_{i,n} \approx \omega_m$ (see the details of this approach in work by *Mourenas and Ripoll* [2012]). Then, the resonance conditions, together with the simplified dispersion relationship, allow one to evaluate the largest possible value of the resonance order for which wave particle interaction occurs.

$$n^2 \approx \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_e^2} \frac{\omega_m \left(v_\parallel \gamma / c\right)^2 \cos^2\theta}{\Omega_e \cos\theta - \omega_m}$$

[18] One can see that higher order resonances become important when the corresponding vector approaches the resonance cone for the given frequency $\cos\theta = \omega_m/\Omega_e$ at a given latitude. On the other hand, for the quasi-parallel propagation, the angle θ for any given λ remains far from the resonance cone. One can conclude that for this case, higher order resonances cannot provide any significant input to the diffusion coefficients (at least for small particle energy, when $\gamma \sim 1$).

[19] According to experimental observations, X_m and X_w grow with λ (see Figure 1 and *Agapitov et al.* [2011]). For such a case, cos θ (λ), corresponding to the core of the distribution $g_\lambda(X)$, decreases with λ while the wave vector becomes closest to the resonant cone. As a result, higher order resonances can contribute to diffusion. To reach latitudes with a small cos θ, particles should have small equatorial pitch angles, in agreement with the results shown in Figures 2 and 3.

5. Discussion and Conclusions

[20] In this work we show that higher order cyclotron resonances can contribute significantly to electron pitch-angle diffusion (for small α_{eq}) where whistler wave-vector directions become oblique to the background magnetic field. Although our results demonstrate a significant increase in the pitch-angle diffusion coefficients for small equatorial pitch-angles α_{eq}, one would not expect a comparable increase in the energy diffusion rate. For energy diffusion coefficients, one can find $\langle D^n_{EE}\rangle \sim \langle D^n_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}/n^2\rangle$ [see, e.g., *Glauert and Horne*, 2005; *Summers et al.*, 2007b]. As a result, the impact of higher order resonances is weaker for energy diffusion, and the expected increase in energy diffusion rates should be smaller than the increase obtained for pitch-angle diffusion rates.

[21] For our calculations, we employed the distribution of the variable $X = \tan\theta$, as first proposed by *Lyons et al.* [1972]. The issue is important to note since the transformation of the θ to X variable is nonlinear and the real dependence of $g_\lambda(X)$ on X significantly deviates from Gaussian. Therefore, one can consider two possible approaches for describing $g_\lambda(X)$, as seen in spacecraft observations with slightly different results. On one hand, we can find the mean value $\langle\theta\rangle$ and the variance $\Delta\theta$ of the θ distribution, and then assume $X_m = \tan\langle\theta\rangle$ and $X_w = \tan\Delta\theta$ [see, e.g., *Glauert and Horne*, 2005; *Ni et al.*, 2011]. On the other hand, we can transform the observed θ distribution onto the distribution of the X variable and then calculate $X_{m,w}$ as a parameter of the approximation of this new distribution using the Gaussian function. The choice of these two approaches is not important for constant small values of $\langle\theta\rangle$ and $\Delta\theta$. For $\langle\theta\rangle$, depending on λ, it seems to be more relevant to rewrite $g_\lambda(X)$ as a distribution of the angle θ and to use the Gaussian (or a more complicated) approximation for $g_\lambda(\theta)$. Such an improvement is beyond the scope of this work and is left for future publications.

[22] Pitch-angle diffusion rates determine the lifetime of electrons in radiation belts and define the evolution of particle flux [see *Horne et al.*, 2005b; *Summers et al.*, 2007a; *Shprits et al.*, 2009, and references therein]. According to simplified estimates by *Albert and Shprits* [2009], the electron lifetime is $\sim 1/\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle$, where diffusion rate is evaluated at the loss-cone boundary pitch-angle. Therefore, the increase of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle$ obtained for particles with small equatorial pitch-angles (close to loss-cone) should result in a significant decrease in lifetime.

[23] In conclusion, we calculated pitch-angle diffusion coefficients for the realistic distribution of $X = \tan\theta$ while taking into account the dependence of this distribution on magnetic latitude. The obtained results demonstrate that the diffusion rates of electrons with small pitch-angles are significantly larger for the realistic $g_\lambda(X)$ distribution, in comparison with the approximation of parallel wave propagation, when $X_m = 0$. In this work, we demonstrated that the increase in diffusion rates corresponds to an important contribution of higher order cyclotron resonances.

[24] **Acknowledgments.** Authors are thankful to D. Mourenas for fruitful discussions and to both reviewers for useful comments and suggestions. This work was supported by CNES through the grant "Modele d'ondes". Work of A.O. was supported by the STUDIUM program of the Region Centre in France. Authors thank the ESA Cluster Active Archive for providing the STAFF-SA data set.

[25] The Editor thanks two anonymous reviewers for their assistance in evaluating this paper.

References

Agapitov, O., V. Krasnoselskikh, Y. V. Khotyaintsev, and G. Rolland (2011), A statistical study of the propagation characteristics of whistler waves observed by Cluster, *Geophys. Res. Lett.*, *38*, L20103, doi:10.1029/2011GL049597.

Albert, J. M. (2007), Simple approximations of quasi-linear diffusion coefficients, *J. Geophys. Res.*, *112*, A12202, doi:10.1029/2007JA012551.

Albert, J. M., and Y. Y. Shprits (2009), Estimates of lifetimes against pitch angle diffusion, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *71*, 1647–1652, doi:10.1016/j.jastp.2008.07.004.

Bortnik, J., L. Chen, W. Li, R. M. Thorne, and R. B. Horne (2011), Modeling the evolution of chorus waves into plasmaspheric hiss, *J. Geophys. Res.*, *116*, A08221, doi:10.1029/2011JA016499.

Chen, Y., G. D. Reeves, and R. H. W. Friedel (2007), The energization of relativistic electrons in the outer Van Allen radiation belt, *Nat. Phys.*, *3*, 614–617, doi:10.1038/nphys655.

Denton, R. E., J. Goldstein, and J. D. Menietti (2002), Field line dependence of magnetospheric electron density, *Geophys. Res. Lett.*, *29*(24), 2205, doi:10.1029/2002GL015963.

Glauert, S. A., and R. B. Horne (2005), Calculation of pitch angle and energy diffusion coefficients with the PADIE code, *J. Geophys. Res.*, *110*, A04206, doi:10.1029/2004JA010851.

Goldstein, B. E., and B. T. Tsurutani (1984), Wave normal directions of chorus near the equatorial source region, *J. Geophys. Res.*, *89*, 2789–2810, doi:10.1029/JA089iA05p02789.

Haque, N., M. Spasojevic, O. Santolík, and U. S. Inan (2010), Wave normal angles of magnetospheric chorus emissions observed on the Polar spacecraft, *J. Geophys. Res.*, *115*, A00F07, doi:10.1029/2009JA014717.

Hayakawa, M., Y. Yamanaka, M. Parrot, and F. Lefeuvre (1984), The wave normals of magnetospheric chorus emissions observed on board GEOS 2, *J. Geophys. Res.*, *89*, 2811–2821, doi:10.1029/JA089iA05p02811.

Horne, R. B., et al. (2005a), Wave acceleration of electrons in the Van Allen radiation belts, *Nature*, *437*, 227–230, doi:10.1038/nature03939.

Horne, R. B., R. M. Thorne, S. A. Glauert, J. M. Albert, N. P. Meredith, and R. R. Anderson (2005b), Timescale for radiation belt electron acceleration by whistler mode chorus waves, *J. Geophys. Res.*, *110*, A03225, doi:10.1029/2004JA010811.

Kennel, C. F., and H. E. Petschek (1966), Limit on stably trapped particle fluxes, *J. Geophys. Res.*, *71*, 1.

Lauben, D. S., U. S. Inan, T. F. Bell, and D. A. Gurnett (2002), Source characteristics of ELF/VLF chorus, *J. Geophys. Res.*, *107*(A12), 1429, doi:10.1029/2000JA003019.

Li, W., J. Bortnik, R. M. Thorne, and V. Angelopoulos (2011), Global distribution of wave amplitudes and wave normal angles of chorus waves using THEMIS wave observations, *J. Geophys. Res.*, *116*, A12205, doi:10.1029/2011JA017035.

Lyons, L. R., R. M. Thorne, and C. F. Kennel (1972), Pitch-angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere, *J. Geophys. Res.*, *77*, 3455–3474, doi:10.1029/JA077i019p03455.

Mourenas, D., and J.-F. Ripoll (2012), Analytical estimates of quasi-linear diffusion coefficients and electron lifetimes in the inner radiation belt, *J. Geophys. Res.*, *117*, A01204, doi:10.1029/2011JA016985.

Ni, B., R. M. Thorne, N. P. Meredith, Y. Y. Shprits, and R. B. Horne (2011), Diffuse auroral scattering by whistler mode chorus waves: Dependence on wave normal angle distribution, *J. Geophys. Res.*, *116*, A10207, doi:10.1029/2011JA016517.

Orlova, K. G., and Y. Y. Shprits (2010), Dependence of pitch-angle scattering rates and loss timescales on the magnetic field model, *Geophys. Res. Lett.*, *37*, L05105, doi:10.1029/2009GL041639.

Santolík, O., D. A. Gurnett, J. S. Pickett, J. Chum, and N. Cornilleau-Wehrlin (2009), Oblique propagation of whistler mode waves in the chorus source region, *J. Geophys. Res.*, *114*, A00F03, doi:10.1029/2009JA014586.

Shklyar, D., and H. Matsumoto (2009), Oblique whistler-mode waves in the inhomogeneous magnetospheric plasma: Resonant interactions with

energetic charged particles, *Surv. Geophys.*, *30*, 55–104, doi:10.1007/s10712-009-9061-7.

Shprits, Y. Y., and B. Ni (2009), Dependence of the quasi-linear scattering rates on the wave normal distribution of chorus waves, *J. Geophys. Res.*, *114*, A11205, doi:10.1029/2009JA014223.

Shprits, Y. Y., D. A. Subbotin, N. P. Meredith, and S. R. Elkington (2008), Review of modeling of losses and sources of relativistic electrons in the outer radiation belt II: Local acceleration and loss, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *70*, 1694–1713, doi:10.1016/j.jastp.2008.06.014.

