



**HAL**  
open science

# Théorie microscopique des noyaux exotiques légers. Modèles en couches avec couplage au continuum

K. Bennaceur

► **To cite this version:**

K. Bennaceur. Théorie microscopique des noyaux exotiques légers. Modèles en couches avec couplage au continuum. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 1999. Français. NNT: . tel-00817911

**HAL Id: tel-00817911**

**<https://theses.hal.science/tel-00817911>**

Submitted on 25 Apr 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Louis Pasteur

**THESE**

présentée

pour l'obtention

du GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES  
de l'UNIVERSITE LOUIS PASTEUR

par

**Karim BENNACEUR**

sujet :

**Théorie microscopique des noyaux exotiques légers.  
Modèle en couches avec couplages au continuum.**

Soutenue le 13 décembre 1999 devant le jury composé de :

Monsieur	<b>J.F. Berger</b>	Rapporteur externe
Monsieur	<b>S. Drożdż</b>	
Monsieur	<b>J. Dudek</b>	Directeur de thèse
Monsieur	<b>M. Płoszajczak</b>	Directeur de thèse
Monsieur	<b>A. Poves</b>	Rapporteur externe
Monsieur	<b>J. Richert</b>	Rapporteur interne



## Remerciements

*La préparation d'une thèse représente un long travail, parfois rude, parfois agréable, mais toujours acharné et enrichissant. C'est durant cette période que l'on passe lentement, sans toujours s'en rendre compte, de l'état d'étudiant à celui de physicien. C'est avant tout une expérience personnelle unique au cours de laquelle se créent des relations professionnelles et amicales. Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers les personnes qui m'ont encadré ou que j'ai cotoyées et qui ont m'ont permis de réaliser ce travail.*

*Je voudrais d'abord remercier la direction du GANIL, D. Guerreau et J.P. Fouan qui m'ont permis de travailler au sein de ce laboratoire pendant la préparation de ma thèse.*

*Je remercie également les personnes qui ont accepté de faire partie de mon jury : le président et rapporteur interne, Monsieur Jean Richert ; les rapporteurs, Messieurs Jean-François Berger et Alfredo Poves ; et Monsieur Stanislaw Drozd. Je remercie mes directeurs de thèse : Jerzy Dudek à l'Université Louis Pasteur et Marek Płoszajczak qui a encadré mon travail pendant ces trois années passées au GANIL.*

*Je remercie mes collaborateurs pour m'avoir aidé à réaliser ce travail et pour m'avoir accueilli pour des périodes plus ou moins longues dans leurs laboratoires ou leurs universités : Jacek Dobaczewski qui m'a accueilli à plusieurs reprises à l'Université de Varsovie, ainsi que Frédéric Nowacki et Jacek Okołowicz. Ce dernier ayant été condamné à partager mon bureau pendant de longs mois, il a supporté, avec beaucoup de patience, les innombrables questions que je lui ai posées (et ma fumée de cigarette).*

*Je veux aussi exprimer ma gratitude envers François de Oliveira, Marek Lewitowicz et Jean-Michel Daugas pour les discussions enrichissantes que j'ai pu avoir avec eux, ainsi que Piet Van Isacker pour le soutien qu'il m'a apporté.*

*Je tiens également à remercier d'autres personnes du GANIL, extérieures au groupe physiciens, qui œuvrent pour que nous puissions travailler dans de bonnes conditions : le personnel du service de documentation, le groupe informatique et les secrétaires, en particulier Armelle Latour pour sa sympathie et sa disponibilité.*

*Je remercie très chaleureusement Madame Erice North, secrétaire du DEA de Physique Nucléaire de l'Université de Strasbourg. Elle a joué pour moi pendant trois ans le rôle ingrat d'intermédiaire avec l'administration de mon université (à près de 800 km du GANIL).*

*Un grand merci à Anne de Vismes et Anne-Sophie Lalleman qui ont relu ma thèse afin de corriger mon orthographe parfois incertaine. Je remercie particulièrement Anne qui a réussi la performance de lire et corriger ma thèse en moins de 48 heures.*

*Je tiens à remercier tous les étudiants, stagiaires, post-docs et physiciens que j'ai cotoyé pendant mon séjour au GANIL pour tous les moments agréables que*

*j'ai passés avec eux, moments de détente ou parfois de travail (et oui...). C'est une tâche difficile que d'essayer de les citer sans risquer d'en oublier. Je préfère dire que ces remerciements sont particulièrement adressés à mes coéquipiers du badminton, à ceux que je retrouvais parfois le vendredi soir pour un petit moment de détente bien mérité, à ceux que je retrouvais parfois les autres soirs de la semaine pour un petit moment de détente bien mérité, à celles et ceux chez qui je me suis souvent invité pour dîner (parfois en insistant un peu) et enfin à tous les participants de « l'Underground Ping-Pong Championship 1998 ».*

*Enfin, je veux remercier mes amis « étrangers au petit monde de la physique nucléaire » pour leur soutien et leurs encouragements. En particulier Frédéric, pour son soutien « logistique » lors de mes passages par la capitale.*

# Table des matières

Introduction générale	7
<b>I Modèle en couches avec couplages au continuum</b>	<b>11</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>13</b>
<b>2 Formalisme du SMEC</b>	<b>17</b>
2.1 Présentation schématique . . . . .	17
2.2 Présentation formelle . . . . .	19
2.2.1 Espaces $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ . . . . .	19
2.2.2 Fonctions radiales et traitement des résonances . . . . .	19
2.2.3 Fonction de Green . . . . .	22
2.2.4 Equations différentielles du problème . . . . .	23
2.2.5 Résolution des équations du SMEC . . . . .	27
2.2.6 Remarques sur la symétrie des équations . . . . .	29
2.2.7 Partie résonnante des solutions de diffusion . . . . .	30
2.2.8 Mélange avec les états propres du centre de masse . . . . .	31
2.2.9 Résumé des différentes étapes du calcul . . . . .	31
<b>3 Applications</b>	<b>33</b>
3.1 Réactions de capture radiative . . . . .	33
3.2 Sections efficaces de diffusion . . . . .	36
3.3 Autres observables . . . . .	37
<b>4 Exemples</b>	<b>39</b>
4.1 ${}^8\text{B}$ et ${}^8\text{Li}$ . . . . .	39
4.1.1 Le ${}^8\text{B}$ et le «problème» des neutrinos solaires . . . . .	39
4.1.2 Construction des espaces $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ . . . . .	42
4.1.3 Spectroscopie des noyaux miroir ${}^8\text{B}$ et ${}^8\text{Li}$ . . . . .	47
4.1.4 Moment quadripolaire du ${}^8\text{B}$ et du ${}^8\text{Li}$ . . . . .	55
4.1.5 Réactions de captures radiatives . . . . .	57
4.1.6 Dissociation coulombienne du ${}^8\text{B}$ . . . . .	63

4.2	$^{17}\text{F}$ et $^{17}\text{O}$ . . . . .	70
4.2.1	Importance du $^{17}\text{F}$ . . . . .	70
4.2.2	Interaction effective dans l'espace $0p_{1/2}0d$ . . . . .	71
4.2.3	Opérateurs effectifs . . . . .	72
4.2.4	Champs moyens . . . . .	74
4.2.5	Spectres du $^{17}\text{F}$ et de l' $^{17}\text{O}$ . . . . .	77
4.2.6	Facteur astrophysique de la réaction $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ . . . . .	82
4.2.7	Section efficace de diffusion élastique . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>91</b>
<b>II</b>	<b>Appariement dans les noyaux riches en neutrons</b>	<b>95</b>
<b>6</b>	<b>Introduction</b>	<b>97</b>
<b>7</b>	<b>Corrélations d'appariement dans les systèmes faiblement liés</b>	<b>101</b>
7.1	Fonctions de HFB . . . . .	101
7.2	Hamiltonien de HFB . . . . .	102
7.3	Opérateurs densité . . . . .	103
7.4	Equations de HFB . . . . .	103
7.4.1	Forme asymptotique des solutions . . . . .	106
7.5	Base canonique . . . . .	107
7.6	Equations de Hartree-Fock . . . . .	108
7.7	Approximation HF+BCS pour les systèmes faiblement liés . . . . .	109
7.7.1	Equations de HFB dans la base canonique . . . . .	109
7.7.2	Approximation HF+BCS . . . . .	110
7.8	Potentiel PTG . . . . .	111
7.9	Résonances . . . . .	115
7.9.1	Résonances et pôles de la matrice $S$ . . . . .	115
7.10	Etats de particules dans le potentiel PTG . . . . .	119
7.10.1	Resultats analytiques . . . . .	119
7.10.2	Fonctions d'onde PTG . . . . .	122
7.10.3	Localisation et déphasage . . . . .	123
<b>8</b>	<b>Appariement dans les noyaux faiblement liés</b>	<b>127</b>
8.1	Paramètres du modèle . . . . .	127
8.2	Le continuum $s_{1/2}$ . . . . .	129
8.3	Le continuum $d_{3/2}$ . . . . .	132
8.4	Structure des états de quasi-particules . . . . .	137
<b>9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>139</b>
	Conclusion générale et perspectives	141

<b>A</b>	<b>Equations du SMEC</b>	<b>143</b>
A.1	Hamiltonien en seconde quantification . . . . .	143
A.2	Equations dans le sous-espace $\mathcal{P}$ . . . . .	144
A.3	Equations couplant $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ . . . . .	147
<b>B</b>	<b>Opérateurs <math>\mathcal{O}_{\beta\delta}^K</math> et <math>\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j\alpha}</math></b>	<b>149</b>
<b>C</b>	<b>Jargon astrophysique</b>	<b>151</b>
C.1	Taux de réaction . . . . .	151
C.2	Facteur astrophysique $S$ . . . . .	151
C.3	Pic de Gamow . . . . .	152



# Introduction générale

Le développement de nouveaux accélérateurs produisant des faisceaux d'ions radioactifs (par exemple le projet SPIRAL au GANIL) permet d'explorer une partie plus vaste de la carte des noyaux. Les premières expériences ont été riches en découvertes et en surprises, principalement dans le domaine de la structure nucléaire (phénomène de halo, systèmes borroméens, peau de protons ou de neutrons). Cette avancée de la physique expérimentale permet de confronter la théorie à des domaines encore inexplorés et le cas échéant nécessite de développer de nouveaux outils.

Le but de ce travail de recherche est d'étudier la structure des noyaux exotiques et certaines réactions simples dans lesquelles ils peuvent être mis en jeu. On peut en effet s'attendre à ce que les noyaux faiblement liés (près de la ligne de séparation d'une particule, la *drip-line*) aient des propriétés spécifiques. Cette étude est faite au moyen de deux outils usuels en structure nucléaire : le modèle en couches et la méthode de Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB). La première partie de ce travail a été de développer un nouveau formalisme, le modèle en couches avec couplages au continuum (Shell Model Embedded in the Continuum (SMEC)) qui est une extension du modèle en couches et qui permet de prendre en compte les corrélations entre états discrets et états de diffusion dans les noyaux faiblement liés. Cette méthode a ensuite été appliquée à plusieurs exemples, notamment au calcul du facteur astrophysique de réactions nucléaires importantes dans les modèles solaires. La seconde partie de ce travail, fut d'étudier les problèmes spécifiques à l'appariement pour les noyaux peu liés dans le cadre du modèle HFB et, plus particulièrement, d'essayer de juger dans quelle mesure les approches standard sont encore justifiées dans ces conditions extrêmes.

Le SMEC est basé sur le Continuum Shell Model (CSM), développé par Rotter *et al.* [1, 2]. Il est cependant différent du CSM par le traitement réaliste des corrélations nucléon-nucléon dans le sous-espace des états discrets. Le domaine de basses énergies d'excitation, dans lequel nous avons voulu appliquer le formalisme du SMEC, nécessite une bonne description des mélanges de configurations des états nucléaires et donc l'utilisation d'interactions de modèle en couches réalistes et non l'utilisation d'interactions schématiques [1]. Le point de départ du SMEC est donc le modèle en couches. Il sert d'une part à générer les fonctions d'onde des états liés ou quasi-liés (résonances) et d'autre part à calculer des éléments

de matrice d'opérateurs représentant les couplages entre les états (quasi-)liés et les états du continuum. La description des couplages entre les états discrets et le continuum par une interaction résiduelle ainsi que le calcul des solutions de diffusion se présente ensuite comme un problème de voies couplées. Il est important de souligner que ce formalisme est totalement symétrique entre les états liés et les états de diffusion, c'est-à-dire que les états discrets sont influencés par l'intégralité des états de diffusion et réciproquement. Les couplages au continuum modifient les énergies des états discrets, liés et non liés, et permettent aux états discrets au-dessus du seuil d'émission de particule d'acquérir une largeur. Le SMEC est un modèle qui permet de prendre en compte les résonances ayant une structure complexe dans les réactions nucléaires de capture radiative ou de photo-désintégration à très basse énergie. Ces réactions étant d'un grand intérêt en astrophysique nucléaire.

Après la présentation formelle du SMEC, j'exposerai les divers applications possibles : le calcul de l'énergie des niveaux et la largeur partielle d'émission de particule, le calcul du facteur astrophysique  $S$  (grandeur équivalente à la section efficace défini dans l'annexe C.2) des réactions de capture radiative, de la section efficace de diffusion ou d'autres observables spectroscopiques comme les amplitudes de transition réduite  $B(\mathcal{M}\mathcal{L} : J_i \rightarrow J_f)$ .

La première application de ce modèle est le calcul des sections efficaces de capture radiative de proton ou de neutron par des noyaux légers à basse énergie (le pic de Gamow qui caractérise l'énergie effective à laquelle une réaction nucléaire a lieu dans le milieu solaire se situe à des énergies de l'ordre de quelques dizaines de keV, voir annexe C.3), et plus particulièrement la réaction  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ . Cette réaction est en effet la principale source de neutrinos solaires de haute énergie via la désintégration du  ${}^8\text{B}$ , et est une sonde unique pouvant nous fournir des informations sur le cœur de notre étoile [3]. La connaissance du facteur astrophysique  $S$  caractéristique de cette réaction est donc fondamentale. On présentera les résultats concernant les spectres des noyaux miroir  ${}^8\text{B}$  et  ${}^8\text{Li}$ , le calcul des facteurs  $S$  des réactions miroir :  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$  et  ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$ , ainsi que la section efficace de la réaction (inverse) de dissociation coulombienne :  $\gamma + {}^8\text{B} \rightarrow p + {}^7\text{Be}$ . Ce dernier calcul permet de faire une analyse critique de l'extraction du facteur astrophysique  $S$  de capture radiative à partir de la mesure de la section efficace de dissociation coulombienne. Cette expérience, dont nous commentons les résultats, a été réalisée récemment à GSI [4, 5].

Un autre exemple d'application du SMEC discuté dans cette thèse est le cas du  ${}^{17}\text{F}$ . Ce choix a été fait principalement pour deux raisons : d'une part la réaction  ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$  joue également un rôle clef dans la synthèse des éléments, d'autre part ce noyau semble avoir une structure relativement simple (ses états de parité naturelle peuvent être considérés en première approximation comme constitués d'un proton couplé à un cœur d' ${}^{16}\text{O}$ ). Les noyaux de  ${}^{17}\text{F}$  et de  ${}^8\text{B}$  représentent donc deux cas très différents permettant de tester cette nouvelle approche. Le cas du  ${}^{17}\text{F}$  et du système miroir, l' ${}^{17}\text{O}$ , est en fait assez complexe.

En effet, la description de ces noyaux dans l'espace  $1s0d$  avec des configurations  $1p-0h$  (une particule-un trou) pour les états de parité positive et  $2p-1h$  pour les états de parité négative n'est pas suffisante pour donner des résultats corrects, en particulier pour la description de la section efficace de diffusion élastique :  $^{16}\text{O}(p,p)^{16}\text{O}$ . Pour décrire correctement les propriétés spectroscopiques du  $^{17}\text{F}$  et de l' $^{17}\text{O}$ , on montrera qu'il est nécessaire de renormaliser l'interaction résiduelle pour tenir compte des excitations plus complexes.

L'étude des noyaux lourds faiblement liés et des effets dus aux corrélations entre états liés et états de diffusion nécessite la mise en œuvre d'un formalisme différent. La méthode de HFB est une méthode de champ moyen permettant de décrire naturellement l'interaction d'appariement dans les noyaux. Lorsqu'on applique ce formalisme à des noyaux peu liés, l'appariement peut créer des corrélations entre les états liés et les états résonnants. Ces corrélations modifient la fonction d'onde totale du système et il faut s'assurer qu'elles soient correctement décrites [6]. Il existe plusieurs méthodes pour traiter ce problème (voir la discussion et les références citées dans [7]). Nous avons décidé de résoudre les équations de HFB en base position car cela permet de travailler dans une base contenant des fonctions qui se comportent asymptotiquement comme des états liés ou comme des états de diffusion. Considérant le succès des méthodes de type BCS pour décrire les propriétés d'appariement des noyaux près de la vallée de stabilité, un certain nombre de tentatives ont été faites pour utiliser cette méthode simplifiée pour les noyaux près de la drip-line [8]. La prise en compte des résonances dans une méthode HF+BCS a récemment été étudiée [9]. Le traitement de l'influence des états du continuum de basse énergie sur les propriétés d'appariement est néanmoins douteux dans cette méthode. Pour cette raison, nous avons développé une approche différente. Afin d'étudier plus simplement le rôle de l'appariement dans les systèmes faiblement liés, nous avons remplacé l'interaction particule-trou de l'hamiltonien de HFB (partie de type Hartree-Fock) par le potentiel de Pöschl-Teller-Ginocchio (PTG) [10] dont les solutions sont connues analytiquement. La partie non diagonale quant à elle, est calculée de manière auto-cohérente comme usuellement. Cette méthode nous permet de choisir arbitrairement la position des états de particules sur lesquelles l'interaction d'appariement va agir et ensuite d'analyser l'effet de cette interaction.

On a ainsi pu démontrer que les solutions non physiques de la partie HF peuvent influencer les solutions physiques HFB et que la résolution du problème en base position semble être la seule méthode permettant de traiter ces cas pathologiques correctement. Ces solutions non physiques se manifestent en particulier lorsque les derniers états occupés du noyau sont des ondes  $s$  ou  $p$  de neutrons, ce qui correspond au cas où l'on s'attend à voir apparaître les phénomènes de peau ou de halo de neutrons.



## Première partie

# Modèle en couches avec couplages au continuum



# Chapitre 1

## Introduction

Le modèle en couches, qui peut être considéré comme une approximation fondamentale des propriétés des noyaux, correspond à une solution exacte du problème à  $A$  corps [11]. Les fondements du modèle en couches ont été établis lorsque la relation entre l'interaction élémentaire nucléon-nucléon et l'existence d'un champ moyen nucléaire effective avec un terme de couplage spin orbite ont été établies [12]. Cette étude permet de construire l'interaction effective, dite «réaliste», à partir de l'interaction entre nucléons libres, en utilisant le calcul de la matrice  $G$ . A la différence de la physique atomique, l'interaction entre les nucléons de valence joue un rôle primordial dans le modèle en couches. Cette interaction peut être déterminée par un ajustement direct des éléments de matrice à deux corps sur les données spectroscopiques. Cette approche qui consiste à étudier le lien entre l'interaction effective agissant entre nucléons et les spectres observés, a commencé au milieu des années 50 avec les premières applications du modèle en couches multiconfigurationnel en couche  $p$  [13]. Cette étude a permis de comprendre l'évolution du schéma de couplage des nucléons, du couplage  $LS$  vers le couplage  $jj$  avec l'augmentation du nombre de nucléons [13, 14]. Par la suite, cette approche a été étendue aux noyaux de la couche  $sd$  [15, 16]. Ces travaux ont donné naissance à la théorie de la structure nucléaire, théorie qui a connu un succès sans précédent. Elle est aujourd'hui accompagnée d'efforts expérimentaux dans l'étude des noyaux exotiques, loin de la vallée de stabilité, ainsi que des noyaux de haut spin ou extrêmement déformés.

L'interaction réaliste construite en utilisant un calcul de matrice  $G$ , ne permet de reproduire ni l'énergie de liaison ni les spectres des noyaux avec une précision satisfaisante. Pour résoudre ce problème, il a fallu comprendre que les termes monopolaires de l'interaction effective doivent être modifiés de façon phénoménologique pour reproduire dans les calculs de modèle en couches le changement du champ moyen au cours du remplissage des couches [17].

Au départ du développement du modèle en couches, les couplages aux états du continuum étaient absents. Les nucléons étaient supposés occuper des orbites liées du potentiel, parfaitement isolées de l'environnement *externe* des états du

continuum. Cette séparation des états liés (discrets) et des états du continuum traduisait une séparation entre les théories de structure nucléaire (états discrets) et la théorie des mécanismes des réactions nucléaires (états du continuum) qui est devenu le paradigme de la physique nucléaire. Néanmoins, Feshbach avait déjà souligné que la matrice de diffusion (les résonances) et le modèle optique ont une origine dynamique dans les propriétés des éléments de matrice de l'hamiltonien nucléaire [18]. Cette démonstration fut au départ du développement des théories microscopiques des réactions nucléaires basées sur le modèle en couches [1, 2, 18, 19, 20, 21].

Cette théorie a d'abord été développée comme une généralisation directe du modèle en couches standard, mais contrairement à celui-ci, le potentiel de particules individuelles était donné par un puits de profondeur finie. Les spectres calculés à partir des champs moyens issus du CSM contiennent une partie discrète et une partie dans le continuum. Les résonances dans le continuum posent évidemment des problèmes et leur traitement a évolué au cours du temps. Cette étape du développement du CSM est formellement achevée avec le développement de techniques dans lesquelles une partie des résonances pour  $r < R_{cut}$ , où  $R_{cut}$  est le rayon de coupure, est laissée dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$  des états discrets et le reste dans le sous-espace  $\mathcal{P}$  des états du continuum [1, 2]. Pour toutes les applications de ce formalisme, l'espace de Hilbert contient au maximum un nucléon dans le continuum, c'est-à-dire qu'on ne prend en compte que les voies de décroissance avec un nucléon dans le continuum. Les voies à trois fragments ou deux particules composées sont formellement exclues. En dehors de ces limitations, le CSM est un développement naturel du modèle en couches qui lui-même sert de base à tous les modèles microscopiques de structure nucléaire.

Dans la plupart des applications du CSM, l'interaction effective agissant dans l'espace des états discrets et des états du continuum est schématique, sans lien avec les développements des interactions effectives de modèle en couches. De plus, des restrictions sévères sur le nombre de particules actives dans les couches de valence excluent la description d'états complexes liés ou résonnants et coupent court à la possibilité de faire une comparaison avec la description en terme de modèle en couches réaliste. Pour cette raison, le CSM fut souvent appliqué à l'étude des résonances géantes qui sont des excitations «simples» et qui peuvent être reproduites en utilisant des forces multipolaires simples dans un espace d'excitations  $1p - 1p$  et  $2p - 2h$ . On pourrait néanmoins s'interroger sur ce choix, car aux énergies typiques des résonances géantes, le nombre de voies de décroissance ouvertes, dont certaines avec plus d'une particule dans le continuum, est relativement grand. Bien évidemment la description des états de basse énergie, liés ou résonnants, qui sont souvent de très complexes mélanges de configurations, sont hors de portée de ces études.

Notre motivation principale pour l'étude et le développement du SMEC est la disponibilité de faisceaux radioactifs qui permet aujourd'hui de tester ce modèle, ainsi que le modèle en couches standard, pour les noyaux exotiques jusqu'aux

limites de la vallée de stabilité. Plus qu'un test, cette nouvelle possibilité expérimentale permet d'orienter les développements théoriques. Le modèle en couches peut être mis en défaut pour l'étude des noyaux faiblement liés ou des états discrets au-dessus du seuil d'émission d'une particule, car il ne prend pas en compte les corrélations entre les états discrets et les états de diffusion. Pour arriver à une description réaliste des spectres des états liés et des résonances, on utilise dans le sous-espace des états discrets des interactions effectives de modèle en couches, et seules les corrélations spécifiques du SMEC dues aux couplages entre les états discrets et les états de diffusion sont données par une interaction schématique de portée nulle avec un terme d'échange et, éventuellement, une dépendance en densité. Les éléments de matrice de ces interactions sont ensuite ajustées avec le champ moyen qui génère les fonctions d'onde radiales des états dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$  par une procédure auto-cohérente. C'est-à-dire que le SMEC introduit une modification de l'interaction effective nucléon-nucléon qui, d'une part, modifie les énergies des états discrets et, d'autre part, permet de calculer la largeur des états situés au-dessus du seuil d'émission d'une particule. Ce modèle est adapté à l'étude des propriétés inhabituelles du noyau atomique (halo, peau, grande diffusivité) ou des décroissances des noyaux par l'émission d'un nucléon par l'état de base, au delà de la drip-line, ou d'états résonnants. Dans ces deux cas, le temps de vie des noyaux dépend fortement des mélanges complexes de différentes configurations et ne peut pas être raisonnablement reproduit par aucune autre méthode.

Le SMEC est également un bon outil pour l'étude microscopique des réactions de capture radiative à basse énergie, car il permet un traitement réaliste des résonances. Une résolution microscopique de ce problème est d'une grande importance en astrophysique nucléaire pour la compréhension des mécanismes de nucléosynthèse stellaire. La densité de niveaux à basse énergie est très faible, ce qui ne permet pas l'utilisation de calcul de type Hauser-Feshbach pour les taux de réaction [22]. Beaucoup de réactions de capture radiative de proton (neutron), ou de particule  $\alpha$  dans les processus :  $p-p$ ,  $CNO$  ou  $rp$ , sont contrôlées par des résonances isolées ayant une structure complexe au-dessus du fond non résonnant de capture directe. Un autre effet important est l'influence des états faiblement liés sur les sections efficaces de réaction qui, pour des énergies positives, peuvent modifier les sections efficaces d'une manière similaire à des résonances. Dans ce cas également, la structure microscopique des mélanges de configurations dans les états faiblement liés, détermine les hausses de section efficace près du seuil.

Les sections efficaces des réactions de capture radiative sont des ingrédients essentiels des simulations dynamiques (modèle hydrodynamique), par exemple les simulations d'évolution chimique dans les galaxies, de bilan d'énergie dans de nombreux sites stellaires comme les systèmes binaires (novæ et certaines bouffées de rayons X), super-novæ de type II où dans les galaxies actives, en dépit des grandes incertitudes liées à ces simulations concernant la viscosité en milieu turbulent [23].

La première partie de ce travail de thèse est organisé de la façon suivante. Dans le chapitre 2, le formalisme du SMEC est introduit. Les équations fondamentales du problème seront présentées en détail, les parties plus techniques des calculs sont laissées en annexes A et B. Le troisième chapitre montre quelles peuvent être les applications de ce modèle : l'étude de la spectroscopie des noyaux, de la décroissance des niveaux excités ou encore des mécanismes de réaction de type diffusion ou capture radiative. Les résultats du SMEC pour deux noyaux : le  $^8\text{B}$  et le  $^{17}\text{F}$ , ainsi que les systèmes miroir : le  $^8\text{Li}$  et l' $^{17}\text{O}$  sont présentés dans le chapitre 4.

Enfin, dans le chapitre 5, je présenterai les conclusions. Les résultats donnés dans cette première partie ont, pour la plupart, donné lieu à publication [24].

# Chapitre 2

## Formalisme du SMEC

### 2.1 Présentation schématique

Le modèle en couches nucléaire est basé sur l'hypothèse suivante : les propriétés des états de basse énergie du noyau peuvent être reproduites en considérant quelques nucléons (nucléons de valence) occupant un nombre limité d'orbitales au-dessus d'un cœur inerte. Ces nucléons évoluent dans un champ moyen créé par l'ensemble des constituants du système et interagissent entre eux par l'intermédiaire d'une interaction résiduelle effective.

On considère que les états du noyau peuvent être décrits par une solution de l'équation de Schrödinger à  $A$  corps :

$$H\Phi_i = E_i^{sm}\Phi_i \quad (2.1)$$

où l'hamiltonien est la somme des termes cinétiques et d'interactions à deux corps :

$$H = \sum_{j=1}^A t_j + \sum_{j<k=1}^A w_{jk} \quad (2.2)$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$H = \sum_{j=1}^A (t_j + v_j) + \left( \sum_{j<k=1}^A w_{jk} - \sum_{j=1}^A v_j \right) = \sum_{j=1}^A (t_j + v_j) + \sum_{j<k=1}^A V_{res}(j, k) \quad (2.3)$$

En général, on choisit pour  $v(r)$  un potentiel d'oscillateur harmonique. Il présente certains avantages, en particulier les fonctions et les valeurs propres sont connues analytiquement. Ensuite l'interaction résiduelle  $V_{res}$  peut être calculée ou simplement ajustée pour reproduire les spectres des noyaux connus dans chaque espace de valence (ou espace de modèle en couches) choisi.

Le puits de potentiel  $v(r)$  permet donc de construire des fonctions de particules indépendantes  $\varphi_i$  définissant l'espace de valence. A partir de ces états à

une particule, on construit des états à  $A$  particules non corrélées respectant les symétries imposées par la nature du problème (symétrie, parité, etc...) :

$$\tilde{\Phi}^{J^\pi} \sim \left[ \bigotimes_{j=1}^A \varphi_j \right]^{J^\pi} \quad (2.4)$$

La diagonalisation de l'interaction résiduelle dans l'espace des fonctions  $\tilde{\Phi}$  permet d'obtenir les états de modèle en couches  $\Phi_i$

$$\tilde{\Phi}_i^{J^\pi} \xrightarrow{V_{res}} \Phi_i^{J^\pi} \quad (2.5)$$

Pour plusieurs raisons, le modèle en couches semble assez mal adapté à l'étude des noyaux près de la drip-line. En particulier :

- Les états résonnants dans le cadre du modèle en couches sont purement discrets. C'est-à-dire que le modèle en couches ne prend pas en compte le fait qu'ils peuvent décroître en émettant une particule ;
- L'espace de valence ne permet de prendre en compte que les corrélations entre états discrets, alors que dans les noyaux faiblement liés on s'attend à ce que les corrélations entre états (quasi-)liés et états de diffusion soient importantes ;
- Tous les états du système se comportent asymptotiquement comme des états liés, or pour les noyaux exotiques on ne peut pas négliger le fait que les états excités peuvent décroître en émettant une ou plusieurs particules.

Le principe du modèle en couches avec couplages aux états du continuum est de construire un espace de fonctions plus riches :

$$\begin{aligned} & \bigotimes_{j=1}^A \varphi_j : \text{fonctions décrivant } A \text{ nucléons liés ;} \\ + & \left[ \bigotimes_{j=1}^{A-1} \varphi_j \right] \otimes \xi_A : \text{fonctions décrivant } A - 1 \text{ nucléons liés couplés à un nucléon} \\ & \quad \text{dans le continuum ;} \\ + & \left[ \bigotimes_{j=1}^{A-2} \varphi_j \right] \otimes \xi_{A-1} \otimes \xi_A : \text{fonctions décrivant } A - 2 \text{ nucléons liés couplés à deux} \\ & \quad \text{nucléons dans le continuum ;} \\ + & \text{ etc...} \end{aligned}$$

L'interaction résiduelle couplera ces différents types de configuration. Les états propres du système pourront donc avoir des composantes ayant asymptotiquement un ou plusieurs nucléons dans le continuum.

Dans toute cette étude nous nous sommes placés dans un cadre plus restrictif, c'est-à-dire que nous ne considérons que les états pouvant décroître en émettant un nucléon dans le continuum. En particulier, nous n'étudierons pas les systèmes borroméens, comme le  $^{11}\text{Li}$  [25]. Néanmoins, cette étude reste possible avec le SMEC, mais en faisant l'approximation supplémentaire que la structure du  $^{11}\text{Li}$

peut être représentée par le couplage d'un  ${}^9\text{Li}$  avec deux neutrons non corrélés. Par conséquent, la décroissance de ce système borroméen par l'émission de deux nucléons peut être décrite par l'émission successive de deux nucléons indépendants l'un de l'autre. Le SMEC ne prend pas non plus en compte la possibilité d'émettre un  $\alpha$  ou un triton. Cette extension du modèle n'est pas une généralisation directe mais est néanmoins envisageable [26].

## 2.2 Présentation formelle

### 2.2.1 Espaces $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$

La première étape du traitement du problème consiste à séparer l'espace des états du système de  $A$  nucléons en deux sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  (cette méthode, dite méthode de projection, a été introduite par Feshbach [18]) :

- $\mathcal{Q}$  est l'ensemble des états de  $A$  nucléons liés ou quasi-liés (états résonnants bien localisés) ;
- $\mathcal{P}$  est l'ensemble des états de  $A - 1$  nucléons liés étant couplés à un nucléon dans un état de diffusion.

On considère les opérateurs de projection sur ces deux sous-espaces :

espace  $\mathcal{P}$   $\rightarrow$  projecteur  $P$

espace  $\mathcal{Q}$   $\rightarrow$  projecteur  $Q$

On suppose que les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  permettent de couvrir l'intégralité des états accessibles au système, ce qui correspond en terme d'opérateurs de projection à :

$$P + Q = 1 \quad (2.6)$$

Cette approximation signifie qu'on considérera que le noyau ne peut se retrouver asymptotiquement qu'avec au plus un nucléon dans le continuum. Le formalisme du SMEC ne peut donc s'appliquer qu'à basse énergie lorsque les voies de décroissance à plus de deux corps sont fermées ou négligeables.

### 2.2.2 Fonctions radiales et traitement des résonances

Pour définir explicitement les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ , il faut construire les fonctions d'ondes radiales à partir desquelles les fonctions d'ondes à  $A$  nucléons seront construites. On utilise un potentiel de profondeur finie, de type Woods-Saxon (WS) avec un terme de couplage spin-orbite et, pour une particule chargée, un terme coulombien :

$$v(r) = v_0 f(r) + v_{\text{SO}} [4\vec{\ell} \cdot \vec{s}] \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} + v_C(r) \quad (2.7)$$

$f(r)$  est une distribution de Fermi :

$$f(r) = \left[ 1 + e^{\frac{r-R_0}{a}} \right]^{-1} \quad (2.8)$$

et  $v_c$  est un potentiel coulombien correspondant à une sphère uniformément chargée de rayon  $R_0$ . Les différents paramètres de ce potentiel doivent être ajustés de manière à reproduire les énergies des états de particules indépendantes du système lorsqu'on peut les identifier.

L'hamiltonien à une particule correspondant :  $h = t + v$ , admet deux types de solutions. Des solutions discrètes (localisées et normalisables) :

$$h\tilde{u}_{n\tau\ell j} = \varepsilon_{n\tau\ell j}\tilde{u}_{n\tau\ell j} \quad (2.9)$$

et des solutions de diffusion (délocalisées et non normalisables au sens usuel des fonctions d'un espace de Hilbert) formant un continuum :

$$h\tilde{u}_{\varepsilon\tau\ell j} = \varepsilon\tilde{u}_{\varepsilon\tau\ell j} \quad (2.10)$$

Ces fonctions  $\tilde{u}(r)$  sont des fonctions radiales. Elles sont reliées aux solutions complètes par la relation :

$$\tilde{\varphi}(\mathbf{r}) = i^\ell \mathcal{Y}_{\ell j m}(\Omega) \chi_r \frac{\tilde{u}_{\varepsilon\tau\ell j}(r)}{r} \quad (2.11)$$

car le potentiel utilisé (2.7) est à symétrie sphérique.  $\mathcal{Y}_{\ell j m}(\Omega)$  est le couplage des fonctions d'angle et de spin :

$$\mathcal{Y}_{\ell j m}(\Omega) = \sum_{m_\ell m_s} \langle \ell m_\ell s m_s | j m \rangle Y_{m_\ell}^{(\ell)}(\Omega) \chi_{m_s}^{(s)}.$$

Les états de diffusion de  $h$  vont servir à construire l'espace  $P$  qui est le continuum des états non résonnants. Il faut donc extraire du continuum de  $h$  les résonances et les traiter comme des états discrets. Cette description est un peu simplificatrice. Le traitement des résonances et la méthode de construction des espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  sont détaillés plus loin dans ce paragraphe. On peut facilement trouver les résonances étroites dans le continuum de  $h$  en traçant le déphasage des solutions  $\tilde{u}_\varepsilon(r)$  en fonction de l'énergie  $\varepsilon$ , car asymptotiquement  $\tilde{u}_\varepsilon(r) \sim \sin(kr + \delta)$  avec  $k = \sqrt{2m\varepsilon/\hbar^2}$ . Une résonance étroite correspond à un passage par  $\pi/2$  [ $\pi$ ] du déphasage. Lorsqu'une résonance est plus large, et donc moins localisée, elle n'est plus caractérisée par  $\delta = \pi/2$  [ $\pi$ ]. Dans ce cas il faut utiliser une définition moins restrictive : une résonance correspond à un point d'inflexion de  $\delta(\varepsilon)$  avec une dérivée  $d\delta/d\varepsilon$  positive. Si une résonance est très large (par exemple un état  $\ell = 0$  de neutron qui n'est confiné par aucune barrière) on ne peut pas déterminer sa position en étudiant  $\delta(\varepsilon)$  car cette courbe est presque plate. Une telle résonance peut être trouvée en étudiant la matrice  $S$  associée à l'équation de Schrödinger

(ou les fonctions de Jost) par exemple par la méthode de *dilatation complexe* [27] (voir aussi [28] et les références incluses). Dans le cadre du SMEC nous ne voulons intégrer au sous-espace  $\mathcal{Q}$  que les états localisés à l'intérieur du noyau. Nous laisserons donc ces résonances larges dans le sous-espace  $\mathcal{P}$  en considérant qu'elles font partie du continuum non résonnant.

Supposons que l'on ait résolu l'équation de Schrödinger à une particule et que le spectre discret contienne  $N$  états :

$$h \tilde{u}_{n\tau\ell j} = \varepsilon_{n\tau\ell j} \tilde{u}_{n\tau\ell j} \quad (n = 0, \dots, N-1) \quad (2.12)$$

Supposons qu'il y ait une résonance dans le continuum à l'énergie  $\varepsilon_r$ . On choisit un rayon de coupure  $R_{\text{cut}}$  tel que la fonction d'onde  $\tilde{u}_{\varepsilon_r\tau\ell j}(r)$  se comporte comme un état discret pour  $r < R_{\text{cut}}$  et comme un état de diffusion pour  $r > R_{\text{cut}}$  (la définition du rayon de coupure est arbitraire, mais nous verrons plus loin comment le choisir). On définit un nouvel ensemble de fonctions d'onde :

$$u_{n\tau\ell j} = \tilde{u}_{n\tau\ell j} \quad (n = 0, \dots, N-1) \quad (2.13)$$

$$u_{N\tau\ell j} = N_N g(r) \tilde{u}_{\varepsilon_r\tau\ell j} + \sum_{n=0}^{N-1} N_n \tilde{u}_{n\tau\ell j} \quad (2.14)$$

où  $g(r)$  est une distribution de Fermi :

$$g(r) = \left[ 1 + e^{\frac{r-R_{\text{cut}}}{a_{\text{cut}}}} \right]^{-1} \quad (2.15)$$

Les valeurs des paramètres  $R_{\text{cut}}$  et  $a_{\text{cut}}$  seront précisées plus tard. Les coefficients  $N_i$ ,  $i$  variant de 0 à  $N$ , sont déterminés par la condition que  $u_{N\tau\ell j}$  doit être normée et orthogonale aux autres états discrets.

Les états du continuum doivent également être orthogonalisés par rapport à  $u_{N\tau\ell j}$  de manière à travailler dans une base d'états orthonormée et complète. On peut définir le projecteur à une particule sur le sous-ensemble des états discrets pour un isospin, un moment cinétique orbital et total donnés comme :

$$\mathbf{q}_{\tau\ell j}(r) = \sum_{n=0}^N u_{n\tau\ell j}(r) \int dr' u_{n\tau\ell j}(r') \quad (2.16)$$

et similairement le projecteur sur l'ensemble des états du continuum non résonnant :

$$\mathbf{p}_{\tau\ell j}(r) = 1 - \mathbf{q}_{\tau\ell j}(r) \quad (2.17)$$

Ces nouvelles fonctions discrètes  $u_{n\tau\ell j}$  et les fonctions du continuum non résonnant  $u_\varepsilon$  ne sont plus des fonctions propres de  $h$  mais de l'hamiltonien projeté  $h^0$  défini par :

$$\begin{aligned} h^0 u_{\tau\ell j} &= [1 - \mathbf{q}_{\tau\ell j}] h [1 - \mathbf{q}_{\tau\ell j}] u_{\tau\ell j} = \varepsilon u_{\tau\ell j}, & \text{si } \varepsilon > 0 \\ h^0 u_{n\tau\ell j} &= \mathbf{q}_{\tau\ell j} h \mathbf{q}_{\tau\ell j} u_{n\tau\ell j} = \varepsilon_n u_{n\tau\ell j}, & \text{si } \varepsilon_n < 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Elles vérifient les conditions usuelles d'orthogonalité et de fermeture :

$$\begin{cases} \int dr u_{n\tau\ell j}(r) u_{n'\tau\ell j}(r) = \delta_{nn'} \\ \int dr u_{\varepsilon\tau\ell j}(r) u_{\varepsilon'\tau\ell j}(r) = \delta(\varepsilon - \varepsilon') \\ \int dr u_{n\tau\ell j}(r) u_{\varepsilon\tau\ell j}(r) = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\sum_{n=0}^N u_{n\tau\ell j}(r) u_{n\tau\ell j}(r') + \int d\varepsilon u_{\varepsilon\tau\ell j}(r) u_{\varepsilon\tau\ell j}(r') = \delta(r - r') \quad (2.20)$$

A partir des expressions (2.16), (2.17) et (2.18) on peut définir les opérateurs de projection à  $A$  particules :

$$\begin{aligned} Q &= \sum_i \mathbf{q}_{\tau_i \ell_i j_i}(r_i) \\ P &= \sum_i \mathbf{p}_{\tau_i \ell_i j_i}(r_i) \end{aligned} \quad (2.21)$$

et les hamiltoniens à  $A$  particules :

$$\begin{aligned} H &= H^0 + \sum_{i < j} V_{res}(i, j) \\ H^0 &= \sum_i h_{\tau_i \ell_i j_i}^0(r_i) \end{aligned} \quad (2.22)$$

### 2.2.3 Fonction de Green

A l'aide de ces opérateurs on peut utiliser une méthode de projection [18] pour séparer la fonction de Green du système en termes des propagateurs dans chaque sous-espace. L'opérateur de Green est l'inverse de l'opérateur  $[E - H]$  :

$$G^{(+)} = [E - H]^{-1} \quad (2.23)$$

En introduisant les opérateurs :

$$\begin{aligned} H_{PP} &= PHP, & H_{PQ} &= PHQ, \\ H_{QP} &= QHP, & H_{QQ} &= QHQ \end{aligned} \quad (2.24)$$

et le propagateur dans l'espace  $P$  :

$$G_P^{(+)} = P \frac{1}{E^+ - H_{PP}} P \quad (2.25)$$

avec  $E^+ = \lim_{\eta \rightarrow 0} E + i\eta$ , on peut réécrire l'opérateur de Green sous la forme :

$$\begin{aligned} G^{(+)} &= (E^+ - H)^{-1} \\ &= G_P^{(+)} + (Q + G_P^{(+)} H_{PQ}) \frac{1}{E - H_{QQ} - H_{QP} G_P^{(+)} H_{PQ}} (H_{QP} G_P^{(+)} + Q) \end{aligned} \quad (2.26)$$

La forme générale d'une solution de diffusion s'écrit alors

$$\Psi = \xi + (Q + G_P^{(+)} H_{PQ}) \frac{1}{E - H_{QQ} - H_{QP} G_P^{(+)} H_{PQ}} H_{QP} \xi \quad (2.27)$$

avec

$$(H_{PP} - E)\xi = 0 \quad (2.28)$$

L'équation (2.26) est, dans le cas général, une équation intégrale faisant intervenir des propagateurs et des opérateurs de couplage entre les espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ . Nous verrons que si l'interaction qui couple les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  est de portée nulle alors cette équation se simplifie et devient une équation différentielle.

On notera  $|\Phi_i\rangle$  et  $E_i^{sm}$  les états propres et les valeurs propres de  $H_{QQ}$  :

$$H_{QQ} |\Phi_i\rangle = E_i^{sm} |\Phi_i\rangle \quad (2.29)$$

#### 2.2.4 Equations différentielles du problème

On peut réécrire l'équation (2.27) sous la forme :

$$\Psi = \xi + \sum_{i,j} (\Phi_i + \omega_i^{(+)}) [E - \mathbf{M}]_{ij}^{-1} \langle \Phi_i | H_{QP} \xi \rangle \quad (2.30)$$

avec

$$\omega_i^{(+)} = G_P^{(+)} H_{PQ} \Phi_i \quad (2.31)$$

et

$$\mathbf{M}_{ij} = \langle \Phi_i | H_{QQ} + H_{QP} G_P^{(+)} H_{PQ} | \Phi_j \rangle \quad (2.32)$$

La fonction  $\omega_i^{(+)}$  s'interprète comme le prolongement dans  $\mathcal{P}$  des états de  $\mathcal{Q}$ , le signe + signifiant qu'on impose des conditions asymptotiques d'ondes sortantes dans toutes les voies (voir annexe A.3). Le problème se ramène donc à la résolution de trois équations intégrales ou différentielles reliées à (2.28), (2.29) et (2.31) : une dans chaque sous-espace et une traduisant les échanges possibles entre les deux. Cette dernière équation décrit la fuite des particules de  $\mathcal{Q}$  vers  $\mathcal{P}$ , c'est-à-dire la décroissance d'un état discret par émission d'une particule, et des résonances des états de diffusion, c'est-à-dire qu'un état de  $\mathcal{P}$  peut former un état résonnant en se couplant à un état discret de  $\mathcal{Q}$ .

Les trois équations fondamentales du SMEC sont :

$$(i) \quad \boxed{H_{QQ} \Phi_i = E_i^{sm} \Phi_i} \quad (2.33)$$

Cette équation de modèle en couches standard, est une équation à  $A$  corps. Elle permet de construire les états de  $\mathcal{Q}$  qui sont des mélanges complexes de configurations. Elle permet également de calculer les éléments de matrice couplant les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ .

$$(ii) \quad \boxed{(E - H_{PP})\xi = 0} \quad (2.34)$$

Cette équation est une équation de type voies couplées. Elle permet de calculer la solution de diffusion non résonnante  $\xi$  pour une particule dans le continuum couplée au reste du système.

$$(iii) \quad \boxed{\omega_i^{(+)} = G_P^{(+)} H_{PQ} \Phi_i} \quad (2.35)$$

Comme dit précédemment, cette équation permet d'obtenir le prolongement des solutions de  $\mathcal{Q}$  dans  $\mathcal{P}$ . C'est une équation inhomogène, dont le terme source est déterminé par les solutions de  $\mathcal{Q}$ . Nous verrons que cette équation traduisant la possibilité de perdre des particules, permet de définir un nouvel hamiltonien effectif pour le système. Cet hamiltonien est non hermitique et possède des énergies complexes dont la partie imaginaire sera interprétée comme la largeur partielle d'émission de particule.

**(i) Equation dans l'espace  $\mathcal{Q}$  :  $H_{QQ}\phi_i = E_i^{sm}\phi_i$**

Le choix a priori naturel pour résoudre cette équation est de définir un espace modèle (ensemble de couches occupées par les nucléons actifs du système) à l'aide du puits de potentiel défini en (2.7) et de calculer les énergies et les fonctions propres du noyau en considérant une seule interaction résiduelle simple entre les états à  $A$  corps. Cette approche a été adoptée dans le CSM [1]. Pour les problèmes que nous voulons étudier, cette approche n'est pas applicable. Pour étudier la spectroscopie et les mécanismes de réaction à basse énergie (par exemple les réactions de diffusion ou de capture radiative), il faut que les mélanges de configurations des états du sous-espace  $\mathcal{Q}$  soient reproduits de manière réaliste, c'est-à-dire qu'on ne peut pas utiliser d'interaction schématique [1]. Pour cette raison, nous avons choisi de générer les fonctions propres dans l'espace  $\mathcal{Q}$  en utilisant un hamiltonien de modèle en couches réaliste, c'est-à-dire un calcul dans une base de fonctions d'oscillateur harmonique avec une interaction effective donnant une spectroscopie satisfaisante du noyau étudié et des noyaux voisins. On considère ensuite que le couplage entre les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  est suffisamment faible pour pouvoir être généré par une interaction schématique : une force de portée nulle avec un terme direct et un terme d'échange de spin et, éventuellement, avec une dépendance en densité.

On peut objecter que nous n'utilisons pas un hamiltonien unique pour tout le problème, de (i) à (iii), et que le potentiel utilisé dans l'espace  $\mathcal{Q}$  (potentiel d'oscillateur harmonique) n'est pas un puits de profondeur finie. A ceci on peut répondre en avançant les arguments suivants :

- L'interaction résiduelle n'est pas utilisée de manière «brute» mais après ajustement des monopôles de l'hamiltonien [17, 29]. Cette procédure habituelle en modèle en couches permet de prendre en compte l'évolution de l'interaction au cours du remplissage des niveaux d'oscillateur car les termes monopolaires sont responsables des propriétés globales (géométriques) du champ moyen. Ils permettent de prendre en compte l'évolution du champ moyen au fur et à mesure que l'on remplit les états des couches d'oscillateur. Après ajustement des monopôles, on ne connaît donc plus la forme explicite du champ moyen dans lequel les nucléons évoluent. On peut juste considérer que c'est le champ moyen le mieux approprié à la région étudiée.
- Le potentiel d'oscillateur harmonique n'est utilisé que pour générer la base dans laquelle on calcule les mélanges de configurations des états dans  $\mathcal{Q}$ , c'est-à-dire que l'on n'utilise jamais explicitement les fonctions d'oscillateur harmonique, ni dans le sous-espace  $\mathcal{P}$ , ni pour calculer les couplages entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ .
- L'interaction résiduelle dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$  et celle entre les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  ne sont pas complètement indépendantes. La nécessité d'orthogonaliser les deux sous-espaces introduit une action réciproque entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  qui modifie l'interaction résiduelle entre les deux sous-espaces et assurent une *auto-cohérence* entre les deux interactions résiduelles et la dépendance radiale des fonctions d'onde.
- C'est la seule approche qui permet de reproduire correctement les propriétés spectroscopiques et la structure complexe des configurations des états nucléaires.

Le choix que nous avons fait consiste donc à identifier l'hamiltonien de  $\mathcal{Q}$  avec un hamiltonien réaliste de modèle en couches :

$$H_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}} \equiv H_{SM} \quad (2.36)$$

Les détails de l'espace modèle et de l'interaction utilisés dépendent du système et seront explicités dans chaque cas particulier.

(ii) **Equation dans l'espace  $\mathcal{P}$**  :  $(H_{\mathcal{P}\mathcal{P}} - E)\xi = 0$

Le passage de l'écriture formelle de cette équation à une forme plus explicite que l'on peut résoudre numériquement et qui met en évidence les éléments importants du calcul est assez longue et fastidieuse. Ce calcul est présenté par Barz *et al.* [1], mais leur approche est différente de la nôtre. Le calcul détaillé permettant d'obtenir la forme explicite de cette équation est présenté en annexe A.2. Cette équation s'écrit :

$$(E - E_t - h_c)\xi_c^{(J)}(r) - \sum_{c'} V_{cc'}^{(J)}(r)\xi_{c'}^{(J)}(r) = -\mathbf{q}_c \left( h_c \xi_c^{(J)}(r) + \sum_{c'} V_{cc'}^{(J)}(r)\xi_{c'}^{(J)}(r) \right) \quad (2.37)$$

où  $J$  est le moment cinétique total du système et l'indice  $c$  permet de repérer les différentes voies possibles (voir annexe A.2).

C'est à ce niveau qu'apparaît une des différences fondamentales entre notre approche et celle du CSM [1]. Dans le SMEC, le potentiel de couplage entre les voies  $V_{cc'}^{(J)}$  dépend des fonctions d'ondes définies dans l'espace  $\mathcal{Q}$  (2.18) et d'éléments de matrice d'opérateurs à un corps du type :  $\mathcal{O}_{\beta\delta}^K = [a_\beta^\dagger \tilde{a}_\delta]^K$ , permettant de prendre en compte l'interaction résiduelle entre les nucléons (le calcul détaillé donnant ces éléments de matrice se trouve dans l'annexe B). La conséquence de l'existence de cette interaction résiduelle est que les solutions individuelles des sous-espaces  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  ne sont pas orthogonales. Pour résoudre ce problème, nous avons adopté la démarche suivante :

- (a) On utilise un potentiel de la forme (2.7) et on calcule les fonctions d'ondes d'états liés données en (2.18) ;
- (b) Ces fonctions permettent de calculer le potentiel de couplage entre voies  $V_{cc'}^{(J)}$ , dépendant des éléments de matrice d'opérateur à un corps  $\mathcal{O}_{\beta\delta}^K$  (voir annexe B) ;
- (c) A partir du potentiel diagonal  $V_{cc}^{(J)}$  on calcule de nouvelles fonctions d'états liés ;
- (d) On itère les étapes de (a) à (c) jusqu'à ce que la procédure converge, c'est-à-dire que les solutions d'états liés et le potentiel de couplage entre voies soient stables après une nouvelle itération.

A la fin de cette procédure, le champ moyen, les fonctions d'ondes radiales et l'interaction résiduelle entre  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  sont auto-cohérents. Cette méthode assure que les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  sont orthogonaux, c'est-à-dire qu'elle correspond à la condition :

$$PH^0Q = QH^0P = 0 \quad (2.38)$$

où  $H^0$  est l'hamiltonien donné dans l'équation (2.21). Ce processus auto-cohérent de construction des sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  introduit une modification du potentiel (2.7) due à la présence de l'interaction résiduelle. Cette modification des champs moyens est déterminée par les configurations du système données par le modèle en couches.

**(iii) Equation couplant les deux espaces** :  $\omega_i^{(+)} = G_P^{(+)} H_{PQ} \Phi_i$

Un calcul similaire au précédent (détaillé en annexe A.3) permet de réécrire cette équation sous la forme matricielle suivante :

$$\sum_{c'} \left( (E - E_t) \delta_{cc'} - H_{cc'} \right) \omega_{c'}^{(i)} = -w_c^{(i)} - \mathbf{q}_c \left( \sum_{c'} H_{cc'} \omega_{c'}^{(i)} + w_c^{(i)} \right) \quad (2.39)$$

où  $\omega_c^{(i)}$  est le prolongement de la  $i^{\text{ème}}$  solution de modèle en couches  $\Phi_i$  dans la voie  $c$ . Les fonctions  $\omega_c^{(i)}$  se comportent asymptotiquement comme des ondes

sortantes. Leur amplitude est fixée par le terme source  $w_c^{(i)}$ . Ce terme dépend de l'interaction résiduelle, des états de modèles en couches  $\Phi_i$  et d'éléments de matrice du type :  $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j\alpha} = [a_\beta^\dagger(\tilde{a}_\delta\tilde{a}_\gamma)^L]^{j\alpha}$  (voir annexe B).

Dans le cas général la fonction  $\omega_c^{(i)}$  est complexe. Elle représente la fuite possible de particules du sous-espace  $\mathcal{Q}$  vers le sous-espace  $\mathcal{P}$  et traduit donc en quelque sorte la non hermiticité du problème.

### Eléments de matrice de M

La dernière étape du calcul consiste à exprimer les éléments de matrices  $M_{ij}$  donnés en (2.30) et de diagonaliser la matrice  $[E - M]$ . Les éléments de matrice de  $M$  sont donnés par :

$$\mathbf{M}_{ij} = \langle \Phi_i | H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ} | \Phi_j \rangle \quad (2.40)$$

ou, plus explicitement, en utilisant les relations (A.26) et (A.27) :

$$\mathbf{M}_{ij} = E_i^{sm}\delta_{ij} + \sum_c \int dr w_c^{(i)}(r)\omega_c^{(j)}(r) \quad (2.41)$$

La diagonalisation de cette matrice donne les énergies et les largeurs effectives des états du système :

$$\sum_{i,j} \mathbf{A}_{mi}\mathbf{M}_{ij}\mathbf{A}_{jn} = [E_n(E) - \frac{i}{2}\Gamma_n(E)]\delta_{mn} \quad (2.42)$$

où  $\mathbf{A}$  est une matrice orthogonale.

