Développement de méthodes numériques pour l'imagerie de sources otpoacoustiques en milieu solide

Samuel Raetz

▶ **To cite this version:**

Samuel Raetz. Développement de méthodes numériques pour l'imagerie de sources otpoacoustiques en milieu solide. Acoustique [physics.class-ph]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2012. Français. NNT : . tel-00767436v2

HAL Id: tel-00767436

https://theses.hal.science/tel-00767436v2

Submitted on 4 Mar 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 4624

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par **Samuel RAETZ**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : **Mécanique**

Développement de méthodes numériques pour l'imagerie de sources optoacoustiques en milieu solide

---

Date de soutenance : 16 novembre 2012

Après avis de :

M.	V. GUSEV, professeur à l'université du Maine, membre senior de l'IUF	**Rapporteurs**
Mme	C. PRADA, directrice de recherche au CNRS	

Devant la commission d'examen formée de :

Mme	C. DEJOUS, professeur à l'Institut Polytechnique de Bordeaux	**Présidente**
M.	B. AUDOIN, professeur à l'Université Bordeaux 1	**Examinateurs**
M.	P. BURGHOLZER, directeur du centre de recherche RECENDT GmbH	
M.	T. DEHOUX, chargé de recherche au CNRS	
M.	V. GUSEV, professeur à l'université du Maine, membre senior de l'IUF	
M.	F. PADILLA, chargé de recherche au CNRS	
Mme	C. PRADA, directrice de recherche au CNRS	

- 2012 -

Développement de méthodes numériques pour l'imagerie de sources optoacoustiques en milieu solide

L'objectif de ces travaux est le développement d'une méthode d'imagerie de sources optoacoustiques en milieu solide. Afin d'analyser l'influence de la géométrie de la source sur les ondes acoustiques qu'elle génère et ainsi prévoir qualitativement si l'image de la source peut être obtenue avec une précision suffisante, la directivité d'une source acoustique est d'abord considérée. Pour quantifier plus précisément cette influence, la résolution complète de la propagation des ondes générées par cette source est ensuite menée. L'analyse de l'influence de l'incidence oblique d'un faisceau laser lors de la génération photoacoustique est proposée en illustration. La seconde partie de ce manuscrit est consacrée à la résolution du problème inverse qui permet d'obtenir l'image de la source initiale. Un algorithme de rétropropagation est alors mis en place. Il est basé sur les principes du retournement temporel et de Huygens, et simule la propagation, en milieu solide, des ondes mesurées vers la position initiale de la source acoustique.

Mots clés : Ultrasons lasers, imagerie, retournement temporel, source acoustique asymétrique, diagramme de directivité, modélisation semi-analytique.

Development of numerical methods for the imaging of optoacoustic sources in solid media

The purpose of this work is to develop a method to image optoacoustic sources in solid media. To analyze the influence of the source geometry on laser-generated acoustic waves and thus qualitatively predict if the image of the source can be obtained with sufficient accuracy, the directivity of an acoustic source is considered first. In order to quantify more precisely this influence, the complete resolution of the propagation of acoustic waves generated by this source is then achieved. The analysis of the effect of oblique incidence of a laser beam in the photoacoustic generation process is proposed as an illustration. The second part of this thesis is devoted to the inverse problem resolution, which provides the image of the initial acoustic source. A backpropagation algorithm is then implemented. It is based on the time-reversal principle and the Huygens' principle, and simulates, in a solid medium, the propagation of the measured acoustic waves back to the initial position of the acoustic source.

Keywords : Laser ultrasonics, imaging, time reversal, asymmetric acoustic source, directivity pattern, semi-analytical modelling.

Université Bordeaux 1
CNRS UMR 5295
I2M, dept. APY – BAT. A4
351, cours de la Libération
F-33405, Talence, France

Je remercie Marc Deschamps, directeur de recherche au CNRS, ainsi qu'Eric Arquis, professeur des universités à l'Institut Polytechnique de Bordeaux, pour m'avoir accueilli successivement au sein du Laboratoire de Mécanique Physique, puis à l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux au cours de ma thèse.

Ce mémoire est le résultat d'un travail effectué au sein de l'équipe Ultrasons Laser, coordonnée par Bertrand Audoin, professeur des universités à l'université Bordeaux 1.

Je tiens à remercier Claire Prada, directrice de recherche au CNRS, et Vitalyi Gusev, professeur des universités à l'université du Maine et membre senior de l'Institut Universitaire de France, de m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail.

Mes remerciements vont également à Corinne Dejous, professeur des universités à l'Institut Polytechnique de Bordeaux, pour avoir présidé le jury de thèse.

Je remercie de même Peter Burgholzer, directeur du centre de recherche RECENDT GmbH, et Frédéric Padilla, chargé de recherche au CNRS, pour avoir accepté de participer au jury de thèse, parfois dans un délai très court et malgré le poids du manuscrit.

J'adresse particulièrement toute ma reconnaissance à Bertrand Audoin et à Thomas Dehoux, chargé de recherche au CNRS, pour m'avoir encadré durant ces trois années. Leurs connaissances, leur passion pour le domaine et leurs conseils ont rendu possible l'aboutissement de ce travail de thèse. Qu'ils voient résumée en ces quelques mots l'expression de mes profonds remerciements pour tout ce qu'ils ont pu m'apporter au cours de ces trois ans, tant sur le plan académique que personnel. La Pologne restera un souvenir impérissable...

Je tiens à remercier vivement Yannick Guillet, maître de conférences à l'université Bordeaux 1, et Clément Rossignol, chargé de recherche au CNRS, pour avoir mis la main à la pâte concernant les expériences en ultrasons lasers. Leurs expertises, leurs explications et leurs conseils sont pour beaucoup dans la réussite et la qualité des résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit.

Je remercie sincèrement Christophe Aristégui, professeur des universités à l'université Bordeaux 1, pour ses nombreux conseils et son soutien durant mes premiers pas dans l'enseignement et le monde académique. Je tiens à formuler mes remerciements à Olivier Poncelet, chargé de recherche au CNRS, pour nos nombreuses conversations qui m'ont permis de mieux appréhender et comprendre le monde académique dans lequel j'évoluais. Merci à tous les deux pour leur franchise et leur accueil.

Mes remerciements vont également à Alexander Shuvalov, directeur de recherche au CNRS, pour nos multiples discussions tant sur les fonctions de Green que sur les garagistes bordelais.

J'adresse mes remerciements à Mathieu Rénier, maître de conférence à l'univerité Bordeaux 1, pour ses conseils avisés et nos fréquents échanges, scientifiques ou non, qui m'ont beaucoup apporté.

Je remercie profondément Béatrice Desoudin et Sandrine Guit sans qui le laboratoire ne tournerait pas ! Merci à elles pour leur présence dès qu'un besoin est formulé, même s'il s'agit de chocolat. Un grand merci également à Cathy Blanchard qui œuvre jour après jour pour le bien être du laboratoire.

Je remercie Mathieu Ducousso pour son accueil lors de ma première année de thèse, pour ses découvertes musicales et sa soutenance de thèse qui restera gravée dans certaines mémoires. Un merci particulier à Allaoua Abbas pour les moments passés dans le bureau, pour sa personnalité généreuse et attachante, et pour avoir pris ma place de « bleu ». Je remercie également Benoît Mascaro, autre personne ayant partagé notre bureau, pour nos petits jeux de devinettes graphiques et autres réflexions conceptuelles ! Je tiens à remercier sincèrement Tony Valier-Brasier pour nos discussions théoriques et les moments passés ensemble lors de son séjour au sein de l'équipe.

Je remercie sincèrement, et plus largement, toutes les personnes du département d'Acoustique Physique de l'I2M pour leur accueil, leur aide et leur soutien au cours de ces trois années. Un grand merci à l'équipe de thésards et de post-docs de l'ex-LMP. Un merci particulier à Maroun, Jérôme, Philippe, Alban, Jérémy, Djoudi, Matthieu, Fred, Salvo et Edith. Merci aux nouveaux venus Samuel et Julien pour les échanges que nous avons déjà eus depuis leurs arrivées.

Je ne peux finir ces remerciements sans me tourner vers ceux qui me sont chers et qui m'ont supporté durant ces trois années, dans tous les sens du terme : Ious, Josépha, Alice, Yohann, Jess, Robin, Anaïs, Vaness, Marion, Damien, Tom, Edouard, Dewi et tous les autres. La liste serait interminable tant je suis entouré de personnes exceptionnelles et généreuses. A tous, du plus profond de mon coeur : Merci.

A mes frères, Frédéric, Pascal et Christophe, à leurs familles respectives, ma grande famille.

A mes parents, Rosine et Yves.

A Emilie.

La dernière démarche de la raison est de reconnaître qu'il y a une infinité de choses qui la surpassent.
Blaise Pascal.

Table des matières

Table des matières

Table des figures iii

Liste des tableaux v

Introduction générale 1

Partie I
Prise en compte de l'incidence du faisceau laser lors de la génération photoacoustique en milieu semi-transparent : étude du problème direct 7

Introduction de la première partie 9

Chapitre 1 Diagrammes de directivité d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique 13

1.1 Description de la géométrie et des hypothèses 17
1.2 Principe du calcul des fonctions de directivité pour une source acoustique surfacique linéique 18
1.2.1 Théorème de réciprocité 18
1.2.2 Fonction de directivité f_L pour des ondes de compression 20
1.2.3 Fonction de directivité f_T pour des ondes de cisaillement 21
1.2.4 Fonctions de directivité pour des sources surfaciques linéiques particulières 22
1.3 Extension du calcul au cas d'une nappe source enfouie oblique 26
1.3.1 Source linéique 26
1.3.2 Rôles des ondes évanescentes 29
1.3.3 Influence de l'enfouissement d'une source linéique 30
1.3.4 Nappe source enfouie 31
1.4 Diagrammes de directivité d'une nappe source enfouie normale 32
1.4.1 Ondes de compression 32
1.4.2 Ondes de cisaillement 33
1.4.3 Cas limite : directivité dans une situation de forte absorption optique . . 36
1.5 Diagrammes de directivité d'une nappe source enfouie oblique 37

1.6 Prise en compte de la largeur finie des sources . . . 43
1.7 Conclusion . . . 46

Chapitre 2 Présentation de modèles préexistants 49
2.1 Description de la géométrie et des hypothèses . . . 51
2.2 Modélisation de la source acoustique en ultrasons lasers . . . 52
2.3 Expression de l'équation d'onde et des conditions aux limites . . . 54
2.4 Principe du calcul du champ de déplacement généré par une nappe source volumique enfouie normale . . . 57
2.5 Cas particulier d'une source surfacique rectiligne . . . 58
2.6 Extension des modèles au cas d'une focalisation circulaire du faisceau laser incident 60
2.7 Conclusion . . . 63

Chapitre 3 Modélisation de la propagation d'ondes acoustiques générées par une source résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique en incidence oblique 65
3.1 Description de la géométrie et des hypothèses . . . 67
3.2 Modification de la distribution de la densité volumique de puissance déposée par le laser . . . 67
3.2.1 Calcul de la densité volumique de puissance sous l'hypothèse d'onde plane 68
3.2.2 Prise en compte du caractère borné de l'onde électromagnétique incidente 70
3.2.3 Illustration de la modification de la distribution de la densité volumique de puissance induite par l'obliquité du faisceau laser incident . . . 71
3.3 Prise en compte de l'incidence oblique dans le calcul des champs de température et de déplacement . . . 72
3.4 Prévision des effets de l'obliquité d'une nappe source volumique enfouie sur le champ de déplacement . . . 76
3.4.1 Etude des ondes de surface détectées en réflexion . . . 77
3.4.2 Etude des ondes de volume détectées en réflexion pour une plaque . . . 79
3.4.3 Etude des formes d'onde détectées en transmission pour une plaque . . . 80
3.5 Conclusion . . . 82

Chapitre 4 Observation expérimentale des effets d'une source acoustique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique en incidence oblique 85
4.1 Description du dispositif expérimental . . . 86
4.2 Résultats expérimentaux et comparaison avec le modèle . . . 88
4.3 Méthode pour l'estimation de la partie réelle de l'indice optique . . . 91
4.4 Pseudo-directivité mesurée . . . 94
4.5 Correction des diagrammes de directivité . . . 96
4.6 Conclusion . . . 99

Conclusion de la première partie 101

Partie II
Imagerie par retournement temporel d'une source acoustique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique 103

Introduction de la seconde partie 105

Chapitre 5 Introduction au principe du retournement temporel 113
5.1 Le principe du retournement temporel et le principe de Huygens : bases des techniques de focalisation et d'imagerie . . . 115
5.1.1 Le principe du retournement temporel . . . 116
5.1.2 Le principe de Huygens . . . 118
5.1.3 Techniques d'imagerie et de focalisation basées sur les principes du retournement temporel et de Huygens . . . 120
5.2 Le miroir et la cavité à retournement temporel : mesure partielle ou totale du champ acoustique . . . 122
5.2.1 Cas d'une mesure partielle du champ acoustique : le miroir à retournement temporel . . . 122
5.2.2 Généralisation du concept de miroir à retournement temporel : la cavité à retournement temporel . . . 124
5.3 Concepts nécessaires pour l'imagerie par retournement temporel en milieu solide 128
5.3.1 Formulation du théorème de représentation dans le cas d'un problème à géométrie tridimensionnelle . . . 131
5.3.2 Formulation du théorème de représentation dans le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle . . . 133
5.3.3 Lien entre les formulations du théorème de représentation pour un problème à géométrie bidimensionnelle ou tridimensionnelle . . . 134
5.4 Conclusion . . . 135

Chapitre 6 Imagerie par retournement temporel d'une source photoacoustique : principe et limitations 137
6.1 Principe de la technique d'imagerie par retournement temporel . . . 138
6.1.1 Problème retourné et conditions aux limites en contraintes . . . 139
6.1.2 Description de la technique d'imagerie en milieu solide borné . . . 142
6.2 Limitations de la technique d'imagerie par retournement temporel . . . 145
6.2.1 Artefacts dus à une source surfacique en mouvement à la vitesse c_2^L . . . 147
6.2.2 Artefacts dus à une source surfacique en mouvement à la vitesse c_2^T . . . 148
6.2.3 Artefacts dus à une source surfacique en mouvement à la vitesse c_L . . . 151
6.3 Conclusion . . . 152

Chapitre 7 Imagerie par retournement temporel d'une source photoacoustique : mise en œuvre expérimentale et perspectives 155
7.1 Imagerie d'une source acoustique d'extension latérale infinie . . . 156

7.2 Imagerie d'une ligne source volumique enfouie (3D) : cas de la mesure en transmission . . . 158
7.2.1 Champ de déplacement simulé . . . 158
7.2.2 Champ de déplacement mesuré . . . 166
7.3 Imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique (2D) : résultats préliminaires et perspectives . . . 170
7.3.1 Imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique : cas de la mesure en transmission . . . 170
7.3.2 S'affranchir de la diffraction dans le cas des problèmes à géométrie bidimensionnelle . . . 172
7.4 Conclusion . . . 176

Conclusion de la seconde partie **179**

Conclusion générale **183**

Annexes **189**

Annexe A Calculs détaillés des fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement pour une force harmonique d'orientation quelconque appliquée à la surface du demi-espace **189**
A.1 Fonction de directivité f_L pour des ondes de compression . . . 190
A.2 Fonction de directivité f_T pour des ondes de cisaillement . . . 193
A.3 Conclusion . . . 195

Annexe B Résolution détaillée de la propagation des ondes acoustiques générées par une nappe source volumique enfouie oblique **197**
B.1 Description de la géométrie et des hypothèses . . . 197
B.2 Calcul de la densité volumique de puissance déposée par le faisceau laser . . . 198
B.3 Calcul de l'élévation de température . . . 201
B.4 Calcul du champ de déplacement . . . 203
B.4.1 Mise en place du problème mathématique à résoudre : système d'équations aux dérivées partielles et conditions aux limites . . . 203
B.4.2 Recherche des solutions en déplacement dans l'espace de Fourier . . . 205
B.4.2.1 Recherche de la solution homogène $\hat{\boldsymbol{u}}_h$ du problème . . . 205
B.4.2.2 Recherche de la solution particulière $\hat{\boldsymbol{u}}_p$ du problème . . . 207
B.4.2.3 Solution totale $\hat{\boldsymbol{u}}$ du champ de déplacement . . . 208
B.4.2.4 Conditions aux limites et expression des amplitudes de la solution homogène . . . 208
B.5 Conclusion . . . 210

Bibliographie **211**

Table des figures

1.1 Représentation schématique des différentes sources acoustiques considérées dans ce manuscrit. 16

1.2 Problèmes directs pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement et (c)-(d) leurs problèmes réciproques, respectivement. 18

1.3 Diagrammes de directivité des ondes de compression (traits pleins) et de cisaillement (traits pointillés) pour une génération surfacique (a) en régime d'ablation et (b) en régime thermoélastique dipolaire. Les flèches schématisent les forces équivalentes pour chacun des régimes. 24

1.4 Problème direct pour le calcul des diagrammes de directivité relatifs à une source d'expansion enfouie. 27

1.5 (a) Courbes des lenteurs de phase dans un milieu isotrope et tracés des vecteurs d'onde de l'onde de cisaillement incidente et de l'onde de compression réfléchie pour un angle d'incidence (1) inférieur, (2) égal et (3) supérieur à θ_{cr}. (b) Evolution du diagramme de directivité des ondes de cisaillement générées par une source d'expansion enfouie en fonction de sa distance x_1^S à la surface : (i) $x_1^S = 1/4\beta$, (ii) $x_1^S = 1/2\beta$ et (iii) $x_1^S = 1/\beta$. La pulsation choisie pour le calcul est $\omega = \beta c_T$ ce qui correspond à un rapport $k_T/\beta = 1$. 30

1.6 Reproduction de la figure 9 de l'article de Yuhai *et al.* sur l'étude du rayonnement des ondes générées par laser dans des échantillons de verres neutres.[38] 33

1.7 Variation des diagrammes de directivité des ondes de compression avec le rapport k_L/β pour un échantillon de verre neutre. Les valeurs du rapport k_L/β sont respectivement : (a) 0,01 ; (b) 0,2 ; (c) 0,3 ; (d) 0,5 ; (e) 1 ; (f) 2 ; (g) 3 ; (h) 5 et (i) 10. 33

1.8 Reproduction de la figure 10 de l'article de Yuhai *et al.* sur l'étude du rayonnement des ondes générées par laser dans des échantillons de verres neutres.[38] 35

1.9 Variation des diagrammes de directivité des ondes de cisaillement avec le rapport k_T/β pour un échantillon de verre neutre. Les valeurs du rapport k_T/β sont respectivement : (a) 0,01 ; (b) 1 et (c) 2π. 35

1.10 Diagrammes de directivité représentatifs du rayonnement des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement dans l'aluminium 2024-T351 à une fréquence de 10 MHz. (c) Diagramme de directivité des ondes de compression à une fréquence de 1,6 GHz. 37

1.11 Variation du diagramme de directivité dans le verre Schott NG1 des ondes de compression pour un rapport $k_L/\beta\,(\theta_i)$ de (a) 1 et (b) 2π en fonction de θ_i : (i) 0° ; (ii) 15° ; (iii) 30° et (iv) 45°. 39
1.12 Variation du diagramme de directivité dans le verre Schott NG1 des ondes de cisaillement pour un rapport $k_T/\beta\,(\theta_i)$ de 1 en fonction de θ_i. Les valeurs de θ_i sont (i) 0°, (ii) 15°, (iii) 30° et (iv) 45°. 40
1.13 Variation du diagramme de directivité dans le verre Schott NG1 des ondes de cisaillement pour un rapport $k_T/\beta\,(\theta_i)$ de 2π en fonction de θ_i. Les valeurs de θ_i sont respectivement 0°, 15°, 30° et 45° pour les figures (b), (c), (d) et (e). L'encart de la figure (d) montre l'évolution du lobe droit lorsque θ_i augmente encore jusqu'à 70°, l'augmentation étant donnée par le sens de la flèche. 41
1.14 Variations du diagramme de directivité des ondes de compression avec a pour (a) $\theta_i = 0°$ et (b) $\theta_i = 45°$. (c) Variations du diagramme de directivité des ondes de cisaillement avec a pour $\theta_i = 45°$. Les différentes valeurs prises par a sont (en mm) : (i) 0 ; (ii) 0,1 ; (iii) 0,15 ; (iv) 0,2 ; (v) 0,25 et (vi) 0,3. Les rapports $k_L/\beta\,(\theta_i)$ et $k_T/\beta\,(\theta_i)$ sont choisis égaux à 2π. 45

2.1 Géométrie du problème. 51
2.2 Géométrie du problème pour une source ponctuelle dans un matériau à symétrie hexagonale. 60

3.1 Géométrie du problème. 67
3.2 Densité volumique de puissance initiale déposée par le faisceau laser pour (a) $\theta_i = 0°$ et (b) $\theta_i = 45°$. Comparaison selon la direction $\boldsymbol{x}_2$ pour (c) $x_1 = 0$ mm et (d) $x_1 = 0{,}4$ mm de la densité de puissance pour $\theta_i = 0°$ (traits pleins) et $\theta_i = 45°$ (traits point-tirets). 71
3.3 Projection normalisée de $\widehat{\nabla T}$ sur (a) la direction $\boldsymbol{x}_1$ et (b) la direction $\boldsymbol{x}_2$ en fonction de k_2 pour $\theta_i = 0°$ (traits pointillés) et $\theta_i = 45°$ (traits pleins) à la pulsation $\omega_c\,(\theta_i = 0°)$. Les lignes pointillées verticales montrent le nombre d'onde limite $k_2^{\lim}$. 75
3.4 (a) Déplacement normal par unité de puissance en fonction du temps sur la face avant d'une plaque de verre Schott NG1 d'épaisseur 13,6 mm en $x_2 = 5$ mm et pour trois angles d'incidence : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$. Dans l'encart est représenté le spectre du déplacement normal pour les trois incidences en fonction de k_2, pour $\omega = \omega_c\,(\theta_i = 0°)$. (b) Différence des scalogrammes pour $\theta_i = 45°$ et $\theta_i = 0°$. (c) Différence des scalogrammes pour $\theta_i = -45°$ et $\theta_i = 0°$. 78
3.5 Déplacement normal par unité de puissance détecté en réflexion en fonction du temps sur la face avant d'une plaque de verre Schott NG1 d'épaisseur 1,36 mm en $x_2 = 5$ mm et pour trois angles d'incidence : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$. 80

3.6 Spectres, en $x_1 = 0$ et pour la pulsation caractéristique $\omega_c\,(\theta_i = 0°)$, de la réponse à une source rectiligne en fonction de k_2 pour une plaque d'épaisseur $h = 1,36$ mm et pour les angles d'incidence $\theta_i = 0°$ (traits point-tirets), $\theta_i = \pm 45°$ (traits pleins) et $\theta_i = \pm 60°$ (traits pointillés). 81
3.7 Déplacement normal par unité de puissance détecté en transmission en fonction du temps sur la face arrière d'une plaque de verre Schott NG1 d'épaisseur $h = 1{,}36$ mm en $x_2 = 5$ mm et pour trois angles d'incidence : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$. 82

4.1 Schéma du dispositif expérimental. 87
4.2 Déplacement normal normalisé mesuré sur la face arrière de la plaque pour $\theta_i = 45°$ en fonction de t et de x_2. Les lignes pointillées L, T et $3L$ décrivent les temps d'arrivée théoriques des ondes de compression, des ondes de cisaillement et des ondes de compression s'étant réfléchies deux fois sans conversion de mode, respectivement. Les flèches (1) et (2) pointent des asymétries. Les rectangles noirs limitent les zones où les amplitudes des ondes de cisaillement sont extraites. . . . 89
4.3 Déplacement normal expérimental (traits pleins) et simulé (traits pointillés) à deux positions symétriques $x_2 = -0,75$ mm (en bas) et $x_2 = 0,75$ mm (en haut) sur la face arrière de la plaque pour (a) $\theta_i = 0°$ et (b) $\theta_i = 45°$. Les encarts dans (b) expliquent la mesure de l'amplitude des ondes de compression L et de cisaillement T. 90
4.4 Zoom sur les premières impulsions de compression pour les deux positions du point d'observation $x_2 = \pm 0,75$ mm et les deux orientations de la source : $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$. 92
4.5 (a) Temps de montée théorique des ondes de compression τ_L en fonction de la distance source-détecteur x_2 pour $\theta_i = 0°$ (traits pointillés) et $\theta_i = 45°$ (traits pleins). La ligne horizontale représente l'asymptote de la courbe pour $\theta_i = 45°$. (b) Temps de montée expérimental des ondes de compression τ_L^{exp} pour $\theta_i = 45°$ et pour deux intervalles de tolérance du bruit différent : (i) 10-90% et (ii) 15-85%. 93
4.6 Les amplitudes des ondes (a) de cisaillement et (b) de compression pour $\theta_i = 0°$ et les amplitudes des ondes (c) de cisaillement et (d) de compression pour $\theta_i = 45°$ sont tracées en fonction de θ_{obs} pour les résultats simulés (traints pleins) et expérimentaux (points). 95
4.7 (a) Schéma explicatif de la différence d'orientation et d'atténuation des déplacements mesurés pour tracer le diagramme de directivité ou celui de pseudo-directivité des ondes de compression. Diagrammes de directivité (traits pointillés) et leur versions corrigées (traits pleins) des ondes (b) de compression et (c) de cisaillement dans le verre Schott NG1 pour $\theta_i = 45°$. La fréquence est fixée respectivement à $\beta\,(\theta_i)\,c_L$ et $\beta\,(\theta_i)\,c_T$. 97

5.1 Schématisation de l'expérience de pensée menant aux relations de Stokes et basée sur le principe du retournement temporel. (a) Une onde incidente d'amplitude unité se propage d'un milieu fluide 1 vers un milieu fluide 2 et génère une onde réfléchie d'amplitude r_{11} et une onde transmise d'amplitude t_{12}. (b) Schéma symétrique du précédent après renversement du temps, les ondes d'amplitude r_{11} et t_{12} temporellement retournées s'associent pour générer une onde d'amplitude unité correspondant à l'inverse de l'onde incidente du cas (a). (c) Problème à six ondes équivalent dans le cas de l'expérience chronologiquement inversée. L'identification des cas (b) et (c) conduit aux relations de Stokes. 117
5.2 Schématisation des trois étapes d'une expérience de retournement temporel utilisant un TRM : (a) Génération du champ de pression diffracté par le réflecteur ; (b) Enregistrement par le TRM du champ de pression diffracté et déformé par le milieu inhomogène ; (c) Synthèse du champ de pression retourné temporellement par le TRM. Les ondes générées dans la dernière étape se propagent à nouveau à travers le milieu inhomogène pour finalement se focaliser sur le réflecteur. 123
5.3 Schéma de principe de la cavité à retournement temporel. 126

6.1 (a) Déplacement normale généré sur la face arrière par une source volumique enfouie d'extension latérale infinie. (b) Image de la source volumique enfouie d'extension latérale infinie après résolution du problème retourné. 141
6.2 Description des trois étapes de la technique d'imagerie par retournement temporel. 142
6.3 (a) Illustration des ondes générées par deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^L(x_2)$ au point de mesure d'abscisse x_2. (b) Diagramme des lenteurs de phases pour un matériau isotrope. Le trait pointillé vertical représente la lenteur des sources en mouvement. 147
6.4 Illustrations des ondes générées par deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^T(x_2)$ au point de mesure d'abscisse x_2 : (a) dans le cas $|x_2| < h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$ et (b) dans le cas opposé. (c)-(d) Diagrammes des lenteurs de phases pour un matériau isotrope associé respectivement aux cas (a) et (b). Les traits pointillés verticaux représentent dans les deux cas la lenteur des sources en mouvement. . . 149
6.5 (a) Illustration des ondes générées par deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_L$ existantes pour les points de mesure d'abscisse x_2 vérifiant $|x_2| \geq x_2^{cr}$. (b) Diagramme des lenteurs de phases pour un matériau isotrope. Le trait pointillé vertical représente la lenteur des sources en mouvement. 151

7.1 Images d'une source volumique enfouie d'extension latérale infinie avec (a) changements de la longueur de pénétration optique et (b) changement de la durée d'impulsion. Les courbes en trait noir représentent les décroissances exponentielles reconstruites et les courbes en trait point-tiret rouge représentent les décroissances exponentielles théoriques de la source du problème direct dans chacun des cas. 157