Shprits, Y. Y., D. Subbotin, and B. Ni (2009), Evolution of electron fluxes in the outer radiation belt computed with the VERB code, *J. Geophys. Res.*, *114*, A11209, doi:10.1029/2008JA013784.

Summers, D. (2005), Quasi-linear diffusion coefficients for field-aligned electromagnetic waves with applications to the magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, *110*, A08213, doi:10.1029/2005JA011159.

Summers, D., B. Ni, and N. P. Meredith (2007a), Timescales for radiation belt electron acceleration and loss due to resonant wave-particle interactions: 2. Evaluation for VLF chorus, ELF hiss, and electromagnetic ion cyclotron waves, *J. Geophys. Res.*, *112*, A04207, doi:10.1029/2006JA011993.

Summers, D., B. Ni, and N. P. Meredith (2007b), Timescales for radiation belt electron acceleration and loss due to resonant wave-particle interactions: 1. Theory, *J. Geophys. Res.*, *112*, A04206, doi:10.1029/2006JA011801.

Thorne, R. M. (2010), Radiation belt dynamics: The importance of wave-particle interactions, *Geophys. Res. Lett.*, *37*, L22107, doi:10.1029/2010GL044990.

Trakhtengerts, V. Y. (1966), Stationary states of the Earth's outer radiation zone, *Geomagn. Aeron.*, *6*, 827–836.

O. Agapitov, H. Breuillard, and V. Krasnoselskikh, LPC2E/CNRS-University of Orleans, Orleans F-45071, France.

A. Artemyev, Space Research Institute, RAS, Moscow 117997, Russia. (ante0226@yandex.ru)

G. Rolland, CNES, Toulouse F-31401, France.

Statistical model of electron pitch angle diffusion in the outer radiation belt

A. Artemyev,[1,2] O. Agapitov,[1,3,4] V. Krasnoselskikh,[1] H. Breuillard,[1] and G. Rolland[5]

Received 12 April 2012; revised 30 June 2012; accepted 3 July 2012; published 21 August 2012.

[1] We calculated the bounce averaged electron pitch angle diffusion coefficients $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ using the statistical characteristics of lower band chorus activity collected by the Cluster mission from 2001–2009. Nine years of Cluster observations provide the distributions of the θ angle between wave vectors and the background magnetic field; and the distributions of the wave total intensity B_w^2 for relatively wide ranges of the magnetic latitude λ, the magnetic local times, and the K_p indices. According to Cluster observations, the probability of observing a larger B_w^2 increases with λ and depends upon the magnetic local time and K_p. We compared the obtained results with the diffusion coefficients $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ that were calculated under an assumption of parallel whistler wave propagation with a constant intensity $B_w^2 = 10^4$ pT^2. The last calculations substantially underestimated pitch angle diffusion for the small equatorial pitch angles, α_{eq}, but likely overestimates $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ for $\alpha_{eq} > 60°$. An important increase in $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ for $\alpha_{eq} < 30°$ can be explained by a large mean value for the θ distribution and by an increase of B_w^2 at $\lambda > 15°$. We took the probability density distribution of the wave mean amplitude into consideration instead of the averaged value. The obtained distribution of the diffusion coefficients indicated that approximately 20% of the most intense waves can provide the main portion of pitch angle diffusion for the dawn/day sector. For the dusk/night sector, wave intensity was significantly weaker and the relative importance of intense waves was not clearly pronounced.

Citation: Artemyev, A., O. Agapitov, V. Krasnoselskikh, H. Breuillard, and G. Rolland (2012), Statistical model of electron pitch angle diffusion in the outer radiation belt, *J. Geophys. Res.*, *117*, A08219, doi:10.1029/2012JA017826.

1. Introduction

[2] Understanding the dynamics of radiation belts is one of the most challenging problems in magnetospheric plasma physics [see *Chen et al.*, 2007; *Shprits et al.*, 2008]. The role of the resonant interaction of electrons and whistler waves for these dynamics was first pointed out by *Dungey* [1963], and the theoretical approach for the description of this interaction was proposed by *Trakhtengerts* [1966] and *Kennel and Petschek* [1966]. In these works the resonant interaction was studied using a quasi-linear diffusion description. The principal elements of such a description are the diffusion coefficients.

[3] The diffusion coefficients were calculated using a quasi-linear approximation [*Lyons et al.*, 1972; *Lyons*, 1974; *Glauert and Horne*, 2005; *Shprits et al.*, 2006; *Summers et al.*, 2007, and references therein], and are widely used in global modeling, where the Fokker-Plank equation for velocity distributions is considered [*Bourdarie et al.*, 1996; *Varotsou et al.*, 2008; *Fok et al.*, 2008; *Albert et al.*, 2009; *Subbotin et al.*, 2010; *Su et al.*, 2010]. Several analytical (and semi-analytical) schemes for estimating diffusion coefficients have been developed [*Summers*, 2005; *Albert*, 2007, 2008; *Mourenas and Ripoll*, 2012].

[4] To use analytical and numerical schemes, one needs to know the distribution of the wave intensity upon frequency $\hat{B}^2(\omega)$, as well as the distribution of the wave propagation direction upon the angle θ relative to the background magnetic field. The latter distribution is often written as $g(X)$, where $X = \tan\theta$ [*Lyons et al.*, 1972; *Lyons*, 1974; *Glauert and Horne*, 2005; *Shprits et al.*, 2006]. According to quasi-linear theory, the diffusion coefficients are proportional to the total wave intensity $B_w^2 = \int \hat{B}^2(\omega) d\omega$ (here we defined the mean amplitude as $B_w = \sqrt{B_w^2}$). The $\hat{B}^2(\omega)$, $g(X)$ distributions and wave amplitudes can be defined from spacecraft observations [*Meredith et al.*, 2001; *Andre et al.*, 2002; *Pokhotelov et al.*, 2008; *Cully et al.*, 2008; *Santolik et al.*, 2009; *Haque et al.*, 2010; *Agapitov et al.*, 2011, or from numerical calculations of wave propagation in the inner magnetosphere

[1]LPC2E/CNRS, University of Orleans, Orleans, France.
[2]Space Research Institute, RAS, Moscow, Russia.
[3]National Taras Shevchenko University of Kiev, Kiev, Ukraine.
[4]Le Studium, Institute for Advanced Studies, Orleans, France.
[5]CNES, Toulouse, France.

Corresponding author: A. Artemyev, LPC2E/CNRS, University of Orleans, 3A, Avenue de la Recherche Scientifique, FR-45071 Orleans CEDEX, France. (ante0226@gmail.com)

©2012. American Geophysical Union. All Rights Reserved.
0148-0227/12/2012JA017826

[*Boskova et al.*, 1990; *Shklyar and Jiříček*, 2000; *Jiricek et al.*, 2001; *Bortnik et al.*, 2008, 2011; *Breuillard et al.*, 2012, and references therein].

[5] Calculation of the diffusion coefficients is often performed using the distribution of the frequency $\hat{B}^2(\omega)$ approximated using a Gaussian function [*Lyons*, 1974; *Glauert and Horne*, 2005; *Summers et al.*, 2007; *Albert*, 2007; *Shprits and Ni*, 2009]. The wave amplitudes are generally considered to be constant for a given L-shell and K_p index (i.e. B_w does not depend on the magnetic latitude λ). The $g(X)$ distribution for the majority of calculations is assumed to be Gaussian with some mean value X_m that is close to zero and with a small variance X_w. One important simplification is an assumption that X_m and X_w do not depend on λ, (i.e. $X_{m,w}$ are constant for a given L-shell) [*Lyons*, 1974; *Glauert and Horne*, 2005; *Summers et al.*, 2007; *Albert*, 2007; *Shprits and Ni*, 2009; *Ni et al.*, 2011].

[6] Recent spacecraft observations [*Santolík et al.*, 2009; *Haque et al.*, 2010; *Agapitov et al.*, 2011; *Li et al.*, 2011] demonstrate that the mean value (as well as the variance) of the $g(X)$ distribution strongly depends on the magnetic latitude λ (i.e. one has $g(X) \rightarrow g_\lambda(X)$ where $g_\lambda(X)$ should be defined for each λ). The effect is very important for the resonant wave-particle interaction [see *Shklyar and Matsumoto*, 2009, and references therein], and leads to an intensification of the pitch angle diffusion [see, e.g., *Shprits and Ni*, 2009; *Artemyev et al.*, 2012; *Mourenas et al.*, 2012]. Indeed, electrons with small equatorial pitch angles can reach higher latitudes and their resonant interaction with oblique propagating whistler waves becomes more efficient due to an increase in the role of higher order cyclotron harmonics.

[7] Another important issue is the dependence of wave amplitudes on the magnetic latitude. Pitch angle diffusion mainly takes place at intermediate and high latitudes, due to the dependence of the $g_\lambda(X)$ distribution on λ. Therefore, one should calculate the diffusion coefficients using a realistic dependence for $B_w(\lambda)$ (the effect of the B_w variation on λ was previously mentioned by *Horne et al.* [2005]). Moreover, the calculation of diffusion coefficients using the averaged value of B_w for a given λ cannot be considered as representative because spacecraft observations of the wave amplitude distribution $P_\lambda(B_w)$ clearly demonstrate a non-Gaussian form for $P_\lambda(B_w)$ with power law tails [*Cully et al.*, 2008; *Agapitov et al.*, 2011; *Bunch et al.*, 2012]. Therefore, one should use $P_\lambda(B_w)$ to calculate the corresponding distribution of the diffusion coefficients, taking into account the dependence of B_w and $g_\lambda(X)$ on λ.