### 2.2.5 Résolution des équations du SMEC

La première étape du calcul consiste à diagonaliser l'hamiltonien  $H_{QQ}$  de l'espace  $\mathcal{Q}$  pour obtenir les coefficients de mélange de configurations caractérisant les états propres  $\Phi_i$  et les énergies  $E_i^{sm}$  de modèle en couches. On définit ensuite les potentiels (2.7) servant à construire les fonctions d'onde radiales pour l'espace  $\mathcal{Q}$ . L'étape suivante consiste à calculer le prolongement dans  $\mathcal{P}$  des solutions de  $\mathcal{Q}$  en résolvant l'équation (2.39). A ce niveau il faut faire une remarque importante. Tous les états de  $\mathcal{Q}$  ne doivent pas avoir la possibilité de décroître en émettant une particule. Les états situés sous le seuil d'émission de particule peuvent décroître vers un état d'énergie inférieure en émettant un photon mais ne peuvent pas émettre de particule. Le modèle en couches ne permet pas de prédire de manière suffisamment précise la position du seuil d'émission de particule. Cependant, on peut placer ce seuil à une position arbitraire dans le formalisme du SMEC. Cet ajustement est indispensable pour reproduire correctement les sections efficaces de capture radiative (voir chapitre 4, paragraphe 4.1.5). Si on réécrit la matrice

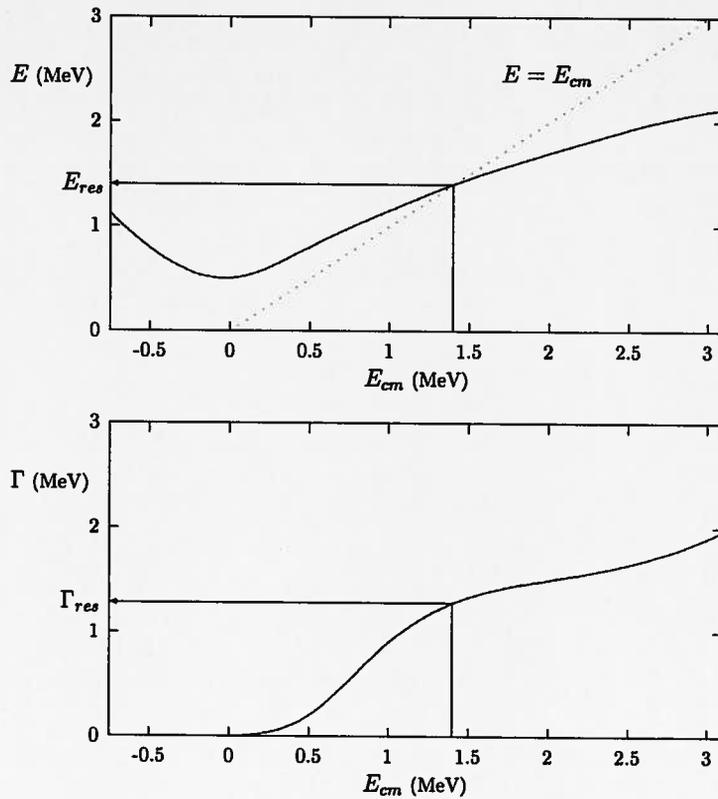


FIG. 2.1 – Détermination de l'énergie et de la largeur. L'intersection de la courbe donnant l'énergie effective en fonction de  $E_{cm}$  et de la droite  $E = E_{cm}$  permet de déterminer l'énergie d'un état (lié ou résonnant), si  $E > 0$  alors la largeur n'est pas nulle et la courbe  $\Gamma(E_{cm})$  donne la largeur correspondante.

M donnée par l'équation (2.40) en supposant que le couplage entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  est nul on a :

$$M_{ij} = \langle \Phi_i | H_{QQ} | \Phi_j \rangle = E_i^{sm} \delta_{ij} \quad (2.43)$$

Cette matrice est diagonale, ses vecteurs propres sont les fonctions  $\Phi_i$  et ses valeurs propres sont les énergies de modèle en couches  $E_i^{sm}$ . Les vecteurs propres ne sont pas modifiés si on ajoute une constante à l'hamiltonien  $H_{QQ}$  :

$$[M - E_0]_{ij} = \langle \Phi_i | H_{QQ} - E_0 | \Phi_j \rangle = (E_i^{sm} - E_0) \delta_{ij} \quad (2.44)$$

La constante  $E_0$  permet donc de placer le seuil d'émission de particule (défini par  $E = 0$ ) à une position arbitraire. Les états pour lesquels :  $E_i^{sm} - E_0 < 0$ , seront liés et les états pour lesquels :  $E_i^{sm} - E_0 > 0$ , seront des résonances.

Lorsqu'on cherche à résoudre le problème pour une énergie négative, on impose à la solution  $\omega_i^{(+)}$  de l'équation (2.31) un comportement asymptotique d'état lié, c'est-à-dire proportionnel à  $e^{-\kappa r}$ . Dans ce cas, le terme représentant l'influence des

états du continuum  $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$  dans l'équation (2.40) donnera une correction réelle.

Si l'énergie du système est positive, il faut imposer à  $\omega_i^{(+)}$  un comportement asymptotique d'onde sortante, c'est-à-dire proportionnelle à  $e^{ikr}$ . Dans ce cas, le terme  $H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ}$  donnera une contribution complexe, dont la partie imaginaire sera interprétée comme la largeur partielle d'émission de particule.

La résolution de l'équation inhomogène (2.31) permet donc de calculer les éléments de matrice de  $M$ . Ces éléments dépendent de l'énergie du système  $E_{cm}$  dans le repère du centre de masse. La diagonalisation de cette matrice donne un ensemble de valeurs propres réelles (pour  $E_{cm} < 0$ ) ou complexes (pour  $E_{cm} > 0$ ). Pour un état donné :

$$\Omega_i = \Phi_i + \omega_i^{(+)}$$

l'énergie sera obtenu en résolvant l'équation :

$$E_i(E_{cm}) = E_{cm} \quad (2.45)$$

Si cet état est une résonance, sa largeur sera donnée par :

$$\Gamma_i = \Gamma_i(E_{cm}) \quad (2.46)$$

La figure 2.1 donne un exemple montrant l'évolution de l'énergie et de la largeur effective d'un état en fonction de l'énergie du système  $E_{cm}$ .

### 2.2.6 Remarques sur la symétrie des équations

L'interaction résiduelle entre les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  a pour effet de remplacer les hamiltoniens de chaque sous-espace par les hamiltoniens effectifs qui sont non hermitiques, non locaux et qui dépendent explicitement de l'énergie :

$$\begin{aligned} H_{QQ} &\longrightarrow H_{QQ}^{eff} = H_{QQ} + H_{QP}G_P^{(+)}H_{PQ} \\ H_{PP} &\longrightarrow H_{PP}^{eff} = H_{PP} + G_P^{(+)}H_{PQ} \left[ \frac{1}{E - H_{QQ}^{eff}} \right] H_{QP}G_P^{(+)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

On peut facilement voir en détaillant l'expression (2.27) que le formalisme du SMEC est totalement symétrique entre les espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ . En effet, une solution du continuum s'écrit :

$$\Psi_E^c = \xi_E^c + \sum_i \left( \Phi_i + \omega_c^{(i)} \right) \frac{1}{E - E_n + \frac{i}{2}\Gamma_n} \langle \Phi_i | H_{QP} | \xi_E^c \rangle \quad (2.48)$$

où apparaissent les fonctions discrètes :

$$\Omega_i = \Phi_i + \sum_c \int_{\varepsilon_c}^{\infty} dE' \xi_{E'}^c \frac{1}{E^{(+)} - E'} \langle \xi_{E'}^c | H_{PQ} | \Phi_i \rangle \quad (2.49)$$

Il apparaît clairement ici que les solutions du continuum sont influencées par toutes les solutions discrètes et réciproquement.

### 2.2.7 Partie résonnante des solutions de diffusion

Une solution de diffusion du problème s'écrit :

$$\Psi^{J^\pi} = \xi^{J^\pi} + \sum_i (\Phi_i + \omega_i^{(+)}) \frac{1}{E - E_i^{eff} + \frac{i}{2}\Gamma_i^{eff}} \langle \Phi_i | H_{QP} | \xi^{J^\pi} \rangle \quad (2.50)$$

Dans cette expression, le second terme représente la partie résonnante de la solution de diffusion. La somme sur  $i$  fait intervenir l'ensemble des états discrets qui peuvent se coupler à l'état de diffusion  $\xi^{J^\pi}$ . Cette fonction est une fonction d'onde à  $A$  corps. On peut la réécrire sous la forme d'une fonction à un corps (voir annexe A.2) :

$$\psi_c^{J^\pi}(r) = \xi_c^{J^\pi}(r) + \sum_i \left( \varphi_i^{J^\pi}(r) + \omega_c^{(i)}(r) \right) \frac{1}{E - E_i^{eff} + \frac{i}{2}\Gamma_i^{eff}} \langle \Phi_i | H_{QP} | \xi^{J^\pi} \rangle \quad (2.51)$$

Pour chaque état discret il y a deux contributions :  $\varphi_i^{J^\pi}(r)$ , fonction radiale du sous-espace  $\mathcal{Q}$ , et  $\omega_c^{(i)}(r)$ , prolongement dans  $\mathcal{P}$  de l'état  $\varphi_i^{J^\pi}(r)$ . La partie  $\varphi_i^{J^\pi}(r)$  s'exprime à l'aide des fonctions radiales  $u_{n\tau l_j}(r)$  (voir annexe A.3) :

$$\varphi_i^{J^\pi}(r) = \sum_{n\tau l_j} S_{n\tau l_j}^{J^\pi, i} u_{n\tau l_j}(r) \quad (2.52)$$

où  $S_{n\tau l_j}^{J^\pi, i}$  est le facteur spectroscopique de la fonction  $u_{n\tau l_j}(r)$  dans l'état  $\Omega_i$ .

On peut donc constater qu'il y a une contribution résonnante dans la solution de diffusion, même dans le cas où tous les états individuels  $u_{n\tau l_j}(r)$  ont un facteur spectroscopique nul. Par exemple, considérons le cas du  $^{17}\text{F}$  dans l'espace modèle  $psd$ , avec des excitations  $0\hbar\omega$  pour les états de parité positive et  $1\hbar\omega$  pour les états de parité négative (voir figure 4.25). Les fonctions d'onde individuelles définissant l'espace sont :  $0p_{1/2}$ ,  $0p_{3/2}$ ,  $0d_{5/2}$ ,  $1s_{1/2}$  et  $0d_{3/2}$ . Dans l'état  $3/2_1^+$  toutes ces fonctions ont un facteur spectroscopique nul sauf la fonction  $0d_{3/2}$  pour laquelle ce facteur vaut 1. La résonance  $3/2_1^+$  sera en grande partie due à l'état de particule individuelle  $0d_{3/2}$ .

Par contre, si l'on considère le cas de l'état  $5/2_1^-$ , toutes les fonctions individuelles de l'espace ont un facteur spectroscopique nul. Dans le SMEC, la fonction de diffusion aura tout de même une partie résonnante, provenant exclusivement de la fonction  $\omega_{5/2_1^-}^{(5/2_1^-)}(r)$ . Si on voulait reproduire cette résonance en utilisant un modèle avec une particule diffusant sur un potentiel, il faudrait construire la résonance  $5/2_1^-$  à partir d'un état  $f_{5/2}$ . Ce traitement serait complètement faux car les fonctions  $f_{5/2}$  ne jouent aucun rôle dans la résonance  $5/2_1^-$ .

### 2.2.8 Mélange avec les états propres du centre de masse

Les énergies et les largeurs effectives des états du système sont déterminées par les valeurs propres de la matrice :

$$\mathbf{M}_{ij} = E_i^{sm} \delta_{ij} + \sum_c \int dr w_c^{(i)}(r) \omega_c^{(j)}(r) \quad (2.53)$$

La résolution des équations donnant  $w_c^{(i)}(r)$  et  $\omega_c^{(j)}(r)$  est faite dans un système de coordonnées réduites où le vecteur position  $\mathbf{r}$  est défini par :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\text{projectile}} - \mathbf{r}_{\text{cible}} \quad (2.54)$$

et où la masse réduite  $m$  est définie par :

$$m = \frac{m_{\text{projectile}} m_{\text{cible}}}{m_{\text{projectile}} + m_{\text{cible}}} \quad (2.55)$$

Les éventuels mélanges entre les états propres du système et les états de translation du centre de masse, ne peuvent donc provenir que des états de modèle en couches ou des opérateurs intervenant dans le calcul de  $w_c^{(i)}(r)$  et  $\omega_c^{(j)}(r)$ .

Dans le SMEC, le traitement des états propres de translation du centre de masse est donc le même que dans le modèle en couches standard. On peut brièvement rappeler que l'élimination des mélanges avec les états du centre de masse est trivial lorsqu'on restreint le calcul de modèle en couches à un espace  $0\hbar\omega$  [30] et qu'il existe une méthode permettant d'éliminer ces états lorsqu'on traite le problème dans un espace plus grand [31].

### 2.2.9 Résumé des différentes étapes du calcul

Les différentes étapes du calcul du SMEC sont donc :

1. Calcul de modèle en couches afin de déterminer les mélanges de configuration caractérisant les états propres du noyau et de calculer les éléments de matrice des opérateurs couplant les deux sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ .
2. Construction des fonctions d'ondes radiales des états de  $\mathcal{Q}$ . Cette partie nécessite d'ajuster les paramètres des potentiels initiaux  $v(r)$  (2.7) ainsi que l'interaction résiduelle entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ . On applique la procédure itérative décrite dans le paragraphe 2.2.4 pour obtenir les champs moyens, l'interaction résiduelle et les fonctions radiales auto-cohérents.
3. Calcul des fonctions  $\omega_i^{(+)}(r)$  associées à chaque état de modèle en couches  $\Phi_i$ .
4. Calcul des éléments de matrices de  $\mathbf{M}$  et diagonalisation de la matrice :  $[E - \mathbf{M}]$ , afin d'obtenir ses états propres et ses valeurs propres. Les parties réelles et imaginaires des valeurs propres donnent respectivement les énergies et les largeurs effectives des états.

5. Au dessus du seuil d'émission de particule, pour un état de diffusion, on calcule la partie de diffusion non résonnante  $\xi$  de la solution totale  $\Psi$  (2.50).
6. Les résultats de ces calculs :  $\Phi_i$ ,  $\omega_i^{(+)}$ ,  $\mathbf{M}$  et  $\xi$ , sont utilisés pour construire la solution totale  $\Psi$  avec laquelle on peut calculer différentes observables, comme les sections efficaces et les spectres de niveaux.

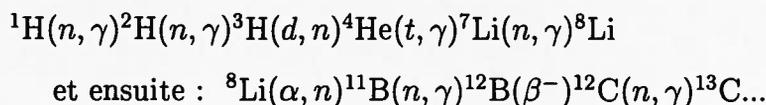
# Chapitre 3

## Applications

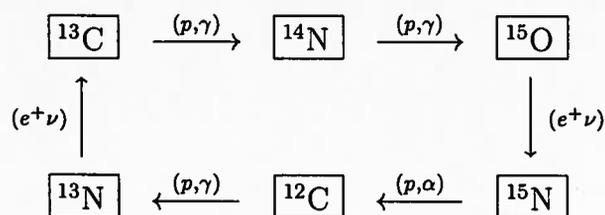
### 3.1 Réactions de capture radiative

Une réaction de capture radiative est une transition électromagnétique entre un état de diffusion d'un projectile ( $a$ ) sur une cible ( $A$ ), et un état lié ( $B$ ) dont la formation conduit à l'émission d'un photon ( $\gamma$ ) :  $A + a \rightarrow B + \gamma$ , ou avec les notations usuelles en physique nucléaire :  $A(a, \gamma)B$ . Les réactions de ce type jouent des rôles clef dans les processus astrophysiques, comme dans :

- La synthèse primordiale des éléments dans l'hypothèse du big-bang inhomogène [32] :



- Les cycles CNO, par exemple [33, 34] :



- Les réactions nucléaires dans les chaînes  $p$ - $p$ , en particulier la réaction de capture radiative  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ , marginale du point de vue de la synthèse des éléments et de la production d'énergie, mais dont le produit donne par désintégration  $\beta$  l'essentiel du flux de neutrinos solaires de haute énergie [3]. Ces neutrinos constituent une des rares sondes nous renseignant sur l'intérieur du soleil.

- Les processus de nucléosynthèse explosifs, notamment les processus  $s$  et  $r$  de capture radiative de neutrons et le processus  $rp$  de capture radiative de protons.

La compréhension des mécanismes de synthèse des éléments légers (jusqu' au  $^{56}\text{Fe}$ ) par des captures de protons, ou plus lourds par des captures de neutrons, nécessite une bonne connaissance de ces réactions. Dans certains cas, on peut se contenter de modèles très simples où l'état initial et l'état final sont des solutions associées à une équation de Schrödinger à une particule [35, 36, 37] :

$$(t + v)\varphi = E\varphi \quad (3.1)$$

où  $v$  est un potentiel ajusté de manière à reproduire les énergies de particules indépendantes. Cette approche présente deux limitations :

- Elle ne peut se justifier que si l'état final est suffisamment pur, c'est-à-dire s'il peut être représenté par un nucléon couplé à un cœur inerte ;
- On ne peut l'appliquer que si l'état initial dans le continuum se trouve dans une zone où il n'y a pas de résonances ayant des structures complexes, c'est-à-dire pas d'autres résonances que celles associées aux états individuels de  $v$ .

En dehors de ces cas simples, il faut mettre en œuvre une méthode plus élaborée. Le SMEC est très bien adapté à ce type de problème car il permet de prendre en compte les corrélations entre particules. En particulier, le SMEC permet de générer les résonances du système comme de véritables états à  $A$  corps et non pas comme des résonances à une particule associées à la forme d'une potentiel (*shape resonances*). De plus, même le continuum non résonnant dans le SMEC prend en compte l'existence de l'interaction résiduelle entre les composantes du système. En dehors de la méthode présentée dans cette thèse, seul le modèle basé sur la méthode de la coordonnée génératrice (GCM) [41, 42, 43] et le modèle MERLIN, basé sur le modèle de structure MONSTER (VAMPIR) [44], permettent de prendre en compte la complexité des états nucléaires dans ce type de calcul. Cependant, dans le modèle [41, 42, 43], le traitement des résonances et des états de diffusion (couplages entre les voies différentes) est fait en utilisant la théorie de la matrice  $R$ . Ce traitement du continuum est plus rudimentaire que dans le SMEC. Dans le modèle MERLIN [44], les couplages entre les différentes voies sont aussi négligés et le traitement de l'interaction résiduelle dans  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  est également plus rudimentaire. De plus, MERLIN n'a été appliqué qu'aux réactions  $^{28}\text{Si}(e, e')X_i^{27}\text{Al}$ .

La méthode permettant de calculer la section efficace de capture radiative est donnée dans de nombreux articles [35, 36, 37]. On peut néanmoins présenter brièvement ce calcul car il est différent selon le schéma de couplage choisi. Dans le cas du SMEC, un état de diffusion est constitué d'un projectile de moment cinétique  $j_a$  et d'une cible de moment intrinsèque  $I_t$  couplés à un moment cinétique total

$J_i$  :

$$\Psi_i(\vec{r}) = \sum_{\ell_a j_a} i^{\ell_a} \frac{\psi_{\ell_a j_a}^{J_i}(r)}{r} \left[ [Y^{\ell_a} \otimes \chi^s]^{j_a} \otimes \chi^{I_t} \right]_{m_i}^{(J_i)} \quad (3.2)$$

où  $\psi_{\ell_a j_a}^{J_i}(r)$  est une solution donnée en (2.30).  $s$  et  $\ell_a$  sont respectivement le spin et le moment cinétique orbital du projectile.

De même, l'état final donné par le SMEC s'écrit :

$$\Psi_f(\vec{r}) = \sum_{\ell_b j_b} A_{\ell_b s j_b}^{j_b I_t J_f} \frac{u_{\ell_b j_b}^{J_f}(r)}{r} \left[ [Y^{\ell_b} \otimes \chi^s]^{j_b} \otimes \chi^{I_t} \right]_{m_f}^{(J_f)} \quad (3.3)$$

où  $u_{\ell_b j_b}^{J_f}(r)$  est une solution de (2.18) et  $A_{\ell_b s j_b}^{j_b I_t J_f}$  est un coefficient de parenté fractionnaire.  $s$ ,  $\ell_b$  et  $j_b$  sont respectivement le spin, le moment cinétique orbital et le moment cinétique total du nucléon capturé, et  $J_f$  est le moment cinétique total du système.

L'amplitude de transition électrique de multipolarité  $\mathcal{L}$  s'écrit :

$$T^{E\mathcal{L}} = C(E\mathcal{L}) i^{\ell_a} \hat{J}_f \hat{\ell}_b \hat{j}_b \hat{j}_a \langle \mathcal{L} \delta J_f m_f | J_i m_i \rangle \langle \ell_b 0 \mathcal{L} 0 | \ell_a 0 \rangle \times W(j_b I_t \mathcal{L} J_i; J_f j_a) W(\ell_b s \mathcal{L} j_a; j_b \ell_a) I_{\ell_a j_a, \ell_b j_b}^{\mathcal{L} J_i} \quad (3.4)$$

et pour une transition magnétique  $M1$  :

$$T^{M1} = i^{\ell_a} \mu_N \hat{J}_f \langle 1 \delta J_f m_f | J_i m_i \rangle \left\{ W(j_b I_t 1 J_i; J_f j_a) \hat{j}_a \hat{j}_b \times \left[ \mu \left( \frac{Z_t}{m_t^2} + \frac{Z_a}{m_a^2} \right) \hat{\ell}_a \bar{\ell}_a W(\ell_b s 1 j_a; j_b \ell_a) + (-1)^{j_b - j_a} 2 \mu_a \hat{s} \bar{s} W(s \ell_b 1 j_a; j_b s) \right] \right. \\ \left. + \mu_t (-1)^{J_f - J_i} \hat{I}_t \bar{I}_t W(I_t j_b 1 J_i; J_f I_t) \delta j_a j_b \right\} \delta_{\ell_a \ell_b} I_{\ell_a j_a, \ell_b j_b}^{0 J_i} \quad (3.5)$$

Dans les équations (3.4) et (3.5) on a utilisé les notations suivantes :  $\hat{a} = \sqrt{2a+1}$ ,  $\bar{a} = \sqrt{a(a+1)}$  et  $\delta = m_i - m_f$ . Les coefficients  $C(E\mathcal{L})$  sont donnés par :

$$C(E1) = \mu \left( \frac{Z_a}{m_a} - \frac{Z_t}{m_t} \right)$$

et

$$C(E2) = \mu^2 \left( \frac{Z_a}{m_a^2} + \frac{Z_t}{m_t^2} \right)$$

Dans l'équation (3.5),  $\mu_t$  et  $\mu_a$  sont les moments magnétiques de la cible et du projectile,  $\mu_N$  est le magnéton nucléaire,  $m_t$  et  $m_a$  sont les masses du projectile et de la cible et  $\mu$  est la masse réduite du système.  $I_{\ell_a j_a, \ell_b j_b}^{\mathcal{L} J_i}$  est une intégrale de recouvrement :

$$I_{\ell_a j_a, \ell_b j_b}^{\mathcal{L} J_i} = \int u_{\ell_b j_b}(r) r^{\mathcal{L}} \psi_{\ell_a j_a}^{J_i}(r) dr \quad (3.6)$$

La section efficace de capture radiative est alors donnée par :

$$\sigma^{E1,M1} = \frac{16\pi}{9} \left(\frac{k_\gamma}{k_a}\right)^3 \left(\frac{\mu}{\hbar c}\right) \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right) \frac{1}{2s+1} \frac{1}{2I_t+1} \sum |T^{E1,M1}|^2 \quad (3.7)$$

$$\sigma^{E2} = \frac{4\pi}{75} \left(\frac{k_\gamma^5}{k_a^3}\right) \left(\frac{\mu}{\hbar c}\right) \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right) \frac{1}{2s+1} \frac{1}{2I_t+1} \sum |T^{E2}|^2 \quad (3.8)$$

où  $k_\gamma$  et  $k_a$  sont les vecteurs d'onde ( $p = \hbar k$ ) associés respectivement au photon émis et au projectile.

### 3.2 Sections efficaces de diffusion

La section efficace de diffusion élastique est une observable très intéressante à étudier car elle permet de localiser les états résonnants et d'estimer leurs largeurs. La complexité du spectre d'un noyau ne permet pas de reproduire la section efficace de diffusion élastique à partir du modèle simplifié d'une particule diffusant sur un potentiel. Le SMEC est tout à fait adapté à ce type d'études.

Dans une expérience de diffusion dont la voie d'entrée est  $c_0$  et une voie de sortie  $c$  ( $= c_0$  pour une diffusion élastique), la fonction d'onde des particules est donnée par :

$$\Psi_c^{(c_0)} = \xi_c^{(c_0)} + \sum_i \tilde{\Omega}_i \frac{1}{E - E_i + \frac{i}{2}\Gamma_i} \langle \tilde{\Phi}_i | H | \xi_c^{(c_0)} \rangle \quad (3.9)$$

La forme asymptotique de  $\Psi_c^{(c_0)}$  est discutée dans l'article [1]. L'amplitude reliée à la largeur partielle d'une résonance  $n$  est donnée par :

$$\gamma_c^{(n)} = -e^{-i\delta_c^{(0)}} \left(\frac{4m_r}{\hbar^2 k_c}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_i \alpha_{ni} \sum_{c'} \int dr \xi_{c'}^{(c)}(r) w_{c'}^{(i)}(r) \quad (3.10)$$

où  $\delta_c^{(0)}$  est le déphasage *non résonnant* :

$$\delta_c^{(0)} = \frac{1}{2} \arg S_{cc}^{(0)} \quad (3.11)$$

avec  $S_{cc}^{(0)}$  l'élément diagonal de la matrice de diffusion donné par le comportement asymptotique de  $\xi_c^{(c_0)}$ . En utilisant la relation de proportionnalité entre les éléments de matrice apparaissant dans (3.9) et les amplitudes partielles (3.10), on peut écrire les éléments de matrice de  $S$  :

$$S_{cc_0} = S_{cc_0}^{(0)} - i \exp\left[i(\delta_c^{(0)} + \delta_{c_0}^{(0)})\right] \sum_n \frac{\gamma_c^{(n)} \gamma_{c_0}^{(n)}}{E - \tilde{E}_n + \frac{i}{2}\tilde{\Gamma}_n} \quad (3.12)$$

La matrice  $S_{cc_0}$  permet de calculer la section efficace de diffusion élastique ( $c = c_0$ ) ou inélastique ( $c \neq c_0$ ).

Les amplitudes partielles  $\gamma_c^{(n)}$  ainsi que les parties réelles  $\tilde{E}_n$  et imaginaires  $\tilde{\Gamma}_n$  des valeurs propres de l'hamiltonien effectif de modèle en couches  $H_{QQ}^{eff}$  (2.47), entrant dans le calcul des éléments de matrice de  $S$ , dépendent *explicitement* de l'énergie. Les amplitudes  $\gamma_c^{(n)}$  sont complexes à cause du couplages entre les voies et des mélanges entre les états discrets. La largeur partielle pour une voie  $c$  est définie par :

$$\Gamma_{n,c} = |\gamma_c^{(n)}|^2 \quad (3.13)$$

Par conséquent, la largeur totale n'est plus la somme des largeurs partielles [21] :

$$\sum_c |\gamma_c^{(n)}|^2 = \tilde{\Gamma}_n \sum_i |\mathbf{A}_{ni}|^2 \geq \tilde{\Gamma}_n \quad (3.14)$$

car la norme des vecteurs propres  $\mathbf{A}_{ni}$  donnée par (2.42) implique que :

$$\sum_i |\mathbf{A}_{ni}|^2 \geq 1. \quad (3.15)$$

### 3.3 Autres observables

Les sections efficaces de capture radiative et de diffusion élastique ou inélastique ne sont pas les seules informations que l'on peut extraire de la fonction d'onde construite avec le SMEC (2.30). Lorsque des données expérimentales sont disponibles, il est intéressant de comparer ces données avec les résultats du SMEC, en particulier dans des cas où le modèle en couches semble être mis en défaut. Parmi les observables les plus importantes, on peut citer l'énergie d'excitation des niveaux et différents moments statiques, comme le moment magnétique, le moment quadrupolaire ou le rayon quadratique moyen. Dans cette thèse, on discutera notamment le rayon quadratique moyen d'une orbite :

$$\langle r^2 \rangle = \int dr u_n^*(r) r^2 u_n(r) \quad (3.16)$$

ou d'un noyau. Les fonctions d'onde  $u_n(r)$  dans (3.16) sont données par (2.18). Pour calculer le rayon du noyau, on utilisera le mélange de configurations donné par le modèle en couches mais, contrairement à celui-ci, nous utiliserons des fonctions d'onde ayant des conditions asymptotiques de solutions calculées dans un puits de profondeur finie, alors que dans le modèle en couches les fonctions d'onde sont celles de l'oscillateur harmonique et ont donc un comportement asymptotique mal adapté à l'étude des noyaux faiblement liés. On discutera également les amplitudes de transitions réduites [45] :

$$B(\Pi\mathcal{L}; J_i \rightarrow J_f) = \frac{\langle \Psi_f(J_f^{\pi_f}) || \hat{O}(\Pi\mathcal{L}) || \Psi_i(J_i^{\pi_i}) \rangle}{2J_i + 1} \quad (3.17)$$

où  $\Pi = E$  (transition électrique) ou  $\Pi = M$  (magnétique) et  $\mathcal{L}$  est la multipolarité de la transition.



# Chapitre 4

## Exemples

La fonction d'onde obtenue dans le chapitre précédent contient toute l'information permettant de caractériser le système ou de faire des prédictions en calculant des valeurs moyennes d'observables. Le mélange de configurations est donné par le modèle en couches (espace  $\mathcal{Q}$ ) et n'est pas modifié par les couplages au continuum. Ce dernier fournit d'autres informations : la largeur partielle d'émission de particule notamment, mais aussi un décalage de l'énergie des états par rapport aux énergies de modèle en couches, ce décalage étant révélateur de couplages entre les sous-espaces.

La première application du SMEC est évidemment la spectroscopie des noyaux exotiques. La seconde application que je présenterai, et qui est la principale raison qui nous a poussé à développer ce formalisme, est le calcul des sections efficaces de capture radiative à basse énergie. Je présenterai ensuite d'autres résultats comme les sections efficaces de diffusion élastique résonnante ou de dissociation coulombienne. Je montrerai que la comparaison entre les résultats calculés et les mesures expérimentales peut donner des informations précieuses au-delà de la simple connaissance de l'énergie et de la largeur des états. Enfin je présenterai quelques autres exemples comme un calcul d'amplitude de transition réduite  $B(E2)$ .

### 4.1 $^8\text{B}$ et $^8\text{Li}$

#### 4.1.1 Le $^8\text{B}$ et le «problème» des neutrinos solaires

Les chaînes  $p-p$  sont parmi les réactions nucléaires les plus fondamentales dans les modèles solaires [3, 33]. On distingue trois types de chaînes  $p-p$  durant la période *non explosive* de la vie d'une étoile (voir figure 4.1). Elles permettent notamment la synthèse d' $^4\text{He}$  à partir de protons sans faire intervenir de noyaux plus lourds comme catalyseurs de réaction. Ces chaînes sont le point de départ des théories expliquant la synthèse des éléments lourds à partir d'hydrogène.



réaction [46, 47, 48], mais la valeur du facteur  $S$  est obtenue par extrapolation des résultats mesurés à plus haute énergie. Les valeurs proposées dans ces expériences varient entre 16 eV.b et 45 eV.b. Les analyses les plus récentes donnent :  $S = 18.3 \pm 0.8$  eV.b [47]. La valeur conseillée pour le modèle solaire standard [3], issue de l'étude comparative du groupe de Seattle est :  $S = 19^{+4}_{-2}$  eV.b [49]. Diverses tentatives de calculs ont également été faites [35, 36, 37, 41, 42, 50, 52, 53, 54], avec une dispersion de résultats assez impressionnante.

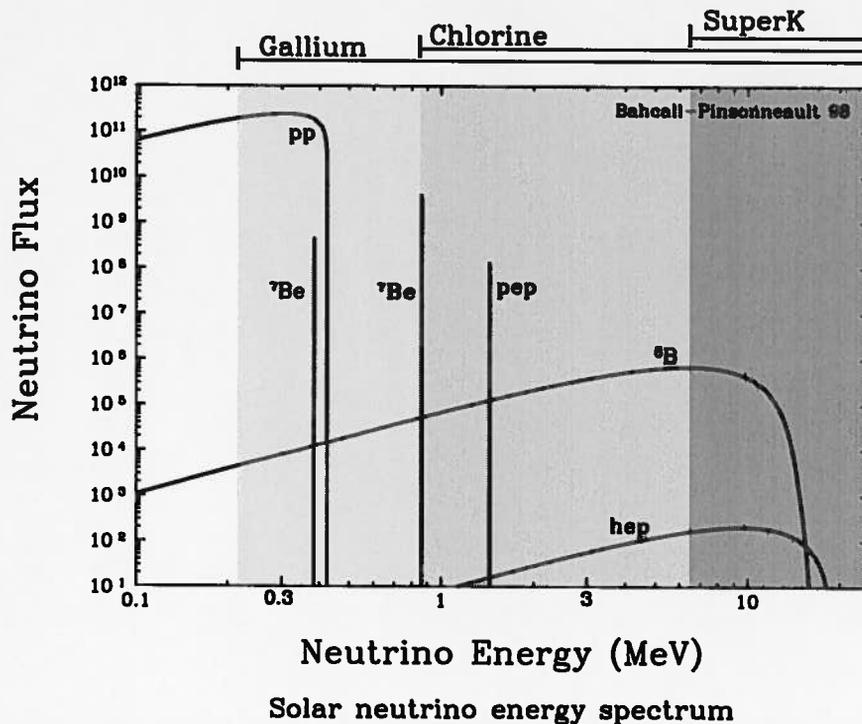


FIG. 4.2 – Spectre en énergie des neutrinos issus des chaînes  $p$ - $p$  prédit par le modèle solaire standard. Le flux de neutrinos provenant des sources d'émission continue (comme le  ${}^8\text{B}$ ) est donné en coups par  $\text{cm}^2$  et par seconde. Les chaînes  $p$ - $p$  produisent plus de 98% du flux de neutrinos solaires. Les barres en haut de la figure indiquent les seuils de détection des principales expériences de mesure de ce flux<sup>2</sup>.

La différence importante entre le flux de neutrinos solaires de haute énergie prédit par le modèle solaire standard et les mesure réalisées nécessitent de revoir tous les paramètres mis en jeu, parmi lesquels le facteur  $S$  de la réaction  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$  est le plus mal connu [3].

<sup>2</sup> Figure tirée de l'article de J.W. Bahcall, *Solar Neutrinos : Where We Are, Where We Are Going* [55], reproduite avec la permission de l'auteur.

On peut signaler que les calculs développés ici avec le SMEC pour étudier le  ${}^8\text{B}$  devraient pouvoir s'étendre au noyau voisin, le  ${}^9\text{C}$ . L'espace de modèle en couches (couche  $p$ ) est le même, l'interaction de Cohen-Kurath (CK) peut également être utilisée et l'interaction résiduelle couplant les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  doit être très similaire. Ce noyau présente un intérêt en astrophysique nucléaire car c'est un des éléments clef des mécanismes hot  $p$ - $p$  [56] ayant lieu dans les phases explosives de la vie des étoiles (novæ ou super-novæ). L'analyse d'une expérience de capture radiative :  ${}^8\text{B}(p, \gamma){}^9\text{C}$ , est en cours [57] et les résultats devraient être publiés rapidement.

### 4.1.2 Construction des espaces $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$

Les noyaux de  ${}^8\text{B}$  et de  ${}^8\text{Li}$  sont constitués de quatre nucléons actifs au dessus d'un cœur inerte d'hélium. Ils peuvent être traités comme des noyaux de la couche  $p$ . Nous avons utilisé une interaction standard CK [58] pour reproduire leur spectroscopie dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$ . L'équation de modèle en couches dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$  des états discrets est résolue en utilisant le programme ANTOINE de E. Caurier [59], utilisant la méthode de Lanczos dans une base construite en schéma  $m$ .

Il est assez difficile de juger le résultat donné par le modèle en couches (voir la figure 4.3) car il n'y a que trois états connus avec certitude dans le  ${}^8\text{B}$  et six dans le  ${}^8\text{Li}$ . Néanmoins, si on compare le spectre du  ${}^8\text{Li}$  avec le résultat du modèle en couches, on voit que l'accord est assez bon. Cette comparaison ne porte que sur les énergies des états, et bien évidemment ce n'est qu'une partie de l'information fournie par le modèle en couches. Le bon accord global entre les spectres expérimentaux et calculés permet de penser que les fonctions d'onde des états sont suffisamment bien reproduites (ces fonctions sont nécessaires au calcul des éléments de matrices couplant les sous-espaces).

Les paramètres du champ moyen initial  $v(r)$  (2.7), utilisé pour construire les fonctions radiales dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$ , sont :  $R_0 = 2.4$  fm,  $a = 0.52$  fm et  $v_{so} = -4$  MeV. Nous avons testé des interactions résiduelles de portée nulle du type Wigner-Bartlett (WB) :

$$V_{12} = -V_0[\alpha + \beta P_{12}^\sigma]\delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (4.1)$$

où  $V_0$  est l'intensité de la force et  $P_{12}^\sigma$  représente l'opérateur d'échange de spin. Les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont liés par la relation :

$$\alpha + \beta = 1 \quad (4.2)$$

c'est-à-dire qu'il n'y a que deux paramètres indépendants dans la force  $V_{12}$ . Nous avons utilisé une intensité :  $V_0 = 650$  MeV. fm<sup>3</sup>, et différentes valeurs des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$ . Dans chaque cas, nous avons ajusté la profondeur du champ moyen

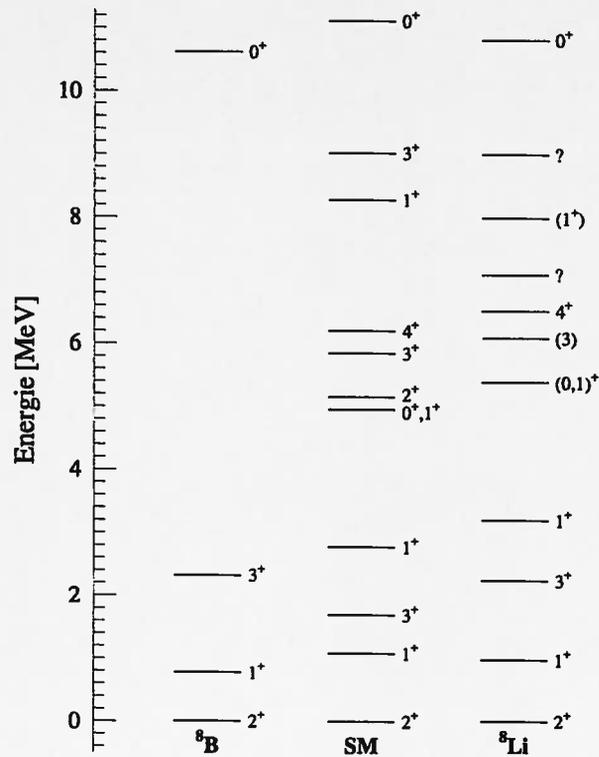


FIG. 4.3 – Comparaison entre les spectres expérimentaux du  ${}^8\text{B}$  et du  ${}^8\text{Li}$  et les résultats calculés par le modèle en couche avec l'interaction CK [58].

initial de manière à ce que l'énergie de l'orbite  $0p_{3/2}$  corresponde à l'énergie de séparation d'une particule dans l'état de base du noyau. Ce choix est justifié par le fait que le facteur spectroscopique de l'orbite  $0p_{3/2}$  dans l'état  $2_1^+$  est voisin de 1 (l'interaction CK donne un facteur spectroscopique de 0.977). Nous avons utilisé le même champ moyen initial pour tous les états du système car dans les autres cas les énergies des états de particules individuelles ne peuvent pas être clairement définies. Les valeurs de la profondeur du champ moyen selon le système et la valeur du paramètre  $\alpha$  sont données dans le tableau 4.1.

Les états  $0p_{1/2}$  et  $0p_{3/2}$  peuvent être non liés dans certains états  $J^\pi$ . Dans ce cas, nous avons utilisé la procédure décrite dans le paragraphe 2.2.2 pour intégrer ces résonances dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$ . Le choix du rayon de coupure  $R_{\text{cut}}$  dans le calcul de séparation de contribution des fonctions résonnantes de particules individuelles dans  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  peut influencer la largeur partielle de résonances. Dans une étude des noyaux au voisinage de l' ${}^{16}\text{O}$ , Barz *et al.* [1] ont trouvé que pour  $2R_0 < R_{\text{cut}} < 3R_0$ , la position et la largeur des états à  $A$  corps sont pratiquement stables. Nous avons utilisé les paramètres de coupure dans (2.15) :  $a_{\text{cut}} = 0.52$  fm, c'est-à-dire la même diffusivité que le potentiel initial, et  $R_{\text{cut}} = 5$  fm. Cette valeur du rayon de coupure correspond approximativement à la distance où la barrière

Système	$\varepsilon_{p_{\frac{3}{2}}}$ [ MeV]	$\beta$	$V_0$ [ MeV]
[p $\otimes$ ${}^7\text{Be}$ ]	-0.137	0.45	-42.140
		0.27	-40.045
		0.05	-37.660
[n $\otimes$ ${}^7\text{Li}$ ]	-2.033	0.45	-41.683
		0.27	-39.555
		0.05	-36.905

TAB. 4.1 – Paramètres de profondeur du potentiel initial  $v(r)$  (2.7) pour différents choix du paramètre d'échange  $\beta$  de l'interaction résiduelle WB (4.1).

du potentiel vaut la moitié de son maximum. Nous avons utilisé un rayon de coupure plus grand :  $R_{\text{cut}} = 10$  fm pour la fonction d'onde  $0p_{1/2}$  dans l'état  $1_1^+$  car il se trouve à 300 keV au-dessus du seuil et a donc une extension spatiale assez importante.

La figure 4.4 montre deux exemples de champ moyen initial  $v(r)$  (ligne discontinue) et final  $v^{(sc)}(r)$  utilisés pour calculer les fonctions d'onde des états  $0p_{\frac{3}{2}}$  et  $0p_{\frac{1}{2}}$  dans les états  $2^+$  (figure de gauche) et  $1^+$  (figure de droite) pour le  ${}^8\text{B}$ . Pour chaque ensemble d'orbitales  $\tau\ell j$  et pour chaque spin et parité  $J^\pi$  du système, on utilise séparément la procédure auto-cohérente décrite dans le paragraphe 2.2.4. On peut observer que dans ces deux cas, le potentiel final présente un maximum à l'origine. Ce maximum est absent du potentiel initial. On constate également que le potentiel final est différent selon l'état considéré bien que le potentiel initial soit le même. Ceci montre que le champ moyen utilisé dans cette méthode dépend fortement de l'interaction résiduelle entre les nucléons. La forme du champ moyen auto-cohérent  $v^{(sc)}(r)$ , dépend de l'interaction résiduelle (4.1) utilisée pour coupler les sous-espaces mais également de l'interaction résiduelle de modèle en couches à travers les opérateurs à un corps  $\mathcal{O}_{\beta\delta}^K$  définis dans l'annexe A.2.

Pour mieux illustrer l'effet des corrections qui conduisent du champ moyen initial au champ moyen final, nous avons défini un champ moyen *équivalent* au champ final. C'est un potentiel du même type que le potentiel initial mais dont on a réajusté la profondeur de manière à ce que l'état de particules individuelles  $0p_{3/2}$  soit à la même énergie que dans le champ moyen final. Ce champ moyen équivalent  $v^{(eq)}(r)$  est représenté en traits pointillés sur la figure 4.4. On constate que le champ moyen final et son *alter ego* équivalent sont très différents à l'intérieur du noyau mais assez similaires à la surface pour les deux  $J^\pi$  considérés. Le rayon quadratique moyen de l'orbite  $0p_{3/2}$  est :  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 4.228$  fm, pour  $J^\pi = 2^+$  dans le potentiel  $v^{(sc)}(r)$  et :  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 4.239$  fm, pour le même  $J^\pi$  dans le potentiel  $v^{(eq)}(r)$ . Dans le cas  $J^\pi = 1^+$ , la diffusivité effective de la surface du potentiel  $v^{(sc)}(r)$  est un peu diminuée. De ce fait les fonctions d'onde  $1p_{3/2}$  dans les potentiels  $v^{(sc)}(r)$  et  $v^{(eq)}(r)$  sont très similaires. On constate juste un petit

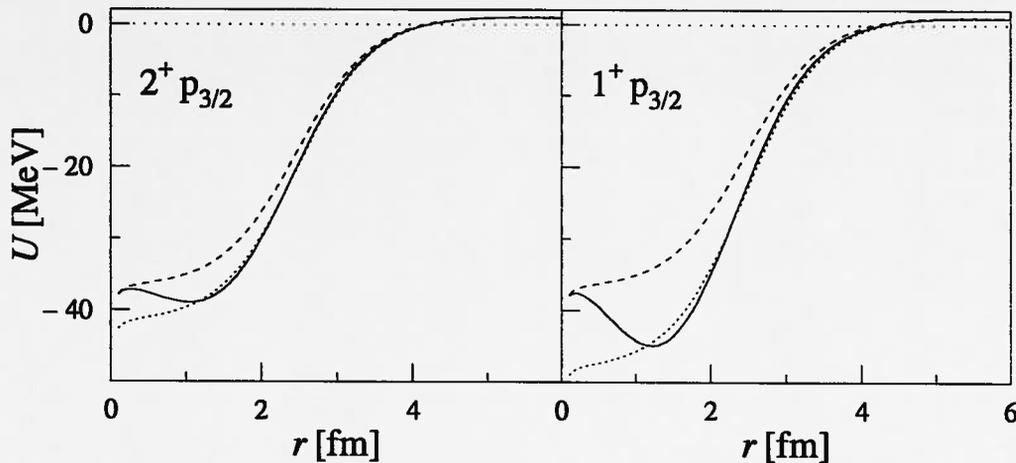


FIG. 4.4 – Potentiels utilisés pour calculer les fonctions d'ondes radiales des états de particules individuelles dans les états  $2^+$  et  $1^+$  du  ${}^8\text{B}$ . Le potentiel initial  $v(r)$  est en traits discontinus, le potentiel auto-cohérent  $v^{(sc)}(r)$  en traits continus et le potentiel équivalent  $v^{(eq)}(r)$  en pointillés.

décalage du maximum de cette fonction vers l'intérieur du potentiel dans le cas de  $v^{(sc)}(r)$ .

Il n'y a pas d'indication permettant de définir l'énergie de l'orbite  $0p_{1/2}$ . En utilisant le même potentiel de départ  $v(r)$  que pour l'état  $0p_{3/2}$ , nous avons obtenu :

$$\varepsilon_{0p_{1/2}}^{2^+} = 0.731 \text{ MeV} \text{ et } \varepsilon_{0p_{1/2}}^{1^+} = 0.311 \text{ MeV}.$$

L'espacement entre les niveaux  $0p_{1/2}$  et  $0p_{3/2}$  dépend donc de l'état du système. Il vaut :  $\Delta\varepsilon = 3.369 \text{ MeV}$ , dans le potentiel initial, alors que dans le potentiel final  $v^{(sc)}(r)$  on a :  $\Delta\varepsilon = 0.868 \text{ MeV}$ , pour  $J^\pi = 2^+$  et :  $\Delta\varepsilon = 2.849 \text{ MeV}$ , pour  $J^\pi = 1^+$ . Pour  $J^\pi = 3^+$ , l'état  $0p_{1/2}$  n'est pas modifié par la procédure de correction (voir paragraphe 2.2.4) car dans notre approximation nous ne prenons en compte que l'état de base du sous-système que constitue le  ${}^7\text{Be}$  dans l'état de base  $3/2_1^-$  et dans le premier état excité  $1/2_1^-$ . Un état  $3^+$  ne peut donc être formé qu'en faisant un couplage du type  $[({}^7\text{Be} : \frac{3}{2}^-) \otimes (p_{3/2})]$ . L'état  $1p_{1/2}$  n'intervient pas dans ce cas et le potentiel dans lequel il est calculé n'est donc pas modifié.

D'une manière générale, la surface du potentiel est peu sensible à la procédure de correction. Cela peut néanmoins être différent si les états considérés ont des composantes importantes d'état individuel de neutron :  $\ell = 0$  ou  $\ell = 1$ , en particulier pour des systèmes de type halo de neutrons [60, 61]. Dans ce cas il n'y a pas de barrière coulombienne et l'effet de la barrière centrifuge est faible ou inexistant. Par conséquent, les fonctions d'onde radiales ont une plus grande extension et les corrections sur le potentiel seront plus importantes à grande

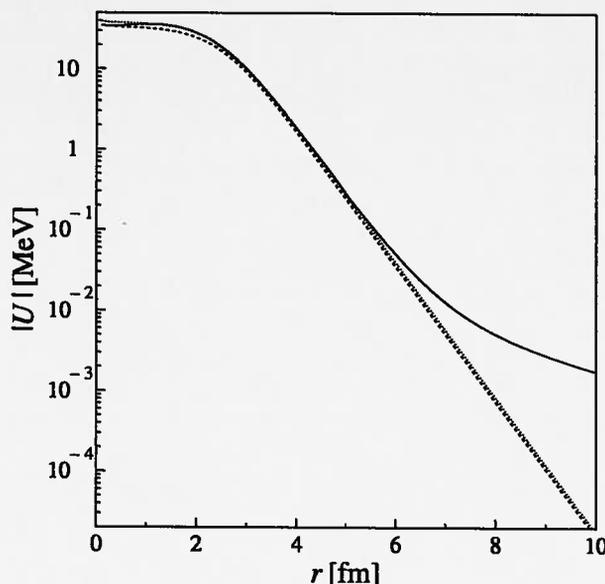


FIG. 4.5 – Différents potentiels utilisés pour les état individuels  $p_{3/2}$  dans le  ${}^8\text{Li}$  en échelle logarithmique. Le potentiel initial  $v(r)$  est en traits discontinus, le potentiel auto-cohérent  $v^{(sc)}(r)$  en traits continus et le potentiel équivalent  $v^{(eq)}(r)$  en pointillés.

distance.

Dans les cas cités précédemment, nous avons considéré des couplages entre les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  pour des états de protons. Pour s'affranchir des effets de confinement dus au champ coulombien, on a représenté sur la figure 4.5 les potentiels  $v(r)$ ,  $v^{(sc)}(r)$  et  $v^{(eq)}(r)$  dans le cas du  ${}^8\text{Li}$  pour les états  $p_{3/2}$  de neutron, où l'état  $0p_{3/2}$  a été placé artificiellement à  $-20$  keV dans le potentiel  $v^{(sc)}(r)$ . Les paramètres du potentiel  $v(r)$  sont les mêmes que pour le  ${}^8\text{B}$  sauf la profondeur qui a été réajustée :  $V_0 = -33.4$  MeV. Les paramètres de l'interaction résiduelle entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  n'ont pas été changés. On peut remarquer que la procédure de correction influence plus fortement le potentiel que dans le cas du  ${}^8\text{B}$  et que, comme attendu, l'effet est plus important sur la surface du potentiel (halo de champ moyen).

La figure 4.6 illustre l'influence de l'intensité relative de la partie directe et de la partie d'échange de l'interaction résiduelle (4.1) sur le champ moyen auto-cohérent  $v^{(sc)}(r)$ . Dans chaque exemple, le potentiel est celui des orbitales  $p$  de proton dans les états  $2^+$  du  ${}^8\text{B}$ . Les divers paramètres sont ceux donnés dans le tableau 4.1. La correction la plus forte correspond à  $\alpha = 0.95$ , c'est-à-dire à la limite où la force tend à devenir une force de Wigner. Le fait que le champ final dépende de la nature de la force résiduelle a des conséquences importantes sur la largeur des résonances, comme on va le montrer plus loin.

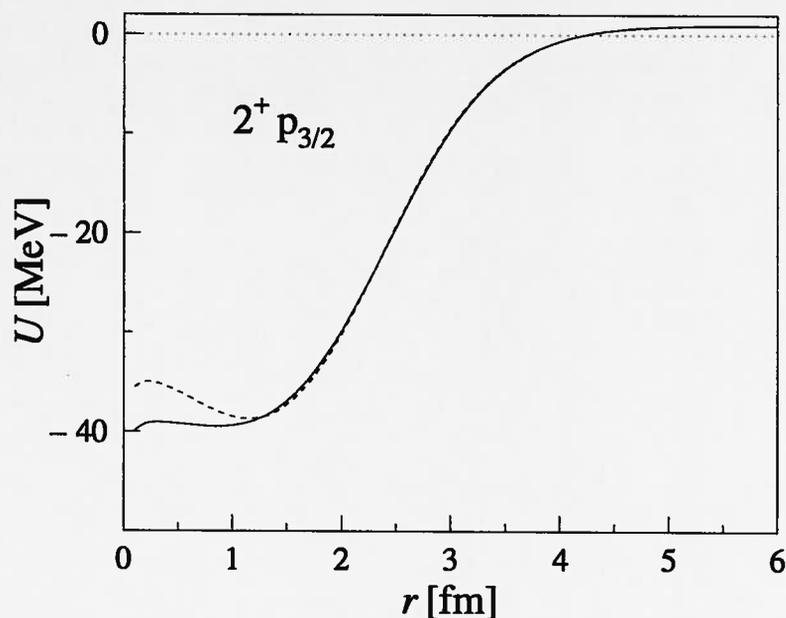


FIG. 4.6 – Champ moyen auto-cohérent  $v^{(sc)}(r)$  obtenu pour les orbitales  $p_{3/2}$  du  ${}^8\text{B}$  dans les états  $2^+$ . Les interactions résiduelles sont du type WB (4.1) avec  $\alpha = 0.55$  (ligne continue) et  $\alpha = 0.95$  (ligne discontinue).

### 4.1.3 Spectroscopie des noyaux miroir ${}^8\text{B}$ et ${}^8\text{Li}$

#### Spectre du ${}^8\text{B}$

Les états  $p$  de neutrons interviennent dans la procédure itérative décrite dans le paragraphe 2.2.4 mais le potentiel dans lequel ils sont générés n'est pas modifié par cette procédure. Avec les choix de paramètres du tableau 4.1, on obtient les énergies individuelles et les rayons quadratiques moyens suivants :

$$\varepsilon_{p_{3/2}} = -13.02 \text{ MeV}, \quad \varepsilon_{p_{1/2}} = -11.16 \text{ MeV}$$

et

$$\sqrt{\langle r_{p_{3/2}}^2 \rangle} \simeq \sqrt{\langle r_{p_{1/2}}^2 \rangle} \simeq 2.5 \text{ fm.}$$

Nous avons vérifié que les résultats n'étaient pas très sensibles à la position des états de neutrons (si on modifie leurs positions d'environ 2 MeV les résultats ne changent pas de manière significative).

La figure 4.7 représente la comparaison entre les résultats obtenus pour les états  $T = 1$  du  ${}^8\text{B}$  : les résultats de modèle en couches avec l'interaction CK [58] dans la couche  $p$  (première colonne), les valeurs expérimentales connues (colonne de droite) et différentes approximations du SMEC. Dans la colonne «SMEC», nous n'avons pris en compte que l'état de base  $3/2_1^-$  du  ${}^7\text{Be}$  pour construire les états du  ${}^8\text{B}$ . Dans la colonne «SMEC1» nous avons pris en compte l'état de base

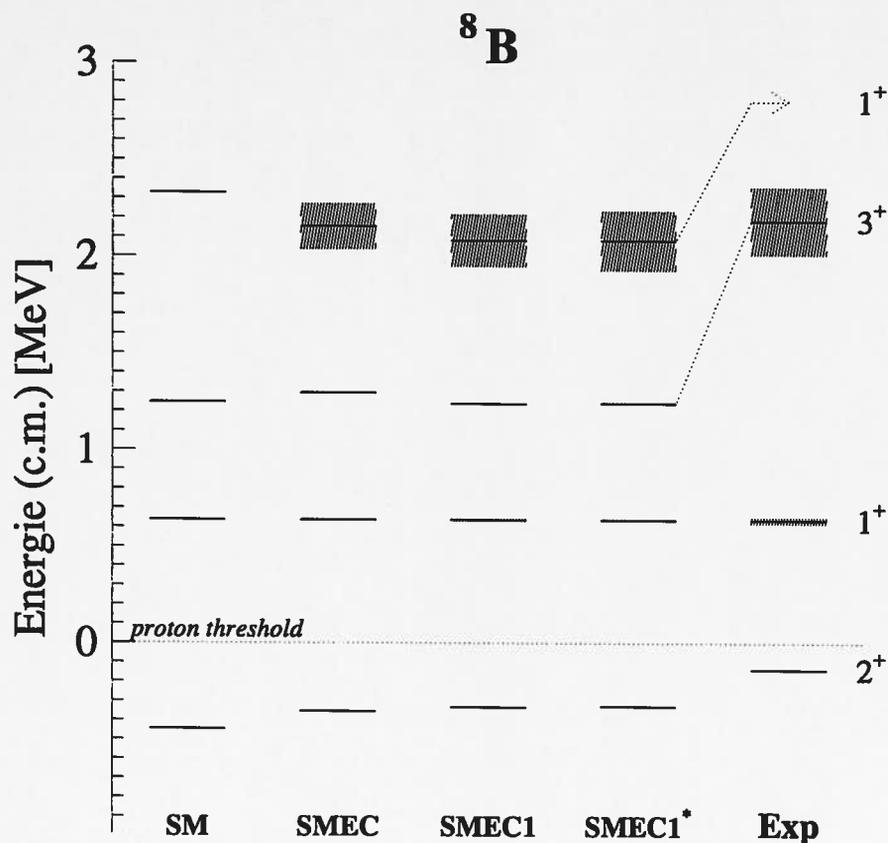


FIG. 4.7 – Spectres obtenus pour le  $^8\text{B}$  : modèle en couches («SM») avec l'interaction CK, SMEC dans différentes approximations «SMEC», «SMEC1» et «SMEC1\*» (voir texte) et valeurs expérimentales «Exp».