7.2 Composantes normales simulées du champ de déplacement sur la face arrière en fonction du temps t et de la position x_2 du point de mesure. La source acoustique est une ligne source volumique enfouie normale. 159
7.3 Composantes normales du champ de déplacement solution d'un problème retourné en fonction de x_1 et de x_2, le temps évoluant d'une vignette à la suivante. 160
7.4 Images de la ligne source volumique enfouie normale après résolution du problème retourné pour un intervalle (a) $x_2 \in [-7, 7]$ et (b) $x_2 \in [-2, 2]$. Les flèches (i), (ii), (iii), (iv) et (v) soulignent les artefacts de l'image obtenue. Les prédictions théoriques des artefacts sont reportées sur (a) : les lignes jaunes en traits pleins, pointillés et point-tirets représentent les fronts d'onde indésirables se propageant dans la direction des flèches jaunes et associés à la source surfacique supersonique en mouvement à la vitesse $c_2^L(x_2)$; les symboles blancs (croix, points, carrés) représentent les fronts d'onde indésirables se propageant dans la direction des flèches blanches et associés à la source surfacique supersonique en mouvement à la vitesse $c_2^T(x_2)$. 161
7.5 Coupes (a)-(b) verticales en $x_2 = 0$ mm et (e)-(f) horizontales en $x_1 = 0{,}136$ mm de différentes images d'une ligne source volumique enfouie normale dont les propriétés changent. Les figures (c) et (d) représentent respectivement les résultats des figures (a) et (b) après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale. Le paramètre variable sur les figures (a), (c) et (e) est la largeur de la source : 0,1 mm (trait plein) ; 0,5 mm (trait point-tiret) ; 1 mm (trait pointillé). Le paramètre variable sur les figures (b), (d) et (f) est la longueur de pénétration optique : 226 μm (trait plein) ; 113 μm (trait point-tiret) ; 552 μm (trait pointillé). 165
7.6 Composantes normales mesurées du champ de déplacement sur la face arrière en fonction du temps t et de la position x_2 du point de mesure. La source acoustique est une ligne source volumique enfouie normale. 167
7.7 Images d'une ligne source volumique enfouie normale après résolution du problème retourné pour (a) des signaux simulés et (b) des signaux expérimentaux. Les coupes des images (a) et (b) selon les lignes pointillées verticales sont reportées sur la figure (c) alors que les coupes selon les lignes pointillées horizontales sont reportées sur la figure (e). (d) représente les résultats de la figure (c) après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale. 168
7.8 Images d'une nappe source volumique enfouie (a) normale et (b) oblique avec $\theta_i = 45°$ après résolution du problème retourné pour des signaux simulés. (c) Coupes des figures (a) et (b) selon l'axe vertical en $x_2 = 0$. 171
7.9 Composantes normales du champ de déplacement sur la face avant en fonction du temps t et de la position x_2 du point de mesure. La source acoustique est une nappe source volumique enfouie (a) normale et (b) oblique avec $\theta_i = 45°$. La figure (c) représente la différence des figures (a) et (b). 173

7.10 Images d'une nappe source volumique enfouie (a) normale et (b) oblique avec $\theta_i = 45°$ après résolution du problème retourné pour des signaux simulés dans le cas d'une détection en réflexion. Coupes (c) horizontales en $x_1 = 0$ et (d) verticales en $x_2 = 0$ des images (a) et (b). (e) représente les résultats de la figure (d) après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale. Les courbes en traits pleins sont pour $\theta_i = 0°$ et celles en traits point-tirets pour $\theta_i = 45°$. Les courbes rouges sur (c) et (e) représentent les attentes théoriques de la distribution spatiale de la source (distribution gaussienne et décroissance exponentielle). . . . 174

7.11 Evolution de la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh (λ_R) en fonction de la longueur de pénétration optique ($1/\beta$). Les quantités sont adimensionnées par la quantité $2a^S$, où a^S est la largeur à $1/e$ de la distribution gaussienne latérale de la source. Les trois encarts représentent l'évolution des formes d'onde pour trois valeurs différentes de la longueur de pénétration optique : $10^{-3}/\beta$, $1/\beta$ et $50/\beta$. . 175

A.1 Problèmes directs pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement et (c)-(d) leur problème réciproque, respectivement. 190

B.1 Géométrie du problème. 198

Liste des tableaux

1.1 Propriétés physiques de l'aluminium 2024-T351. 24
1.2 Propriétés mécaniques, thermiques et optiques à 1064 nm du verre Schott NG1. . 38
1.3 Concordances entre les valeurs de la largeur de la source a et le produit ka. . . . 44

Introduction générale

Depuis tout temps, les physiciens cherchent à comprendre les phénomènes physiques qu'ils observent dans la nature et, pour ce faire, développent et/ou utilisent des modèles mathématiques afin d'en comparer les prédictions aux résultats expérimentaux, et ainsi pouvoir juger de leur bonne compréhension de la nature. Galilée résume cela très justement dans son ouvrage de 1623[1] où il décrit la nature comme un grand livre ouvert à nos yeux, qui ne peut être compris qu'en apprenant la langue dans laquelle il est écrit : les mathématiques. Concernant la propagation des ondes élastiques dans un milieu solide, les premières descriptions mathématiques de ce phénomène sont dues à l'idée, prévalante jusqu'au milieu du XIXème siècle, que la lumière pourrait être vue comme la propagation d'une perturbation dans un milieu élastique nommé « éther ». Cette représentation de la lumière a été le moteur du développement de la théorie qui est maintenant connue sous le nom de *théorie de l'élasticité*. Par la suite, c'est à la fin du XIXème siècle que, dans le domaine de la géophysique, d'importantes contributions à la description des ondes élastiques en milieu solide et leur propagation sont publiées, notamment par Rayleigh,[2] Lamb[3] et Love.[4] La caractérisation des sources sismiques à l'origine des ondes élastiques représente un intérêt pour les géophysiciens, aussi bien pour leur compréhension des phénomènes de tremblement de terre que pour le développement de méthodes de prospection. Ne pouvant pas analyser directement les sources sismiques, les géophysiciens se sont alors tournés vers l'étude des seules données accessibles : les déplacements de la surface terrestre, résultats de la propagation des ondes acoustiques générées par ces sources. Deux types de problématique ont alors vu le jour : les *problèmes directs*, ayant pour but de comprendre les mécanismes de propagation de ces ondes, et les *problèmes inverses*, dédiés quant à eux, à la caractérisation des différentes couches terrestres, voire à la caractérisation de la source sismique elle-même.

En parallèle de ces développements en géophysique pour la description des ondes acoustiques en milieu solide menés à la fin du XIXème siècle, l'idée de réaliser du son avec de la lumière émergea lorsque Bell proposa une évolution peu connue du téléphone : le photophone.[5] Cet appareil permettait une communication sans fil qui reposait sur le fait qu'un faisceau lumineux modulé et focalisé sur certains matériaux génère du son. En contrôlant la modulation du faisceau lumineux par la voix, il est possible d'encoder un mot ou une phrase et de transporter cette information sur plusieurs dizaines de mètres via le faisceau lumineux modulé. Il suffit ensuite de réceptionner ce faisceau lumineux et de le focaliser sur un matériau adéquat pour que le mot ou la phrase soit alors entendu par le destinataire. Cependant, le photophone ne remporta pas le succès escompté par son inventeur, car sujet à de trop nombreuses contraintes : fonctionnement impossible les jours de pluie et de neige, portée limitée, ou encore nécessité de l'absence totale

d'obstacle entre émetteur et récepteur. Il fallut ensuite attendre la mise en œuvre de la première source laser [a] en 1960[6] et le rapide développement que connu ce type de sources lumineuses pour donner une seconde vie à l'idée de Bell. Le domaine de l'acoustique connu sous le nom d'ultrasons lasers était né. En effet, en focalisant un faisceau laser (lumière) sur un échantillon absorbant la longueur d'onde optique du laser considéré, une brusque élévation locale de la température se produit et entraîne la création de contraintes thermiques au sein de l'échantillon qui génèrent des ondes acoustiques (ultrasons) se propageant alors dans le milieu. La durée de l'impulsion laser dicte généralement [b] le contenu fréquentiel de ces ondes acoustiques. Suivant les technologies retenues, la durée d'impulsion peut aller de plusieurs dizaines de nanosecondes à seulement quelques femtosecondes, ce qui génèrent dans tous les cas des ondes acoustiques dont la fréquence est supérieure à 20 kHz, c'est-à-dire des ultrasons.

Les avantages de la génération d'ondes acoustiques par laser sont multiples. En effet, il s'agit d'une génération sans contact et qui n'endommage pas l'échantillon dès lors que la fluence du laser est inférieure à une certaine limite dépendant du matériau. De plus, la bande spectrale des ondes acoustiques générées est large et le contenu fréquentiel peut être très élevé lorsque la durée des impulsions lasers est petite, comme cela est le cas en acoustique picoseconde par exemple, où les durées d'impulsions lasers sont inférieures à la picoseconde. Ces caractéristiques font de la génération d'ondes acoustiques par laser une technique très attractive pour l'évaluation et le contrôle non destructifs d'échantillon dont les dimensions caractéristiques vont de quelques millimètres (dans le cas d'impulsions de quelques nanosecondes) à quelques nanomètres (dans le cas d'impulsions de quelques femtosecondes). L'engouement suscité par cette technique s'est, depuis les premières approches quantitatives,[7] traduit par de nombreux travaux tant expérimentaux que théoriques qui permettent à l'heure actuelle d'avoir une bonne expertise sur les différents procédés de génération d'ondes acoustiques par laser, de la génération surfacique la plus simple[8] à la prise en compte de la diffusion électronique, comme rapporté par exemple dans les références [9–11]. La résolution de nombreux problèmes directs en ultrasons lasers est donc de nos jours bien maîtrisée. Cette expertise constitue une base solide vers des applications de plus en plus complexes des ultrasons lasers. Le champ d'applications des techniques d'ultrasons lasers couvre aujourd'hui des domaines allant du contrôle de la qualité des circuits électroniques dans l'industrie[12] jusqu'à la détection en temps réel d'une apoptose induite par chimiothérapie[13] ou la mesure des propriétés mécaniques d'une cellule biologique unique.[14]

Les applications biologiques de l'acoustique picoseconde sont justement le type d'applications vers lequel s'oriente l'équipe d'accueil [c] depuis quelques années maintenant. L'objectif à terme est d'être capable de réaliser l'imagerie acoustique d'une cellule biologique unique, c'est-à-dire d'être capable de réaliser une sorte d'échographie à l'échelle subcellulaire. La perspective de parvenir à obtenir ce type d'image structure actuellement les recherches menées au sein de cette équipe. Avant d'atteindre l'objectif fixé, de nombreux défis doivent être relevés. Parmi ceux-

a. Laser est l'acronyme de l'anglais « Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation ».

b. Nous verrons dans la suite de ce manuscrit que d'autres facteurs entrent en jeu pour déterminer la fréquence caractéristique des ondes acoustiques générées par laser.

c. Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux, UMR CNRS 5295, Département d'Acoustique Physique, Equipe Ultrasons Lasers.

ci, le développement d'une technique de mesure permettant l'acquisition rapide des signaux à traiter pour obtenir une image est nécessaire, le milieu étudié étant vivant et évoluant dans le temps. Ce développement fait actuellement l'objet d'une thèse durant laquelle un dispositif expérimental basé sur le concept d'échantillonnage optique hétérodyne est mis en place. Ce nouveau dispositif est capable d'acquérir très rapidement, avec une bonne résolution spatiale et fréquentielle, et une largeur de bande spectrale importante, des images de champs acoustiques en acoustique picoseconde. Pour obtenir l'image de la source à l'origine du champ acoustique mesuré, il est également nécessaire de développer des outils permettant de traiter les données expérimentales afin d'en extraire l'information souhaitée. C'est dans le cadre de cette étape d'analyse des données que s'inscrivent les travaux rapportés dans ce manuscrit. Il est proposé de résoudre un problème inverse afin de caractériser la source acoustique à l'origine des ondes acoustiques détectées.

S'agissant des premiers travaux portant sur une technique d'imagerie dans l'équipe d'accueil, il est proposé de s'affranchir du caractère variable des échantillons biologiques, en terme de réponse à une excitation, par la considération de milieux solides. En effet, la propagation des ondes acoustiques en milieu solide étant maîtrisée et reproductible, les expériences ne nécessiteront pas d'étude statistique. Le choix s'est porté sur un milieu solide plutôt qu'un milieu liquide, pourtant plus proche d'une cellule biologique *a priori*, pour permettre la prise en compte des ondes de cisaillement qui sont susceptibles d'exister et de se propager dans une cellule aux fréquences acoustiques généralement mises en jeu en acoustique picoseconde. L'avantage des milieux solides est qu'il n'est pas nécessaire d'atteindre des fréquences élevées pour générer des ondes de cisaillement se propageant dans ces milieux, ce qui permet d'envisager des expériences plus simples et rapides à mettre en œuvre que les expériences d'acoustique picoseconde. De plus, développer une méthode numérique pour l'imagerie optoacoustique en milieu solide permet de ne pas limiter les applications de cette méthode au seul domaine de la biologie et d'envisager de répondre à des problématiques industrielles plus larges, où l'intérêt se porte généralement sur la détection et la caractérisation d'hétérogénéités de diverses natures dans un milieu solide, pour la micro-électronique par exemple. L'imagerie de défauts, ou plus généralement d'hétérogénéités, est un enjeu majeur aussi bien pour le monde industriel que pour la médecine, la biologie ou encore la physique. Malgré ce contexte, peu de travaux ont été réalisés jusqu'à présent sur des techniques d'imagerie par ultrasons lasers et un des principaux objectifs de cette thèse est de proposer une méthode d'imagerie originale permettant, entre autres, d'obtenir l'image d'une source optoacoustique qui soit distribuée dans un volume et non pas localisée en un point.

Nous l'avons vu au début de cette introduction, deux types de problèmes peuvent être distingués en acoustique suivant que la source des ondes est une donnée ou une inconnue du problème. Il s'agit des problèmes directs dans le premier cas et des problèmes inverses dans le second cas. Les deux types de problèmes sont abordés dans ce manuscrit et en constituent chacun une partie. Bien que l'objectif annoncé soit le développement d'une méthode d'imagerie qui s'apparente à la résolution d'un problème inverse, il est proposé, comme une étape préliminaire, d'analyser un problème direct dans la première partie. En effet, la faisabilité de la réalisation de l'image d'une source acoustique est fortement corrélée à l'influence qu'a la source sur les ondes acoustiques

qu'elle génère. Ces ondes sont les seules données du problème inverse dont la résolution fournit l'image recherchée. L'analyse de la directivité d'une source acoustique, puis plus précisément la résolution du problème direct, renseigne sur cette influence et permet de prévoir qualitativement si l'image de la source peut être précise ou non. Comme exemple d'une hétérogénéité d'absorption optique, nous proposons d'analyser dans cette première partie l'influence de l'incidence oblique d'un faisceau laser lors de la génération photoacoustique. La question sous-jacente à cette analyse est de savoir si les effets de l'obliquité sont mesurables expérimentalement, ce qui traduirait la possibilité d'imager ce type de source asymétrique grâce à la mise en place d'une méthode adéquate. Ces travaux constituent également un bon préliminaire pour montrer la faisabilité de l'imagerie d'un défaut interne d'orientation quelconque (inclusion, fissure...) dont la brusque dilatation, ou la respiration, conduirait à la génération d'ondes acoustiques sujettes au même phénomène d'asymétrie que dans le cas de la génération photoacoustique dont l'analyse est proposée ici. Un autre exemple de sources acoustiques s'approchant, de par son effet sur les ondes générées, de la source optoacoustique asymétrique est une nanoparticule allongée enfouie dans une matrice transparente. Lorsqu'elle est chauffée par laser, la nanoparticule se dilate, ce qui a pour effet de générer des ondes se propageant dans la matrice[15] et dont la mesure pourrait conduire, par une méthode adéquate, à une estimation de l'orientation de la nanoparticule.

Pour étudier l'influence de l'obliquité du faisceau laser sur la génération photoacoustique, deux approches théoriques sont exposées puis comparées avec des résultats expérimentaux. La première, menée dans le chapitre 1, porte sur le calcul et l'analyse des fonctions de directivité en amplitude pour une telle source afin de prédire les effets de l'obliquité sur les formes d'onde. La deuxième approche théorique, plus complète, est précédée dans le chapitre 2 par une synthèse de certains travaux antérieurs à cette thèse et effectués au sein de l'équipe d'accueil. Ce chapitre 2 constitue un fondement théorique utile au reste de ce manuscrit. Le chapitre 3 est alors dédié, afin d'analyser plus précisément les influences de l'obliquité sur les formes d'onde, à la modélisation de la propagation d'ondes acoustiques générées par une source résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique. Les résultats simulés à l'aide de ce modèle sont finalement confrontés à des résultats expérimentaux dans le chapitre 4, ce qui permet alors de répondre à la question de la faisabilité expérimentale de la mesure des effets de l'obliquité.

Dans la seconde partie de ce manuscrit, il est ensuite proposé de résoudre le problème inverse qui, à partir de la mesure des ondes acoustiques générées par une source, va permettre d'obtenir l'image de cette source. Pour ce faire, nous proposons un algorithme basé sur le principe du retournement temporel qui permet de simuler la rétropropagation des ondes mesurées vers la position initiale de la source acoustique, résultat dont on déduit l'image de la source. L'objectif de réaliser l'image d'une source optoacoustique distribuée dans un volume en milieu solide soulève de nombreuses questions dont les réponses nécessitent de revenir sur les bases des techniques d'imagerie par retournement temporel. Le chapitre 5 est ainsi intégralement dédié à ce retour aux bases. Dans le chapitre 6, la méthode d'imagerie que nous proposons est ensuite présentée et des limitations inhérentes à cette méthode sont prédites et discutées. Le dernier chapitre (Chap. 7) traite finalement de la mise en œuvre expérimentale de la méthode d'imagerie par retournement temporel proposée dans le chapitre précédent. La fin du chapitre 7 est relative

à l'application de la technique d'imagerie dans une situation expérimentale différente de celle utilisée jusqu'alors et constitue une étude préliminaire, proposant des perspectives intéressantes aux travaux présentés dans cette seconde partie.

Première partie

Prise en compte de l'incidence du faisceau laser lors de la génération photoacoustique en milieu semi-transparent : étude du problème direct

Introduction

L'utilisation des ondes acoustiques ultrasonores de manière contrôlée, impulsée par Paul Langevin,[16] a entrainé de nombreux développements théoriques sur la propagation des ondes acoustiques. Aujourd'hui, les modèles mathématiques sont, de par l'augmentation sans cesse croissante de la puissance des moyens de calculs numériques, un pôle toujours grandissant de recherche et d'intérêt. Les différents axes d'exploitation de ces modèles en font des outils très attractifs pour interpréter, prédire, dimensionner ou encore améliorer ; et expliquent l'engouement relatif à leur essor :

- *Interpréter* les formes d'onde mesurées est rendu plus aisé par la simulation de la propagation des ondes dans des milieux toujours plus complexes et générées par des sources en tout genre : séisme, explosion, transducteur, laser.
- *Prédire* la réponse d'un milieu à un certain type de source acoustique renseigne sur les mécanismes prépondérants dans les procédés de génération et de propagation des ondes acoustiques. Cela autorise également la réalisation d'expériences numériques, ce qui permet de s'affranchir de manipulations coûteuses ou délicates à réaliser.
- *Dimensionner*, par l'intermédiaire de prédictions numériques, le type ou l'intensité des ondes acoustiques générées est un atout majeur tant pour les applications industrielles[17] que médicales.[18]
- *Améliorer* la résolution ou la sensibilité des images dans le domaine biomédical, améliorer la détection des défauts en contrôle non destructif ou encore la localisation des sources sismiques en géophysique, est réalisé par l'intermédiaire de techniques faisant appel à la simulation de la propagation des ondes acoustiques.[19,20]

Les techniques d'ultrasons lasers n'ont pas dérogé à ce développement de la modélisation et des modèles mathématiques pour les différents procédés de génération, de la génération surfacique la plus simple[8] à la prise en compte de la diffusion électronique, comme rapporté par exemple dans les références [9–11], ont été développés et validés expérimentalement. De nombreux travaux, tant théoriques qu'expérimentaux, ont été menés conjointement depuis l'avènement des sources lasers[6] et de cette technique de génération d'ondes acoustiques. Une expertise importante est maintenant acquise, notamment sur les effets de la longueur de pénétration optique du faisceau laser dans l'échantillon,[21] de la diffusion thermique[22] ou encore de la diffraction[23] sur la génération des ondes acoustiques.

Le caractère sans contact de la génération des ondes acoustiques par absorption d'un rayonnement électromagnétique, couplé à la large bande spectrale accessible grâce à ces ondes, confère à cette technique de génération une grande attractivité pour des applications telles que la caractérisation non destructive des matériaux en utilisant des ondes de volumes, de surface ou guidées.[24,25] Il est en effet possible par cette technique d'évaluer des propriétés physiques aussi fondamentales que les modules de Young ou de cisaillement d'un milieu élastique isotrope, ou encore d'évaluer les composantes du tenseur d'élasticité d'un matériau anisotrope.[26] Cependant, pour obtenir le module de cisaillement, il est nécessaire de générer des ondes de cisaillement. Cette nécessité peut être difficile à remplir dans certains cas, comme en acoustique picoseconde par exemple,[27] où la génération d'ondes de cisaillement dans des matériaux isotropes n'est pas aisée.

En effet, une génération efficace d'ondes de cisaillement par des techniques optoacoustiques en milieu isotrope dépend fortement de la capacité de la source acoustique à exciter des ondes de compression dont les vecteurs d'onde ont une incidence oblique par rapport à la surface de l'échantillon. La condition pour que de telles ondes de compression soient générées par la source est que la dimension latérale, notée a, du faisceau laser après focalisation sur la surface du milieu considéré ne soit pas trop grande devant les longueurs d'onde des ondes acoustiques générées. Les ondes de cisaillement générées ont, dans ce cas, un contenu fréquentiel proche de celui des ondes de compression, dont on nomme λ_{ac} la longueur d'onde caractéristique.

Pour connaître le paramètre qui impose λ_{ac}, il suffit d'évaluer la valeur du produit $\beta c_L \tau_l$, où β est le coefficient d'absorption optique du milieu, c_L la célérité des ondes de compression et τ_l la durée de l'impulsion laser.[10] Lorsque $\beta c_L \tau_l \gg 1$, situation que l'on nommera par la suite de *forte absorption*, les longueurs d'onde sont dictées par la durée de l'impulsion laser : $\lambda_{ac} = c_L \tau_l$. En revanche, dans le cas où $\beta c_L \tau_l \ll 1$, situation dite de *faible absorption*, les longueurs d'onde sont dictées par la longueur de pénétration optique du faisceau laser dans le milieu.

On comprend dès lors que pour un matériau optiquement opaque[d], où la longueur de pénétration optique est *a priori* « très petite », la longueur d'onde caractéristique peut tout de même être imposée par cette longueur de pénétration optique lorsque la durée des impulsions lasers est courte. Dans la suite de ce manuscrit, on fera donc attention à distinguer les propriétés intrinsèques de l'échantillon (opaque ou semi-transparent[e]), de l'effet de la pénétration optique sur le mécanisme de génération des ondes acoustiques qui diffère pour un même matériau, selon que la durée des impulsions conduit à une situation de faible absorption ou à une situation de forte absorption.

Les impulsions courtes utilisées en acoustique picoseconde ($\sim$ 100 fs) pour la génération d'ondes acoustiques dans des solides, où la vitesse de propagation est de l'ordre de quelques milliers de mètres par seconde, entraînent que la longueur $c_L \tau_l$ est généralement inférieure au nanomètre. Ainsi la longueur d'onde caractéristique des ondes acoustiques générées dans ce cas est dictée par la longueur de pénétration optique supérieure à un nanomètre en général :

d. Un matériau est dit *optiquement opaque* lorsque la pénétration optique est négligeable devant les dimensions de l'échantillon considéré.

e. Un matériau est dit *semi-transparent* lorsque la pénétration optique n'est pas négligeable devant les dimensions de l'échantillon considéré.

$\beta c_L \tau_l \gg 1$ et donc $\lambda_{ac} = \beta^{-1}$. La génération d'onde de cisaillement dans des métaux isotropes, pour lesquels la longueur de pénétration optique est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres, apparaît donc comme compliquée pour des impulsions courtes, car la dimension latérale de la tache focale doit être petite, ce qui est limité par la limite de diffraction optique. Ainsi, toute technique augmentant la génération des ondes de compression présentant des vecteurs d'onde de directions obliques par rapport à la normale à la surface est intéressante pour améliorer la génération des ondes de cisaillement.

Cette question est de première importance pour la caractérisation du module de cisaillement d'une couche micrométrique par la technique d'acoustique picoseconde et différentes solutions ont été proposées. Outre la forte focalisation du faisceau laser permettant la diffraction des ondes de cisaillement par la source[28] ou encore l'utilisation de réseau de sources lasers pour favoriser la génération des ondes de cisaillement suivant une direction spécifique,[27] des conditions asymétriques aux limites de la plaque ont également montré leur aptitude à améliorer la génération des ondes de cisaillement. Un exemple est donné par la réfraction des ondes de compression à l'interface entre un solide isotrope et un solide anisotrope coupé hors axes de symétries,[29,30] par exemple. L'anisotropie élastique est également la cause d'une perte de symétrie entraînant la génération d'ondes de cisaillement.[31] Il apparaît donc qu'une perte de symétrie est un moyen efficace de générer des ondes de cisaillement en acoustique picoseconde.

Cette observation a motivé les travaux présentés dans cette première partie. Il ne s'agit cependant pas ici de proposer une nouvelle technique de génération d'ondes de cisaillement en acoustique picoseconde. Le propos de cette première partie du manuscrit est de proposer et d'analyser une nouvelle technique de génération d'ondes acoustiques utilisant la perte de symétrie dans le cadre des ultrasons lasers générées par une source laser délivrant des impulsions de quelques nanosecondes, habituellement considérées longues. Il a été choisi de travailler sur des matériaux macroscopiques semi-transparents de façon à procurer une situation de faible absorption avec ce type d'impulsions. Dans l'ensemble des travaux cités jusqu'ici, le faisceau laser – dont l'absorption est à l'origine de la génération des ondes acoustiques – a toujours été considéré comme normalement incident à la surface de l'échantillon. Nous proposons ici de considérer une perte de symétrie créée par l'utilisation d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique. L'un des enjeux majeurs de cette première partie est d'analyser les effets de l'asymétrie sur la génération d'ondes de compression, d'ondes de cisaillement et de l'onde de Rayleigh. En effet, la faisabilité de la réalisation de l'image d'une source acoustique est fortement corrélée à l'influence qu'à la source sur les ondes acoustiques qu'elle génère. Ces ondes étant les seules données du problème inverse dont la résolution conduira à l'image recherchée, l'analyse préalable des effets de l'obliquité va permettre de prévoir qualitativement si la réalisation d'une image d'une source optoacoustique asymétrique est envisageable. Il est rappelé que ces travaux constituent des préliminaires intéressant pour montrer la faisabilité de l'imagerie d'un défaut interne d'orientation quelconque ou encore pour caractériser l'orientation d'une nanoparticule absorbante allongée enfouie dans une matrice transparente. Les développements théoriques sont également réalisés dans le but

d'avoir un outil permettant de simuler les jeux de signaux nécessaires pour éprouver la méthode d'imagerie présentée dans la seconde partie de ce manuscrit.

Le chapitre 1 est consacré au calcul et à l'exploitation des fonctions de directivité en amplitude d'une source photoacoustique. Après l'introduction du principe du calcul à travers le cas d'une source surfacique, la prise en compte de la longueur de pénétration optique est effectuée par une nouvelle méthode et comparée avec des résultats issus de la littérature. L'extension des calculs au cas d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique est finalement proposée, suivie d'une discussion des effets de l'obliquité de la source sur la directivité des ondes acoustiques.

Cette approche préliminaire des effets de l'obliquité sur les formes d'onde est ensuite approfondie par une modélisation plus fine des phénomènes physiques liés à une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique. La mise en place de ce modèle est précédée dans le chapitre 2 par une présentation de modèles mathématiques existants préalablement à ces travaux au sein de l'équipe d'accueil. Les concepts présentés dans ce second chapitre sont utiles à l'ensemble des travaux présentés dans ce manuscrit, justifiant ainsi leur description dans un chapitre dédié. Il y est question de la modélisation retenue pour une source acoustique en ultrasons lasers, de la description des conditions aux limites à considérer dans le modèle mathématique ainsi que de l'extension des modèles initialement conçus pour une focalisation rectiligne du faisceau laser au cas d'une focalisation circulaire.

La modélisation de la propagation d'ondes acoustiques générées par une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique est ensuite effectuée au chapitre 3. Après l'analyse du changement de la distribution de la densité volumique de puissance électromagnétique causé par l'obliquité du faisceau laser incident, le calcul du champ de déplacement est présenté et les effets de l'obliquité sur les ondes acoustiques sont discutés dans le cas d'une plaque constituée d'un matériau semi-transparent, dans une situation de faible absorption.

Dans le dernier chapitre de cette première partie (Chap. 4), les résultats simulés à l'aide du modèle exposé au chapitre 3 sont comparés avec des résultats expérimentaux. Une analyse approfondie des effets de l'obliquité sur les formes d'onde détectées en transmission est menée. Elle souligne les intérêts qu'apportent l'obliquité de la source acoustique par rapport à une source acoustique plus classique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique en incidence normale.