2. The Distribution of the Wave Amplitudes, B_w

[8] For this work we utilized the data set for VLF waves, as observed by Cluster from March 2001 to December 2009, in an area located inside the radiation belt region (i.e. confined for the $\pm 45^\circ$ magnetic latitude and the L-shell $\in$ [4, 5]). The Cluster data set contains a sufficient number of measurements for performing a statistical study of the presented range of magnetic local times (MLT) and L-shells [*Agapitov et al.*, 2011]. Our analysis was primarily based on data from the Spatiotemporal Analysis of Field Fluctuations - Spectrum Analyzer (STAFF-SA) experiment [*Cornilleau-Wehrlin et al.*, 2003] that provides the complete spectral matrix (the real and the imaginary parts) of the three magnetic components as measured by the STAFF search coil magnetometer. The spectral matrix was computed on-board for 27 frequency channels that were logarithmically spaced between 8.8 Hz and 3.56 kHz. For the lower band chorus the full range of L-shells and magnetic latitudes was available. However, coverage by 5–7 channels was only available for $L > 4$. The behavior of the upper band chorus frequency range could only be studied for $L > 5.5$. Thus, chorus waves were mainly studied out of the plasmasphere. The sensitivity of STAFF search coil magnetometers was 5.10^{-3} nT Hz$^{-1/2}$ at 1 Hz, and 4.10^{-5} nT Hz$^{-1/2}$ at 100 Hz and 4 kHz [*Cornilleau-Wehrlin et al.*, 2003]. We excluded measurements that had amplitudes below double the STAFF-SA sensitivity level. The analyzed wave frequency range included electron whistler waves from the 0.1 electron cyclotron frequency f_{ce} (approximately 1000 Hz for the processed L-shells) up to the electron cyclotron frequency f_{ce}. The range is known to be dominated by the lower-band chorus ($0.1f_{ce} < f < 0.5f_{ce}$), and by upper-band chorus waves ($0.5f_{ce} < f < 1.0f_{ce}$). Hiss waves can be observed above $0.1\,f_{ce}$ but their intensity rapidly declines above 1 kHz [*Meredith et al.*, 2004].

[9] The global occurrence rate of whistler waves was presented by *Agapitov et al.* [2011]. The main portion of intense chorus waves was observed in the range from 06:00 to 14:00 MLT, and in the L-shell range from four to seven [*Agapitov et al.*, 2011], for low, and intermediate and high geomagnetic activity, respectively. The major portion of large amplitude chorus waves was detected near local noon. In general, the distribution of large amplitude chorus waves becomes more uniform with increasing magnetic activity. To collect statistics for high geomagnetic activity, the following three geomagnetic activity regimes were processed: low ($K_p < 3$), intermediate ($3 < K_p < 5$), and high ($K_p > 5$). We separated the entire range of the MLT into two sectors: a dawn/day sector that corresponds to MLT from 02:00 to 14:00, and a dusk/night sector that corresponds to a MLT from 14:00 to 02:00. The probability density functions (PDF) for the amplitudes of the wave magnetic fields are shown in Figure 1. The PDFs for the dawn/day and dusk/night sectors, and for low and high geomagnetic activity are also presented.

[10] Figure 1 shows large amplitudes for the chorus in the dawn/day sector for $\lambda > 15^\circ$. The result seems to be consistent with the data presented by *Meredith et al.* [2001]. *Bunch et al.* [2012] also found results in agreement with Figure 1 for the wave intensity distribution with latitude on Polar spacecraft, with high amplitudes observed at high latitudes up to 45°. For $\lambda < 15^\circ$ the wave amplitudes were lower and a local minimum in the intensity of the chorus was observed near the equator for the dawn/day sector, consistent with the results of *Horne et al.* [2005] obtained from CRRES measurements for the MLT from 06:00 to 12:00. Moreover, an increase in the wave intensity for the dusk/night sector for $\lambda < 15^\circ$, shown in Figure 1 (large K_p), was also determined by *Horne et al.* [2005] for MLT from 23:00 to 06:00. Although, our statistics were, in general, consistent with CRESS data, such a comparison should be considered with care since the amplitudes of the wave magnetic field for CRESS spacecraft were obtained using a recalculation of the electric field amplitudes with a certain approximation for the wave-normal angle θ [see *Horne et al.*, 2005; *Ni et al.*, 2011]. As stated by *Agapitov et al.* [2011],

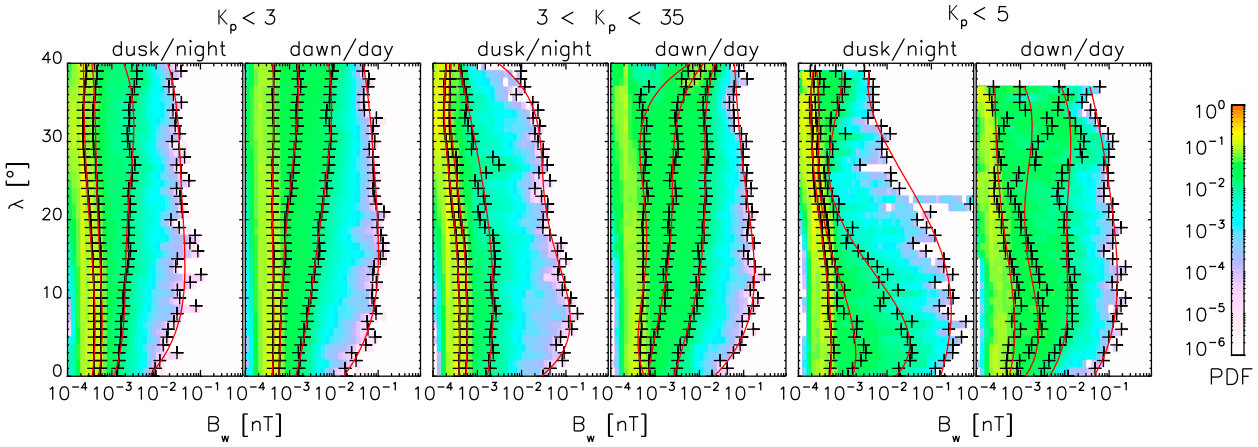

Figure 1. The distribution of the wave amplitudes (B_w) for the dawn/day (MLT from 02:00 to 14:00) and dusk/night (MLT from 14:00 to 02:00) sectors. The cumulative distribution function levels of probabilities are equal to 0.5, 0.75, 0.95, and 0.999 and are indicated by crosses. The fittings of these levels by the fifth-order polynomial on λ are shown by lines.

θ substantially varies with λ. The effect should result in a variation of the ratio of the magnetic to electric field wave magnitudes.

[11] Figure 1 indicates that the distribution of the wave amplitudes $P_\lambda(B_w)$ depends on the magnetic latitude λ. To take into account this dependence and to obtain the distribution of the diffusion coefficients, we used the following approach. For each λ we separated the range of B_w variations, $B_w \in [B_w^{(\min)}, B_w^{(\max)}]$ into four intervals. The first portion corresponded to 5% of the most intense waves with amplitudes of $B_w \in [B_w^{(5\%)}, B_w^{(\max)}]$.The second portion corresponded to the 15% of waves with the largest amplitudes, but smaller than $B_w^{(5\%)}$ (for these waves we used $B_w \in [B_w^{(15\%)}, B_w^{(5\%)}]$). The third portion corresponded to the 30% of waves with the largest amplitudes, but smaller than $B_w^{(15\%)}$ (i.e. $B_w \in [B_w^{(30\%)}, B_w^{(15\%)}]$). The last portion corresponded to the remaining 50% of the distribution, for which $B_w \in [B_w^{(\min)}, B_w^{(30\%)}]$. A schematic view of this separation is presented in Figure 2. The PDF quantiles for each magnetic latitude, λ, are indicated by crosses in Figure 1. We approximated the dependence of the B_w levels on λ using the fifth-order polynomials (see Appendix C). These fittings are shown with red curves.

3. Diffusion Coefficients

[12] Calculation of the distribution of the coefficients of pitch angle diffusion $D_{\alpha\alpha}$ can be carried out in the framework of the approach described by *Glauert and Horne* [2005] using the distribution of wave amplitudes, $P_\lambda(B_w)$. However, several important modifications should be made to account for the variations of the main parameters for wave distributions with magnetic latitude (see Appendices A and C).

[13] At each latitude λ, we calculated the local coefficients, $D_{\alpha\alpha}(\alpha, \lambda, B_w)$, accordingly to the scheme described in Appendix A. For the procedure, we used the Gaussian distribution for a wave-frequency $\hat{B}^2(\omega)$ and a variable $X = \tan\theta$, $g_\lambda(X) \sim \exp(-(X - X_m)^2/X_w^2)$. The distribution $\hat{B}^2(\omega)$ was assumed to be independent of the magnetic latitude. The characteristics of $\hat{B}^2(\omega)$ corresponded to lower band chorus waves (i.e. $\omega \in [0.125, 0.575]\Omega_{e0}$) with $\hat{B}^2(\omega)$ peaked around $0.35\Omega_{e0}$, where $\Omega_{e0} = 2\pi f_{ce}$ is the electron gyrofrequency evaluated at the equator (see Appendix A). The dependence of parameters X_m and X_w on λ was taken according to the observational data [*Agapitov et al.*, 2011]. We used the polynomial fit of the functions $X_{m,\ w}(\lambda)$ [*Artemyev et al.*, 2012] (see also Appendix A).

[14] We calculated the local diffusion coefficients for the five amplitudes ($B_w^{\min}$, $B_w^{30\%}$, $B_w^{15\%}$, $B_w^{5\%}$, $B_w^{\max}$) at each λ. Thus, we obtained four ranges of $D_{\alpha\alpha}$ values with their corresponding probabilities. Final values were obtained by

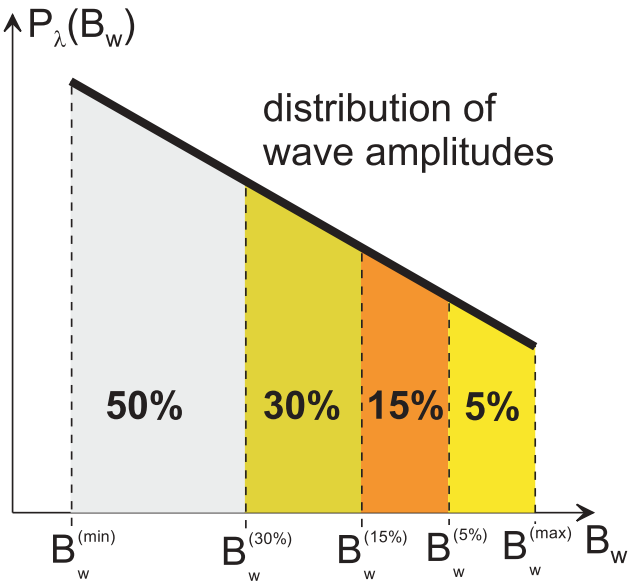

Figure 2. The scheme of the four part separation of the B_w distribution.