Etat $J^\pi$	MC	SMEC		SMEC1		SMEC1*		Exp.	
	$E$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$
$2^+$	-446	-356	–	-334	–	-329	–	-137.5±1	–
$1^+$	637	637	16.5	637	15.3	637	15.2	637±6	37±5
$3^+$	1246	1294	13.1	1237	12.5	1241	12.6	2183±30	350±40
			(25.2)		(25.8)		(25.8)		
$1^+$	2327	2153	240	2081	273	2080	309	inconnu	

TAB. 4.2 – Energies des états du  $^8\text{B}$  calculées dans le cadre du modèle en couches (colonne notée «MC») et du SMEC (voir texte pour l'explication des notations «SMEC1» et «SMEC1\*») comparées aux valeurs expérimentales (colonne notée «Exp.»).

du  ${}^7\text{Be}$  et le premier état excité  $1/2_1^-$  en le laissant à la position prédite par le modèle en couches ( $E^* = 1.070$  MeV). Enfin, la colonne «SMEC1\*» correspond à la même hypothèse que précédemment mais en remplaçant l'état  $1/2_1^-$  à la position expérimentale ( $E^* = 0.429$  MeV).

Les valeurs numériques correspondant à la figure 4.7 se trouvent dans le tableau 4.2

Etat $J^\pi$	MC $E$	$\alpha = 0.55$		$\alpha = 0.73$		$\alpha = 0.95$		Exp.	
		$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$
$2^+$	-446	-418	—	-356	—	-320	—	$-137.5 \pm 1$	—
$1^+$	637	637	12.6	637	16.5	637	25.9	$637 \pm 6$	$37 \pm 5$
$3^+$	1246	1313	3.0	1294	13.1	1275	34.9	$2183 \pm 30$	$350 \pm 40$
			(5.6)		(25.2)		(67.4)		
$1^+$	2327	2299	116	2153	240	1899	399	inconnu	

TAB. 4.3 – Influence de l'intensité relative du terme direct de l'interaction résiduelle (4.1) sur le spectre du  ${}^8\text{B}$ . Comme pour la colonne «SMEC» du tableau (4.2), seul l'état de base du  ${}^7\text{Be}$  a été pris en compte. Voir le tableau (4.1) pour la signification des nombres entre parenthèses.

Le spectre du  ${}^8\text{B}$  est peu sensible à certaines approximations de notre calcul. La position de l'état de base est correctement reproduite par le SMEC. Dans tous les exemples présentés, l'origine de l'échelle des énergies est déterminée en plaçant l'état  $1_1^+$  à la position expérimentale par rapport au seuil d'émission d'un proton. La position de l'état de base change d'environ 100 keV si on introduit le premier état excité du  ${}^7\text{Be}$  dans le calcul (voir les colonnes «SMEC1» et «SMEC1\*» par rapport à la colonne «SMEC»). La largeur du premier état excité  $1_1^+$  change également assez peu avec ce choix et pour une interaction résiduelle avec  $\alpha = 0.73$  on obtient environ la moitié de la largeur expérimentale. La valeur  $\alpha = 0.73$  est proche de celle utilisée pour l'étude des résonances dipolaires géantes dans l' ${}^{16}\text{O}$  [1, 62]. La largeur de l'état  $1_1^+$  dépend plus fortement du rapport entre la partie directe et la partie d'échange de l'interaction résiduelle (voir la figure 4.8 et la tableau 4.3). La largeur de cet état s'approche de la valeur expérimentale lorsque la force tend à devenir une force de Wigner uniquement ( $\alpha \rightarrow 1$ ). A la limite où  $\alpha = 1$  et  $\beta = 0$ , la force résiduelle admet une symétrie de type  $SU(4)$  [63]. On sait que la symétrie  $SU(4)$  est brisée dans la plupart des noyaux plus lourds à cause du rôle grandissant du couplage spin-orbite. On peut mettre en évidence des preuves de cette brisure de symétrie pour les noyaux plus lourds que l' ${}^{16}\text{O}$  en comparant les états réalistes de modèle en couches et les représentation du groupe  $SU(4)$  [64]. Néanmoins la symétrie  $SU(4)$  est une bonne approximation pour les noyaux de la couche  $p$  [65, 66], par exemple, les transitions de Gamow-Teller étudiées au moyen du modèle en couches avec l'interaction CK sont en bon accord avec les symétries du groupe  $SU(4)$  [66]. Si l'on compare les schémas de

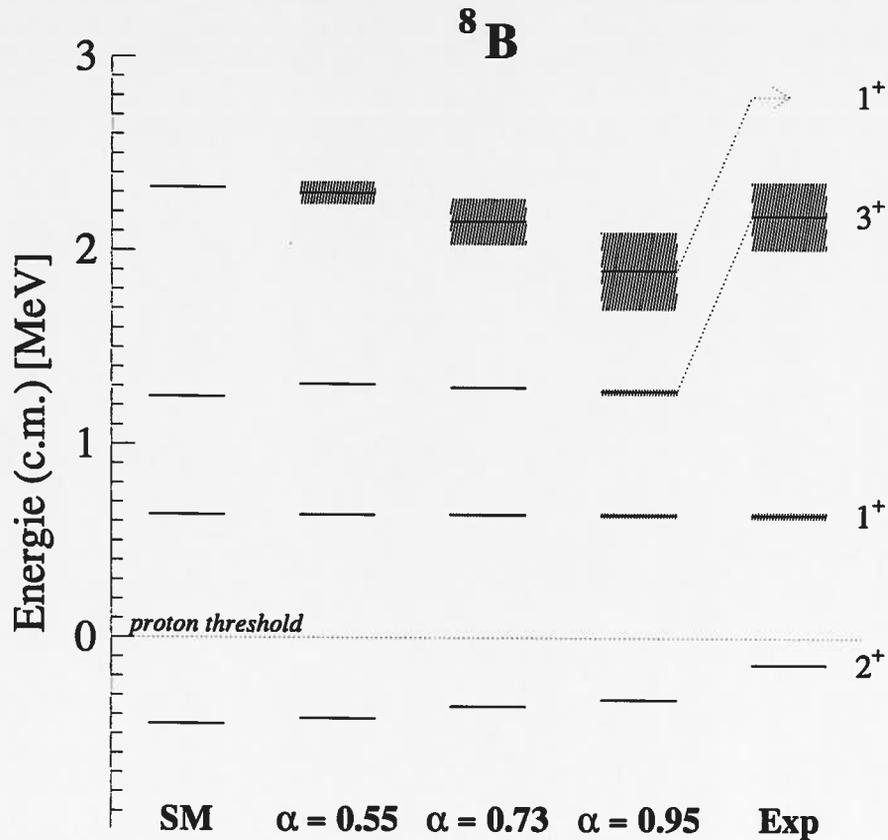


FIG. 4.8 – Spectres obtenus pour le  ${}^8\text{B}$  : modèle en couches avec l'interaction  $CK$  (« $SM$ »), SMEC avec différentes valeurs du paramètre  $\alpha$  de l'interaction résiduelle  $WB$  (4.1) et valeurs expérimentales (« $Exp$ »).

couplage  $jj$  et  $LS$  en utilisant le rapport  $a/K$  caractérisant leur échelle d'énergie [67], on constate un accroissement de  $a$  lorsque l'on va des noyaux les plus légers vers les plus lourds dans la couche  $p$ . Ceci montre que le couplage  $jj$  est plus important lorsqu'on s'approche de la fin de la couche  $p$  [67]. On sait aussi que les calculs de modèle en couches réaliste montrent que les fonctions d'onde des états de base des noyaux en début et en fin de couche  $p$  contiennent peu de composantes brisant la symétrie  $SU(4)$  [58, 65, 68]. On sait également que l'analyse des résonances dipolaires magnétiques géantes montre que les principales règles de sélection de  $SU(4)$  sont vérifiées pour les noyaux de la couche  $p$  [66]. Il est très encourageant de constater que tous ces éléments vont dans le même sens avec le SMEC, c'est-à-dire que l'accord avec l'expérience pour les largeurs partielles d'émission de particule s'améliore si la force tend à avoir une symétrie  $SU(4)$

pour les noyaux situés au début de la couche  $p$ .

Il est intéressant de voir l'évolution de l'énergie et de la largeur effective de l'état  $1_1^+$  du  ${}^8\text{B}$  en fonction de l'énergie du système (figure 4.9). L'interaction résiduelle et les potentiels utilisés sont les mêmes que pour la figure 4.7. Les courbes en ligne continue représentent les résultats ne prenant en compte que l'état de base  $3/2^-$  du  ${}^7\text{Be}$ . La contribution du premier état excité  $\frac{1}{2}^-$  a été ajoutée en laissant cet état à la position prédite par le modèle en couches (ligne discontinue) ou en le plaçant à la position expérimentale (ligne pointillée). L'énergie effective de l'état considéré décroît avec l'énergie  $E_{cm}$ , passe par un minimum puis devient croissante. La position du minimum de  $E_R$  varie peu selon que l'on prend en compte ou non le premier état excité du  ${}^7\text{Be}$ . La largeur effective  $\Gamma_R(E_{cm})$ , quant à elle, est une fonction croissante et est relativement insensible aux divers approximations que nous avons testées.

L'énergie donnée par le modèle en couches pour le premier état  $3_1^+$  est trop basse par rapport à la valeur expérimentale (voir figures 4.7 et 4.8). Les couplages au continuum ne peuvent pas corriger cette lacune. La largeur de cet état est trop faible d'un facteur au moins égale à cinq, bien qu'on constate une amélioration lorsque  $\alpha \rightarrow 1$  comme pour l'état  $1_1^+$ . On peut expliquer cette déviation entre la théorie et l'expérience par plusieurs raisons :

- (i) On peut penser que l'interaction CK ne décrit pas correctement cet état (on sait que cette interaction ne reproduit pas très bien les noyaux les plus légers de la couche  $p$ ).
- (ii) L'état  $3_1^+$  a sans doute une structure complexe ayant un recouvrement important avec une configuration en agrégats [ ${}^3\text{He} - {}^5\text{Li}$ ] qui ne peut pas être reproduite de manière réaliste dans l'espace de modèle en couches utilisé. Dans le  ${}^8\text{Li}$ , l'état  $3_1^+$  est fortement influencé par la configuration miroir [ ${}^3\text{H} - {}^5\text{He}$ ] [69].
- (iii) L'état  $3_1^+$  se situe au dessus du seuil de séparation en trois corps :



or cette voie n'est pas prise en compte dans notre modèle. Ceci peut expliquer une partie du déficit de la largeur calculée.

- (iv) L'état  $3_1^+$  peut provenir de couplages faisant intervenir le premier état excité du  ${}^7\text{Be}$  mais également d'autres états plus hauts en énergie comme par exemple le  $7/2^-$ , qui se trouve à 4.57 MeV et qui n'est pas stable par rapport à l'émission d'une particule. En toute rigueur, cet état instable de la cible ne peut pas être pris en compte, car cela contredit une des hypothèses fondamentales du SMEC qui est :  $P + Q = 1$  (voir paragraphe 2.2).

Le désaccord pour l'énergie et la largeur peut donc provenir du fait que les couplages avec des états en agrégats ou des états instables de la cible ne sont pas négligeables pour l'état  $3_1^+$  du  ${}^8\text{B}$ .

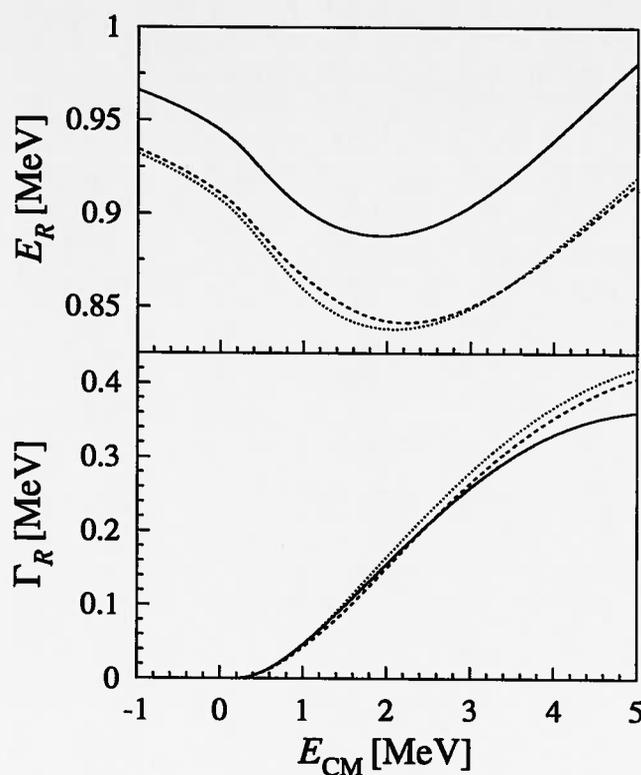


FIG. 4.9 – Energie ( $E_R$ ) et largeur ( $\Gamma_R$ ) effectives de l'état  $1_1^+$  du  ${}^8\text{B}$  en fonction de l'énergie du système ( $E_{cm}$ ). On a pris en compte l'état de base du  ${}^7\text{Be}$  uniquement (traits continus), l'état de base et le premier état excité du  ${}^7\text{Be}$  en le laissant à la position donnée par le modèle en couches (traits discontinus) ou en le replaçant à la position expérimentale (pointillés).

### Spectre du ${}^8\text{Li}$

Le tableau 4.4 montre une comparaison entre les résultats de modèle en couches, diverses approximations du SMEC et les valeurs expérimentales des énergies des états du  ${}^8\text{Li}$ . Les paramètres de l'interaction résiduelle sont les mêmes que pour le  ${}^8\text{B}$ . Ceux du potentiel initial  $v(r)$  sont donnés dans le tableau 4.1. La profondeur de la partie centrale de  $v(r)$  a été ajustée de sorte que l'état individuel de neutron  $0p_{3/2}$  soit lié à  $-2.033$  MeV pour  $J^\pi = 2_1^+$ , ce qui correspond à la différence expérimentale entre l'énergie de l'état de base  $2_1^+$  et le seuil d'émission d'un neutron. Ce choix de potentiel donne l'état  $0p_{1/2}$  à  $-1.109$  MeV et les rayons quadratiques moyens des deux états de neutron  $0p_{1/2}$  et  $0p_{3/2}$  sont  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 3.474$  fm. Nous avons utilisé le même potentiel initial  $v(r)$  pour les états  $0p_{3/2}$  et  $0p_{1/2}$  dans tous les états du  ${}^8\text{Li}$ .

Comme on l'a discuté dans le paragraphe précédent, les couplages au continuum introduisent une modification du terme spin-orbite dépendant du moment

Etat $J^\pi$	MC	SMEC		SMEC1		SMEC1*		Exp.	
	$E$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$
$2^+$	-1471	-1437	—	-1346	—	-1346	—	-2034	—
$1^+$	-388	-419	—	-349	—	-351	—	-1053	—
$3^+$	221	221	3.4	221	3.5	221	3.5	$221 \pm 3$	$33 \pm 6$
$1^+$	1302	1066	358	1050	383	1037	464	1167	$\approx 1000$
			(378)		(423)		(507)		

TAB. 4.4 – Mêmes résultats que le tableau (4.2) mais pour le  ${}^8\text{Li}$ . L'énergie de séparation d'un neutron a été ajustée de manière à ce que la première résonance soit à la position expérimentale.

cinétique et de la parité des états considérés. Dans le potentiel initial  $v(r)$ , la différence d'énergie entre les états  $0p_{3/2}$  et  $0p_{1/2}$  est  $\Delta = 2.302$  MeV. On a :  $\Delta = 0.924$  MeV pour  $J^\pi = 2^+$ , et  $\Delta = 3.078$  MeV pour  $J^\pi = 1^+$  dans  $v^{(sc)}(r)$ . Il est intéressant de remarquer que ces résultats sont différents de ceux obtenus pour le  ${}^8\text{B}$ , car les couplages au continuum brisent la symétrie des spectres des noyaux miroir obtenus par le modèle en couches. La procédure de correction du champ moyen dépend fortement de l'isospin des états individuels mis en jeu. Elle conduit à des champs  $v^{(sc)}(r)$  assez différents dans les deux cas considérés ici :  ${}^8\text{B}$  et  ${}^8\text{Li}$ .

Les colonnes du tableau 4.4 correspondent aux mêmes approximations que dans le cas du  ${}^8\text{B}$ . Dans la colonne «SMEC» nous n'avons pris en compte que l'état de base de la cible (état  $3/2_1^-$  du  ${}^7\text{Li}$ ), dans la colonne «SMEC1» nous avons ajouté la contribution du premier état excité ( $1/2_1^-$ ) en le laissant à la position prédite par le modèle en couches, la colonne «SMEC1\*» correspond au même choix mais en remettant cet état à la position expérimentale ( $E^* = 0.478$  MeV). On peut constater que la modification de l'énergie de l'état de base du  ${}^8\text{Li}$  due aux couplages au continuum est très faible et que la prise en compte du premier état excité de la cible a un effet plus important. D'une manière générale, cet effet est plus important dans le cas du  ${}^8\text{Li}$  que du  ${}^8\text{B}$ . Expérimentalement, l'état  $3_1^+$  du  ${}^8\text{Li}$  se trouve au dessus du seuil d'émission d'un neutron et dans tous les calculs présentés nous l'avons placé à la position expérimentale. L'énergie de l'état de base n'est pas correctement reproduite par le SMEC et d'une manière générale la séquence des premiers états  $J^\pi = 2_1^+, 1_1^+, 3_1^+$  est trop comprimée par rapport à l'expérience, bien que l'écart entre les états  $2_1^+$  et  $1_1^+$  soit correct. La largeur de l'état  $3_1^+$  ne dépend que faiblement du niveau d'approximation du SMEC et n'est trop faible par rapport à l'expérience que par un facteur de l'ordre de 10, alors que ce facteur est au moins 30 pour le  ${}^8\text{B}$  pour la même interaction résiduelle.

La figure 4.10 compare les spectres obtenus pour le  ${}^8\text{Li}$  avec différents paramètres  $\alpha$  de l'interaction résiduelle (4.1) et les résultats expérimentaux. La largeur du niveau  $1_1^+$  est plus proche de la valeur expérimentale lorsque  $\alpha$  s'approche de

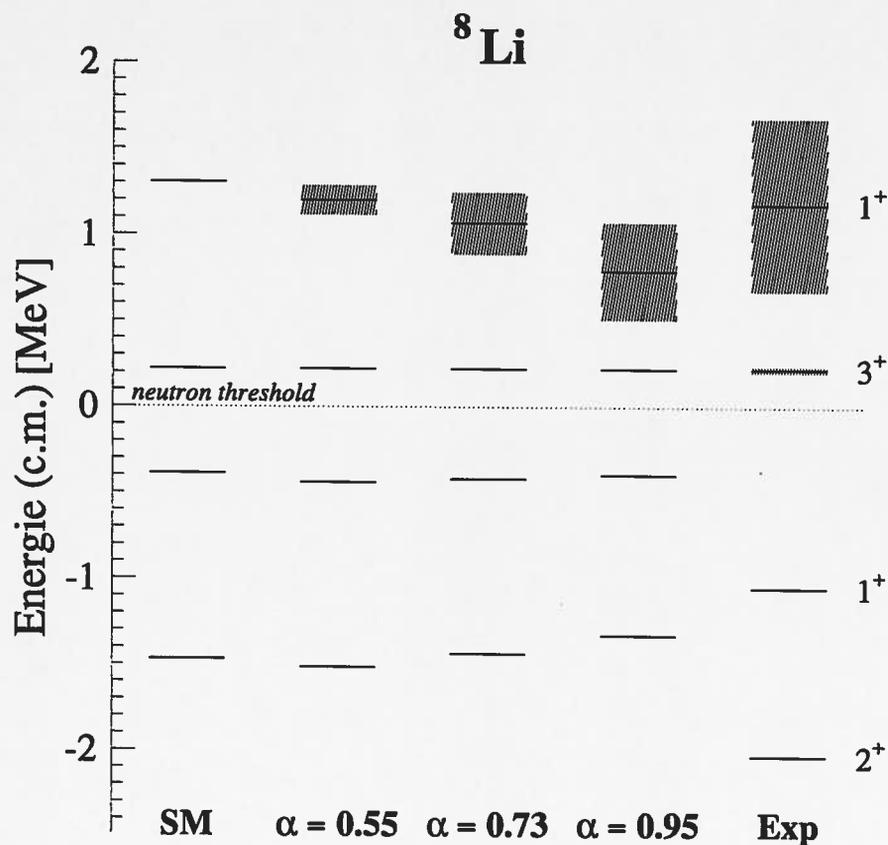


FIG. 4.10 – Mêmes résultats que sur la figure (4.8) pour le  ${}^8\text{Li}$ .

1 (voir le tableau 4.5 pour plus de détails). Ce phénomène est le même pour l'état  $3_1^+$  dont la largeur devient plus importante et qui ne diffère de la valeur exacte que par un facteur 3 pour  $\alpha = 0.95$ . Cet accord est très satisfaisant si l'on considère les limitations du SMEC :

- (i) La fonction d'onde de l'état  $3_1^+$  a un recouvrement important avec une configuration en agrégat [ ${}^3\text{H} - {}^5\text{He}$ ] qui ne peut pas être décrite d'une manière satisfaisante dans l'espace de valence  $p$  considéré.
- (ii) Le modèle en couches ne donne pas correctement l'énergie de cet état.
- (iii) L'état  $3_1^+$  ne peut pas se coupler au premier état excité  $1/2_1^-$  du  ${}^7\text{Li}$  mais peut se coupler à des états plus hauts en énergie comme l'état  $7/2_1^-$  qui est instable par rapport à l'émission d'une particule et qui ne peut donc pas être correctement pris en compte dans le SMEC.

Etat $J^\pi$	MC $E$	$\alpha = 0.55$		$\alpha = 0.73$		$\alpha = 0.95$		Exp.	
		$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$
$2^+$	-1471	-1515	—	-1438	—	-1330	—	-2834	—
$1^+$	-388	-442	—	-419	—	-394	—	-1053	—
$3^+$	221	221	0.8	221	3.4	221	9.4	221±3	33±6
$1^+$	1302	1199	172	1066	358	790	561	1176	≈ 1000
			(170)		(378)		(735)		

TAB. 4.5 – Influence de l'intensité relative du terme direct de l'interaction résiduelle WB (4.1) sur le spectre du  ${}^8\text{Li}$ . Voir le tableau (4.1) pour la signification des nombres entre parenthèses.

On peut tout de même souligner que l'état  $3_1^+$  est mieux décrit dans le  ${}^8\text{Li}$  que dans le  ${}^8\text{B}$ . Ceci est sans doute dû au fait qu'à l'énergie de l'état  $3_1^+$  la voie de décroissance en trois corps est fermée dans le  ${}^8\text{Li}$  (4.500 MeV pour le  ${}^8\text{Li}$  et 1.724 MeV pour le  ${}^8\text{B}$ ).

Il est intéressant d'observer l'évolution de l'état  $1_2^+$  du  ${}^8\text{Li}$  en fonction de l'énergie totale du système (voir la figure 4.11). Les courbes en ligne continue représente l'évolution de l'énergie et de la largeur en ne prenant en compte que l'état de base  $3/2^-$  de la cible de  ${}^7\text{Li}$ . Celles en lignes discontinues prennent en compte son premier état excité  $1/2^-$  en le laissant à la position donnée par le modèle en couches et les courbes pointillée le prennent en compte en le replaçant à la position expérimentale ( $E^* = 0.467$  MeV). Contrairement à l'état  $1_1^+$ , on voit que pour l'état  $1_2^+$ , la complexité des couplages mis en jeu a une influence importante sur l'évolution de la largeur. En particulier, on voit clairement la différence d'évolution de l'énergie effective lorsque l'énergie du système passe par l'énergie du premier état excité de la cible.

#### 4.1.4 Moment quadripolaire du ${}^8\text{B}$ et du ${}^8\text{Li}$

Le moment quadripolaire électrique est un bon test pour juger de la qualité des fonctions d'ondes obtenues pour les états de base du  ${}^8\text{B}$  et du  ${}^8\text{Li}$ . Pour le calculer on peut utiliser l'approche de Carchidi *et al.* [51], comme cela a été récemment fait par Brown *et al.* [52]. On calcule le moment quadripolaire, proportionnel à  $Q_2 \sim \langle r^2 Y^{(2)} \rangle$ , en sommant sur les éléments de matrice à  $A$  corps et à un corps :

$$\langle J_i \| r^2 Y^{(2)} \| J_i \rangle = \sum_{jj't_z} \frac{1}{\sqrt{5}} \langle J_i \| a_{jt_z}^\dagger \tilde{a}_{j't_z} \rangle^{(2)} \| J_i \rangle \langle j, t_z \| r^2 Y^{(2)} \| j', t_z \rangle, \quad (4.3)$$

où la somme sur  $t_z$  fait intervenir les protons et les neutrons. En insérant la relation de fermeture de l'ensemble des états du sous-système à sept corps entre les opérateurs  $a_{jt_z}^\dagger$  et  $\tilde{a}_{j't_z}$ , on peut réécrire l'équation (4.3) comme une somme sur les

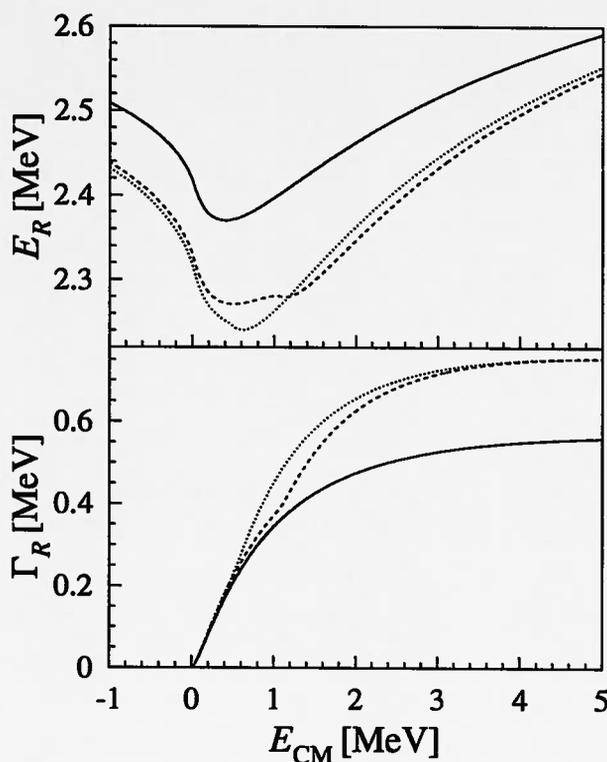


FIG. 4.11 – Mêmes résultats que sur la figure (4.9) pour l'état  $1_2^+$  du  ${}^8\text{Li}$ .

états de la couche  $p$  du système à sept corps [70], avec  $t_z \equiv p$  ou  $n$  respectivement pour le  ${}^8\text{B}$  ou le  ${}^8\text{Li}$ . On peut exprimer les éléments de matrice apparaissant dans (4.3) à l'aide des amplitudes spectroscopiques, charges effectives, facteurs géométriques et éléments de matrice radiaux correspondants [52]. Les différents éléments de matrice intervenant dans l'expression finale de  $\langle Q_2 \rangle$  correspondent à des termes provenant de l'état de base du  ${}^7\text{Be}$  (termes de valence :  $\langle r^2 \rangle_v^{(p)}$ ), et des états excités du  ${}^7\text{Be}$  (termes correspondant aux protons du cœur :  $\langle r^2 \rangle_{p-c}^{(p)}$ ) et du  ${}^7\text{B}$  (termes correspondant aux neutrons du cœur :  $\langle r^2 \rangle_{p-c}^{(n)}$ ) [52, 51]. Avec les fonctions d'ondes radiales calculées dans le potentiel auto-cohérent et pour l'interaction résiduelle ayant un terme direct  $\alpha = 0.95$ , ces éléments de matrice valent :  $\langle r^2 \rangle_v^{(p)} = 17.9 \text{ fm}^2$ ,  $\langle r^2 \rangle_{p-c}^{(p)} = 7.65 \text{ fm}^2$  et  $\langle r^2 \rangle_{p-c}^{(n)} = 6.03 \text{ fm}^2$ , dans le cas du  ${}^8\text{B}$ . Les positions des états correspondant aux protons et aux neutrons du cœur ont été déduits des énergies ( $Q$ ) de réaction expérimentales. Avec ces valeurs, on obtient  $\langle Q_2 \rangle = 6.99 \text{ e. fm}^2$ , ce qui est en très bon accord avec la valeur expérimentale  $\langle Q_2 \rangle = 6.83 \pm 0.21 \text{ e. fm}^2$ . Cette valeur a été obtenue en considérant les charges effectives  $e_p = 1.35$  et  $e_n = 0.35$ , et en prenant les amplitudes spectroscopiques obtenues avec l'interaction de modèle en couches CK. Un calcul analogue pour le  ${}^8\text{Li}$  donne :  $\langle Q_2 \rangle = 2.78 \text{ e. fm}^2$ , qui est également proche de la valeur expérimentale :  $\langle Q_2 \rangle = 3.27 \pm 0.06 \text{ e. fm}^2$ . Bien que l'accord

soit satisfaisant, dans le cas du  ${}^8\text{B}$  comme dans le cas du  ${}^8\text{Li}$ , les valeurs obtenues ne doivent pas être prises en compte de manière trop définitive, compte tenu des incertitudes concernant les charges effectives, les amplitudes spectroscopiques et les fonctions radiales des états du cœur.

#### 4.1.5 Réactions de captures radiatives

Avant de présenter les résultats concernant les sections efficaces des réactions  $(p, \gamma)$  et  $(n, \gamma)$ , il convient de faire une remarque. Dans les formules (3.7) et (3.8) donnant les contributions  $E1$ ,  $M1$  et  $E2$  de la section efficace, l'énergie du photon émis apparaît à la puissance  $(2\mathcal{L} + 1)/2$  ( $\mathcal{L}$  étant l'ordre de la transition). Cette énergie dans le repère du centre de masse, est donnée par :

$$E_\gamma + E_A + E_c^f = E_c^i \quad (4.4)$$

où  $E_c^i$  et  $E_c^f$  sont les énergies cinétiques dans la voie d'entrée et dans la voie de sortie de la réaction et  $E_A$  est l'énergie (négative) de l'état final du noyau formé. A très basse énergie on aura :

$$E_\gamma \sim -E_A \quad (4.5)$$

La valeur calculée de la section efficace dépend donc très fortement de l'énergie de l'état final, or le modèle en couches ou le SMEC ne peuvent en général pas donner l'énergie d'un état avec une précision suffisante. Dans le cas d'un système faiblement lié comme le  ${}^8\text{B}$  cette imprécision peut avoir des conséquences importantes. L'état final  $2_1^+$  se trouve à 137 keV du seuil d'émission d'un proton. Dans ce cas, une erreur de 100 keV sur la prédiction de cette énergie peut changer de 100% l'énergie du photon émis lors d'une capture à basse énergie. Il faut donc utiliser la valeur expérimentale de l'énergie de l'état de base pour calculer l'énergie du photon émis, et non celle donnée par le SMEC.

#### Réaction ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$

Les contributions  $E1$ ,  $M1$  et  $E2$  de la réaction de capture radiative  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$  sont présentées sur la figure 4.12 pour deux choix différents de l'interaction résiduelle. L'énergie expérimentale de l'état final utilisée pour calculer l'énergie du photon émis est de 137 keV (énergie par rapport au seuil d'émission d'un photon). On peut constater que l'amplitude des composantes  $E1$  et  $E2$  sont pratiquement insensibles au rapport entre la partie directe et la partie d'échange de la force résiduelle. Au contraire la contribution  $M1$ , et en particulier dans la région de la résonance  $1_1^+$ , dépend fortement de ce choix. Le rapport entre les contributions  $E2$  et  $E1$  au niveau de la résonance  $1_1^+$  sont  $8.15 \cdot 10^{-4}$  (pour  $\alpha = 0.73$ ) et  $7.72 \cdot 10^{-4}$  (pour  $\alpha = 0.95$ ). Ces résultats sont en bon accord avec la valeur expérimentale  $6.7_{-1.9}^{+2.8} \cdot 10^{-4}$  [71]. La composante  $E1$  représente la contribution dominante dans

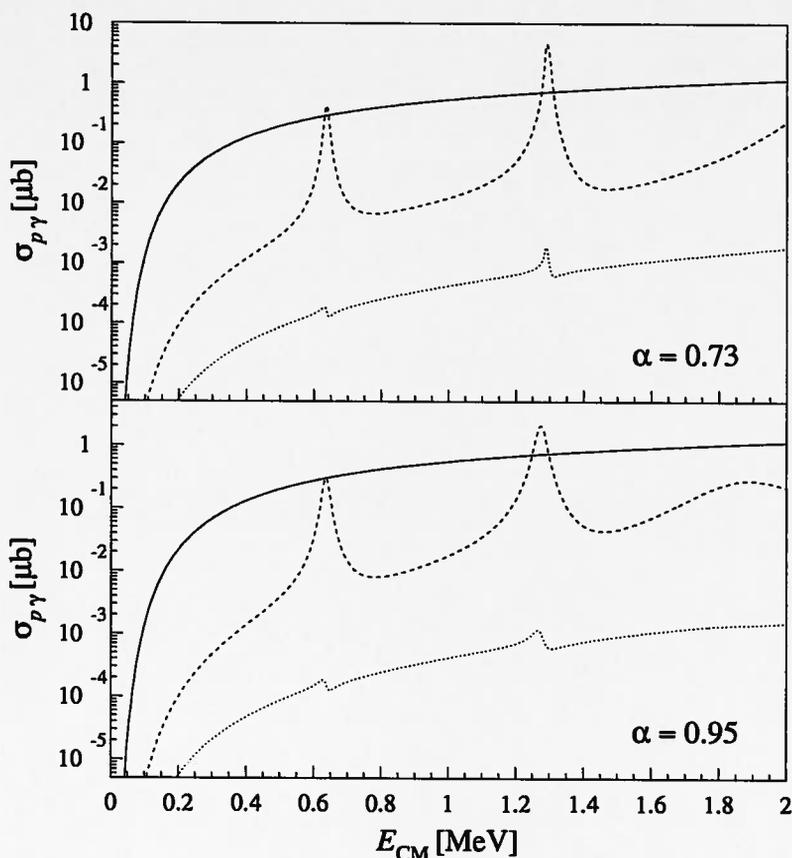


FIG. 4.12 – Différentes contributions à la section efficace de capture  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$  : E1 (traits continus), M1 (trait discontinu) et E2 (pointillés). L'interaction résiduelle WB (4.1) a été utilisée avec  $\alpha = 0.73$  (figure en haut) et  $\alpha = 0.95$  (figure en bas).

la section efficace. Cette partie non résonnante constitue une bonne mesure de l'extension spatiale de la fonction d'onde de l'état final  $2_1^+$  qui est asymptotiquement déterminée par la fonction individuelle de protons  $0p_{3/2}$ . Pour calculer correctement la section efficace, il est essentiel que cet état ait des propriétés géométriques réalistes et donc qu'il soit exactement lié à 137 keV. A une énergie de liaison aussi faible, l'extension de la fonction d'onde varie très rapidement avec son énergie. Nous avons pu vérifier qu'une petite modification de l'énergie de cet état a des conséquences beaucoup plus importantes sur la section efficace qu'une modification des paramètres  $R_0$  et  $a$  du potentiel initial (2.7).

La figure 4.13 représente le facteur astrophysique  $S$  de la réaction (calculé avec  $\alpha = 0.95$ ) ainsi que divers résultats expérimentaux [46, 47]. Comme proposé dans l'article [42], on peut paramétriser le facteur  $S$  à basse énergie par la formule :

$$S(E) = S(0) \exp \left[ \hat{\alpha}E + \hat{\beta}E^2 \right] \quad (4.6)$$

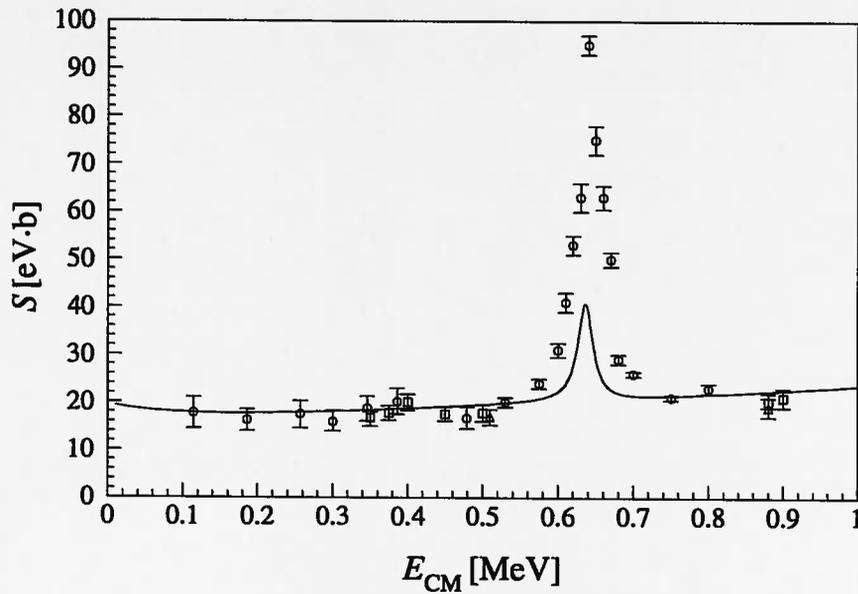


FIG. 4.13 – Comparaison du facteur astrophysique de la réaction  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$  avec les données provenant des expériences de Filippone *et al.* [46] et Hammache *et al.* [47].

En ajustant cette paramétrisation sur nos résultats entre 0 et 100 keV on obtient :

$$\begin{cases} S(0) &= 19.594 \text{ eV.b} \\ \hat{\alpha} &= -1.544 \text{ MeV}^{-1} \\ \hat{\beta} &= 6.468 \text{ MeV}^{-2} \end{cases} \quad (4.7)$$

Des calculs de type GCM [41, 42] donnent une dépendance en énergie très similaire mais une valeur à l'origine supérieure :

$$\begin{cases} S(0) &= 30.0 \text{ eV.b} \\ \hat{\alpha} &= -1.577 \text{ MeV}^{-1} \\ \hat{\beta} &= 5.983 \text{ MeV}^{-2} \end{cases} \quad (4.8)$$

Notre estimation pour  $S(0)$  est très proche des résultats expérimentaux les plus récents qui donnent :  $S(0) = 18.3 \pm 0.8 \text{ eV.b}$  [47]. La valeur moyenne recommandée par l'analyse critique des expériences précédentes est :  $S(0) = 19_{-2}^{+4} \text{ eV b}$  [49].

Le rapport des sections efficaces  $M1$  et  $E1$  pour  $\alpha = 0.95$  est :  $\sigma^{M1}/\sigma^{E1} = 1.43 \cdot 10^{-3}$ ,  $2.65 \cdot 10^{-3}$  et  $1.90 \cdot 10^{-2}$  respectivement à 20, 100 et 500 keV. La contribution  $M1$  dans le facteur  $S$  à l'énergie de la résonance  $1_1^+$  et  $S^{M1} = 20.52 \text{ eV.b}$ . Cette contribution décroît rapidement en allant vers les basses énergies et vaut  $S^{M1} = 3.65 \cdot 10^{-1}$ ,  $4.74 \cdot 10^{-2}$  et  $2.72 \cdot 10^{-2} \text{ eV.b}$  à 500, 100 et 20 keV.

Le maximum au niveau de la résonance  $1_1^+$  (40.67 eV.b) est nettement plus faible que la valeur mesurée par Filippone *et al.* [46]. Cette valeur dominée par la

contribution  $M1$  est proportionnelle au carré de l'amplitude spectroscopique des états  $p$  dans l'état  $1_1^+$  ( $-0.352$  pour  $0p_{1/2}$  et  $0.567$  pour  $0p_{3/2}$  avec l'interaction CK. Des valeurs similaires sont données par l'interaction de Kumar [72] ou l'interaction PTBME [52]).

Récemment, Kikuchi *et al.* [73] ont mesuré la contribution  $E2$  dans le facteur  $S$  :  $S^{E2}(E) = 0.0_{-0}^{+0.8}$  meV.b pour  $1.25 \text{ MeV} < E < 1.5 \text{ MeV}$  et  $S^{E2}(E) = 0.0_{-0}^{+3(+3.6)}$  meV.b pour  $1.5 \text{ MeV} < E < 1.75 \text{ MeV}$ . Nos calculs donnent pour les mêmes intervalles :  $S^{E2} \sim 52 - 53 \text{ meV.b}$  et  $S^{E2} \sim 53 - 71 \text{ meV.b}$ , valeurs du même ordre de grandeur que celles données par Typel et Baur [74]. Le rapport entre ces valeurs est de l'ordre de 10 et l'importance de la contribution  $E2$  à basse énergie dans le facteur  $S$  reste un problème ouvert.

### Réaction ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$

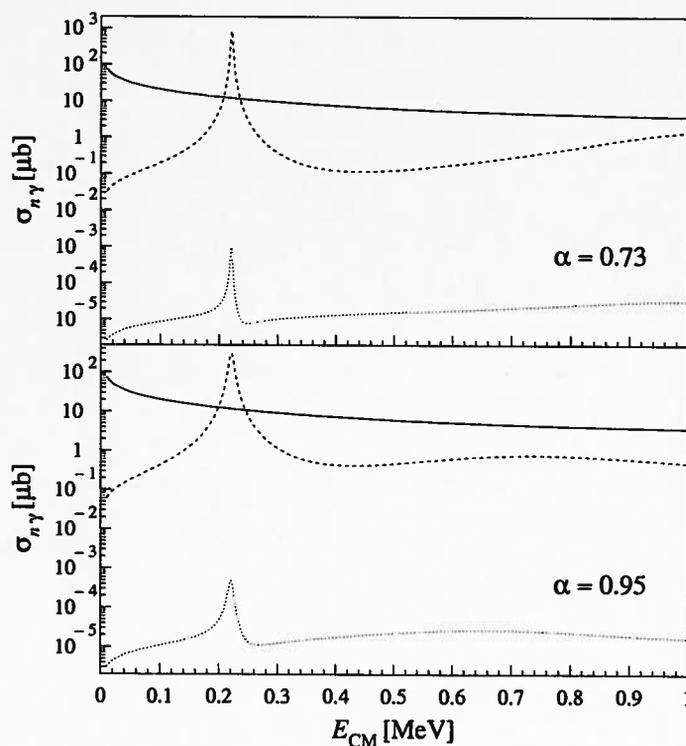


FIG. 4.14 - Différentes contributions à la section efficace de capture  ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$  :  $E1$  (traits continus),  $M1$  (traits discontinus) et  $E2$  (pointillés). L'interaction résiduelle WB (4.1) a été utilisée avec  $\alpha = 0.73$  (figure en haut) et  $\alpha = 0.95$  (figure en bas).

Cette réaction est la réaction miroir de  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ , précédemment étudiée. Les ingrédients du calcul sont les mêmes comme pour l'étude de la spectroscopie,

mis à part la profondeur de la partie centrale du potentiel initial (2.7) qui a été réajustée de manière à ce que l'état  $0p_{3/2}$  de neutron se trouve à  $-2.033$  MeV, ce qui est l'énergie de séparation d'un neutron dans le  ${}^8\text{Li}$ . Lorsque les particules incidentes sont des neutrons, les intégrales de recouvrement données par l'équation (3.6) dépendent fortement de la région située à l'intérieur du potentiel même à très basse énergie. Les expériences de diffusion élastique de neutrons donnent accès aux longueurs de diffusion  $a_S$ , où  $S$  est le couplage des spins des constituants :  $\vec{S} = \vec{s} + \vec{I}_t$ . Ces valeurs ont été mesurées [75] :  $a_{S=0} = 0.87 \pm 0.07$  fm et  $a_{S=1} = -3.63 \pm 0.05$  fm. La profondeur du potentiel initial permettant de calculer les états individuels  $\ell = 0$  a été ajustée selon la procédure donnée par Barker [36] de manière à reproduire les longueurs de diffusion expérimentales.

La figure 4.14 représente les différentes contributions à la section efficace de capture pour deux choix différents de l'interaction résiduelle. Comme dans le cas du  ${}^8\text{B}$ , l'énergie du photon n'est pas définie comme la différence entre l'énergie cinétique du système  $[n \otimes {}^7\text{Li}]^{(J_i)}$  et l'énergie calculée de l'état final  $2_1^+$ , mais comme la différence entre l'énergie cinétique du système initial et l'énergie expérimentale de l'état final ( $E = -2.033$  MeV). On peut voir sur la figure 4.14 que la section efficace totale ainsi que sa composante dominante  $E1$  sont pratiquement insensibles à la paramétrisation de l'interaction résiduelle. La contribution  $E2$  montre une petite dépendance en  $\alpha$  dans la région de la résonance  $1_2^+$ . Par contre la composante  $M1$ , et en particulier sa partie résonnante, varie fortement avec le paramètre  $\alpha$ . Aux énergies thermiques, la contribution  $M1$  varie de quasiment un ordre de grandeur selon que  $\alpha$  vaut 0.73 ou 0.95.

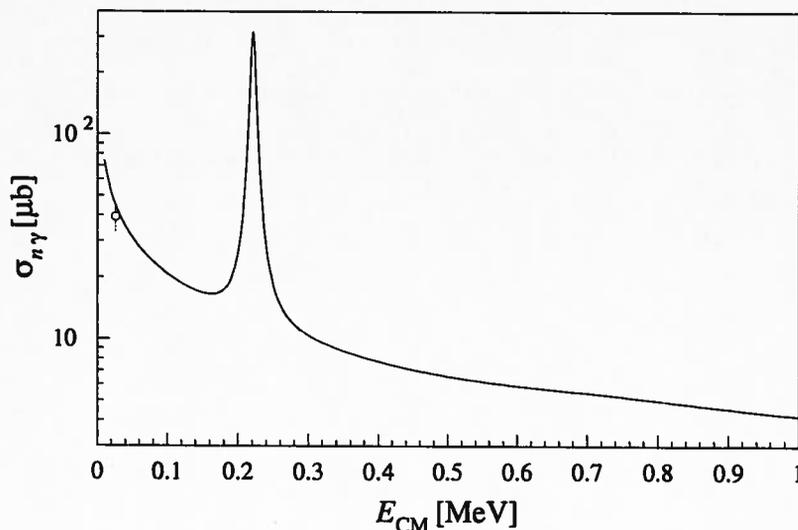


FIG. 4.15 – Comparaison entre la section efficace de la réaction  ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$  calculée avec le SMEC et la donnée de Nagai et al. [76].

Comme pour la réaction miroir  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ , la contribution dominante dans la section efficace est la partie  $E1$ . Néanmoins, la partie  $M1$  est ici plus importante en particulier au voisinage de la résonance  $3_1^+$ . C'est en partie dû à la moindre extension spatiale de la fonction individuelle de neutrons  $0p_{3/2}$  dans l'état de base lié à 2.033 MeV, alors que l'état de protons miroir dans le  ${}^8\text{B}$  est lié à 0.137 MeV.

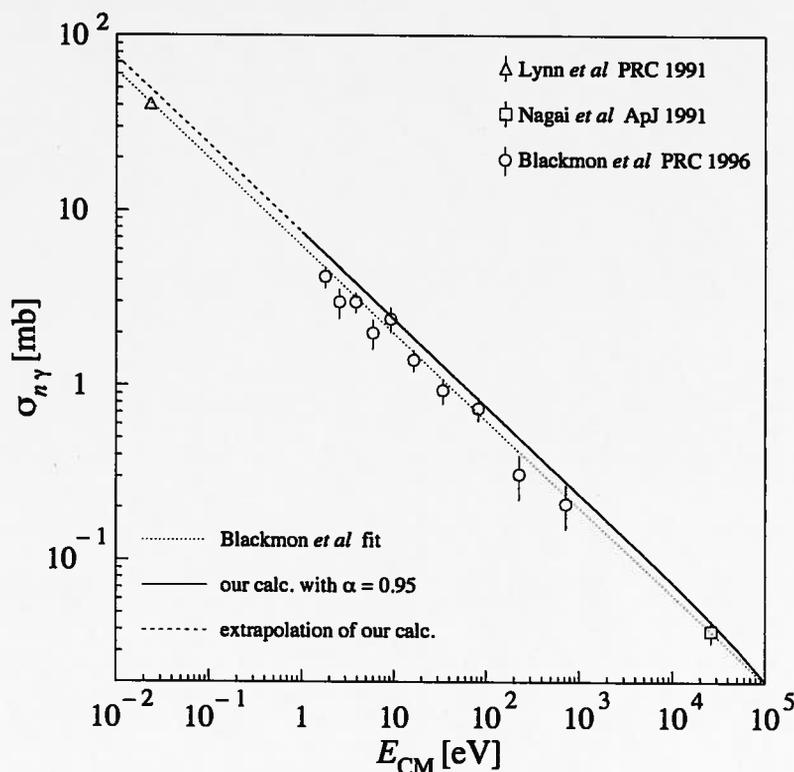


FIG. 4.16 – Mêmes résultats que sur la figure 4.15. Les points expérimentaux sont ceux de [75, 76, 77].

La comparaison entre le calcul et un résultat expérimental est présentée sur les figures 4.15 et 4.16. La figure 4.15 montre la valeur obtenue par Nagai *et al.* [76]. La figure 4.16 représente également la section efficace de capture radiative de neutron mais avec une échelle logarithmique pour l'énergie permettant des comparaisons avec les données concernant des neutrons thermiques [75, 76, 77]. On a ajouté en pointillé un ajustement calculé par Blackmon *et al.* [77] à partir de ces données. Le résultat du SMEC est en traits pleins. Il est prolongé en traits discontinus à basse énergie pour  $E_{cm} < 1$  eV, car les instabilités numériques ne nous permettent pas de calculer les solutions de diffusion pour des énergies très basses. Notre calcul donne un résultat en bon accord avec les données expérimentales. Il est compatible avec la mesure de Nagai mais surestime d'environ 10% en moyenne les mesures de Lynn *et al.* [75] et Blackmon *et al.* [77].

A basse énergie, la section efficace de capture d'un neutron peut être paramé-

trisée en utilisant un développement de la forme [33] :

$$\sigma(E) = \left(\frac{\mu}{2E}\right)^{\frac{1}{2}} (s_0 + s_1 E^{\frac{1}{2}} + s_2 E + \dots) \quad (4.9)$$

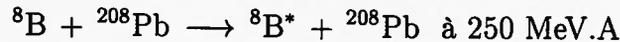
où  $\mu$  est la masse réduite du système (en unité de masse atomique) et  $E$  l'énergie dans le repère du centre de masse. Si on ajuste cette formule sur nos résultats entre 1 eV et 100 keV, on obtient les coefficients :

$$s_0 = 11.517, \quad s_1 = -2.145 \quad \text{et} \quad s_2 = -11.636.$$

Le rapport entre les contributions  $M1$  et  $E1$  est  $\sigma^{M1}/\sigma^{E1} = 1.78 \cdot 10^{-3}$ ,  $2.09 \cdot 10^{-2}$  et  $1.09$  respectivement à 20, 100 et 200 keV. La partie résonnante de la transition  $M1$  est surestimée à cause de la trop faible largeur de résonances dans notre calcul (voir tableau 4.4). Elle est de  $\sigma^{M1} = 305.1 \mu\text{b}$  au niveau de la résonance  $3_1^+$ . Cette contribution décroît rapidement et vaut 13.8, 0.428 et  $0.092 \mu\text{b}$  à 200, 100 et 20 keV.

#### 4.1.6 Dissociation coulombienne du ${}^8\text{B}$

La dissociation coulombienne est obtenue en soumettant un noyau à un champ électrique intense, par exemple celui d'un noyau lourd. Nous considérerons ici qu'un projectile, un noyau de  ${}^8\text{B}$ , est diffusé sur une cible de  ${}^{208}\text{Pb}$  à une vitesse relativiste :



La section efficace doublement différentielle de dissociation coulombienne entre l'état de base du  ${}^8\text{B}$  et un état de diffusion  $[p \otimes {}^7\text{Be}]$  (on notera ce système  ${}^8\text{B}^*$ ) est donnée par [54, 78] :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_{8\text{B}^*} dE_{cm}} = \sum_{\pi\lambda} \frac{1}{E_{cm}} \frac{dn_{\pi\lambda}}{d\Omega_{8\text{B}^*}} \sigma_{\gamma}^{\pi\lambda}(E_{\gamma}) \quad (4.10)$$

où  $d\Omega_{8\text{B}^*}$  est l'angle entre la direction du centre de masse du système  ${}^8\text{B}^*$  et la direction du  ${}^8\text{B}$  incident.  $\sigma_{\gamma}^{\pi\lambda}(E_{\gamma})$  est la section efficace de photodésintégration  ${}^8\text{B}(\gamma, p){}^7\text{Be}$  par absorption d'un photon d'énergie  $E_{\gamma}$  de nature électrique  $E$  ou magnétique  $M$  et d'ordre  $\lambda$ . Cette section efficace est reliée à celle de capture radiative par le théorème de la balance détaillée.  $E_{cm}$  est l'énergie du système  ${}^8\text{B}^*$  dans le repère du centre de masse et  $E_{\gamma}$  est donnée par :  $E_{cm} = E_{\gamma} + Q$ , où  $Q = 0.137 \text{ MeV}$ . Enfin  $n_{\pi\lambda}$  est le nombre de photons équivalents (virtuels) associés au champ électrique de la cible de plomb. Le calcul de ce nombre est discuté dans les articles [54, 78].

La figure 4.17 montre les résultats de la réaction en utilisant quatre versions différentes de la section efficace de la réaction de capture radiative :  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ ,

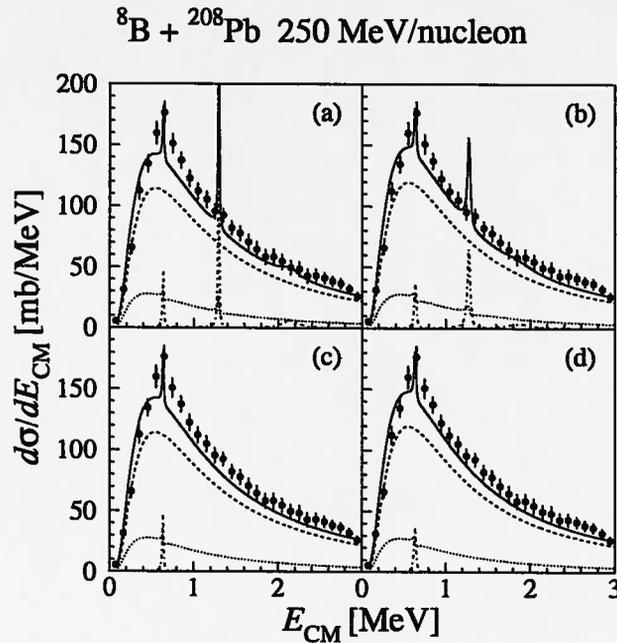


FIG. 4.17 – Comparaison entre les sections efficaces de dissociation coulombienne mesurées et calculées pour la réaction  ${}^8\text{B}$  sur  ${}^{208}\text{Pb}$  à 250 MeV par nucléon. Les données expérimentales proviennent de [4]. La ligne continue représente la section efficace totale, la ligne discontinue la composante E1, la ligne en pointillé la composante E2 et la ligne mixte la composante M1. Les figures (a), (b), (c) et (d) correspondent respectivement aux modèles I, II, III et IV (voir texte).

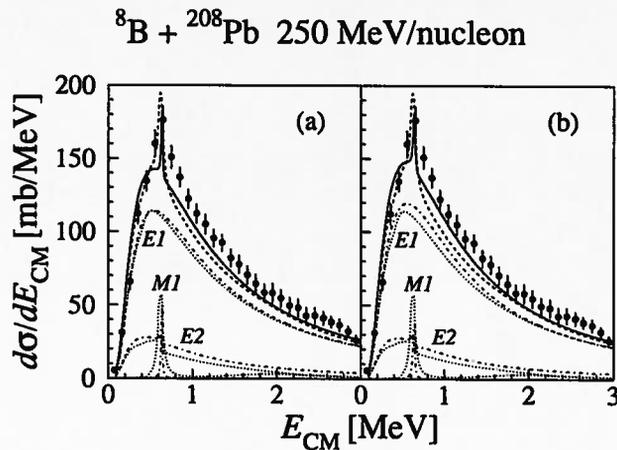


FIG. 4.18 – Comparaison entre les sections efficaces calculées avec le modèle EB [79] et le SMEC (versions III à gauche et IV à droite). Les différentes contributions sont représentées par des pointillés pour le modèle EB et par une ligne mixte pour le SMEC. La section efficace totale de dissociation coulombienne est en ligne continue pour le SMEC et discontinue pour le modèle EB.

obtenue avec le SMEC. Le modèle I est celui présenté au chapitre précédent avec  $\alpha = 0.73$ . Le modèle II correspond à  $\alpha = 0.95$ . Les modèles III et IV sont les mêmes que I et II mais en retirant la contribution de la résonance  $3_1^+$  qui est mal reproduite dans notre calcul, principalement à cause de l'impossibilité de prendre en compte les voies de décroissance à trois corps. Les résultats présentés sur la figure 4.10 ont été obtenus en intégrant l'équation (4.10) de  $\theta_{\text{B}^*} = 0.01^\circ$  à  $\theta_{\text{B}^*} = 1.87^\circ$ , ce qui correspond aux conditions de l'expérience réalisée à GSI [4]. Les résultats (encore préliminaires au moment de la rédaction de cette thèse) fournis par cette expérience sont bien reproduits en dehors du pic qui apparaît vers  $E_{\text{cm}} \sim 1.2$  MeV dans les modèles I et II. Ce pic est dû à l'état  $3_1^+$  à trop basse énergie dans notre calcul, qui donne lieu à un pic très prononcé de capture résonnante et, de ce fait, à un pic non physique dans la section efficace de dissociation. Il est tout à fait justifié de présenter les résultats en retirant sa contribution. Dans tous les résultats présentés, la contribution  $E2$  représente au maximum 25% de la section efficace totale. Le maximum de section efficace de dissociation coulombienne se situe vers  $E_{\text{cm}} \simeq 0.6$  MeV. Ce maximum ne pourrait pas être reproduit sans la forte contribution résonnante  $M1$ . Ce point sera discuté plus loin.