Chapitre 1

Diagrammes de directivité d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique

La représentation sous forme de diagrammes de directivité permet une visualisation aisée des amplitudes des deux types d'ondes de volume générées dans un solide par une source acoustique donnée, ondes de compression et de cisaillement, en fonction de leur direction de propagation. Cette représentation de la répartition spatiale de l'énergie rayonnée par une source acoustique est un outil majeur pour l'interprétation des formes d'onde obtenues numériquement ou expérimentalement, ainsi que pour la prédiction des directions privilégiées de génération des ondes de compression et de cisaillement. Pour prédire ces diagrammes, diverses approches ont été considérées depuis de nombreuses années. Miller et Pursey proposent dans leur article de 1954[32] l'étude du rayonnement de différentes sources surfaciques en milieu semi-infini, solide et isotrope. Ils utilisent, à la suite des travaux de Lamb,[3] la méthode du point col [a] permettant d'évaluer le comportement asymptotique de l'intégrale d'une fonction à valeurs complexes afin de calculer le champ rayonné par une source harmonique dans un demi-espace. Ils introduisent pour la première fois la représentation des fonctions de directivité en amplitude sous forme de diagrammes en coordonnées polaires : les diagrammes de directivité. Dans la suite de ce chapitre, toutes les fonctions de directivité considérées étant en amplitude des déplacements et non en intensité, le qualificatif « en amplitude » sera omis afin d'alléger le vocable.

Par la suite, Lord propose une méthode de calcul différente permettant d'obtenir les mêmes expressions des fonctions de directivité.[33] Sa méthode est basée sur le formalisme des fonctions

a. La méthode du point col, autrement dénommée méthode de la descente rapide (en anglais : *method of steepest descent*), permet d'évaluer le comportement asymptotique de l'intégrale d'une fonction à valeurs complexes du type $I_{\mathcal{C}} = \int_{\mathcal{C}} e^{Rf(\zeta)}\chi(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta$ lorsque $R \to +\infty$, avec $\mathcal{C}$ un chemin d'intégration du plan complexe.

de Green[34] et sur une formulation locale du théorème de réciprocité. La formulation du théorème de réciprocité utilisée par Lord[33] est extrêmement utile pour simplifier le calcul des fonctions de directivité. Il existe également d'autres formulations du principe de réciprocité qui ont démontré leur efficacité pour des calculs complexes[35] tels que, par exemple, le calcul de la propagation des ondes de surface ou encore la diffusion des ondes acoustiques par des défauts dans des guides d'onde ou des solides finis.

En 1981, Hutchins *et al.*[36] se sont intéressés au rayonnement de sources acoustiques pulsées en milieu solide. Ils ont montré expérimentalement que les diagrammes proposés jusqu'alors pour des sources harmoniques étaient très utiles pour la compréhension du rayonnement des sources acoustiques pulsées. Comme indiqué dans l'introduction générale, le laser est un excellent moyen pour obtenir ce type de sources acoustiques. La comparaison des diagrammes de directivité, d'une part calculés par la méthode de Lord et d'autre part obtenus expérimentalement, a permis à Hutchins *et al.* de distinguer deux phénomènes distincts de génération d'ultrasons par laser : le régime thermoélastique, associé à un échauffement local de la matière, et le régime d'ablation, associé à une vaporisation locale de la matière. Ils ont également pu confirmer que la source acoustique en régime thermoélastique était caractérisée principalement par la composante du vecteur contrainte parallèle à la surface libre, alors que la source acoustique en régime d'ablation était plutôt caractérisée par la composante du vecteur contrainte selon la normale à la surface libre.

Quelques années plus tard, Bernstein et Spicer ont montré deux points remarquables grâce à leur étude théorique et expérimentale de la directivité d'une source surfacique en milieu solide isotrope.[37] Premièrement ils ont établi qu'une source surfacique en régime thermoélastique doit être modélisée par un vecteur contrainte de cisaillement dipolaire et non par un vecteur contrainte de cisaillement unilatéral comme le proposaient Hutchins *et al.*[36] Deuxièmement ils ont montré que les diagrammes de directivité obtenus d'une part pour une source surfacique linéique, c'est-à-dire d'extension infinie dans une direction et infinitésimale dans la direction normale, et d'autre part pour une source surfacique ponctuelle, d'extension radiale infinitésimale, sont rigoureusement les mêmes bien que les formes d'onde diffèrent.

Entre temps, la prise en compte des effets dus à la pénétration optique et à la diffusion thermique a été ajoutée[38,39] dans les calculs des fonctions de directivité en se basant sur la méthode proposée par Miller et Pursey,[32] calculs qui ont été confirmés expérimentalement pour des milieux solides semi-transparents en situation de faible absorption [b]. De nombreuses autres études sur le rayonnement de sources acoustiques en milieu solide se trouvent dans la littérature, notamment l'étude de la directivité d'un réseau de sources,[40,41] d'une source en mouvement[42] ou encore une étude complète basée sur le théorème de réciprocité et considérant simultanément un milieu de propagation anisotrope et la pénétration optique.[43] Ces travaux ont montré que les effets de la pénétration optique sur la directivité des ondes sont très importants.

Il a été rappelé dans l'introduction de cette première partie du manuscrit qu'une perte de symétrie pouvait être intéressante, par exemple pour augmenter la génération des ondes de cisaillement.[29,31] La longueur de pénétration optique dans un matériau semi-transparent est

b. cf. définition p.10

telle que le fait de considérer un faisceau laser en incidence oblique devrait induire une perte de symétrie suffisante pour que la génération des ondes acoustiques s'en ressente. Dans ce premier chapitre, nous proposons donc de développer une méthode de calcul aidant à l'analyse du rayonnement d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique. Cette méthode permettra d'analyser les effets de l'obliquité sur la génération des ondes acoustiques et de conclure sur la faisabilité expérimentale de la mesure de ces effets.

Après avoir décrit la géométrie et les hypothèses de cette étude (§ 1.1) et avoir rappelé le principe de calcul des diagrammes de directivité dans un cas simple (§ 1.2), nous proposons une nouvelle méthode de calcul des fonctions de directivité (en amplitude) pour une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique (§ 1.3). Cette méthode est basée sur celles présentées dans les thèses de Aussel[44] et Perton,[43] et profite des avantages du principe de superposition et du théorème de réciprocité. Les résultats obtenus sont ensuite comparés avec la littérature dans le cas d'une source volumique résultant d'une incidence normale du faisceau laser (§ 1.4). L'influence de l'obliquité de la source est analysée dans la section 1.5 et la largeur finie de la source est finalement prise en compte dans la section 1.6.

Etant donnée la diversité des sources acoustiques qui vont être discutées dans ce chapitre, et plus généralement dans ce manuscrit, nous proposons afin de simplifier leur dénomination, parfois longue pour être précise, de définir un lexique particulier. Les schémas représentant chacune des sources décrites ci-dessous sont rassemblés sur la figure 1.1.

Ainsi, dans le cas de la focalisation rectiligne d'un faisceau laser qui forme un angle d'incidence nul avec la normale à la surface d'un échantillon et dans une situation de faible absorption [c], lorsque la largeur de la ligne de focalisation est négligée et puisque l'absorption de l'onde électromagnétique s'effectue sur une profondeur non négligeable de l'échantillon, la source acoustique est nommée ***nappe source enfouie normale***. Le qualificatif « surface » est associé au fait que le faisceau laser, focalisé selon une ligne, pénètre dans la profondeur de l'échantillon, définissant ainsi une surface d'absorption, et le qualificatif « enfouie » renforce la différence qui doit être faite entre une nappe source enfouie et une ***source surfacique***, où le terme « surfacique » qualifie justement le cas où le faisceau laser ne pénètre pas dans l'échantillon, i.e. où l'absorption du rayonnement électromagnétique est confinée à la surface de l'échantillon (situation de forte absorption).

Pour exprimer le fait que le faisceau laser forme un angle d'incidence non nul avec la surface de l'échantillon, le qualificatif « normale » est remplacé par « oblique » permettant ainsi de définir une ***nappe source enfouie oblique***.

Lorsque la largeur de la ligne de focalisation est prise en compte on parle de largeur finie et le qualificatif « volumique » est ajouté, définissant ainsi d'une part une ***nappe source volumique enfouie normale*** et d'autre part une ***nappe source volumique enfouie oblique***.

Si maintenant la focalisation du faisceau n'est plus rectiligne mais circulaire, puisque l'absorption de l'onde électromagnétique s'effectue toujours dans la profondeur de l'échantillon, le

c. cf. définition p.10

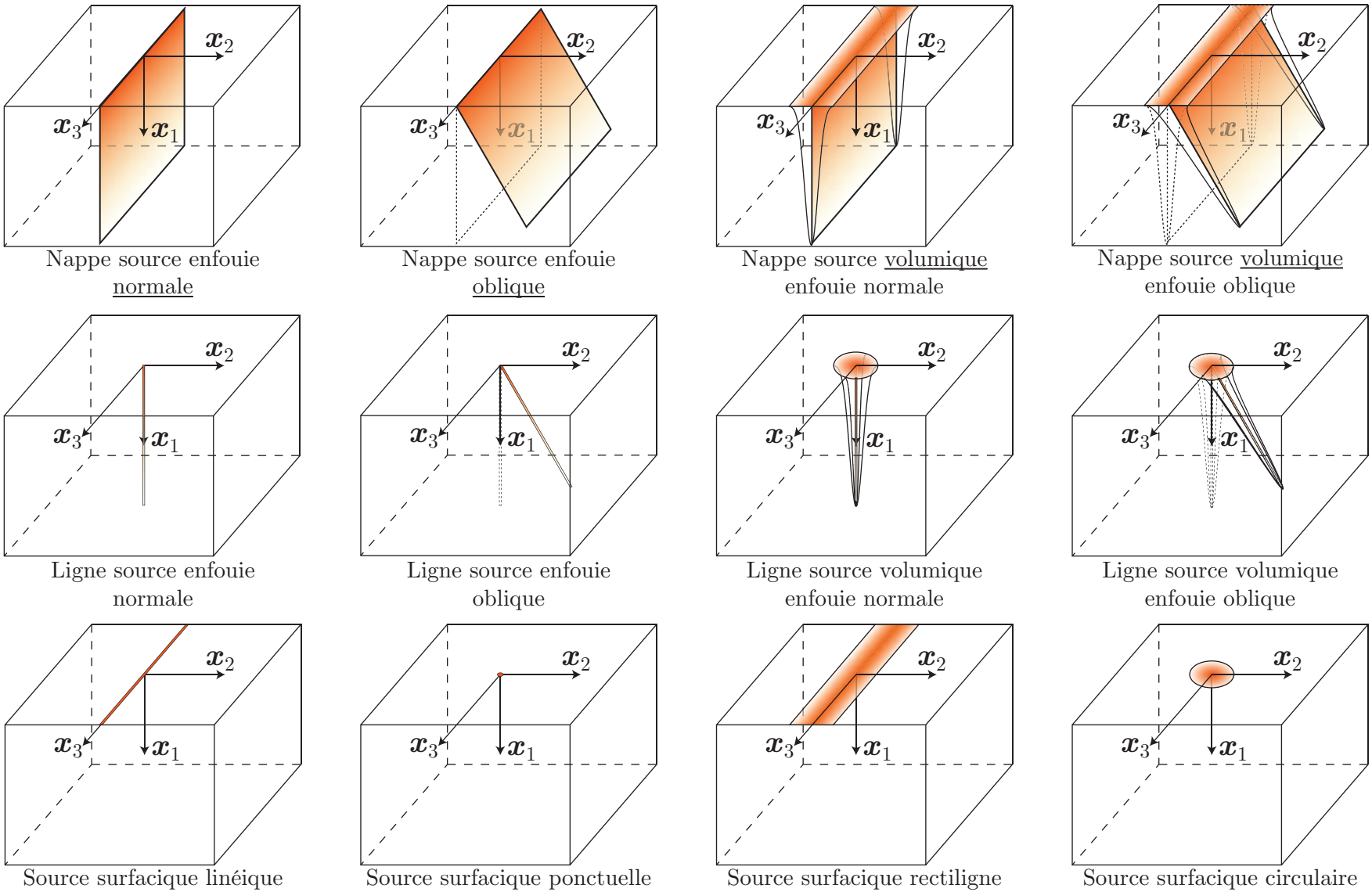


Fig. 1.1 – Représentation schématique des différentes sources acoustiques considérées dans ce manuscrit.

qualificatif « surface » est remplacé par le terme « ligne » pour caractériser le fait que la pénétration du faisceau laser dans l'échantillon définie maintenant une ligne d'absorption et non plus une surface. L'ensemble des variantes est donc autorisé : ***ligne source enfouie normale***, ***ligne source enfouie oblique***, ***ligne source volumique enfouie normale*** et ***ligne source volumique enfouie oblique***. L'extension radiale d'une ligne source volumique enfouie est caractérisée par le rayon de la tâche focale circulaire du faisceau laser au niveau de la surface.

Lorsque l'absorption est négligée, pour différencier les différents cas de sources confinées à la surface, on propose d'utiliser les expressions ***source surfacique linéique*** et ***source surfacique rectiligne*** pour une focalisation rectiligne, respectivement si la largeur de la ligne de focalisation est négligée ou non. De même, on différencie ***source surfacique ponctuelle*** et ***source surfacique circulaire*** pour une focalisation circulaire du faisceau laser, respectivement si le rayon de la tache focale circulaire est négligé ou non.

1.1 Description de la géométrie et des hypothèses

Il a été montré par calculs[37] que les diagrammes de directivité décrivant le rayonnement d'une source surfacique ponctuelle ou linéique sont strictement identiques. Par analogie, on peut penser qu'il en est de même pour une ligne source enfouie ou une nappe source enfouie. Le choix est donc fait pour cette étude de considérer les cas d'une source surfacique linéique et d'une nappe source enfouie en vue de simplifier la géométrie. Les calculs peuvent alors être considérés plans, dans un plan normal à la plus grande dimension de la source. Dans ce chapitre, et plus largement dans l'ensemble de ce travail, les milieux solides étudiés sont considérés isotropes. Les calculs sont ainsi développés pour des solides isotropes sauf mention contraire.

Considérons un demi-espace situé en $x_1 \geq 0$ dont la normale rentrante est donnée par le vecteur unitaire $\boldsymbol{x}_1$ (Fig. 1.2). Dans la suite, les vecteurs seront indiqués par des caractères gras. L'origine O du repère est placée sur la surface du demi-espace. Les vecteurs unitaires $\boldsymbol{x}_2$ et $\boldsymbol{x}_3$ complètent le repère cartésien $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$. La source surfacique linéique est localisée en O et orientée selon la direction donnée par le vecteur $\boldsymbol{x}_3$. Les diagrammes de directivité représentant l'amplitude des ondes planes harmoniques de compression ou de cisaillement en fonction de leur direction de propagation, nous introduisons le point d'observation M. Les coordonnées de ce point dans le repère polaire $(\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta)$ sont (R, θ) [Fig 1.2]. R représente donc la distance entre les points O et M, et θ est la mesure algébrique de l'angle entre la normale rentrante à la surface du demi-espace $\boldsymbol{x}_1$ et le vecteur $\boldsymbol{OM}$. Etant donné que, dans un solide isotrope, les ondes de compression sont polarisées selon la direction de propagation et les ondes de cisaillement sont polarisées selon la direction normale à la direction de propagation, l'introduction du repère polaire $(\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta)$ paraît adaptée pour la suite : $\boldsymbol{e}_r$ représente la direction de propagation des ondes, colinéaire à $\boldsymbol{OM}$, et $\boldsymbol{e}_\theta$ la direction de polarisation des ondes de cisaillement, normale à $\boldsymbol{OM}$ (Fig. 1.2).

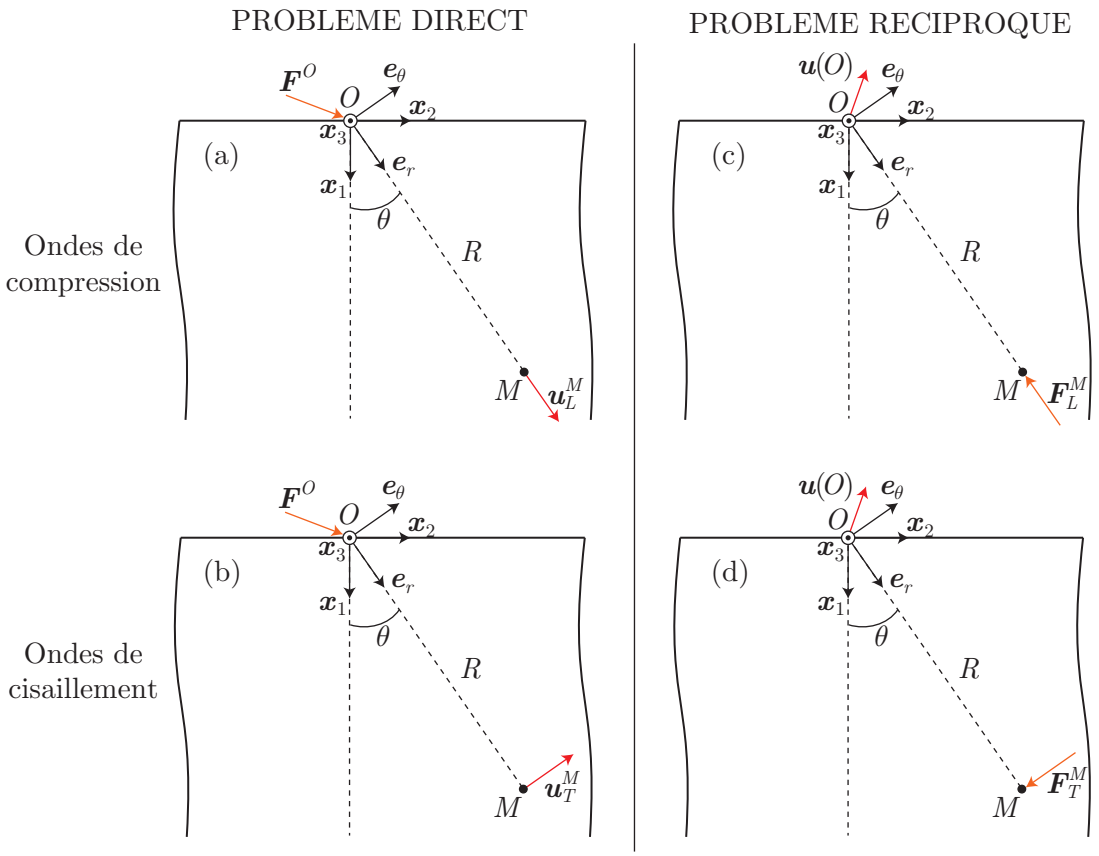


Fig. 1.2 – Problèmes directs pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement et (c)-(d) leurs problèmes réciproques, respectivement.

1.2 Principe du calcul des fonctions de directivité pour une source acoustique surfacique linéique

Dans un premier temps, nous nous intéressons au rayonnement d'une source surfacique linéique. Le théorème de réciprocité est tout d'abord présenté. Le calcul menant à l'expression de la fonction de directivité des ondes de compression pour une force harmonique appliquée sur la surface d'un demi-espace et d'orientation quelconque est ensuite détaillé. Ce calcul est divisé en deux étapes : (i) la résolution d'un problème à trois ondes planes et (ii) l'application du théorème de réciprocité. L'expression de la fonction de directivité des ondes de cisaillement pour une force harmonique d'orientation quelconque est ensuite donnée. Pour finir, les fonctions de directivité sont exprimées pour des cas particuliers de génération surfacique et comparées avec la littérature.

1.2.1 Théorème de réciprocité

Pour obtenir le rayonnement d'une source acoustique, il faut calculer les amplitudes u_L^M et u_T^M au point d'observation M du vecteur déplacement $\boldsymbol{u}(M)$ généré par une force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ d'orientation quelconque appliquée au point O à la surface du demi-espace [Fig. 1.2(a)-(b)].

Les amplitudes u_L^M et u_T^M sont respectivement les projections de $\boldsymbol{u}(M)$ selon $\boldsymbol{e}_r$ et $\boldsymbol{e}_\theta$. Le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}_L^M$, orienté selon $\boldsymbol{e}_r$ et d'amplitude u_L^M, correspond au déplacement causé par le passage au point M de l'onde de compression générée au point O [Fig. 1.2(a)], l'indice L rappelant que la polarisation d'une onde de compression est longitudinale. De même, le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}_T^M$, orienté selon $\boldsymbol{e}_\theta$ et d'amplitude u_T^M, correspond au déplacement causé par le passage au point M de l'onde de cisaillement [Fig. 1.2(b)], l'indice T rappelant que la polarisation d'une onde de cisaillement est transversale.

Pour effectuer ce calcul, la formulation du théorème de réciprocité utilisée depuis Lord[33] pour le calcul des fonctions de directivité est très efficace car elle relie un problème direct à un problème dit réciproque par une simple égalité scalaire. Le choix d'un problème réciproque, simple dans sa résolution et adapté au problème direct considéré, permet alors d'obtenir des résultats relatifs au problème direct sans calcul complexe. Recherchons maintenant le problème réciproque adapté au cas qui nous intéresse.

Considérons, d'une part, deux forces harmoniques $\boldsymbol{F}^O$ et $\boldsymbol{F}^M$, appliquées de façon ponctuelle respectivement en un point O et un point M d'un milieu élastique et, d'autre part, les déplacements $\boldsymbol{u}(M)$ et $\boldsymbol{u}(O)$ causés respectivement au point M par la force en O, $\boldsymbol{F}^O$, et au point O par la force en M, $\boldsymbol{F}^M$. Le théorème de réciprocité peut se déduire de l'application du principe des travaux virtuels au champ de contraintes engendré par $\boldsymbol{F}^O$ en prenant pour champ de déplacement virtuel $\boldsymbol{u}(O)$. L'hypothèse de linéarité des propriétés élastiques du milieu, couplée à celle des faibles déformations et au principe des travaux virtuels, permet de montrer l'égalité entre le travail de $\boldsymbol{F}^O$ dans le déplacement $\boldsymbol{u}(O)$ produit par $\boldsymbol{F}^M$ et le travail de $\boldsymbol{F}^M$ dans le déplacement $\boldsymbol{u}(M)$ produit par $\boldsymbol{F}^O$.[35] Cet énoncé du théorème de réciprocité peut être résumé mathématiquement par l'égalité scalaire suivante :

$$\boldsymbol{F}^O \cdot \boldsymbol{u}(O) = \boldsymbol{F}^M \cdot \boldsymbol{u}(M) \ , \tag{1.1}$$

où le symbole « $\cdot$ » dénote le produit scalaire entre deux vecteurs.

Supposons dans un premier temps que le problème direct à résoudre soit de trouver le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}_L^M = [\boldsymbol{u}(M) \cdot \boldsymbol{e}_r]\,\boldsymbol{e}_r$ généré par la force $\boldsymbol{F}^O$ appliquée à la surface du demi-espace au point O [Fig. 1.2(a)]. Alors, pour le calcul de la directivité des ondes de compression, le problème réciproque judicieux à considérer [Fig. 1.2(c)] est une force $\boldsymbol{F}_L^M$ appliquée au point M, dans la direction $\boldsymbol{e}_r$ et de même norme que $\boldsymbol{F}^O$ générant un déplacement $\boldsymbol{u}(O)$ au point O dont l'amplitude selon la direction de $\boldsymbol{F}^O$ correspond exactement, d'après l'équation (1.1), à l'amplitude recherchée u_L^M. De manière équivalente, pour le calcul de la directivité des ondes de cisaillement dont le problème direct est représenté sur la figure 1.2(b), le problème réciproque à considérer [Fig. 1.2(d)] est une force $\boldsymbol{F}_T^M$ appliquée au point M, dans la direction $\boldsymbol{e}_\theta$ et de même norme que $\boldsymbol{F}^O$ générant un déplacement $\boldsymbol{u}(O)$ au point O dont l'amplitude selon la direction de $\boldsymbol{F}^O$ correspond exactement à l'amplitude recherchée u_T^M.

Les problèmes réciproques qui viennent d'être décrits sont plus simples à traiter que les problèmes directs, comme il sera vu a posteriori, et nous allons maintenant pouvoir les résoudre aisément afin d'obtenir les diagrammes de directivité. Dans le problème direct, le point d'observation M doit être suffisamment loin de la source pour que l'approximation en ondes planes pour

les ondes atteignant le point M soit valable. Par conséquent, dans le problème réciproque, le point O est également loin de la nouvelle source située au point M. Ainsi, les forces $\boldsymbol{F}_L^M$ et $\boldsymbol{F}_T^M$ génèrent des ondes incidentes respectivement de compression et de cisaillement qui peuvent être considérées comme planes au voisinage de l'origine O. Calculer le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}(O)$ au point O revient finalement à résoudre un problème à trois ondes planes : l'onde plane incidente, de polarisation longitudinale ou transversale suivant le cas considéré, et deux ondes planes de polarisation longitudinale et transversale, résultats de la réflexion de l'onde incidente sur la surface libre sans et avec conversion de mode. Traitons maintenant le cas de la directivité des ondes de compression en détail.

1.2.2 Fonction de directivité f_L pour des ondes de compression

Notons F l'amplitude de la force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ du problème direct. La force harmonique $\boldsymbol{F}_L^M$ du problème réciproque s'exprime donc comme :

$$\boldsymbol{F}_L^M = F e^{j\omega t} \boldsymbol{e}_r \,, \tag{1.2}$$

où j, ω et t sont respectivement l'unité imaginaire, la pulsation et la variable représentant le temps. Si l'on considère l'origine des phases comme étant située au point O, l'onde plane de compression générée par $\boldsymbol{F}_L^M$ cause en un point P quelconque du demi-espace un déplacement $\boldsymbol{u}_{L_i}$ donné par :

$$\boldsymbol{u}_{L_i}(P) = U_{L_i} e^{j\left(\omega t - \boldsymbol{k}_{L_i}\cdot\boldsymbol{OP}\right)} \boldsymbol{n}_{L_i} \,, \tag{1.3}$$

où U_{L_i}, $\boldsymbol{k}_{L_i}$ et $\boldsymbol{n}_{L_i}$ sont respectivement l'amplitude du vecteur déplacement, proportionnelle à F, le vecteur d'onde et le vecteur de polarisation. L'indice i rappelle qu'il s'agit de l'onde incidente se propageant vers la surface du demi-espace. Cette onde se réfléchit à la surface et génère une onde de polarisation identique, c'est-à-dire longitudinale, et une onde de polarisation transversale par conversion de mode. Les déplacements causés en un point P quelconque du demi-espace par ces deux ondes réfléchies, notés respectivement $\boldsymbol{u}_{L_r}$ et $\boldsymbol{u}_{T_r}$, sont exprimés comme suit :

$$\boldsymbol{u}_{L_r}(P) = U_{L_r} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}_{L_r}\cdot\boldsymbol{OP})} \boldsymbol{n}_{L_r} \,, \tag{1.4a}$$

$$\boldsymbol{u}_{T_r}(P) = U_{T_r} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}_{T_r}\cdot\boldsymbol{OP})} \boldsymbol{n}_{T_r} \,, \tag{1.4b}$$

où U_{L_r} et U_{T_r}, $\boldsymbol{k}_{L_r}$ et $\boldsymbol{k}_{T_r}$, $\boldsymbol{n}_{L_r}$ et $\boldsymbol{n}_{T_r}$ sont respectivement les amplitudes des déplacements, les vecteurs d'onde et les vecteurs de polarisation des ondes réfléchies de compression et de cisaillement. On obtient finalement en un point P quelconque du demi-espace le vecteur déplacement total $\boldsymbol{u}(P)$ en effectuant la somme des trois déplacements précédents :

$$\boldsymbol{u}(P) = \boldsymbol{u}_{L_i}(P) + \boldsymbol{u}_{L_r}(P) + \boldsymbol{u}_{T_r}(P) \,. \tag{1.5}$$

Dans les équations (1.4), les amplitudes, les vecteurs de polarisation et les vecteurs d'ondes sont les inconnues à déterminer. La force excitatrice étant harmonique et les célérités des ondes dans le milieu connues, la relation de dispersion des ondes de volume permet d'obtenir les amplitudes respectives k_L et k_T des vecteurs d'onde des ondes de compression et de cisaillement. Les relations de Snell-Descartes assurent que la projection selon $\boldsymbol{x}_2$ des vecteurs d'onde, noté

k_2, est égale pour les trois ondes, ce qui permet ainsi de connaître la direction des vecteurs d'onde des ondes réfléchies. Dans le cas simple des milieux isotropes, les vecteurs de polarisation des trois ondes sont finalement déduits des vecteurs d'onde par simple considération du type d'onde. Il reste à déterminer les amplitudes des deux ondes réfléchies. Celles-ci sont liées à l'amplitude de l'onde incidente par l'intermédiaire des coefficients de réflexion : $R_{LL} = U_{L_r}/U_{L_i}$ et $R_{LT} = U_{T_r}/U_{L_i}$, respectivement pour la réflexion sans et avec conversion de mode. Ces coefficients s'obtiennent en résolvant les équations relatives à la condition de surface libre en $x_1 = 0$. L'ensemble de ces calculs est présenté de manière détaillée dans l'annexe A. D'après les équations (1.3), (1.4), (1.5) et les considérations précédentes, le vecteur déplacement total $\boldsymbol{u}(P)$ peut finalement être réécrit comme suit :

$$\boldsymbol{u}(P) = U_{L_i}\left(e^{-jk_1^{L_i}x_1^P}\boldsymbol{n}_{L_i} + R_{LL}e^{-jk_1^{L_r}x_1^P}\boldsymbol{n}_{L_r} + R_{LT}e^{-jk_1^{T_r}x_1^P}\boldsymbol{n}_{T_r}\right)e^{j\left(\omega t - k_2 x_2^P\right)}, \tag{1.6}$$

où x_1^P et x_2^P sont les coordonnées cartésiennes du point P. Les quantités k_1^m, avec $m = \{L_i, L_r, T_r\}$, représentent les projections selon $\boldsymbol{x}_1$ de chacun des vecteurs d'onde $\boldsymbol{k}_m$ et k_2 est la projection commune selon $\boldsymbol{x}_2$ des trois vecteurs d'onde.