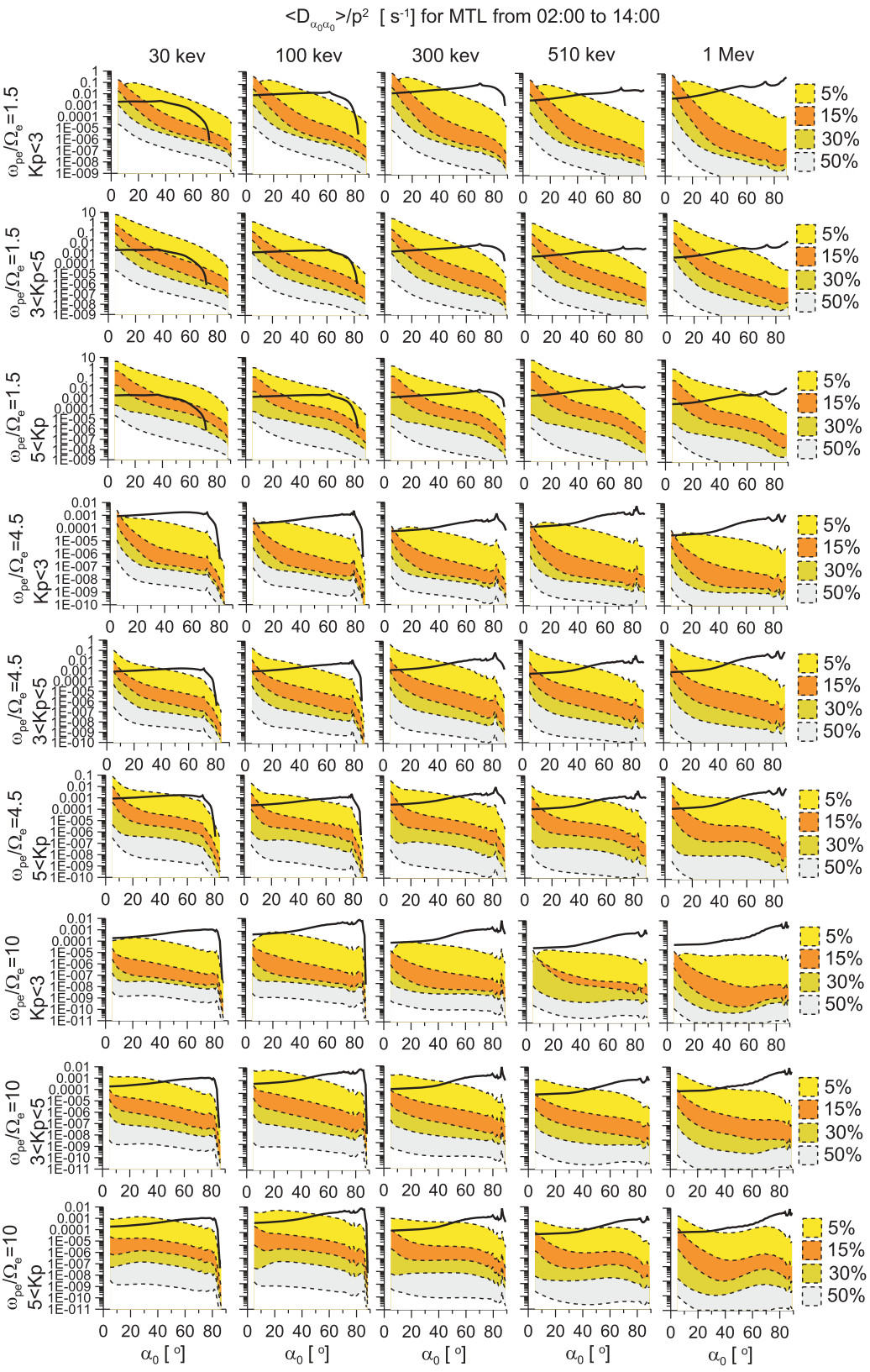

Figure 3. The distributions of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ for the dawn/day sector were calculated for five energies and three values of ω_{pe}/Ω_e evaluated at the equator (ω_{pe} is constant along field lines). Solid black curves show $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ calculated with a constant wave amplitude B_w = 100 pT and the constant parameters X_m = 0, X_w = 0.577.

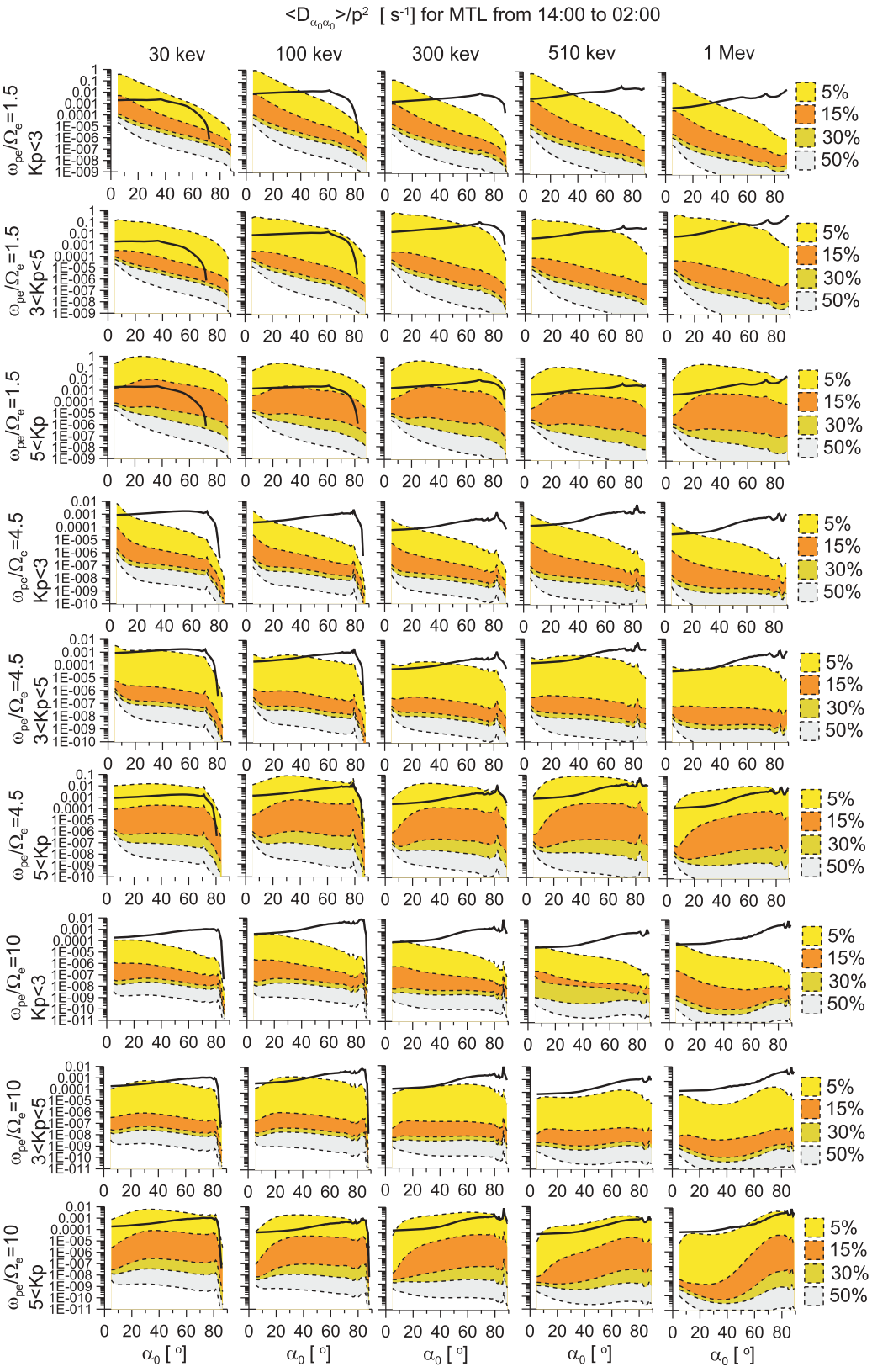

Figure 4. The distributions of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ for the dusk/night sector calculated for five energies and three values of ω_{pe}/Ω_e evaluated at the equator (ω_{pe} is constant along field lines). Solid black curve show $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ calculated with a constant wave amplitude B_w = 100 pT and constant parameters X_m = 0, and X_w = 0.577.

averaging over magnetic latitudes (see Appendix C). As a result, we determined the distribution of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$, where α_{eq} is the equatorial electron pitch angle.

[15] We used the wave amplitude distributions for two MLT sectors and three ranges of the K_p index. Diffusion coefficients were calculated for five values of the electron energy (30 keV, 100 keV, 300 keV, 510 keV, and 1 MeV). We also calculated the diffusion coefficient $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ for the constant value of the wave amplitude B_w = 100 pT, and for the constant values of the $X_{m,w}$ parameters taken from *Glauert and Horne* [2005], for comparison.

[16] Electron density determines the local value of the plasma frequency ω_{pe} and depends on the *L*-shell [*Sheeley et al.*, 2001]. Due to the relatively weak variation of ω_{pe} along field lines [*Reinisch et al.*, 2004; *Horne et al.*, 2005] we calculated the diffusion coefficients with ω_{pe} = const for $\lambda < 40°$. The effect of a strong variation of the plasma frequency along field lines was considered by *Artemyev et al.* [2012], where a decrease in the pitch angle diffusion rates in the vicinity of a loss cone was determined for a ω_{pe} growing with λ. We used three values for the ω_{pe}/Ω_{e0} ratio (1.5, 4.5, and 10). As shown by *Meredith et al.* [2003], the ratio ω_{pe}/Ω_{e0} can vary from 1.7 to 10 depending on geomagnetic activity and MLT, while the average value is around 3–4 (also see the statistics presented by *Horne et al.* [2005]). Thus, our calculations span almost the entire observed range of ω_{pe}/Ω_{e0} variations.