Nous avons comparé nos résultats avec ceux obtenus en utilisant le modèle proposé par Esbensen et Bertsch (EB) [79]. Dans ce modèle, on suppose que les états  $2_1^+$ ,  $1_1^+$  et  $3_1^+$  du  ${}^8\text{B}$  sont des configurations simples d'un proton couplé à un cœur de  ${}^7\text{Be}$  dans son état de base, c'est-à-dire des états  $[{}^7\text{Be} \otimes 0p_{3/2}]$  où le facteur spectroscopique de l'état  $0p_{3/2}$  est égal à 1. Cette hypothèse est sans doute difficile à justifier pour les états  $1_1^+$  et  $3_1^+$  [80] (le facteur spectroscopique mesuré dans l'état  $1_1^+$  du noyau miroir  ${}^8\text{Li}$  vaut 0.48 [81]). Le potentiel dans lequel sont calculés les états individuels de protons  $0p_{3/2}$  est ajusté pour chaque état de manière à reproduire l'énergie de séparation d'une particule (pour l'état de base  $2_1^+$ ) ou l'énergie d'excitation (pour les résonances  $1_1^+$  et  $3_1^+$ ). Cette description en termes de particules indépendantes donne des résonances plus larges que les états expérimentaux, contrairement au SMEC qui donne des résonances plus étroites. Par exemple, le modèle EB donne une largeur de 70 keV pour l'état  $1_1^+$  et 1740 keV pour le  $3_1^+$  alors que les valeurs expérimentales sont respectivement  $37 \pm 5$  keV et  $350 \pm 40$  keV [81]. Le rapport des contributions  $E2$  et  $E1$  au niveau de la résonance  $1_1^+$  est  $S^{E2}/S^{E1} = 9.5 \cdot 10^{-4}$ , ce qui correspond à la limite supérieure de la valeur donnée par Davids *et al.* [71]. Le rapport entre les parties résonnante et non résonnante à cette même énergie est 0.305. Ce modèle donne une valeur limite du facteur astrophysique :  $S(0) = 18.4$  eV.b, proche de la valeur obtenue avec le SMEC.

La figure 4.18 montre une comparaison entre la section efficace de dissociation coulombienne obtenue avec le modèle EB et avec le SMEC (versions III et IV sur la figure 4.17). On constate que les prédictions faites avec le SMEC sont en meilleur accord avec les mesures réalisées à GSI. Le modèle EB sous-estime les résultats expérimentaux pour les énergies  $E_{\text{cm}}$  supérieures à 0.8 MeV, et il les surestime au voisinage de la résonance  $1_1^+$ . Ces différences proviennent évidemment des

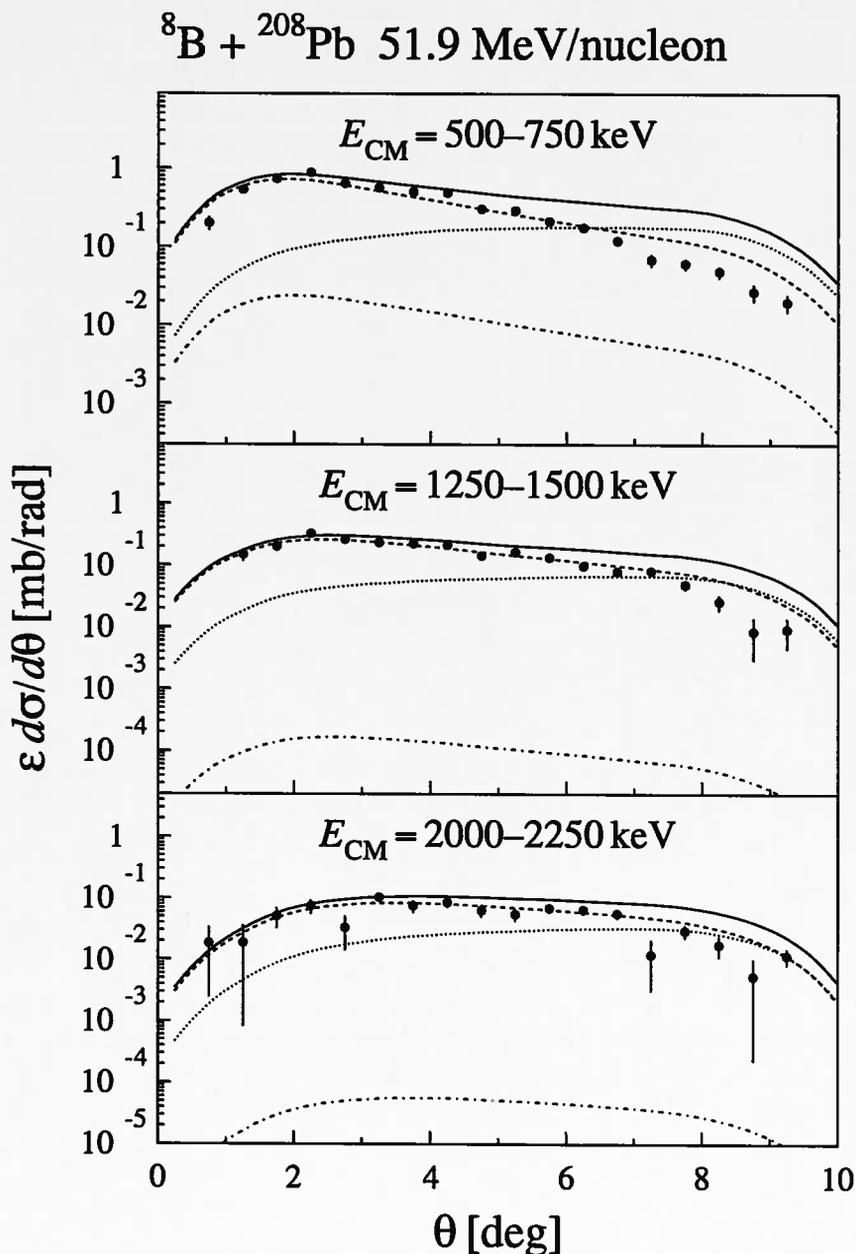


FIG. 4.19 – Composantes  $E1$  (tirets),  $E2$  (pointillés) et  $M1$  (ligne mixte) de la section efficace différentielle  $\varepsilon \frac{d\sigma}{d\theta}(\theta)$  (calculée avec la version III du SMEC) en fonction de l'angle de diffusion  $\theta_{\text{B}}$ , pour une réaction  ${}^8\text{B} + {}^{208}\text{Pb}$  à 51.9 MeV.A.  $\varepsilon$  est l'efficacité du détecteur. Les résultats sont intégrés sur l'énergie de 500 à 750 keV (en haut), de 1250 à 1500 keV (au milieu) et de 2000 à 2250 keV (en bas). La ligne continue représente la somme des trois contributions. Les données proviennent de l'expérience [73].

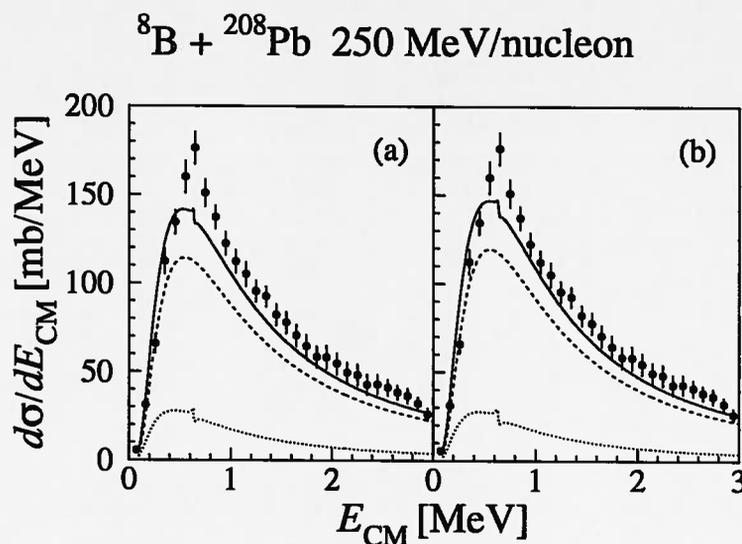


FIG. 4.20 – Composantes  $E1$  (tirets),  $E2$  (pointillés) et somme des deux (ligne continue) avec les SMEC version III (à gauche) et version IV (à droite). Les points expérimentaux sont les mêmes que sur la figure 4.10

estimations différentes de la section efficace de capture radiative obtenues avec les deux modèles. La composante  $E1$  obtenue avec le modèle EB est similaire à celle obtenue avec le SMEC dans la version III mais un peu différente de celle obtenue dans la version IV. On peut également noter que la section efficace  $E2$  donnée par le SMEC est toujours supérieure à celle donnée par le modèle EB.

La section efficace de dissociation coulombienne pour un faisceau d'aussi haute énergie est donc sensible à la méthode de calcul de la section efficace de capture radiative. Bien que l'analyse des données de GSI soit encore préliminaire, on constate que le SMEC les reproduit plus finement. Cette expérience ne permet pas d'obtenir d'information sur l'état  $1_1^+$  car le pas en énergie de ces données est de 100 keV. Il serait donc intéressant et utile d'essayer d'obtenir un pas plus fin si cette expérience devait être refaite dans l'avenir à GSI.

Il est ensuite intéressant d'étudier le rôle de la composante  $M1$  dans les données de GSI. On peut rappeler que cette composante était pratiquement négligeable dans une autre expérience réalisée à plus basse énergie à RIKEN [73, 82]. La figure 4.19 donne les résultats obtenus avec le SMEC (version III) pour la réaction  ${}^8\text{B} + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow {}^8\text{B}^* + {}^{208}\text{Pb}$  à 51.9 MeV. A et, pour comparer, les résultats de l'expérience réalisée par Kikuchi *et al.* [73]. Les efficacités des détecteurs ont été prises en compte dans le calcul afin de pouvoir comparer les résultats. Il faut souligner que les données ne peuvent pas être reproduites pour un angle supérieur à  $4^\circ$ , car ces calculs ont été faits dans un cadre purement semi-classique [83]. Ce problème vient du fait que le projectile est considéré ponctuel [84, 85]. Cette approximation conduit à des erreurs pour les angles supérieurs à  $4^\circ$ . Si on prenait en

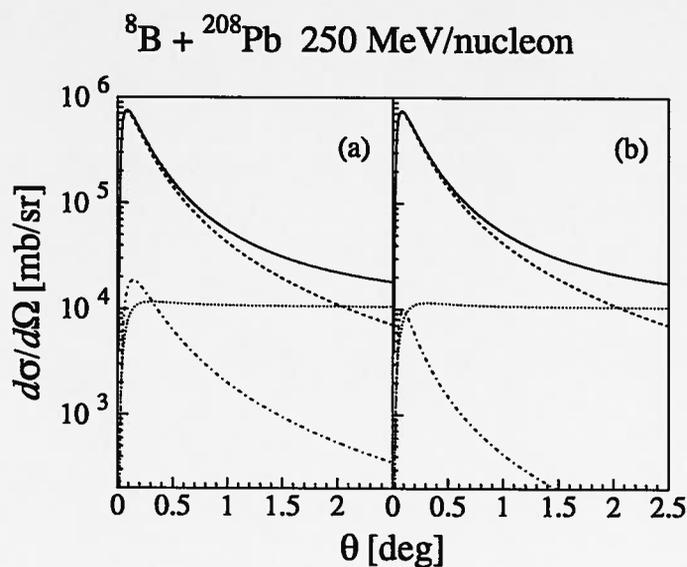


FIG. 4.21 – Distribution angulaire du système  ${}^8\text{B}^*$  calculée avec le SMEC version III (partie a) et version IV (partie b). La section efficace doublement différentielle est intégrée sur l'énergie entre 100 keV et 3 MeV. Les composantes E1, E2 et M1 sont respectivement représentées par les lignes discontinues, pointillées et mixtes. La ligne continue représente la somme des trois.

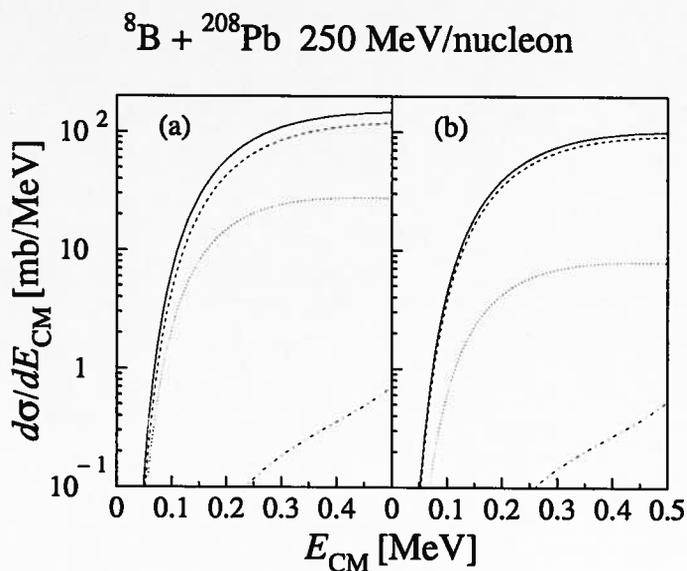


FIG. 4.22 – Section efficace  $\frac{d\sigma}{dE_{cm}}(E_{cm})$  obtenue en intégrant la section efficace doublement différentielle entre  $0.01^\circ$  et  $1.87^\circ$  (partie a) et entre  $0.01^\circ$  et  $1.0^\circ$  (partie b). Les composantes E1, E2 et M1 sont respectivement représentées par les lignes discontinues, pointillées et mixtes. La ligne continue représente la somme des trois.

compte les effets dus à la dimension finie du projectile, le calcul serait en accord avec les données pour les grands angles, dans la limite des barres d'erreur. Mais le but de cette figure n'est pas de comparer le calcul et les données mais de montrer quelle est l'importance de la contribution  $M1$  dans la section efficace. Comme on peut le voir, cette contribution est négligeable même dans l'intervalle d'énergie (500 – 750 keV) où se situe la résonance  $1_1^+$ . Néanmoins on peut voir d'après la figure 4.20 que pour une énergie de faisceau plus élevée (250 MeV.A) on ne peut pas reproduire les données sans prendre en compte la contribution  $M1$ , en particulier dans l'intervalle d'énergie 500 – 750 keV. Cette sensibilité des données à la multipolarité  $M1$  pour une énergie de faisceau élevée permet de révéler des détails fins de la structure des états du continuum du  ${}^8\text{B}$  qui sont inaccessibles dans des expériences à plus basse énergie.

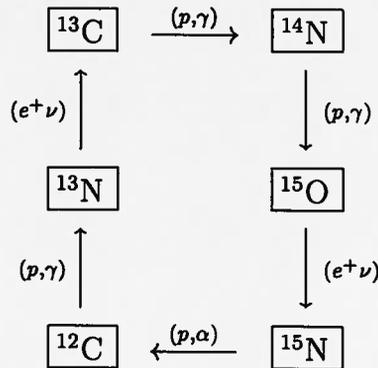
La figure 4.21 représente la distribution angulaire du  ${}^8\text{B}^*$ . On voit que les contributions  $M1$  et  $E2$  commencent à être importantes pour un angle de diffusion supérieur à  $1^\circ$ . Or, la détermination du facteur astrophysique  $S$  de la réaction de capture radiative à partir de la section efficace de dissociation coulombienne est basée sur l'hypothèse que la transition  ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{B}^*$  est dominée par la seule composante  $E1$  [5]. Cette hypothèse sera mieux vérifiée si l'angle d'ouverture du détecteur installé à GSI pour cette expérience est inférieur à  $1^\circ$ .

Cette constatation est encore plus nette en regardant la figure 4.22 où l'on a représenté la section efficace intégrée entre  $0.01^\circ$  et  $1.87^\circ$  (partie *a*) et entre  $0.01^\circ$  et  $1.0^\circ$  (partie *b*). Le calcul est fait jusqu'à 0.5 MeV ce qui est la région importante pour l'extraction du facteur  $S$  de la réaction de capture radiative. On voit que si on intègre  $\theta_{\text{c.m.}}$  jusqu'à  $1.87^\circ$  alors la composante  $E2$  n'est pas négligeable (elle représente jusqu'à 25% du total) même pour des énergie  $E_{\text{c.m.}}$  inférieur à 0.25 MeV. On peut donc dire que l'extraction du facteur  $S$  à partir des données de dissociation coulombienne obtenues à GSI semble être hasardeuse. Par contre, la contribution  $E2$  diminue d'environ un ordre de grandeur si l'on intègre jusqu'à un angle inférieur à  $1^\circ$ , ce qui donne plus facilement accès au facteur astrophysique  $S$ .

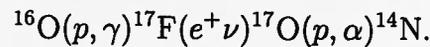
## 4.2 $^{17}\text{F}$ et $^{17}\text{O}$

### 4.2.1 Importance du $^{17}\text{F}$

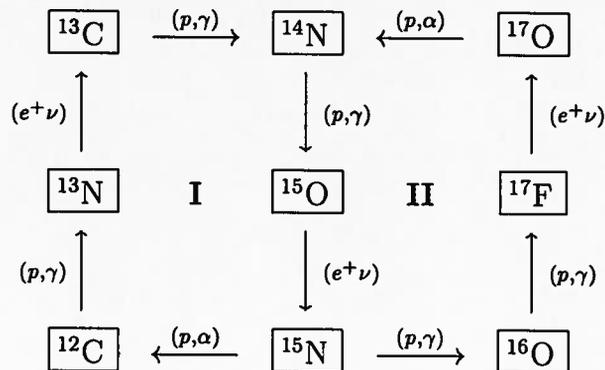
Dans le milieu solaire, le principal cycle *CNO* permettant la transformation de quatre protons en un  $\alpha$  est :



La réaction  $^{15}\text{N} + p$  possède en fait deux voies de sorties :  $^{12}\text{C} + \alpha$  mais également  $^{16}\text{O} + \gamma$ . Cette dernière réaction peut se poursuivre par :



Le noyau d'  $^{14}\text{N}$  permet de rejoindre le cycle *CNO*. L'existence de cette chaîne donne naissance au «bi-cycle» *CNO* [33] :



Le second cycle, *CNO-II*, dans lequel a lieu la réaction de capture radiative  $^{16}\text{O}(p,\gamma)^{17}\text{F}$ , se produit en moyenne 1000 fois moins souvent que le cycle *CNO-I*. Il est néanmoins fondamental pour la synthèse des isotopes  $^{16}\text{O}$  et  $^{17}\text{O}$ .

Le  $^{17}\text{F}$  peut être le départ d'une nouvelle branche des cycles *CNO*. Ce noyau est instable par rapport à la désintégration  $\beta$  mais, si la température du milieu est suffisamment élevée, il peut capturer un proton pour former un noyau de  $^{18}\text{Ne}$ , et démarrer le cycle :



l'  $^{15}\text{O}$ , à la fin de cette chaîne, rejoint le cycle  $CNO\text{--I}$ . Ce type de cycle, dit cycle  $CNO$  chaud ( $HCNO$ ), ne peut pas se développer dans des étoiles comparables au soleil. Il peut néanmoins apparaître dans de nombreux autres sites astrophysiques, tels les étoiles super massives dont la masse est de l'ordre de 10 à 100 fois celle du soleil, les novæ ou les supernovæ [33, 34]. La réaction de capture radiative :  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ , et le cycle  $HCNO$  précédent, sont essentiels pour la compréhension de la synthèse des éléments plus lourds car dans les milieux très chauds, ils sont point de départ de nouveaux cycles et processus, comme les cycles  $\text{NeNa}$  et  $\text{MgAl}$ .

### 4.2.2 Interaction effective dans l'espace $0p1s0d$

Pour étudier les noyaux de  $^{17}\text{F}$  et d'  $^{17}\text{O}$ , il faut se placer dans l'espace construit à partir des deux couches majeures d'oscillateur  $0p$  et  $1s0d$ . Pour cet espace, nous avons utilisé une interaction constituée de trois parties :

- l'interaction de Cohen-Kurath [58] entre les états de la couche  $0p$ ;
- l'interaction de Brown-Wildenthal [86, 87, 88, 89] dans la couche  $1s0d$ ;
- enfin l'interaction de Kahana, Lee et Scott [90], construite à partir d'une matrice  $G$ , pour les éléments de matrice entre les deux couches.

Nous avons modifié de manière phénoménologique la dernière partie de cette interaction. Nous avons procédé de la façon suivante : les énergies des états individuels de la couche  $1s0d$  ont été obtenues à partir d'une formule, donnée par Gemo, ajustée sur toute la table de masse [91]. Ensuite, nous avons ajusté les monopôles croisés de manière à reproduire les spectres de l'  $^{15}\text{N}$ , de l'  $^{15}\text{O}$  et du  $^{17}\text{F}$ . Pour éviter que les solutions soient polluées par les états propres du centre de masse, nous avons utilisée la méthode standard proposée par Gloeckner-Lawson [31] qui consiste à ajouter à l'hamiltonien un terme cinétique du centre de masse. Les états de parité naturelle (positive) sont construits en ne prenant en compte que les excitations  $0\hbar\omega$ , ceux de parité non naturelle comme des excitations pures  $1\hbar\omega$ . On sait bien évidemment que le noyau d'  $^{16}\text{O}$  (et de  $^{17}\text{F}$ ,  $^{17}\text{O}$ ) a une proportion non négligeable d'excitation  $2p-2h$  ( $3p-2h$ ) et  $4p-4h$  ( $5p-4h$ ) même dans les niveaux de basse énergie [92, 93]. Mais la prise en compte des mélanges avec ces configurations complexes n'est pas triviale. Tout d'abord, les solutions de modèle en couches prenant en compte des excitations  $N\hbar\omega$  convergent lentement avec  $N$ . Si on se limite à  $N = 2$  par exemple, on constate que les configurations  $0\hbar\omega$  acquièrent trop d'énergie de liaison, ceci étant dû à l'appariement  $2\hbar\omega$  déjà présent de manière effective dans les configurations pures  $0p-0h$ . On peut corriger artificiellement cet effet en modifiant les monopôles de manière à abaisser les configurations  $N\hbar\omega$ , mais la prise en compte de corrélations d'ordres supérieurs poserait ensuite le même problème. Ensuite, le point de départ de notre calcul est une association de deux interactions  $0\hbar\omega$  dans les couches  $0p$  et  $1s0d$ , ces interaction prenant déjà en compte de manière effective les effets dus aux corrélations d'ordres supérieurs.

Le calcul des fonctions d'onde précises des noyaux d'  $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$  et de  $^{17}\text{F}$  et la discussion des diverses corrélations sortent du cadre de ce travail. Pour plus de détails on peut se reporter à [92, 93].

### 4.2.3 Opérateurs effectifs

Le SMEC met en jeu deux types d'opérateurs (voir les annexes A.2 et A.3). Des opérateurs à un corps apparaissant dans le potentiel de couplages entre voies dans l'équation (2.37) :

$$\mathcal{O}_{\beta\delta}^K = (a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta})^K \quad (4.11)$$

et des opérateurs apparaissant dans l'équation inhomogène (2.39) :

$$\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j\alpha} = (a_{\beta}^{\dagger} (\tilde{a}_{\gamma} \tilde{a}_{\delta})^L)^{j\alpha} \quad (4.12)$$

Les opérateurs à un corps  $\mathcal{O}_{\beta\delta}^K$  sont calculés entre deux états du système à  $A - 1$  particules, l'  $^{16}\text{O}$  dans le cas présent. Ils sont donc sensibles à la proportion de configurations  $2p - 2h$  et  $4p - 4h$  dans ces états. La situation est la même pour les opérateurs qui sont calculés entre un état à  $A$  corps et un état à  $A - 1$  corps.

Modèle	$(0p - 0h)^{J^{\pi}=0_1^+}$	$(2p - 2h)^{J^{\pi}=0_1^+}$	$(4p - 4h)^{J^{\pi}=0_1^+}$
BG [92]	0.874	0.469	0.130
ZBM [93]	0.71	0.58	-
HJ [94]	0.648	0.67	0.14
WBT92 [95]	0.748	0.574	0.333
WBP(4p4h) [95]	0.775	0.557	0.299

TAB. 4.6 - Amplitudes des différentes composantes de l'état de base de l'  $^{16}\text{O}$  données par différents calculs de modèle en couches : Brown-Green («BG») [92], Zuker-Buck-McGrory («ZBM») [93], Haxton-Johnson («HJ») [94] et Warburton-Brown-Millener avec la méthode  $\Delta_{4h\omega}$  («WBT92») ou avec la méthode  $\Delta_{4p-4h}$  et l'interaction WBP («WBP(4p-4h)») [95].

Nous avons calculé l'état de base de l'  $^{16}\text{O}$  en négligeant les configurations  $2p - 2h$  et  $4p - 4h$  :

$$\begin{aligned} |^{16}\text{O}, 0_1^+ \rangle &= a_{00} |(0p - 0h)^{J=0} \rangle + a_{22} |(2p - 2h)^{J=0} \rangle + a_{44} |(4p - 4h)^{J=0} \rangle + \dots \\ &\simeq a_{00} |(0p - 0h)^{J=0} \rangle \end{aligned} \quad (4.13)$$

c'est-à-dire que nous avons considéré l'  $^{16}\text{O}$  comme une configuration pure avec 12 nucléons dans la couche  $p$ . Les coefficients donnant les contributions des configurations plus compliquées dépendent de l'interaction effective et de l'espace de

modèle en couches utilisés [92, 93]. Le tableau 4.6 donne les résultats de différents calculs de modèle en couches pour  $^{17}\text{O}$ .

La situation est similaire pour le  $^{17}\text{F}$  et  $^{17}\text{O}$ . Nous avons considéré que les états de parité naturelle étaient formés d'un cœur d' $^{16}\text{O}$  inerte couplé à une particule dans la couche  $1s0d$  :

$$\begin{aligned} |^{17}\text{F}, J^{\pi=+} \rangle &= a_{10}^{J^{\pi}} |(1p-0h)^{J^{\pi}} \rangle + a_{32}^{J^{\pi}} |(3p-2h)^{J^{\pi}} \rangle + \dots \\ &\simeq a_{10}^{J^{\pi}} |(1p-0h)^{J^{\pi}} \rangle \end{aligned} \quad (4.14)$$

Le tableau 4.7 donne ces coefficients calculés par Brown-Green [92] et Zuker-Buck-McGrory [93]. Les amplitudes spectroscopiques expérimentales des états  $5/2_1^+$  et  $1/2_1^+$  sont données dans le tableau 4.8.

Modèle	$(1p-0h)^{J^{\pi}=1/2_1^+}$	$(1p-0h)^{J^{\pi}=3/2_1^+}$	$(1p-0h)^{J^{\pi}=5/2_1^+}$
BG [92]	0.881	0.718	0.901
ZBM [93]	0.65	0	0.69

TAB. 4.7 – Amplitudes de la composante  $(1p-1h)$  dans les états de parité naturelle du  $^{17}\text{F}$  calculées avec deux modèles différents [92, 93].

Nous avons par contre considéré que les états de parité négative du  $^{17}\text{F}$  et de  $^{17}\text{O}$  étaient des configurations à 2 particules dans la couche  $1s0d$  et un trou dans la couche  $p$ , les contributions plus complexes étant négligeables.

$J^{\pi}$	[37]	[38]	[39]	[40]
$\frac{5}{2}^+$	0.949	1.14	0.964	1
$\frac{1}{2}^+$	1	0.866	0.916	0.905

TAB. 4.8 – Amplitudes spectroscopiques mesurées pour la fonction  $0d_{5/2}$  dans l'état  $5/2_1^+$  et pour la fonction  $1s_{1/2}$  dans l'état  $1/2_1^+$  du  $^{17}\text{F}$ .

Les approximations que nous avons faites nécessitent de renormaliser l'interaction résiduelle et donc les opérateurs (4.11 et 4.12) :

$$\begin{aligned} \langle ^{16}\text{O}, J_f | \mathcal{O} | ^{16}\text{O}, J_i \rangle^{(r)} &= (a_{00})^2 \langle ^{16}\text{O}, J_f | \mathcal{O} | ^{16}\text{O}, J_i \rangle \\ \langle ^{16}\text{O}, J_f | \mathcal{R} | ^{17}\text{X}, J_i^{\pi=+} \rangle^{(r)} &= a_{00} a_{10}^{J^{\pi}} \langle ^{16}\text{O}, J_f | \mathcal{R} | ^{17}\text{X}, J_i^{\pi=+} \rangle \\ \langle ^{16}\text{O}, J_f | \mathcal{R} | ^{17}\text{X}, J_i^{\pi=-} \rangle^{(r)} &= a_{00} \langle ^{16}\text{O}, J_f | \mathcal{R} | ^{17}\text{X}, J_i^{\pi=-} \rangle \end{aligned} \quad (4.15)$$

L'indice « $r$ » signifie *renormalisé*, et X remplace F ou O. Dans tous les calculs présentés dans ce travail, nous avons utilisé les valeurs données par Brown et Green [92] pour les coefficients  $a_{00}$  et  $a_{10}^{J^{\pi}}$  (voir les tableaux 4.6 et 4.7).

### 4.2.4 Champs moyens

Pour construire les champs moyens auto-cohérents (voir paragraphe 2.2.4) nous avons adopté une démarche un peu différente de celle utilisée pour le  $^8\text{B}$ . Comme cela a été expliqué précédemment, les états de parité positive dans le  $^{17}\text{F}$  et l' $^{17}\text{O}$  sont dominés par une configuration constituée d'une particule dans la couche  $1s0d$  couplée à un cœur inerte d' $^{16}\text{O}$ . Dans les états  $5/2_1^+$ ,  $1/2_1^+$  et  $3/2_1^+$ , les fonctions d'onde individuelles  $0d_{5/2}$ ,  $1s_{1/2}$  et  $0d_{3/2}$  ont des amplitudes spectroscopiques égales à 1 dans notre modèle. Ceci permet d'identifier l'énergie des états individuels de la couche  $1s0d$  avec l'énergie des trois premiers états de parité positive. Nous avons donc adopté la démarche suivante : nous avons construit un potentiel de type WS avec un terme de couplage spin-orbite (2.7) ajusté de manière à ce que les trois états individuels de la couche  $1s0d$  soient à la position des états de parité naturelle ( $-0.600$  MeV,  $-0.105$  MeV et  $4.400$  MeV pour le  $^{17}\text{F}$  et  $-4.143$  MeV,  $-3.273$  et  $0.942$  MeV pour l' $^{17}\text{O}$ ). Ce potentiel est le potentiel équivalent.

Système	$J^\pi$	$\ell j$	$V_0$ [ MeV ] (WB)	$V_0$ [ MeV ] (DDSM1)
$[p \otimes ^{16}\text{O}]$	$5/2^+$	$d_{5/2}$	-42.228	-42.123
	$1/2^+$	$s_{1/2}$	-44.485	-45.875
	$3/2^+$	$d_{3/2}$	-42.416	-42.237
	$1/2^-$	$p_{1/2}$	-39.448	-42.330
	$3/2^-$	$p_{3/2}$	-39.914	-42.200
	$5/2^-$	$f_{5/2}$		
	$7/2^-$	$f_{7/2}$		
$[n \otimes ^{16}\text{O}]$	$5/2^+$	$d_{5/2}$	-42.060	-42.123
	$1/2^+$	$s_{1/2}$	-44.588	-45.875
	$3/2^+$	$d_{3/2}$	-42.440	-42.237
	$1/2^-$	$p_{1/2}$	-41.310	-42.330
	$3/2^-$	$p_{3/2}$	-41.613	-42.200
	$5/2^-$	$f_{5/2}$	-43.921	-42.213
	$7/2^-$	$f_{7/2}$	-43.878	-42.701

TAB. 4.9 – Paramètres de profondeurs utilisées pour le potentiel initial  $v(r)$  dans le  $^{17}\text{F}$  et l' $^{17}\text{O}$  (en MeV).

Dans tous nos calculs nous ne prenons en compte que l'état de base  $0_1^+$  de l' $^{16}\text{O}$ , la conséquence est que dans chaque voie considérée il n'y a qu'une onde partielle qui intervient :  $1s_{1/2}$  dans la voie  $1/2^+$ ,  $0d_{5/2}$  dans la voie  $5/2^+$ , etc., et donc pour chaque  $J^\pi$  un seul potentiel sera modifié par l'interaction résiduelle. La situation n'était pas la même dans le cas du  $^8\text{B}$ , construit à partir d'un  $^7\text{Be}$  dont l'état de base est un  $3/2^-$ . Par exemple, dans la voie  $1^+$  du  $^8\text{B}$ , il y avait deux ondes partielles qui intervenaient :  $0p_{3/2}$  et  $0p_{1/2}$ . Dans le cas du  $^{17}\text{F}$  et

de l' $^{17}\text{O}$ , nous avons donc choisi d'ajuster le potentiel initial  $v(r)$  de manière à ce que le potentiel auto-cohérent  $v^{(sc)}(r)$  donne la même énergie de liaison que le potentiel équivalent pour l'onde partielle intervenant dans la voie considérée. Etant donné que dans le cas du  $^{17}\text{F}$  et de l' $^{17}\text{O}$  on peut identifier les énergies des états individuels, ce choix permet de reproduire ces énergies dans les potentiels auto-cohérents. Les choix des paramètres de profondeur des potentiels sont résumés dans le tableau 4.9. Les énergies des états individuels sont données dans le tableau 4.10 pour le  $^{17}\text{F}$  et l' $^{17}\text{O}$ . L'intensité du terme de couplage spin-orbite, la diffusivité et le rayon du potentiel sont dans tous les cas :

$$v_{so} = 3.683 \text{ MeV}, \quad R_0 = 3.214 \text{ fm}, \quad a = 0.58 \text{ fm}. \quad (4.16)$$

$nlj$	$^{17}\text{F}$		$^{17}\text{O}$	
	$\varepsilon_{nlj}$ (protons)	$\varepsilon_{nlj}$ (neutrons)	$\varepsilon_{nlj}$ (protons)	$\varepsilon_{nlj}$ (neutrons)
$0s_{1/2}$	-28.168	-32.794	-28.774	-32.823
$0p_{3/2}$	-14.287	-18.452	-14.800	-18.447
$0p_{1/2}$	-12.131	-16.297	-12.723	-16.378
$0d_{5/2}$	-0.600	-4.183	-1.004	-4.143
$1s_{1/2}$	-0.105	-3.260	-0.491	-3.273
$0d_{3/2}$	2.497	-0.819	2.006	-0.910
$0f_{7/2}$	12.270	-	-	8.701
$0f_{5/2}$	22.287	-	-	16.397

TAB. 4.10 – Énergies des états de particules individuelles utilisées pour le  $^{17}\text{F}$  et l' $^{17}\text{O}$  (en MeV).

Dans le cas du  $^{17}\text{F}$ , l'état individuel  $0d_{3/2}$  n'est pas lié et il faut utiliser la procédure décrite dans le paragraphe 2.2.2 pour l'intégrer dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$ . Le paramètre  $a_{\text{cut}}$  est le même que le potentiel initial (4.16) :  $a_{\text{cut}} = 0.58 \text{ fm}$ . Le rayon de coupure a été choisi de manière à intégrer dans  $\mathcal{Q}$  la partie de la fonction radiale  $1s_{1/2}$  se situant avant son premier nœud :  $R_{\text{cut}} = 10 \text{ fm}$ .

Nous avons utilisé les mêmes paramètres de champ moyen initial pour le  $^{17}\text{F}$  et l' $^{17}\text{O}$ , sauf la profondeur de la partie centrale qui a été légèrement réajustée de manière à reproduire les énergies des états individuels :

$$V_0^{17\text{F}} = 52.457 \text{ MeV}, \quad V_0^{17\text{O}} = 52.492 \text{ MeV}$$

Ces énergies ont été fixées à partir des énergies de particule déduites des spectres de l' $^{17}\text{O}$  et du  $^{17}\text{F}$  et des énergies de trou déduites des spectres de l' $^{15}\text{O}$  et de l' $^{15}\text{N}$ . La différence d'énergie entre les états  $0d_{5/2}$  et  $1s_{1/2}$  est 0.495 MeV entre les états de protons du  $^{17}\text{F}$  et 0.871 MeV entre les états de neutrons de l' $^{17}\text{O}$ . Ces différences sont à mettre en parallèle avec l'énergie du premier état excité

$1/2_1^+$  dans chacun des deux noyaux. C'est une manifestation de l'effet Thomas-Ehrman [96], effet qui est pris en compte de manière effective dans les champs moyens auto-cohérents  $v^{(sc)}(r)$ .

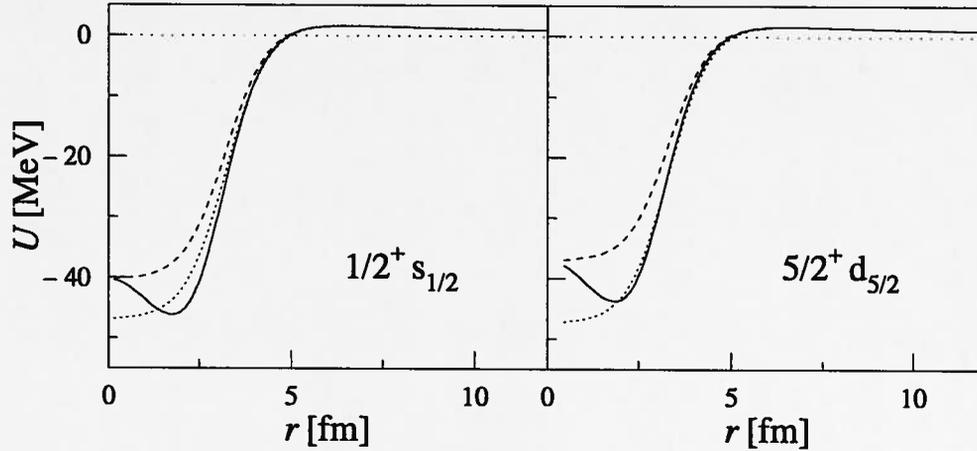


FIG. 4.23 – Différents champs moyens pour les états  $5/2^+$  et  $1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$ . Le potentiel initial est en ligne discontinue et le potentiel équivalent en pointillé. Les champs moyens auto-cohérents (ligne continue) sont calculés avec l'interaction résiduelle DDSM1 (4.17).

La figure 4.23 représente les champs moyens auto-cohérents  $v^{(sc)}(r)$  pour calculer les fonctions d'onde radiales des états  $5/2^+$  et  $1/2^+$  du  $^{17}\text{F}$ . Ces champs moyens ont été obtenus en utilisant l'interaction de portée nulle avec une dépendance en densité (DDSM1) :

$$V_{12} = \left[ \rho(r) \hat{v}_{00}^{in} (1 - \rho(r)) \hat{v}_{00}^{ex} \tau_1 \cdot \tau_2 \left( \rho(r) \hat{v}_{01}^{in} + (1 - \rho(r)) \hat{v}_{01}^{ex} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (4.17)$$

où  $P_{12}^\sigma$  est l'opérateur d'échange de spin,  $\rho(r)$  dans l'équation (4.17) est :

$$\rho(r) = \left[ 1 + \exp \left( \frac{r - r_0}{d} \right) \right]^{-1} \quad (4.18)$$

avec  $r_0 = 2.64$  fm et  $d = 0.58$  fm. L'interaction DDSM1, de la famille des interactions de Landau-Migdal, dépend de quatre paramètres :  $\hat{v}_{00}^{in} = 36.45$ ,  $\hat{v}_{00}^{ex} = -297.9$ ,  $\hat{v}_{01}^{in} = 109.4$  et  $\hat{v}_{01}^{ex} = 115.5$ , tous en  $\text{MeV} \cdot \text{fm}^3$ . Une interaction similaire a été utilisée par exemple pour la description des résonances géantes dans des espaces  $(1p - 1h)$  et  $(2p - 2h)$  [97]. Dans la voie  $1/2^+$ , la correction du champ moyen intervient à travers un état  $1s_{1/2}$  dont la fonction radiale à deux nœuds, alors que dans la voie  $5/2^+$ , la fonction en jeu  $0d_{5/2}$  n'en a qu'un. Le potentiel convergé  $v^{(sc)}(r)$  est très différent du potentiel initial de type WS. En particulier, comme dans le cas du  $^8\text{B}$ , il présente un maximum prononcé à l'origine. Le résultat est également

différent selon la voie considérée ( $5/2^+$  ou  $1/2^+$ ), en dépit du fait que les potentiels équivalents soient les mêmes. Les potentiels auto-cohérents sont différents sur la surface. On note également que dans les deux cas le rayon du champ moyen auto-cohérent est supérieur à celui du potentiel initial.

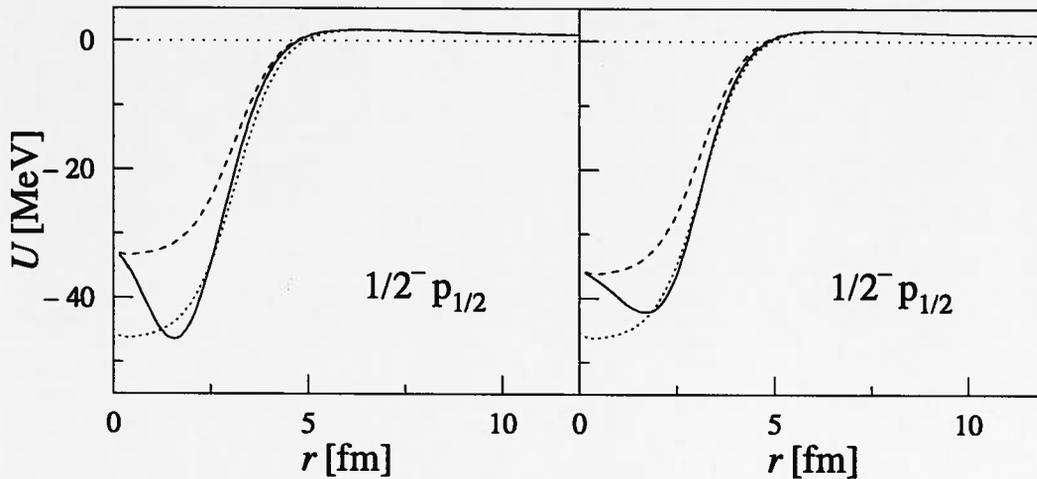


FIG. 4.24 – Champs moyens auto-cohérents pour les états  $1/2^-$  du  $^{17}\text{F}$ . Le potentiel initial est en ligne discontinue et le potentiel équivalent en pointillés. Les champs moyen auto-cohérents sont calculés avec l'interaction résiduelle WB (4.1) (à gauche) et DDSM1 (4.17) (à droite).

La figure 4.24 représente les champs moyens pour la voie  $1/2^-$  obtenus avec les deux interactions résiduelles : WB (4.1) (à gauche) et DDSM1 (4.17) (à droite). Le potentiel initial est, dans les deux cas, le même que précédemment. Il est intéressant de remarquer que le champ moyen auto-cohérent obtenu est différent selon le type d'interaction résiduelle utilisée. Dans ce cas aussi les rayons moyens des potentiels  $v^{(sc)}(r)$  sont supérieurs à celui du potentiel initial. Cet effet est plus important avec l'interaction WB.

#### 4.2.5 Spectres du $^{17}\text{F}$ et de $^{17}\text{O}$

##### Cas du $^{17}\text{F}$

La figure 4.25 représente les spectres expérimentaux et calculés du  $^{17}\text{F}$ . Les états de parité positive sont à gauche, ceux de parité négative à droite. «SM» désigne les résultats de modèle en couches avec l'interaction effective décrite au paragraphe 4.2.2. Les résultats de la colonne «SMEC(WB)» ont été calculés avec une interaction résiduelle entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  de type WB (4.1), avec un terme direct  $\alpha = 0.73$  et une intensité  $V^{(0)} = 300 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  choisie de manière à obtenir des spectres globalement satisfaisants pour le  $^{17}\text{F}$  et  $^{17}\text{O}$ . Pour la colonne

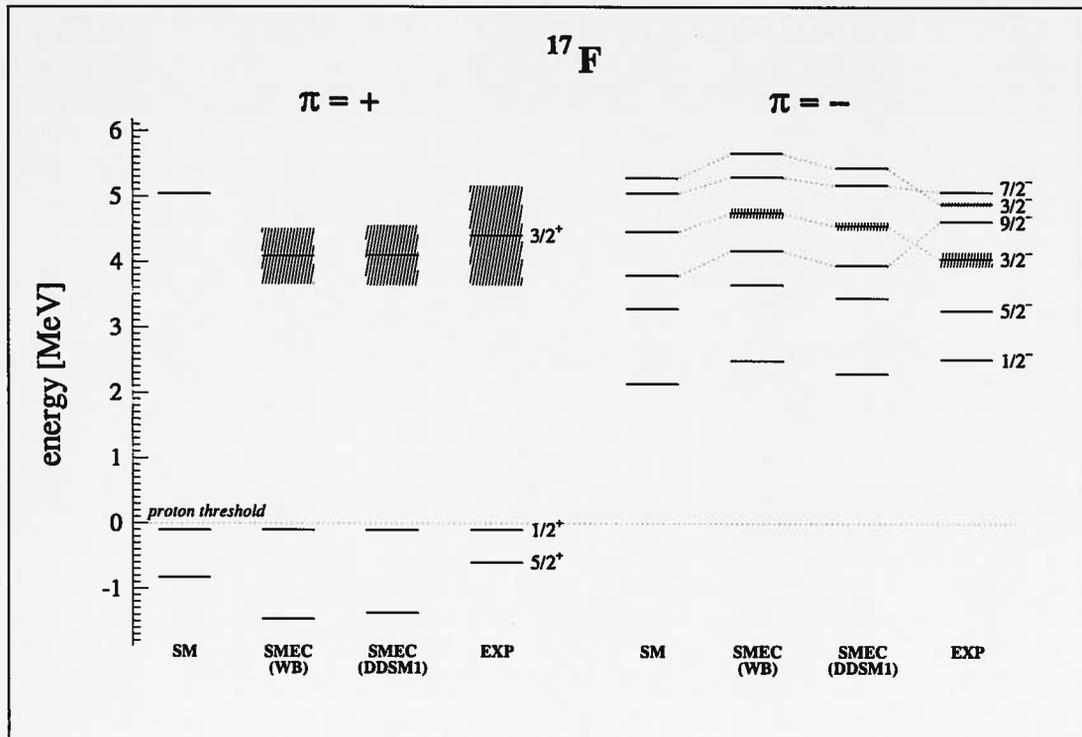


FIG. 4.25 – Spectres du  $^{17}\text{F}$  : états de parité positive (à gauche) et négative (à droite) calculés avec le modèle en couches («SM»), le SMEC et l'interaction résiduelle WB (4.1) («SMEC(WB)») et le SMEC avec l'interaction résiduelle DDSM1 (4.17) («SMEC(DDSM1)»). La dernière colonne représente les valeurs expérimentales.

«SMEC(DDSM1)», nous avons utilisé une force résiduelle dépendant de la densité (4.17). Nous n'avons pris en compte que l'état de base  $0_1^+$  de l' $^{16}\text{O}$ . Le premier état excité  $0_2^+$  se trouve à 6.049 MeV et ne doit donc pas jouer de rôle significatif dans le domaine d'énergie qui nous intéresse. Le seuil d'émission de particule a été placé de manière à ce que le premier état excité du  $^{17}\text{F}$ ,  $J^\pi = 1/2_1^+$ , soit à sa position expérimentale ( $-0.105$  MeV). Ce choix est indispensable pour avoir un comportement correct de la section efficace de capture radiative  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$  lorsque l'énergie du proton incident tend vers 0.

La figure 4.26 permet de comparer les résultats avec ou sans renormalisation des éléments de matrice décrivant les couplages entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ . L'effet sur les états de parité négative n'est pas très important, mais on voit néanmoins une amélioration avec la renormalisation. Par contre, on peut constater que cette renormalisation est indispensable pour les états de parité positive. En particulier, le déplacement de l'état  $3/2_1^+$  est beaucoup trop grand par rapport à la position donnée par le modèle en couche. Le fait de négliger les configurations  $2p - 2h, \dots$  dans l' $^{16}\text{O}$  et  $3p - 2h, \dots$  dans le  $^{17}\text{F}$ , induit des couplages beaucoup trop forts

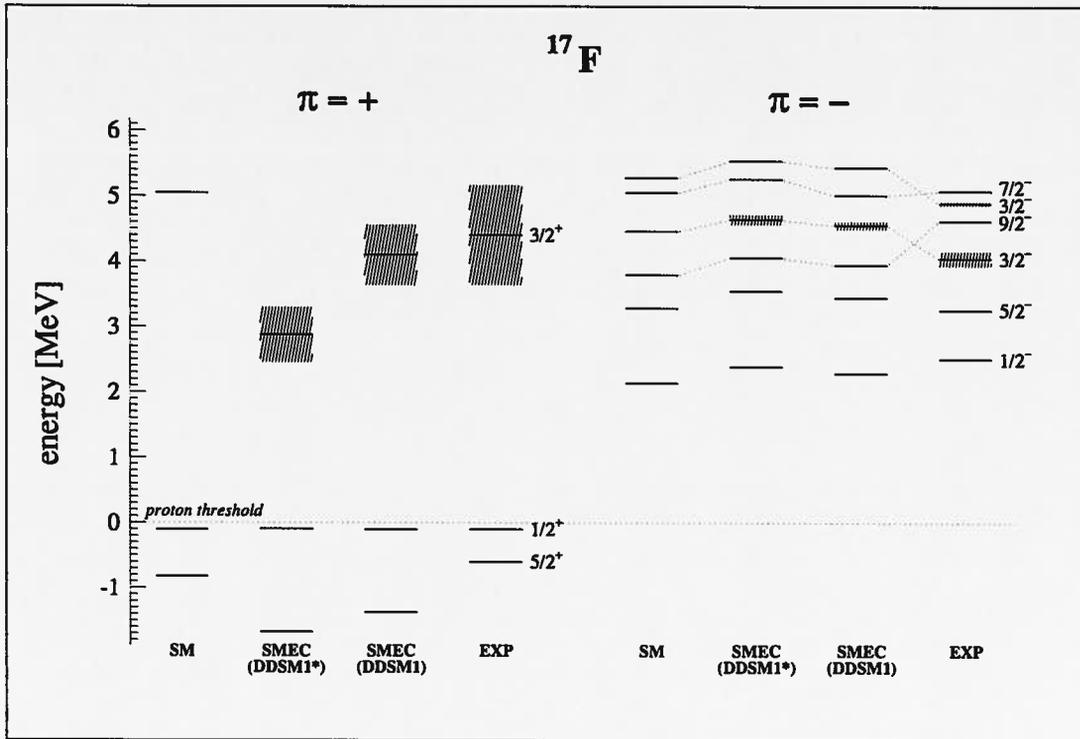


FIG. 4.26 – Spectres du  $^{17}\text{F}$  avec renormalisation («SMEC(DDSM1)») ou sans renormalisation («SMEC(DDSM1\*)») des éléments de matrice décrivant les couplages entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ .

si on ne renormalise pas l'interaction résiduelle. On voit malgré tout que cette correction n'est pas suffisante pour l'état de base qui reste trop lié.

Le tableau 4.11 résume les résultats obtenus pour le  $^{17}\text{F}$  avec les différentes interactions. La position et la largeur des états dépendent du choix de l'interaction résiduelle. En général, l'accord entre les données et les résultats du calcul est meilleur avec la force DDSM1 qui contient une dépendance en densité.

L'amplitude de transition réduite  $B(E2)$  entre le premier état excité  $1/2_1^+$  et l'état de base  $5/2_1^+$  du  $^{17}\text{F}$  est un bon test pour les fonctions d'ondes obtenues avec le SMEC. En utilisant une charge effective  $e_p = 1.41$ , le résultat du SMEC est :  $B(E2) = 70.3 \text{ e}^2 \cdot \text{fm}^4$ , ce qui est en bon accord avec la valeur expérimentale :  $B(E2)_{\text{exp}} = 64.9 \text{ e}^2 \cdot \text{fm}^4$  [98]. A titre de comparaison, le modèle en couches avec un paramètre d'oscillateur  $b = A^{1/6} \text{ fm}$  [99] et la même charge effective, donne un résultat nettement sous-évalué :  $B(E2)_{\text{sm}} = 34.8 \text{ e}^2 \cdot \text{fm}^4$ . La différence entre les résultats du SMEC et du modèle en couches est dû à l'utilisation d'une fonction d'onde radiale plus réaliste pour l'état individuel  $1s_{1/2}$  de protons dans l'état  $1/2_1^+$ . Le rayon quadratique moyen de cette orbite, calculé avec le SMEC est :  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 5.212 \text{ fm}$ . L'état individuel  $0d_{5/2}$  a une énergie de liaison de 600 keV et le SMEC donne un rayon quadratique moyen :  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 3.629 \text{ fm}$ .

$J^\pi$	SM	WB		DDSM1		DDSM1*		Exp.	
	$E$ (MeV)	$E$ (MeV)	$\Gamma$ (keV)	$E$ (MeV)	$\Gamma$ (keV)	$E$ (MeV)	$\Gamma$ (keV)	$E$ (MeV)	$\Gamma$ (keV)
$5/2^+$	-0.826	-1.467	-	-1.377	-	-1.718	-	-0.600	-
$1/2^+$	-0.105	-0.105	-	-0.105	-	-0.105	-	-0.105	-
$1/2^-$	2.134	2.486	15	2.286	4.4	2.375	7.5	2.504	19
$5/2^-$	3.279	3.661	0.004	3.440	$\sim 0$	3.534	$\sim 0$	3.257	1.5
$3/2^+$	5.044	4.085	859	4.096	926	2.719	901	4.400	1530
$9/2^-$	3.786	4.169	$\sim 0$	3.946	$\sim 0$	4.040	$\sim 0$	4.620	?
$3/2^-$	4.459	4.747	151	4.551	120	4.662	155	4.040	225
$7/2^-$	5.045	5.401	1	5.172	1.2	5.258	1.5	5.072	40
$5/2^-$	5.016	5.388	0.1	5.175	0.02	5.267	0	5.082	< 0.6
$1/2^-$	5.156	5.537	2.9	5.313	5	5.409	33	5.437	30
$3/2^-$	5.277	5.661	2.9	5.432	14	5.527	14	4.888	48

TAB. 4.11 – Comparaison entre le spectre de modèle en couches («SM»), le spectre expérimental («Exp») et trois résultats du SMEC (voir texte) pour le  $^{17}\text{F}$ .

Par conséquent, le rayon quadratique moyen du  $^{17}\text{F}$  dans le premier état excité  $J^\pi = 1/2_1^+$  est de 2.814 fm, alors qu'il est de 2.664 fm dans l'état de base  $J^\pi = 5/2_1^+$ .

### Cas de $^{17}\text{O}$

On a représenté sur la figure 4.27 le spectre de  $^{17}\text{O}$  de la même manière que pour le  $^{17}\text{F}$  sur la figure 4.25. Les paramètres de l'interaction résiduelle sont les mêmes que pour le  $^{17}\text{F}$ . Dans ce cas également nous n'avons pris en compte que l'état de base de  $^{16}\text{O}$ . La position du seuil d'émission de particule a été choisie de manière à ce que l'état  $5/2_1^-$ , qui est le dernier état lié, soit à la position expérimentale.

Pour la construction des potentiels auto-cohérents servant à construire les fonctions d'onde radiales dans l'espace  $\mathcal{Q}$ , nous avons utilisé la même méthode que dans le cas du  $^{17}\text{F}$ . Les paramètres des potentiels initiaux sont les mêmes, mis à part la profondeur de la partie centrale et de l'intensité du couplage spin-orbite qui ont été réajustés de manière à ce que les énergies des états individuels  $0d_{5/2}$  et  $1s_{1/2}$  soient aux énergies des états  $5/2_1^+$  et  $1/2_1^+$  respectivement. Les valeurs du paramètre de profondeur  $v_0$  sont donnés dans le tableau 4.9.