Si on applique le théorème de réciprocité [Eq. (1.1)] en considérant que le problème direct est défini par $\boldsymbol{F}^O$ et $\boldsymbol{u}_L^M$ et que le problème réciproque est défini par $\boldsymbol{F}_L^M$ [Eq. (1.2)] et $\boldsymbol{u}(O)$, on obtient finalement l'expression suivante :

$$u_L^M = \frac{\boldsymbol{u}(O)\cdot\boldsymbol{F}^O}{F}, \tag{1.7}$$

où $\boldsymbol{u}(O)$ est donné par l'équation (1.6) évaluée au point O. La distance R entre O et M est fixée et seul l'angle θ varie de $-\pi/2$ à $\pi/2$ afin de reconstruire la directivité dans toutes les directions de propagation. Ainsi seuls les termes contenus à l'intérieur de la parenthèse dans l'équation (1.6) dépendent de θ et ils sont les seuls à contribuer à la fonction de directivité. Finalement, en substituant l'équation (1.6) évaluée en O dans l'équation (1.7) et en ne gardant que les termes dépendant de θ, la fonction de directivité (en amplitude) des ondes de compression $f_L(\theta)$ pour une force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ d'orientation quelconque est donnée par :

$$f_L(\theta) = \left[\boldsymbol{n}_{L_i}(\theta) + R_{LL}(\theta)\boldsymbol{n}_{L_r}(\theta) + R_{LT}(\theta)\boldsymbol{n}_{T_r}(\theta)\right]\cdot\frac{\boldsymbol{F}^O}{F}. \tag{1.8}$$

1.2.3 Fonction de directivité f_T pour des ondes de cisaillement

En suivant la même démarche de calcul (détaillée dans l'annexe A), la fonction de directivité des ondes de cisaillement $f_T(\theta)$ pour une force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ d'orientation quelconque est également obtenue :

$$f_T(\theta) = \left[\boldsymbol{n}_{T_i}(\theta) + R_{TL}(\theta)\boldsymbol{n}_{L_r}(\theta) + R_{TT}(\theta)\boldsymbol{n}_{T_r}(\theta)\right]\cdot\frac{\boldsymbol{F}^O}{F}, \tag{1.9}$$

avec $\boldsymbol{n}_{T_i}$ le vecteur de polarisation de l'onde de cisaillement incidente. Comme précédemment, les amplitudes des deux ondes réfléchies sont reliées à l'amplitude de l'onde incidente par l'intermédiaire des coefficients de réflexion : R_{TL} et R_{TT}, respectivement pour la réflexion avec et sans conversion de mode. Dans le cas de la réflexion d'une onde de cisaillement incidente, il faut

porter une attention particulière aux calculs des vecteurs d'onde, des vecteurs de polarisation et des coefficients de réflexion qui peuvent être à valeurs complexes pour des angles d'incidence sur-critiques comme expliqué par Achenbach [45, pp. 177-181].

En effet, si l'angle d'incidence de l'onde plane harmonique de cisaillement incidente est égal à l'angle critique θ_{cr} donné par la relation :

$$\theta_{cr} = \arcsin\left(\frac{c_T}{c_L}\right), \tag{1.10}$$

où c_L et c_T sont respectivement les célérités des ondes de compression et de cisaillement, alors la valeur absolue de l'angle de réflexion de l'onde de compression est égale à $\pi/2$. Les valeurs des coefficients de réflexion sont également particulières : $R_{TL} = 4\sqrt{\kappa^2 - 1}/\left[\kappa\left(2 - \kappa^2\right)\right] < -1$, avec $\kappa = c_L/c_T$, et $R_{TT} = -1$.

Si l'angle d'incidence de l'onde de cisaillement est supérieur à θ_{cr}, l'angle de réflexion de l'onde de compression n'a d'autres possibilités que de devenir complexe pour satisfaire aux relations de Snell-Descartes.[45] Ainsi, R_{TL}, R_{TT}, $\boldsymbol{k}_{L_r}$ et $\boldsymbol{n}_{L_r}$, qui dépendent de cet angle (cf. Annexe A), sont également complexes dans ce cas. La composante selon $\boldsymbol{x}_2$ du vecteur d'onde de l'onde de compression restant réelle et celle selon $\boldsymbol{x}_1$ devenant imaginaire pur, les ondes de compression sont alors des ondes planes inhomogènes se propageant selon $\boldsymbol{x}_2$ et dont l'amplitude s'atténue exponentiellement selon $\boldsymbol{x}_1$. Ces ondes de surface dont l'amplitude décroit avec la profondeur seront appelées par la suite *ondes évanescentes*.

1.2.4 Fonctions de directivité pour des sources surfaciques linéiques particulières

A partir des expressions données par les équations (1.8) et (1.9), on peut par exemple obtenir les fonctions de directivité d'une source surfacique dans le cas d'une génération d'ultrasons par laser et ce pour les deux régimes de génération : régime d'ablation et régime thermoélastique.

Il a été montré que le régime d'ablation pouvait être modélisé par une force normale à la surface libre et appliquée sur la surface.[36] La force à appliquer en O dans ce cas est donc $\boldsymbol{F}^O_{abl} = F\boldsymbol{x}_1$. On obtient ainsi les fonctions de directivité f^{abl}_L et f^{abl}_T pour le régime d'ablation :

$$f^{abl}_L = n_1^{L_i} + R_{LL}n_1^{L_r} + R_{LT}n_1^{T_r}, \tag{1.11a}$$

$$f^{abl}_T = n_1^{T_i} + R_{TL}n_1^{L_r} + R_{TT}n_1^{T_r}, \tag{1.11b}$$

où les quantités n_1^m avec $m = \{L_i, L_r, T_r\}$ sont les projections selon $\boldsymbol{x}_1$ de chacun des vecteurs de polarisation $\boldsymbol{n}_m$.[43,44]

De même, il a été montré que le régime thermoélastique surfacique pouvait être modélisé par un dipôle de forces, opposées et égales en norme, tangentielles à la surface libre (c'est-à-dire orientées selon $\boldsymbol{x}_2$) et appliquées en un même point sur la surface.[37] Nous nommerons par la suite cette génération comme étant thermoélastique dipolaire. Ce type de dipôle peut être obtenu mathématiquement en considérant la dérivée selon x_2 d'une force orientée dans la direction $\boldsymbol{x}_2$: $\boldsymbol{F}^O_{th} = F\delta'(x_2)\boldsymbol{x}_2$. La dérivée de la fonction de Dirac de la variable x_2, $\delta'(x_2)$, rend compte du fait que $\boldsymbol{F}^O_{th}$ n'est plus une simple force mais un dipôle de forces, cas limite d'un

couple avec les forces et le bras de levier dans la même direction. D'après cette définition, $\boldsymbol{F}_{th}^{O}$ est homogène à un moment.[46] Le problème réciproque à considérer devrait alors être un dipôle de forces appliqué en M, orienté selon $\boldsymbol{e}_r$ ou $\boldsymbol{e}_\theta$ (suivant la fonction de directivité recherchée) et générant un déplacement en O qui doit alors être évalué. Dans ce cas, le théorème de réciprocité s'exprime toujours sous la forme (1.1) où $\boldsymbol{F}^O$ et $\boldsymbol{F}^M$ sont maintenant homogènes à des moments. Cependant, afin de tirer profit des calculs exposés pour une force monopolaire, il est proposé de considérer que l'action appliquée en M dans le problème réciproque est une simple force, et non un moment. Cette force a pour amplitude F et est orientée selon $\boldsymbol{e}_r$ ou $\boldsymbol{e}_\theta$. Il a été vu que la relation mathématique entre une force et un dipôle de forces se réduit à une opération de dérivation. L'opération de dérivation étant linéaire et la propagation des ondes étant supposée s'effectuer dans le régime linéaire, au lieu de dériver la force appliquée en M dans le problème réciproque et de calculer le déplacement généré par le dipôle de forces, il est donc proposé de calculer le déplacement généré par une simple force et d'effectuer ensuite l'opération de dérivation sur ce déplacement, ce qui conduit au même résultat grâce à l'hypothèse de linéarité. Dans l'équation (1.1), $\boldsymbol{F}^M$ est alors une simple force mais l'homogénéité de la relation est conservée par la dérivation du vecteur déplacement $\boldsymbol{u}(O)$ en O par rapport à la direction selon laquelle est orientée le dipôle en O.

Pour résumer, afin de trouver les fonctions de directivité d'une source surfacique linéique en régime thermoélastique dipolaire, il suffit de considérer que la force appliquée en M dans le problème réciproque est une simple force, d'amplitude F et orientée selon $\boldsymbol{e}_r$ ou $\boldsymbol{e}_\theta$, et de dériver ensuite le résultat obtenu par rapport à x_2 pour obtenir les fonctions de directivité f_L^{th} et f_T^{th} pour le régime thermoélastique dipolaire. L'opération de dérivation doit être effectuée sur le déplacement $\boldsymbol{u}(P)$ calculé dans le problème réciproque en un point P quelconque du demi-espace. Cette dérivée est ensuite évaluée au point O pour finalement appliquer le théorème de réciprocité et en déduire les fonctions de directivité. L'équation (1.7) peut être réécrite dans ce cas comme suit :

$$u_L^M = \frac{\dfrac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x_2}(O) \cdot \boldsymbol{F}_{th}^{O}}{F} . \tag{1.12}$$

Comme mentionné, le dénominateur F dans cette expression, représentant la source au point M dans le problème réciproque, est homogène à une force et u_L^M est homogène à un déplacement. La source dans le problème direct représenté par $\boldsymbol{F}_{th}^{O}$ est homogène à un moment, ce qui est compensé dans l'équation (1.12) par la dérivation par rapport à x_2 du vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$. On obtient finalement pour les fonctions de directivité en régime thermoélastique les expressions suivantes :

$$f_L^{th} = jk_2 \left(n_2^{L_i} + R_{LL} n_2^{L_r} + R_{LT} n_2^{T_r} \right) , \tag{1.13a}$$

$$f_T^{th} = jk_2 \left(n_2^{T_i} + R_{TL} n_2^{L_r} + R_{TT} n_2^{T_r} \right) , \tag{1.13b}$$

où les quantités n_2^m avec $m = \{L_i, L_r, T_r\}$ sont les projections selon $\boldsymbol{x}_2$ de chacun des vecteurs de polarisation $\boldsymbol{n}_m$. On remarque dans les équations (1.13) que la dérivation du vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$ avant application du théorème de réciprocité fait simplement apparaître le produit jk_2 en facteur.

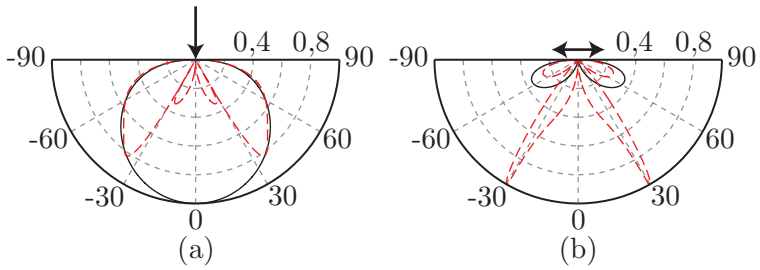


Fig. 1.3 – Diagrammes de directivité des ondes de compression (traits pleins) et de cisaillement (traits pointillés) pour une génération surfacique (a) en régime d'ablation et (b) en régime thermoélastique dipolaire. Les flèches schématisent les forces équivalentes pour chacun des régimes.

L'ensemble des opérations permettant de passer des fonctions de directivité d'une source monopolaire aux fonctions de directivité d'une source dipolaire de même orientation sera appelé par la suite *dérivation des fonctions de directivité*. Il est également intéressant de remarquer que les fonctions de directivité du régime thermoélastique que Hutchins *et al.* proposent,[36] régime que l'on nommera thermoélastique monopolaire par opposition au cas précédent, peuvent être obtenues par les mêmes procédés de calcul, la dérivation par rapport à x_2 en moins. Autrement dit, en ôtant le terme jk_2 devant les parenthèses dans les équations (1.13), on obtient les fonctions de directivité proposées par Hutchins *et al.*

Les diagrammes de directivité des ondes de compression et des ondes de cisaillement sont tracés sur la figure 1.3 pour deux types de génération énoncés ci-dessus : régime d'ablation et régime thermoélastique dipolaire. Les propriétés physiques de l'aluminium 2024-T351 (Tab. 1.1) sont utilisées.

Tab. 1.1 – Propriétés physiques de l'aluminium 2024-T351.

	Valeur
Coefficient d'élasticité C_{11} (GPa)	109
Coefficient d'élasticité C_{12} (GPa)	56
Coefficient d'élasticité C_{66} (GPa)	26,5
Masse volumique ρ ($\mathrm{g\,cm^{-3}}$)	2,7
Longueur de pénétration optique[47] $1/\beta\,(0°)$ (nm)	7,6

Nous rappelons que les fonctions de directivité sont établies pour une source harmonique dans l'espace de Fourier (décomposition en ondes planes). Ces fonctions peuvent donc être à valeurs complexes, comme f_L^{th} [Eq. (1.13a)] qui est à valeurs imaginaires pures du fait de la multiplication par jk_2. La génération des ondes évanescentes dans le cas d'une onde de cisaillement incidente induit également que la fonction f_T^{th} [Eq. (1.13b)] est une fonction à valeurs complexes, car les coefficients de réflexions, R_{TL} et R_{TT}, et les vecteurs d'onde $\boldsymbol{k}_{L_r}$ et de polarisation $\boldsymbol{n}_{L_r}$ de l'onde

de compression réfléchie sont alors complexes (cf. p.22). La quantité tracée sur les diagrammes de directivité doit rendre compte de la variation de l'amplitude des ondes en fonction de la direction de propagation et elle correspond donc aux modules des fonctions de directivité à valeurs complexes établies précédemment [Eqs. (1.11) et (1.13)]. Les phénomènes physiques qui sont associés, d'une part, aux valeurs réelles d'une fonction de directivité, et d'autre part, aux valeurs complexes d'une fonction de directivité, seront discutés dans le cadre plus général de la section suivante, où le cas d'une nappe source enfouie [d] est traité.

La source étant surfacique et sans dimension, les diagrammes de directivité ne dépendent pas de la fréquence. Les traits pleins sur la figure 1.3 correspondent aux fonctions de directivité des ondes de compression et les traits pointillés aux fonctions de directivité des ondes de cisaillement. La figure 1.3(a) représente les diagrammes de directivité pour le régime d'ablation, schématisé par la flèche normale à l'interface. La figure 1.3(b) représente les diagrammes de directivité pour le régime thermoélastique dipolaire, schématisé par la double flèche sur l'interface. Sur chaque diagramme, les courbes sont normalisées par le maximum d'amplitude entre les ondes de compression et de cisaillement.

Cette normalisation fait apparaître que, dans le cas du régime thermoélastique [Fig. 1.3(b)], la perturbation mécanique est préférentiellement liée aux ondes de cisaillement. Inversement, dans le cas du régime d'ablation [Fig. 1.3(a)], la perturbation mécanique est préférentiellement liée aux ondes de compression. De plus, les différences bien connues qui existent entre les deux régimes de génération sur les directions de génération privilégiés sont retrouvées. Le régime d'ablation, pour lequel la source est normale à la surface du demi-espace, génère des ondes de compression préférentiellement dans la direction normale (0°), ce qui explique l'unique lobe en traits pleins de la figure 1.3(a). Au contraire, le régime thermoélastique dipolaire, pour lequel la source est parallèle à la surface du demi-espace, génère des ondes de compression préférentiellement dans des directions latérales, expliquant par ce fait les deux lobes en traits pleins de la figure 1.3(b). Le cas de la directivité des ondes de cisaillement, plus complexe car les ondes évanescentes sont mises en jeu, est commenté dans le cadre plus général de la section suivante. Une parfaite concordance entre les résultats présentés sur la figure 1.3 et les résultats de la littérature[8,32,33,36,37,43,44] valide les calculs que nous avons présentés jusqu'ici.

Plus généralement, le calcul que nous avons présenté, équations (1.1) à (1.9), permet d'obtenir les diagrammes de directivité dans le cas d'une source acoustique localisée sur la surface d'un demi-espace et d'orientation quelconque. Ce calcul fait appel au théorème de réciprocité qui simplifie grandement le problème à résoudre et nous avons vu que le rayonnement d'une source dipolaire peut être déduit du rayonnement d'une source monopolaire par simple dérivation. Dans la partie suivante (§ 1.3), ce calcul déjà largement présenté dans la littérature est étendu au cas d'une surface source enfouie oblique ce qui, à notre connaissance, est inédit.

d. cf. définition p.15

1.3 Extension du calcul au cas d'une nappe source enfouie oblique

Depuis les travaux de Ibn Sahl en 984 sur la loi de la réfraction[48] et ceux qui suivirent de Thomas Harriot (qui redécouvre cette loi en 1602 sans pouvoir la publier avant sa mort), de Willebrord Snellius (qui redécouvre et exprime mathématiquement cette loi en 1621 sans la publier de son vivant) et de René Descartes[49] (qui le premier publie cette loi en 1637), nous savons que le rayon réfracté dans le second milieu forme un angle avec la normale à l'interface qui dépend de l'angle d'incidence et des propriétés optiques du premier milieu dans lequel se propage le faisceau incident ainsi que des propriétés optiques du second milieu. Cette loi, dite de Snell-Descartes, est valable pour les ondes électromagnétiques ainsi que pour les ondes acoustiques comme cela a été utilisé dans la section précédente. Cette faculté de la lumière à être réfractée par une interface peut être utilisée en ultrasons laser pour créer des sources acoustiques non plus surfaciques mais enfouies et distribuées le long d'une direction oblique par rapport à la normale à l'interface. Il est donc intéressant, avant d'approfondir l'étude de ce type de sources, d'en calculer le rayonnement pour analyser les effets de l'obliquité sur les ondes générées.

Dans cette section, l'hypothèse est faite que la génération est thermoélastique et la pénétration optique du faisceau laser est prise en compte. La source acoustique qui est considérée n'est donc plus localisée à la surface du demi-espace comme dans la section 1.2, mais est distribuée le long de la direction de réfraction du faisceau laser. En effet la résolution des équations de Maxwell, que nous décrirons au chapitre 3 et dont les détails sont présentés dans l'annexe B, montre que la densité volumique de puissance déposée par le laser est localisée le long de la direction de réfraction et qu'elle décroit exponentiellement avec la profondeur ; le facteur de décroissance β dépendant de l'angle de réfraction θ_r selon la loi définie par l'équation (B.12). En incidence normale, $\beta\,(0°)$ correspond à l'inverse de la longueur de pénétration optique du matériau considéré pour une longueur d'onde optique donnée. L'amplitude de la source acoustique est directement proportionnelle à la densité de puissance déposée[10] et décroit exponentiellement avec la profondeur, ce qui implique que l'amplitude de la nappe source enfouie oblique[e] est proportionnelle à $\beta\,(\theta_r)\,e^{-\beta(\theta_r)x_1}$.

Pour mener à bien le calcul des fonctions de directivité, il a été choisi de décomposer la nappe source enfouie oblique en une superposition de sources d'expansion linéiques parallèles à l'interface, enfouies et localisées le long de la direction de réfraction comme schématisé sur la figure 1.4. Ainsi, la directivité de la nappe source enfouie oblique sera obtenue par sommation de la directivité de chacune des sources d'expansion linéiques situées à une distance variable de la surface.

1.3.1 Source linéique

Considérons tout d'abord le calcul du rayonnement d'une unique source d'expansion enfouie dans le demi-espace et localisée au point S, dont les coordonnées dans le repère cartésien sont $\left(x_1^S, x_2^S\right)$ [Fig. 1.4]. Le point S est situé sur la direction de réfraction, ce qui impose la relation

e. cf. définition p.15

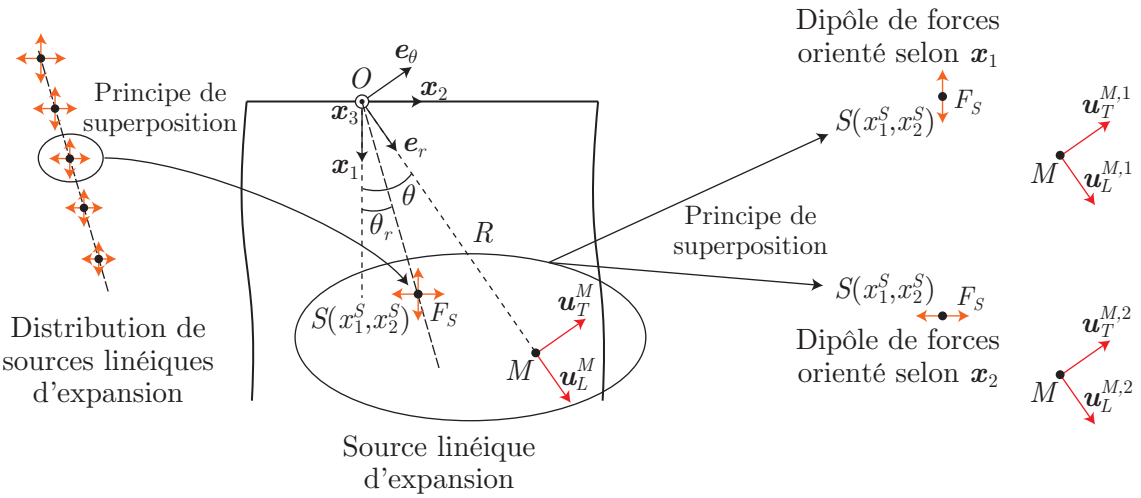


Fig. 1.4 – Problème direct pour le calcul des diagrammes de directivité relatifs à une source d'expansion enfouie.

suivante entre ses coordonnées :

$$x_2^S = x_1^S \tan\theta_r \,. \tag{1.14}$$

Un point source d'expansion correspond à la superposition de trois dipôles de forces de même amplitude et de directions orthogonales.[46] Dans notre cas, deux dipôles appartenants au plan $(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ et orientés selon les vecteurs $\boldsymbol{x}_1$ et $\boldsymbol{x}_2$ suffisent à représenter la source linéique d'expansion car la ligne est orientée selon $\boldsymbol{x}_3$ et est considérée comme infinie dans cette direction (Fig. 1.4). Si F_S représente l'amplitude de chacun des dipôles, autrement dit l'amplitude de la source acoustique au niveau du point S, alors F_S vérifie :

$$F_S \propto \beta\left(\theta_r\right) e^{-\beta(\theta_r) x_1^S} \,, \tag{1.15}$$

où on rappelle que la dépendance de β en fonction de θ_r est explicitée dans l'annexe B.

La linéarité des équations permet comme on l'a vu d'appliquer le principe de superposition, toujours dans le but de simplifier les calculs : on procède donc aux calculs de quatre fonctions de directivité, deux pour chacun des dipôles, puis on additionne les fonctions de directivité des ondes de compression d'une part et de cisaillement d'autre part pour obtenir finalement les deux fonctions de directivité d'une source d'expansion. Pour résumer, la démarche retenue pour le calcul des fonctions de directivité d'une source d'expansion, enfouie et linéique est la suivante :

1. calcul des fonctions de directivité $f_L^{1,dip}$ et $f_T^{1,dip}$ d'un dipôle de forces appliqué en S dans la direction $\boldsymbol{x}_1$, correspondant respectivement aux facteurs de $\boldsymbol{u}_L^{M,1}$ et de $\boldsymbol{u}_T^{M,1}$ (Fig. 1.4 droite) qui dépendent de θ ;

2. calcul des fonctions de directivité $f_L^{2,dip}$ et $f_T^{2,dip}$ d'un dipôle de forces appliqué en S dans la direction $\boldsymbol{x}_2$, correspondant respectivement aux facteurs de $\boldsymbol{u}_L^{M,2}$ et de $\boldsymbol{u}_T^{M,2}$ (Fig. 1.4 droite) qui dépendent de θ ;

3. application du principe de superposition pour obtenir les fonctions de directivité f_L^S et f_T^S d'une source d'expansion située en S (Fig. 1.4 centre) :

$$f_L^S = f_L^{1,dip} + f_L^{2,dip}\,, \tag{1.16a}$$
$$f_T^S = f_T^{1,dip} + f_T^{2,dip}\,. \tag{1.16b}$$

Pour une direction de réfraction θ_r fixée, les coordonnées du point S étant liées par l'équation (1.14), les fonctions de directivité f_L^S et f_T^S dépendent de deux variables : x_1^S, qui positionne la source dans le repère cartésien, et θ, qui donne la direction de propagation (Fig. 1.4). Ainsi on obtient finalement les fonctions de directivité f_L^{PO} et f_T^{PO} d'une nappe source enfouie oblique, prenant en compte la pénétration optique (PO), en sommant les fonctions de directivité f_L^S et f_T^S de chaque source linéique enfouie sur la direction de réfraction pour reconstruire la nappe source, ce qui se traduit par les équations suivantes :

$$f_L^{PO}(\theta) = \int_0^\infty f_L^S\left(\theta, x_1^S\right)\,\mathrm{d}x_1^S\,, \tag{1.17a}$$
$$f_T^{PO}(\theta) = \int_0^\infty f_T^S\left(\theta, x_1^S\right)\,\mathrm{d}x_1^S\,. \tag{1.17b}$$

La démarche pour calculer les fonctions de directivité d'un dipôle de forces appliqué en S est exactement la même que celle développée dans la section 1.2. La seule différence réside dans le fait que le dipôle de forces n'est plus appliqué en O, l'origine du repère, mais en S de coordonnées $\left(x_1^S, x_2^S\right)$. Notons qu'ici la dérivation[f] de l'équation (1.6), opération qui permet d'obtenir les fonctions de directivité d'un dipôle de forces, se fait soit par rapport à la variable x_1 soit par rapport à la variable x_2, suivant que le dipôle de forces considéré est orienté selon $\boldsymbol{x}_1$ ou selon $\boldsymbol{x}_2$. D'après les équations (1.6) et (1.15), l'application du principe de réciprocité non plus entre O et M mais entre S et M fournit :

$$f_L^{1,dip} = \beta(\theta_r) \sum_{m=L_i,L_r,T_r} R_m^{\parallel} j k_1^m n_1^m e^{-\left[\beta(\theta_r)+j\left(k_1^m+k_2\tan\theta_r\right)\right]x_1^S}\,, \tag{1.18a}$$
$$f_T^{1,dip} = \beta(\theta_r) \sum_{m=T_i,L_r,T_r} R_m^{\perp} j k_1^m n_1^m e^{-\left[\beta(\theta_r)+j\left(k_1^m+k_2\tan\theta_r\right)\right]x_1^S}\,, \tag{1.18b}$$
$$f_L^{2,dip} = \beta(\theta_r) \sum_{m=L_i,L_r,T_r} R_m^{\parallel} j k_2 n_2^m e^{-\left[\beta(\theta_r)+j\left(k_1^m+k_2\tan\theta_r\right)\right]x_1^S}\,, \tag{1.18c}$$
$$f_T^{2,dip} = \beta(\theta_r) \sum_{m=T_i,L_r,T_r} R_m^{\perp} j k_2 n_2^m e^{-\left[\beta(\theta_r)+j\left(k_1^m+k_2\tan\theta_r\right)\right]x_1^S}\,, \tag{1.18d}$$

où les $R_m^{\parallel}$ et $R_m^{\perp}$ sont les coefficients de réflexion tels que : $R_{L_i}^{\parallel} = 1$, $R_{L_r}^{\parallel} = R_{LL}$, $R_{T_r}^{\parallel} = R_{TL}$, $R_{T_i}^{\perp} = 1$, $R_{L_r}^{\perp} = R_{TL}$ et $R_{T_r}^{\perp} = R_{TT}$. Par application du principe de superposition [Eq. (1.16)] et en remarquant que $(k_1^m n_1^m + k_2 n_2^m) = \boldsymbol{k}_m \cdot \boldsymbol{n}_m$, on obtient :

$$f_L^S\left(\theta, x_1^S\right) = \beta(\theta_r) \sum_{m=L_i,L_r,T_r} R_m^{\parallel}(\theta)\, j\boldsymbol{k}_m(\theta)\cdot\boldsymbol{n}_m(\theta)\, e^{-\left\{\beta(\theta_r)+j\left[k_1^m(\theta)+k_2(\theta)\tan\theta_r\right]\right\}x_1^S}\,, \tag{1.19a}$$
$$f_T^S\left(\theta, x_1^S\right) = \beta(\theta_r) \sum_{m=T_i,L_r,T_r} R_m^{\perp}(\theta)\, j\boldsymbol{k}_m(\theta)\cdot\boldsymbol{n}_m(\theta)\, e^{-\left\{\beta(\theta_r)+j\left[k_1^m(\theta)+k_2(\theta)\tan\theta_r\right]\right\}x_1^S}\,. \tag{1.19b}$$

f. Il s'agit ici de la dérivation au sens des fonctions de directivité comme cela a été défini p. 24 de la section1.2

Ces expressions font apparaître le produit scalaire entre les vecteurs d'onde et les vecteurs de polarisation de chacune des ondes incidentes et réfléchies. Or dans un matériau isotrope et dans le cas d'une onde de cisaillement, ce produit est nul : $\boldsymbol{k}_{T_i} \cdot \boldsymbol{n}_{T_i} = \boldsymbol{k}_{T_r} \cdot \boldsymbol{n}_{T_r} = 0$. Cette observation confirme que seules les ondes générant des déformations associées à une variation de volume contribuent à la directivité d'une source d'expansion.[8] On retrouve ainsi que dans un milieu isotrope, une source d'expansion ne peut générer des ondes de cisaillement qu'en présence d'une interface où une conversion de mode des ondes de compression vers les ondes de cisaillement peut s'opérer.