[17] The distributions of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ for the dawn/day sector are shown in Figure 3. One can see that for $K_p > 3$ and a small α_{eq} diffusion coefficients can be much larger than those obtained with B_w = 100pT and $X_{m,w}$ = const. For 5% of the most intense waves we determined a pitch angle diffusion one-two orders of magnitude larger than $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$.

[18] The difference between the dependencies of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ and $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ on α_{eq} (the dotted and solid curves in Figure 3) demonstrates the role of wave amplitude variation with magnetic latitude and the effect of the strong deviation of wave normals from the local magnetic field direction. While for small equatorial pitch angles we have $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle > \langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$, for particles with large equatorial pitch angles we obtained $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle < \langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$. Particles with $\alpha_{eq} > 60°$ only interact with resonance waves in the vicinity of the equatorial plane, whereas wave amplitudes have a local minimum (see Figure 1) and the mean value of the θ distribution is small [*Agapitov et al.*, 2011].

[19] A comparison of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ calculated for $K_p > 3$ and for $K_p < 3$ exhibited differences in the wave amplitude distributions. The upper boundary of the wave amplitudes $B_w^{(\max)}$ (and, as a result, the upper boundary of the $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ value) differed by one order of magnitude for small and large K_p's. Moreover, the $P_\lambda(B_w)$ distribution for a small K_p had a much narrower tail in comparison with the one for a large K_p. As a result, the difference between 5% of the most intense waves and the next 15% was much larger for a small K_p.

[20] The distributions of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ for the dusk/night sector are shown in Figure 4. We used the same particle energies and values for the ω_{pe}/Ω_{e0} parameter as shown in Figure 3. Diffusion coefficients, calculated with the constant wave amplitude B_w = 100 pT, were comparable with the results obtained for the dusk/night sector for 5% of the most intense waves and $K_p > 5$. In comparison, the dawn/day sector $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ was located near the boundary between the 5% and 15% ranges or even inside the 15% range for $\alpha_{eq} < 30°$. The decrease of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ relative to $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ corresponded to the decrease of wave amplitudes within the dusk/night sector in comparison to the dawn/day sector.

4. Discussion

[21] One of the important characteristics of chorus wave propagation is a rapid deviation of direction of propagation from the magnetic field direction. Here, this effect was taken into account in calculations of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$. The strong deviation of the whistler wave normal from the local direction of the magnetic field at higher latitudes is a well-known effect that is obtained in various ray tracing models [*Lyons and Williams*, 1984; *Boskova et al.*, 1990; *Bortnik et al.*, 2011, and references therein]. However, only as a result of recent spacecraft missions such as Polar [*Haque et al.*, 2010], Cluster [*Santolík et al.*, 2009; *Agapitov et al.*, 2011], and THEMIS [*Li et al.*, 2011] has this effect been statistically determined. The obtained distribution of θ demonstrates rapid growth of the mean value X_m and the variance X_w with λ [*Agapitov et al.*, 2011]. Large values of θ lead to an increase in the role of higher order cyclotron resonances for particles with small equatorial pitch angles (see the review by *Shklyar and Matsumoto* [2009, and references therein]). The effect results in a significant increase of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ [see *Shprits and Ni*, 2009; *Ni et al.*, 2011; *Artemyev et al.*, 2012]. As a result, we obtained a $\langle D_{a_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ larger than $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle_{const}$ for small α_{eq}, while the observed wave amplitudes were usually less than 100 pT.

[22] Although, we obtained a strong increase of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ due to a $X_{m,w}$ increase with λ, we expect a weaker effect for energy diffusion coefficients as well as for the coefficients describing mixed diffusion. An increase in $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}} \rangle$ was provided due to the effect of higher cyclotron harmonics. The energy diffusion partial rates corresponding to certain harmonic numbers n are $\langle D_{EE}^n \rangle \sim \langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}^n \rangle / n^2$ [see, e.g., *Lyons and Williams*, 1984; *Glauert and Horne*, 2005]. Therefore, higher cyclotron harmonics would be suppressed by a factor of $1/n^2$. However, we still could obtain intensification in energy diffusion within the vicinity of the loss cone, where electrons with small pitch angles reach higher latitudes (a significant increase in $\langle D_{EE}^n \rangle$ for $X_m \sim 1$ was previously shown by *Shprits and Ni* [2009]). An investigation of the effect of an $X_{m,w}$ increase with λ on energy diffusion will be the subject of a future publication.

[23] We used the distribution of the wave amplitude $P_\lambda(B_w)$ obtained from direct spacecraft observations, an important improvement due to the effect of θ deviations from zero to relatively large values at high latitudes. If θ is close to the value at the resonant cone, the electrostatic component of whistler waves becomes very important [*Ginzburg and Rukhadze*, 1975; *Sazhin and Horne*, 1990]. Therefore, the description of wave-particle resonant interactions with electromagnetic waves of a constant amplitude (independent of λ) cannot be applied. We used the distribution of the wave magnetic field amplitudes B_w, and, as a result, our calculations include the effect of wave amplitude variation with θ along the trace of wave propagation from the equator to high latitudes.

[24] The obtained intensification of pitch angle diffusion due to a $X_{m,w}$ increase with λ should lead to a decrease in the lifetime of trapped electrons in radiation belts. The lifetimes can be roughly estimated as $\tau \sim 1/\langle D_{a_{eq}\alpha_{eq}}\rangle$, where $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle$ is evaluated in the vicinity of a minimum of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle \tan\alpha_{eq}$ [*Albert and Shprits*, 2009]. Therefore, the obtained increase of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle$ by one-two orders of magnitude for 5% of the most intense waves results in a substantial decrease of τ. Moreover, due to the effect of $X_{m,w}$ dependencies on λ, one can determine a significant decrease in τ even for 15%–20% of the waves with the largest amplitudes. Analytical estimates of this decrease, as shown by *Mourenas et al.* [2012], can be approximately one order of magnitude in comparison with the lifetime calculated for parallel whistler waves propagation [*Shprits et al.*, 2007]. Therefore, a strong decrease in lifetime for 20% of the probability distribution indicates that the main particle loss could correspond to the sporadic intensification of wave activity, rather than to slow permanent diffusion. In future work, such a conclusion should be proven by direct numerical solutions of the Fokker-Plank equation. In this work, we considered a wide range of K_p indices, the MLT, and magnetic latitudes up to 40°, while restricting our study only to L-shell $\in$ [4, 5] where Cluster provided broad statistics. On the other hand, information regarding the dependence of the diffusion rates on L-shells is important for studying electron injections into the radiation belt from the magnetotail. Such injections often propagate up to L-shells 7–8 (see, e.g., statistics by *Dubyagin et al.* [2011, and references therein]) or even deeper (injections observed inside the geostationary orbit were discussed by *Friedel and Korth* [1996] and *Ingraham et al.* [2001]). Further electron transport toward the outer radiation belt is provided by radial diffusion, while some portions of the electron population could be scattered into the loss cone during this slow process. Estimates for the surviving electron population to reach the outer radiation belt require calculations of pitch angle diffusion rates, as a function of the L-shell. The coefficient $\langle D_{\alpha\alpha}\rangle$ depends on the L-shell due to a variation of the background magnetic field and ω_{pe} with L (estimates of these dependencies can be found in) [*Shprits et al.*, 2007; *Mourenas et al.*, 2012]. The second effect determining particle losses corresponds to the deviation of field line geometry from the dipolar configuration with increases of L [*Orlova and Shprits*, 2010; *Ni et al.*, 2011]. Therefore, in order to obtain $\langle D_{\alpha\alpha}\rangle$ as function of L, one needs to take into account the combination of the effects of the nondipolar magnetic field and the dependencies of the main parameters on the L-shell. We will address these issues in future studies.

5. Conclusions

[25] In this work, we calculated the distribution of pitch angle diffusion coefficients based on the statistical distribution of the wave amplitudes $P_\lambda(B_w)$ and the distribution of the wave normal directions $g_\lambda(X)$ obtained from Cluster observations. We showed that the increase of the θ angle with magnetic latitude λ leads to a significant increase of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle$, in agreement with previous work [*Shprits and Ni*, 2009; *Artemyev et al.*, 2012]. We demonstrated that for small equatorial pitch angles the pitch angle diffusion could be substantially larger than the one calculated for B_w = 100 pT and X_m = 0. The effect is stronger for the dawn/day sector and for a large K_p. Our results clearly show that the dependence of $\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle$ on the equatorial pitch angle α_{eq} substantially differs for the realistic dependence of B_w and $X = \tan\theta$ on λ, in comparison with previous calculations where the approximation $X_{m,\,w}$, $B_w = const$ was applied. In particular, values of the pitch angle diffusion coefficient for small values of α_{eq} are significantly larger, while the diffusion for electrons with $\alpha_{eq} > 60°$ is significantly slower than previous estimates for $X_{m,\,w}$, $B_w = const$.