Les intervalles d'énergie entre les états de parité positives sont très bien reproduits par le SMEC(DDSM1) alors que le calcul sans dépendance en densité SMEC(WB) donne un état de base  $5/2_1^+$  trop profond par rapport aux deux autres états  $1/2_1^+$  et  $3/2_1^+$ . Les mêmes facteurs de réductions que pour le  $^{17}\text{F}$  ont été introduits pour renormaliser l'interaction. On peut remarquer qu'en dépit de ces facteurs, l'état de base du  $^{17}\text{F}$  acquerrait une trop grande énergie de liaison. La situation est meilleure dans le cas de  $^{17}\text{O}$  à cause de la distance plus importante

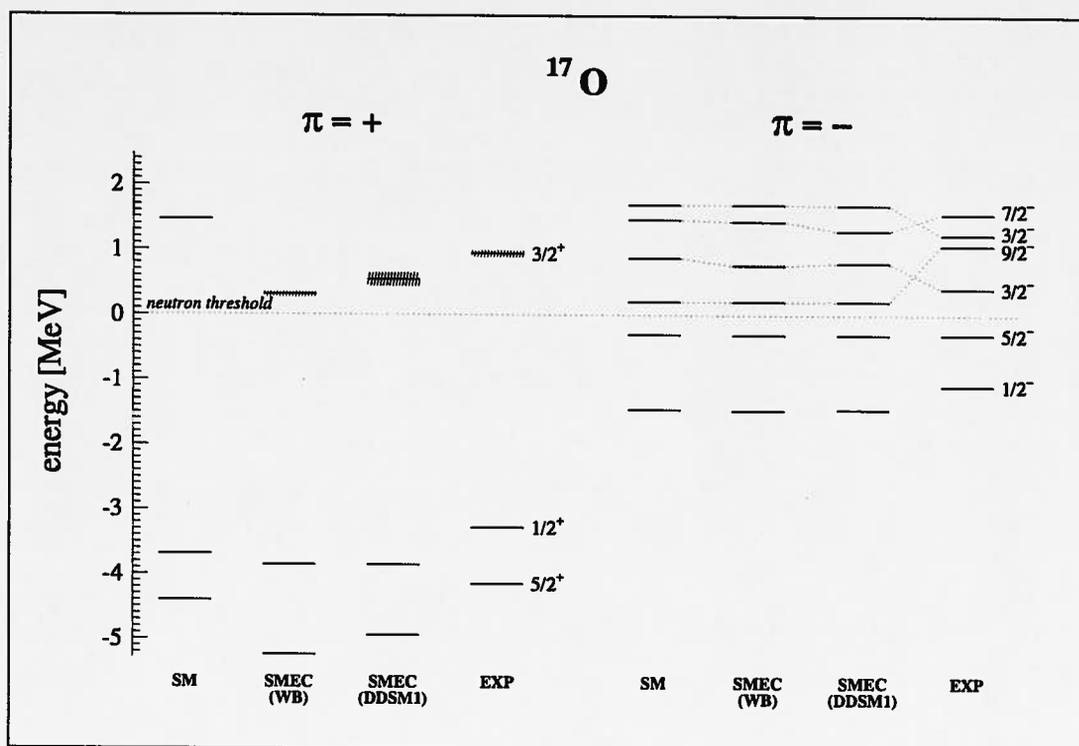


FIG. 4.27 – Spectres de l' $^{17}\text{O}$  : états de parité positive (à gauche) et négative (à droite) calculés avec le modèle en couches («SM»), le SMEC avec l'interaction résiduelle WB (4.1) («SMEC(WB)») ou DDSM1 (4.17) («SMEC(DDSM1)»). La dernière colonne («Exp») représente les valeurs expérimentales.

entre l'état de base et le seuil d'émission de particule. Les largeurs des résonances dépendent du type d'interaction choisie pour le couplage entre  $Q$  et  $P$  et sont en moyenne en meilleur accord avec l'expérience si l'on utilise la force dépendant de la densité.

Pour tester les fonctions d'onde radiales calculées pour l' $^{17}\text{O}$ , nous avons calculé l'amplitude de transition réduite  $B(E2)$  entre le premier état excité  $1/2_1^+$  et l'état de base. Avec l'interaction résiduelle DDSM1 on obtient :  $B(E2) = 5.1 e^2 \cdot \text{fm}^4$ , avec une charge effective :  $e_n = 0.47$ . La valeur expérimentale est :  $B(E2)_{\text{exp}} = 6.2 e^2 \cdot \text{fm}^4$  [98], alors que le modèle en couches donne  $B(E2)_{\text{sm}} = 3.62 e^2 \cdot \text{fm}^4$ , avec un paramètre d'oscillateur  $b = A^{1/6}$  [99] et la même charge effective que pour le SMEC. Le meilleur accord obtenu avec le SMEC est dû au fait que la fonction d'onde de l'état individuel  $1s_{1/2}$  dans l'état  $1/2_1^+$  a une dépendance radiale plus réaliste. Son rayon quadratique moyen est :  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 4.184 \text{ fm}$ . Celui de l'état individuel  $0d_{5/2}$  dans l'état de base est :  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 3.439 \text{ fm}$ .

$J^\pi$	SM	WB		DDSM1		Exp.	
	$E$ (MeV)	$E$ (MeV)	$\Gamma$ (keV)	$E$ (MeV)	$\Gamma$ (keV)	$E$ (MeV)	$\Gamma$ (keV)
$5/2^+$	-4.406	-5.245	-	-4.938	-	-4.143	-
$1/2^+$	-3.685	-3.855	-	-3.856	-	-3.273	-
$1/2^-$	-1.446	-1.464	-	-1.450	-	-1.088	-
$5/2^-$	-0.301	-0.301	-	-0.301	-	-0.301	-
$3/2^+$	1.464	0.309	83	0.543	208	0.942	96
$9/2^-$	0.206	0.207	$\sim 0$	0.206	$\sim 0$	1.073	$< 0.1$
$3/2^-$	0.879	0.767	49	0.804	40.4	0.410	40
$7/2^-$	1.465	1.440	0.08	1.297	0.4	1.554	3.4
$5/2^-$	1.436	1.428	$\sim 0$	1.396	0.06	1.589	$< 1$
$1/2^-$	1.576	1.575	1.9	1.572	3.8	1.796	32
$3/2^-$	1.697	1.699	1.5	1.691	8.8	1.236	28

TAB. 4.12 – Comparaison entre le spectre de modèle en couches («SM»), le spectre expérimental («Exp») et trois résultats du SMEC (voir texte) pour  $^{17}\text{O}$ .

#### 4.2.6 Facteur astrophysique de la réaction $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$

La figure 4.28 représente les parties  $E1$ ,  $M1$  et  $E2$  de la section efficace de capture radiative. L'état final de ces réactions peut être l'état de base ( $J^\pi = 5/2_1^+$ ) du  $^{17}\text{F}$  ou le premier état excité ( $J^\pi = 1/2_1^+$ ). Le calcul du SMEC a été fait avec l'interaction résiduelle DDSM1. Les paramètres des potentiels initiaux sont donnés dans le tableau 4.9.

Le seuil d'émission de particule a été ajusté de manière à ce que le premier état excité ( $J^\pi = 5/2_1^+$ ) du  $^{17}\text{F}$  soit à la position expérimentale ( $E = -105$  keV). Cet ajustement est indispensable pour que la section efficace de capture, et le facteur astrophysique, aient un comportement correct en 0.

La contribution  $E1$  est la plus importante, que l'état final soit  $5/2_1^+$  ou  $1/2_1^+$ . Nous avons pris en compte les composantes  $E1$ ,  $E2$  et  $M1$  entre les ondes partielles  $s$ ,  $p$ ,  $d$ ,  $f$ ,  $g$  ( $\ell = 0, \dots, 4$ ) et les états liés  $0d_{5/2}$  et  $1s_{1/2}$ . A basse énergie, seules les transitions  $E1$  provenant des ondes  $p$  donnent une contribution importante dans la section efficace. La contribution  $E2$  est environ 1000 fois plus faible dans la gamme d'énergie considérée. On constate que pour l'état final  $5/2_1^+$ , la contribution  $M1$  devient quasiment aussi importante que la contribution  $E1$  pour  $E_{cm} > 3$  MeV.

Le comportement de la section efficace  $\sigma^{M1}$  est très différent selon que l'état final est  $5/2_1^+$  ou  $1/2_1^+$ . Dans le cas  $J^\pi = 1/2_1^+$ ,  $\sigma^{M1}$  est continûment croissante alors que dans le cas  $J^\pi = 5/2_1^+$ , elle passe par un minimum vers  $E_{cm} = 3.5$  MeV. Comme la section efficace est proportionnelle au recouvrement entre l'état initial et l'état final :  $\sigma^{M1} \propto \langle \Psi_f | \Phi_i \rangle$ , ce minimum provient du fait que  $\Psi_f$  et  $\Phi_i$  sont orthogonaux au voisinage de cette énergie. On peut observer dans la contribution  $E1$ , un petit pic dû à la résonance  $1/2_1^+$ . L'état  $1/2_1^+$  étant très faiblement lié et sa structure étant assez simple, la section efficace  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 1/2_1^+)$  est très

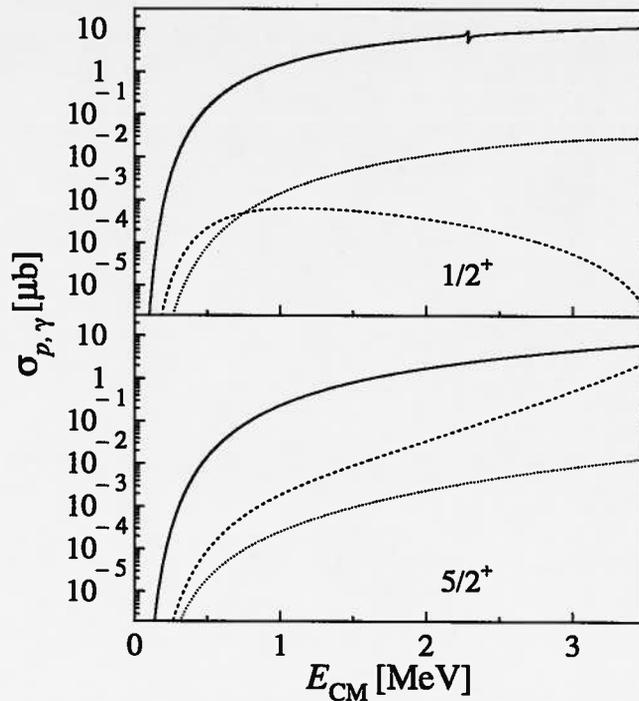


FIG. 4.28 – Composantes  $E1$  (ligne continue),  $M1$  (tirets) et  $E2$  (pointillés) de la section efficace de la réaction  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}$ , calculées avec l'interaction résiduelle  $\text{DDSM1}$ .

sensible à l'extension spatiale de l'orbitale de protons  $1s_{1/2}$ . Pour cette raison, il est crucial que l'énergie de liaison de l'état  $1s_{1/2}$  dans la voie  $J^\pi = 1/2^+$  soit celle de l'état  $1/2_1^+$ .

La figure 4.29 représente le facteur astrophysique  $S$ , en sommant les trois contributions  $E1$ ,  $E2$  et  $M1$  prises en compte. L'état final peut être l'état  $5/2_1^+$  (en haut de la figure) ou l'état  $1/2_1^+$  (au milieu). La somme des deux est représentée au bas de la figure 4.29. Les résultats du SMEC avec l'interaction  $\text{DDSM1}$  (4.17) sont en excellent accord avec les données de Morlock *et al.* [100]. Le pic de la résonance  $1/2_1^-$  dans la réaction  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 1/2^+)$  est très bien reproduit, bien que sa position soit légèrement décalée. Il faut insister sur le fait que dans ce modèle, la fonction d'onde radiale de cette résonance  $1/2_1^-$  est une fonction du sous-espace  $\mathcal{P}$  uniquement, car les facteurs spectroscopiques de tous les états individuels sont nuls (voir aussi la discussion dans le paragraphe 2.2.7).

La montée rapide du facteur  $S$  de la composante  $1/2_1^+$  lorsque l'énergie tend vers 0 est due à la proximité de l'orbitale  $1s_{1/2}$  dans l'état  $1/2_1^+$ . L'ajustement d'un polynôme de degré 2 sur les valeurs calculées entre 13 et 50 keV avec un pas de 1 keV donne :  $S(0) = 9.25 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}\cdot\text{b}$ , et une dérivée logarithmique :  $S'(0)/S(0) = -4.98 \text{ MeV}^{-1}$ . Le rapport entre les contributions  $M1$  et  $E1$  est :

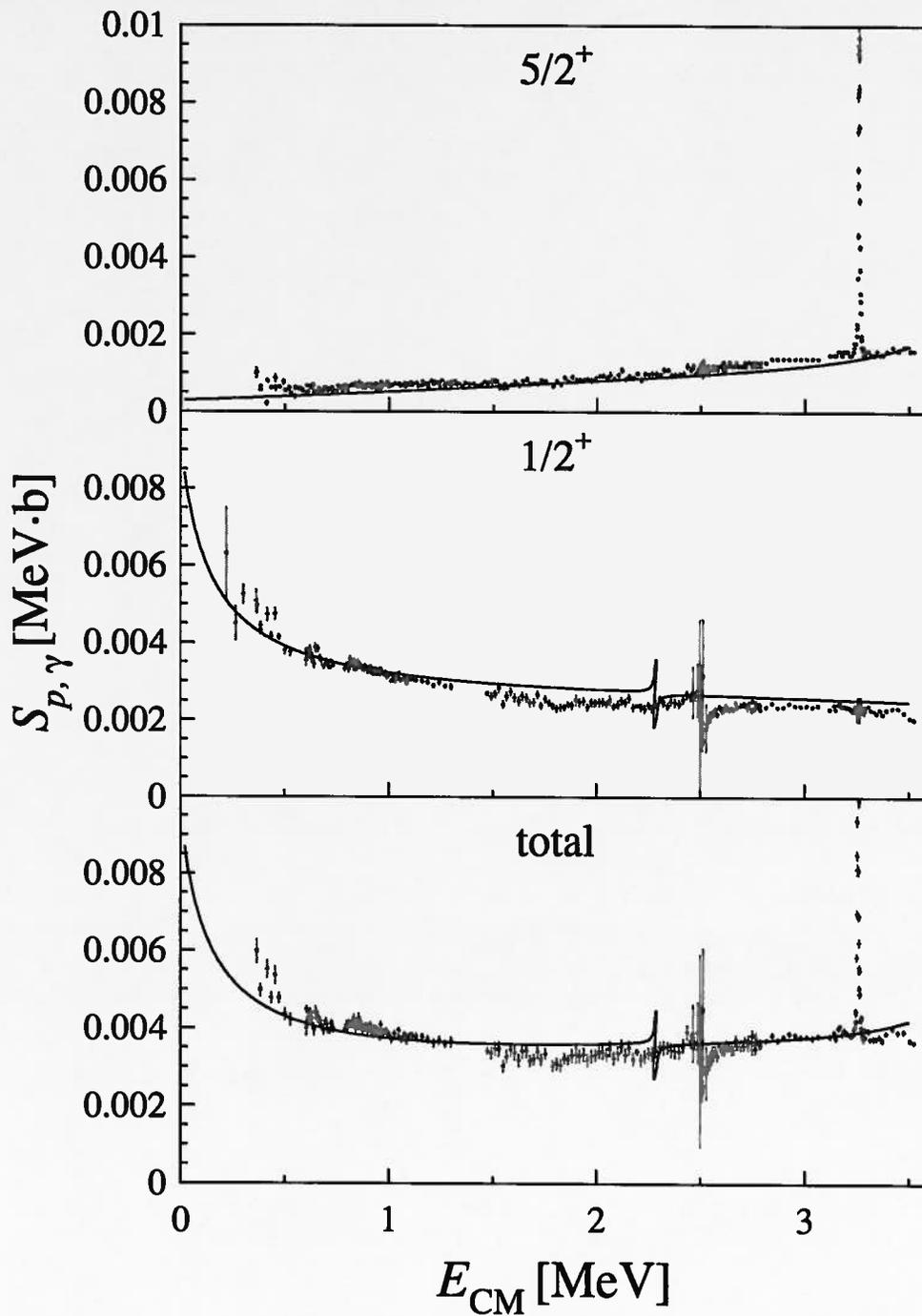


FIG. 4.29 – Facteur astrophysique  $S$  de la réaction  $^{16}\text{O}(p,\gamma)^{17}\text{F}$ . Les courbes représentent les résultats du SMEC avec l'interaction résiduelle DDSM1 (4.17). Les points sont les valeurs expérimentales provenant de [100].

$^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(\frac{1}{2}^+)$					
$\mathcal{M}\mathcal{L}$	E1		M1	E2	
$\ell_j$	$p_{1/2}$	$p_{3/2}$	$s_{1/2}$	$d_{3/2}$	$d_{5/2}$
$S(0)$ [ MeV.b ]	$3.06 \cdot 10^{-3}$	$6.12 \cdot 10^{-3}$	$6.93 \cdot 10^{-5}$	$5.40 \cdot 10^{-7}$	$8.11 \cdot 10^{-7}$
$S'(0)/S(0)$ [ MeV $^{-1}$ ]	-4.95	-4.95	-9.45	0.023	0.025

TAB. 4.13 - Limites lorsque  $E_{cm} \rightarrow 0$  des différentes contributions dans le facteur  $S$  pour la réaction  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 1/2_1^+)$ .

$^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(\frac{5}{2}^+)$					
$\mathcal{M}\mathcal{L}$	E1		M1	E2	
$\ell_j$	$p_{3/2}$	$f_{5/2}$	$f_{7/2}$	$d_{3/2}$	$d_{5/2}$
$S(0)$ [ MeV.b ]	$2.83 \cdot 10^{-4}$	$1.11 \cdot 10^{-7}$	$2.22 \cdot 10^{-6}$	$1.43 \cdot 10^{-8}$	$8.65 \cdot 10^{-7}$
$S'(0)/S(0)$ [ MeV $^{-1}$ ]	0.534	7.85	7.86	0.36	3.36

$\mathcal{M}\mathcal{L}$	E1		M1	E2	
$\ell_j$	$s_{1/2}$	$d_{3/2}$	$d_{5/2}$	$g_{7/2}$	$g_{9/2}$
$S(0)$ [ MeV.b ]	$3.46 \cdot 10^{-6}$	$7.60 \cdot 10^{-9}$	$3.26 \cdot 10^{-8}$	$1.60 \cdot 10^{-12}$	$2.00 \cdot 10^{-11}$
$S'(0)/S(0)$ [ MeV $^{-1}$ ]	-17.76	3.15	3.28	18.3	18.3

TAB. 4.14 - Limites lorsque  $E_{cm} \rightarrow 0$  des différentes contributions dans le facteur  $S$  pour la réaction  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 5/2_1^+)$ .

$S_{M1}/S_{E1} = 7.55 \cdot 10^{-3}$ . Les valeurs des différentes contributions  $E1$ ,  $M1$  et  $E2$  lorsque l'énergie tend vers 0 sont données dans le tableau 4.13. La figure 4.30 montre les composantes  $E2$  et  $M1$  du facteur astrophysique  $S$  pour les réactions :  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 1/2_1^+)$  et  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 5/2_1^+)$ , sommées sur toutes les ondes partielles. Avec l'interaction résiduelle WB (4.1), les composantes  $E1$  et  $E2$ , lorsque  $E_{cm}$  tend vers 0 sont plus faibles d'environ  $\sim 0.7\%$  par rapport aux résultats obtenus avec l'interaction DDSM1. Par contre, la composante  $M1$  est 20 fois plus importante avec l'interaction WB qu'avec DDSM1. On a dans ce cas :  $S_{M1}/S_{E1} = 0.154$ . Le rapport des composantes  $E2$  et  $E1$  dans la réaction :  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 1/2_1^+)$  est :  $\sigma^{E2}/\sigma^{E1} = 1.62 \cdot 10^{-4}$ ,  $2.22 \cdot 10^{-4}$  et  $5.425 \cdot 10^{-4}$ , respectivement à 20, 100 et 500 keV.

Pour les réactions de capture dont l'état final est l'état de base  $5/2_1^+$  du  $^{17}\text{F}$ , l'ajustement du facteur  $S$  calculé donne :  $S(0) = 2.89 \cdot 10^{-4}$  MeV.b, et  $S'(0)/S(0) = 0.767$  MeV $^{-1}$ . Le rapport entre les composantes  $M1$  et  $E1$  est :  $S_{M1}(0)/S_{E1}(0) = 3.1 \cdot 10^{-3}$ . Les valeurs des différentes contributions sont données dans le tableau 4.14.

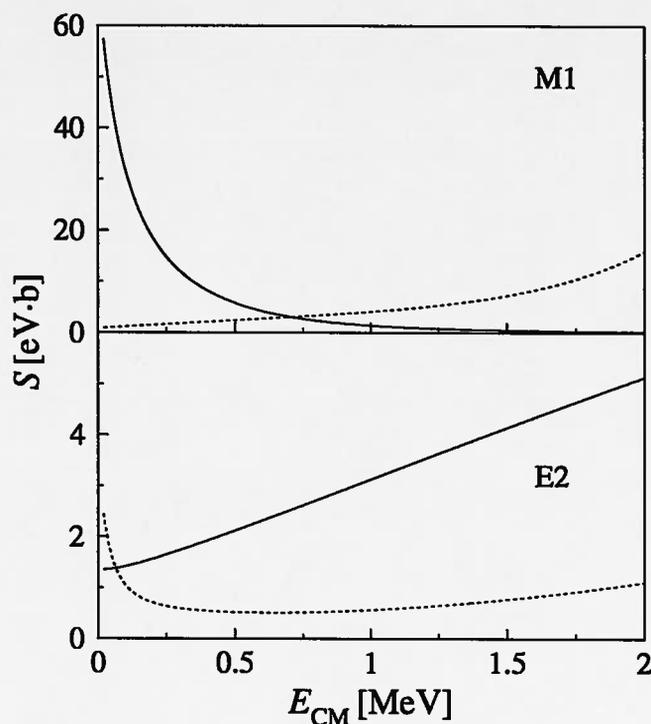


FIG. 4.30 – Composantes  $E2$  et  $M1$  du facteur astrophysique  $S$  pour les réactions  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 1/2_1^+)$  (ligne continue) et  $^{16}\text{O}(p, \gamma)^{17}\text{F}(J^\pi = 5/2_1^+)$  (ligne discontinue) sommées sur toutes les ondes partielles.

#### 4.2.7 Section efficace de diffusion élastique

La section efficace de diffusion élastique, ou le déphasage par onde partielle, est une autre observable qui peut être calculée avec le SMEC. La figure 4.31 représente les déphasages pour différentes ondes partielles et la figure 4.32 la section efficace de la réaction  $^{16}\text{O}(p, p)^{16}\text{O}$ . Les calculs ont été fait avec l'interaction résiduelle DDSM1.

Les déphasages sont bien reproduits par le SMEC sauf pour l'onde partielle  $5/2^+$ , pour laquelle les valeurs calculées et mesurées [101] diffèrent d'environ  $5^\circ$ . Cette différence disparaît si l'on retire la contribution de l'état de base du  $^{17}\text{F}$  (ligne discontinue sur les deux figures). Cela peut paraître surprenant que l'état de base ait une influence aussi forte sur les états de diffusion à travers sa largeur effective. Lorsque l'énergie du système est négative (paragraphe 2.2.5), l'hamiltonien du système est modifié mais reste hermitique. Cette modification produit le décalage important de l'état  $5/2_1^+$  du  $^{17}\text{F}$  et de l' $^{17}\text{O}$  (voir les spectres sur les figures 4.25 et 4.27) par rapport à la position donnée par le modèle en couches. L'hamiltonien effective dépend de l'énergie car les couplages entre les sous-espaces  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  sont non locaux. Lorsque l'énergie est positive (supérieure au

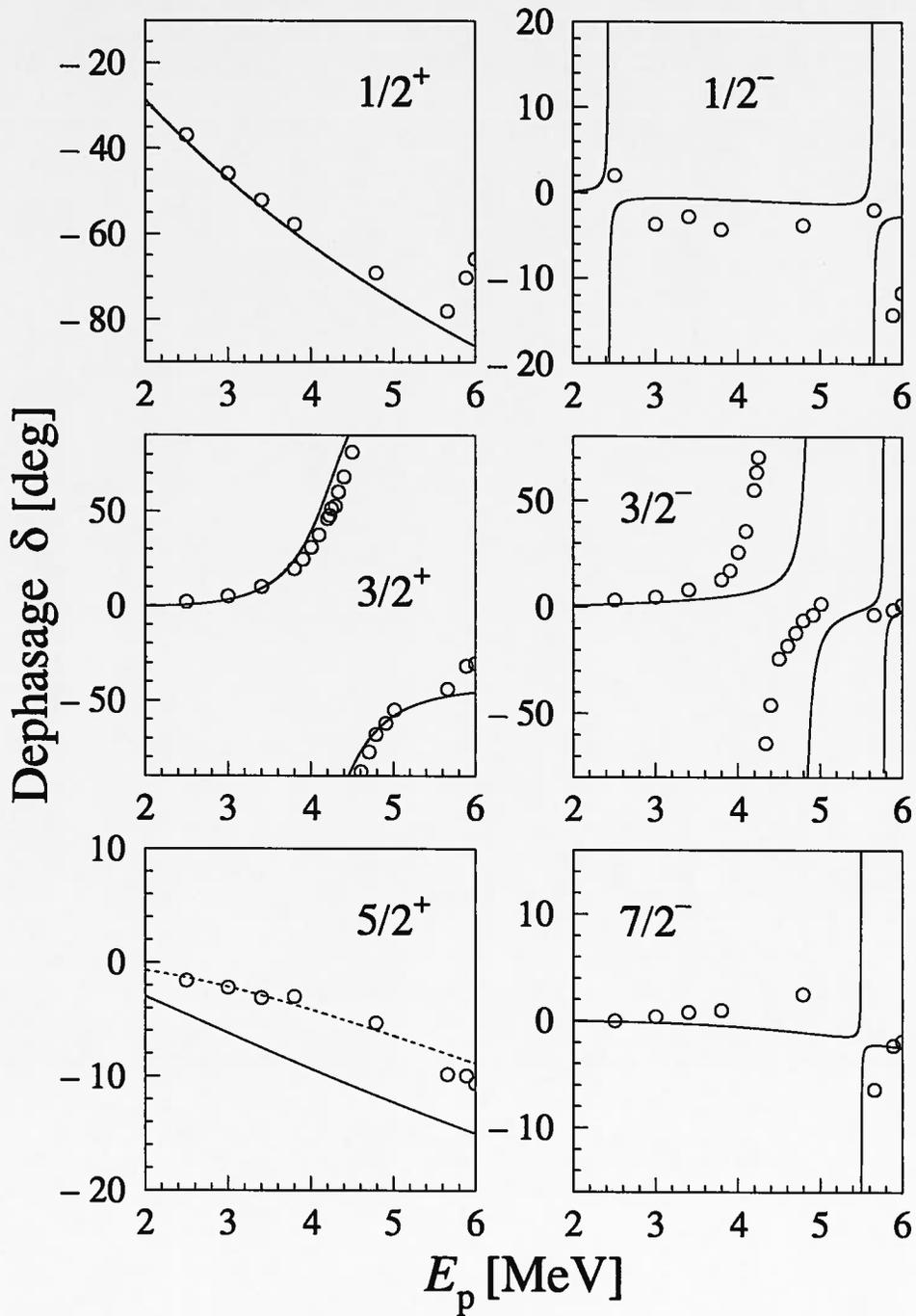


FIG. 4.31 – Déphasages pour chaque onde partielle pour la diffusion élastique de proton sur  $^{16}\text{O}$ . Les points sont les données expérimentales provenant de [101]. Le résultat du SMEC avec l'interaction résiduelle DDSM1 est en trait plein. La ligne discontinue pour l'onde partielle  $5/2_1^+$  représente le même résultat mais en retirant la contribution de l'état de base du  $^{17}\text{F}$ .

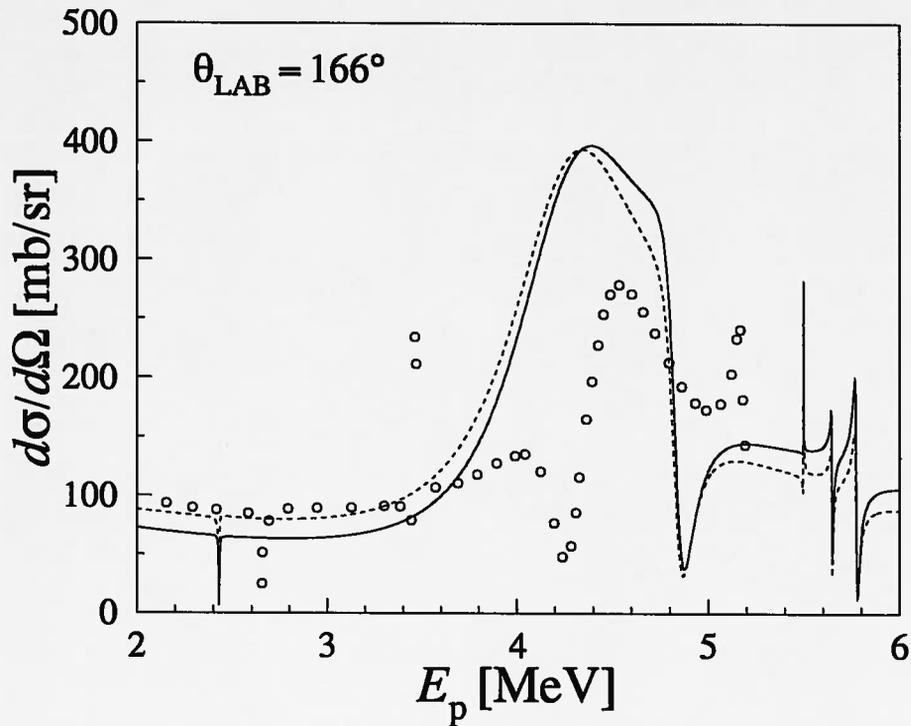


FIG. 4.32 – Section efficace de diffusion élastique  $^{16}\text{O}(p,p)^{16}\text{O}$ . La ligne continue représente le résultat du SMEC avec l'interaction résiduelle DDSM1 (4.17). La ligne discontinue représente le même résultat sans la contribution de l'état de base du  $^{17}\text{F}$ . Les points représentent les données expérimentales [102].

seuil d'émission de particule), la correction sur l'hamiltonien est non hermitique et est à l'origine de la partie imaginaire des valeurs propres. Dans le cas présent, la valeur propre associée à l'état de base du système acquiert une partie imaginaire très importante, ce qui produit cet effet de résonance de l'état de base visible dans le déphasage et la section efficace. L'origine de cet effet est sans doute la description trop schématisée des états de parité positive dans l'espace de modèle en couches. Comme on l'a discuté dans le paragraphe 4.2.3, on s'attend à ce que les états  $5/2_1^+$ ,  $1/2_1^+$  et  $3/2_1^+$  ne soient pas des configurations  $1p-0h$  pures. Il est naturel, pour cette raison, d'utiliser des facteurs de réduction (voir annexe B) pour prendre en compte les configurations plus complexes, mais cette renormalisation de l'interaction résiduelle n'est pas suffisante pour reproduire correctement la section efficace comme le démontre clairement cet exemple.

Mais cet exemple montre aussi que la section efficace de diffusion élastique peut être une source intéressante d'informations pour les noyaux loin de la ligne de stabilité  $\beta$ , là où les informations spectroscopiques directes sont souvent très pauvres. Dans cet exemple, on voit que la mesure de la section efficace de diffusion permet d'affirmer que la structure de l'état de base du  $^{17}\text{F}$  contient des

composantes non négligeables d'excitations  $3p - 2h, \dots$ , qui ne sont pas prises en compte dans une description simple.

La section efficace de diffusion élastique à  $166^\circ$  est comparée aux données expérimentales [102] (voir la figure 4.32). Le calcul sous-estime la section efficace à basse énergie, mais cet effet est corrigé si l'on enlève la contribution résonnante de l'état de base, comme cela a été discuté plus haut dans le cas du déphasage. A plus haute énergie, on constate un désaccord notable entre le calcul et les données mais il faut souligner que cette section efficace est mesurée à un angle donné et non intégrée sur tout l'angle solide de  $4\pi$  comme pour les réactions de capture radiative discutées auparavant. La conséquence est que les diverses résonances forment des figures d'interférence très complexes alors que dans le cas d'une section efficace intégrée sur les angles, les résonances de différents spin et parité additionnent leurs contributions de manière incohérente. Il suffit que le SMEC donne des positions et des largeurs légèrement différentes des valeurs expérimentales pour que les figures d'interférence soient notablement différentes. Dans l'exemple présenté ici, la différence entre le calcul et les données dans l'intervalle :  $3.8 \text{ MeV} < E_p < 5 \text{ MeV}$ , est principalement due au fait que l'ordre des états  $3/2_1^-$  et  $3/2_1^+$  soit inversé dans le SMEC par rapport à l'expérience. Le «creux» observé dans les données à environ 4.2 MeV dans le pic de résonance  $3/2_1^+$  est dû à une interférence destructive avec la résonance  $3/2_1^-$ , alors que dans le calcul cette interférence destructive se situe vers 4.8 MeV.



# Chapitre 5

## Conclusion

Dans cette première partie, on a développé le formalisme du SMEC et présenté les résultats obtenus avec ce modèle pour deux couples de noyaux miroir : les  ${}^8\text{B} - {}^8\text{Li}$  et les  ${}^{17}\text{F} - {}^{17}\text{O}$ . Le SMEC est une théorie microscopique qui permet d'étudier la spectroscopie des noyaux, ainsi que les mécanismes de réaction simples dans lesquels ils peuvent intervenir. L'élément clef de ce modèle est l'utilisation d'une interaction effective de modèle en couches standard dans le sous-espace  $\mathcal{Q}$ . Cette interaction est ensuite complétée par les couplages entre les sous-espace  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  en terme d'éléments de matrice de l'interaction résiduelle ajustée de manière auto-cohérente avec le champ moyen. La détermination auto-cohérente des champs moyens et les couplages entre les états discrets et les états du continuum est un aspect essentiel du SMEC. Les champs moyens, déterminés de cette manière, dépendent des mélanges complexes de configurations dans les états discrets calculés en utilisant le modèle en couches avec une interaction effective réaliste. Par conséquent, ces champs moyens dépendants de l'énergie ne sont en général pas les mêmes pour différents états  $J^\pi$  à  $A$  corps et pour les différentes orbites de particules individuelles. La relation étroite entre le SMEC et le modèle en couches standard permet d'étudier à quel point l'interaction effective dans ce dernier est modifiée par les couplages entre les états de  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$ . Ces couplages, qui dépendent de la position du seuil d'émission de particule, se traduisent par des changements asymétriques des spectres et des champs moyens auto-cohérents pour des noyaux miroir. La brisure de symétrie de charge due aux couplages entre  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  n'est pas suffisante pour expliquer les différences expérimentales entre les spectres des noyaux miroir (voir la discussion des spectres pour les couples  ${}^8\text{B} - {}^8\text{Li}$  et  ${}^{17}\text{F} - {}^{17}\text{O}$ ). Ici, le développement de l'interaction de modèle en couches incorporant les effets coulombiens et brisant la symétrie de charge est nécessaire. L'analyse de ces effets dans le formalisme du SMEC est un projet à long terme de grande importance pour l'étude des noyaux près de la drip-line. Mais, même dans le cadre plus restreint de ce travail, on a démontré par exemple l'importance des couplages entre  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{P}$  pour la détermination des fonctions radiales qui modifient les rayons quadratiques moyens, les moments quadripolaires

ou les transitions  $B(E2)$  dans les noyaux miroirs.

On a vu que le SMEC permet d'obtenir des résultats en très bon accord avec les données expérimentales pour le calcul des sections efficaces de capture radiative. De nombreux calculs de ce type ont été effectués en utilisant des modèles de particules indépendantes [35, 36, 37]. Dans ce type d'approche, on calcule la section efficace de capture radiative entre un état de diffusion d'une particule sur un potentiel et un état lié de ce potentiel. Il peut être nécessaire dans certains cas d'utiliser un potentiel différent pour les états liés et les états de diffusion pour pouvoir obtenir un résultat satisfaisant. Ce type de calcul peut reproduire la partie non résonnante de la section efficace ainsi que les résonance si ce sont des états à une particule très purs. Mais la plupart du temps, les résultats obtenus avec cette méthode sont beaucoup trop schématiques. Le spectre des états d'une particule dans un potentiel est beaucoup trop pauvre pour pouvoir reproduire, même en partie, les niveaux d'un noyau. De plus, la largeur d'un état de particule ne peut représenter que la borne supérieure de la largeur d'un état nucléaire réaliste. C'est pour cette raison que les largeurs obtenues dans les modèles de particules indépendantes sont la plupart du temps surestimées.

L'exemple présenté dans ce travail est la diffusion élastique de proton sur un noyau d' $^{16}\text{O}$ . Nous avons vu que la section efficace de diffusion doublement différentielle  $d^2\sigma/dE/d\Omega(E)$  est très difficile à reproduire. D'une part, elle nécessite d'avoir une bonne description de la structure des résonance et de l'état de base du noyau cible. D'autre part, les phénomènes d'interférence complexes entre les résonances font qu'une légère erreur sur la position et la largeur de quelques états peut modifier sensiblement l'allure du résultat. Pour cette raison, l'analyse en ondes partielles des déphasage est bien plus pratique pour comparer la théorie et l'expérience. Le SMEC est l'unique modèle permettant de calculer la fonction d'excitation  $d^2\sigma/dE/d\Omega(E)$  microscopiquement. Les méthodes de voies couplées utilisant des potentiels optiques ne peuvent pas être considérées comme des modèles prédictifs pour le calcul de cette section efficace en fonction de l'énergie. Les paramètres des potentiels optiques doivent être ajustés sur des données, et les calculs ne permettent d'obtenir la section efficace en fonction de l'angle de diffusion que pour une gamme d'énergie très limitée. Notre méthode nécessite des ajustements, mais nous n'ajustons que les paramètres des potentiels servant à calculer les fonctions d'ondes radiales. Les phénomènes de résonances sont donnés par le modèle.

D'autres applications du SMEC seront possibles dans l'avenir, mais elles sortent du cadre de cette thèse. Entre autres, la description des décroissances  $\beta$ , et en particulier les décroissances  $\beta$  interdites du premier ordre dans les réactions miroirs :  $^{17}\text{N} \rightarrow ^{17}\text{O}$  et  $^{17}\text{Ne} \rightarrow ^{17}\text{F}$  [103], les réactions d'échange de charge :  ${}_Z A_N(p, n)_{Z+1} B_{N-1}$ ,  ${}_Z A_N(n, p)_{Z-1} B_{N+1}$  ou les réactions de nucléosynthèse induites par des neutrinos [104]. Une autre application possible du SMEC est la description de l'émission spontanée de proton (neutron) par l'état de base

des noyaux au-delà de la drip-line. Le temps de vie de ces noyaux dépend fortement des corrélations dans l'état de base qui est une résonance à structure complexe, et de ses couplages aux états du continuum.



## Deuxième partie

# Appariement dans les noyaux riches en neutrons



# Chapitre 6

## Introduction

La description standard des systèmes de fermions fait intervenir les concepts de sphère de Fermi des états occupés et de corrélation de particules apparaissant dans la zone étroite de l'espace des phases autour de la sphère de Fermi [105]. Lorsque l'énergie de Fermi approche de 0, ce qui est la situation dans un noyau faiblement lié, la zone des états corrélés doit évidemment inclure l'espace des phases de particules dans le continuum.

La force d'appariement et sa dépendance en densité est très mal connue pour les noyaux loin de la vallée de stabilité. On s'attend à ce que les corrélations d'appariement, dues aux excitations de paires de neutrons vers le continuum, soient importantes dans les noyaux riches en neutrons. Le traitement des couplages entre les états discrets et les états du continuum est un élément essentiel pour la description des noyaux près de la drip-line.

L'interaction d'appariement joue un rôle prépondérant dans les noyaux près de la drip-line car l'intensité de cette interaction détermine la position du dernier état occupé. Dans de nombreuses chaînes isotopiques, le premier noyau non lié est un système impair dans lequel l'énergie de séparation  $\lambda$  d'une particule, est égale à l'énergie d'appariement  $\Delta$ , absente dans la contribution du nucléon célibataire à l'énergie totale du système ( $\lambda \sim \Delta$ ).

La théorie HFB unifie la théorie de champ moyen HF et celle de l'appariement (BCS) dans une théorie variationnelle auto-cohérente. Le défi soulevé par l'étude des noyaux exotiques près de la drip-line provient du fait que les nucléons les plus extérieurs sont faiblement liés, leurs orbitales individuelles ont, de ce fait, une très grande extension spatiale. De plus, ces états faiblement liés sont fortement couplés aux états du continuum. La description des états du continuum pose un problème majeur aux théories de champ moyen [106] dans lesquelles les solutions sont habituellement construites à partir de développement sur une base de fonctions d'oscillateur harmonique. La solution naturelle à ce problème est de résoudre les équations de HFB en base position en utilisant une méthode de discrétisation ou encore, d'utiliser une base de fonctions de modèle en couches avec couplage au continuum, générée par un puits de profondeur finie. Une troisième possibilité

pour résoudre ce problème est basée sur l'utilisation de fonctions d'oscillateur harmonique transformées. Ces fonctions forment une base flexible permettant de construire des solutions ayant un comportement asymptotique correct [107].

L'approche de HFB est une méthode adaptée à l'étude des noyaux liés. Les couplages aux états du continuum assurent la stabilité des états du système par rapport aux excitations virtuelles de particules et de paires de particules vers les énergies positives. Dans ce formalisme, les états liés, indépendamment de leur énergie de liaison, sont toujours discrets et localisés. La résolution des équations de HFB en base position permet de prendre en compte tous les aspects «champ moyen» des couplages aux états du continuum [6, 7].

Le développement des nouveaux accélérateurs produisant des faisceaux radioactifs a largement stimulé l'étude des noyaux faiblement liés au moyen de la théorie de HFB [7, 108]. Les méthodes HFB basées sur l'utilisation d'une interaction effective de Skyrme ont été appliquées aux noyaux sphériques et déformés le long de la drip-line [7, 109, 110, 111]. Les noyaux sphériques près de la drip-line ont également été étudiés en utilisant la théorie de HFB avec les interactions de Gogny [7, 111]. Les méthodes basées sur une approche de champ moyen relativiste incluant des corrélations d'appariement dans l'approximation de Hartree-Bogolyubov ont été intensivement appliquées à l'étude des noyaux sphériques près de la drip-line [112]. Les structures des paires ont également été étudiées en résolvant de manière exacte le problème à deux corps prenant en compte les effets dus aux états du continuum [113].

Dans la plupart des cas, les études concernant les noyaux près de la drip-line ont été faites en base position et en se limitant à des systèmes à symétrie sphérique, pour lesquels le problème HFB se réduit à la solution d'équations à une dimension. Les solutions à trois dimensions pour des systèmes déformés ont été obtenues en utilisant des méthodes hybrides de résolution de l'équation HFB sur une base de fonctions HF [110]. Tous ces algorithmes utilisent des fonctions d'onde calculées sur un réseau de points où le continuum est discrétisé par les conditions de bord dans une boîte suffisamment grande. La stabilité numérique et les propriétés de convergence de ces méthodes ont été soigneusement étudiées et sont considérées comme suffisantes pour les applications actuelles du champ moyen.

Les propriétés analytiques des fonctions d'onde de particules individuelles du continuum de basse énergie, ont été largement étudiées dans les cas où apparaissent des états réels, virtuels ou quasi-stationnaires ayant une énergie proche de 0 [114]. Il a été démontré avec plusieurs exemples de potentiels que, dans un large intervalle de valeurs de  $r$ , les fonctions d'onde du continuum ont une dépendance en  $r$  qui est remarquablement proche des fonctions d'onde dont le niveau d'énergie est proche de 0 [114, 115]. Cette démonstration [114] permet de penser que la forme factorisée des fonctions d'onde d'état du continuum, au voisinage d'une résonance dans l'espace des phases d'une particule, est une bonne approximation. Cette forme de fonction d'onde d'états du continuum doit sim-

plifier le calcul des éléments de matrice de l'interaction et est à la base du regain d'intérêt pour la méthode HF+BCS pour le traitement des états résonnants [9]. Cette méthode approximative permet de prendre en compte des effets liés à des résonances individuelles bien séparées, quand l'énergie des résonances dépend peu de la taille de la boîte et des procédures de coupure. Les propriétés analytiques de la matrice  $S$  associée à un système de particules indépendantes sont à la base des propriétés de factorisation des fonctions d'onde d'états du continuum au voisinage des résonances. Dans l'approche HF+BCS, on suppose que ces propriétés restent valables en présence de corrélations d'appariement. Cette hypothèse de perturbation faible de la matrice  $S$  n'est pas clairement établie. Le problème est d'évaluer à quel point les structures des résonances d'états de particules et du continuum non résonnant sont influencées par l'interaction d'appariement. Pour ce faire, nous avons utilisé les fonctions d'onde à deux composantes de quasi-particules issues de l'approche HFB et le potentiel de particules indépendantes PTG pour lequel les propriétés analytiques de la matrice  $S$  sont connues.

D'autres méthodes, plus raffinées que HF+BCS pour le traitement du continuum de particules, ont été proposées récemment, mais elles ne permettent pas encore d'inclure les corrélations d'appariement [116]. D'autre part, l'intuition acquise à partir de la résolution du problème de BCS pour les noyaux tend à faire penser que le continuum de basse énergie doit jouer un rôle important pour les noyaux près de la drip-line. L'estimation quantitative de cette influence dans les théories HFB est l'objectif majeur de la deuxième partie de ce travail.

Cette seconde partie d'étude commence par un récapitulatif des aspects de la théorie HFB importants pour la discussion suivante. Ensuite, on présente les propriétés du potentiel PTG et de ses solutions. Le potentiel PTG, qui est une extension du potentiel de Pöschl-Teller, fait partie d'une plus grande classe de potentiels proposée par Natanzon [117]. L'intérêt de ce potentiel réside dans sa similarité avec le champ moyen nucléaire. En particulier, il a la propriété d'être plat à l'intérieur, d'avoir une surface diffuse et un comportement réaliste à grande distance. On fera ensuite l'inventaire des divers types de solutions d'une équation de Hartree-Fock, les états liés et les états de diffusion mais également les solutions non physiques du problème, notamment les solutions dites virtuelles et anti-résonnantes. Le potentiel PTG permet d'étudier le problème HFB en partant d'un problème HF ayant des états physiques ou non physiques à des positions choisies arbitrairement. Les résultats présentés dans cette seconde partie ont donné lieu à publication [118].



## Chapitre 7

# Corrélations d'appariement dans les systèmes faiblement liés

La théorie de HFB est une approche variationnelle prenant en compte les corrélations d'appariement. Une méthode variationnelle consiste à calculer la valeur moyenne de l'énergie du système en faisant agir l'hamiltonien  $H$  sur une classe de fonctions test  $|\Phi\rangle$  :

$$E = \frac{\langle \Phi | H | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} \quad (7.1)$$

La meilleure approximation de l'état de base du système dans la classe de fonctions  $\Phi$  s'obtient en minimisant l'énergie par rapport aux variations de  $\Phi$ , c'est-à-dire en résolvant l'équation :

$$\delta E = 0 \quad (7.2)$$

### 7.1 Fonctions de HFB

On considère les opérateurs de création et d'annihilation de fermions :

$$a_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger, a_{\mathbf{r}\sigma q} \quad (7.3)$$

qui créent ou annihilent une particule au point  $\mathbf{r}$ , dont la projection du spin est  $\sigma = \pm\frac{1}{2}$  et dont la projection de l'isospin est  $q = \pm\frac{1}{2}$ . Ces opérateurs vérifient les relations d'anticommuation :

$$\{a_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger, a_{\mathbf{r}'\sigma'q'}^\dagger\} = 0 \quad (7.4)$$

$$\{a_{\mathbf{r}\sigma q}, a_{\mathbf{r}'\sigma'q'}\} = 0 \quad (7.5)$$

et

$$\{a_{\mathbf{r}\sigma q}, a_{\mathbf{r}'\sigma'q'}^\dagger\} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta_{\sigma\sigma'}\delta_{qq'} \quad (7.6)$$

Pour construire l'ensemble des fonctions test de HFB, on introduit les opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules :

$$\begin{cases} \eta_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger = u_{\mathbf{r}\sigma q} a_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger - v_{\mathbf{r}\sigma q} a_{\mathbf{r}\bar{\sigma}q} \\ \eta_{\mathbf{r}\sigma q} = u_{\mathbf{r}\sigma q} a_{\mathbf{r}\sigma q} - v_{\mathbf{r}\sigma q} a_{\mathbf{r}\bar{\sigma}q}^\dagger \end{cases} \quad (7.7)$$

où  $a_{\mathbf{r}\bar{\sigma}q}^\dagger$  est l'image de l'opérateur  $a_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger$  par renversement du temps :

$$\hat{T}^+ a_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger \hat{T} = -2\sigma a_{\mathbf{r}-\sigma q}^\dagger = a_{\mathbf{r}\bar{\sigma}q}^\dagger \quad (7.8)$$

Les opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules (7.7) vérifient les mêmes règles d'anticommuation que les opérateurs  $a_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger$  et  $a_{\mathbf{r}\sigma q}$ . Ils permettent de construire les états de HFB à  $N$  quasi-particules indépendantes :

$$|\Phi\rangle \propto \prod_{j=1}^{N/2} \eta_{\mathbf{r}_j \sigma_j q_j} \eta_{\mathbf{r}_j \bar{\sigma}_j q_j} |0\rangle \quad (7.9)$$

L'interprétation de ce vecteur d'état de HFB est assez complexe [6, 119, 120]. C'est une superposition de paires de particules corrélées qui est le vide pour les opérateurs de quasi-particules  $\eta_{\mathbf{r}_j \sigma_j q_j}$  :

$$\eta_{\mathbf{r}_j \sigma_j q_j} |\Phi\rangle = 0. \quad (7.10)$$

et

$$\eta_{\mathbf{r}_j \sigma_j q_j}^\dagger |\Phi\rangle \quad (7.11)$$

représente l'excitation d'une quasi-particule.

## 7.2 Hamiltonien de HFB

L'hamiltonien de HFB contenant un terme cinétique et une interaction à deux corps peut s'écrire :

$$\begin{aligned} H = & \int d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{r}' \sum_{\sigma\sigma'} T(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') a_{\mathbf{r}\sigma}^\dagger a_{\mathbf{r}\sigma'} \\ & + \frac{1}{4} \int d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2 d^3\mathbf{r}'_1 d^3\mathbf{r}'_2 \sum_{\sigma_1\sigma_2\sigma'_1\sigma'_2} V(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}_2\sigma_2; \mathbf{r}'_1\sigma'_1, \mathbf{r}'_2\sigma'_2) a_{\mathbf{r}_1\sigma_1}^\dagger a_{\mathbf{r}_2\sigma_2}^\dagger a_{\mathbf{r}'_1\sigma'_1} a_{\mathbf{r}'_2\sigma'_2} \end{aligned} \quad (7.12)$$

où  $V(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}_2\sigma_2; \mathbf{r}'_1\sigma'_1, \mathbf{r}'_2\sigma'_2)$  est l'élément de matrice antisymétrisé de l'interaction  $V$ .

### 7.3 Opérateurs densité

Les opérateurs de création et d'annihilation de particule permettent d'écrire la matrice de densité de particules :

$$\rho(\mathbf{r}\sigma q, \mathbf{r}'\sigma'q') = \langle \Phi | a_{\mathbf{r}'\sigma'q'}^\dagger a_{\mathbf{r}\sigma q} | \Phi \rangle \quad (7.13)$$

et la matrice de densité de paires de particules :

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma q, \mathbf{r}'\sigma'q') = \langle \Phi | a_{\mathbf{r}'\sigma'q'} a_{\mathbf{r}\sigma q} | \Phi \rangle \quad (7.14)$$

Les matrices  $\rho$  et  $\tilde{\rho}$  sont hermitiques et paires par rapport au renversement du temps :

$$\begin{aligned} \rho^*(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') &= \rho(\mathbf{r}'\sigma', \mathbf{r}\sigma), & \rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') &= 4\sigma\sigma'\rho(\mathbf{r}' - \sigma', \mathbf{r} - \sigma) \\ \tilde{\rho}^*(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') &= \tilde{\rho}(\mathbf{r}'\sigma', \mathbf{r}\sigma), & \tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') &= 4\sigma\sigma'\tilde{\rho}(\mathbf{r}' - \sigma', \mathbf{r} - \sigma) \end{aligned} \quad (7.15)$$

Ces deux matrices densité commutent car  $|\Phi\rangle$  est un état de quasi-particules indépendantes :

$$\rho \cdot \tilde{\rho} - \tilde{\rho} \cdot \rho = 0 \quad (7.16)$$

Elles vérifient également la relation :

$$\rho \cdot \rho + \tilde{\rho} \cdot \tilde{\rho} = \rho \quad (7.17)$$

Dans les expressions (7.16) et (7.17), le produit des matrices densité est défini par :

$$(\rho \cdot \tilde{\rho})(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}_2\sigma_2) = \int d^3\mathbf{r} \sum_{\sigma} \rho(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}\sigma) \tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}_2\sigma_2) \quad (7.18)$$

Les relations (7.16) et (7.18) peuvent être réécrites sous la forme d'une seule équation :

$$\mathcal{R} \cdot \mathcal{R} = \mathcal{R} \quad (7.19)$$

où  $\mathcal{R}$  est la super-matrice définie par :

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \rho & \tilde{\rho} \\ \tilde{\rho} & \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r})\delta_{\sigma\sigma'} - \rho \end{pmatrix} \quad (7.20)$$

### 7.4 Equations de HFB

On peut montrer que la variation de l'énergie :  $E = \langle \Phi | H | \Phi \rangle / \langle \Phi | \Phi \rangle$ , par rapport aux densités  $\rho$  et  $\tilde{\rho}$  conduit aux équations de HFB :

$$[\mathcal{W}, \mathcal{R}] = 0 \quad (7.21)$$

où la super-matrice  $\mathcal{W}$  est donnée par :

$$\mathcal{W} = \begin{pmatrix} h - \lambda & \tilde{h} \\ \tilde{h} & -h + \lambda \end{pmatrix} \quad (7.22)$$

Dans cette expression,  $h$  et  $\tilde{h}$  sont les opérateurs associés aux densités de particules et de paires de particules :

$$h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \frac{\delta E}{\delta \rho(\mathbf{r}'\sigma', \mathbf{r}\sigma)}, \quad \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \frac{\delta E}{\delta \tilde{\rho}(\mathbf{r}'\sigma', \mathbf{r}\sigma)} \quad (7.23)$$

Les états de HFB ne sont pas des états propres du nombre de particules. Pour cette raison, on a introduit dans l'expression (7.22) le multiplicateur de Lagrange  $\lambda$  qui permet de conserver en moyenne le nombre de particules :

$$N = \text{Tr } \rho = \int d^3 \mathbf{r} \sum_{\sigma} \rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}\sigma) \quad (7.24)$$

En utilisant l'opérateur énergie cinétique et l'interaction à deux corps anti-symétrisée donnés dans la définition de l'hamiltonien (7.12), on peut réécrire les hamiltoniens  $h$  et  $\tilde{h}$  :

$$h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = T(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\delta_{\sigma\sigma'} + \Gamma(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \quad (7.25)$$

avec

$$\Gamma(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \int d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}'_1 \sum_{\sigma_1 \sigma'_1} V(\mathbf{r}\sigma \mathbf{r}_1 \sigma_1; \mathbf{r}'\sigma' \mathbf{r}'_1 \sigma'_1) \rho(\mathbf{r}'_1 \sigma'_1, \mathbf{r}_1 \sigma_1) \quad (7.26)$$

et

$$\tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \int d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}'_1 \sum_{\sigma_1 \sigma'_1} 2\sigma'\sigma'_1 V(\mathbf{r}\sigma \mathbf{r}' - \sigma'; \mathbf{r}_1 \sigma_1 \mathbf{r}'_1 - \sigma'_1) \tilde{\rho}(\mathbf{r}_1 \sigma_1, \mathbf{r}'_1 \sigma'_1) \quad (7.27)$$

Le champ  $\Gamma(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')$  est appelé champ particule-trou. L'hamiltonien  $\tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')$  est appelé hamiltonien d'appariement, ou hamiltonien particule-particule.

En utilisant les opérateurs (7.25) et (7.27), on peut réécrire l'énergie du système sous la forme :

$$E_{HFB} = \frac{1}{2} \int d^3 \mathbf{r} d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma\sigma'} \left[ T(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') + h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') + \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \right] \quad (7.28)$$

Cette dernière expression fait clairement apparaître les trois composantes de l'énergie : le terme cinétique, l'énergie associée à l'hamiltonien particule-trou, l'énergie d'appariement :

$$E_{pair} = \frac{1}{2} \int d^3 \mathbf{r} d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma\sigma'} \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \quad (7.29)$$

et la valeur moyenne des corrélations d'appariement :

$$\langle \Delta \rangle = -\frac{1}{N\tau} \int d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{r}' \sum_{\sigma\sigma'} \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \quad (7.30)$$

La méthode utilisée pour résoudre les équations de HFB (7.21) consiste à diagonaliser la matrice  $\mathcal{W}$ . Ensuite, on écrit  $\mathcal{R}$  sur l'ensemble des états de quasi-particule occupés obtenus en diagonalisant  $\mathcal{W}$ . Si on répète cette opération un certain nombre de fois, on finit par obtenir des solutions et des champs auto-cohérents, c'est-à-dire que les densités  $\rho$  et  $\tilde{\rho}$  obtenues en diagonalisant  $\mathcal{W}$  sont les mêmes que celles utilisées pour construire les champs  $h$  et  $\tilde{h}$ .