1.3.2 Rôles des ondes évanescentes

Dans le problème réciproque considéré pour le calcul de la fonction de directivité des ondes de cisaillement, tenir compte uniquement des ondes générant des déformations associées à une variation de volume revient à considérer uniquement la conversion de mode des ondes de cisaillement vers les ondes de compression. Autrement dit, la seule onde plane du problème réciproque qui contribue à la fonction de directivité des ondes de cisaillement est l'onde de compression réfléchie. Fort de cette observation, examinons maintenant la fonction de directivité des ondes de cisaillement.

Il a été mentionné précédemment que ces ondes de compression réfléchies pouvaient être évanescentes (cf. p. 22). Afin de bien expliciter le procédé de génération des ondes de cisaillement dans le problème direct, la conversion de mode dans le problème réciproque de l'onde plane harmonique de cisaillement incidente se réfléchissant sur la surface du demi-espace en une onde plane harmonique de compression est maintenant commentée.

Il est pratique, pour discuter de cette conversion, de considérer les courbes des lenteurs de phase représentées sur la figure 1.5(a). Le milieu considéré étant isotrope, les célérités c_L et c_T, respectivement des ondes de compression et de cisaillement, ne dépendent pas de la direction de propagation des ondes dans le milieu. Les courbes des lenteurs de phase définissent donc deux arcs de cercle, de rayon $1/c_L$ et $1/c_T$, dans le plan $(|\Re(k_1/\omega)|, |k_2/\omega|)$, où $\Re(.)$ représente la partie réelle d'un nombre complexe. Notons que le fait que la surface du demi-espace soit selon $\boldsymbol{x}_2$ impose que k_2 est réel, alors qu'aucune hypothèse ne peut être faite pour k_1 qui peut être complexe comme nous allons le discuter avec les trois cas d'incidence menant à différentes conversions qui sont représentés sur la figure 1.5(a).

Dans le cas (1), l'angle d'incidence de l'onde de cisaillement par rapport à la normale à la surface du demi-espace est inférieur à l'angle critique θ_{cr} [Eq. (1.10)]. La loi de Snell-Descartes assure que les projections selon la surface des vecteurs d'onde des ondes de cisaillement incidente et de compression réfléchie sont égales, ce qui est symbolisé sur la figure 1.5(a) par le trait pointillé vertical sous le label (1). L'intersection de ce trait vertical avec la courbe des lenteurs de phase des ondes de compression fournit ainsi la direction (et la norme) du vecteur d'onde de l'onde de compression réfléchie. On voit ainsi que tant que l'angle d'incidence de l'onde de cisaillement reste strictement inférieur à θ_{cr} l'angle de réflexion des ondes de compression est inférieur à 90°, signifiant que les ondes de compression sont des ondes de volume se propageant dans le demi-espace. Dans le problème direct, cela se traduit par le fait que les ondes de cisaillement générées

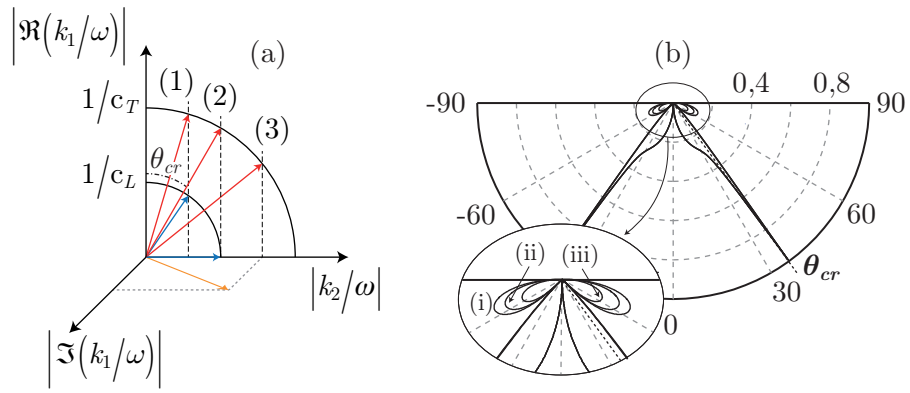


Fig. 1.5 – (a) Courbes des lenteurs de phase dans un milieu isotrope et tracés des vecteurs d'onde de l'onde de cisaillement incidente et de l'onde de compression réfléchie pour un angle d'incidence (1) inférieur, (2) égal et (3) supérieur à θ_{cr}. (b) Evolution du diagramme de directivité des ondes de cisaillement générées par une source d'expansion enfouie en fonction de sa distance x_1^S à la surface : (i) $x_1^S = 1/4\beta$, (ii) $x_1^S = 1/2\beta$ et (iii) $x_1^S = 1/\beta$. La pulsation choisie pour le calcul est $\omega = \beta c_T$ ce qui correspond à un rapport $k_T/\beta = 1$.

dans des directions strictement comprises entre $-\theta_{cr}$ et θ_{cr} proviennent de la conversion de mode des ondes de compression de volume générées par la source d'expansion et se propageant vers la surface du demi-espace.

Sur la figure 1.5(a), le cas (2) représente le cas particulier où l'angle d'incidence de l'onde de cisaillement est égal à l'angle critique, ce qui génère une onde de compression dite rasante, caractérisée par une projection nulle du vecteur d'onde sur la normale à la surface ($k_1 = 0$). Ainsi, dans le problème direct, les ondes de cisaillement générées dans les directions $-\theta_{cr}$ et θ_{cr} proviennent de la conversion de mode des ondes de compression rasantes générées par la source d'expansion et se propageant sur la surface du demi-espace. Ces ondes de cisaillement sont nommées par la suite *ondes de tête*.

Enfin, lorsque l'angle d'incidence de l'onde de cisaillement est supérieur à θ_{cr}, la seule solution pour que la loi de Snell-Descartes et la relation de dispersion soient toutes deux respectées est de considérer que le vecteur d'onde de l'onde de compression a une projection k_1 selon la normale à la surface à valeur imaginaire pure, comme cela est illustré par le cas (3) sur la figure 1.5(a). Il s'agit des ondes planes inhomogènes mentionnées précédemment (cf. p.22) : les ondes évanescentes. Dans le problème direct, cela signifie que les ondes de cisaillement générées dans des directions inférieures à $-\theta_{cr}$ ou supérieures à θ_{cr} résultent de la conversion de mode des ondes de compression évanescentes générées par la source d'expansion enfouie.

1.3.3 Influence de l'enfouissement d'une source linéique

Sur la figure 1.5(b) sont tracés trois diagrammes de directivité des ondes de cisaillement, chacun pour une source d'expansion enfouie à une distance x_1^S sous la surface du demi-espace : (i) $x_1^S = 1/4\beta$, (ii) $x_1^S = 1/2\beta$ et (iii) $x_1^S = 1/\beta$. La pulsation choisie pour le calcul est $\omega = \beta c_T$.

Les célérités acoustiques des ondes de compression et de cisaillement sont dans un rapport tel que l'angle critique est de l'ordre de 35°. Chaque courbe est normalisée par $\beta\left(0°\right)e^{-\beta(0°)x_1^S}$ afin de comparer la directivité pour des sources enfouies ayant la même amplitude. D'après les commentaires précédents, on sait maintenant que les deux maxima, pour des directions de $-\theta_{cr}$ et θ_{cr}, correspondent aux ondes de tête. Les deux lobes primaires pour des directions comprises strictement entre $-\theta_{cr}$ et θ_{cr} correspondent aux ondes de cisaillement générées par la conversion de mode des ondes de compression de volume. Et finalement, les deux lobes secondaires pour des angles inférieurs à $-\theta_{cr}$ et supérieurs à θ_{cr} sont associées à la conversion de mode des ondes de compression évanescentes.

L'évolution de la directivité en fonction de la distance de la source à la surface est intéressante. Pour une fréquence donnée, on voit que la génération des ondes de cisaillement dans des directions entre $-\theta_{cr}$ et θ_{cr} n'est pas influencée par l'enfouissement de la source. En effet, on vient de voir que ces ondes de cisaillement résultent de la conversion de mode des ondes de compression de volume générées par la source qui correspondent simplement dans l'espace de Fourier à des ondes planes homogènes de compression de pulsation $\omega = \beta c_T$. Or une onde plane ne subit pas d'atténuation géométrique et les trois sources d'expansion sont égales en amplitude, ce qui explique la superposition parfaite des lobes primaires.

En revanche les lobes secondaires évoluent en fonction de la distance de la source à la surface, et ce malgré la normalisation en amplitude des sources. Les longueurs d'onde des ondes évanescentes pour lesquelles la génération par une source enfouie est efficace dépendent effectivement de l'enfouissement de la source. Ainsi, plus une source est enfouie et plus l'efficacité de génération porte sur les grandes longueurs d'onde, autrement dit les basses fréquences. Cela explique l'évolution des lobes secondaires sur l'encart de la figure 1.5(b), où il apparaît que pour une fréquence fixée, la génération des ondes de cisaillement pour des angles supérieurs à θ_{cr} en valeur absolue, et donc la génération des ondes de compression évanescentes, est moins efficace à mesure que la distance de la source à la surface augmente.

1.3.4 Nappe source enfouie

L'ensemble de la discussion qui vient d'être menée sur la signification des différents lobes des diagrammes de directivité d'une source linéique enfouie est également valable pour les diagrammes de directivité d'une nappe source enfouie. En effet, la nappe source enfouie est obtenue par sommation des sources d'expansion enfouies et ainsi, pour terminer le calcul des fonctions de directivité pour une nappe source enfouie, il suffit de substituer les expressions des équations (1.19) dans les équations (1.17) et d'intégrer sur l'ensemble des sources d'expansion enfouies. Ainsi après intégration sur x_1^S, les fonctions de directivité d'une nappe source enfouie oblique sont :

$$f_L^{PO}\left(\theta\right) = j\beta\left(\theta_r\right) \sum_{m=L_i,L_r} \frac{R_m^{\parallel}\left(\theta\right)}{\beta\left(\theta_r\right) + j\left[k_1^m\left(\theta\right) + k_2\left(\theta\right)\tan\theta_r\right]} \boldsymbol{k}_m\left(\theta\right)\cdot\boldsymbol{n}_m\left(\theta\right) , \tag{1.20a}$$

$$f_T^{PO}\left(\theta\right) = \frac{j\beta\left(\theta_r\right)R_{L_r}^{\perp}\left(\theta\right)}{\beta\left(\theta_r\right) + j\left[k_1^{L_r}\left(\theta\right) + k_2\left(\theta\right)\tan\theta_r\right]} \boldsymbol{k}_{L_r}\left(\theta\right)\cdot\boldsymbol{n}_{L_r}\left(\theta\right) . \tag{1.20b}$$

Nous avons ainsi présenté une méthode simple et inédite permettant de calculer les expressions des fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement d'une nappe source enfouie oblique où la longueur de pénétration optique aussi bien que l'incidence du faisceau laser sont prises en compte. Ces calculs tirent profit de la linéarité des phénomènes considérés à travers l'utilisation du principe de superposition et du théorème de réciprocité, ce qui permet de simplifier les calculs à réaliser. Dans la section suivante (§ 1.4), en supposant tout d'abord une incidence normale du faisceau laser, les diagrammes de directivité seront tracés et comparés à la littérature dans des situations de faible absorption et de forte absorption[g]. Les effets de l'obliquité de la source acoustique sur la directivité seront ensuite discutés dans la section 1.5.

1.4 Diagrammes de directivité d'une nappe source enfouie normale

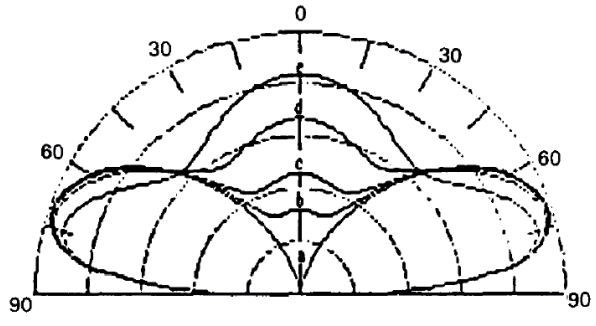
La méthode de calcul des diagrammes de directivité exposée dans la section précédente (§ 1.3) est maintenant utilisée pour étudier le rayonnement d'une nappe source enfouie normale. Nous allons dans cette section comparer les diagrammes obtenus par la méthode proposée à ceux que l'on peut trouver dans la littérature pour une source acoustique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique en incidence normale, et expliquer ces diagrammes à la lumière de la théorie évoquée pour les calculer.

1.4.1 Ondes de compression

Le cas des matériaux semi-transparents est tout d'abord considéré. Les résultats présentés par Yuhai *et al.* en annexe de leur article sur l'étude de la directivité dans des échantillons de verres neutres[38] sont comparés avec les résultats obtenus par la méthode proposée dans ce chapitre. Cet article constitue la référence pour les diagrammes de directivité avec prise en compte de la pénétration optique car ils sont les premiers et pratiquement les seuls à avoir effectué ce genre d'étude. Leur méthode de calcul est basée sur une méthode intégrale qui fait suite aux calculs de Miller et Pursey,[32] méthode prouvée comme donnant de bons résultats mais plus complexe à mettre en œuvre que la méthode que nous proposons. Les figures de l'article de Yuhai *et al.* sont reproduites sur les figures 1.6 et 1.8 pour faciliter la comparaison.

La figure 1.6 représente la variation de la directivité des ondes de compression avec le rapport k_L/β où k_L est le nombre d'onde des ondes de compression. La figure correspondante calculée avec la méthode proposée dans ce chapitre est la figure 1.7. Les valeurs des coefficients décrivant les propriétés physiques des matériaux utilisés pour établir cette figure sont celles indiquées dans l'article de Yuhai *et al.* et les mêmes calculs pour les neuf rapports k_L/β ont été effectués : (a) 0,01 ; (b) 0,2 ; (c) 0,3 ; (d) 0,5 ; (e) 1 ; (f) 2 ; (g) 3 ; (h) 5 et (i) 10. L'ensemble des diagrammes est normalisé par le maximum de la courbe (a). Une parfaite concordance apparaît sur l'ensemble des diagrammes ce qui permet de valider la méthode proposée pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes de compression avec prise en compte de la pénétration optique.

g. cf. définition p.10



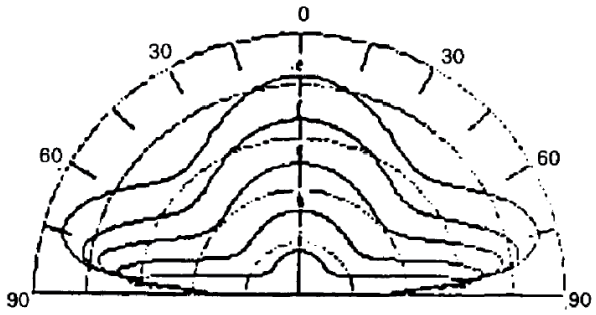
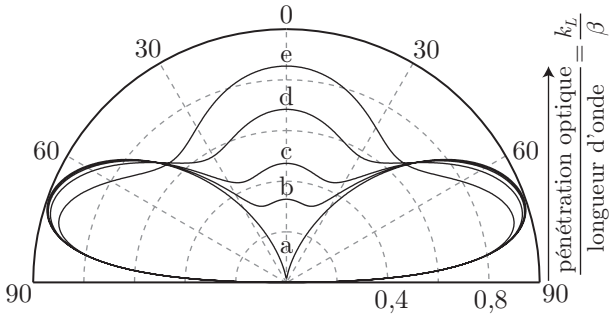


Figure 9 Variation of the longitudinal directivity pattern with k_1/b for $k_1 a \ll 1$ and Poisson's ratio $\sigma = 0.23$. k_1/b are, respectively, (a) 0.01; (b) 0.2; (c) 0.3; (d) 0.5; (e) 1, (f) 2; (g) 3; (h) 5; (i) 10

Fig. 1.6 – Reproduction de la figure 9 de l'article de Yuhai *et al.* sur l'étude du rayonnement des ondes générées par laser dans des échantillons de verres neutres.[38]



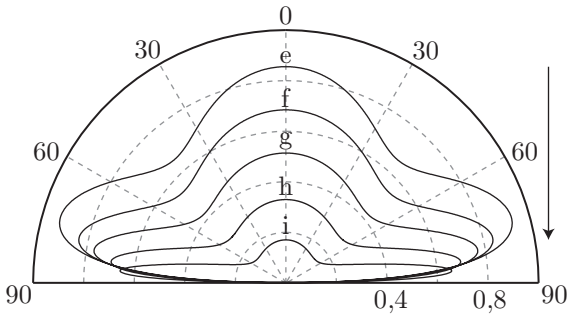


Fig. 1.7 – Variation des diagrammes de directivité des ondes de compression avec le rapport k_L/β pour un échantillon de verre neutre. Les valeurs du rapport k_L/β sont respectivement : (a) 0,01 ; (b) 0,2 ; (c) 0,3 ; (d) 0,5 ; (e) 1 ; (f) 2 ; (g) 3 ; (h) 5 et (i) 10.

Le comportement des ondes de compression en fonction du rapport entre leur longueur d'onde et la longueur de pénétration optique, illustré par ces figures, est très parlant. Lorsque k_L/β est très petit, la directivité des ondes de compression est la même que dans le cas d'une source thermoélastique surfacique dipolaire. Cela traduit le fait que la prise en compte de la pénétration optique n'a que peu d'influence sur les ondes dont la longueur d'onde est très grande devant la longueur de pénétration optique. On voit ensuite que lorsque le rapport k_L/β augmente jusqu'à atteindre la valeur 1, alors la directivité des ondes de compression évolue. En effet, les longueurs d'onde de plus en plus petites sont de plus en plus influencées par la source et des ondes de compression se propageant dans la direction normale à la surface du demi-espace, c'est-à-dire 0° sur le diagramme, apparaissent. Enfin, lorsque le rapport est supérieur à 1, on observe une simple homothétie due à une diminution de l'efficacité de génération pour les ondes dont le nombre d'onde est supérieur à l'inverse de la longueur de pénétration optique.

1.4.2 Ondes de cisaillement

Comparons maintenant les diagrammes de directivité des ondes de cisaillement. Ceux proposés par Yuhai *et al.* sont reproduits sur la figure 1.8. La figure 1.9 représente les diagrammes

de directivité des ondes de cisaillement obtenus à partir de la méthode exposée dans la section 1.3 pour différentes valeurs du rapport k_T/β où k_T représente le nombre d'onde des ondes de cisaillement. Les valeurs des coefficients décrivant les propriétés physiques du matériau utilisé sont toujours les mêmes que celles indiquées dans l'article de Yuhai *et al.*, et le choix des même rapports k_T/β a été fait : (a) 0,01 ; (b) 1 et (c) 2π.

Les traits pleins et les traits tiret-points des figures 1.9(a)-(c) représentent les mêmes diagrammes de directivité, la différence résidant dans l'échantillonnage angulaire choisi pour effectuer les calculs. Afin de comparer les courbes obtenues par la méthode que nous proposons à ceux de Yuhai *et al.*, le pas angulaire a été fixé à 1° pour les courbes en traits tiret-points. La normalisation est faite par le maximum de chaque courbe dans ce cas. Ici encore, une parfaite concordance apparaît sur l'ensemble des diagrammes ce qui permet de valider la méthode proposée pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes de cisaillement avec prise en compte de la pénétration optique. Avec un tel pas angulaire, les directions associées aux ondes de tête ne sont pas calculées. C'est la raison pour laquelle la valeur du maximum servant à la normalisation n'est pas la même d'une courbe à l'autre. Les calculs ont donc été menés à nouveau avec un pas de 1/6°, ce qui correspond aux courbes en traits pleins sur les figures 1.9(a)-(c). Dans ce cas là, l'ensemble des diagramme est normalisé par le maximum de la courbe (a), ce qui permet de faire une comparaison plus fine.

A la vue de leurs diagrammes de directivité pour les ondes de cisaillement (Fig. 1.8), Yuhai *et al.* ont considéré qu'il n'y avait pas de variation notable de ceux-ci : « the pattern does not vary prominently ». La pénétration optique a cependant des effets sur la directivité des ondes de cisaillement, certes moindre que sur la directivité des ondes de compression, mais remarquables autant sur leurs figures que sur celles obtenues par le calcul que nous avons proposé (Fig. 1.9). L'amplitude des ondes de cisaillement à $\sim 67°$ (lobes secondaires) diminue à mesure que le rapport k_T/β augmente. De plus, dans la direction de l'angle critique $\theta_{cr} = 36,34°$ (lobes primaires), l'amplitude des ondes semble constante et très peu affectée, tandis que l'excroissance à l'intérieur des lobes primaires tend à diminuer lorsque le rapport k_T/β augmente.

La méthode de calcul exposée dans ce chapitre permet de comprendre les causes de ces effets. Comme mentionné lors du calcul de la fonction de directivité des ondes de cisaillement (§ 1.3), celles dont la direction de propagation est contenue dans le cône de demi-angle au sommet $\theta_{cr} = 36,34°$ [Fig. 1.9(a)] sont associées à la conversion de mode des ondes de compression volumiques. Les variations de la directivité des ondes de cisaillement à l'intérieur du cône peuvent donc être mises en parallèle avec le comportement des ondes de compression volumiques décrit par les diagrammes de directivité de la figure 1.7 ; diagrammes à considérer sur la totalité de la plage angulaire. Pour un rapport k_T/β donné, le rapport k_L/β à considérer pour la comparaison s'obtient par la relation suivante :

$$\frac{k_L}{\beta} = \frac{c_T}{c_L}\frac{k_T}{\beta}\,. \tag{1.21}$$

On en déduit que les valeurs des rapports k_L/β correspondant aux trois rapports k_T/β considérés ici (0,01 ; 1 et 2π) sont égales respectivement à 0,006 ; 0,6 et 3,7. Ainsi pour la discussion qui suit, on choisit de comparer les figures 1.9(a) et 1.7(a), les figures 1.9(b) et 1.7(d), et les figures 1.9(c) et 1.7(g).

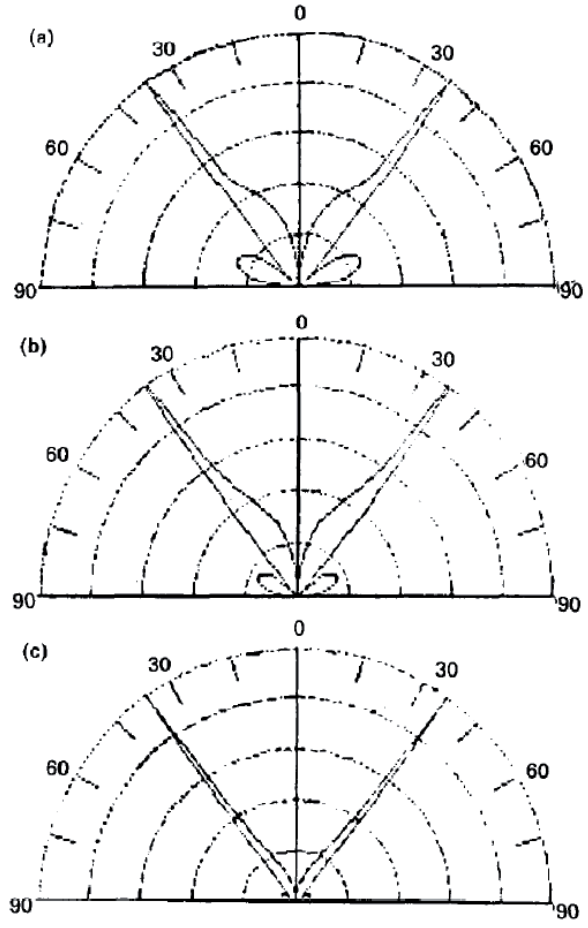


Figure 10 The directivity patterns of shear wave for three values of k_2/b, $k_2a \ll 1$ and Poisson's ratio $\sigma = 0.23$. k_2/b are, respectively (a) 0.01; (b) 1; (c) 6.28

Fig. 1.8 – Reproduction de la figure 10 de l'article de Yuhai *et al.* sur l'étude du rayonnement des ondes générées par laser dans des échantillons de verres neutres.[38]

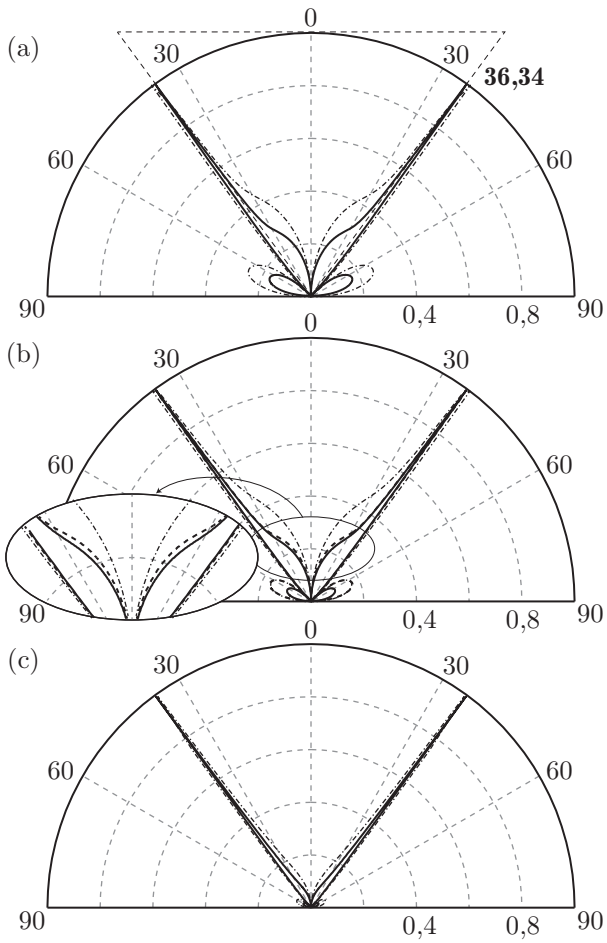


Fig. 1.9 – Variation des diagrammes de directivité des ondes de cisaillement avec le rapport k_T/β pour un échantillon de verre neutre. Les valeurs du rapport k_T/β sont respectivement : (a) 0,01 ; (b) 1 et (c) 2π.

A mesure que les nombres d'onde augmentent, c'est-à-dire que les longueurs d'onde diminuent, on a vu que la perturbation mécanique était préférentiellement liée aux ondes de compression ayant un faible angle de propagation. Ce changement doit affecter les autres types d'onde générées par la source acoustique. Entre les courbes (a) et (d) de la figure 1.7, on observe que les deux lobes de la courbe (a) se rassemblent sur la courbe (d) par l'intermédiaire d'un troisième lobe dans la direction 0°. Une nette augmentation des ondes de compression générées entre –45° et 45° est donc observée alors que l'amplitude reste sensiblement identique de part et d'autres de ces angles. Une augmentation de la génération des ondes de compression est synonyme d'une diminution de la génération des autres types d'onde, ce que l'on peut voir par exemple pour les ondes de cisaillement sur la figure 1.9(b) où le diagramme de la figure 1.9(a) est reporté en traits pointillés. On voit dans l'encart de la figure 1.9(b) que les excroissances à l'intérieur du cône

diminuent, signifiant que la génération des ondes de cisaillement diminue dans ces directions, bien que faiblement.

L'effet est plus spectaculaire sur les lobes secondaires qui diminuent quasiment de moitié. Cela signifie que les ondes de compression évanescentes à l'origine de la génération de ces ondes de cisaillement, comme mentionné précédemment (cf. p. 30 de la section 1.3.2), jouent un rôle moindre sur la perturbation mécanique lorsque la longueur d'onde diminue. En effet, il est rappelé que les basses longueurs d'onde des ondes de compression évanescentes générées par une nappe source enfouie sont associées aux sources linéiques d'expansion enfouies les plus éloignées de la surface du demi-espace, donc les moins énergétiques.