Appendix A: Calculation of the Local Diffusion Coefficients

[26] To calculate the local diffusion coefficients for a given λ we used the following expression [see *Glauert and Horne*, 2005]:

$$D_{\alpha\alpha} = \frac{e^2}{4\pi}\sum_{i,n}\int_{X_{\min}}^{X_{\max}} \frac{G\hat{B}^2|\Phi_n|^2 X dX}{1+X^2}\,\frac{\left|\frac{n\Omega_e}{\gamma} - \omega_{i,n}\sin^2\alpha\right|^2}{\cos^2\alpha\left|v_\parallel - \frac{\partial\omega}{\partial k_\parallel}\right|} \quad \text{(A1)}$$

where γ is a relativistic factor; $v_\parallel = c\sqrt{1-\gamma^{-2}}\cos\alpha$ where c is the speed of light; n is a number of the harmonic; i is the number of a resonant root for a given n; and the term $|\Phi_n|^2$ can be found in [*Lyons*, 1974; *Lyons and Williams*, 1984; *Glauert and Horne*, 2005]. The functions $\hat{B}2(\omega_i n)$ and $G = G(\omega_{i,n})$ are defined as follows:

$$G = 2\pi^2 g_\lambda(X)/\int_{X_{\min}}^{X_{\max}} \frac{g_\lambda(X)X}{(1+X^2)^{3/2}} k_{i,n}^2 \left.\frac{\partial k}{\partial\omega}\right|_X dX$$

$$\hat{B}^2 = A\exp\left(-\left(\frac{\omega-\omega_m}{\delta\omega}\right)^2\right),\ \omega\in[\omega_-,\omega_+]$$

and $\hat{B}^2 = 0$ if $\omega \notin [\omega_-, \omega_+]$, where $\omega_\pm = \omega_m \pm \Delta\omega$. The constant A is determined from the normalization $\int_{\omega_-}^{\omega_+}\hat{B}^2(\omega)d\omega = B_w^2$. The resonant wave number $k_{i,n}$ can be found from the dispersion relation $\omega(k_{i,n}) = \omega_{i,n}$, and the resonant condition $\omega_{i,n} - k_{i,n}\cos\theta v_\parallel = -n\Omega_e/\gamma$ (see Appendix B). The electron gyrofrequency is $\Omega_e = |e|B(\lambda)/m_e c = 2\pi f_{ce}$, where the magnetic field is defined according to the dipole model, as follows: $B(\lambda) = B_{eq}\sqrt{1+3\sin^2\lambda}/\cos^6\lambda$, and B_{eq} is the equatorial value (in this paper we use B_{eq} for L = 4.5). Although the effect related to the deviation of $B(\lambda)$ from the dipole model can be important for L-shell > 7 in the night side [*Orlova and Shprits*, 2010; *Ni et al.*, 2011], here, we are mainly interested inthe L-shell $\sim$ 4.5, where the dipole approximation can be safely used. We used $\omega_m = 0.35\Omega_{e0}$, $\delta\omega = 0.15\Omega_{e0}$, and $\Delta\omega = 1.5\delta\omega$, where Ω_{e0} is the equatorial value of Ω_e.

[27] We used a Gaussian approximation for the distribution of $X = \tan\theta$:

$$g_\lambda(X) = \exp\left(-\frac{(X-X_m)^2}{X_w^2}\right)$$

where the mean value X_m and the variance X_w are functions of λ. We approximated the dependencies $X_{m,w}(\lambda)$ using polynomials (see a comparison of this approximation with experimental data in *Artemyev et al.* [2012]):

$$X_m = 0.79 - 0.36l + 0.11l^2 + 0.16l^3$$
$$X_w = \sqrt{2}(0.84 - 0.4l + 2.0l^2 - 1.1l^3 + 0.17l^4)$$

where $l = \lambda/10^\circ$ and $\lambda < 40^\circ$.

Appendix B: Resonant Frequencies

[28] To calculate the frequencies and the corresponding wave numbers of the resonant wave-particle interaction one needs to solve a system consisting of a dispersion relation, $\omega = \omega(k)$, and the resonant condition. In this Appendix, we derived the dispersion relation for low frequency ($\omega^2 \ll \Omega_e^2$) whistler waves. For systems with $\omega_{pe}^2/\Omega_e^2 \gg 1$, where ω_{pe} is the plasma frequency one can write the simplified dispersion relation, as follows [see *Ginzburg and Rukhadze*, 1975]:

$$\omega = \Omega_e|\cos\theta|\frac{k^2c^2}{k^2c^2 + \omega_{pe}^2} \tag{B1}$$

[29] The relation is valid until $\omega \gg \omega_{LH}$, where ω_{LH} is the lower hybrid frequency. However, in this work we were interested in a wide range of ratios for ω_{pe}/Ω_e (for example, we used $\omega_{pe}/\Omega_e \in [1.5, 10]$). To take into account moderate values of ω_{pe}/Ω_e, we derived a new dispersion relation.

[30] We began with the dielectric tensor $\hat{\varepsilon}$, as follows:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \tag{B2}$$

where $\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_e^2}$, $\varepsilon_2 = \frac{\Omega_e}{\omega}\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_e^2}$, and $\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$. The dispersion relation can be obtained as a solution of equation $A_1 + A_2\frac{\omega^2}{k^2c^2} + A_3\frac{\omega^4}{k^4c^4} = 0$, where

$$A_1 = \varepsilon_1\sin^2\theta + \varepsilon_3\cos^2\theta$$
$$A_2 = -\varepsilon_1\varepsilon_3(1 + \cos^2\theta) - (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)\sin^2\theta.$$
$$A_3 = \varepsilon_3(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)$$

[31] The approximations $\varepsilon_1 \approx -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_e^2}$, $\varepsilon_2 \approx \frac{\Omega_e}{\omega}\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_e^2}$, and $\varepsilon_3 \approx -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$ led to dispersion relation (B1). Here, we used $\varepsilon_1 \approx -\frac{\omega_{pe}^2 + \Omega_e^2}{\omega^2 - \Omega_e^2}$ for the first term (we kept the term Ω_e^2/ω_{pe}^2). For this case we obtained the following dispersion relation:

$$\omega = \Omega_e|\cos\theta|\frac{c^2k^2}{\sqrt{A_4^2 + \frac{\Omega_e^2}{\omega_{pe}^2}c^2k^2A_4}} \tag{B3}$$

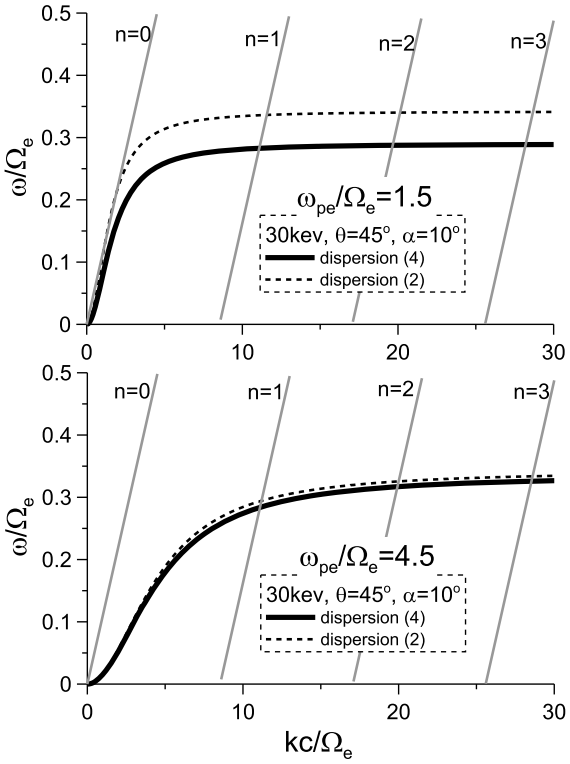

Figure B1. The dispersion relationships (B1) and (B3), and the resonant conditions are shown for two values of the ratio ω_{pe}/Ω_e.

where $A_4 = c^2k^2 + \omega_{pe}^2$. If we assume that $\omega_{pe}^2/\Omega_e^2 \gg 1$, the dispersion relation (B3) can easily be reduced to equation (B1).

[32] The resonant condition for several n's and both dispersion relations (B3, B1) are presented in Figure B1. As one can see, some of the differences in the resonant frequencies for (B1) and (B3) can only be found for the ratio $\omega_{pe}/\Omega_e \sim 1$.

Appendix C: Bounce Averaging

[33] To obtain the averaged value of diffusion coefficients depending on the equatorial value of the pitch angle α_{eq}, we used the following scheme. We calculated the local values of the diffusion coefficients for a given magnetic latitude $\lambda$and the pitch angle α, where $\sin^2\alpha = (B(\lambda)/B_{eq})\sin^2\alpha_{eq}$. We then integrated over latitude, as follows:

$$\langle D_{\alpha_{eq}\alpha_{eq}}\rangle = \frac{1}{T(\alpha_{eq})}\int_0^{\lambda_m} D_{\alpha\alpha}(\alpha_{eq}, \lambda)\frac{\cos\alpha\cos^7\lambda}{\cos^2\alpha_{eq}}d\lambda$$

where the period of bounce oscillations is $T(\alpha_{eq}) = 1.30 - 0.56\sin\alpha_{eq}$ [*Hamlin et al.*, 1961]. The upper limit of the integration λ_m is defined as $\lambda_m = \min(\lambda_{\max}, 40^\circ)$, where $\lambda_{\max}$ is the latitude of the mirror points (i.e. $(B(\lambda_{\max})/B_{eq})\sin^2\alpha_{eq} = 1$). The local diffusion coefficients, $D_{\alpha\alpha}$, depend on λ due to the following four effects:

[34] 1. The pitch angle is $\alpha = \alpha(\alpha_{eq},\lambda)$.

Table C1. The List of c_n Coefficients for Two Sectors and Three K_p Ranges[a]

B_w^*	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
			Dawn/day sector, $K_p > 5$			
B_w^{max}	−1.701	2.043	−1.864	0.656	0.550	−0.081
$B_w^{5\%}$	−2.541	1.287	−0.269	−0.714	0.418	−0.062
$B_w^{15\%}$	−3.048	0.828	1.094	−2.018	0.875	−0.115
$B_w^{30\%}$	−3.379	0.197	1.498	−1.798	0.661	−0.078
			Dawn/day sector, $5 > K_p > 3$			
B_w^{max}	−1.854	1.391	−0.776	0.191	−0.020	0.0
$B_w^{5\%}$	−2.520	0.546	−0.101	−0.009	0.003	0.0
$B_w^{15\%}$	−3.103	0.096	0.480	−0.270	0.041	0.0
$B_w^{30\%}$	−3.286	−0.497	0.884	−0.411	0.059	0.0
			Dawn/day sector, $K_p < 3$			
B_w^{max}	−1.859	0.329	0.215	−0.137	0.0002	0.0
$B_w^{5\%}$	−2.822	0.328	−0.104	0.056	−0.0097	0.0
$B_w^{15\%}$	−3.245	0.142	−0.199	0.118	−0.016	0.0
$B_w^{30\%}$	−3.390	−0.009	0.079	−0.061	0.012	0.0
			Dusk/night sector, $K_p > 5$			
B_w^{max}	−0.798	0.726	−0.837	0.259	−0.037	0.0
$B_w^{5\%}$	−1.694	1.633	−2.904	1.151	−1.420	0.0
$B_w^{15\%}$	−2.740	0.241	−0.833	0.367	−0.049	0.0
$B_w^{30\%}$	−3.297	0.174	−0.306	0.106	−0.013	0.0
			Dusk/night sector, $5 > K_p > 3$			
B_w^{max}	−1.672	2.066	−2.352	0.906	−0.119	0.0
$B_w^{5\%}$	−2.706	−0.047	0.338	−0.235	0.0352	0.0
$B_w^{15\%}$	−3.241	0.048	0.012	−0.053	0.0098	0.0
$B_w^{30\%}$	−3.394	0.061	−0.027	−0.030	0.0064	0.0
			Dusk/night sector, $K_p < 3$			
B_w^{max}	−2.402	1.314	−0.688	0.169	−0.019	0.0
$B_w^{5\%}$	−2.896	0.299	−0.067	0.020	−0.0068	0.0
$B_w^{15\%}$	−3.266	−0.052	0.147	−0.090	0.0123	0.0
$B_w^{30\%}$	−3.431	−0.009	0.071	−0.058	0.0087	0.0

[a]We also used $\log_{10} B_w^{min} = -2.5$.