L'équation aux valeurs propres associée à  $\mathcal{W}$  peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \int d^3\mathbf{r}' \sum_{\sigma'} \begin{pmatrix} h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') & \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \\ \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') & -h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(E, \mathbf{r}'\sigma') \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}'\sigma') \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} E + \lambda & 0 \\ 0 & E - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.31)$$

Le spectre de  $\mathcal{W}$  n'est pas borné en énergie. A chaque solution d'énergie  $E$  est associée une solution d'énergie  $-E$  :

$$\begin{aligned} \varphi_1(-E, \mathbf{r}\sigma) &= +\varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \\ \varphi_2(-E, \mathbf{r}\sigma) &= -\varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \end{aligned} \quad (7.32)$$

Le système étant invariant par renversement du temps, chaque niveau d'énergie est deux fois dégénéré :

$$\begin{aligned} \varphi'_1(E, \mathbf{r}\sigma) &= -2\sigma\varphi_2^*(E, \mathbf{r}-\sigma) \\ \varphi'_2(E, \mathbf{r}\sigma) &= -2\sigma\varphi_1^*(E, \mathbf{r}-\sigma) \end{aligned} \quad (7.33)$$

La matrice  $\mathcal{R}$  peut s'écrire en fonction des états propres de  $\mathcal{W}$  :

$$\mathcal{R} = \sum_{\sigma} dn(E_{occ}) \begin{pmatrix} \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix} [\varphi_1^*(E, \mathbf{r}'\sigma'), \varphi_2^*(E, \mathbf{r}'\sigma')] \quad (7.34)$$

Dans cette expression, le symbole :  $\sum_{\sigma} dn(E_{occ})$ , signifie qu'on somme sur les états discrets occupés et qu'on intègre sur les états occupés du continuum. Les équations (7.20) et (7.34) permettent de réécrire les densités sous la forme :

$$\rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \sum_{\sigma} dn(E_{occ}) \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_1^*(E, \mathbf{r}'\sigma') \quad (7.35)$$

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \sum_{\sigma} dn(E_{occ}) \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_2^*(E, \mathbf{r}'\sigma') \quad (7.36)$$

ainsi que les conditions de fermeture de la partie occupée du spectre :

$$\int dn(E_{occ}) \left\{ \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_1^*(E, \mathbf{r}'\sigma') + \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_2^*(E, \mathbf{r}'\sigma') \right\} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\sigma'} \quad (7.37)$$

$$\int dn(E_{occ}) \left\{ \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_2^*(E, \mathbf{r}'\sigma') + \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_1^*(E, \mathbf{r}'\sigma') \right\} = 0 \quad (7.38)$$

Les champs  $h$  et  $\tilde{h}$  (7.31), calculés avec les densités  $\rho$  et  $\tilde{\rho}$  de manière auto-cohérente, sont obtenus, en principe, à partir d'une seule interaction résiduelle  $V(\mathbf{r}_1\sigma_1, \mathbf{r}_2\sigma_2; \mathbf{r}'_1\sigma'_1, \mathbf{r}'_2\sigma'_2)$ . Néanmoins, dans la pratique, la forme de l'équation (7.31) permet d'utiliser des interactions différentes pour l'hamiltonien particule-trou et pour l'hamiltonien particule-particule.

### 7.4.1 Forme asymptotique des solutions

Si  $r = |\mathbf{r}|$  est suffisamment grand, les champs  $\Gamma$  et  $\tilde{h}$  deviennent négligeables devant  $E \pm \lambda$ . Dans ce cas, on peut écrire l'équation (7.31) sous la forme :

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) &= (\lambda + E) \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) &= (\lambda - E) \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \end{aligned} \quad (7.39)$$

Selon le signe de  $\lambda \pm E$ , on peut en déduire la forme asymptotique des composantes haute et basse des fonctions de quasi-particules :

$$\begin{aligned} \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) &\sim \begin{cases} \sin(k_1 r + \delta_1) & \text{si } \lambda + E > 0 \\ \exp(-\kappa_1 r) & \text{si } \lambda + E < 0 \end{cases} \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) &\sim \begin{cases} \sin(k_2 r + \delta_2) & \text{si } \lambda - E > 0 \\ \exp(-\kappa_2 r) & \text{si } \lambda - E < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (7.40)$$

avec

$$\begin{cases} k_1^2 = \lambda + E \\ \kappa_1^2 = -\lambda - E \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} k_2^2 = \lambda - E \\ \kappa_2^2 = -\lambda + E \end{cases} \quad (7.41)$$

Si  $\lambda > 0$ , alors l'intégralité du spectre est continu. Si  $\lambda < 0$  alors le spectre est continu pour  $|E| > -\lambda$  et discret pour  $|E| < -\lambda$ . Les états de quasi-particule du continuum ne seront donc pas normalisables car l'intégrale de  $\varphi_1^2 + \varphi_2^2$  diverge.

Il est important d'étudier quelle est la condition pour que les matrices densité  $\rho$  et  $\tilde{\rho}$  soient intégrables. Le spectre des états de  $\mathcal{W}$  étant complet, on peut réécrire la condition de fermeture (7.37) sous la forme :

$$\int dn(E) \varphi_i(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_i^*(E, \mathbf{r}'\sigma') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\sigma'} \quad (7.42)$$

et (7.38) :

$$\int dn(E) \varphi_i(E, \mathbf{r}\sigma) \varphi_{3-i}^*(E, \mathbf{r}'\sigma') = 0 \quad (7.43)$$

où  $i = 1, 2$ , et l'intégration est faite de  $-\infty$  à  $+\infty$ . La condition de fermeture est vérifiée si tous les états avec  $E < 0$  sont occupés, ou si tous les états avec  $E > 0$  le sont ou encore si un état de chaque couple  $(E, -E)$  l'est. En outre, les matrices densité seront intégrables si, et seulement si, la première composante des états occupés est localisée, c'est-à-dire si  $E_{occ} < 0$ . Cela signifie donc que les densités ne seront pas intégrables si  $\lambda > 0$ . Si  $\lambda < 0$ , il faut que tous les états avec  $E < 0$  soient occupés pour décrire l'état de base du système. Le remplacement d'un état de l'intervalle  $0 < E < -\lambda$ , par l'état d'énergie opposée (7.32) représentera une excitation d'une paire de quasi-particules.

On résoud en général les équations de HFB pour les solutions de quasi-particules d'énergie positive. Pour réécrire les opérateurs densité associés à l'état de base du système, on peut utiliser les relations de symétrie (7.32) :

$$\rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \sum_{0 < E_n < -\lambda} \varphi_2(E_n, \mathbf{r}\sigma) \varphi_2^*(E_n, \mathbf{r}\sigma) + \int_{-\lambda}^{+\infty} dn(E) \varphi_2(E_n, \mathbf{r}\sigma) \varphi_2^*(E_n, \mathbf{r}\sigma) \quad (7.44)$$

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = - \sum_{0 < E_n < -\lambda} \varphi_2(E_n, \mathbf{r}\sigma) \varphi_1^*(E_n, \mathbf{r}\sigma) - \int_{-\lambda}^{+\infty} dn(E) \varphi_2(E_n, \mathbf{r}\sigma) \varphi_1^*(E_n, \mathbf{r}\sigma) \quad (7.45)$$

## 7.5 Base canonique

La base des états canoniques  $\check{\psi}_\mu(\mathbf{r}'\sigma')$  est obtenue en diagonalisant l'opérateur densité :

$$\int d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma'} \rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \check{\psi}_\mu(\mathbf{r}'\sigma') = v_\mu^2 \check{\psi}_\mu(\mathbf{r}\sigma) \quad (7.46)$$

La densité de paires est également diagonale dans cette base :

$$\int d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma'} \tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \check{\psi}_\mu(\mathbf{r}'\sigma') = u_\mu v_\mu^2 \check{\psi}_\mu(\mathbf{r}\sigma) \quad (7.47)$$

Les états canoniques forment une base complète. Les densités de particules et de paires de particules peuvent être réécrites dans cette base :

$$\rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \sum_{\mu} v_\mu^2 \check{\psi}_\mu^*(\mathbf{r}\sigma) \check{\psi}_\mu(\mathbf{r}'\sigma') \quad (7.48)$$

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \sum_{\mu} u_\mu v_\mu \check{\psi}_\mu^*(\mathbf{r}\sigma) \check{\psi}_\mu(\mathbf{r}'\sigma') \quad (7.49)$$

On peut aussi utiliser la base canonique pour réécrire l'énergie du système (7.28) :

$$E_{HFB} = \sum_{\mu} \check{T}_{\mu\mu} v_{\mu}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} \check{F}_{\mu\nu} v_{\mu}^2 v_{\nu}^2 - \frac{1}{4} \sum_{\mu\nu} \check{G}_{\mu\nu} u_{\mu} v_{\mu} u_{\nu} v_{\nu} \quad (7.50)$$

où  $\check{T}_{\mu\mu}$  est l'élément de matrice de l'opérateur énergie cinétique dans la base canonique et où  $\check{F}_{\mu\nu}$  et  $\check{G}_{\mu\nu}$  sont reliés aux éléments de matrice de l'interaction  $V$  par les relations :

$$\check{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left( \check{V}_{\mu\nu\mu\nu} + \check{V}_{\mu\bar{\nu}\mu\bar{\nu}} \right) \quad (7.51)$$

$$\check{G}_{\mu\nu} = -s_{\mu}^* s_{\nu} \check{V}_{\mu\bar{\nu}\mu\bar{\nu}} \quad (7.52)$$

Dans cette expression :  $s_{\mu} = \pm 1$ , est la phase obtenue par renversement du temps d'un état :

$$\hat{T}^+ a_{\mu}^{\dagger} \hat{T} = s_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} \quad (7.53)$$

## 7.6 Equations de Hartree-Fock

Réécrivons le système d'équations de HFB (7.31) dans le cas limite où l'appariement est nul :

$$\begin{aligned} \int d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma'} \begin{pmatrix} h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') & 0 \\ 0 & -h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(E, \mathbf{r}'\sigma') \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}'\sigma') \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} E + \lambda & 0 \\ 0 & E - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.54)$$

Dans ce système d'équations découplées, le multiplicateur de Lagrange n'a plus d'utilité, car, en l'absence d'appariement, les états propres du système sont des états propres du nombre de particules. Les deux équations s'écrivent :

$$\begin{cases} \int d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma'} h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \varphi_1(E, \mathbf{r}'\sigma') = E \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \\ \int d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma'} h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \varphi_2(E, \mathbf{r}'\sigma') = -E \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \end{cases} \quad (7.55)$$

A la limite où l'appariement est nul, les fonctions  $\varphi_1$  sont les solutions de diffusion de l'hamiltonien HF ( $E > 0$ ) et  $\varphi_2$  sont les solutions discrètes ( $-E < 0$ ). On peut rassembler ces deux équations en une seule qui sera résolue pour toutes les énergies possibles :

$$\int d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma'} h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \hat{\varphi}(E, \mathbf{r}'\sigma') = E \hat{\varphi}(E, \mathbf{r}\sigma) \quad (7.56)$$

Dans cette équation  $\check{\varphi}$  représente les solutions de (7.31) en l'absence d'appariement, avec :

$$\begin{cases} \check{\varphi}(E, \mathbf{r}\sigma) = \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) & \text{si } E > 0 \\ \check{\varphi}(E, \mathbf{r}\sigma) = \varphi_2(-E, \mathbf{r}\sigma) & \text{si } E < 0 \end{cases} \quad (7.57)$$

Cet ensemble complet d'états constitue la base dans laquelle l'approximation HF+BCS sera faite.

## 7.7 Approximation HF+BCS pour les systèmes faiblement liés

### 7.7.1 Equations de HFB dans la base canonique

La densité de particules  $\rho$  est localisée si le niveau de Fermi  $\lambda$  du système est négatif. Dans ce cas les fonctions canoniques seront également localisées, il est alors intéressant de réécrire les équations de HFB (7.31) dans la base canonique :

$$\begin{aligned} (\check{h} - \lambda)_{\mu\nu} \eta_{\mu\nu} + \check{h}_{\mu\nu} \xi_{\mu\nu} &= 0 \\ (\check{h} - \lambda)_{\mu\nu} \xi_{\mu\nu} - \check{h}_{\mu\nu} \eta_{\mu\nu} &= \check{E}_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (7.58)$$

où l'on a posé :

$$\begin{cases} \eta_{\mu\nu} = u_\mu v_\nu + u_\nu v_\mu \\ \xi_{\mu\nu} = u_\mu u_\nu - v_\nu v_\mu \end{cases} \quad (7.59)$$

Etant donné que l'on a :  $\eta_{\mu\nu}^2 + \xi_{\mu\nu}^2 = 1$ , on peut réécrire les équations (7.58) :

$$\begin{aligned} (\check{h} - \lambda)_{\mu\nu} &= \check{E}_{\mu\nu} \xi_{\mu\nu} \\ -\check{h}_{\mu\nu} &= \check{E}_{\mu\nu} \eta_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (7.60)$$

Les probabilités d'occupation des états canoniques  $v_\mu$  sont entièrement déterminées par les éléments de matrice diagonaux des hamiltoniens  $\check{h}$  et  $\check{h}$  :

$$\begin{aligned} \varepsilon_\mu &= \check{h}_{\mu\mu} \\ \Delta_\mu &= -\check{h}_{\mu\mu} \end{aligned} \quad (7.61)$$

Les probabilités d'occupation sont :

$$\begin{aligned} v_\nu &= \text{sign}(\Delta_\nu) \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_\nu - \lambda}{2E_\nu}} \\ u_\nu &= \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_\nu - \lambda}{2E_\nu}} \end{aligned} \quad (7.62)$$

où  $E_\mu$  est l'élément de matrice diagonale de l'énergie dans la base canonique :

$$E_\mu = \check{E}_{\mu\mu} = \sqrt{(\varepsilon_\mu - \lambda)^2 + \Delta_\mu^2}. \quad (7.63)$$

Dans cette représentation, le gap d'appariement moyen est donné par la moyenne de  $\Delta_\mu$  sur les états occupés :

$$\langle \Delta \rangle = \frac{\sum_\mu \Delta_\mu v_\mu^2}{\sum_\mu v_\mu^2} = \frac{1}{N\tau} \sum_\mu \Delta_\mu v_\mu^2 \quad (7.64)$$

Les équations (7.62) et (7.63) sont formellement semblables aux équations de BCS [120]. A la différence des équations de BCS,  $\varepsilon_\mu$  n'est pas l'énergie d'un état de particule, mais l'élément de matrice diagonal de  $\check{h}$  dans la base canonique. De même,  $\Delta$  n'est pas le gap d'appariement dans l'état  $\check{\psi}_\mu$  et  $E_\mu$  n'est pas l'énergie de quasi-particule  $E$ . Néanmoins, puisque ces quantités :  $\varepsilon_\mu$ ,  $\Delta_\mu$  et  $E_\mu$ , déterminent complètement les probabilités d'occupation, elles permettent d'interpréter les résultats des équations de HFB de manière intuitive, comme une méthode BCS réalisée dans la base canonique.

### 7.7.2 Approximation HF+BCS

La constatation précédente, c'est-à-dire la similitude entre les équations de HFB dans la base canonique et des équations de type BCS, peut suggérer qu'on peut avantageusement remplacer les équations de HFB (dont la résolution est complexe) par des équations de BCS dans une base correctement choisie.

Si l'on connaît *a priori* les états canoniques  $\check{\psi}_\mu$ , alors  $\varepsilon_\mu$  et  $\Delta_\mu$  sont solutions des équations auto-cohérentes :

$$\varepsilon_\mu = T_{\mu\mu} + \frac{1}{2} \sum_\nu \check{F}_{\mu\nu} \left( 1 - \frac{\varepsilon_\nu - \lambda}{E_\nu} \right) \quad (7.65)$$

$$\Delta_\mu = \frac{1}{4} \sum_\nu \check{G}_{\mu\nu} \frac{\Delta_\nu}{E_\nu} \quad (7.66)$$

où  $E_\mu$  est donnée par (7.63). Lorsque l'on a déterminé  $\varepsilon_\mu$  et  $\Delta_\mu$ , les équations (7.62) permettent de calculer les probabilités d'occupation des états canoniques, et l'équation (7.50) donne l'énergie du système.

On obtient donc ainsi la fonction d'onde et l'énergie du système en se contentant de résoudre les équations numériques (7.65) et (7.66) au lieu de résoudre les équations différentielles (7.31). Malheureusement, les équations numériques (7.65) et (7.66) ne peuvent pas remplacer la résolution des équations de HFB, car il faut résoudre le problème HFB pour obtenir la base canonique. En s'appuyant sur le fait que la plupart des états canoniques peuvent s'identifier à des états de

HF (7.55), on peut résoudre les équations de BCS dans la base des états de HF en supposant que le résultat ne sera pas très différent du résultat HFB.

La méthode HF+BCS présente un inconvénient sérieux. Le spectre des états HF (7.55) est composé d'états liés, intégrables, et d'états de diffusion non intégrables. En l'absence d'appariement, les états de HF sont occupés avec une probabilité  $v_\mu^2 = 1$  jusqu'au niveau de Fermi. Si le niveau de Fermi est négatif, la densité de particules sera intégrable :

$$\rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \sum_{\substack{\mu \\ \varepsilon_\mu < \lambda}} \dot{\varphi}_\mu^*(\mathbf{r}\sigma) \dot{\varphi}_\mu(\mathbf{r}'\sigma') \quad (7.67)$$

Par contre, en présence de corrélations d'appariement, la probabilité d'occupation des états HF est distribuée sur tout le spectre, y compris sur les états de diffusion. La densité n'est alors pas intégrable et l'occupation des états de diffusion forme un «gaz» de nucléons non physique autour du noyau. Pour pouvoir définir une densité de particule normalisable, il faut introduire un paramètre de coupure,  $\varepsilon_{max}$ , compris entre le niveau de Fermi et le seuil d'émission de particule :

$$\rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \sum_{\substack{\mu \\ \varepsilon_\mu < \varepsilon_{max}}} v_\mu^2 \dot{\varphi}_\mu^*(\mathbf{r}\sigma) \dot{\varphi}_\mu(\mathbf{r}'\sigma') \quad (7.68)$$

L'introduction de ce paramètre de coupure ne présente pas de problème si le système est bien lié, c'est-à-dire si le niveau de Fermi est suffisamment profond. Etant donné que l'occupation des états décroît assez vite au dessus de  $\lambda$ , on peut considérer que les états situés au dessus de l'énergie  $\varepsilon_{max}$  ont une occupation négligeable.

Cette approximation n'est pas valable lorsque le système est faiblement lié. En effet, les excitations virtuelles de particules vers les états du continuum doivent être prises en compte. Une solution possible à ce problème consiste à construire, à partir des états du continuum, des fonctions de carré intégrable au voisinage des résonances [9]. On peut alors utiliser un ensemble fini de fonctions intégrables comprenant les états HF liés et une partie des états du continuum pour appliquer la méthode HF+BCS. La contribution du continuum non résonnant est négligée. L'approche de HFB avec l'utilisation du potentiel PTG permettra de juger si cette approximation est raisonnable.

## 7.8 Potentiel PTG

Le potentiel PTG dépend de quatre paramètres :  $\Lambda$  qui détermine la forme et la diffusivité du potentiel,  $\nu$  qui détermine sa profondeur,  $s$  (en  $\text{fm}^{-1}$ ) paramètre d'échelle permettant d'ajuster le rayon moyen du potentiel et  $a$ , paramètre de masse effective qui permet de donner à la masse de la particule plongée dans ce potentiel une dépendance en  $r$ . Dans le travail présenté ici les effets liés au

paramètre de masse effective ne sont pas discutés et on considérera toujours que  $a = 0$ . Dans ce cas le potentiel PTG s'écrit :

$$V_{\text{PTG}}(r) = \frac{\hbar^2 s^2}{2m} [v(r) + c_\ell(r)] \quad (7.69)$$

où  $m$  est la masse de la particule considérée. Dans cette expression  $v(r)$  est le potentiel proprement dit,  $c_\ell(r)$  est un terme centrifuge qui sera utilisé à la place du terme centrifuge d'origine cinétique, c'est-à-dire que l'équation de Schrödinger associée au potentiel PTG s'écrit pour une onde partielle  $\ell$  :

$$\frac{\hbar^2 s^2}{2m} \left( \frac{d^2}{dr^2} + v(r) + c_\ell(r) \right) \varphi_\ell(r) = \varepsilon \varphi_\ell(r) \quad (7.70)$$

Les deux termes de ce potentiel s'expriment en fonction d'une nouvelle variable  $y$  définie implicitement par :

$$\eta = \frac{1}{\Lambda^2} \left[ \operatorname{arctanh}(y) + \sqrt{\Lambda^2 - 1} \operatorname{arctan}(y\sqrt{\Lambda^2 - 1}) \right] \quad (7.71)$$

où  $\eta$  est la coordonnée radiale sans dimension définie par :

$$\eta = sr \quad (7.72)$$

La relation (7.71) ne permet pas d'obtenir une expression analytique de  $y$  en fonction de  $\eta$ , sauf dans le cas trivial où  $\Lambda = 1$ , qui correspond au potentiel de Pöschl-Teller [121, 122].  $r$  et  $\eta$  varient entre 0 et  $+\infty$ , par conséquent on a :  $0 \leq y < 1$ .

Le terme  $v(r)$  est donné par :

$$v(r) = -\Lambda^2 \nu(\nu + 1)(1 - y^2) + \left( \frac{1 - \Lambda^2}{4} \right) (1 - y^2) \left( 2 - (7 - \Lambda^2)y^2 + 5(\Lambda^2 - 1)y^4 \right) \quad (7.73)$$

Le second terme,  $c_\ell(r)$ , est un potentiel centrifuge (non standard) :

$$c_\ell(r) = \ell(\ell + 1) \left( \frac{1 - y^2}{y^2} \right) \left( 1 + (\Lambda^2 - 1)y^2 \right) \quad (7.74)$$

Le paramètre  $\Lambda$  peut avoir n'importe quelle valeur positive non nulle. Si  $\Lambda < 1$ , alors la fonction «arctan» dans l'équation (7.71) peut être réécrite comme une fonction «arctanh» réelle, mais ce type de potentiel ne sera pas utilisé dans cette étude. En principe les paramètres  $\Lambda$ ,  $s$  et  $\nu$  peuvent dépendre des nombres quantiques  $\ell$  et  $j$ . Notre choix a été de n'utiliser qu'une valeur de  $\lambda$  et  $s$  et d'ajuster  $\nu$  pour avoir une profondeur différente pour chaque onde partielle  $\ell$  et pour avoir une levée de dégénérescence entre les états  $j = \ell + \frac{1}{2}$  et  $j = \ell - \frac{1}{2}$ . On notera donc le paramètre de profondeur  $\nu = \nu_{\ell j}$ .

Le comportement du terme centrifuge (7.74) nécessite une discussion. A l'origine on a  $y \sim \eta$  et donc :

$$c_\ell(r) \underset{r \rightarrow 0}{\simeq} \frac{\ell(\ell+1)}{y^2} \underset{r \rightarrow 0}{\longrightarrow} \frac{\ell(\ell+1)}{\eta^2} \quad (7.75)$$

Au centre du potentiel, ce terme a la forme d'un terme centrifuge cinétique habituel. Lorsque  $r$  devient très grand, on peut montrer que l'on a :

$$\frac{\hbar^2 s^2}{2m} c_\ell(r) \underset{r \rightarrow +\infty}{\longrightarrow} \frac{\hbar^2}{2m} 4s^2 \Lambda^2 e^{-2\Lambda^2(\eta-\eta_0)} \quad (7.76)$$

avec :

$$\eta_0 = \frac{\sqrt{\Lambda-1}}{\Lambda^2} \arctan \sqrt{\Lambda^2 - 1}$$

A l'extérieur du potentiel, ce terme est donc exponentiellement décroissant et proportionnel à  $e^{-2\Lambda^2(\eta-\eta_0)}$ , indépendamment de  $\ell$ . De ce fait, toutes les solutions du potentiel PTG se comportent asymptotiquement comme des ondes  $s$  ( $\ell = 0$ ), c'est-à-dire qu'il n'y a pas de déphasage centrifuge  $\ell \frac{\pi}{2}$ . Pour  $\ell > 0$ , le potentiel PTG a donc une barrière centrifuge décroissant exponentiellement. Les états résonnants de ce potentiel sont moins *confinés* qu'avec une barrière physique en  $1/r^2$  et seront donc beaucoup plus larges. Dans certains cas, nous avons utilisé le potentiel PTG en remplaçant le second terme  $c_\ell(r)$  par un terme cinétique standard afin d'avoir une barrière centrifuge physique. Mais dans ce cas il n'y a pas de solutions analytiques connues et le problème ne peut être résolu que numériquement. On notera ce potentiel PTG' :

$$V_{\text{PTG}'}(r) = \frac{\hbar^2 s^2}{2m} \left[ v(r) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] \quad (7.77)$$

$\Lambda$	$s$ [fm <sup>-1</sup> ]	$\nu_{s1/2}$	$\nu_{g9/2}$	$\nu'_{g9/2}$
1	0.21920	6.719	6.188	7.199
3	0.09259	5.165	5.470	5.176
5	0.04059	5.034	5.372	4.693

TAB. 7.1 - Paramètres utilisés pour tracer les potentiels sur la figure 7.1. Les paramètres de profondeur  $\nu_{g9/2}$  ont été utilisés pour le potentiel PTG et  $\nu'_{g9/2}$  pour PTG'.

La figure 7.1 montre l'allure du potentiel PTG pour trois valeurs du paramètre de forme  $\Lambda$  sans barrière centrifuge, avec la barrière centrifuge de PTG et avec la barrière centrifuge physique. Si  $\Lambda$  est proche de 1, le potentiel PTG est très diffus.

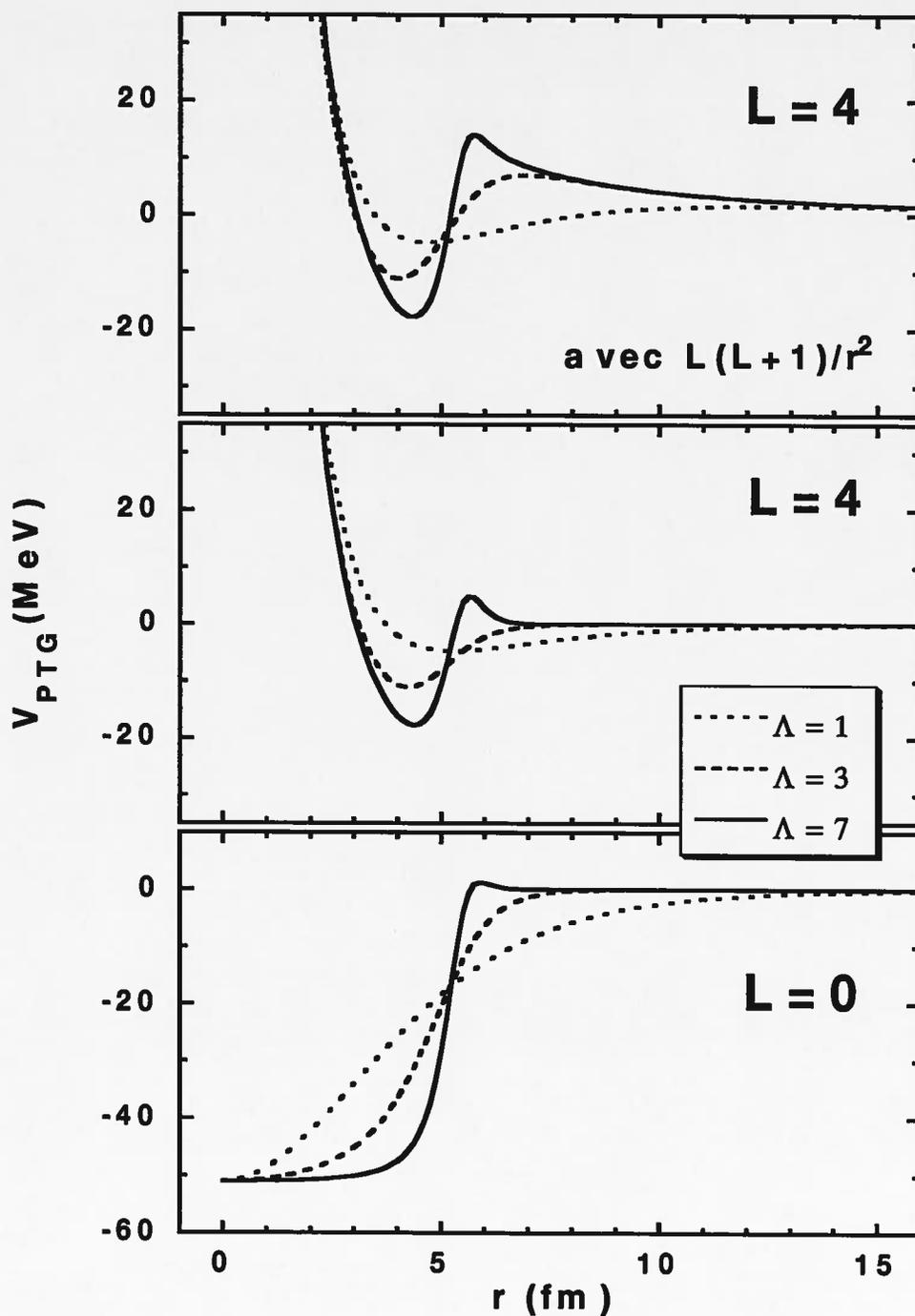


FIG. 7.1 – Potentiel de Ginocchio avec trois valeurs du paramètre de forme  $\Lambda$ . Le graphique en bas représente le potentiel sans terme centrifuge, les deux autres représentent le potentiel PTG (au milieu) et PTG' (en haut) pour  $\ell = 4$ . Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 7.1

Il est plus pentu lorsque  $\Lambda$  augmente et, pour  $\Lambda \sim 5$ , il a l'allure d'un potentiel de type WS. Pour les grandes valeurs de  $\Lambda$ , le potentiel possède une petite barrière à la surface. La présence de cette barrière dépend des valeurs relatives de  $\nu$  et  $\Lambda$ . On voit clairement sur la figure 7.1 que les potentiels PTG et PTG' ont des allures très similaires à l'intérieur des potentiels, et que par contre la barrière du potentiel PTG est plus petite et décroît beaucoup plus vite.

Les énergies des états propres dans ce potentiel dépendent fortement du paramètre  $\Lambda$ . Plus  $\Lambda$  est petit, plus les résonances sont larges. En dessous d'une valeur critique  $\Lambda = \sqrt{2}$ , les résonances deviennent infiniment larges et disparaissent, c'est-à-dire qu'il n'y a plus aucune résonance pour aucune onde partielle.

## 7.9 Résonances

Il existe un certain nombre de types d'états quasi-stationnaires en mécanique quantique. On peut les classer selon la nature des pôles de la matrice  $S$  associée au problème ou selon le mécanisme menant à leur apparition. Les *résonances de forme* d'état de particule individuelle sont sans doute le cas le plus trivial. Une particule peut pénétrer dans la partie interne d'un potentiel par effet tunnel à travers une barrière, former un état quasi-stationnaire puis traverser de nouveau la barrière par effet tunnel pour rejoindre la région extérieure au potentiel. Les états virtuels sont assez similaires aux états résonnants. Ils se manifestent en l'absence de barrière ou lorsque le potentiel possède une barrière trop petite pour confiner un état. Dans ce cas, le changement rapide de forme à la surface du potentiel provoque un saut dans la longueur de diffusion associée à la particule. Les résonances individuelles de forme et les états virtuels sont des phénomènes spécifiquement quantiques pour lesquels il n'existe pas d'équivalent en mécanique classique.

Les mélanges complexes de configurations d'états à  $A$  particules soumis à une interaction résiduelle peuvent également créer des phénomènes de résonances. Ces résonances réalistes ont été discutées en détail dans la première partie de ce travail.

### 7.9.1 Résonances et pôles de la matrice $S$

Considérons l'équation de Schrödinger stationnaire décrivant une particule de masse  $m$  dans un potentiel  $v(r)$  :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2mr^2} + v(r) \right] \varphi_\ell(r) = \varepsilon \varphi_\ell(r) \quad (7.78)$$

Si le potentiel  $v(r)$  décroît suffisamment vite ( $r^n v(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$ ) alors les solutions  $\varphi_\ell(r)$  s'écrivent asymptotiquement comme la somme d'une onde entrante et d'une

onde sortante :

$$\begin{aligned}\varphi_\ell(r \rightarrow +\infty) &\sim A_\ell(k)e^{-i(k.r - \ell\frac{\pi}{2})} + B_\ell(k)e^{+i(k.r - \ell\frac{\pi}{2})} \\ &\sim e^{-i(k.r - \ell\frac{\pi}{2})} + S_\ell(k)e^{+i(k.r - \ell\frac{\pi}{2})}\end{aligned}\quad (7.79)$$

avec  $\varepsilon = \hbar^2 k^2 / 2m$ . Lorsque  $\varepsilon < 0$ , on a  $k = i\sqrt{-2m\varepsilon/\hbar^2} \equiv i\kappa$  et les zéros de  $A_\ell(k)$  correspondent aux états liés du système. Dans ce cas les solutions sont normalisables car asymptotiquement on a :

$$\varphi_\ell(r \rightarrow +\infty) \sim e^{-\kappa r} \quad (7.80)$$

Si l'énergie est positive, on a  $k = \sqrt{2m\varepsilon/\hbar^2}$  et la fonction  $A_\ell(k)$  ne s'annule pas si  $v(r)$  est un potentiel réel. Les résonances du système correspondent à des maxima de la densité d'états  $\rho$ . Ces maxima sont dus à la proximité de zéros de  $A_\ell(k)$ , et donc aux pôles de  $S_\ell(k)$  dans le plan complexe.

Le vecteur d'onde  $k$ , relié à l'énergie  $\varepsilon$  par la relation :  $\varepsilon = \hbar^2 k^2 / 2m$ , est une fonction multivaluée. A une énergie  $\varepsilon$  donnée correspondent deux valeurs de  $k = \pm\sqrt{2m\varepsilon/\hbar^2}$ . Le plan des énergies complexes est donc relié à deux feuillets de  $k$  : un feuillet *physique* correspondant au demi-plan :  $\Im(\varepsilon) > 0$ , et un feuillet *non physique* correspondant au demi-plan :  $\Im(\varepsilon) < 0$ . Les deux feuillets de  $k$  sont reliés le long du demi-axe réel  $k \in \mathbb{R}^+$ . Les pôles de  $S_\ell(k)$  responsables des phénomènes de résonances sont ceux situés dans le quart de plan :  $\Re(k) > 0$ ,  $\Im(k) < 0$ , car ils peuvent être suffisamment proches du demi-axe  $k \in \mathbb{R}^+$  pour influencer les solutions de diffusion.

A proximité du  $i^{\text{ème}}$  pôle, la matrice  $S_\ell$  peut s'écrire :

$$\frac{d \ln S_\ell(k)}{dk} = -\frac{1}{k - k_i} \quad (7.81)$$

Le nombre de pôles dans le quart de plan :  $\Re(k) > 0$ ,  $\Im(k) < 0$ , est donné par le théorème des résidus :

$$N = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{\partial \ln S(k)}{\partial k} dk \quad (7.82)$$

On a donc :

$$\frac{\partial N}{\partial k} = (2\pi i)^{-1} \frac{\partial \ln S(k)}{\partial k} \quad (7.83)$$

La densité d'états définie par :

$$\rho = \left( \frac{\partial N}{\partial k} \right) \left( \frac{\partial k}{\partial \varepsilon} \right) \quad (7.84)$$

peut être réécrite sous la forme :

$$\rho = (2\pi i)^{-1} \frac{\partial \ln S(k)}{\partial \varepsilon} \quad (7.85)$$

En insérant l'équation (7.81) dans (7.85) on peut montrer que les maxima de la densité d'état correspondent aux valeurs de  $k$  réelles données par :

$$k = \Re(k_i) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (7.86)$$

Les maxima de la densité valent alors :

$$\rho(k = \Re(k_i)) = -\frac{1}{2\pi\Im(\varepsilon_i)} \quad (7.87)$$

et leurs positions dans le plan des énergies sont :

$$\varepsilon_i = \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m} \quad (7.88)$$

La distribution de la densité d'états au voisinage d'une résonance est une lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur est :

$$\Gamma_i = \frac{1}{\pi\rho(k = \Re(k_i))} = -2\Im(\varepsilon_i) \quad (7.89)$$

Au cours de ce raisonnement, nous avons supposé que tous les pôles de la matrice  $S$  se situant sur le feuillet des énergies non physiques à proximité de l'axe réel correspondent à des résonances. Malheureusement, cette assertion n'est qu'une hypothèse car la correspondance entre résonance et pôle de  $S$  n'est pas établie de manière aussi rigoureuse que la correspondance entre les états liés et les pôles de  $S$  le long du demi-axe réel négatif dans le plan des énergies physiques. Pour établir cette correspondance, le potentiel doit vérifier certaines conditions. Tout d'abord, le potentiel doit être analytique et décroître suffisamment rapidement lorsque  $r \rightarrow 0$ , de manière à ce que la matrice  $S$  puisse être prolongée dans le plan complexe. Ces conditions sont satisfaites par le potentiel PTG, mais soulignons néanmoins qu'il existe des exemples pour lesquels le prolongement analytique de l'équation aux valeurs propres conduit à l'apparition de pôles de  $S$  ne correspondant à aucune solution particulière de l'équation de Schrödinger (solutions redondantes) [123, 124]. Dans la pratique, il est prudent de réserver le terme de résonances aux états associés à des pôles de  $S$  pour lesquels la largeur n'est pas trop importante, c'est-à-dire :  $\Gamma_{nlj}/E_{nlj} < 1$ , ou en d'autres termes, aux résonances qui ne sont pas trop éloignées de la région des états physiques. Nous verrons que cette dernière condition n'est jamais satisfaite avec le potentiel PTG pour les résonances basses à proximité du seuil d'émission de particule.

Nous avons donc vu que les états liés et les résonances correspondent à des pôles de la matrice  $S_l$  dans le plan (à deux feuillets)  $k$ . Dans le cas général la matrice  $S$  possède d'autres pôles qui ne peuvent être reliés ni à des états liés ni à des résonances. La figure 7.2 représente les plans  $k$  et  $E$  complexe. L'énergie et le vecteur d'onde étant reliés par la relation :  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ , le plan des énergies complexes est en fait composé de deux feuillets (parties (b) et (c) de la

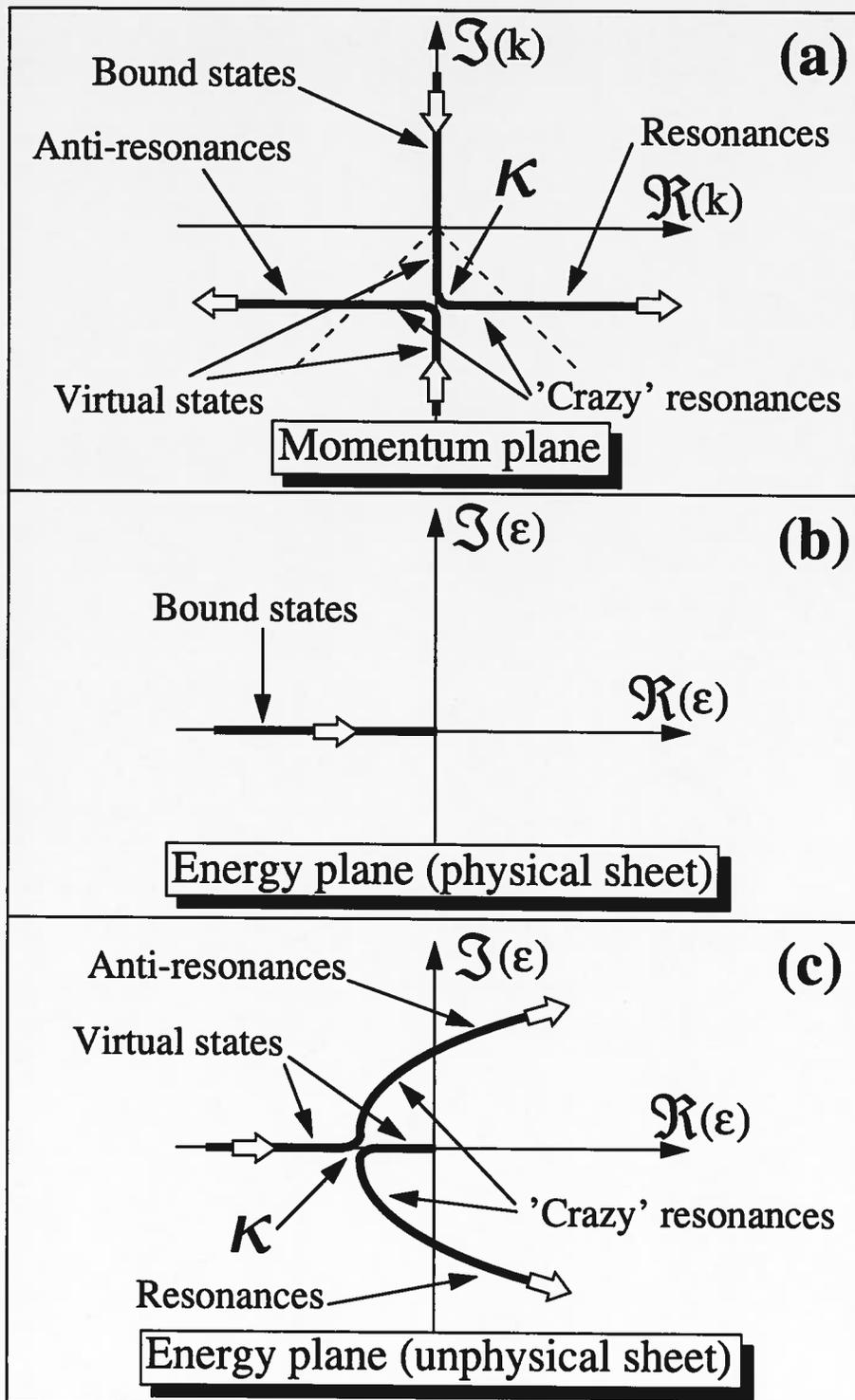


FIG. 7.2 – Représentation schématique des différents domaines où sont situés les pôles de la matrice  $S_\ell$  dans les plans complexes énergie ( $E$ ) et moment ( $k$ ).

figure). Le feuillet physique des énergies est l'image du demi-plan :  $\Im(k) > 0$ , et le feuillet non physique l'image du demi-plan :  $\Im(k) < 0$ . Les deux feuillets sont connectés le long du demi-axe  $E \in \mathbb{R}^+$ . Les états liés ont une énergie réelle négative. Ils correspondent à des pôles de  $S$  sur le demi-axe  $E \in \mathbb{R}^-$  sur le feuillet des énergies physiques, et donc à des pôles sur le demi-axe  $k \in i\mathbb{R}^+$  dans le plan  $k$ . Les résonances du système sont associées à des pôles dans le quart de plan :  $\Re(E) > 0$ ,  $\Im(E) < 0$ , du feuillet non physique des énergies. Dans le plan  $k$ , ces pôles sont situés entre le demi-axe  $k \in \mathbb{R}^+$  et la bissectrice du quatrième quart de plan (en pointillés sur la figure 7.2). Chaque pôle correspondant à un état lié ou résonnant est accompagné d'un partenaire symétrique. Le partenaire symétrique d'un état lié est dit «virtuel». Le pôle correspondant se trouve sur le demi-axe  $k \in i\mathbb{R}^-$  dans le plan  $k$ . L'état symétrique d'une résonance est dit «anti-résonnant», et le pôle correspondant se trouve dans la zone située entre le demi-axe  $k \in \mathbb{R}^-$  et la bissectrice du troisième quadrant du plan  $k$ .

Si la profondeur du potentiel décroît, les états liés et virtuels se déplacent vers l'origine du repère dans le plan  $k$ , se croisent pour former un état non physique dit «redondant» en  $k = 0$  [10], puis s'éloignent symétriquement dans les deux quadrants inférieurs du plan  $k$  devenant ainsi un état résonnant et un état anti-résonnant. La situation peut être plus complexe en l'absence de barrière, centrifuge ou coulombienne. Dans ce cas, le point de croisement des pôles n'est plus l'origine du plan  $k = 0$ , mais un point  $\kappa$  situé sur le demi-axe  $k \in i\mathbb{R}^-$  [125]. Lorsque la profondeur du potentiel décroît, un pôle associé à un état lié peut donc traverser la zone comprise entre le segment  $k \in [i0, \kappa]$  et la bissectrice du quatrième quadrant. Dans cette zone, l'état correspondant n'est ni lié ni résonnant, le terme anglais qualifiant ces états est «crazy-resonance», je ne tenterai pas de le traduire. Les états virtuels et les «crazy-resonances» sont des états non physiques car ils correspondent à des solutions non normalisables de l'équation de Schrödinger. Nous verrons par la suite qu'ils peuvent néanmoins influencer les propriétés du système s'ils se trouvent à proximité du demi-axe des états physiques de diffusion.

## 7.10 Etats de particules dans le potentiel PTG

### 7.10.1 Resultats analytiques

Pour écrire les solutions de l'équation (7.70), on introduit la nouvelle variable :

$$x = \frac{1 - (1 + \Lambda^2)y^2}{1 - (1 - \Lambda^2)y^2} \quad (7.90)$$

où  $y$  est reliée à la coordonnée radiale  $r$  par les relations implicites (7.71) et (7.72). L'équation de Schrödinger exprimée en fonction de la variable  $x$  prend la forme

d'une équation de Jacobi dont la solution générale s'écrit :

$$\Psi_{k\ell j}(r) = \chi_\ell(r) \left(\frac{1+x}{2}\right)^{\frac{\beta}{2}} {}_2F_1\left(\frac{\ell + \frac{3}{2} + \beta + \bar{\nu}_{\ell j}}{2}, \frac{\ell + \frac{3}{2} + \beta - \bar{\nu}_{\ell j}}{2}, \ell + \frac{3}{2}; \frac{1-x}{2}\right) \quad (7.91)$$

où la fonction  $\chi_\ell$  est définie par :

$$\chi_\ell(r) = \frac{s^{\frac{1}{2}}}{r} [1 + \Lambda^2 - (1 - \Lambda^2 x)]^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1-x}{2}\right)^{\frac{\ell+1}{2}} \quad (7.92)$$

Pour un moment complexe  $k$  donné, cette fonction d'onde est donnée en fonction des deux paramètres sans dimension :

$$\beta = -\frac{ik}{s\Lambda^2} \quad (7.93)$$

et

$$\bar{\nu}_{\ell j} = \left[(\nu_{\ell j} + \frac{1}{2})^2 + \beta^2(1 - \Lambda^2)\right]^{\frac{1}{2}} \quad (7.94)$$

Les états liés sont caractérisés par :

$$\beta = \beta_{n\ell j} \quad (7.95)$$

où

$$\Lambda^2 \beta_{n\ell j} = \left[(2n + \ell + \frac{3}{2})^2(1 - \Lambda^2) + \Lambda^2(\nu_{\ell j} + \frac{1}{2})^2\right]^{\frac{1}{2}} - (2n + \ell + \frac{3}{2}) \quad (7.96)$$

et  $n \geq 0$ . Dans ce cas la fonction hypergéométrique apparaissant dans (7.91), se réduit à un polynôme de Jacobi et la solution (7.91) s'écrit :

$$\Psi_{n\ell j}(r) = \mathcal{N}_{n\ell j} [1 + \Lambda^2 - (1 - \Lambda^2)x]^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1+x}{2}\right)^{\frac{\beta_{n\ell j}}{2}} \left(\frac{1-x}{2}\right)^{\frac{\ell+1}{2}} P_n^{(\ell+\frac{1}{2}, \beta_{n\ell j})}(x) \quad (7.97)$$

où  $\mathcal{N}_{n\ell j}$  est un facteur de normalisation. Le nombre d'états liés est fini et limité par la condition :  $\beta_{n\ell j} > 0$ .

Les énergies des états liés sont données par :

$$\varepsilon_{n\ell j} = \frac{\hbar^2 s^2}{2m} \mathcal{E}_{n\ell j} \quad (7.98)$$

où  $\mathcal{E}_{n\ell j}$  est l'énergie sans dimension reliée à  $\beta_{n\ell j}$  par :

$$\mathcal{E}_{n\ell j} = -\Lambda^4 \beta_{n\ell j}^2 \quad (7.99)$$

On peut voir d'après l'expression (7.97), que la forme asymptotique des états liés :

$$\Psi_{n\ell j}(r) \underset{r \rightarrow +\infty}{\sim} e^{-\beta_{n\ell j} \Lambda^2 (\eta - \eta_0)} \quad (7.100)$$

ne dépend pas explicitement du nombre quantique  $\ell$ , c'est-à-dire que la barrière centrifuge (7.74) n'a aucun effet sur la forme asymptotique des solutions.

Si le paramètre de forme  $\Lambda$  est supérieur à la valeur critique  $\sqrt{2}$ , les résonances seront données par les valeurs entières de  $n$  telles que :

$$n > \frac{1}{2}[\Lambda(\Lambda^2 - 2)^{-\frac{1}{2}}(\nu_{\ell j} + \frac{1}{2}) - 1] \quad (7.101)$$

Les énergies sans dimension des résonances sont alors :

$$\mathcal{E}_{nlj} = \left(2n + \ell + \frac{3}{2}\right)^2 (\Lambda^2 - 2) - \Lambda^2 \left(\nu_{nlj} + \frac{1}{2}\right)^2 \quad (7.102)$$

et les largeurs sans dimension :

$$\gamma_{nlj} = 4 \left(2n + \ell + \frac{3}{2}\right) \left[ \left(2n + \ell + \frac{3}{2}\right)^2 (\Lambda^2 - 1) - \Lambda^2 \left(\nu_{nlj} + \frac{1}{2}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7.103)$$

A la limite :  $\mathcal{E}_{nlj} \rightarrow 0$ , la largeur des résonances est :

$$\gamma_{nlj} \xrightarrow{\mathcal{E}_{nlj} \rightarrow 0} \gamma_{nlj}^{(0)} = 4 \left(2n + \ell + \frac{3}{2}\right)^2 \quad (7.104)$$

Le rapport  $\gamma_{nlj}/\mathcal{E}_{nlj}$  diverge donc en 0, quel que soit la valeur du paramètre  $\Lambda$ . Lorsque  $\mathcal{E}_{nlj}$  est proche de 0, on a :

$$\frac{\gamma_{nlj}}{\mathcal{E}_{nlj}} = \frac{\gamma_{nlj}^{(0)}}{\mathcal{E}_{nlj}} + 2 - 4 \frac{\mathcal{E}_{nlj}}{\gamma_{nlj}^{(0)}} \quad (7.105)$$

Ce rapport dépend fortement de  $\Lambda$ . Si les nombres  $n$  et  $\ell$  sont grands,  $\mathcal{E}_{nlj}$  et  $\gamma_{nlj}$  sont proportionnels à  $(2n + \ell)^2$  et le rapport entre les deux est :

$$\frac{\gamma_{nlj}}{\mathcal{E}_{nlj}} = 4 \frac{(\Lambda^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{\Lambda^2 - 2} \quad (7.106)$$

c'est-à-dire qu'on aura :  $\gamma_{nlj}/\mathcal{E}_{nlj} < 1$  pour  $\Lambda > (10 + 4\sqrt{5})^{\frac{1}{2}}$ . Pour cette raison, nous avons choisi de présenter des résultats avec  $\Lambda = 3$  et  $\Lambda = 7$ , qui sont deux cas correspondant respectivement à  $\gamma_{nlj}/\mathcal{E}_{nlj} > 1$  et  $\gamma_{nlj}/\mathcal{E}_{nlj} < 1$ .

Les solutions du continuum peuvent être obtenues en prolongeant analytiquement les fonctions propres (7.97) dans le plan complexe. Les fonctions ainsi obtenues sont proportionnelles à des fonctions hypergéométriques  ${}_2F_1$ . En utilisant la forme asymptotique de la solution générale donnée en (7.91), on peut écrire la matrice  $S$  en fonctions de l'onde partielle considérée :

$$S_{\ell}(k) = (-1)^{\ell+1} e^{2\beta[\Lambda^2 \eta_0 + \ln \Lambda]} \frac{\Gamma[-\beta] \Gamma[(\ell + \frac{3}{2} + \beta + \bar{\nu}_{\ell j})/2] \Gamma[(\ell + \frac{3}{2} - \beta + \bar{\nu}_{\ell j})/2]}{\Gamma[\beta] \Gamma[(\ell + \frac{3}{2} + \beta - \bar{\nu}_{\ell j})/2] \Gamma[(\ell + \frac{3}{2} - \beta - \bar{\nu}_{\ell j})/2]} \quad (7.107)$$

L'expression (7.107) donne la forme générale de l'élément de matrice de  $S$  associée au potentiel PTG sans aucune restriction, c'est-à-dire que l'équation  $[S_\ell(k)]^{-1} = 0$  donne toutes les solutions mathématiques du problème, physiques et non physiques. Les états liés ou résonnants sont les *solutions remarquables* de cette équation [125].

### 7.10.2 Fonctions d'onde PTG

Le but de cette étude est d'analyser l'influence des états de particules faiblement liés et des résonances de basse énergie sur les propriétés d'appariement des noyaux près de la drip-line de neutron. Dans ce but, nous avons choisi trois ensembles de paramètres du potentiel PTG permettant d'avoir un état  $3s_{1/2}$  faiblement lié, virtuel ou résonnant. Si les paramètres  $\Lambda$  et  $s$  sont fixés, les trois cas correspondent à trois valeurs du paramètre de profondeur  $\nu_{s_{1/2}}$ . Les paramètres utilisés ainsi que les énergies des états  $3s_{1/2}$  sont donnés dans le tableau 7.2.

cas		$\nu_{l_j}$	Energie
(a)	résonance $3s_{1/2}$	4.882	$\varepsilon = (74 - 4225i)$ keV
(b)	état virtuel $3s_{1/2}$	4.972	$\varepsilon = -84$ keV
(c)	état lié $3s_{1/2}$	5.034	$\varepsilon = -74$ keV
(d)	résonance $2d_{3/2}$	4.850	$\varepsilon = (649 - 2610i)$ keV
(e)	état virtuel $2d_{3/2}$	4.900	$\varepsilon = (-247 - 1776i)$ keV

TAB. 7.2 – Paramètres de profondeur utilisés pour obtenir un état  $3s_{1/2}$  résonnant, virtuel ou lié (voir figure 7.2) et un état  $2d_{3/2}$  virtuel ou résonnant.

La figure 7.3 représente les fonctions d'onde dans les trois cas correspondant. La fonction d'onde de la résonance est calculée à l'énergie correspondant à la partie réelle de la position du pôle donnée dans le tableau 7.2. L'amplitude de la résonance et celle de l'état virtuel ont été choisies de sorte que leur maximum à l'intérieur du potentiel atteigne la même valeur que celui de la fonction d'onde de l'état lié. Ces trois fonctions d'onde illustrent les propriétés de l'espace des phases des fonctions d'onde de particules individuelles lorsqu'un état  $3s_{1/2}$  quitte l'ensemble des états liés, passe à travers *les limbes* des états virtuels avant de réapparaître sous la forme d'une résonance physique (mais très large). Les propriétés asymptotiques de ces trois fonctions, déterminante pour les problèmes de diffusion, sont complètement différentes. Mais on peut observer qu'elles sont quasiment identiques à l'intérieur du potentiel (voir l'encart dans la figure 7.3).

Dans la suite, nous étudierons également les propriétés des états de particules  $2d_{3/2}$ . Les paramètres de profondeur utilisés pour ces états sont également donnés dans le tableau 7.2. Pour les calculs faisant intervenir plusieurs ondes partielles,

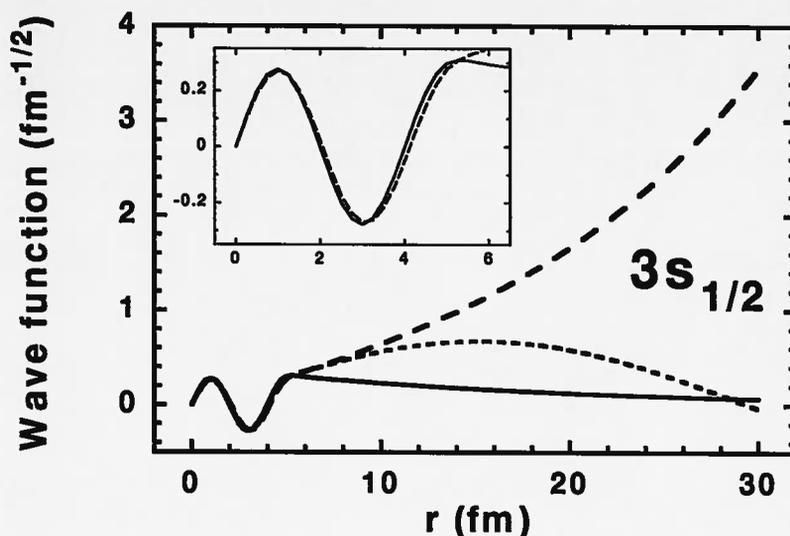


FIG. 7.3 – Fonctions d'ondes radiales  $3s_{1/2}$  du potentiel PTG calculées analytiquement avec les paramètres donnés dans le tableau 7.2. Les courbes en trait plein, tirets fins et tirets gras correspondent respectivement à un état  $3s_{1/2}$  lié, résonnant et virtuel. Le cadre en haut à gauche montre un agrandissement de la région où le potentiel est attractif. L'élément de volume  $4\pi r^2$  est pris en compte dans la définition de fonctions radiales.

comme les calculs HFB, nous utiliserons le paramètre  $\nu_{d_{3/2}} = 4.900$  combiné avec les trois valeurs  $\nu_{s_{1/2}}$ , et le paramètre  $\nu_{s_{1/2}} = 5.034$  combiné avec les deux valeurs de  $\nu_{d_{3/2}}$ .

### 7.10.3 Localisation et déphasage

Le potentiel d'appariement dépend de manière auto-cohérente de la densité de paires, il est donc plus important à l'intérieur du noyau et décroît très rapidement à l'extérieur. De ce fait, les états du continuum seront plus sensibles au champ d'appariement s'ils sont plus concentrés à l'intérieur du volume du noyau. Afin de caractériser qualitativement la concentration des états du continuum à l'intérieur du système, on définit leur «localisation», c'est-à-dire l'intégrale du carré du module de leur fonction d'onde à l'intérieur d'un volume donné :

$$L[\varphi] = \int_0^{R_{Loc}} |\varphi(r)|^2 dr \quad (7.108)$$

où le rayon  $R_{Loc}$  est fixé arbitrairement à  $R_{Loc} = 1.5 \times R_{\frac{1}{2}} = 7.578$  fm,  $R_{\frac{1}{2}}$  étant la distance à laquelle le potentiel PTG vaut moitié de sa valeur extrême. (L'élément de volume  $4\pi r^2$  est inclus dans la définition de la fonction d'onde.)