Enfin, si l'on continue à diminuer la longueur d'onde [Fig. 1.9(c)], les excroissances et les lobes secondaires deviennent presque inexistants, alors que l'amplitude des ondes générées dans la direction de l'angle critique reste identique. Sur la figure 1.7(g), on voit que l'amplitude des ondes de compression générées dans l'ensemble des directions diminue. La source apportant peu d'énergie aux faibles longueurs d'onde, cela explique que l'amplitude de tous les types d'ondes générés diminue pour les faibles longueurs d'onde.

La figure 1.7(g) montre de plus que l'amplitude des ondes de compression générées presque parallèlement à l'interface du milieu, c'est-à-dire avec de grands angles, est beaucoup moins affectée que celle des ondes de compression se propageant avec des angles plus petits, ce qui laisse penser que les ondes de compression rasantes sont moins affectées par la diminution d'amplitude. Cela explique le comportement singulier des ondes de cisaillement générées dans la direction de l'angle critique dont l'amplitude n'est pas affectée par la diminution de la longueur d'onde.

Après avoir expliqué les divers diagrammes de directivité rendant compte de l'effet de la longueur de pénétration optique du milieu sur la directivité d'une nappe source enfouie normale, et avant d'analyser les effets de l'obliquité de la source acoustique, le calcul des fonctions de directivité est testé dans un cas limite.

1.4.3 Cas limite : directivité dans une situation de forte absorption optique

On considère maintenant le cas de l'aluminium car il s'agit d'un matériau optiquement opaque[h] qui constitue ainsi, pour des impulsions longues[h], un cas d'étude limite pour la méthode de calcul que nous avons proposée : le cas d'une situation de forte absorption[h]. On se place alors dans le cas d'une génération thermoélastique pour les calculs des fonctions de directivité f_L^{PO} et f_T^{PO}. Ainsi, les diagrammes de directivité avec prise en compte de la pénétration optique devraient être très proches de ceux obtenus pour une source thermoélastique dipolaire surfacique pour le cas de l'aluminium, la nappe source enfouie tendant vers une source surfacique linéique. Les valeurs des coefficients décrivant les propriétés physiques choisies pour ces calculs sont celles de l'aluminium 2024-T351 et sont indiquées dans le tableau 1.1. La figure 1.10 montre les diagrammes de directivité représentatifs du rayonnement des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement dans l'aluminium pour une fréquence de 10 MHz. Cette fréquence est caractéristique des fréquences des ondes acoustiques générées par des impulsions longues (quelques nanosecondes) dans les métaux.

h. cf. définition p.10

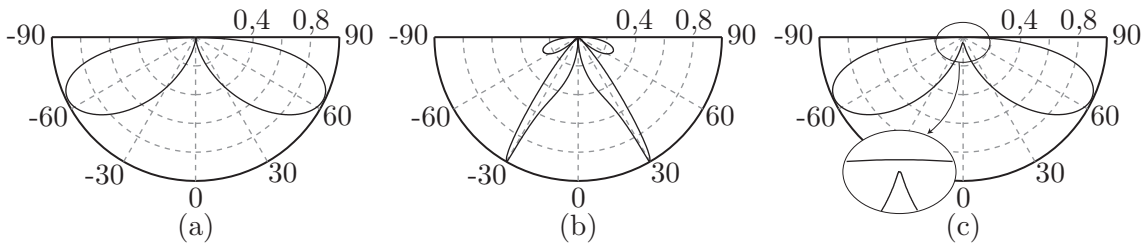


Fig. 1.10 – Diagrammes de directivité représentatifs du rayonnement des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement dans l'aluminium 2024-T351 à une fréquence de 10 MHz. (c) Diagramme de directivité des ondes de compression à une fréquence de 1,6 GHz.

Comme attendu, l'effet de la pénétration optique n'est pas visible à cette fréquence et la directivité de chacune des ondes, obtenue par la méthode que nous proposons, est identique à celle obtenue pour une source thermoélastique dipolaire surfacique [Fig. 1.3(b)]. Notons également qu'on retrouve sur la figure 1.10(b) les lobes primaires à 30°, ce qui correspond à la valeur de l'angle critique pour l'aluminium.

Yaping *et al.* montrent dans la figure 5 de leur article[39] que l'effet de la pénétration optique sur la directivité des ondes de compression devient visible pour une fréquence de 1 GHz, pour un type d'aluminium dont la longueur de pénétration optique est de 12 nm, puisqu'ils observent sur les résultats de leur calcul une génération d'ondes de compression dans la direction normale, ce qui est propre à l'effet de la pénétration optique. Cette fréquence est caractéristique des fréquences des ondes acoustiques générées par des impulsions courtes dans les métaux, ce qui correspond à une situation de faible absorption. La fréquence de 1 GHz équivaut pour eux à un rapport de 522 entre la longueur d'onde de l'onde de compression et la longueur de la pénétration optique. Le même rapport est cherché dans notre cas et il correspond à une fréquence de 1,6 GHz[i]. Après calcul, on observe bien dans l'encart de la figure 1.10(c) que la directivité des ondes de compression est sensible à la pénétration optique à cette fréquence. L'effet est faible mais identique à celui observé par Yaping *et al.*

Nous pouvons donc conclure que le modèle proposé dans la section 1.3 fournit d'excellents résultats dans le cas limite d'une situation de forte absorption, ce qui vient conforter les résultats obtenus dans le cas d'une situation de faible absorption. L'influence de l'obliquité d'une nappe source enfouie sur les diagrammes de directivité est maintenant étudiée.

1.5 Diagrammes de directivité d'une nappe source enfouie oblique

Le matériau choisi pour cette section est également un verre neutre. Nous considérons les valeurs des coefficients décrivant les propriétés physiques qui correspondent à l'échantillon dont nous disposons au laboratoire et sur lequel nous avons réalisé les expériences qui seront pré-

i. Cette fréquence est différente car $1/\beta$ vaut 12 nm dans leur cas alors que $1/\beta$ vaut 7,6 nm pour l'aluminium 2024-T351.

sentées plus tard dans ce manuscrit de thèse. Il s'agit du verre Schott NG1, constituant du filtre absorbant à densité neutre ANG 500 vendu par CVI Melles Griot, dont les propriétés mécaniques, thermiques et optiques sont rassemblées dans le tableau 1.2.

Tab. 1.2 – Propriétés mécaniques, thermiques et optiques à 1064 nm du verre Schott NG1.

	Valeur
Coefficient d'élasticité C_{11} (GPa)	66,91
Coefficient d'élasticité C_{12} (GPa)	20,43
Coefficient d'élasticité C_{66} (GPa)	23,4
Masse volumique ρ ($\mathrm{g\,cm^{-3}}$)	2,443
Chaleur spécifique [50, p. 560] C_p (J/kg.K)	840
Dilatation thermique[47] α ($\mathrm{K^{-1}}$)	6,6 10^{-6}
Longueur de pénétration optique[47] $1/\beta\,(0°)$ (μm)	226
Indice de réfraction[47] n'	1,51
Coefficient d'absorption optique[47] n''	3,74 10^{-4}

Dans un premier temps, l'influence de l'angle d'incidence sur la directivité est étudiée en fixant le rapport nombre d'onde sur $\beta\,(\theta_i)$, où θ_i est l'angle que forme le faisceau laser incident avec la normale à la surface de l'échantillon. La nappe source enfouie n'est donc plus alignée sur la direction 0° dans les diagrammes polaires mais elle appartient au cadrant des θ positifs, de par la réfraction du faisceau laser. La figure 1.11(a) montre l'évolution de la directivité des ondes de compression pour le rapport $k_L/\beta\,(\theta_i)$ égal à 1 et pour quatre valeurs de θ_i : (i) 0° ; (ii) 15° ; (iii) 30° et (iv) 45°.[j] La figure 1.11(b) quant à elle est réalisée pour un rapport $k_L/\beta\,(\theta_i)$ égal à 2π. Chaque courbe est normalisée par son maximum en amplitude. Les flèches servent à identifier les courbes relatives à chacun des angles d'incidence θ_i, ceux-ci augmentant dans le sens de la flèche.

Il apparaît que les ondes de compression dont la longueur d'onde est égale à la longueur de pénétration optique [Fig. 1.11(b)] sont plus sensibles à l'obliquité de la source que les ondes dont la longueur d'onde est plus importante [Fig. 1.11(a)]. On peut rapprocher cette différence des situations de forte absorption et de faible absorption[k]. Lorsque $k_L/\beta = 2\pi$, on se trouve dans une situation de faible absorption où les longueurs d'onde sont imposées par la longueur de pénétration optique. A mesure que ce rapport diminue, on peut comprendre cela comme le fait que la durée de l'impulsion laser augmente par rapport à $1/\beta c_L$ et que c'est elle qui impose la longueur d'onde des ondes acoustiques générées par la source, ce qui correspond à une situation de faible absorption. Néanmoins, dans le cas $k_L/\beta = 1$, la durée de l'impulsion n'est pas encore assez importante pour dicter totalement les longueurs d'onde et la perte de symétrie

j. Les angles de réfraction θ_r correspondant sont respectivement (i) 0° ; (ii) 10° ; (iii) 19° et (iv) 28°.
k. cf. définition p.10

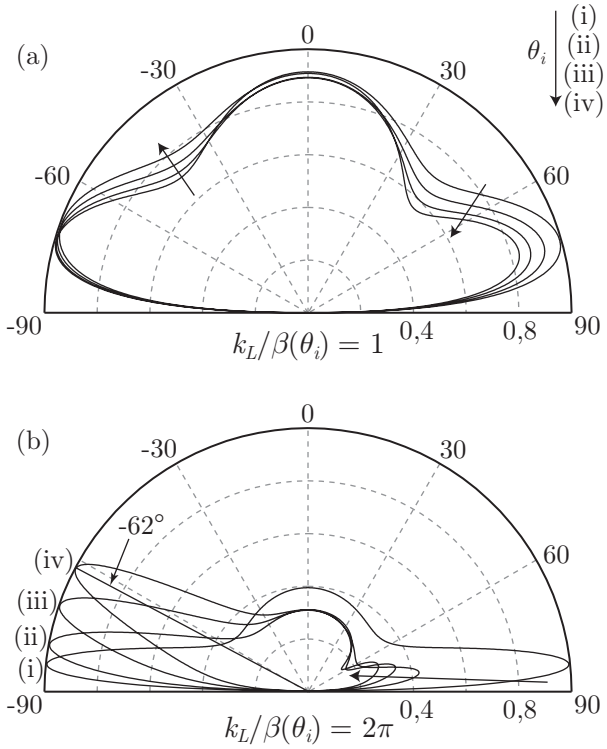


Fig. 1.11 – Variation du diagramme de directivité dans le verre Schott NG1 des ondes de compression pour un rapport $k_L/\beta\,(\theta_i)$ de (a) 1 et (b) 2π en fonction de θ_i : (i) 0° ; (ii) 15° ; (iii) 30° et (iv) 45°.

des diagrammes de directivité par rapport à $\theta = 0°$ est tout de même frappante dans les deux cas.

Lorsque la nappe source enfouie est oblique, on observe que les ondes de compression sont générées plus intensément pour les θ négatifs, autrement dit dans le cadrant opposé à celui de la source, ce qui peut être contre-intuitif. En effet, dans le cas d'une nappe source enfouie normale, l'effet de la pénétration optique est de générer des ondes de compression dans la direction à 0°, autrement dit dans la direction donnée par la direction de réfraction confondue ici avec la normale. On aurait donc pu s'attendre, dans le cas d'une nappe source enfouie oblique, à ce que l'amplitude des ondes de compression soit augmentée dans la direction de réfraction. Cependant, pour un angle d'incidence du faisceau laser de 45°, correspondant à un angle réfracté de 28°, la direction des ondes de compression dont l'amplitude est la plus élevée est –62° comme cela est particulièrement visible sur la figure 1.11(b). Cette direction correspond exactement à la direction normale à la direction de réfraction. Puisque la dimension latérale de la source est négligée, lorsque la nappe source enfouie est oblique, les ondes de compression générées dans la direction normale à la source vont être les plus fortes en amplitude.

On note également sur la courbe (iv) de la figure 1.11(b) que le lobe latéral du côté des θ positifs est à peu près orienté dans la direction à 62°, mais avec une amplitude nettement plus faible. Ce lobe est le résultat de la réflexion des ondes de compression générées dans la direction orthogonale à la direction de réfraction, se propageant vers la surface, et qui se sont réfléchies

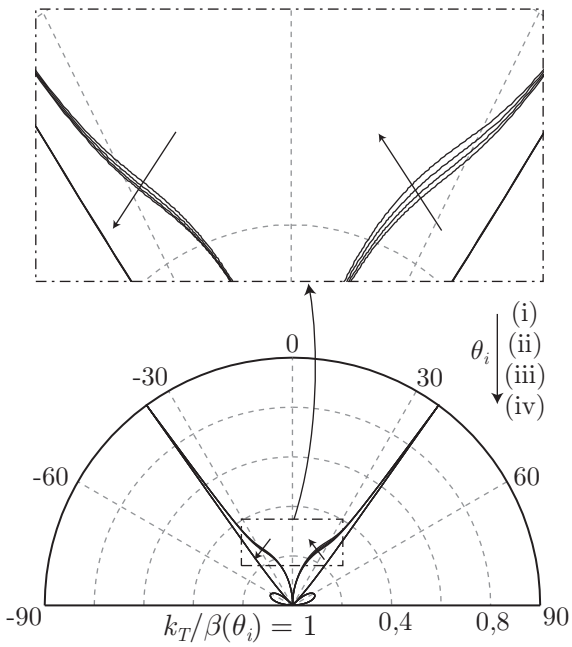


Fig. 1.12 – Variation du diagramme de directivité dans le verre Schott NG1 des ondes de cisaillement pour un rapport $k_T/\beta\,(\theta_i)$ de 1 en fonction de θ_i. Les valeurs de θ_i sont (i) 0°, (ii) 15°, (iii) 30° et (iv) 45°.

sur la surface du demi-espace en cédant une partie de leur énergie aux ondes de cisaillement générées par conversion de mode. Ces effets sur la directivité des ondes de compression montrent la possibilité de favoriser une direction de propagation sur les autres en orientant simplement l'angle d'incidence de la lumière incidente.

On s'intéresse maintenant à la directivité des ondes de cisaillement. Les mêmes angles d'incidence sont considérés et le rapport $k_T/\beta\,(\theta_i)$ est égal à 1 pour la figure 1.12 et à 2π pour les figures 1.13(a)-(d). Ici encore, chaque courbe est normalisée par son maximum en amplitude et les flèches indiquent le sens d'augmentation de θ_i.

Lorsque la longueur d'onde est plus importante que la longueur de pénétration optique, on voit sur la figure 1.12 que les effets de l'obliquité sur la directivité des ondes de cisaillement sont minimes. L'encart de la figure 1.12 montre une perte de symétrie des lobes principaux pour une incidence oblique. Le lobe situé dans le cadrant associé à la source ($\theta > 0°$) devient plus large alors que celui situé dans le cadrant opposé devient moins large. Cela signifie que dans le cas d'une nappe source enfouie oblique, l'amplitude des ondes de cisaillement est augmentée du côté où se situe la source. Ce comportement peut ici aussi être mis en parallèle avec celui des ondes de compression décrit sur la figure 1.11(a). Comme dans la section précédente, on s'aperçoit que dans les directions où la génération des ondes de compression est améliorée par l'obliquité de la source ($\theta < 0°$), la génération des ondes de cisaillement qui résultent de la conversion de mode des ondes de compression volumiques, c'est-à-dire celles dont les directions de génération vérifient $-\theta_{cr} < \theta \leq 0°$, est diminuée, et vice versa. En revanche, les lobes secondaires restent identiques, ce qui signifie que le rapport entre l'amplitude des ondes rayonnées dans les directions

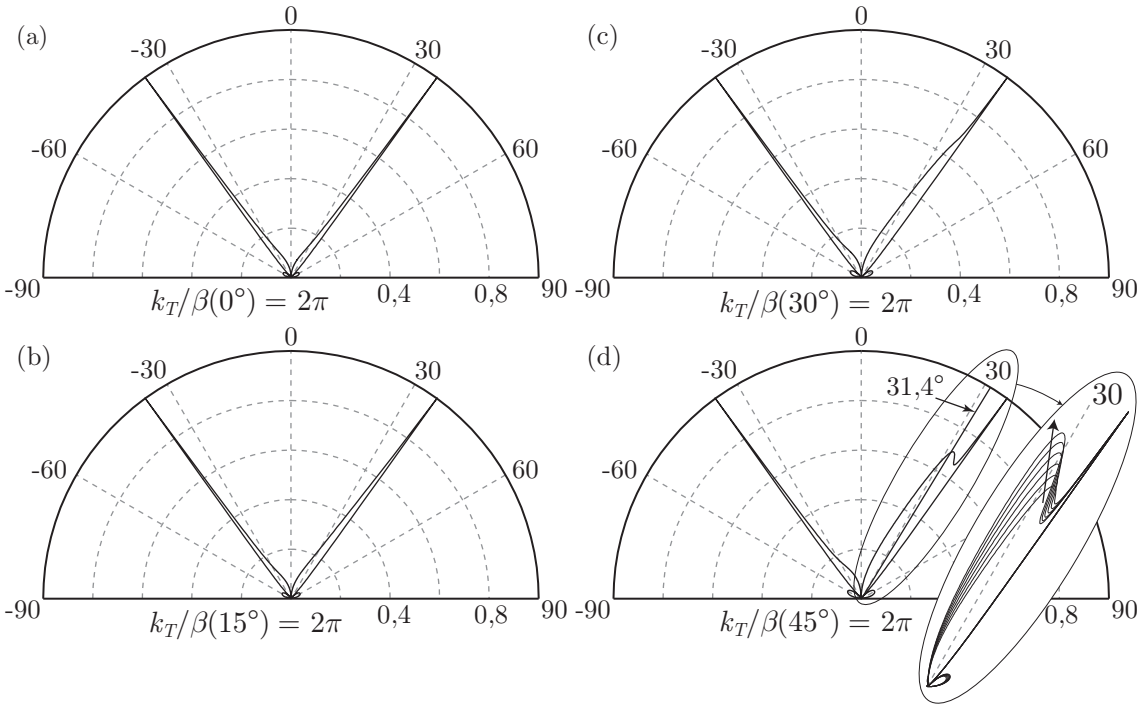


Fig. 1.13 – Variation du diagramme de directivité dans le verre Schott NG1 des ondes de cisaillement pour un rapport $k_T/\beta\,(\theta_i)$ de 2π en fonction de θ_i. Les valeurs de θ_i sont respectivement 0°, 15°, 30° et 45° pour les figures (b), (c), (d) et (e). L'encart de la figure (d) montre l'évolution du lobe droit lorsque θ_i augmente encore jusqu'à 70°, l'augmentation étant donnée par le sens de la flèche.

$\theta_{cr} = 36°$ et l'amplitude de celles rayonnées dans les directions $\sim \pm 67°$ n'évolue pas beaucoup avec l'angle d'incidence à cette longueur d'onde. Cette observation est analysée par la suite.

La perte de symétrie des lobes principaux est encore plus visible sur les figures 1.13(a)-(d) où la longueur d'onde des ondes de cisaillement est égale à la longueur de pénétration optique. A mesure que l'angle d'incidence augmente, le lobe principal situé dans le cadrant de la source devient de plus en plus large en comparaison du lobe principal du cadrant opposé. La perte de symétrie de la directivité des ondes de cisaillement est donc d'autant plus visible que l'angle d'incidence est important et que la longueur d'onde est proche de la longueur de pénétration optique.

Il est intéressant de remarquer que les directions des deux maxima d'amplitude n'évoluent pas avec l'obliquité et qu'elles restent symétriques par rapport à $\theta = 0°$. Ces directions correspondent à l'angle critique, ce qui indique que la directivité des ondes de tête n'est pas influencée par la perte de symétrie de la source. En effet, les ondes de tête résultent de la conversion de mode des ondes de compression se propageant à la surface du demi-espace et, la surface n'étant pas modifiée par l'obliquité de la source, les directions de propagation des ondes de tête sont inchangées. Elles sont fixées uniquement par l'angle critique qui dépend exclusivement des propriétés mécaniques du matériau.

Concernant le comportement des lobes secondaires, ceux-ci restent étonnamment symétriques même lorsque la perte de symétrie des lobes principaux est avérée [Fig. 1.13(d)]. L'origine de ces lobes (conversion des ondes de compression évanescentes) confirme cette observation. En effet, les ondes de compression évanescentes sont caractérisées par une projection à valeur réelle du vecteur d'onde selon la surface et une projection à valeur imaginaire pure selon la normale à la surface. D'une part, cette caractéristique implique que les directions de propagation des ondes de cisaillement, résultant de ces ondes évanescentes qui se propagent forcément selon $\boldsymbol{x}_2$ (vecteur unitaire de la surface de l'échantillon), ne sont pas influencées par l'obliquité, au même titre que pour les ondes de tête : la direction des lobes secondaires ne change pas avec l'angle d'incidence [Fig. 1.13]. D'autre part, pour les ondes planes que l'on considère dans ce modèle, l'obliquité ne peut pas créer une asymétrie sur l'amplitude des ondes évanescentes générées de part et d'autre de la source car il n'y a pas d'atténuation géométrique pour des ondes planes. Cela confirme ainsi que les lobes secondaires des diagrammes de directivité des ondes de cisaillement doivent rester symétriques.

Dans le cas d'une nappe source enfouie oblique, une variation de l'angle d'incidence ne peut finalement avoir d'effets sur les lobes secondaires qu'à travers le changement de la longueur de pénétration optique effective, c'est à dire la projection de la longueur de pénétration optique sur la direction normale à la surface. En effet, à mesure que l'angle d'incidence du faisceau laser augmente, le dépôt d'énergie électromagnétique se concentre de plus en plus sur une petite épaisseur sous la surface car $\beta(\theta_i)$ augmente avec θ_i [Eq. (B.12)], favorisant ainsi la génération des ondes évanescentes de plus petites longueurs d'onde. Cette influence est confirmée par la figure 1.13 où, pour une faible longueur d'onde, l'amplitude des lobes secondaires augmente avec l'angle d'incidence.

Sur la figure 1.13(d) où la perte de symétrie est la plus visible, on peut noter qu'il y a dédoublement du lobe principal du côté des θ positifs. En effet, d'après la discussion sur la directivité des ondes de compression volumiques, on sait qu'une partie des ondes de compression générées dans la direction normale à la direction de réfraction du faisceau laser se propage vers la surface, se réfléchit et est convertie en ondes de cisaillement. L'angle θ_T que forme la direction de propagation de ces ondes de cisaillement réfléchies avec la normale à la surface du demi-espace s'obtient par :

$$\theta_T = \arcsin\left[c_T/c_L \ \sin\left(\pi/2 - \theta_r\right)\right] . \tag{1.22}$$

Pour un angle de réfraction θ_r de 28°, correspondant à $\theta_i = 45°$, on obtient un angle θ_T de 31,4° comme reporté sur la figure 1.13(d). Le dédoublement du lobe est donc expliqué par l'obliquité de la source. De plus, d'après l'équation (1.22), θ_T diminue lorsque θ_i augmente, ce qui entraîne un dédoublement encore plus marqué pour des angles d'incidence supérieurs à 45° comme montré dans l'encart de la figure 1.13(d) où le sens de la flèche montre l'augmentation de θ_i.

Ainsi cette étude des diagrammes de directivité d'une nappe source enfouie oblique permet de comprendre l'influence de l'obliquité sur les ondes générées en fonction de leur longueur d'onde. Il apparaît clairement qu'une incidence oblique du faisceau laser affecte la symétrie de la directivité des ondes générées par une nappe source enfouie. il a été vu que, pour une nappe source enfouie

oblique, l'amplitude des ondes de compression est augmentée dans le cadrant opposé à celui de la source. L'amplitude maximale des ondes de cisaillement n'est pas affectée par l'obliquité, en revanche une nouvelle direction de génération privilégiée pour ces ondes apparaît dans le cadrant où se situe la source. Les directions privilégiées de rayonnement des ondes de compression et de cisaillement ont été reliées à l'angle d'incidence θ_i du faisceau laser. Cependant jusqu'ici, nous avons fait l'hypothèse d'une source de largeur infinitésimale et la dimension latérale finie de la source n'a donc pas été prise en compte. Dans le but de se rapprocher des conditions expérimentales, la section suivante (§ 1.6) est consacrée à la prise en compte de la dimension latérale finie et à l'étude de son influence sur les conclusions dressées jusqu'ici sur la directivité d'une nappe source enfouie oblique.

1.6 Prise en compte de la largeur finie des sources

Les nombreuses recherches sur les diagrammes de directivité ont toutes montré que pour prendre en compte la largeur finie de la source dans les fonctions de directivité, il suffit d'ajouter un terme correctif dont la forme dépend de la source considérée : uniforme en intensité sur toute la largeur, distribution gaussienne... Ainsi, nous voyons que lorsque la largeur de la source est considérée comme finie, les sources surfaciques ponctuelles devenant circulaires, celles surfaciques linéiques devenant rectilignes et les lignes et surfaces sources devenant volumiques[1], les diagrammes de directivité des sources résultant d'une focalisation rectiligne ou circulaire ne sont plus identiques car le terme correctif ne peut être le même dans les deux cas. La linéarité du problème permet de prendre en compte la largeur de la source directement en convoluant les fonctions de directivité par le profil spatial de la source, comme utilisé par Perton dans sa thèse.[43] Les fonctions de directivité étant obtenues dans le domaine de Fourier, la convolution se ramène à une simple multiplication dans l'espace de Fourier des fonctions de directivité par la transformée de Fourier de la distribution latérale (ou radiale) de la source.

La distribution gaussienne étant un excellent modèle pour représenter la distribution d'intensité d'un laser, nous nous limiterons à ce cas. De plus, nous considèrerons une focalisation rectiligne de l'énergie électromagnétique, le but étant ici de montrer l'influence de la largeur de la source et non de comparer les diagrammes de directivité des sources résultants d'une focalisation rectiligne ou circulaire de la lumière. L'expression de la densité de puissance Q déposée par le laser dans le cas de l'incidence oblique est de la forme [Eq. (B.15) de l'annexe B] :

$$Q\left(x_1, x_2, t\right) = \beta\left(\theta_r\right) K\left(\theta_r\right) I_0 e^{-\beta(\theta_r) x_1} g\left(x_1, x_2\right) f\left(t\right), \tag{1.23}$$

où K rend compte du coefficient de transmission d'un faisceau gaussien. La fonction f est la distribution temporelle gaussienne de l'intensité du laser et g est la distribution latérale gaussienne de cette même intensité. g est définie par :

$$g\left(x_1, x_2\right) = G\left(-x_1 \sin\theta_r + x_2 \cos\theta_r\right), \tag{1.24}$$

1. cf. définitions p.15-17.

où G est une fonction gaussienne à une variable définie classiquement par :

$$G(y) = \frac{2}{a}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} e^{-4\ln 2 y^2/a^2}. \tag{1.25}$$

Dans l'équation (1.25), a représente la largeur à mi-hauteur de la distribution gaussienne, dénommée par la suite largeur de la source. La transformée de Fourier selon x_2 de g, notée $\tilde{g}$, est donnée par :

$$\tilde{g}(x_1, k_2) = \tilde{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r}\right) \frac{e^{jk_2 x_1 \tan\theta_r}}{|\cos\theta_r|}. \tag{1.26}$$

Dans l'équation (1.26), $\tilde{G}(k_2/\cos\theta_r)$ est une fonction gaussienne de la variable k_2 (variable de Fourier) et $\exp(jk_2 x_1 \tan\theta_r)/|\cos\theta_r|$ est la transformée de Fourier de la fonction delta $\delta(-x_1\sin\theta_r + x_2\cos\theta_r)$. Or dans la modélisation de la source proposée pour le calcul des fonctions de directivité, les points d'expansion étaient déjà distribués le long de la direction de réfraction. Autrement dit, la fonction delta est déjà prise en compte dans les calculs. Pour rendre compte de la largeur de la source, il suffit donc de multiplier les fonctions de directivité uniquement par le terme suivant :

$$\tilde{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r}\right) = e^{-\frac{1}{16\ln 2}\left(\frac{k_2 a}{\cos\theta_r}\right)^2}. \tag{1.27}$$

Pour étudier l'influence de la largeur de la source a sur la directivité des ondes dans le verre Schott NG1, nous avons choisi six valeurs différentes (en mm) de la largeur de la source : (i) 0 ; (ii) 0,1 ; (iii) 0,15 ; (iv) 0,2 ; (v) 0,25 et (vi) 0,3. Les quantités k_L et k_T sont choisies égales à $k = 2\pi\beta(\theta_i)$ car nous avons vu que les effets étaient importants pour cette valeur. Le tableau 1.3 rassemble la correspondance entre les différentes valeurs de a considérées et les valeurs du produit ka pour les deux angles d'incidence $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$.