[35] 2. The resonant frequency $\omega_{i,n}$ depends on the local value of the gyrofrequency $\Omega_e = \Omega_e(\lambda)$ and the plasma frequency $\omega_{pe} = \omega_{pe}(\lambda)$ (in this paper we used the approximation $\omega_{pe} = const$).

[36] 3. The distribution of angles for the wave propagation $g_\lambda(X)$ depends on the magnetic latitude.

[37] 4. The local diffusion coefficient is proportional to the wave amplitude $D_{\alpha\alpha} \sim B_w^2$. We used the relationship $B_w = B_w(\lambda)$.

[38] First, two effects were taken into account for the majority of the calculations for the diffusion coefficients [*Glauert and Horne*, 2005; *Summers et al.*, 2007; *Albert*, 2007, and references therein]. The effect of the $g_\lambda(X)$ dependence on the magnetic latitude was considered by *Artemyev et al.* [2012]. The effect of the B_w variation with λ is considered, for the first time, in this work.

[39] To take into account the dependence of B_w on the magnetic latitude, we approximated $B_w(\lambda)$ using polynomials for five levels of probability (see the description above and the scheme in Figure 2).

$$\log_{10} B_w = \sum_n c_n l^n$$

where $l = \lambda/10^\circ$, B_w is measured in nT, and the coefficients (c_n) are presented in Table C1. For comparison, we also calculated the diffusion coefficients for parallel whistler wave propagation. We used $X_m = 0$, $X_w = 0.577$, and $\lambda_m = \lambda_{max}$ according to *Glauert and Horne* [2005].

[40] **Acknowledgments.** We acknowledge useful discussions with D. Mourenas. This work was supported by CNES through Modeles d'ondes and Cluster Co-I DWP grants. The work of A.O. was supported by the STUDIUM program of the Region Centre in France. We thank the ESA Cluster Active Archive for providing the STAFF-SA data set.

[41] Robert Lysak thanks the reviewers for their assistance in evaluating this paper.

References

Agapitov, O., V. Krasnoselskikh, Y. V. Khotyaintsev, and G. Rolland (2011), A statistical study of the propagation characteristics of whistler waves observed by Cluster, *Geophys. Res. Lett.*, *38*, L20103, doi:10.1029/2011GL049597.

Albert, J. M. (2007), Simple approximations of quasi-linear diffusion coefficients, *J. Geophys. Res.*, *112*, A12202, doi:10.1029/2007JA012551.

Albert, J. M. (2008), Efficient approximations of quasi-linear diffusion coefficients in the radiation belts, *J. Geophys. Res.*, *113*, A06208, doi:10.1029/2007JA012936.

Albert, J. M., and Y. Y. Shprits (2009), Estimates of lifetimes against pitch angle diffusion, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *71*, 1647–1652, doi:10.1016/j.jastp.2008.07.004.

Albert, J. M., N. P. Meredith, and R. B. Horne (2009), Three-dimensional diffusion simulation of outer radiation belt electrons during the 9 October 1990 magnetic storm, *J. Geophys. Res.*, *114*, A09214, doi:10.1029/2009JA014336.

André, R., F. Lefeuvre, F. Simonet, and U. S. Inan (2002), A first approach to model the low-frequency wave activity in the plasmasphere, *Ann. Geophys.*, *20*, 981–996, doi:10.5194/angeo-20-981-2002.

Artemyev, A., O. Agapitov, H. Breuillard, V. Krasnoselskikh, and G. Rolland (2012), Electron pitch-angle diffusion in the radiation belts: effects of whistler waves oblique propagation, *Geophys. Res. Lett.*, *39*, L08105, doi:10.1029/2012GL051393.

Bortnik, J., R. M. Thorne, and N. P. Meredith (2008), The unexpected origin of plasmaspheric hiss from discrete chorus emissions, *Nature*, *452*, 62–66, doi:10.1038/nature06741.

Bortnik, J., L. Chen, W. Li, R. M. Thorne, and R. B. Horne (2011), Modeling the evolution of chorus waves into plasmaspheric hiss, *J. Geophys. Res.*, *116*, A08221, doi:10.1029/2011JA016499.

Boskova, J., F. Jiricek, P. Triska, B. V. Lundin, and D. R. Shkliar (1990), A possible common nature of equatorial half-gyrofrequency VLF emissions and discrete plasmaspheric emissions, *Ann. Geophys.*, *8*, 755–763.

Bourdarie, S., D. Boscher, T. Beutier, J.-A. Sauvaud, and M. Blanc (1996), Magnetic storm modeling in the Earth's electron belt by the Salammbô code, *J. Geophys. Res.*, *101*, 27,171–27,176, doi:10.1029/96JA02284.

Breuillard, H., Y. Zaliznyak, V. Krasnoselskikh, O. Agapitov, A. Artemyev, and G. Rolland (2012), Chorus wave-normal statistics in the Earth's radiation belts from ray tracing technique, *Ann. Geophys.*, in press.

Bunch, N. L., M. Spasojevic, and Y. Y. Shprits (2012), Off-equatorial chorus occurrence and wave amplitude distributions as observed by the Polar Plasma Wave Instrument, *J. Geophys. Res.*, *117*, A04205, doi:10.1029/2011JA017228.

Chen, Y., G. D. Reeves, and R. H. W. Friedel (2007), The energization of relativistic electrons in the outer Van Allen radiation belt, *Nat. Phys.*, *3*, 614–617, doi:10.1038/nphys655.

Cornilleau-Wehrlin, N., et al. (2003), First results obtained by the Cluster STAFF experiment, *Ann. Geophys.*, *21*, 437–456, doi:10.5194/angeo-21-437-2003.

Cully, C. M., J. W. Bonnell, and R. E. Ergun (2008), THEMIS observations of long-lived regions of large-amplitude whistler waves in the inner magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, *35*, L17S16, doi:10.1029/2008GL033643.

Dubyagin, S., V. Sergeev, S. Apatenkov, V. Angelopoulos, A. Runov, R. Nakamura, W. Baumjohann, J. McFadden, and D. Larson (2011), Can flow bursts penetrate into the inner magnetosphere?, *Geophys. Res. Lett.*, *38*, L08102, doi:10.1029/2011GL047016.

Dungey, J. W. (1963), Loss of Van Allen electrons due to whistlers, *Planet. Space Sci.*, *11*, 591, doi:10.1016/0032-0633(63)90166-1.

Fok, M.-C., R. B. Horne, N. P. Meredith, and S. A. Glauert (2008), Radiation belt environment model: Application to space weather nowcasting, *J. Geophys. Res.*, *113*, A03S08, doi:10.1029/2007JA012558.

Friedel, R. H. W., and A. Korth (1996), A dynamic data-driven radiation belt model based on CRRES data, *Eur. Space Agency Spec. Publ., ESA-SP 392*, 143–150.

Ginzburg, V. L., and A. A. Rukhadze (1975), *Waves in Magnetoactive Plasma*, 2nd ed., Nauka, Moscow.

Glauert, S. A., and R. B. Horne (2005), Calculation of pitch angle and energy diffusion coefficients with the PADIE code, *J. Geophys. Res.*, *110*, A04206, doi:10.1029/2004JA010851.

Hamlin, D. A., R. Karplus, R. C. Vik, and K. M. Watson (1961), Mirror and azimuthal drift frequencies for geomagnetically trapped particles, *J. Geophys. Res.*, *66*, 1–4, doi:10.1029/JZ066i001p00001.

Haque, N., M. Spasojevic, O. Santolík, and U. S. Inan (2010), Wave normal angles of magnetospheric chorus emissions observed on the Polar spacecraft, *J. Geophys. Res.*, *115*, A00F07, doi:10.1029/2009JA014717.

Horne, R. B., R. M. Thorne, S. A. Glauert, J. M. Albert, N. P. Meredith, and R. R. Anderson (2005), Timescale for radiation belt electron acceleration by whistler mode chorus waves, *J. Geophys. Res.*, *110*, A03225, doi:10.1029/2004JA010811.

Ingraham, J. C., T. E. Cayton, R. D. Belian, R. A. Christensen, R. H. W. Friedel, M. M. Meier, G. D. Reeves, and M. Tuszewski (2001), Substorm injection of relativistic electrons to geosynchronous orbit during the great magnetic storm of March 24, 1991, *J. Geophys. Res.*, *106*, 25,759–25,776, doi:10.1029/2000JA000458.

Jiricek, F., D. R. Shklyar, and P. Triska (2001), LHR effects in nonducted whistler propogation - new observations and numerical modelling, *Ann. Geophys.*, *19*, 147–157, doi:10.5194/angeo-19-147-2001.

Kennel, C. F., and H. E. Petschek (1966), Limit on stably trapped particle fluxes, *J. Geophys. Res.*, *71*, 1–28.

Li, W., J. Bortnik, R. M. Thorne, and V. Angelopoulos (2011), Global distribution of wave amplitudes and wave normal angles of chorus waves using THEMIS wave observations, *J. Geophys. Res.*, *116*, A12205, doi:10.1029/2011JA017035.

Lyons, L. R. (1974), Pitch angle and energy diffusion coefficients from resonant interactions with ion-cyclotron and whistler waves, *J. Plasma Phys.*, *12*, 417–432, doi:10.1017/S002237780002537X.

Lyons, L. R., and D. J. Williams (1984), *Quantitative Aspects of Magnetospheric Physics*, D. Reidel, Dordrecht, Netherlands.