Pour un état lié, la localisation est la probabilité de trouver la particule considérée à l'intérieur de la sphère de rayon  $R_{Loc}$ . Pour les états du continuum, qui ne sont pas normalisables, la localisation dépend du choix adopté pour définir leur norme.

On peut utiliser différentes méthodes pour définir une norme pour les états de diffusion. Une première possibilité est de normer ces états dans le volume d'une boîte de rayon donné (dans ce travail, nous avons utilisé une sphère de rayon  $R_{box} = 30$  fm.) A l'extérieur de la boîte, la fonction d'onde oscille et a une norme infinie. Dans ce cas, la localisation est le rapport entre la probabilité de trouver la particule dans la sphère de rayon  $R_{Loc}$  et la probabilité de la trouver dans la boîte. Ce choix de normalisation dépend évidemment du rayon  $R_{box}$  choisi, mais cela ne constitue pas un problème car nous ne voulons que comparer relativement les localisations de solutions correspondant à des énergies différentes. Une deuxième possibilité est de fixer l'amplitude asymptotique des solutions de diffusion. En effet, lorsque l'élément de volume  $4\pi r^2$  est inclus dans les fonctions d'onde radiale, leur amplitude à grande distance ne dépend plus de  $r$ . Dans ce cas également, la localisation dépend du choix fait pour fixer les amplitudes, mais les valeurs relatives de la localisation permettent de savoir à quelle énergie les solutions de diffusion sont plus concentrées à l'intérieur du volume du noyau.

La figure 7.4a représente la localisation des états  $s_{1/2}$  du continuum du potentiel PTG calculée analytiquement, en normant les solutions dans une sphère (ligne continue), et en fixant leur amplitude à une constante (ligne discontinue). Les calculs ont été faits dans le cas où l'état  $3s_{1/2}$  est faiblement lié (voir tableau 7.2) et, de ce fait, la première résonance  $s_{1/2}$  n'apparaît qu'à relativement haute énergie. La bosse très large que l'on voit à 40 MeV provient du fait que les états du continuum au voisinage du pôle de la matrice  $S$ , situé dans ce cas à  $(39 - 18i)$  MeV, sont plus localisés que les états se trouvant loin de ce pôle. Néanmoins, on observe que les états situés à proximité de la résonance n'ont une localisation supérieure à celle du reste du continuum que d'un facteur 2 ou 3. C'est-à-dire que dans ce cas on ne peut pas conclure *a priori* que seuls les états de diffusion au voisinage de la résonance se coupleront au champ d'appariement.

On observe que la localisation obtenue en normant les états de diffusion dans la sphère (ligne continue) n'est pas une courbe lisse, mais présente des petites oscillations. La localisation est tracée en fonction de l'énergie, chacune de ces oscillations correspond à l'entrée dans la boîte d'une demi-longueur d'onde supplémentaire. La localisation obtenue en normant les solutions en amplitude est quant à elle lisse et régulière. L'allure des deux courbes est très similaire, le choix de la méthode de normalisation est donc sans importance pour la compréhension du phénomène.

Il y a néanmoins une différence importante entre les deux choix de normalisation lorsque l'énergie tend vers 0. A l'origine, les solutions de diffusion sont de la forme :  $\varphi_k(r) \sim A \sin(kr)$ . Lorsque les solutions sont normées dans la boîte, on peut supposer que cette approximation est valable jusqu'à  $r = R_{box}$  lorsque  $k \rightarrow 0$ . De ce fait :

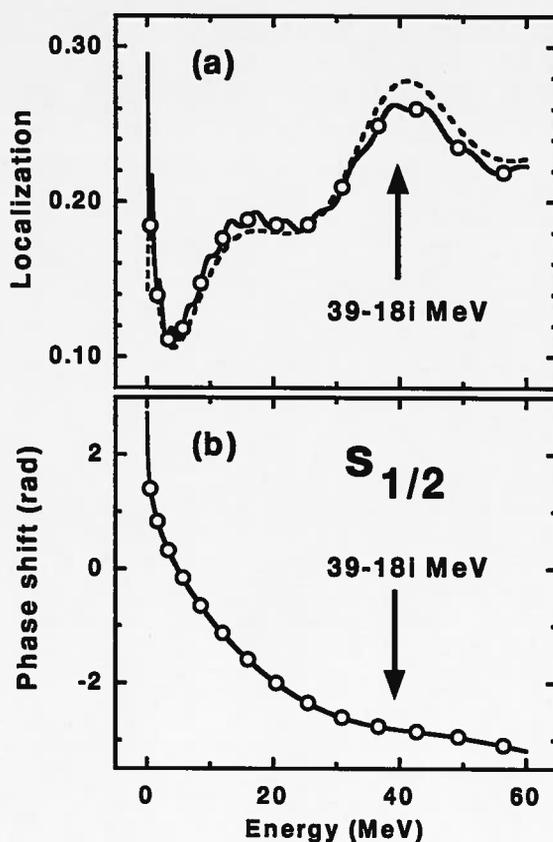


FIG. 7.4 – Localisation (a) et déphasage (b) des états  $s_{1/2}$ . Les cercles représentent les résultats obtenus numériquement en intégrant les solutions dans une boîte de 30 fm. Les lignes continues et discontinues représentent la localisation calculée à partir des formes analytiques des fonctions de diffusion respectivement normée dans la boîte de 30 fm ou ayant une amplitude asymptotiquement constante. Les paramètres sont ceux donnés pour l'état lié dans le tableau 7.2.

$$L[\varphi] = \frac{\int_0^{R_{Loc}} \varphi(r)^2 dr}{\int_0^{R_{box}} \varphi(r)^2 dr} \simeq \frac{\int_0^{R_{Loc}} A^2 r^2 dr}{\int_0^{R_{box}} r^2 dr} \simeq \left( \frac{R_{Loc}}{R_{box}} \right)^3 = \text{constante} \quad (7.109)$$

Si les fonctions de diffusion sont normées en amplitude, on a :

$$L[\varphi] = \int_0^{R_{Loc}} \varphi(r)^2 dr \simeq \int_0^{R_{Loc}} A^2 \sin^2(kr) dr = A^2 k^2 \frac{r^3}{3} \longrightarrow 0 \quad (7.110)$$

C'est la raison pour laquelle la courbe discontinue tend vers 0 à l'origine sur la figure 7.4a.

Sur la figure 7.4a, nous avons également représenté la localisation des états de diffusion calculée numériquement (points) en intégrant l'équation (7.70) dans la même boîte ( $R_{box} = 30$  fm) sur un réseau de point distants de 0.25 fm. On constate que les résultats numériques reproduisent parfaitement les résultats analytiques ayant la même convention pour la norme. Lorsqu'on intègre numériquement l'équation (7.70), la boîte joue uniquement un rôle de selection des solutions de diffusion du fait des conditions au bord imposées en  $r = R_{box}$ . En dehors de cette sélection, les solutions numériques sont des reproduction très précises des solutions analytiques.

La figure 7.4b représente le déphasage pour les mêmes états que sur la figure 7.4a calculé analytiquement (ligne continue) et numériquement (points). Dans ce cas également, on constate que les résultats numériques reproduisent avec une grande précision les résultats analytiques dans tout le domaine d'énergie considéré.

On voit sur la figure 7.4b que la résonance ne se traduit pas par le passage par  $\pi/2$  du déphasage, mais par un point d'inflexion. Cette propriété a été discutée en détail dans le paragraphe 2.2.2.

# Chapitre 8

## Appariement dans les noyaux faiblement liés

### 8.1 Paramètres du modèle

Dans ce chapitre, les équations de HFB (7.31) sont résolues en substituant le potentiel PTG' (7.77) au potentiel particule-trou (7.25) et en calculant de manière auto-cohérente le potentiel particule-particule (7.27) et les densités  $\rho$  (7.13) et  $\tilde{\rho}$  (7.14). L'interaction utilisée est une force de portée nulle :

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = V_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (8.1)$$

avec  $V_0 = -175 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ . L'espace de phase de l'appariement, défini par le paramètre de coupure  $E_{max}$ , a été déterminé suivant les conditions données par [6]. La forme particulièrement simple de l'interaction résiduelle (8.1) permet d'écrire le champ d'appariement sous la forme :

$$\tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \frac{1}{2} V_0 \tilde{\rho}(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\sigma'} \quad (8.2)$$

où la densité de paires est obtenue en sommant les produits des composantes des solutions calculées dans la boîte jusqu'au paramètre de coupure  $E_{max}$  :

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}) = - \sum_{0 < E_n < E_{max}} \sum_{\sigma} \varphi_2(\mathbf{r}\sigma) \varphi_1^*(\mathbf{r}\sigma) \quad (8.3)$$

On voit d'après les équations (7.31) et (8.2) que l'intensité de l'appariement, correspondant aux termes non diagonaux de l'équation (7.31), est donnée par l'intégrale du produit des composantes des solutions et de la densité  $\tilde{\rho}$ . Cette intégrale peut s'écrire de manière approchée :

$$\int d\mathbf{r} \sum_{\sigma} \varphi_1^*(\mathbf{r}\sigma) \tilde{\rho}(\mathbf{r}) \varphi_2(\mathbf{r}\sigma) \simeq \tilde{\rho}_0 (N_n L[\varphi_1^*])^{\frac{1}{2}} \quad (8.4)$$

où  $L[\varphi_1^*]$  est la localisation de la composante haute de la solution (7.108) et  $N_n$  la norme de la composantes basse :

$$N_n = \int d^3 r \sum_{\sigma} |\varphi_2(E_n, r\sigma)|^2 \quad (8.5)$$

L'expression (8.4) est une approximation très schématique dont le seul but est de montrer la tendance générale de l'intensité de l'appariement. Cette expression est basée sur deux hypothèses : (i) le champ d'appariement est considéré constant à l'intérieur de la sphère de rayon  $R_{Loc}$ , or une interaction de type  $\delta$  (8.1) conduit à des corrélations d'appariement volumiques pour lesquelles la densité d'appariement est répartie dans tout le noyau, et peut donc être difficilement approximée par une constante. (ii) La seconde hypothèse est que les deux composantes de la fonction d'onde de quasi-particules sont proportionnelles dans le volume d'intégration. Ces hypothèses sont vérifiées dans la théorie BCS, mais pas dans l'approche HFB avec laquelle les fonctions peuvent même avoir des structures nodales différentes [7]. Pour toutes les énergies  $E_n$ , la composante basse  $\varphi_2$  de la solution est intégrable, et sa norme  $N_n$  représente sa contribution au nombre total de particules du système. La composante haute se comporte asymptotiquement comme un état de diffusion dès que  $E_n > -\lambda$ , elle contribuera d'autant plus à l'appariement qu'elle sera localisée à l'intérieur du volume du noyau. L'expression (8.4) ne peut pas être utilisée pour étudier quantitativement les solutions, mais démontre que la localisation des composantes hautes des solutions de HFB représente une estimation de la contribution des états du continuum à l'appariement.

Comme dans le chapitre précédent, les équations HFB ont été résolues numériquement dans une boîte de 30 fm sur un réseau de points espacés de 0.25 fm. Ces équations ne seront résolues que pour le sous-système formé par les neutrons d'un noyau, car ce sont les particules susceptibles de peupler les états faiblement liés auxquels nous nous intéressons ici. A cause de la barrière centrifuge physique utilisée dans ce cas, les énergies des états de particules associées au champ  $h \equiv V_{PTG}$  ne peuvent être obtenues que numériquement, sauf dans le cas des ondes  $s_{1/2}$  pour lesquelles il n'y a pas de barrière centrifuge.

$lj$	$\nu_{lj}$	$lj$	$\nu_{lj}$	$lj$	$\nu_{lj}$	$lj$	$\nu_{lj}$
$s_{1/2}$	Tab. 7.2	$p_{1/2}$	4.640	$p_{3/2}$	4.880	$d_{3/2}$	Tab. 7.2
$d_{5/2}$	5.180	$f_{5/2}$	4.300	$f_{7/2}$	4.720	$g_{7/2}$	4.420
$g_{9/2}$	4.800	$h_{9/2}$	4.493	$h_{11/2}$	4.992	$i_{11/2}$	4.493
$i_{13/2}$	4.493	$j_{13/2}$	4.493				

TAB. 8.1 – Paramètres de profondeur du potentiel  $PTG'$  utilisés dans le calcul HFB. Les paramètres manquant sont donnés dans le tableau 7.2.

Deux des paramètres du potentiel ont été fixés à des valeurs utilisées dans

le chapitre précédent :  $\Lambda = 7$  et  $s = 0.04059$ , tandis que les paramètres de profondeur  $\nu_{\ell_j}$  (voir les tableaux 7.2 et 8.1) ont été choisis de manière à simuler un hypothétique noyau avec  $N = 82$ . Les détails concernant le spectre de ce noyau sont sans importance dans l'étude présentée ici. Nous avons juste essayé de reproduire une situation physique où les états de particule  $3s_{1/2}$  et  $2d_{5/2}$  sont proches du seuil d'émission de particule, en ayant en même temps un niveau de Fermi négatif voisin de 0.

## 8.2 Le continuum $s_{1/2}$

Les figures 8.1 et 8.2 représentent respectivement la localisation et le déphasage de la composante haute des solutions de HFB calculées numériquement. Elle sont comparées aux grandeurs correspondantes, calculées analytiquement, des états du potentiel PTG. Nous nous intéressons ici aux états  $s_{1/2}$  de basse

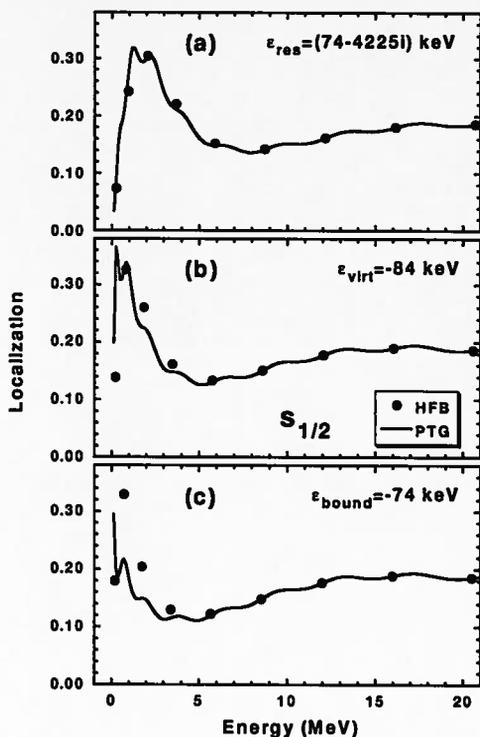


FIG. 8.1 - Localisation  $L$  de la composante haute  $\varphi_1$  des états de quasi-particules  $s_{1/2}$  (points) et des états de particules dans le potentiel PTG.

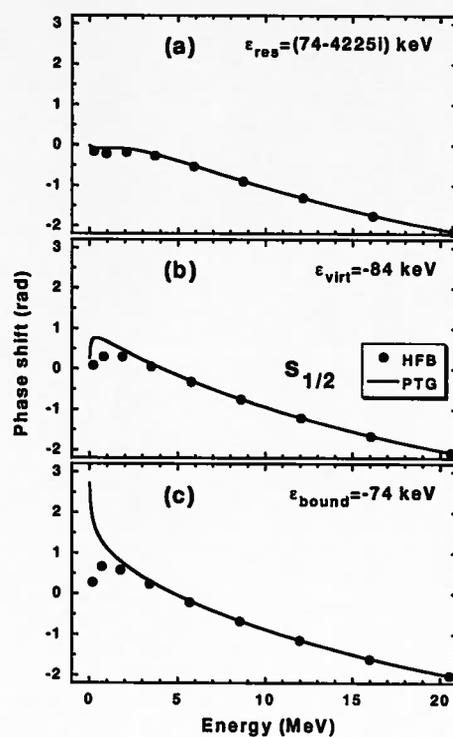


FIG. 8.2 - Déphasage de la composante haute  $\varphi_1$  des états de quasi-particules  $s_{1/2}$  (points) et des états de particules dans le potentiel PTG.

énergie, de ce fait, les figures 8.1 et 8.2 représentent des résultats se situant nettement plus bas que la résonance à  $E = (39 - 18i)$  MeV (voir paragraphe 7.10.3).

Les résultats pour le potentiel PTG (donc sans appariement) sont tracés en fonction de l'énergie de particule  $\varepsilon$ , alors que les résultats du calcul HFB sont tracés en fonction de l'énergie de quasi-particule  $E$  par rapport au niveau de Fermi, c'est-à-dire en fonction de  $E - \lambda$ . De cette manière, les résultats concernant les particules et les quasi-particules coïncident pour les grandes énergies ( $E \gg E + \lambda$ ).

cas	$\lambda_n$	$\langle \Delta_n \rangle$	$n\ell j$	$\varepsilon_{can}$	$v_{can}^2$
(a)	-314	1146	$3s_{1/2}$	2148	0.0321
(b)	-384	1292		1043	0.1002
(c)	-488	1421		390	0.1002
(d)	-436	1217	$2d_{3/2}$	1765	0.0548
(e)	-488	1421		1107	0.1149

TAB. 8.2 – Propriétés des solutions de HFB obtenues avec le potentiel PTG' donnant un état  $3s_{1/2}$  résonnant (a), virtuel (b) ou lié (c), ou un état  $2d_{3/2}$  résonnant à deux positions différentes (d et e). Les niveaux de Fermi des neutrons  $\lambda_n$ , les gap moyens  $\langle \Delta_n \rangle$  et les énergies canoniques [7] sont donnés en keV.  $v_{can}^2$  est le facteur d'occupation de l'état canonique.

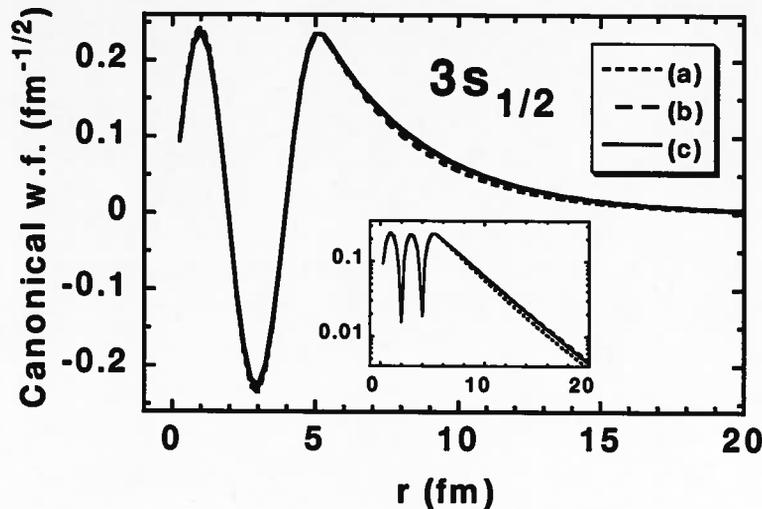


FIG. 8.3 – Fonction d'onde de l'état canonique  $3s_{1/2}$  correspondant aux trois cas donnés dans le tableau 8.2. Les lignes (a), (b) et (c) correspondent respectivement aux cas où l'état de particule  $3s_{1/2}$  est résonnant, virtuel et lié. L'encart montre le module de la fonction d'onde en échelle logarithmique.

Les trois courbes sur les figures 8.1 et 8.2 correspondent aux trois cas où l'état  $3s_{1/2}$  est résonnant (a), virtuel (b) ou lié (c) (voir le tableau 7.2). Entre le cas (a) et le cas (c), la profondeur du potentiel PTG a dû être augmentée de 2.75 MeV.

Ceci illustre la largeur de la zone dans laquelle l'état  $3s_{1/2}$  est virtuel. L'évolution de l'énergie de l'état est moins importante, elle varie de  $-74$  keV, lorsque l'état est lié, à  $74$  keV, lorsqu'il est résonnant. Bien que le déplacement de l'état de particule soit faible, celui de l'état canonique correspondant est d'environ  $1.75$  MeV (voir le tableau 8.2). Les états canoniques semblent être peu sensibles au changement radical de nature des états de particules entre les cas (a), (b) et (c). Les fonctions d'ondes des états canoniques, représentées sur la figure 8.3, sont pratiquement identiques.

Les propriétés d'appariement du système sont déterminées par les états canoniques [7]. Leur déplacement explique le changement de l'intensité globale de l'appariement  $\langle \Delta_N \rangle$  et l'évolution de l'occupation moyenne  $v_{can}^2$  de l'état canonique  $3s_{1/2}$  (voir le tableau 8.2). Il est intéressant de noter qu'entre les cas (c) et (a), la distance entre l'état canonique  $3s_{1/2}$  et le niveau de Fermi passe d'environ  $0.8$  MeV à environ  $2.5$  MeV. Ce déplacement a pour effet de réduire l'intensité moyenne de l'appariement de plus de  $300$  keV.

En dehors de la diminution de l'intensité moyenne de l'appariement, il n'y a pas d'autre changement qualitatif dans les propriétés du système lorsque l'état de particule  $3s_{1/2}$  devient non lié. Le rôle de l'état faiblement lié est alors joué par les états de basse énergie du continuum. L'existence et la position de la résonance  $3s_{1/2}$  à basse énergie ne sont pas déterminantes dans les propriétés d'appariement du système. En particulier, il serait complètement inapproprié d'utiliser cette résonance, à  $74$  keV, dans une méthode ayant pour but de remplacer le rôle des états du continuum par une seule résonance.

On peut voir sur la figure 8.1, dans les trois cas (a), (b) et (c), la localisation des états du «fond non résonnant» (entre  $\sim 10$  MeV et  $\sim 20$  MeV). La localisation moyenne de ces états est environ  $0.2$ . Au voisinage de la résonance, la localisation est plus importante, de l'ordre de  $0.3$ , ce qui n'est pas notablement plus important que celle des états non résonnants. En se basant sur l'expression (8.4), on peut estimer que les couplages avec les états du continuum résonnant et non résonnant seront comparables.

L'intensité de ces couplages semble dépendre principalement des propriétés de localisation des états de particules jusqu'à  $2$  à  $3$  MeV au-dessus du niveau de Fermi. (Dans tous les cas présentés ici, seuls les états  $s_{1/2}$  sont modifiés, les autres ondes partielles sont inchangées.) L'état de particule  $3s_{1/2}$ , lorsqu'il est faiblement lié ou virtuel, produit une augmentation de la localisation des états du continuum au-dessus du seuil d'émission de particule. Par contre, lorsqu'il est résonnant, la localisation des états juste au-dessus du seuil d'émission de particule est beaucoup plus faible. Par conséquent, l'intensité moyenne de l'appariement  $\langle \Delta_N \rangle$  est sensiblement plus importante dans le cas (c) que dans le cas (a). La conséquence est que la localisation des états de HFB et celle des états individuels de PTG sont très différentes dans le cas (c), alors qu'elles sont pratiquement les mêmes dans le cas (a). Cette constatation est la même en ce qui concerne les déphasages sur la figure 8.2.

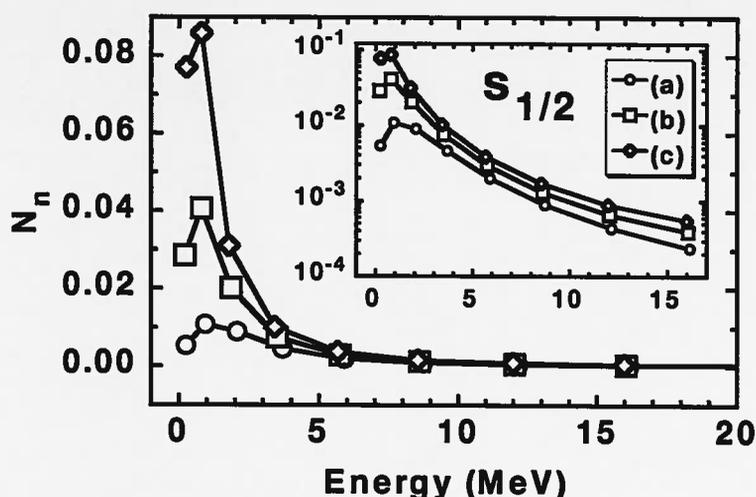


FIG. 8.4 – Normes  $N_n$  des composantes basses  $\varphi_2(E_n, r\sigma)$  des états de quasi-particules  $s_{1/2}$  dans les trois cas donnés dans le tableau 8.2. L'encart représente les mêmes résultats en échelle logarithmique.

La figure 8.4 représente la norme  $N_n$  des composantes basses de solutions de HFB (8.5). Cette norme ne peut pas être interprétée comme une probabilité d'occupation étant donné que les composantes basses ne forment pas un ensemble orthonormé complet de fonctions d'onde. Par contre, les fonctions canoniques peuvent jouer un tel rôle car elles forment une base orthonormée complète. Si l'on compare la norme  $N_n$  des composantes  $\varphi_2$  (figure 8.2) et les probabilités d'occupation des états canoniques  $v_\mu^2$  (tableau 8.2), on constate que l'occupation de l'état canonique  $3s_{1/2}$  provient des quasi-particules du continuum à basse énergie. Evidemment, cette probabilité d'occupation est proportionnelle à l'intensité de l'appariement, elle est donc plus faible dans le cas (c) que dans le cas (a), mais dans chaque cas, les quasi-particules situées en dessous de 5 MeV donnent une contribution significative à l'occupation de l'état canonique  $3s_{1/2}$ . Si une seule quasi-particule de cette région avait été prise en compte, que cette quasi-particule puisse être qualifiée de «résonance» ou non, elle n'aurait fourni, au plus, qu'un tiers de la probabilité d'occupation de l'état canonique. Ceci souligne le fait que le continuum  $s_{1/2}$  doit être pris en compte comme un véritable ensemble d'états continu, discrétisé si nécessaire, et pas à travers un unique représentant.

### 8.3 Le continuum $d_{3/2}$

Etant donné que les résonances  $s_{1/2}$  sont toujours très larges, la distinction entre le continuum résonnant et non résonnant n'est pas très claire pour cette onde partielle. D'autre part, les couplages dus à l'appariement avec des états

résonnants de grand  $j$  ne sont pas très différents des couplages entre les états liés, et ne sont donc pas particulièrement intéressants à étudier. Pour cette raison, nous avons étudié le cas intermédiaire des états résonnants  $d_{3/2}$ , qui peuvent être plus ou moins étroits, selon leur position par rapport au sommet de la barrière centrifuge. Nous avons utilisé le potentiel PTG' (7.77), qui contient un terme centrifuge physique, avec différentes valeurs du paramètre de profondeur  $\nu_{d_{3/2}}$ .

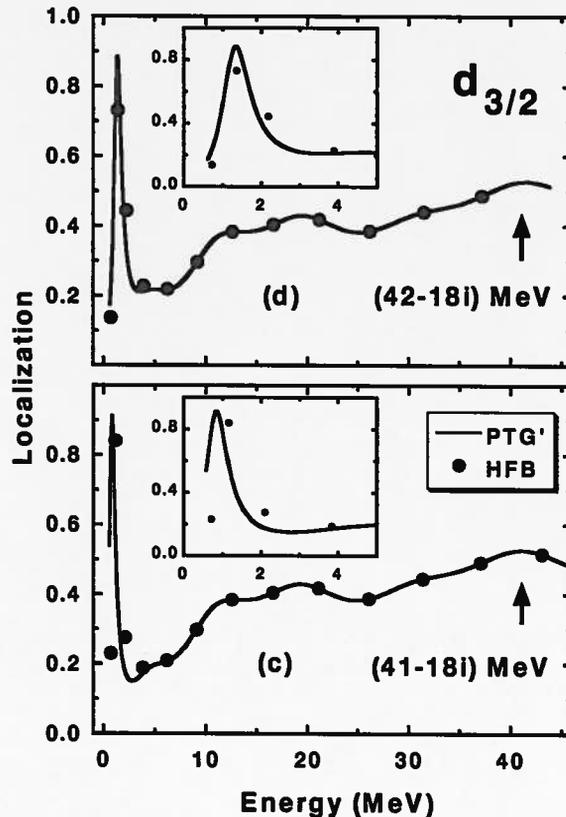


FIG. 8.5 – Localisation de la composante haute  $\varphi_1$  des états de quasi-particules  $d_{3/2}$  (points) et localisation des états de diffusion de particules dans le potentiel PTG' (ligne continue) calculée numériquement. L'état  $d_{3/2}$  résonnant se trouve à deux positions différentes par rapport au sommet de la barrière centrifuge sur la dessin (a) et (b), voir le texte pour plus d'explications.

Nous avons tout d'abord considéré les deux cas donnés dans le tableau 7.2, dans ces deux cas la résonance  $2d_{3/2}$  est bien confinée par la barrière centrifuge. Dans ces deux cas, l'état correspondant dans le potentiel PTG est résonnant (d) ou virtuel (e) (voir le tableau 7.2). Les énergies ne sont pas connues analytiquement avec le potentiel PTG', on peut néanmoins estimer la position et la largeur :  $\varepsilon_{res} = (1.5 - 0.4i)$  MeV dans le cas (d) et  $\varepsilon_{res} = (0.9 - 0.2i)$  MeV dans le cas (e). Ces résonances se trouvent respectivement à 3.5 MeV et 4.1 MeV sous le sommet

de la barrière qui est à approximativement 5 MeV. On constate que l'utilisation d'une barrière centrifuge physique, à la place de la barrière  $c_l(r)$  (7.74), décale la résonance (d) d'environ 900 keV et divise sa largeur par un facteur 8, l'état virtuel du potentiel PTG, quant à lui, devient un état résonnant assez étroit.

La figure 8.5 représente la localisation des composantes hautes de HFB et celle des états de diffusion du potentiel PTG' pour les ondes partielles  $d_{3/2}$ . On voit nettement le pic dans la localisation dû à la présence de la résonance  $2d_{3/2}$  dans le potentiel PTG'. Les encarts dans la figure 8.5 montrent que les corrélations d'appariement décalent légèrement le maximum de la localisation vers des énergies supérieures. En dehors de ce petit décalage, les localisations des solutions HFB et PTG' sont très similaires. Au-dessus de cette résonance  $2d_{3/2}$ , les solutions rejoignent le continuum non résonnant, vers 0.3 – 0.4 MeV, dans lequel on ne voit pratiquement pas l'effet dû à la résonance suivante, très large, à environ 40 MeV.

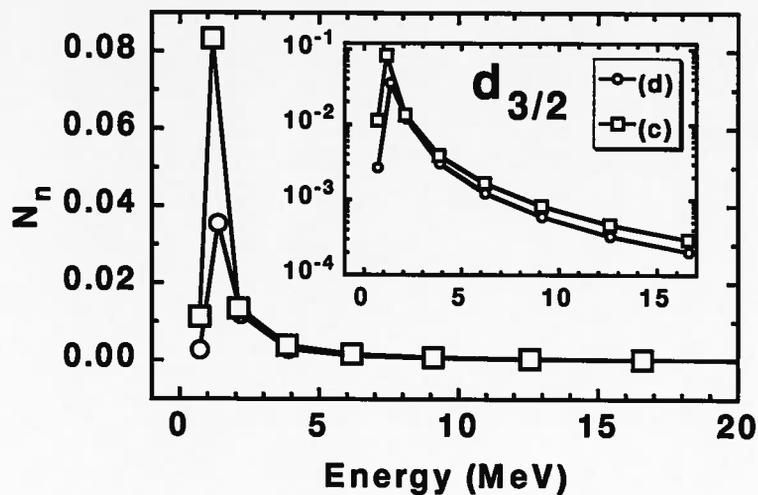


FIG. 8.6 – Normes  $N_n$  des composantes basses  $\varphi_2(E_n, r\sigma)$  des états de quasi-particules  $d_{3/2}$  dans les deux cas donnés dans le tableau 8.2. L'encart représente les mêmes résultats en échelle logarithmique.

En dehors du changement de l'intensité moyenne de l'appariement, voir le tableau 8.2, on voit sur la figure 8.6 que la norme des composantes basses de HFB  $N_n$  suit la forme des localisations. Les figures 8.7 et 8.8 permettent de mettre plus en avant cette propriété. Ces figures représentent l'évolution des propriétés de l'état  $2d_{3/2}$  lorsqu'il est déplacé vers l'extérieur de la barrière centrifuge. Les six cas représentés ont été obtenus en faisant varier le paramètre de profondeur  $\nu_{d_{3/2}}$  de 4.9 à 4.4 par pas de 0.1, ce qui correspond à faire varier la profondeur du potentiel de  $-44.8$  MeV à  $-39.8$  MeV. L'énergie de l'état  $2d_{3/2}$  passe alors de 0.9 MeV à 6 MeV. Dans le même temps, la hauteur de la barrière centrifuge passe de 5 MeV à environ 6 MeV. Le cadre en haut sur les figures 8.7 et 8.8 correspond à une résonance large située juste au-dessus du sommet de la barrière.

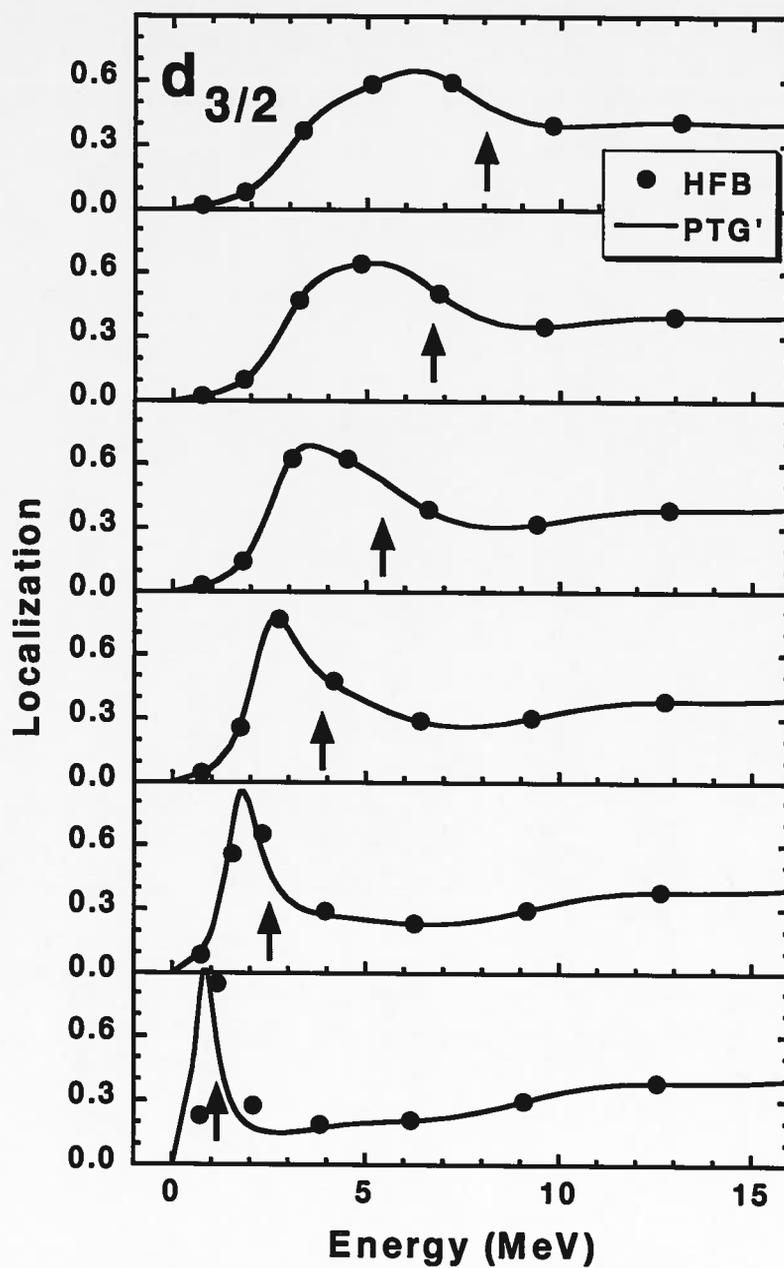


FIG. 8.7 – Localisation de la composante haute  $\varphi_1$  des états de quasi-particules  $d_{3/2}$  (points) comparée avec la localisation des états de particules dans le potentiel PTG'. Les six dessins diffèrent par la position de la résonance  $2d_{3/2}$  par rapport au maximum de la barrière centrifuge (voir texte). La flèche indique l'énergie de l'état canonique  $2d_{3/2}$ .

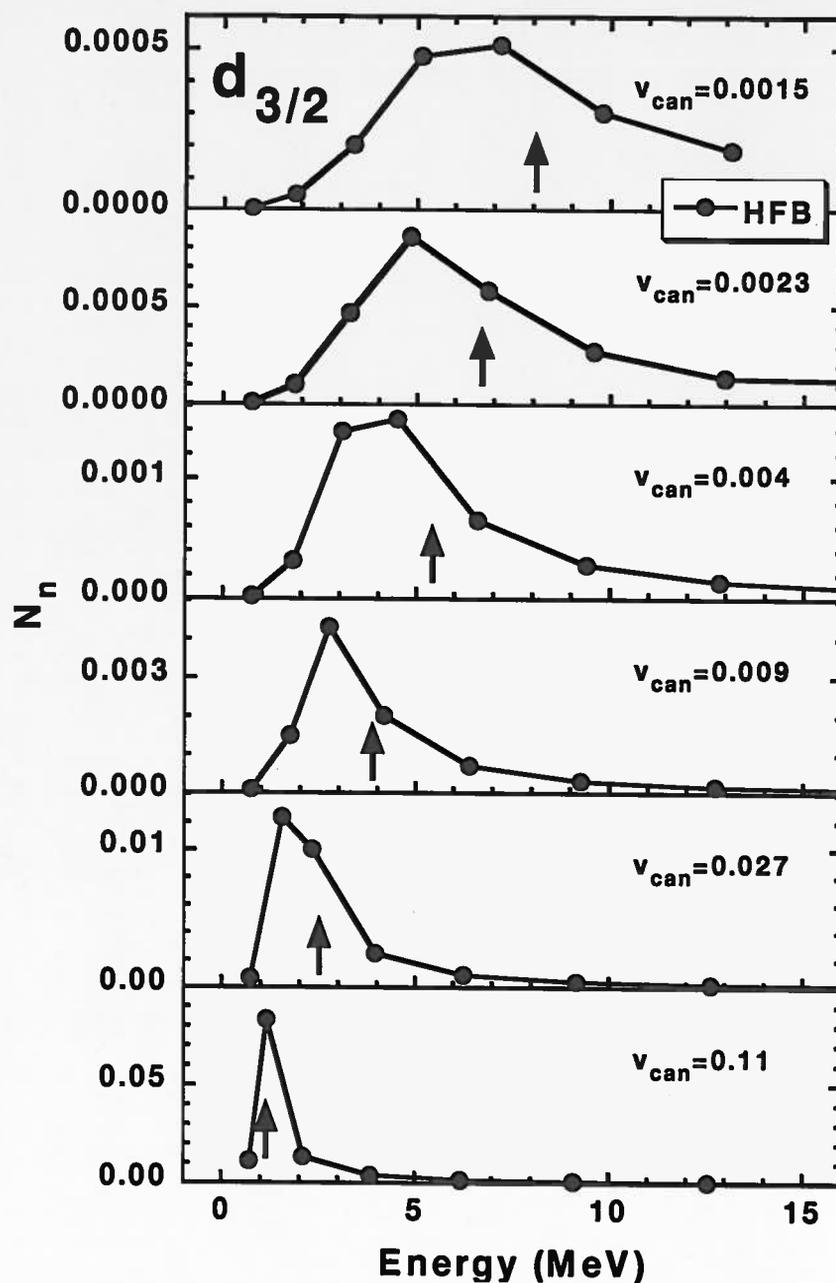


FIG. 8.8 – Norme de la composante basse  $\varphi_2$  des état de quasi-particules  $d_{3/2}$ . Les six dessins correspondent aux mêmes cas que sur la figure 8.7. La fleche indique l'énergie de l'état canonique  $2d_{3/2}$ , le facteur d'occupation correspondant  $v_{can}$  est indiqué explicitement.

La localisation des états du continuum  $d_{3/2}$  du potentiel PTG' (figure 8.7) suit l'évolution d'une résonance dont l'énergie et la largeur augmentent. En dehors du cadre au bas de la figure, la localisation des états de HFB ne diffère pas sensiblement de celle des états du potentiel PTG'. Ceci est dû au fait que les modifications induites par les couplages d'appariement sont d'autant plus faibles sur une résonance que celle-ci est éloignée de la surface de Fermi ( $\lambda_N \simeq 0.4$  MeV dans tous les cas). Lorsque cette résonance s'éloigne, le continuum non résonnant restant à basse énergie est peu localisé, ce qui réduit l'intensité moyenne de l'appariement.

Il est intéressant de remarquer que la norme des composantes basses de HFB  $N_n$ , sur la figure 8.8, suivent presque exactement la localisation des états de PTG'. Cela signifie que la localisation des états de particules détermine les propriétés d'appariement des solutions de HFB (8.4). Mais, une fois encore, on constate qu'aucun des états de quasi-particules ne peut à lui seul être utilisé comme approximation de l'ensemble des états du continuum. Même lorsque la résonance  $d_{3/2}$  est très confinée par la barrière, l'occupation  $v_{can}^2$  de l'état canonique  $2d_{3/2}$  ne peut être reproduite avec la norme  $N_n$  de l'état de quasi-particules à l'énergie de la résonance.

Sur les figures 8.7 et 8.8, les flèches indiquent la position de l'énergie  $\varepsilon_{can}$  de l'état canonique  $2d_{3/2}$ . Lorsque l'énergie d'une résonance augmente, l'état canonique suit le même mouvement, tout en se situant légèrement plus haut que la résonance. Ces états canoniques représentent correctement les états du continuum de quasi-particules dans toute la région de la barrière centrifuge et même au-dessus. L'état canonique  $1d_{3/2}$  est très profond, vers  $-25$  MeV et l'état  $3d_{3/2}$  est, quant à lui, très haut dans le continuum à environ  $25$  MeV. De ce fait, les états  $2d_{3/2}$  sont des représentants d'une région assez étendue de l'espace des phases. Pour cette raison, toute méthode d'approximation ayant pour but de décrire correctement les corrélations d'appariement près du continuum, doit pouvoir localiser ces états de manière très précise. Il semble que la méthode HF+BCS ne soit pas apte à y parvenir. On peut néanmoins considérer qu'elle constitue une approximation de la méthode HFB en remarquant que l'évolution des localisations et des normes  $N_n$  obtenues avec la méthode HFB sont similaires à celle des états canoniques.

## 8.4 Structure des états de quasi-particules

Les résonances de basse énergie peuvent modifier les corrélations d'appariement, augmentant ainsi l'énergie de liaison d'un halo de nucléons (neutrons). Pour les ondes partielles  $\ell = 0$ , nous avons vu que si un pôle de la matrice  $S$  se trouve à proximité du seuil d'émission de particule, il influence les corrélations d'appariement et cause une augmentation de la localisation des états de diffusion dans un intervalle de  $2$  à  $4$  MeV au-dessus du seuil, que l'état correspondant soit

lié, virtuel ou résonnant. L'interaction d'appariement introduit donc une modification subtile des états du continuum qui augmente l'intensité de l'appariement et l'énergie de liaison des nucléons au voisinage du niveau de Fermi. Cet effet complexe ne peut être décrit que dans un traitement auto-cohérent des corrélations d'appariement.

Dans le potentiel PTG, la largeur des résonances tend vers une valeur finie lorsque leur énergie tend vers 0. Lorsqu'on étudie un système physique près de la drip-line, l'énergie de séparation d'un neutron tend vers 0 ( $S_n \rightarrow 0$ ), et donc  $\lambda \sim \Delta$ . Dans cette situation, l'image standard des états de quasi-particules doit peut-être être remise en question [105]. Pour que la description en terme d'états de quasi-particules soit valable, il faut qu'une part non négligeable de la densité de particules puisse se concentrer dans les excitations de quasi-particules, et donc, que les excitations au-dessus du niveau de Fermi aient une durée de vie importante. Cette propriété dépend de l'intensité résiduelle qui permet aux états de particules de se coupler pour former des configurations plus complexes. Lorsque l'interaction résiduelle est intense, la durée de vie des états de quasi-particules est longue, c'est-à-dire que l'étalement des distributions d'états de quasi-particules est étroit. Dans ces systèmes, la largeur des états de quasi-particule :  $\Gamma(k) \sim (k - k_F)^2$ , peut approcher 0 en faisant tendre  $k$  vers  $k_F$ . Ce résultat est indépendant des détails concernant l'interaction résiduelle et n'est basé que sur le principe de Pauli et sur des considérations sur l'espace des phases. Pourtant, comme on l'a vu avec le potentiel PTG, les états proches du niveau de Fermi avec  $k_F \sim 0$ , peuvent avoir une largeur finie à la limite où  $k \rightarrow k_F$ . Bien que la barrière centrifuge du potentiel PTG soit différente d'une barrière centrifuge physique, cette propriété devrait être observée dans la structure des noyaux faiblement liés, près de la drip-line, au moins dans les cas où un état  $\ell = 0$  se trouve près du seuil.

La prise en compte des corrélations d'appariement avec la méthode HFB ne semble pas modifier cette propriété spécifique. Par conséquent, les traitements perturbatifs ne sont peut-être pas applicables à ces systèmes, et différents types d'instabilités peuvent apparaître. Ces instabilités peuvent modifier le vide des états de HF(B) de manière non perturbative dans ces noyaux. Autrement dit, on peut penser que le spectre des excitations du système HF(B) ne sera pas compatible avec le spectre du système HF(B) perturbé par une interaction résiduelle.

# Chapitre 9

## Conclusion

Dans la deuxième partie de ce travail, nous avons présenté une analyse détaillée de l'approximation HF+BCS [9] appliquée à la description des corrélations d'appariement dans les noyaux faiblement liés. L'application des méthodes HF+BCS pour la description des propriétés des résonances est basée sur : (i) l'hypothèse d'existence d'une factorisation des fonctions d'onde de particules individuelles au voisinage des résonances, et : (ii) l'hypothèse que la matrice de diffusion  $S$  du système de particules individuelles n'est que faiblement perturbée par les corrélations d'appariement. En fait, il n'existe aucune preuve permettant d'affirmer que les propriétés analytiques de la matrice  $S$ , nécessaires pour établir les propriétés de factorisation (i), soient les mêmes pour un système de particules indépendantes ou pour un système super-fluide. Nous avons présenté la solution détaillée du problème HFB pour des fonctions d'onde de quasi-particules à deux composantes, obtenues avec le potentiel PTG. L'avantage de cette approche est que les propriétés analytiques de la matrice  $S$  pour le potentiel de particules indépendantes PTG sont connues analytiquement, et donc les modifications des propriétés de la matrice  $S$  par l'appariement peuvent être clairement discernées.

Les comparaisons entre la localisation des composantes hautes de quasi-particules et celle des états du continuum  $s_{1/2}$  du potentiel PTG ont mis en évidence la relation complexe entre le continuum HFB résonnant et non résonnant. Cette relation ne peut en aucune manière être approximée par une approche HF+BCS construite sur l'ossature des résonances de particules individuelles associées à la matrice  $S$ . L'énergie des états canoniques qui gouvernent les propriétés d'appariement du système n'est pas corrélée avec la présence et la localisation des pôles de la matrice  $S$  des états de particules. Par conséquent, les couplages au continuum  $s_{1/2}$  résonnant ou non résonnant dus à l'interaction d'appariement sont comparables. Leur amplitude dépend de la localisation des états de particules indépendantes dans un intervalle d'énergie de 2 à 3 MeV au-dessus de la surface de Fermi.

Quand les pôles associés aux états de particules indépendantes sont proches de l'axe réel dans le plan complexe  $k$  ( $\Re(k) > 0$ ), comme c'est le cas pour les

résonances étroites de grand  $j$  très confinées dans la barrière centrifuge, l'interaction d'appariement est trop faible pour perturber la structure des pôles et ces résonances ne sont donc pas très différentes des états liés.

Dans le cas intermédiaire, comme les résonances  $d_{3/2}$ , la situation dépend de la position des résonances de particules indépendantes par rapport au sommet de la barrière centrifuge. Dans les cas typiques, la norme de la composante basse des solutions de HFB suit l'allure de localisation des états correspondants dans le continuum des états de particules indépendantes, c'est-à-dire que la localisation des états du continuum de particules indépendantes détermine l'intensité du couplage d'appariement dans le continuum de quasi-particules de HFB. Néanmoins, comme pour le continuum  $s_{1/2}$ , aucun de ces états de quasi-particules ne peut être utilisé comme représentant unique de l'espace des phases du continuum.

## Conclusion générale et perspectives

Le but de ce travail fut de montrer, à travers deux théories différentes, comment prendre en compte l'interaction résiduelle entre nucléons pour des systèmes loin de la vallée de stabilité, et d'identifier les nouveaux problèmes pouvant apparaître pour ces systèmes extrêmes.

Dans la première partie de ce travail, nous avons montré que le SMEC est l'extension naturelle du modèle en couches pour les noyaux faiblement liés. Il est bien adapté à l'étude des mécanismes de réaction à basse énergie, comme les captures radiatives, la dissociation coulombienne, ou les diffusions élastique et inélastique. Il permet en effet un traitement réaliste des états résonnants du continuum et constitue de ce fait un outil actuellement unique. Le champ des réactions encore mal connues auquel le SMEC peut être appliqué est très vaste. On peut citer quelques exemples. La réaction clef du cycle *CNO* :  $^{13}\text{N}(p, \gamma)^{14}\text{O}$ . Les réactions :  $^{21}\text{Na}(p, \gamma)^{22}\text{Mg}$ ,  $^{22}\text{Na}(p, \gamma)^{23}\text{Mg}$  et  $^{25}\text{Al}(p, \gamma)^{26}\text{Si}$ , intervenant dans les cycles Ne-Na et Mg-Al [126]. La réaction  $^{19}\text{Ne}(p, \gamma)^{20}\text{Na}$ , qui est une transition entre les cycles *HCNO* et le processus *rp* [127]. La réaction  $^{17}\text{F}(p, \gamma)^{18}\text{Ne}$ , importante pour la compréhension des processus explosifs comme les bouffées de rayonnement X ou les super-novæ. Cette réaction mal connue expérimentalement et pour laquelle les prédictions théoriques sont assez dispersées [129] sera l'objet d'une expérience à l'ORNL en 2000 [128]. Ou encore, l'étude de l' $^{21}\text{Al}$  par diffusion résonnante de  $^{20}\text{Mg}$  sur proton, prévue au GANIL à la fin de 1999 [130].

La seconde partie de ce travail a mis en évidence la difficulté de prendre en compte les corrélations d'appariement dans les noyaux riches en neutrons et a souligné que certains effets inattendus, liés aux ondes partielles  $\ell = 0$ , nécessitent un traitement adapté. La théorie de HFB en base position semble être la seule méthode permettant d'étudier ces cas pathologiques. Nous avons émis l'hypothèse que, loin de la stabilité, la présence d'une interaction résiduelle peut modifier les états de HF(B) de manière non perturbative. Le noyau atomique au bord de la vallée de stabilité représente donc peut-être un nouveau type de système quantique, ouvert, dont les propriétés statiques et dynamiques sont encore inconnues. Ces nouvelles propriétés résultent des forts couplages entre l'intérieur (les états liés) et l'extérieur (les états de diffusion) du système. Si cette hypothèse est vérifiée, elle nécessitera le développement de nouvelles techniques de champ moyen pour l'étude du problème à  $N$  corps.

Un des aspects les plus intéressants dans l'étude des corrélations dans les systèmes aux frontières de la stabilité, est le problème des instabilités multipolaires et des déformations. Le point de départ de ce type d'étude est la prise en compte de l'appariement de type HFB dans les systèmes déformés. C'est une entreprise difficile que les développements récents [110, 131] permettront probablement d'étudier. Ces investigations représentent une approche à partir de laquelle les corrélations autres que l'appariement peuvent être prises en compte, de manière perturbative ou non.

# Annexe A

## Equations du SMEC

### A.1 Hamiltonien en seconde quantification

L'hamiltonien en seconde quantification peut s'écrire :

$$H = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\alpha} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta} \tilde{a}_{\gamma} \quad (\text{A.1})$$

où  $V_{\alpha\beta\gamma\delta}$  est l'élément de matrice antisymétrique de l'interaction résiduelle défini par :

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = \sum_L \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\beta} m_{\beta} | LM \rangle \langle j_{\gamma} m_{\gamma} j_{\delta} m_{\delta} | LM \rangle \times \left[ U_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^L - (-1)^{j_{\gamma}+j_{\delta}-L} U_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L \right] \quad (\text{A.2})$$

avec la notation :

$$\bar{\alpha} = (\varepsilon_{\alpha} \tau_{\alpha} \ell_{\alpha} j_{\alpha}) \quad (\text{A.3})$$

et où les multipôles  $U_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^L$  de l'interaction sont donnés par :

$$U_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L = \sum_{m_{\alpha} m_{\beta} m_{\delta} m_{\gamma}} \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\beta} m_{\beta} | LM \rangle \langle j_{\gamma} m_{\gamma} j_{\delta} m_{\delta} | LM \rangle \times \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}_1) \varphi_{\beta}^*(\mathbf{r}_2) V(1, 2) \varphi_{\gamma}(\mathbf{r}_1) \varphi_{\delta}(\mathbf{r}_2) \quad (\text{A.4})$$

En utilisant le fait que :

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{u(r)}{r} \mathcal{Y}_{\ell j m}(\Omega) \chi_{\tau}$$

on peut réécrire (A.4) :

$$U_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L = \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 u_{\bar{\alpha}}(r_1) u_{\bar{\beta}}(r_2) v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L(r_1, r_2) u_{\bar{\gamma}}(r_1) u_{\bar{\delta}}(r_2) \quad (\text{A.5})$$

où  $v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L(r_1, r_2)$  est l'interaction résiduelle intégrée sur les variables d'angle, de spin et d'isospin.