Tab. 1.3 – Concordances entre les valeurs de la largeur de la source a et le produit ka.

a (mm)	$k(0°)\,a$	$k(45°)\,a$
0	0	0
0,1	2,78	3,14
0,15	4,17	4,72
0,2	5,56	6,29
0,25	6,95	7,86
0,3	8,34	9,43

Si nous regardons tout d'abord la figure 1.14(a) sur laquelle sont tracés les diagrammes de directivité des ondes de compression dans le cas d'une nappe source volumique enfouie normale, il apparaît que les lobes latéraux diminuent au profit du lobe central à mesure que le produit ka augmente. En effet, plus la taille de la source augmente et plus on tend vers un rayonnement

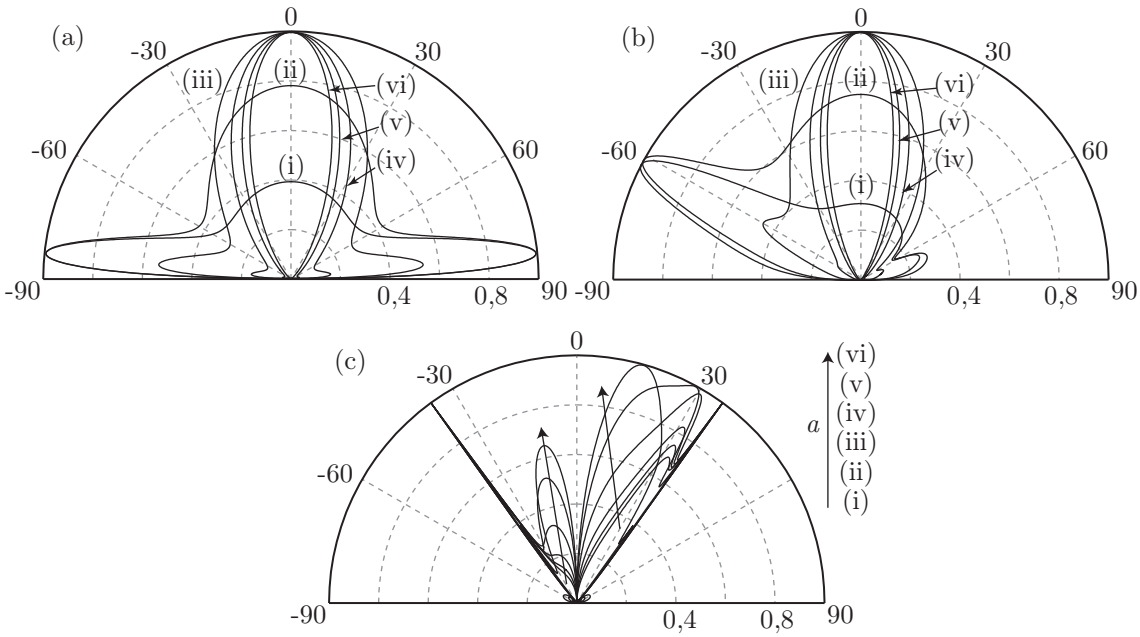


Fig. 1.14 – Variations du diagramme de directivité des ondes de compression avec a pour (a) $\theta_i = 0°$ et (b) $\theta_i = 45°$. (c) Variations du diagramme de directivité des ondes de cisaillement avec a pour $\theta_i = 45°$. Les différentes valeurs prises par a sont (en mm) : (i) 0 ; (ii) 0,1 ; (iii) 0,15 ; (iv) 0,2 ; (v) 0,25 et (vi) 0,3. Les rapports $k_L/\beta\,(\theta_i)$ et $k_T/\beta\,(\theta_i)$ sont choisis égaux à 2π.

très directif dans la direction normale à la dimension latérale de la source. Les lobes latéraux deviennent quasiment inexistants dès que a devient plus grand que la longueur de pénétration optique qui est de 0,226 mm ici (Tab. 1.2), autrement dit dès que le produit ka est supérieur à 2π. [Nous avons choisi le cas $k = 2\pi\beta\,(0°)$.]

Sur la figure 1.14(b), nous pouvons voir que, bien que la nappe source volumique enfouie soit oblique, le même phénomène s'opère et est même plus rapide car le rapport ka augmente plus rapidement du fait de l'obliquité. Il faut que la largeur de la source vérifie $a < 1/\beta$ pour avoir un effet de l'obliquité. Enfin le diagramme de directivité des ondes de cisaillement pour une nappe source volumique enfouie oblique est également grandement affecté par la dimension latérale de la source comme cela apparaît sur la figure 1.14(c). C'est le produit par la gaussienne dans l'espace de Fourier qui crée l'amplification des excroissances à l'intérieur des lobes primaires car, à mesure que a augmente, la largeur de la gaussienne dans l'espace de Fourier [Eq. (1.27)] diminue, ce qui filtre la génération des ondes avec des k_2 élevés. Lorsque la source s'élargit, les ondes de compression sont préférentiellement générées dans la direction 0°, au détriment des ondes de compression de surface (avec un k_2 élevé). Il y a donc une diminution de la génération des ondes de tête et des lobes secondaires résultant de la conversion de mode des ondes de compression évanescentes au profit des ondes de cisaillement dans des directions proches de la normale.

La dimension latérale de la source joue donc un rôle important sur les diagrammes de directivité et nous voyons que dès qu'elle devient plus grande que la longueur de pénétration optique

($ka > 2\pi$), c'est bien la dimension latérale de la source qui dicte la directivité des ondes et non l'orientation de la source. Les conclusions de cette partie rejoignent ce qui a été souligné dans la section 1.5 concernant le fait que les ondes préférentiellement générées, et sources premières des perturbations mécaniques, sont les ondes de compression qui se propagent dans la direction orthogonale à la dimension la plus grande de la source, et les ondes de cisaillement générées par conversion de mode sur l'interface de ces ondes de compression.

1.7 Conclusion

L'étude des diagrammes de directivité d'une source acoustique résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique nous a permis de comprendre l'influence de l'obliquité sur la directivité des ondes en fonction de leur longueur d'onde. Il est apparu clairement que la symétrie des ondes acoustiques est grandement affectée par l'obliquité d'une nappe source enfouie.

Après avoir décrit le calcul des fonctions de directivité pour une nappe source enfouie oblique, la méthode proposée dans ce chapitre a été comparée avec succès aux résultats de la littérature considérant une nappe source enfouie normale, et ce, même dans le cas limite d'un matériau très absorbant pour lequel la pénétration optique est négligeable. On a vu que pour une nappe source enfouie oblique, l'amplitude des ondes de compression se propageant dans la direction perpendiculaire à la direction de réfraction du faisceau laser et s'éloignant de la surface du demi-espace est augmentée. Au contraire, l'amplitude maximale des ondes de cisaillement n'est pas affectée par l'obliquité, mais une nouvelle direction de génération privilégiée apparaît pour ces ondes du côté où se situe la source. Cela provient de la conversion de mode qui s'opère au niveau de la surface du demi-espace lorsque les ondes de compression se propageant dans la direction perpendiculaire à la direction de la source se réfléchissent sur cette surface. Ainsi, les directions privilégiées de rayonnement des ondes de compression et de cisaillement ont été reliées à l'angle d'incidence du faisceau laser. Enfin la largeur de la source a été prise en compte et il a été montré que lorsqu'elle est plus grande que la longueur de pénétration optique, c'est la largeur de la source qui dicte la directivité des ondes. Autrement dit, la dimension la plus grande de la source impose les directions privilégiées suivant lesquelles les perturbations mécaniques associées aux ondes acoustiques sont les plus importantes. L'étude des diagrammes de directivité peut ainsi permettre de guider le choix d'une source acoustique afin de répondre à un besoin particulier, comme cela peut être le cas en contrôle et évaluation non destructifs par exemple, sans oublier tout de même que les seuls paramètres sur lesquels on peut intervenir sont la largeur de la source et l'angle d'incidence.

Les diagrammes de directivité donnent des informations pour une fréquence précise et pour un point d'observation suffisamment éloigné de la source. Il apparaît donc intéressant de raffiner la compréhension du processus de génération à travers un modèle plus complet permettant de simuler les formes d'onde en n'importe quel point d'une plaque d'épaisseur finie afin de confirmer ou d'infirmer les conclusions de ce chapitre. La mise en place de ce modèle et son exploitation font l'objet des deux chapitres suivants. Le premier présente certains modèles préexistants dans

l'équipe au sein de laquelle ces travaux sont effectués, afin de poser les bases pour les calculs du chapitre suivant. Ce dernier est consacré à la mise en œuvre à proprement parler du modèle développé au cours de cette thèse pour prendre en compte l'obliquité du faisceau laser. Les concepts qui sont maintenant présentés à travers les modèles préexistants sont très importants pour la suite de la première partie de ce manuscrit ainsi que pour la seconde partie, justifiant ainsi d'être mis en avant dans un chapitre dédié.

Chapitre 2

Présentation de modèles préexistants

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté le calcul qui a été développé pour rendre compte du rayonnement d'une source acoustique. Cependant, les hypothèses qui ont été faites impliquent que ce modèle ne décrit que les phénomènes à grande distance de la source. Pour raffiner la compréhension des mécanismes de génération et de propagation des ondes acoustiques, il est nécessaire de considérer une modélisation plus complète.

Dans le cadre de l'acoustique linéaire en milieu solide, on se place sous l'hypothèse des petits déplacements. Ceci permet de considérer une formulation linéarisée de l'équation d'onde acoustique. De par sa nature locale, la résolution de cette équation va nous permettre de rendre compte de la propagation des ondes en tout point de l'espace considéré, y compris proche de la source.

Dans des cas simples, l'équation d'onde acoustique peut être résolue analytiquement. Cependant, dès lors que le type de matériau, le type de source ou la géométrie du problème se complexifient, sa résolution nécessite de faire appel à des méthodes numériques. Les schémas numériques pour la résolution de l'équation d'onde sont variés et vont de l'utilisation des différences finies[51] ou des éléments finis,[52] à celle des méthodes utilisant les équations intégrales, comme par exemple la méthode dite des potentiels retardés.[53] Ces méthodes numériques ont toutes des avantages et des limitations et il n'est pas rare pour des problèmes complexes de devoir traiter un ensemble de sous-problèmes par différentes méthodes numériques avant de les coupler afin d'obtenir la solution totale.

On distingue généralement deux types d'approches pour réaliser ces schémas numériques : les approches temporelles, consistant à résoudre les équations directement dans le domaine temporel, et les approches fréquentielles pour lesquelles le problème est exprimé et résolu dans le domaine fréquentiel grâce à l'application d'une transformée de Fourier sur l'ensemble des quantités dépendant du temps. Le retour au domaine temporel se fait ensuite par une transformée de Fourier inverse. Lorsque les calculs sont effectués analytiquement dans l'espace de Fourier temporel mais également dans l'espace de Fourier (ou de Laplace) spatial, ils s'avèrent très instructifs sur les phénomènes de génération et de propagation des ondes et d'une grande aide pour leur compréhension. C'est donc l'approche choisie par l'équipe dans laquelle ont été effectués ces travaux de thèse.

La résolution de l'équation d'onde repose dans ce cas sur la décomposition de ses solutions sur la base des ondes planes. Cette approche semi-analytique, où l'outil numérique n'est utilisé que pour effectuer les transformées de Fourier inverses, a permis à l'équipe d'appréhender et de comprendre divers mécanismes de génération d'ondes acoustiques par absorption de rayonnements électromagnétiques aussi bien pour des structures à géométrie plane que cylindrique. La propagation d'ondes acoustiques générées par une source surfacique rectiligne [a] dans des milieux viscoélastiques anisotropes à géométrie plane[54] a ainsi été simulée, ce qui a permis la caractérisation et l'évaluation non destructive de ce type de matériaux dont de bons exemples sont les matériaux composites.[55]

Par la suite, des modèles de plus en plus sophistiqués ont été développés : prise en compte de la pénétration optique, de la diffusion thermique et de la diffusion électronique en deux dimensions pour des matériaux semi-conducteurs,[11] ou application à la génération d'ondes de cisaillement dans des milieux isotropes en acoustique picoseconde[28] ; prise en compte de la diffusion électronique dans la modélisation de la génération et de la propagation des ondes en acoustique picoseconde par un modèle à deux températures.[56] Une partie de ces modèles a été adaptée au cas de structures à géométrie cylindrique,[57–60] ce qui a permis la caractérisation d'objets cylindriques de taille millimétrique[61] ou micrométrique.[62]

En prévision des travaux présentés dans la suite de ce manuscrit, la méthode de calcul semi-analytique est exposée dans ce chapitre. La modélisation de la génération et de la propagation des ondes acoustiques résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique est ainsi précédée de la présentation du modèle pour une nappe source volumique enfouie normale [b]. Ce chapitre est également l'occasion de présenter le modèle pour la génération d'ondes acoustiques par une ligne source volumique enfouie normale qui sera utile pour la simulation de données d'entrée afin de tester la méthode d'imagerie présentée dans la seconde partie de ce manuscrit. La modélisation du problème dans le cas d'une source surfacique rectiligne ou circulaire est également présentée dans ce chapitre car elle constitue une base importante de la méthode d'imagerie.

Ainsi, certains modèles préalablement développés dans l'équipe[41,63,64] sont présentés dans ce chapitre. Après avoir défini la géométrie et les hypothèses de ces modèles (§ 2.1), la représentation de la source acoustique en ultrasons lasers est introduite (§ 2.2). L'expression de l'équation d'onde et des conditions aux limites dans le cadre de la génération d'ondes acoustiques par absorption d'un rayonnement électromagnétique est ensuite rappelée (§ 2.3). Le principe du calcul semi-analytique est présenté et appliqué pour deux types de géométrie de source : une nappe source enfouie volumique normale (§ 2.4) et le cas limite d'une source surfacique rectiligne (§ 2.5). L'extension des modèles au cas d'une focalisation circulaire du faisceau laser réalisée par Perton[43] sera finalement exposée (§ 2.6).

a. cf. définition p.17
b. cf. définition p.15

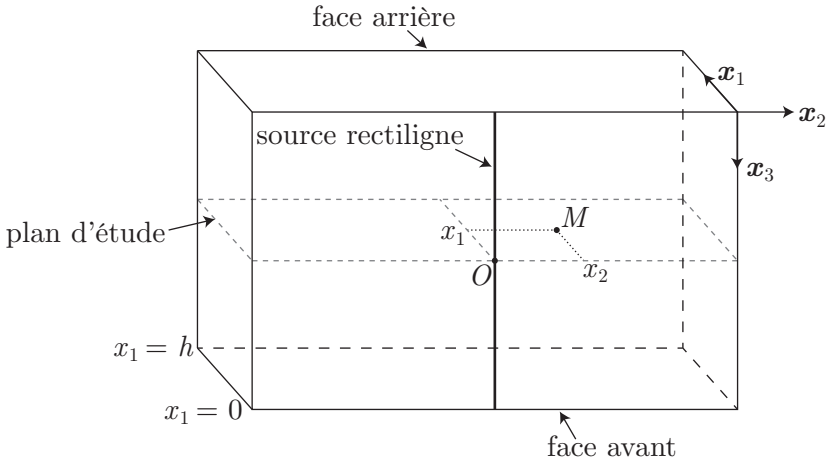


Fig. 2.1 – Géométrie du problème.

2.1 Description de la géométrie et des hypothèses

Nous considérons que le milieu de propagation analysé est homogène et sa masse volumique est notée ρ. Il s'agit d'une plaque plane à faces parallèles d'épaisseur h et de dimensions latérales infinies. Les surfaces de la plaque sont présumées libres de contrainte. Les propriétés mécaniques sont supposées orthotropes [c], cas plus général que dans le chapitre 1. Les propriétés thermiques et optiques quant à elles sont supposées isotropes. L'effet de la diffraction optique dans l'échantillon d'épaisseur millimétrique est négligé car la zone de Rayleigh est plus étendue que l'épaisseur, typiquement de l'ordre de la dizaine de millimètres pour les focalisations considérées dans ce manuscrit. La normale aux faces parallèles est décrite par le vecteur unitaire $\boldsymbol{x}_1$ (Fig. 2.1). L'origine O du repère est placée sur une de ces deux surfaces. Les vecteurs unitaires $\boldsymbol{x}_2$ et $\boldsymbol{x}_3$ viennent compléter le repère cartésien $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$, où $\boldsymbol{x}_2$ est choisi, sans perte de généralité, afin que le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ soit un plan principal.

La source est supposée d'extension infinie selon la direction $\boldsymbol{x}_3$, ce qui impose que le problème est invariant selon cette direction. Le plan d'étude est donc $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$. Dans la suite, les surfaces définies par $x_1 = 0$ et $x_1 = h$ sont appelées respectivement « face avant » et « face arrière » (Fig. 2.1). La face avant correspond à la surface sur laquelle est focalisé le faisceau laser et la face arrière est en général la surface de détection. Sur la figure 2.1 où la géométrie est illustrée, le point M correspond au point où le calcul du déplacement est mené et ses coordonnées dans le plan d'étude sont (x_1, x_2).

Avant de décrire le principe de résolution de l'équation d'onde en détail, examinons le processus qui mène à la génération des ondes et plus spécifiquement la modélisation que l'on peut faire de la source acoustique dans le cas des ultrasons générés par laser.

c. Les propriétés sont dites orthotropes si elles sont relatives à un cristal du système orthorhombique caractérisé par la présence de trois axes binaires directs ou inverses orthogonaux.

2.2 Modélisation de la source acoustique en ultrasons lasers

Lorsqu'un faisceau laser est focalisé à la surface d'un échantillon, un transfert d'énergie s'opère. Suivant d'une part les propriétés physiques du matériau constituant l'échantillon, et d'autre part la longueur d'onde, l'intensité et la durée d'impulsion du rayonnement électromagnétique, le mécanisme de transfert d'énergie, i.e. le mécanisme de génération des ondes acoustiques, diffère. Par conséquent, le choix de la modélisation de la source acoustique va dépendre des paramètres du milieu et de ceux de la source laser.

Comme introduit brièvement dans le chapitre 1, lorsque la puissance laser est suffisante pour que la température sur la face avant de l'échantillon dépasse la température d'ébullition du matériau [d], de la matière est vaporisée, ionisée, et un plasma se forme au niveau de cette surface. Par considération du principe d'action-réaction, cette ablation de matière sur la face avant conduit à la brusque génération d'une force normale à l'interface, qui est la source des ondes élastiques. Ce type de génération en régime d'ablation connût un grand intérêt dans les années 70 et une description détaillée de cette génération peut être trouvée dans le livre de Scruby et Drain [8, pp. 243-247] et la bibliographie attenante.

Si la puissance laser est inférieure au seuil d'ablation, la génération est de type thermoélastique. Il n'y a pas de détérioration permanente de l'échantillon qui retrouve son état initial après que l'échauffement, causé par l'absorption du faisceau laser, a cessé. Ce régime thermoélastique est celui auquel nous nous intéressons. Les propriétés physiques du matériau doivent dès lors être examinées et comparées à la durée de l'impulsion laser pour déterminer les phénomènes physiques prépondérants à prendre en compte dans la modélisation de la source acoustique.

Concernant la longueur de pénétration optique par exemple, on a vu dans le chapitre 1 que la longueur de pénétration optique dans l'aluminium est telle que sa prise en compte dans le calcul des fonctions de directivité n'a d'effet que pour des fréquences très élevées (au-delà de quelques GHz). Pour déterminer la nécessité de prendre en compte ce phénomène, nous rappelons qu'il est nécessaire de comparer la durée τ_l de l'impulsion laser à la durée τ_{ac} mise par une onde acoustique pour se propager sur une distance équivalente à la longueur de pénétration optique $\xi = 1/\beta$ du matériau (cf. introduction de la première partie p. 10). Dans le cas des métaux, ξ ∼10–30 nm et la célérité c des ondes acoustiques est de l'ordre de plusieurs milliers de mètres par seconde, $c \sim 10^3$ m/s. Cela signifie que τ_{ac} est de l'ordre de la picoseconde dans les métaux. Pour des impulsions longues [e], le rapport entre les durées pour les métaux est $\tau_l \gg \tau_{ac}$. Ainsi, considérer la source acoustique comme localisée sur la face avant est une bonne approximation dans ce cas et la source peut alors être modélisée par un dipôle de forces proportionnel à l'intensité laser, orienté parallèlement à la surface et situé en $x_1 = 0$.[37]

En revanche, pour des impulsions courtes [e] dont la durée τ_l est inférieure à la picoseconde, il s'agit d'une situation de faible absorption [e]. D'une manière générale dans le cas d'impulsions courtes, la pénétration optique du faisceau laser dans l'échantillon ne peut pas être négligée dans la modélisation du mécanisme de génération, au regard de la durée d'impulsion en tout cas. Une situation de faible absorption est également possible dans le cas d'impulsions longues.

d. Température la plus élevée que peut atteindre un corps avant de s'évaporer.
e. cf. définition p.10

Il est nécessaire pour cela que la longueur de pénétration optique soit suffisante pour vérifier $\tau_l < \tau_{ac}$, ce qui est le cas des matériaux semi-transparents[e] par exemple.

Autant les propriétés physiques du milieu que les propriétés du rayonnement électromagnétique (intensité, longueur d'onde, durée d'impulsion) sont donc importantes pour effectuer un choix approprié dans la modélisation de la source acoustique. Les méthodes développées par la suite le sont dans le cadre $\tau_l < \tau_{ac}$, autrement dit pour une situation de faible absorption.

Dans cette première partie, l'analyse porte essentiellement sur le cas de la génération des ondes acoustiques par laser dans une situation de faible absorption. Les modèles sont développés ici dans le cadre général des cristaux à symétrie orthorhombique. La situation de faible absorption sera illustrée expérimentalement dans le chapitre 4 à l'aide d'un matériau semi-transparent soumis à des impulsions longues. Comme dans le chapitre 1, le matériau semi-transparent qui a été choisi est de la famille des verres neutres. En plus d'avoir une grande longueur de pénétration optique, ces verres sont également de très bons isolants thermiques. Le temps caractéristique de diffusion de la chaleur dans ces milieux est plus grand que les temps caractéristiques de propagation des ondes acoustiques. Dans le modèle, la diffusion thermique est donc négligée et seule la pénétration optique est prise en compte. De plus, le cas des verres apparaît comme un cas particulier d'application de ces modèles car ce sont des corps amorphes (dépourvus de formes géométriques caractéristiques) que l'on peut considérer comme des cristaux à symétrie isotrope.

La densité de puissance déposée par le laser dans le milieu est recherchée en résolvant les équations de Maxwell traduisant la transmission d'une onde électromagnétique à une interface entre l'air (assimilé à du vide) et le milieu absorbant. La densité de puissance Q déposée par une nappe source volumique enfouie normale résultant d'une focalisation rectiligne selon $\boldsymbol{x}_3$ du faisceau laser est donnée par (calculs détaillés en annexe B) :

$$Q\left(x_1, x_2, t\right) = \beta K I_0 e^{-\beta x_1} G\left(x_2\right) f\left(t\right) , \tag{2.1}$$

où K rend compte du coefficient de transmission optique d'un faisceau laser gaussien, β est l'inverse de la longueur de pénétration optique et I_0 est l'amplitude de l'intensité incidente du laser. La fonction f représente la distribution temporelle gaussienne de l'intensité du laser et la fonction G est la distribution latérale gaussienne de cette même intensité.

La densité de puissance Q constitue le terme source de l'équation de la chaleur dont la résolution permet d'obtenir l'expression de l'élévation de température dans le milieu. L'équation de la chaleur sans diffusion se réduit à l'égalité suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}\left(x_1, x_2, t\right) = Q\left(x_1, x_2, t\right) , \tag{2.2}$$

où C_p et T sont respectivement la chaleur spécifique du matériau et la température dans le milieu. Une simple intégration par rapport au temps fournit l'élévation de température ΔT dans le milieu :

$$\Delta T\left(x_1, x_2, t\right) = \frac{\beta K I_0}{\rho C_p} e^{-\beta x_1} G\left(x_2\right) F\left(t\right) , \tag{2.3}$$

où F est la primitive de f s'annulant en $-\infty$.

Pour finir, cette soudaine élévation de température génère, dans le milieu, des contraintes thermiques qui représentent la source des ondes élastiques. Avec respectivement $\underline{\underline{C}}$ et $\underline{\alpha}$ les

tenseurs d'élasticité et de dilatation thermique du milieu, la contrainte thermique $\underline{\sigma}^{th}$ est donnée par :

$$\underline{\sigma}^{th} = -\underline{\underline{C}} : \underline{\alpha}\, \Delta T \,, \tag{2.4}$$

où le symbole « : » désigne le double produit contracté tensoriel. L'ordre du tenseur considéré est le double du nombre de traits soulignant le symbole qui le représente. Notons à ce point que, bien que le déplacement induit par le passage de l'onde élastique puisse s'adjoindre d'une conversion de l'énergie mécanique en énergie thermique, l'élévation de température causée par ce biais est dans la plupart des cas négligeable devant celle engendrée par l'absorption du faisceau laser incident et n'est donc généralement pas prise en compte. Négliger l'élévation de température due au déplacement permet d'envisager une résolution successive de l'équation de la chaleur et de l'équation d'onde et ne nécessite pas de résoudre un système couplé : l'équation de la chaleur est résolue de manière indépendante, puis sa solution est injectée dans le terme source de l'équation d'onde qui peut ainsi être résolue à son tour.

D'après les considérations qui précèdent, que la source acoustique soit surfacique ou distribuée dans le volume de l'échantillon, il apparaît qu'elle résulte dans les deux cas de l'apparition brusque de contraintes rompant l'état d'équilibre du milieu. En revanche, nous allons voir que deux formulations différentes du problème mathématique à résoudre sont considérées selon que la source est strictement surfacique ou distribuée dans le volume. Dans un premier temps, la section 2.3 est consacrée à la mise en place du système d'équations différentielles et des conditions aux limites qui forment le problème mathématique qu'on cherche à résoudre pour simuler la propagation des ondes acoustiques générées par laser.

2.3 Expression de l'équation d'onde et des conditions aux limites

Dans le cadre de l'acoustique linéaire en milieu solide, on se place sous l'hypothèse des petits déplacements permettant de linéariser l'équation d'équilibre local issue du principe fondamental de la dynamique. On obtient ainsi une équation vectorielle aux dérivées partielles régissant le comportement élastodynamique d'un solide, supposé élastique et linéaire, soumis à une excitation extérieure. Cette équation est la première loi de Cauchy du mouvement [Eq. (2.5a)].[65] Couplée classiquement avec les relations établies entre déplacement et déformation [Eq. (2.5b)] et celles fournies par la loi de Hooke[66] entre déformation et contrainte [Eq. (2.5c)], la première loi de Cauchy du mouvement permet finalement d'obtenir l'équation du mouvement exprimée exclusivement en fonction du déplacement : l'équation d'onde acoustique.

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \underline{\sigma} + \rho \boldsymbol{f} \,, \tag{2.5a}$$

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\nabla \boldsymbol{u} + \nabla^t \boldsymbol{u}\right) = \nabla^S \boldsymbol{u} \,, \tag{2.5b}$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{C}} : \underline{\varepsilon} - \underline{\underline{C}} : \underline{\alpha}\, \Delta T \,. \tag{2.5c}$$

Dans l'équation (2.5a), « $\nabla \cdot$ » représente l'opérateur de divergence. La somme $\frac{1}{2}\left(\nabla \boldsymbol{u} + \nabla^t \boldsymbol{u}\right)$ dans l'équation (2.5b) définit un tenseur symétrique d'ordre 2 noté $\nabla^S \boldsymbol{u}$ par la suite qui corres-

pond au tenseur des déformations. Dans l'équation (2.5a), $\boldsymbol{f}$ est la densité des actions extérieures auxquelles est soumis chaque élément de masse du milieu. Dans le cas qui nous concerne, $\boldsymbol{f}$ représente l'action de la pesanteur. Seules les actions intérieures associées aux ondes élastiques et aux contraintes thermiques, perturbant l'équilibre du système mécanique, seront considérées.

Dans le système d'axes défini dans la section 2.1, et en raison des propriétés orthotropes du milieu, les tenseurs d'élasticité $\underline{\underline{C}}$ et de dilatation thermique $\underline{\alpha}$ peuvent s'écrire sous forme contractée, en suivant la notation de Voigt, de la manière suivante :

$$\underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \text{ et } \underline{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} . \tag{2.6}$$

Un troisième tenseur représentant les propriétés de viscosité du milieu peut également être introduit. Le tenseur de viscosité est noté $\underline{\underline{\eta}}$ et est du même ordre que le tenseur d'élasticité. La prise en compte de la viscosité en ultrasons lasers dans les solides peut se faire à l'aide du modèle de Kelvin-Voigt[54] qui propose une loi de comportement décrite par la mise en parallèle d'un ressort purement élastique et d'un amortisseur purement visqueux. On définit donc un tenseur de viscoélasticité, noté $\underline{\underline{C}}^*$, comme suit :

$$\underline{\underline{C}}^* = \underline{\underline{C}} + j\omega\underline{\underline{\eta}} , \tag{2.7}$$

où ω est la pulsation acoustique. On remarque que ce modèle permet de rendre compte d'un amortissement plus fort pour les hautes fréquences. Dans la suite, la distinction entre les tenseurs de viscoélasticité et d'élasticité pure ne sera plus faite et la notation $\underline{\underline{C}}$ est retenue pour les deux. Prendre en compte la viscosité consistera simplement à considérer les constantes C_{ij} pour $(i,j) \in \{1, \cdots, 6\}^2$ comme étant des quantités complexes définies par l'équation (2.7).