Lyons, L. R., R. M. Thorne, and C. F. Kennel (1972), Pitch-angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere, *J. Geophys. Res.*, *77*, 3455–3474, doi:10.1029/JA077i019p03455.

Meredith, N. P., R. B. Horne, and R. R. Anderson (2001), Substorm dependence of chorus amplitudes: Implications for the acceleration of electrons to relativistic energies, *J. Geophys. Res.*, *106*, 13,165–13,178, doi:10.1029/2000JA900156.

Meredith, N. P., R. B. Horne, R. M. Thorne, and R. R. Anderson (2003), Favored regions for chorus-driven electron acceleration to relativistic energies in the Earth's outer radiation belt, *Geophys. Res. Lett.*, *30*(16), 1871, doi:10.1029/2003GL017698.

Meredith, N. P., R. B. Horne, R. M. Thorne, D. Summers, and R. R. Anderson (2004), Substorm dependence of plasmaspheric hiss, *J. Geophys. Res.*, *109*, A06209, doi:10.1029/2004JA010387.

Mourenas, D., and J.-F. Ripoll (2012), Analytical estimates of quasi-linear diffusion coefficients and electron lifetimes in the inner radiation belt, *J. Geophys. Res.*, *117*, A01204, doi:10.1029/2011JA016985.

Mourenas, D., A. V. Artemyev, J.-F. Ripoll, O. V. Agapitov, and V. V. Krasnoselskikh (2012), Timescales for electron quasi-linear diffusion by parallel and oblique lower-band Chorus waves, *J. Geophys. Res.*, *117*, A06234, doi:10.1029/2012JA017717.

Ni, B., R. M. Thorne, N. P. Meredith, Y. Y. Shprits, and R. B. Horne (2011), Diffuse auroral scattering by whistler mode chorus waves: Dependence on wave normal angle distribution, *J. Geophys. Res.*, *116*, A10207, doi:10.1029/2011JA016517.

Orlova, K. G., and Y. Y. Shprits (2010), Dependence of pitch-angle scattering rates and loss timescales on the magnetic field model, *Geophys. Res. Lett.*, *37*, L05105, doi:10.1029/2009GL041639.

Pokhotelov, D., F. Lefeuvre, R. B. Horne, and N. Cornilleau-Wehrlin (2008), Survey of ELF-VLF plasma waves in outer radiation belt observed by Cluster STAFF-SA experiment, *Ann. Geophys.*, *26*, 3269–3277, doi:10.5194/angeo-26-3269-2008.

Reinisch, B. W., X. Huang, P. Song, J. L. Green, S. F. Fung, V. M. Vasyliunas, D. L. Gallagher, and B. R. Sandel (2004), Plasmaspheric mass loss and refilling as a result of a magnetic storm, *J. Geophys. Res.*, *109*, A01202, doi:10.1029/2003JA009948.

Santolík, O., D. A. Gurnett, J. S. Pickett, J. Chum, and N. Cornilleau-Wehrlin (2009), Oblique propagation of whistler mode waves in the chorus source region, *J. Geophys. Res.*, *114*, A00F03, doi:10.1029/2009JA014586.

Sazhin, S. S., and R. B. Horne (1990), Quasilongitudinal approximation for whistler-mode waves in the magnetospheric plasma, *Planet Space Sci.*, *38*, 1551–1553, doi:10.1016/0032-0633(90)90160-R.

Sheeley, B. W., M. B. Moldwin, H. K. Rassoul, and R. R. Anderson (2001), An empirical plasmasphere and trough density model: CRRES observations, *J. Geophys. Res.*, *106*, 25,631–25,642, doi:10.1029/2000JA000286.

Shklyar, D., and H. Matsumoto (2009), Oblique whistler-mode waves in the inhomogeneous magnetospheric plasma: Resonant interactions with energetic charged particles, *Surv. Geophys.*, *30*, 55–104, doi:10.1007/s10712-009-9061-7.

Shklyar, D. R., and F. Jiříček (2000), Simulation of nonducted whistler spectrograms observed aboard the MAGION 4 and 5 satellites, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *62*, 347–370, doi:10.1016/S1364-6826(99)00097-8.

Shprits, Y. Y., and B. Ni (2009), Dependence of the quasi-linear scattering rates on the wave normal distribution of chorus waves, *J. Geophys. Res.*, *114*, A11205, doi:10.1029/2009JA014223.

Shprits, Y. Y., R. M. Thorne, R. B. Horne, and D. Summers (2006), Bounce-averaged diffusion coefficients for field-aligned chorus waves, *J. Geophys. Res.*, *111*, A10225, doi:10.1029/2006JA011725.

Shprits, Y. Y., N. P. Meredith, and R. M. Thorne (2007), Parameterization of radiation belt electron loss timescales due to interactions with chorus waves, *Geophys. Res. Lett.*, *34*, L11110, doi:10.1029/2006GL029050.

Shprits, Y. Y., D. A. Subbotin, N. P. Meredith, and S. R. Elkington (2008), Review of modeling of losses and sources of relativistic electrons in the outer radiation belt II: Local acceleration and loss, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *70*, 1694–1713, doi:10.1016/j.jastp.2008.06.014.

Su, Z., H. Zheng, and S. Wang (2010), Three-dimensional simulation of energetic outer zone electron dynamics due to wave-particle interaction and azimuthal advection, *J. Geophys. Res.*, *115*, A06203, doi:10.1029/2009JA014980.

Subbotin, D., Y. Shprits, and B. Ni (2010), Three-dimensional VERB radiation belt simulations including mixed diffusion, *J. Geophys. Res.*, *115*, A03205, doi:10.1029/2009JA015070.

Summers, D. (2005), Quasi-linear diffusion coefficients for field-aligned electromagnetic waves with applications to the magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, *110*, A08213, doi:10.1029/2005JA011159.

Summers, D., B. Ni, and N. P. Meredith (2007), Timescales for radiation belt electron acceleration and loss due to resonant wave-particle interactions: 1. Theory, *J. Geophys. Res.*, *112*, A04206, doi:10.1029/2006JA011801.

Trakhtengerts, V. Y. (1966), Stationary states of the Earth's outer radiation zone, *Geomagn. Aeron.*, *6*, 827–836.

Varotsou, A., D. Boscher, S. Bourdarie, R. B. Horne, N. P. Meredith, S. A. Glauert, and R. H. Friedel (2008), Three-dimensional test simulations of the outer radiation belt electron dynamics including electron-chorus resonant interactions, *J. Geophys. Res.*, *113*, A12212, doi:10.1029/2007JA012862.

Hugo BREUILLARD

Détermination des distributions d'ondes de type choeur dans la magnétosphère interne de la Terre et leurs conséquences sur la dynamique de la ceinture de radiation externe

Les ondes de type choeur sont parmi les ondes électromagnétiques les plus intenses observées dans la magnétosphère interne de la Terre, et jouent un rôle crucial dans la dynamique des ceintures de radiation terrestres qui est un enjeu majeur de la météorologie de l'espace. Elles sont en effet responsables de l'accélération et la perte des électrons énergétiques qui peuplent notamment la ceinture externe. Or, les satellites ne peuvent couvrir entièrement la magnétosphère interne, et les données de ces ondes sont pauvres dans certaines régions. Le but de cette thèse est donc de pouvoir compléter les données satellites par le biais des simulations numériques, en déterminant les distributions statistiques des ondes de type choeur dans la magnétosphère interne. Pour cela, un code dit de traçage de rayons a été développé, incluant un modèle réaliste de magnétosphère interne. La propagation des ondes choeur par le biais de ce code est d'abord décrite dans ce travail, mettant notamment l'accent sur l'importance de l'angle azimutal des ondes. Puis, en utilisant la base de données de trajectoires réalisée pour des paramètres typiques des choeurs sources, la reconstruction des distributions statistiques mesurées par Cluster est présentée. Il est ainsi démontré l'invalidité, aux moyennes et hautes latitudes, de l'approximation quasi-longitudinale utilisée dans de nombreux calculs de la dynamique des ceintures de radiation. En se basant sur ces distributions réalistes d'angles normaux, mais aussi d'amplitude des ondes, il est ensuite démontré l'importante différence obtenue sur les pertes d'électrons énergétiques. Par la suite, la précision de nos simulations numériques pour l'étude des ondes choeurs réfléchies dans la magnétosphère est mise en évidence, ainsi que leur importance étant donné le peu d'observations. Nos simulations indiquent notamment que les tons descendants d'ondes choeur peuvent provenir de la réflexion magnétosphérique de tons montants.

Mots clés : Physique magnétosphérique, dynamique des particules énergétiques, traçage de rayons

Determination of chorus type whistler wave distributions in Earth's inner magnetosphere and their implications on the dynamics of the outer radiation belt

Chorus type whistler waves are one of the most intense electromagnetic waves observed in the Earth's inner magnetosphere, and play a crucial role in the dynamics of radiation belts which is a critical issue in space weather. They are indeed responsible for acceleration and loss of the energetic electron population that shape the outer belt. As spacecraft trajectories cannot entirely cover the inner magnetosphere, satellite measurements are poor in some regions. The aim of this thesis is thus to be able to complete observational data making use of numerical simulations, by determining the statistical distributions of chorus waves in the inner magnetosphere. In order to achieve this aim, a ray tracing code has been developed, including a realistic model of the inner magnetosphere. First, wave propagation by means of this program is described in this work, emphasizing notably the significance of wave azimuthal angle. Then, making use of the trajectory database computed for typical source chorus parameters, the reconstruction of statistical distributions recorded on Cluster spacecraft is presented. It is thereby demonstrated that quasi-longitudinal approximation, used in numerous simulations of radiation belts dynamics, is no longer valid at medium and high latitudes. Taking these realistic distributions as a basis, it is then demonstrated the major discrepancy obtained for energetic electrons losses. Subsequently, the accuracy of our numerical simulations for the study of magnetospherically reflected chorus waves is highlighted, as well as their importance due to the lack of observational data. Our simulations notably indicate that falling tone chorus emissions can originate from the magnetospheric reflection of rising tone elements.

Keywords : Magnetospheric physics, dynamics of energetic particles, ray tracing

LPC2E/CNRS
3A, av. de la Recherche Scientifique
45071 Orléans Cedex 2