## A.2 Equations dans le sous-espace $\mathcal{P}$

Cette équation est une équation à  $A$  corps :

$$(E - H_{PP}) |\xi\rangle = 0 \quad (\text{A.6})$$

Pour la résoudre, on introduit les états à  $A - 1$  particules liées formant la cible. Ces états seront notés avec des *bra* et des *ket* arrondis afin de les différencier des états à  $A$  particules :

$$\sum_{t'} (t | E - H_{PP} | t') (t' | \xi\rangle = 0 \quad (\text{A.7})$$

Dans cette expression  $(t' | \xi\rangle$  est une fonction à un corps, ou plutôt c'est une amplitude qui est une superposition d'états de diffusion d'une particule. En insérant l'hamiltonien (A.1) on obtient :

$$\sum_{t'} (t | E - \sum_{\alpha\gamma} a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma} \delta_{\alpha\gamma} \varepsilon_{\alpha} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta} \tilde{a}_{\gamma} | t') (t' | \xi\rangle = 0 \quad (\text{A.8})$$

En remarquant que :

$$\frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \equiv \sum_{\substack{\alpha\beta\gamma\delta \\ \varepsilon_{\beta} < \varepsilon_{\alpha}, \varepsilon_{\delta} < \varepsilon_{\gamma}}}$$

on peut réécrire l'équation précédente :

$$\sum_{t'} (t | E - \sum_{\alpha\gamma} a_{\alpha}^{\dagger} \left\{ \delta_{\alpha\gamma} \varepsilon_{\alpha} + \sum_{\substack{\gamma\delta \\ \varepsilon_{\beta} < \varepsilon_{\alpha} \\ \varepsilon_{\delta} < \varepsilon_{\gamma}}} V_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta} \right\} \tilde{a}_{\gamma} | t') (t' | \xi\rangle = 0 \quad (\text{A.9})$$

Un certain nombre de termes sont nuls dans la sommation, car :

$$\begin{aligned} \text{si } \beta \in (\text{cont.}) &\implies \alpha \in (\text{cont.}) \implies (t | a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} = 0 \\ \text{si } \delta \in (\text{cont.}) &\implies \gamma \in (\text{cont.}) \implies \tilde{a}_{\delta} \tilde{a}_{\gamma} | t') = 0 \end{aligned}$$

donc :

$$\sum_{t'} (t | E - \sum_{\alpha\gamma} a_{\alpha}^{\dagger} \left\{ \delta_{\alpha\gamma} \varepsilon_{\alpha} + \sum_{\substack{\beta\delta(\text{disc.}) \\ \varepsilon_{\beta} < \varepsilon_{\alpha} \\ \varepsilon_{\delta} < \varepsilon_{\gamma}}} V_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta} \right\} \tilde{a}_{\gamma} | t') (t' | \xi\rangle = 0 \quad (\text{A.10})$$

La somme des termes cinétiques et d'interaction sur les valeurs discrètes des indices  $\alpha, \beta, \gamma$  et  $\delta$  :

$$(t | \sum_{\alpha\gamma(\text{disc.})} a_{\alpha}^{\dagger} \left\{ \delta_{\alpha\gamma} \varepsilon_{\alpha} + \sum_{\substack{\beta\delta(\text{disc.}) \\ \varepsilon_{\beta} < \varepsilon_{\alpha} \\ \varepsilon_{\delta} < \varepsilon_{\gamma}}} V_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\delta} \right\} \tilde{a}_{\gamma} | t') = E_t \delta_{tt'} \quad (\text{A.11})$$

définit l'énergie de la cible  $E_t$ . On peut alors réécrire (A.10) sous la forme :

$$\sum_{t'} \left[ (E - E_t - \sum_{\alpha(\text{cont.})} a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}) \delta_{tt'} - \sum_{\substack{\alpha\gamma(\text{cont.}) \\ \beta\delta(\text{disc.})}} V_{\alpha\beta\gamma\delta}(t | a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma} | t') a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma} \right] \times \langle t' | \xi \rangle = 0 \quad (\text{A.12})$$

Afin d'obtenir une équation en base position on utilise la relation :

$$\langle \tau \ell j m, r | a_{\alpha}^{\dagger} | 0 \rangle = \frac{u_{\alpha}(r)}{r} \delta_{\tau\tau_{\alpha}} \delta_{\ell\ell_{\alpha}} \delta_{jj_{\alpha}} \delta_{mm_{\alpha}} \quad (\text{A.13})$$

qui permet de réécrire (A.12) sous la forme :

$$\sum_{t'\tau'\ell'j'm'} \int dr' r'^2 \left[ \langle \tau \ell j m, r | E - E_t - \sum_{\alpha(\text{cont.})} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\alpha} | t'\tau'\ell'j'm', r' \rangle \delta_{tt'} - \sum_{\substack{\alpha\gamma(\text{cont.}) \\ \beta\delta(\text{disc.})}} V_{\alpha\beta\gamma\delta}(t | a_{\beta}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma} | t') \langle \tau \ell j m, r | a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\gamma} | t'\tau'\ell'j'm', r' \rangle \right] \times \langle t'\tau'\ell'j'm', r | \xi \rangle = 0 \quad (\text{A.14})$$

On passe de cette équation découplée à la représentation couplée usuelle en faisant apparaître le moment cinétique total du système  $\vec{J} = \vec{I}_t + \vec{j}$  :

$$\xi_{\bar{t}\tau\ell j}^{(J)}(r) = r \sum_{M_t m} \langle I_t M_t j m | J M \rangle \langle \tau \ell j m, r | \xi \rangle \quad (\text{A.15})$$

Il n'est pas nécessaire d'ajouter l'indice  $\tau$  à la fonction radiale  $\xi_{\bar{t}\tau\ell j}^{(J)}(r)$  car sa charge est fixée par  $t$  et par la conservation de la charge totale du système. Si l'hamiltonien utilisé  $H_{PP}$  est à symétrie sphérique, cette fonction est indépendante de la projection du moment total  $M$ .  $\bar{t}$  dans l'équation (A.15) représente les nombres quantiques de l'état  $|t\rangle$ , sauf la projection de son moment cinétique  $M_t$ . On peut maintenant multiplier l'équation (A.13) par le coefficient de Clebsch-Gordan de l'expression (A.15) et effectuer les sommations sur les indices continus  $\alpha$  et  $\gamma$ . Le terme de Hartree-Fock de l'équation (A.13) se met alors sous la forme :

$$\langle \tau \ell j m, r | \sum_{\alpha(\text{cont.})} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} \tilde{a}_{\alpha} | \tau' \ell' j' m', r' \rangle = \frac{1}{r} (1 - \mathbf{q}_{\tau\ell j}) h_{\tau\ell j} (1 - \mathbf{q}_{\tau\ell j}) \frac{1}{r} \delta(r - r') \delta_{\tau\tau'} \delta_{\ell\ell'} \delta_{jj'} \delta_{mm'} \quad (\text{A.16})$$

où l'on a utilisé les relations (A.13), (2.18) et (2.19) et le fait que :

$$(1 - \mathbf{q}_{\tau\ell j}) u_n(r) = 0.$$

On peut ensuite réécrire le terme d'interaction en insérant les relations (A.2) et (A.5) pour obtenir la forme finale du système d'équations de voies couplées :

$$\begin{aligned} & \left[ E - E_t - (1 - \mathbf{q}_{\tau_\alpha \ell_\alpha j_\alpha}) \right] \xi_{\bar{\ell}_\alpha j_\alpha}^{(J)}(r) - \sum_{\bar{\ell}_\gamma j_\gamma} (1 - \mathbf{q}_{\tau_\alpha \ell_\alpha j_\alpha}) \\ & \times \int dr' \left\{ \sum_{L\beta\delta} G_{\bar{\ell}_\alpha j_\alpha, \bar{\ell}_\gamma j_\gamma}^{JL, \beta\delta} \left[ \delta(r - r') \int dr'' u_{\bar{\beta}}^L(r'') v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\delta}^L(r, r'') u_{\bar{\delta}}^L(r'') \right. \right. \\ & \left. \left. - (-1)^{j_\gamma + j_\delta - L} u_{\bar{\beta}}^L(r') v_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L(r, r') u_{\bar{\delta}}^L(r') \right] \right\} \xi_{\bar{\ell}_\gamma j_\gamma}^{(J)}(r') = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

où les coefficients  $G_{\bar{\ell}_\alpha j_\alpha, \bar{\ell}_\gamma j_\gamma}^{JL, \beta\delta}$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} G_{\bar{\ell}_\alpha j_\alpha, \bar{\ell}_\gamma j_\gamma}^{JL, \beta\delta} &= \sum_{\substack{m_\alpha m_\beta m_\gamma m_\delta \\ M_t M_{t'}}} (t | a_\beta^\dagger \tilde{a}_\delta | t') \langle j_\alpha m_\alpha j_\beta m_\beta | LM' \rangle \\ & \times \langle j_\gamma m_\gamma j_\delta m_\delta | LM' \rangle \langle I_t M_t j_\alpha m_\alpha | JM \rangle \langle I_{t'} M_{t'} j_\gamma m_\gamma | JM \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Il faut souligner que l'opérateur  $(1 - \mathbf{q}_{\tau_\alpha \ell_\alpha j_\alpha})$  permet d'assurer que le principe de Pauli est bien vérifié pour la solution total  $\Psi$  donnée en (2.30).

L'équation (A.17) est une équation intégrale (en fait c'est un système d'équations intégrales couplées), ce qui est relativement difficile à résoudre numériquement. Pour simplifier le problème on utilise en général une force de portée nulle ce qui permet de réécrire (A.17) comme un système d'équations différentielles. Avec une interaction du type :

$$V(r_2 - r_1) = f(r_1, r_2) \delta(r_2 - r_1) \quad (\text{A.19})$$

on peut écrire (A.17) sous la forme :

$$(E - E_t - h_c) \xi_c^{(J)}(r) - \sum_{c'} V_{cc'}^{(J)}(r) \xi_{c'}^{(J)}(r) = -\mathbf{q}_c (h_c \xi_c^{(J)}(r) + \sum_{c'} V_{cc'}^{(J)}(r) \xi_{c'}^{(J)}(r)) \quad (\text{A.20})$$

où  $c$  désigne les nombres quantiques  $(\bar{\ell} j)$  définissant une voie. Le potentiel de couplage entre voies  $V_{cc'}^{(J)}(r)$  est donné par la partie entre crochets dans l'expression (A.17). Il est calculé à partir d'opérateurs à un corps  $\mathcal{O}_{\beta\delta}^K$  donnés explicitement dans l'appendice B.

En introduisant la matrice diagonale :

$$\mathbf{Q}_{cc'} = \delta_{cc'} \mathbf{q}_{c'}$$

on peut mettre le système précédent sous la forme :

$$\sum_{c'} ((E - E_t) \delta_{cc'} - H_{cc'}) \xi_{c'}^{(J)} = - \sum_{c''} \mathbf{Q}_{c'c''} H_{c'c''} \xi_{c''}^{(J)} \quad (\text{A.21})$$

qui est une écriture matricielle du système d'équations de voies couplées.

### A.3 Equations couplant $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$

L'équation intégrale définissant  $\omega_i^{(+)}$  est :

$$|\omega_i^{(+)}\rangle = G_P^{(+)} H_{PQ} |\Phi_i\rangle \quad (\text{A.22})$$

ou encore :

$$(E - H_{PP}) |\omega_i^{(+)}\rangle = H_{PQ} |\Phi_i\rangle \quad (\text{A.23})$$

On a montré au paragraphe (2.2.4) que, par construction de  $H^0$  et des opérateurs  $P$  et  $Q$ , on a :

$$PH^0Q = QH^0P = 0.$$

L'hamiltonien du membre de droite de l'équation (A.23) s'écrit donc :

$$H_{PQ} = P(H_0 + V_{res})Q = PV_{res}Q \quad (\text{A.24})$$

On peut donc réécrire (A.22) sous la forme :

$$H |\omega_i^{(+)}\rangle = V_{res} |\Phi_i\rangle \quad (\text{A.25})$$

Comme au paragraphe précédent, cette équation est une équation à  $A$  corps. De la même manière que pour  $|\xi\rangle$ , on introduit la fonction à un corps ayant un bon nombre quantique  $J$  :

$$\omega_c^{(i)}(r) = r \sum_{M_t m} \langle I_t M_t j m | JM \rangle \langle \tau l j m, r | \omega_i^{(+)} \rangle \quad (\text{A.26})$$

où :  $c \equiv (J, \bar{\tau} l j)$ , identifie une voie et  $i$  repère les états  $\Phi_i$  du sous espace  $\mathcal{Q}$  qui servent de source aux fonctions  $\omega_i^{(+)}$ . Pour résoudre l'équation (A.25), on réécrit de la même façon le terme source (membre de droite de l'équation (A.23)) sous forme d'une fonction radiale à un corps en introduisant :

$$\begin{aligned} \omega_c^{(i)}(r) &= r \sum_{M_t m} \langle I_t M_t j m | JM \rangle \langle \tau l j m, r | (t | H | \Phi_i \rangle \\ &= \frac{1}{4} r \sum_{\substack{\alpha\beta\gamma\delta \\ M_t m}} V_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle I_t M_t j m | JM \rangle \langle \tau l j m, r | (t | a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger \bar{a}_\delta \bar{a}_\gamma | \Phi_i \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Les propriétés d'antisymétrie de  $V_{\alpha\beta\gamma\delta}$  et des opérateurs de créations de fermions permettent de réécrire cette expression :

$$\omega_c^{(i)}(r) = \frac{r}{2} \sum_{\substack{\alpha\beta\gamma\delta \\ M_t m}} V_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle I_t M_t j m | JM \rangle \langle \tau l j m, r | a_\alpha^\dagger | 0 \rangle (t | a_\beta^\dagger \bar{a}_\delta \bar{a}_\gamma | \Phi_i \rangle \quad (\text{A.28})$$

En intégrant sur  $r$  et en utilisant l'interaction résiduelle (A.19) puis en intégrant sur l'énergie  $\varepsilon_\alpha$ , ce terme s'écrit :

$$\begin{aligned}
 w_{t\ell_\alpha j_\alpha}^{(i)}(r) &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{\beta\gamma\delta L \\ M_t m_\alpha}} \langle I_t M_t j_\alpha m_\alpha | JM \rangle \langle j_\alpha m_\alpha j_\beta m_\beta | LM' \rangle \\
 &\quad \times \langle j_\gamma m_\gamma j_\delta m_\delta | LM' \rangle (t | a_\beta^\dagger \tilde{a}_\delta \tilde{a}_\gamma | \Phi_i \rangle \\
 &\quad \times \int dr' u_{\tilde{\beta}}(r') \left[ v_{\alpha\tilde{\beta}\tilde{\gamma}\tilde{\delta}}^L(r, r') u_{\tilde{\gamma}}(r) u_{\tilde{\delta}}(r') \right. \\
 &\quad \quad \left. - (-1)^{j_\gamma + j_\delta - L} v_{\alpha\tilde{\beta}\tilde{\delta}\tilde{\gamma}}^L(r, r') u_{\tilde{\gamma}}(r') u_{\tilde{\delta}}(r) \right]
 \end{aligned} \tag{A.29}$$

Comme pour les éléments de matrice à un corps apparaissant dans l'équation (A.19), on donnera une expression plus détaillée des éléments de matrice :

$$\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j_\alpha} = (t | a_\beta^\dagger \tilde{a}_\delta \tilde{a}_\gamma | \Phi_i \rangle,$$

dans l'appendice B.

En utilisant (A.26) et (A.29) on peut finalement réécrire l'équation (A.22) sous une forme matricielle similaire à (A.21) :

$$\sum_{c'} \left( (E - E_t) \delta_{cc'} - H_{cc'} \right) \omega_{c'}^{(i)} = -w_c^{(i)} - \mathbf{q}_c \left( \sum_{c'} H_{cc'} \omega_{c'}^{(i)} + w_c^{(i)} \right) \tag{A.30}$$

ou encore :

$$\sum_{c'} (E \delta_{cc'} - H_{cc'}) \omega_{c'}^{(i)}(r) = w_c^{(i)}(r) - \mathbf{q}_c \left[ \sum_{c'} H_{cc'} \omega_{c'}^{(i)}(r) + w_c^{(i)}(r) \right] \tag{A.31}$$

### Remarque

Les équations (A.15), (A.26) et (A.27) ont permis de passer des *kets* à  $A$  corps  $|\xi\rangle$ ,  $|\omega_i^{(+)}\rangle$  et  $H|\omega_i^{(+)}\rangle$  aux fonctions à un corps en base position  $\xi_c^{(J)}(r)$ ,  $\omega_c^{(i)}(r)$  et  $w_c^{(i)}(r)$ . On peut effectuer la même opération sur le *ket*  $|\Phi_i\rangle$  du sous espace  $\mathcal{Q}$  :

$$\begin{aligned}
 \varphi_c^{(i)}(r) &= r \sum_{M_t m} \langle I_t M_t j m | JM \rangle \langle t \tau \ell j m, r | \Phi_i \rangle \\
 &= r \sum_{M_t m} \sum_{\alpha t'} \langle I_t M_t j m | JM \rangle (t | \langle \tau \ell j m, r | \alpha \rangle | t' \rangle \langle \alpha | \Phi_i \rangle) \\
 &= r \sum_{M_t m} \sum_{\alpha t'} \langle I_t M_t j m | JM \rangle (t | \langle \tau \ell j m, r | a_\alpha^\dagger | - \rangle | t' \rangle \langle \alpha | \Phi_i \rangle) \\
 &= \sum_{M_t m} \langle I_t M_t j m | JM \rangle (t | a_{\tau \ell j m} | \Phi_i \rangle u_{\tau \ell j}(r)) \\
 &= S_{\tau \ell j}^J u_{\tau \ell j}(r)
 \end{aligned} \tag{A.32}$$

Cette expression est utilisée pour écrire explicitement les fonctions radiales (2.51).

## Annexe B

### Opérateurs $\mathcal{O}_{\beta\delta}^K$ et $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j\alpha}$

La forme générale des interactions résiduelles utilisées dans ce travail est :

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = V_0 \left[ a(r) + b(r)P^\sigma \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad (\text{B.1})$$

où  $P^\sigma$  est l'opérateur d'échange de spin et  $r = |\mathbf{r}_1|$ . Nous avons utilisé deux type de force. Une force de type WB (4.1) :

$$a(r) = \alpha, \quad b(r) = \beta = 1 - \alpha, \quad (\text{B.2})$$

et la force dépendant de la densité DDSM1 (4.17) qui s'écrit sous la forme de (B.1) avec :

$$\begin{aligned} a(r) &= \rho(r) \left( \hat{v}_{00}^{in} - \hat{v}_{01}^{in} \right) + \left( 1 - \rho(r) \right) \left( \hat{v}_{00}^{ex} - \hat{v}_{01}^{ex} \right), \\ b(r) &= -2 \left[ \rho(r) \hat{v}_{01}^{in} + \left( 1 - \rho(r) \right) \hat{v}_{01}^{ex} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$V_0 = 1$$

où  $\rho(r)$  est la densité du noyau considéré.

Cette interaction résiduelle intégrée sur les variables d'angle, de spin et d'isospin s'écrit :

$$v_{\alpha\beta\delta\gamma}^L(r_1, r_2) = \mathcal{Z}_{\alpha\beta\delta\gamma}^L(r) \frac{1}{r^2} \delta(r_1 - r_2) \quad (\text{B.4})$$

avec :

$$\mathcal{Z}_{\alpha\beta\delta\gamma}^L(r) = \frac{1}{4\pi} \left[ (a(r) - b(r)) \mathcal{M}_{\alpha\beta\delta\gamma}^{L1} + (1 - \delta_{\tau_\alpha\tau_\beta} \delta_{\tau_\gamma\tau_\delta}) (a(r) + b(r)) \mathcal{M}_{\alpha\beta\delta\gamma}^{L0} \right] \quad (\text{B.5})$$

Dans cete expression,  $\mathcal{M}_{\alpha\beta\delta\gamma}^{LT}$  est la partie angulaire, dépendant de l'isospin  $T$ , de

cet élément de matrice :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^{LT} &= -\frac{1}{4} [1 + (-)^{\ell_\alpha + \ell_\beta - \ell_\gamma - \ell_\delta}] \frac{\hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta \hat{j}_\gamma \hat{j}_\delta}{\hat{L}^2} \\ &\times \left\{ (-)^{j_\beta + j_\delta + \ell_\beta + \ell_\delta} \langle j_\alpha - \frac{1}{2} j_\beta \frac{1}{2} | L0 \rangle \langle j_\gamma - \frac{1}{2} j_\delta \frac{1}{2} | L0 \rangle [1 - (-)^{L+T+\ell_\gamma+\ell_\delta}] \right. \\ &\quad \left. - \langle j_\alpha \frac{1}{2} j_\beta \frac{1}{2} | L1 \rangle \langle j_\gamma \frac{1}{2} j_\delta \frac{1}{2} | L1 \rangle [1 - (-)^T] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

avec la notation :  $\hat{a} = \sqrt{2a+1}$ .

En utilisant le coefficient antisymétrisé :

$$\tilde{\mathcal{Z}}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L(r) = \mathcal{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}}^L(r) - (-1)^{j_\gamma + j_\delta - L} \mathcal{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L(r) \quad (\text{B.7})$$

et en introduisant l'opérateur à un corps réduit :

$$\mathcal{O}_{\beta\delta}^K = \sum_{m_\beta m_\delta} (-1)^{j_\delta - m_\delta} \langle j_\beta m_\beta j_\delta - m_\delta | KM \rangle : a_\beta^\dagger \tilde{a}_\delta : \quad (\text{B.8})$$

on peut réécrire le potentiel de couplage entre voies  $V_{cc'}^J(r)$  (A.20) sous la forme :

$$\begin{aligned} V_{cc'}^J(r) &= V_{i\ell_\alpha j_\alpha, i\ell_\gamma j_\gamma}^J(r) \\ &= r^{-2} \sum_{\beta\delta} u_\beta(r) u_\delta(r) \sum_{KL} \hat{K} \hat{L} \mathcal{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L(r) (-1)^{I_\nu + j_\delta + J + L} \\ &\quad \times \left\{ \begin{matrix} j_\alpha & j_\gamma & K \\ j_\delta & j_\beta & L \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j_\alpha & j_\gamma & K \\ I_\nu & I_t & L \end{matrix} \right\} (t \| \mathcal{O}_{\beta\delta}^K \| t') \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

De la même manière, le terme source  $w$  de l'équation inhomogène (A.30) peut s'exprimer en utilisant (B.5) et (B.7) :

$$\begin{aligned} w_c^{(i)}(r) &= w_{i\ell_\alpha j_\alpha}^{(i)}(r) \\ &= \frac{1}{2r} \sum_{\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}} u_{\bar{\beta}}(r) u_{\bar{\gamma}}(r) u_{\bar{\delta}}(r) \sum_L (-)^{j_\alpha + I_t - J} \frac{\hat{L}}{\hat{j}_\alpha} \mathcal{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\delta}\bar{\gamma}}^L(r) (t \| \mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j_\alpha} \| \Phi_i) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

où  $\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j_\alpha}$  est l'opérateur réduit :

$$\mathcal{R}_{\gamma\delta(L)\beta}^{j_\alpha} = \sum_{\substack{m_\gamma m_\delta \\ m_\beta M}} (-)^{j_\beta + m_\beta} \langle j_\gamma m_\gamma j_\delta m_\delta | LM \rangle \langle LM j_\beta - m_\beta | j_\alpha m_\alpha \rangle : a_\beta^\dagger \tilde{a}_\gamma \tilde{a}_\delta : \quad (\text{B.11})$$

# Annexe C

## Jargon astrophysique

### C.1 Taux de réaction

Considérons pour simplifier que l'intérieur d'une étoile est composé d'un gaz formé de deux types de particules  $X$  et  $Y$ . Pour une réaction nucléaire entre deux particules de type  $X$  et  $Y$ , on peut arbitrairement considérer que la particule  $Y$  est au repos et que la particule  $X$  a une vitesse  $v$ . La surface effective d'interaction  $F$  entre  $X$  et  $Y$  est égale à la section efficace de l'interaction  $\sigma(v)$  multipliée par le nombre de particules  $Y$  par unité de volume :

$$F = \sigma(v)N_Y \quad (\text{C.1})$$

Chaque particule de type  $X$  voit une surface d'interaction  $F$ . Il faut multiplier cette quantité par le nombre de particules  $X$  par unité de volume,  $N_X$ , et par leur flux  $J$  pour obtenir le nombre de réactions par unité de temps :

$$r = N_X N_Y v \sigma(v) \quad (\text{C.2})$$

Le milieu solaire est considéré comme un gaz en équilibre thermique. La probabilité qu'une particule d'un type donné ait une vitesse comprise entre  $v$  et  $v + dv$  est donnée par une distribution  $\phi(v)$  normée :

$$\int_0^{\infty} \phi(v) dv = 1 \quad (\text{C.3})$$

La moyenne du produit du taux de réaction (C.2) par la distribution  $\phi(v)$  divisé par le nombre de particules, définit le taux de réaction par pair de particules :

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^{\infty} \phi(v) v \sigma(v) dv \quad (\text{C.4})$$

### C.2 Facteur astrophysique $S$

Le facteur astrophysique  $S$  est une quantité reliée à la section efficace qui permet de caractériser les réactions de capture radiative de proton à basse énergie.

Considérons une particule de charge  $Z_1$  diffusant sur un noyau de charge  $Z_2$  avec une énergie inférieure à la barrière coulombienne. On peut considérer que pour  $r \leq r_N$ , où  $r_N$  est le rayon nucléaire, le potentiel est dominé par l'interaction coulombienne, et que pour  $r > r_N$  seul le potentiel coulombien  $Z_1 Z_2 e^2 / r$  joue un rôle. On note  $r_C$  le point tournant classique associé à la particule incidente :

$$E_{\text{cm}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_C} \quad (\text{C.5})$$

avec  $E_{\text{cm}}$  l'énergie du système dans le repère du centre de masse. La probabilité de pénétration à l'intérieur de la barrière par effet tunnel est donnée par :

$$P = \frac{|\psi(r_N)|^2}{|\psi(r_C)|^2} \quad (\text{C.6})$$

où  $\psi(r)$  est la solution de l'équation de Schrödinger pour un potentiel purement coulombien. On peut montrer [132] qu'à basse énergie, lorsque  $r_C \ll r_N$ , on a :

$$P = e^{-2\pi\eta} \quad (\text{C.7})$$

où  $\eta$  est le paramètre de Sommerfeld :

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \quad (\text{C.8})$$

La section efficace de capture radiative à basse énergie est proportionnelle à la probabilité donnée par (C.7) :

$$\sigma(E_{\text{cm}}) \propto e^{-2\pi\eta} \quad (\text{C.9})$$

Elle est également proportionnelle à la longueur d'onde associée :

$$\sigma(E_{\text{cm}}) \propto \pi \lambda^2 \propto \frac{1}{E} \quad (\text{C.10})$$

On a donc :

$$\sigma(E_{\text{cm}}) = \frac{1}{E} e^{-2\pi\eta} S(E) \quad (\text{C.11})$$

Le facteur  $S$  ainsi défini contient les effets purement nucléaires de la réaction. On note parfois en indice les nombres de masse des constituants de la voie d'entrée de la réaction, par exemple  $S_{17}$  pour la réaction  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ .

### C.3 Pic de Gamow

On peut considérer que la distribution des vitesses (C.3) des particules dans une étoile suit une distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$\phi(v) = 4\pi v^2 \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (\text{C.12})$$

ou

$$\phi(E) \propto E e^{-\frac{E}{kT}} \quad (\text{C.13})$$

L'énergie des particules à l'intérieur du soleil :  $kT = 1.3 \text{ keV}$  ( $\sim 15 \cdot 10^6 \text{ K}$ ) est petite par rapport à la hauteur de la barrière coulombienne. Par conséquent, la dépendance en énergie sous l'intégrale (C.4) aura la forme d'une distribution en cloche. La région où cette distribution passe par un maximum définit le pic de Gamow, caractéristique d'une réaction donnée.

En générale, on peut faire l'approximation que le facteur  $S$  est constant dans le pic de Gamow :

$$S(E) \simeq S(E_0) \quad (\text{C.14})$$

Si on insère l'expression (C.12) dans (C.4) on obtient :

$$\langle \sigma v \rangle = \left( \frac{8}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(kT)^{\frac{3}{2}}} S(E_0) \int_0^{\infty} \exp \left( -\frac{E}{kT} - \frac{b}{\sqrt{E}} \right) dE \quad (\text{C.15})$$

ce qui permet de définir  $E_0$  comme la position du maximum de l'expression sur l'intégrale.

A titre d'exemple, le maximum du pic de Gamow pour la réaction  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$  se trouve à environ 20 keV et à environ 30 keV pour la réaction  ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$ .



# Table des figures

2.1	Détermination de l'énergie $E_{res}$ et de la largeur $\Gamma_{res}$ . . . . .	28
4.1	Réactions nucléaires des chaînes $p-p$ . . . . .	40
4.2	Spectre en énergie des neutrinos solaires . . . . .	41
4.3	Comparaison entre les spectres expérimentaux du ${}^8\text{B}$ et du ${}^8\text{Li}$ et les résultats de modèle en couches . . . . .	43
4.4	Potentiels utilisés pour le calcul de fonctions d'onde radiales du ${}^8\text{B}$	45
4.5	Forme asymptotique du potentiel (halo de champ moyen) . . . . .	46
4.6	Potentiel pour le ${}^8\text{B}$ pour différentes interactions résiduelles . . . . .	47
4.7	Spectres du ${}^8\text{B}$ dans différentes approximations du SMEC . . . . .	48
4.8	Spectres du ${}^8\text{B}$ pour différentes interaction résiduelles . . . . .	50
4.9	Energie ( $E_R$ ) et largeur ( $\Gamma_R$ ) effectives en fonction de $E_{cm}$ pour le ${}^8\text{B}$ . . . . .	52
4.10	Spectres du ${}^8\text{Li}$ pour différentes interaction résiduelles . . . . .	54
4.11	Energie ( $E_R$ ) et largeur ( $\Gamma_R$ ) effectives en fonction de ( $E_{cm}$ ) pour le ${}^8\text{Li}$ . . . . .	56
4.12	Section efficace de capture radiative ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ . . . . .	58
4.13	Comparaison du facteur astrophysique calculé avec le SMEC pour la réaction ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ avec les données . . . . .	59
4.14	Section efficace de capture radiative ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$ . . . . .	60
4.15	Comparaison entre la section efficace de la réaction ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$ calculée avec le SMEC et les données . . . . .	61
4.16	Comparaison entre la section efficace de la réaction ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$ calculée avec le SMEC et les données à très basse énergie . . . . .	62
4.17	Sections efficaces de dissociation coulombienne pour la réaction ${}^8\text{B}$ sur ${}^{208}\text{Pb}$ à 250 MeV par nucléon . . . . .	64
4.18	Sections efficaces de dissociation coulombienne pour la réaction ${}^8\text{B} + {}^{208}\text{Pb}$ à 250 MeV.A calculées avec le modèle EB et le SMEC	64
4.19	Section efficace différentielle $\varepsilon \frac{d\sigma}{d\theta}(\theta)$ pour la réaction ${}^8\text{B} + {}^{208}\text{Pb}$ à 51.9 MeV.A. . . . .	66
4.20	Contributions $E1 + E2$ dans la section efficace de dissociation coulombienne pour la réaction ${}^8\text{B} + {}^{208}\text{Pb}$ à 250 MeV.A . . . . .	67
4.21	Distribution angulaire du système ${}^8\text{B}^*$ calculée avec le SMEC pour la réaction ${}^8\text{B} + {}^{208}\text{Pb}$ à 250 MeV.A . . . . .	68

4.22	Composantes $E1$ , $E2$ et $M1$ de dissociation coulombienne de la réaction ${}^8\text{B} + {}^{208}\text{Pb}$ à 250 MeV.A dans la fenêtre $0.01^\circ$ à $1.0^\circ$ . . .	68
4.23	Différents champs moyens pour les états $5/2^+$ et $1/2^+$ du ${}^{17}\text{F}$ . . .	76
4.24	Différents champs moyens pour les états de $1/2^-$ du ${}^{17}\text{F}$ . . . . .	77
4.25	Spectres du ${}^{17}\text{F}$ calculés avec les interactions résiduelles WB et DDSM1. . . . .	78
4.26	Spectres du ${}^{17}\text{F}$ avec ou sans renormalisation de l'interaction résiduelle . . . . .	79
4.27	Spectres de l' ${}^{17}\text{O}$ calculés avec différentes interactions résiduelles .	81
4.28	Composantes $E1$ (ligne continue), $M1$ et $E2$ de la section efficace de la réaction ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$ . . . . .	83
4.29	Facteur astrophysique $S$ de la réaction ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$ . . . . .	84
4.30	Composantes $E2$ et $M1$ du facteur astrophysique $S$ pour les réactions ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}(J^\pi = 1/2_1^+)$ et ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}(J^\pi = 5/2_1^+)$ . . . . .	86
4.31	Déphasages pour la diffusion élastique de proton sur l' ${}^{16}\text{O}$ . . . . .	87
4.32	Section efficace de diffusion élastique ${}^{16}\text{O}(p, p){}^{16}\text{O}$ . . . . .	88
7.1	Potentiel PTG pour différents paramètres de forme . . . . .	114
7.2	Résonances dans les plans $E$ et $k$ . . . . .	118
7.3	Fonctions d'ondes d'état lié, résonnant et virtuel $3s_{1/2}$ du potentiel PTG calculées analytiquement . . . . .	123
7.4	Localisation et déphasage des états $s_{1/2}$ . . . . .	125
8.1	Localisation des états de particules et de quasi-particules $s_{1/2}$ . . .	129
8.2	Déphasage des états de particules et de quasi-particules $s_{1/2}$ . . .	129
8.3	Etat canonique $3s_{1/2}$ correspondant aux trois cas de la figure 7.3 .	130
8.4	Normes des composantes basses des états de quasi-particules $s_{1/2}$ .	132
8.5	Localisation des états de particules et de quasi-particules $d_{3/2}$ . .	133
8.6	Normes des composantes basses des états de quasi-particules $d_{3/2}$	134
8.7	Localisation des états de particules et de quasi-particules $d_{3/2}$ pour le potentiel PTG avec la barrière centrifuge réaliste . . . . .	135
8.8	Norme des états de quasi-particules $d_{3/2}$ . . . . .	136

# Liste des tableaux

4.1	Paramètres de profondeur du potentiel initial pour le ${}^8\text{B}$ et le ${}^8\text{Li}$	44
4.2	Energies expérimentales et calculées des états du ${}^8\text{B}$	48
4.3	Influence du paramètre d'échange sur le spectre du ${}^8\text{B}$	49
4.4	Energies expérimentales et calculées des états du ${}^8\text{Li}$	53
4.5	Influence du paramètre d'échange sur le spectre du ${}^8\text{Li}$	55
4.6	Fonction d'onde de l'état de base de l' ${}^{16}\text{O}$	72
4.7	Fonctions d'onde des états du ${}^{16}\text{F}$	73
4.8	Amplitudes spectroscopiques dans le ${}^{17}\text{F}$	73
4.9	Paramètres du potentiel initial $v(r)$ pour le ${}^{17}\text{F}$ et l' ${}^{17}\text{O}$	74
4.10	Energies des états de particules individuelles utilisées pour le ${}^{17}\text{F}$ et l' ${}^{17}\text{O}$	75
4.11	Spectres du ${}^{17}\text{F}$	80
4.12	Spectres de l' ${}^{17}\text{O}$	82
4.13	Limites en 0 des différentes contributions dans le facteur $S$ pour la réaction ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}(\frac{1}{2}^+)$	85
4.14	Limites en 0 des différentes contributions dans le facteur $S$ pour la réaction ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}(\frac{5}{2}^+)$	85
7.1	Paramètres utilisés pour tracer les potentiels PTG	113
7.2	Paramètres de profondeur du potentiel	122
8.1	Paramètres de profondeur du potentiel PTG'	128
8.2	Propriétés des solutions de HFB	130



# Bibliographie

- [1] H.W. Barz, I. Rotter and J. Höhn, Nucl. Phys. **A 275** (1977) 111; *ibid* **A 307** (1977) 285.
- [2] H.R. Kissener, I. Rotter and N.G. Goncharova, Fortschr. Phys. **35** (1987) 277;  
I. Rotter, Rep. Prog. Phys. **54** (1991) 635.
- [3] J.N. Bahcall, *Solar Modeling*, World Scientific (Singapore), 1994.
- [4] F. Boué, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux-Gradignan, Rapport CENBG 99-03.
- [5] N. Isawa *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 15.
- [6] A. Bulgac Preprint FT-194-1980, Central Institute of Physics, Bucharest, 1980, nucl-th/9907088;  
J. Dobaczewski, H. Flocard and J. Treiner, Nucl. Phys. **A 422** (1984) 103;  
M.V. Zverev and É.E. Sapershtein, Sov. J. Nucl. Phys. **39** (1984) 878; *ibid.* **42** (1985) 683;  
S.T. Belyaev, A.V. Smirnov, S.V. Tolokonnikov and S.A. Fayans, Sov. J. Nucl. Phys. **45** (1987) 783.
- [7] J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, T.R. Werner, J.F. Berger, C.R. Chinn and J. Dechargé, Phys. Rev. **C 53** (1996) 2809;  
J. Dobaczewski and W. Nazarewicz, Phil. Trans. R. Soc. Lond. **A 356** (1998) 2007.
- [8] F. Tondeur, Nucl. Phys. **A 315** (1979) 353;  
M.M. Sharma, G.G. Lalazissis, W. Hillebrandt and P. Ring, Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1431;  
R.C. Nayac and J.M. Pearson, Phys. Rev. **C 52** (1995) 2254.
- [9] N. Sandulescu, R.J. Liotta and R. Wyss, Phys. Lett. **B 394** (1997) 6;  
N. Sandulescu, Nguyen Van Giai and R.J. Liotta, nucl-th/9811037.
- [10] J.N. Ginocchio, Ann. of Phys. (NY) **152** (1984) 203; *ibid.* **159** (1985) 467.
- [11] O. Haxel, J.H.D. Jensen and H.E. Suess, Phys. Rev. **75** (1949) 1766;  
M.G. Mayer, Phys. Rev. **78** (1950) 16.
- [12] K.A. Brueckner, dans D.R. Bates, *Quantum Theory*, vol III, Chap. VIII, Academic Press (New York, London), 1962;

- K.A. Brueckner and L. Gammel, Phys. Rev. **109** (1958) 1023;  
H.A. Bethe, Phys. Rev. **103** (1956) 1353, et les références reliées.
- [13] A.M. Lane, Proc. Phys. Soc. A **68** (1955) 189, 197;  
D. Kurath, Phys. Rev. **101** (1956) 216.
- [14] D.R. Inglis, Rev. Mod. Phys. **25** (1953) 390.
- [15] J.P. Elliot and B.H. Flowers, Proc. R. Soc. London Ser. A **229** (1955) 536;  
*ibid* **242** (1955) 57.
- [16] B.A. Brown and B.H. Wildenthal, At. Data Nucl. Data Tables **33** (1985) 347.
- [17] E. Pasquini, Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, Rapport CRN/PT 76-14;  
A.P. Zuker, Nucl. Phys. A **576** (1994) 65;  
M. Dufour and A.P. Zuker, Phys. Rev. C **34** (1996) 1641.
- [18] H. Feshbach, Ann. of Phys. **5** (1958) 357; *ibid* **19** (1962) 287.
- [19] C. Bloch, Proc. Int. School of Physics «Enrico Fermi», course XXXVI, *Many-Body Description of Nuclear Structure and Reactions*, Varenna, Academic Press (New-York, London), p. 394, 1966.
- [20] W. Brenig, Nucl. Phys. **13** (1959) 333;  
U. Fano, Phys. Rev. **124** (1961) 1866;  
L.S. Rodberg, Phys. Rev. **124** (1961) 210;  
W.M. Macdonald, Nucl. Phys. **54** (1964) 393; *ibid* **56** (1964) 636;  
R.J. Philpott, Phys. Rev. C **7** (1973) 869; Nucl. Phys. A **243** (1975) 260;  
*ibid* A **289** (1977) 109.
- [21] C. Mahaux, H.A. Weidenmüller, *Shell-model Approach to Nuclear Reactions*, North-Holland (Amsterdam), 1969.
- [22] W. Hauser and H. Feshbach, Phys. Rev. **87** (1952) 366;  
F.K. Thielemann, M. Arnould and J.W. Truran, *Advances in Nuclear Astrophysics*, Ed. E. Vangioni-Flam *et al*, Editions Frontières (Gif-sur-Yvette), p. 525, 1987.
- [23] A. Burrows and B.A. Fryxell, Science **258** (1992) 430;  
E. Müller and H.T. Janka, Astron. Astrophys. **317** (1997) 140.
- [24] K. Bennaceur, F. Nowacki, J. Okołowicz and M. Płoszajczak, Proc. Int. Workshop XXVI on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, M. Buballa *et al.* eds, Hirschegg (Austria), January 11-17, 1998, p. 407;  
K. Bennaceur, F. Nowacki, J. Okołowicz and M. Płoszajczak, J. Phys. G **24**(1998)1631; Nucl. Phys. A **651**(1999)289; Nucl. Phys. A (1999), à paraître, nucl-th/9909050;  
R. Shyam, K. Bennaceur, J. Okołowicz and M. Płoszajczak, Nucl. Phys. A (1999), à paraître, nucl-th/9905066.

- [25] I. Tanihata *et al.*, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 2676;  
I. Tanihata *et al.*, Phys. Lett. **B206** (1988) 592;  
I. Tanihata, J. Phys. G **22** (1996) 157;  
J.M.Bang, B.V.Danilin, V.D.Efros, J.S.Vaagen, M.V.Zhukov, I.J.Thompson,  
and the Russian-Nordic-British Theory (RNBT) Collaboration, Phys. Rep.  
**264** (1996) 27.
- [26] V.V. Balashov, A.N. Boyarkina and I. Rotter, Nucl. Phys. **59** (1964) 414.
- [27] J. Aguilar and J.M. Combes, Comm. Math. Phys. **22** (1971) 269, 280;  
B. Simon, Comm. Math. Phys. **27** (1972) 1.
- [28] Y.K. Ho, Phys. Rep. **99** (1983) 1.
- [29] A. Abzouzi, E. Caurier, A.P. Zuker, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 1134.
- [30] J.P. Elliot and T.H.R. Skyrme, Proc. R. Soc. London Ser **A 232** (1955) 561;  
S. Gartenhaus and C. Schwartz, Phys. Rev. **108** (1957) 482.
- [31] D.H. Gloeckner and R.D. Lawson, Phys. Lett. **B 53** (1974) 313.
- [32] J.H. Applegate *et al.*, Phys. Rev. **D 35** (1987) 1151; Ap. J. **329** (1988) 572;  
G.M. Fuller, G.J. Mathews and C.R. Alcock, Phys. Rev. **D 37** (1988) 1380;  
R.A. Malaney, W.A. Fowler, Ap. J. **333** (1988) 14;  
N. Terasawa, K. Sato, Prog. Theor. Phys. **81** (1989) 254; Ap. J. **362** (1990)  
L47.
- [33] C. Rolfs, W. Rodney, *Cauldron in the Cosmos*, The University of Chicago  
Press, 1988.
- [34] A.E. Champagne, M. Wiescher, Ann. Rev. Part. Sci. **42** (1992) 39.
- [35] R.F. Christy and I. Duck, Nucl. Phys. **A 24** (1961) 89;  
T.A. Tombrello and P.D. Parker, Phys. Rev. **131** (1963) 2582;  
K.H. Kim, M.H. Park and B.T. Kim, Phys. Rev. **C 35** (1987) 363.
- [36] F.C. Barker, Aust. J. Phys. **33** (1980) 177.
- [37] C. Rolfs, Nucl. Phys. **A 217** (1973) 29.
- [38] M. Yasue *et al.*, Phys. Rev. **C 46** (1992) 1242.
- [39] H.J. Fortune, L.R. Medsker, J.P. Garrett and H.G. Bingham, Phys. Rev. **C**  
**12** (1975) 1723.
- [40] J. Vernotte, G. Berrier-Rosnin, J. Kalifa, R. Tamissier and B.H. Wildenthal,  
Nucl. Phys. **A 571** (1994) 1.
- [41] P. Descouvemont and D. Baye, Nucl. Phys. **A 487** (1988) 420.
- [42] P. Descouvemont and D. Baye, Nucl. Phys. **A 567** (1994) 341.
- [43] P. Descouvemont and D. Baye, Nucl. Phys. **A 573** (1994) 28;  
P. Descouvemont, Nucl. Phys. **A 646** (1999) 261; Ap. J. **405** (1993) 518.
- [44] B. Fladt, K.W. Schmid and F. Grümmer, Ann. Phys. (NY) **184** (1988) 254,  
300.

- [45] P.J. Brussard and P.W.M. Glaudemans, *Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy*, North-Holland Publishing Company (Amsterdam–New York–Oxford), 1977.
- [46] B.W. Phillipone, A.J. Elwyn, C.N. Davids, D.D. Koethe, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 42.
- [47] F. Hammache *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 928.
- [48] R.W. Kavanagh, *Nucl. Phys.* **16** (1960) 411;  
R.W. Kavanagh, T.A. Tombrello, J.M. Mosher and D.R. Goosman, *Bull. Am. Phys. Soc.* **14** (1969) 1209;  
P.D. Parker, *Phys. Rev.* **150** (1966) 851; *Ap. J.* **145** (1966) 960;  
F.J. Vaughn, R.A. Chalmers, D.A. Kohler and L.F. Chase, *Phys. Rev. C* **2** (1970) 1657;  
C. Wiezorek, H. Kräwinkel, R. Santo and L. Wallek, *Z. Phys. A* **282** (1977) 121.
- [49] E.G. Adelberger *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **70** (1998) 1265.
- [50] A. Csótó, K. Langanke, S.E. Koonin and T.D. Shoppa, *Phys. Rev. C* **52** (1995) 1130;  
A. Csótó and K. Langanke, *Nucl. Phys. A* **636** (1998) 240;  
A. Csótó, *Heavy-Ion Physics* **6** (1997) 103; *Phys. Lett. B* **394** (1997) 247.
- [51] M. Carchidi, B.H. Wildenthal and B.A. Brown, *Phys. Rev. C* **34** (1986) 2280.
- [52] B.A. Brown, A. Csótó and R. Sherr, *Nucl. Phys. A* **597** (1996) 66.
- [53] H. Krauss, K. Grün, T. Rauscher and H. Oberhummer, *Annalen der Physik* **2** (1993) 258;  
F.C. Barker and R.H. Spear, *Ap. J.* **307** (1986) 847.
- [54] R. Shyam, I.J. Thompson and A.K. Dutt-Mazumder, *Phys. Lett. B* **371** (1996) 1.
- [55] J.N. Bahcall, *Ap. J.* **467** (1996) 475.
- [56] M. Arnould and H. Nørgaard, *Astron. Astrophys.* **42** (1975) 55;  
H.M.J. Boffin *et al.*, *Astron. Astrophys.* **279** (1993) 173.
- [57] T. Motobayashi, communication privée.
- [58] S. Cohen, D. Kurath, *Nucl. Phys. A* **73** (1965) 1.
- [59] E. Caurier, programme ANTOINE, Strasbourg, 1989;  
E. Caurier, A. Poves and A.P. Zuker, *Proc. Workshop on Nuclei Far from Stability*, ed. G. Klotz, Obernai, France, 1989.
- [60] P.G. Hansen and B. Jonson, *Europhys. Lett.* **4** (1987) 409.
- [61] K. Riisager, A.S. Jensen and P. Møller, *Nucl. Phys. A* **548** (1992) 393.
- [62] B. Buck and D. Hill, *Nucl. Phys. A* **95** (1967) 271.

- [63] E. Wigner, Phys. Rev. **51** (1937) 106.
- [64] J.B. French and J.C. Parikh, Phys. Lett. **B 35** (1971) 1;  
P. Vogel and W.E. Ormand, Phys. Rev. **C 47** (1993) 623.
- [65] P.T. Nang, Nucl. Phys. **A 185** (1972) 413.
- [66] N.C. Mukhopadhyay and F. Cannata, Phys. Lett. **B 51** (1974) 225.
- [67] D.H. Wilkinson, Proceedings of *The Robert A. Welsh Foundation Conferences on Chemical Research. I. The Structure of the Nucleus*, Houston, Texas, November 20-22, 1957, p. 13.
- [68] G. John and P. Kramer, Nucl. Phys. **A 204** (1973) 203.
- [69] H. Stöwe, W. Zahn, Nucl. Phys. **A 289** (1977) 317.
- [70] D.J. Millener, D.E. Alburger, E.K. Warburton and D.H. Wilkinson, Phys. Rev. **C 26** (1982) 1167.
- [71] B. Davids *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 2209.
- [72] N. Kumar, Nucl. Phys. **A 235** (1974) 221.
- [73] T. Kikuchi *et al.*, Phys. Lett. **B 391** (1997) 261.
- [74] S. Typel and G. Baur, Phys. Rev. **C 50** (1994) 2104.
- [75] J.E. Lynn, E.T. Journey and S. Raman, Phys. Rev. **C 44** (1991) 764.
- [76] Y. Nagai *et al.*, Ap. J. **381** (1991) 444.
- [77] J.C. Blackmon, A.E. Champagne, J.K. Dickens, J.A. Harvey, M.A. Hofstee, S. Kopecky, D.C. Larson, D.C. Powell, S. Raman and M.S. Smith, Phys. Rev. **C 54** (1996) 383.
- [78] A.N.F. Alexio and C.A. Bertulani, Nucl. Phys. **A 505** (1989) 448.
- [79] H. Esbensen and G.F. Bertsch, Nucl. Phys. **A 600** (1996) 37.
- [80] F.C. Barker, Aust. Phys. Rev. **C 37** (1988) 2920.
- [81] F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. **A 490** (1988) 1.
- [82] T. Motobayashi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 2680.
- [83] K. Alder and A. Winther, *Electromagnetic Excitation*, North-Holland, Amsterdam, 1975.
- [84] R. Shyam and I.J. Thompson, Phys. Rev. **C 58** (1998) 2465.
- [85] R. Shyam and I.J. Thompson, Phys. Rev. **C 59** (1999) 2465.
- [86] B.M. Freedom and B.H. Wildenthal, Phys. Rev. **C 6** (1972) 1633.
- [87] B.H. Wildenthal, Prog. Part. Nucl. Phys. **11** (1984) 5.
- [88] B.A. Brown, W.A. Richter, R.E. Julies and B.H. Wildenthal, Ann. Phys. (NY) **182** (1988) 191.
- [89] B.A. Brown and B.H. Wildenthal, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **38** (1988) 191.

- [90] S. Kahana, H.C. Lee and C.K. Scott, Phys. Rev. **180** (1969) 956.
- [91] J. Duflo and A.P. Zuker, Phys. Rev. **C 59** (1999) R2347.
- [92] G.E. Brown and A.M. Green, Nucl. Phys. **75** (1966) 401.
- [93] A.P. Zuker, B. Buck and J.B. McGrory, Phys. Rev. Lett. **21** (1968) 39.
- [94] W.C. Haxton and C. Johnson, Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 1325.
- [95] E.K. Warburton, B.A. Brown and D.J. Millener, Phys. Lett. **B 293** (1992) 923.
- [96] J.B. Ehrman, Phys. Rev. **81** (1951) 412 ;  
R.G. Thomas, Phys. Rev. **88** (1952) 1109.
- [97] B. Schwesinger and J. Wambach, Nucl. Phys. **A 426** (1984) 253.
- [98] ENSDF/NNDC : <http://ie.lbl.gov/ensdf/>
- [99] K.L.G. Heyde, *The Nuclear Shell Model*, Springer-Verlag, 1994.
- [100] R. Morlock, R. Kunz, A. Mayer, M. Jaeger, A. Müller, J.W. Hammer, P. Mohr, H. Oberhummer, G. Staudt and V. Kölle, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 3837.
- [101] R.A. Blue and W. Haeberli, Phys. Rev. **137** (1965) B284.
- [102] S.R. Salisbury, G. Haradie, L. Oppliger and R. Dangle, Phys. Rev. **126** (1962) 2143.
- [103] M.J.G. Borge, J. Deding, P.H. Hansen, B. Jonson, G. Martinez-Pinedo, P. Møller, G. Nyman, A. Poves, A. Richter, K. Riisager and O. Tengblad, Phys. Lett. **B 317** (1993) 25.
- [104] S.E. Woosley, D. Hartmann, R.D. Hoffman and W.C. Haxton, Ap. J. **356** (1990) 272.
- [105] A.B. Migdal, *Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei*, Interscience (New York), 1967 ;  
A.B. Migdal, Proc. Int. School of Physics «Enrico Fermi», course XXXVI, *Many-Body Description of Nuclear Structure and Reaction*, Varenna, Academic Press (New York), p 171, 1966.
- [106] W. Nazarewicz, T.R. Werner, and J. Dobaczewski, Phys. Rev. **C 50** (1994) 2860.
- [107] M.V. Stoitsov, P. Ring, D. Vretenar, and G.A. Lalazissis, Phys. Rev. **C 58** (1998) 2086 ;  
M.V. Stoitsov, W. Nazarewicz, and S. Pittel, Phys. Rev. **C 58** (1998) 2092.
- [108] G.F. Bertsch and H. Esbensen, Ann. Phys. (N.Y.) **209** (1991) 327 ;  
V.E. Starodubsky. Sov. J. Nucl. Phys. **54** (1991) 19.
- [109] W. Nazarewicz, J. Dobaczewski, T.R. Werner, J.A. Maruhn, P.-G. Reinhard, K. Rutz, C.R. Chinn, A.S. Umar, and M.R. Strayer, Phys. Rev. **C 53** (1996) 740 ;

- P.H. Heenen, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P. Bonche, and T.L. Khoo, *Phys. Rev. C* **57** (1998) 1719;  
J. Terasaki, P.-H. Heenen, H. Flocard, and P. Bonche, *Nucl. Phys. A* **600** (1996) 371.
- [110] J. Terasaki, H. Flocard, P.-H. Heenen, and P. Bonche, *Nucl. Phys. A* **621** (1997) 706;  
N. Tajima, XVII RCNP International Symposium on *Innovative Computational Methods in Nuclear Many-Body Problems*, eds. H. Horiuchi *et al.*, World Scientific (Singapore), p. 343, 1998.
- [111] Z. Patyk, A. Baran, J.F. Berger, J. Dechargé, J. Dobaczewski, P. Ring and A. Sobieczewski, *Phys. Rev. C* **58** (1999) 704.
- [112] P. Ring, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **37** (1996) 193;  
J. Meng and P. Ring, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 3963;  
T. Gonzales-Llarena, I.L. Egido, G.A. Lalazissis, and P. Ring, *Phys. Lett. B* **379** (1996) 13;  
W. Pöschl, D. Vretenar, G.A. Lalazissis, and P. Ring, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1977) 3841;  
J. Meng, I. Tanihata, and S. Yamaji, *Phys. Lett.* **419B** (1998) 1;  
J. Meng and P. Ring, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 460;  
J. Meng, *Nucl. Phys.* **A635** (1998) 3;  
M.V. Stoitsov, P. Ring, D. Vretenar, and G.A. Lalazissis, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 2086;  
D. Vretenar, G.A. Lalazissis, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **57** (1998) 3071.
- [113] J.R. Bennett, J. Engel, and S. Pittel, *Phys. Lett. B* **368** (1996) 7.
- [114] A.B. Migdal, A.M. Perelomov, and V.S. Popov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **14** (1972) 488;  
A.M. Perelomov and V.S. Popov, *Sov. Phys. JETP* **34** (1972) 928.
- [115] V.M. Galitsky, and V.F. Cheltsov, *Nucl. Phys.* **56** (1964) 86.
- [116] A.T. Kruppa, P.-H. Heenen, H. Flocard, and R.J. Liotta, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 2217;  
T. Vertse, R.J. Liotta, W. Nazarewicz, N. Sandulescu, and A.T. Kruppa, *Phys. Rev. C* **57** (1998) 3089.
- [117] G.A. Natanzon, *Vestnik Leningrad Univ.* **10** (1971) 22; *Teoret. Mat. Fiz.* **38** (1979) 146.
- [118] K. Bennaceur, J. Dobaczewski, M. Płoszajczak, *Phys. Rev. C* **60** (1999).
- [119] J.F Berger, *Approches de Champ Moyen et Au-delà*, Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire, 1991.
- [120] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-body Problem*, Springer-Verlag, (New-York) 1980.

- [121] S. Flügge, *Practical Quantum Mechanics*, Springer-Verlag, (Berlin), Vol I, prob. 39, 1971.
- [122] G. Pöschl and E. Teller, *Z. Phys.* **83** (1933) 143.
- [123] S.T. Ma, *Phys. Rev.* **71** (1947) 195.
- [124] E.B. Davies, *Lett. Math. Phys.* **1** (1975) 31.
- [125] V.I. Kukulin, V.M. Krasnopol'sky and J. Horáček, *Theory of Resonances : Principles and Applications*, Kluwer Academic Publisher (Dordrecht – Boston – London), 1989.
- [126] J. José, A. Coc and M. Hernanz, *Ap. J.* **520** (1999) 347.
- [127] G. Vancraeynest *et al.*, *Phys. Rev. C* **57** (1998) 2711.
- [128] K. Rykaczewski, communication privée.
- [129] D.W. Bardayan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, **1** (1999) 45.
- [130] F. Oliveira Santos, expérience E316.
- [131] M.V. Stoitsov, J. Dobaczewski, P. Ring, S. Pittel, nucl-th/9909006, à paraître.
- [132] J.M. Blatt, V.F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, Wiley (New York) 1962.

## Résumé :

Les avancées récentes en physique nucléaire expérimentale permettent d'étudier les systèmes nucléaires à la limite de la vallée de stabilité. La découverte de nouveaux phénomènes, comme les halos et les peaux de neutrons, nécessite le développement de nouveaux outils théoriques permettant d'étudier ces systèmes.

Le développement et les applications du modèle en couches avec couplages au continuum constituent la première partie de ce travail. Ce formalisme nouveau permet de prendre en compte les corrélations entre les états liés et les états de diffusion des noyaux faiblement liés. Nous l'avons appliqué à l'étude de la spectroscopie des noyaux miroir  ${}^8\text{B}$ - ${}^8\text{Li}$  et  ${}^{17}\text{F}$ - ${}^{17}\text{O}$ . Il permet également de calculer les sections efficaces de diffusion élastique, de dissociation coulombienne et de capture radiative. Nous présentons notamment les résultats concernant les réactions d'intérêt astrophysique :  ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$  et  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ . Cette dernière réaction est particulièrement importante pour la compréhension des modèles solaires car la désintégration du  ${}^8\text{B}$  fournit l'essentiel du flux de neutrinos solaires de haute énergie.

La seconde partie de ce travail porte sur l'analyse de l'interaction d'appariement loin de la vallée de stabilité. Nous avons développé une approche, basée sur la méthode de Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB), permettant d'étudier les corrélations d'appariement entre états liés et états de diffusion, résonnants ou non. Le potentiel « particule-trou » est remplacé par un potentiel dont les solutions sont connues analytiquement. Cette méthode permet d'analyser l'effet de l'appariement sur des états de particule liés ou résonnants situés à des énergies arbitraires. Nous avons ainsi pu démontrer que le continuum non résonnant peut jouer un rôle crucial dans les noyaux faiblement liés et que la résolution des équations de HFB en base position est une des seules méthodes permettant de traiter correctement ce problème.

## Abstract :

The recent advances in experimental nuclear physics make it possible to study nuclear systems far from the  $\beta$  stability line. The discovery of new phenomena, like halos or neutron skins, requires the development of new theoretical models which enable to study these systems.

The first part of this work is devoted to the development and the applications of the Shell Model Embedded in the Continuum (SMEC). This new formalism allows to take into account the correlations between the bound and scattering states of loosely bound nuclei. SMEC is applied here to the study of the spectroscopy of the mirror nuclei  ${}^8\text{B}$ - ${}^8\text{Li}$  and  ${}^{17}\text{F}$ - ${}^{17}\text{O}$ . It can also be used to calculate the cross sections of the elastic scattering, the Coulomb breakup processes and the radiative  $n, p$  capture processes. The results concerning the reactions of astrophysical interest :  ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$  and  ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ , are discussed in details. This last reaction is very important because the disintegration of  ${}^8\text{B}$  is the main source of high energy neutrinos in the sun.

The second part of this work is related to the analysis of pairing interaction for weakly bound nuclei. We have developed a new approach, based on the Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) theory, that allows to study the pairing correlations between bound and scattering states, both resonant and not resonant ones. The « particle-hole » potential is replaced by a model potential for which the solutions are analytically known. This method allows to analyse the effect of pairing on bound and resonant states, independently of their energy position. We have clearly demonstrated that the non-resonant continuum plays a crucial role in the loosely bound nuclei and that solving the HFB equations in the coordinate space is the only method that permits to treat this problem correctly.