En combinant les équations du système (2.5) et en définissant le tenseur de rigidité-dilatation thermique $\underline{\lambda} = \underline{\underline{C}} : \underline{\alpha}$, l'équation d'onde acoustique peut finalement être exprimée comme suit :

$$\nabla \cdot \left[\underline{\underline{C}} : \nabla^S \boldsymbol{u} \right] - \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot [\underline{\lambda}\, \Delta T] . \tag{2.8}$$

Le membre de droite de l'équation (2.8) est la divergence de la contrainte thermique causée par l'absorption du faisceau laser et constitue le terme source de l'équation d'onde. La source ayant une extension infinie dans la direction $\boldsymbol{x}_3$, le problème est invariant selon cette direction. $\boldsymbol{x}_3$ constitue également une direction principale du milieu ce qui implique que la composante selon cette direction du vecteur déplacement est nulle, i.e. $u_3 = 0$. De plus, en remarquant que $\nabla \cdot [\underline{\lambda}\, \Delta T] = \underline{\lambda} \nabla T$, l'équation vectorielle (2.8) se réduit à un système de deux équations scalaires couplées dont les inconnues sont u_1 et u_2, projections de $\boldsymbol{u}$ respectivement selon $\boldsymbol{x}_1$ et $\boldsymbol{x}_2$:

$$C_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial {x_1}^2} + C_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + C_{66} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial {x_1}^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right) - \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} , \tag{2.9a}$$

$$C_{22} \frac{\partial^2 u_2}{\partial {x_2}^2} + C_{12} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + C_{66} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial {x_1}^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right) - \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} . \tag{2.9b}$$

Pour assurer l'unicité de la solution d'un système différentiel, il est nécessaire d'imposer des conditions sur les valeurs de certaines quantités aux limites du domaine sur lequel est défini la solution. Dans le cas considéré ici, le domaine est représenté par la plaque à faces parallèles et les limites sur lesquelles les conditions vont porter sont donc la face avant et la face arrière de cette plaque. Le système différentiel comporte deux inconnues scalaires, u_1 et u_2, ce qui impose que deux conditions aux limites doivent être considérées en chaque point appartenant aux limites de la plaque.

Deux types de conditions aux limites sont classiquement utilisés : les conditions aux limites de type Dirichlet et de type Neumann. Dans le premier cas, les conditions aux limites portent directement sur les inconnues, ce qui correspond ici à imposer les valeurs de u_1 et de u_2 sur les deux surfaces. Les conditions aux limites de type Neumann typiquement utilisées en mécanique portent sur les composantes du vecteur contrainte normal aux surfaces. D'après la géométrie du problème considéré ici, ces composantes sont données, au signe près, par $\boldsymbol{\Sigma} = \underline{\sigma} \cdot \boldsymbol{x}_1$ car $\boldsymbol{x}_1$ est la normale des faces avant et arrière. Remarquons que la solution reste unique lorsqu'une des surfaces est assujettie à une condition de type Dirichlet et l'autre à une condition de type Neumann.

L'unicité de la solution est également assurée pour des conditions aux limites un peu plus complexes. Citons par exemple le cas des conditions aux limites d'impédance où une relation linéaire est imposée en chaque point des limites du domaine entre les déplacements et les contraintes.[67] Il a aussi été montré que des conditions aux limites mixtes étaient suffisantes pour assurer l'unicité de la solution.[45] Ces conditions aux limites mixtes consistent à imposer, en chaque point appartenant aux limites de la plaque, les composantes mutuellement orthogonales des vecteurs déplacements et contraintes : par exemple $u_1|_{x_1=0,h} = 0$ et $\boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{x}_2 = \sigma_{12}|_{x_1=0,h} = 0$. On verra dans la deuxième partie de ce manuscrit que ces conditions aux limites mixtes sont intéressantes dans certains cas, bien qu'elles n'aient pas de réel sens physique.

D'après les hypothèses formulées dans la section 2.1, les surfaces de la plaque sont ici supposées libres de contrainte. Cela correspond à une condition de type Neumann : on impose pour $x_1 = 0$ et $x_1 = h$ que le vecteur contrainte normal à l'interface soit nul. Ainsi les conditions aux limites assurant l'unicité de la solution du système différentiel (2.9) sont :

$$\sigma_{11}|_{x_1=0,h} = \sigma_{12}|_{x_1=0,h} = 0\,. \tag{2.10}$$

Le système d'équations aux dérivées partielles (2.9), associé aux conditions aux limites (2.10) et à l'expression de l'élévation de température [Eq. (2.3)] causée par l'absorption du faisceau laser, forment le problème mathématique à résoudre pour simuler la propagation des ondes acoustiques générées par laser. La section suivante présente le principe de la résolution semi-analytique de l'équation d'onde pour le cas d'une nappe source volumique enfouie normale.

2.4 Principe du calcul du champ de déplacement généré par une nappe source volumique enfouie normale

Les solutions du problème formulé dans la section 2.3 sont maintenant recherchées. Pour cela, on réalise une double transformée de Fourier en temps et en espace sur la variable x_2. Les variables duales de t et x_2 sont respectivement ω et k_2. Les conventions retenues pour les transformées de Fourier par rapport au temps, symbolisée par le graphème « $\tilde{}$ », et par rapport à l'espace, symbolisée par le graphème « $\bar{}$ », sont les suivantes :

$$\tilde{h}\left(\omega\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} h\left(t\right) e^{-j\omega t}\,\mathrm{d}t\,, \tag{2.11a}$$

$$\bar{h}\left(k_2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} h\left(x_2\right) e^{jk_2 x_2}\,\mathrm{d}x_2\,. \tag{2.11b}$$

Dans le double espace de Fourier, les équations aux dérivées partielles (2.9) deviennent des équations différentielles de la seule variable d'espace x_1. D'après (2.3) et (2.9), on obtient ainsi le système suivant :

$$C_{11}\frac{\partial^2 \hat{u}_1}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{66}\right)\hat{u}_1 - jk_2\left(C_{12}+C_{66}\right)\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_1} = -\lambda_1 \beta T_0 e^{-\beta x_1}\bar{G}\left(k_2\right)\widetilde{F}\left(\omega\right)\,, \tag{2.12a}$$

$$C_{66}\frac{\partial^2 \hat{u}_2}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{22}\right)\hat{u}_2 - jk_2\left(C_{12}+C_{66}\right)\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_1} = -jk_2\lambda_2 T_0 e^{-\beta x_1}\bar{G}\left(k_2\right)\widetilde{F}\left(\omega\right)\,. \tag{2.12b}$$

Le graphème « $\hat{}$ » dénote la double transformée de Fourier. Dans les membres de droite des équations (2.12), on a posé $T_0 = \beta K I_0/\rho C_p$, homogène à une température. Les conditions aux limites (2.10) s'expriment simplement dans l'espace de Fourier comme suit :

$$\hat{\sigma}_{11}|_{x_1=0,h} = \hat{\sigma}_{12}|_{x_1=0,h} = 0\,. \tag{2.13}$$

Pour commencer, la solution homogène du système (2.12) est recherchée sous la forme $\hat{\boldsymbol{u}}^h = \widehat{\boldsymbol{U}}^h e^{jk_1 x_1}$, où $\widehat{\boldsymbol{U}}^h$ est le vecteur propre associé à la valeur k_1 pour chaque couple (ω, k_2). La résolution de l'équation de dispersion donne les quatre valeurs possibles de k_1 correspondant aux ondes de compression (L) et de cisaillement (T) progressive $(+)$ et rétrograde $(-)$: $\pm k_1^L$ et $\pm k_1^T$. Les vecteurs propres associés aux différentes valeurs de k_1 sont alors obtenus en résolvant le système homogène. Une solution particulière $\hat{\boldsymbol{u}}^p$ est ensuite recherchée sous la même forme que les termes sources du système d'équations (2.12) : $\hat{\boldsymbol{u}}^p = \widehat{\boldsymbol{U}}^p e^{-\beta x_1}$. Le déplacement total dans l'espace de Fourier $\hat{\boldsymbol{u}}$ est donc une combinaison linéaire des solutions du système homogène à laquelle on ajoute la solution particulière. Si on note A_n les amplitudes associées à chacune des solutions du système homogène, où $n = \{-L, +L, -T, +T\}$, on a $\hat{\boldsymbol{u}} = \sum A_n \hat{\boldsymbol{u}}_n^h + \hat{\boldsymbol{u}}^p$.

Les conditions aux limites permettent ensuite de calculer les amplitudes A_n et ainsi d'obtenir l'unique solution du problème.[f] L'ensemble de cette démarche apparaît de manière plus détaillée dans l'annexe B, où le modèle étendu au cas de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique en incidence oblique est présenté.

f. Il est en réalité plus simple de mener les calculs si les solutions homogènes sont décomposées en solutions symétriques et antisymétriques comme expliqué par Weaver *et al.*,[68] repris par Meri[64] dans sa thèse et exposé dans l'annexe B.

Pour finir, la solution $\boldsymbol{u}$ dans l'espace spatio-temporel est calculée en réalisant une double transformée de Fourier inverse de la solution $\hat{\boldsymbol{u}}$ de l'espace de Fourier :

$$\boldsymbol{u}\left(x_1, x_2, t\right) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\boldsymbol{u}}\left(x_1, k_2, \omega\right) e^{j(\omega t - k_2 x_2)} \, \mathrm{d}k_2 \, \mathrm{d}\omega \,. \tag{2.14}$$

Le calcul analytique de cette double transformée inverse s'avère souvent difficile et cette étape est donc réalisée numériquement. Cependant, l'intégrande de l'équation (2.14) diverge pour certains couples (ω, k_2) ce qui génère des pôles, associés aux ondes guidées dans la plaque, qui doivent être évités afin de pouvoir utiliser les méthodes d'intégration numériques. La méthode retenue par l'équipe pour pallier à ce problème est celle proposée par Weaver *et al.*,[69] faisant intervenir une généralisation de la transformée de Fourier. Le contour d'intégration pour la transformée de Fourier inverse en fréquence est défini par les valeurs réelles de ω. Ce contour d'intégration contenant des pôles, il est proposé de décaler ce contour dans le plan complexe en ajoutant une partie imaginaire constante à ω. On définit ainsi le nouveau contour d'intégration par la variable complexe $\omega^* = \omega - j\delta$. Le décalage, réalisé par la constante δ, permet d'éloigner le contour d'intégration des pôles présents sur l'axe réel, et ainsi de s'affranchir des problèmes numériques causés par ceux-ci. Une bonne approximation de la solution spatio-temporelle du problème est ainsi obtenue par le calcul de l'intégrale de Fourier suivante :

$$\boldsymbol{u}\left(x_1, x_2, t\right) = \frac{e^{\delta t}}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\boldsymbol{u}}\left(x_1, k_2, \omega - j\delta\right) e^{j(\omega t - k_2 x_2)} \, \mathrm{d}k_2 \, \mathrm{d}\omega \,, \tag{2.15}$$

où l'intégrande est maintenant défini pour tous les couples (ω, k_2). Le choix de la constante δ est sensible et est discuté par Weaver *et al.*[68,69]

Le champ de déplacement généré par une nappe source volumique enfouie peut maintenant être simulé. Il est proposé, dans la section suivante (§ 2.5), d'analyser le cas limite de ce modèle : une source surfacique rectiligne[g]. Nous allons voir qu'une approche différente est préférable dans ce cas.

2.5 Cas particulier d'une source surfacique rectiligne

Partant de la solution de l'équation d'onde pour une source distribuée dans le volume d'un demi-espace dont la surface est libre, Rose[23] a obtenu l'expression analytique du déplacement généré par une source surfacique en faisant tendre le volume de la source vers une surface appartenant à la surface du demi-espace. Il a ensuite vérifié *a posteriori* que la solution d'un problème sans terme source, et avec des conditions aux limites en contrainte non nulles, était la même que dans son calcul par limites successives. Il a montré que les conditions aux limites à vérifier dans le cas d'un terme source nul sont que la composante normale du vecteur contrainte normal à la surface est nulle et que la composante tangentielle de ce même vecteur contrainte est proportionnelle à un dipôle de force comme cela avait été proposé intuitivement par Scruby *et al.*[8] De nombreux auteurs ont discuté l'amplitude à considérer pour ce dipôle sur la surface et ont montré qu'elle était moindre que celle du dipôle orienté parallèlement à la surface dans le

g. cf. définition p.17

cas d'un point source d'expansion enfoui.[23,70,71] Dans le cas d'un matériau isotrope, D. Royer donne l'expression du rapport entre l'amplitude du dipôle enfoui et celle du dipôle surfacique[71] :

$$\Upsilon = \frac{1-2\nu}{1-\nu}\,, \tag{2.16}$$

où ν est le coefficient de Poisson du matériau.

Pour que la résolution du problème avec une source surfacique puisse se faire par la même méthode que pour une source distribuée dans le volume, nous proposons de changer la mise en équation du problème d'après les remarques qui précèdent. Ainsi, au lieu de considérer des surfaces libres de contrainte et une équation d'onde avec un terme source non nul dont l'expression rend la recherche de la solution particulière non triviale dans le cas limite de la source surfacique, on considère à la place l'équation d'onde sans terme source. La face arrière ($x_1 = h$) est maintenue libre de contrainte, en revanche les contraintes sur la face avant ($x_1 = 0$) sont non nulles et jouent désormais le rôle de source. On suppose que le vecteur contrainte sur cette surface est proportionnel à un dipôle de forces selon $\boldsymbol{x}_2$ dont l'amplitude est reliée aux contraintes thermiques suivant $\boldsymbol{x}_2$. Ainsi la nouvelle mise en équation du problème est la suivante :

$$\nabla \cdot \left[\underline{\underline{C}} : \nabla^S \boldsymbol{u}\right] - \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \boldsymbol{0}\,, \tag{2.17a}$$

$$\sigma_{11}|_{x_1=0,h} = \sigma_{12}|_{x_1=h} = 0\,, \tag{2.17b}$$

$$\sigma_{12}|_{x_1=0} = \Upsilon \lambda_2 T_0 G'(x_2)\, F(t)\,, \tag{2.17c}$$

où Υ dénote la constante de proportionnalité dont l'expression dans le cas d'un milieu isotrope est donnée par l'équation (2.16). Notons que la dérivée de la gaussienne G par rapport à x_2 dans l'équation (2.17c) confère bien un comportement de dipôle à cette source surfacique. Cette expression de σ_{12} est en accord avec l'équation (47b) de l'article de D. Royer sur ce sujet.[71]

Dans l'espace de Fourier, le système à résoudre est un système d'équations différentielles sans second membre et dépendant uniquement de la variable x_1 :

$$C_{11} \frac{\partial^2 \hat{u}_1}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{66}\right) \hat{u}_1 - jk_2 \left(C_{12} + C_{66}\right) \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_1} = 0\,, \tag{2.18a}$$

$$C_{66} \frac{\partial^2 \hat{u}_2}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{22}\right) \hat{u}_2 - jk_2 \left(C_{12} + C_{66}\right) \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_1} = 0\,. \tag{2.18b}$$

Les conditions aux limites [Eqs. (2.17b) et (2.17c)] s'expriment dans l'espace de Fourier comme suit :

$$\hat{\sigma}_{11}|_{x_1=0,h} = \hat{\sigma}_{11}|_{x_1=h} = 0\,, \tag{2.19a}$$

$$\hat{\sigma}_{12}|_{x_1=0} = jk_2 \lambda_2 \bar{G}(k_2)\, \widetilde{F}(\omega)\,. \tag{2.19b}$$

La même méthode de résolution que celle décrite dans la section 2.4 est ensuite appliquée pour obtenir analytiquement le spectre de la réponse à une source surfacique rectiligne. Une double transformée de Fourier inverse numérique fournit finalement la solution recherchée dans le domaine espace-temps. Nous avons donc vu que seule la mise en équation varie pour un problème où la source acoustique est surfacique plutôt que distribuée dans le volume. La méthode de résolution semi-analytique reste la même dans les deux cas.

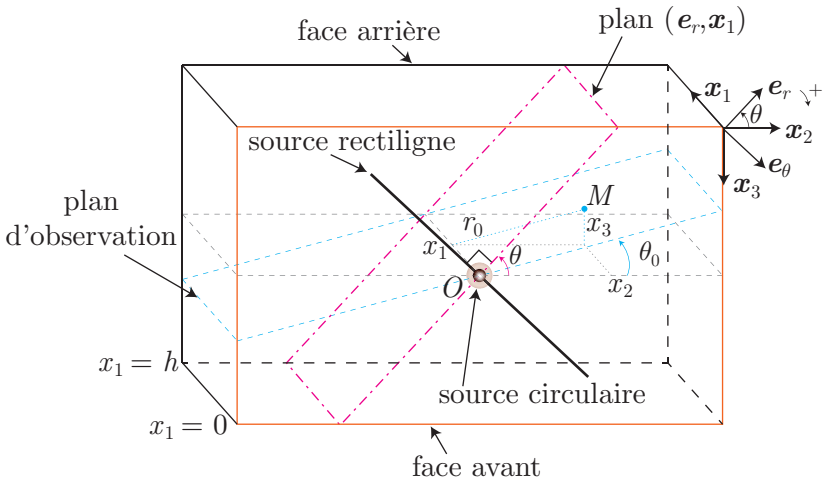


Fig. 2.2 – Géométrie du problème pour une source ponctuelle dans un matériau à symétrie hexagonale.

Par ailleurs, il a été montré par Perton[43] que les spectres de la réponse à une source acoustique résultant d'une focalisation rectiligne du faisceau laser, calculés analytiquement comme expliqué dans la section 2.4, peuvent également servir au calcul de la réponse à une source acoustique résultant d'une focalisation circulaire du faisceau laser incident. Ainsi, la section suivante est consacrée au rappel de l'extension de la méthode de résolution au cas d'une focalisation circulaire.

2.6 Extension des modèles au cas d'une focalisation circulaire du faisceau laser incident

Dans cette section, le faisceau laser n'est plus considéré comme étant focalisé selon une ligne de direction $\boldsymbol{x}_3$ mais selon un point. De plus, les propriétés mécaniques du milieu sont ici supposées à symétrie hexagonale alors que la symétrie orthorhombique était considérée dans les sections précédentes. Les propriétés thermiques et optiques sont toujours considérées isotropes. L'axe principal, caractéristique des cristaux du système hexagonal, est supposé aligné avec la direction $\boldsymbol{x}_1$. La source et les propriétés du matériau sont donc à symétrie axiale, d'axe donné par la direction $\boldsymbol{x}_1$.

La nouvelle géométrie du problème est illustrée sur la figure 2.2. La source acoustique résultant de la focalisation circulaire du faisceau laser est localisée sur la face avant de la plaque, son centre étant au niveau de l'origine O du repère cartésien $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$. Le point M représente le point où le déplacement généré par les ondes acoustiques est évalué, et ses coordonnées dans le repère cartésien sont (x_1, x_2, x_3).

L'évolution spatio-temporelle du vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$ au niveau du point M est obtenue similairement au cas de la focalisation rectiligne par une triple transformée de Fourier inverse

du spectre $\check{\boldsymbol{u}}$ de la réponse à une ligne source volumique enfouie normale[h] :

$$\boldsymbol{u}(x_1,x_2,x_3,t)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_2,k_3,\omega)\,e^{j(\omega t-k_2x_2-k_3x_3)}\,\mathrm{d}k_2\,\mathrm{d}k_3\,\mathrm{d}\omega\,, \tag{2.20}$$

où (k_2,k_3,ω) sont les variables de Fourier duales des variables réelles (x_2,x_3,t) et le graphème « $\check{}$ » dénote la triple transformée de Fourier.

Il est intéressant d'introduire les coordonnées polaires (k_r,θ) afin de faciliter l'intégration dans le plan de Fourier (k_2,k_3). Ces coordonnées sont définies par $k_2=k_r\cos\theta$ et $k_3=k_r\sin\theta$ avec $k_r\in[0,+\infty[$ et $\theta\in[0,2\pi]$. Ce changement de variable conduit à :

$$\boldsymbol{u}(x_1,x_2,x_3,t)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi}\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_r\cos\theta,k_r\sin\theta,\omega)\,e^{j[\omega t-k_r(x_2\cos\theta+x_3\sin\theta)]}\,k_r\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}k_r\,\mathrm{d}\omega\,, \tag{2.21}$$

où le jacobien k_r du changement de variable apparaît.

L'axisymétrie du problème est aussi valable dans l'espace de Fourier, ce qui impose que $\check{\boldsymbol{u}}$ ne dépend pas de θ. Ainsi l'écriture $\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_r\cos\theta,k_r\sin\theta,\omega)$ peut être simplifiée par $\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_r,\omega)$. De plus, on remarque dans l'équation (2.21) que le changement de variable effectué fait apparaître l'équation cartésienne d'un plan de vecteur normal $\boldsymbol{e}_r=\cos\theta\boldsymbol{x}2+\sin\theta\boldsymbol{x}3$ (terme entre parenthèses dans l'exposant de l'exponentielle). Soit $\mathcal{P}$ le plan de vecteur normal $\boldsymbol{e}_r$ contenant le point d'observation M de coordonnées $(x_1,x_2=r_0\cos\theta_0,x_3=r_0\sin\theta_0)$ [Fig. 2.2]. $\mathcal{P}$ a pour équation $x_2\cos\theta+x_3\sin\theta=r_0\cos(\theta-\theta_0)$. Pour tout point d'observation appartenant au plan $\mathcal{P}$, l'équation (2.21) s'exprime donc comme suit :

$$\boldsymbol{u}(M\in\mathcal{P},t)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi}\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_r,\omega)\,e^{j[\omega t-k_rr_0\cos(\theta-\theta_0)]}\,k_r\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}k_r\,\mathrm{d}\omega\,. \tag{2.22}$$

On définit $\mathcal{D}$, la droite d'intersection du plan $\mathcal{P}$ avec le plan de vecteur normal $\boldsymbol{x}_1$ contenant M. $\mathcal{D}$ a pour vecteur directeur $\boldsymbol{e}_\theta=-\sin\theta\boldsymbol{x}_2+\cos\theta\boldsymbol{x}_3$. On constate que pour tout point $M\in\mathcal{D}$, l'intégrande de l'expression (2.22) est invariant, ce qui permet d'identifier le spectre $\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_r,\omega)$ de la réponse à une ligne source volumique enfouie normale résultant de la focalisation circulaire du faisceau laser avec le spectre $\hat{\boldsymbol{u}}^\theta(x_1,k_r,\omega)$ de la réponse à une nappe source volumique enfouie normale résultant de la focalisation rectiligne selon $\boldsymbol{e}_\theta$ du faisceau laser : $\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_r,\omega)=\hat{\boldsymbol{u}}^\theta(x_1,k_r,\omega)$.

Dans la base cylindrique $(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\theta)$, le spectre $\hat{\boldsymbol{u}}^\theta$ correspond exactement à celui qui a été calculé dans la section 2.4 :

$$\hat{\boldsymbol{u}}^\theta=\hat{u}_1\boldsymbol{x}_1+\hat{u}_2\boldsymbol{e}_r\,, \tag{2.23}$$

où $\hat{u}_1$ et $\hat{u}_2$ sont les solutions du système d'équation différentielle (2.12).

On définit une nouvelle base cylindrique $(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{e}_{r_0},\boldsymbol{e}_{\theta_0})$ associée au plan d'observation déterminé par O, M et le vecteur $\boldsymbol{x}_1$. Le spectre $\check{\boldsymbol{u}}$ projeté sur cette base est ainsi donné par :

$$\check{\boldsymbol{u}}(x_1,k_r,\omega)=\hat{\boldsymbol{u}}^\theta(x_1,k_r,\omega)=\begin{bmatrix}\hat{u}_1(x_1,k_r,\omega)\\ \hat{u}_2(x_1,k_r,\omega)\cos(\theta-\theta_0)\\ \hat{u}_2(x_1,k_r,\omega)\sin(\theta-\theta_0)\end{bmatrix}_{(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{e}_{r_0},\boldsymbol{e}_{\theta_0})}\,. \tag{2.24}$$

h. cf. définition p.17

En utilisant le résultat de l'équation (2.24) dans l'équation (2.22), on obtient l'expression du champ de déplacement $\boldsymbol{u}$ dans le repère cylindrique définit par O et la base $(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{e}_{r_0}, \boldsymbol{e}_{\theta_0})$:

$$\boldsymbol{u}\left(x_1, r_0, \theta_0, t\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^3} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \cos\left(\theta - \theta_0\right) \\ \hat{u}_2 \sin\left(\theta - \theta_0\right) \end{bmatrix} e^{j\left[\omega t - k_r r_0 \cos\left(\theta - \theta_0\right)\right]} k_r \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}k_r \, \mathrm{d}\omega \,. \quad (2.25)$$

La dépendance en θ_0 n'apparaissant que dans des fonctions trigonométriques qui sont intégrées sur une période, on voit que le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$ est indépendant de θ_0, ce qui est en accord avec l'hypothèse de problème axisymétrique. En faisant apparaître les fonctions de Bessel[72] de première espèce d'ordre 0 et d'ordre 1 dont les expressions intégrales sont :

$$J_0\left(x\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jx\cos\theta} \, \mathrm{d}\theta \,, \quad (2.26a)$$

$$J_1\left(x\right) = \frac{1}{2j\pi} \int_0^{2\pi} \cos\theta e^{jx\cos\theta} \, \mathrm{d}\theta \,, \quad (2.26b)$$

et en remarquant que :

$$\int_0^{2\pi} \sin\theta e^{jx\cos\theta} \, \mathrm{d}\theta = 0 \,, \quad (2.27)$$

on obtient finalement :

$$u_1\left(x_1, r_0, t\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \hat{u}_1\left(x_1, k_r, \omega\right) J_0\left(-k_r r_0\right) k_r \, \mathrm{d}k_r \, e^{j\omega t} \, \mathrm{d}\omega \,, \quad (2.28a)$$

$$u_{r_0}\left(x_1, r_0, t\right) = \frac{j}{\left(2\pi\right)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{+\infty} \hat{u}_2\left(x_1, k_r, \omega\right) J_1\left(-k_r r_0\right) k_r \, \mathrm{d}k_r \, e^{j\omega t} \, \mathrm{d}\omega \,, \quad (2.28b)$$

$$u_{\theta_0}\left(x_1, r_0, t\right) = 0 \,, \quad (2.28c)$$

où u_1, u_{r_0} et u_{θ_0} sont respectivement les projections de $\boldsymbol{u}$ selon $\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{e}_{r_0}$ et $\boldsymbol{e}_{\theta_0}$.

L'hypothèse d'axisymétrie confirme que l'équation (2.28c) est correcte, car il ne doit pas y avoir de déplacement selon $\boldsymbol{e}_{\theta_0}$. De plus, on remarque que finalement le déplacement résultant d'une ligne source volumique enfouie normale se déduit simplement en faisant une double transformée de Fourier-Hankel inverse du spectre de la réponse à une nappe source volumique enfouie normale. Il s'agit d'une transformée de Fourier inverse en ω et de Hankel inverse[73] d'ordre 0 [Eq. (2.28a)] ou d'ordre 1 [Eq. (2.28b)] en k_r. Ainsi cette méthode de calcul se rapproche des travaux de Lafond[74] et Coulette[75] qui utilisent directement une transformation de Hankel pour résoudre le problème d'une source résultant d'une focalisation circulaire. La méthode proposée ici est très proche de celle proposée par Weaver *et al.*[68] mais à l'avantage en plus d'établir un lien direct entre la réponse en déplacement à une ligne source enfouie normale et la réponse à une nappe source enfouie normale comme l'a montré Perton.[43]

La connaissance du spectre de la réponse à une source acoustique résultant d'une focalisation rectiligne selon $\boldsymbol{x}_3$ du faisceau laser apparaît comme suffisante pour obtenir le déplacement généré au point M dans le cas d'une focalisation circulaire. Pour que cette méthode puisse être appliquée, le milieu doit être à symétrie hexagonale et la source acoustique doit être axisymétrique, et elle peut être surfacique ou distribuée dans le volume.

2.7 Conclusion

Ce chapitre a été l'occasion de synthétiser certains travaux antérieurs à cette thèse et effectués au sein de l'équipe d'accueil. Il a été rappelé que la source acoustique en ultrasons lasers résulte de l'apparition brusque de contraintes rompant l'état d'équilibre du milieu. Le modèle retenu pour la source dépend à la fois des propriétés physiques du matériau et des propriétés du rayonnement électromagnétique (longueur d'onde, intensité, durée d'impulsion).

En régime thermoélastique et pour une situation de forte absorption, la source est considérée comme surfacique et elle est modélisée par un dipôle de forces parallèle à la surface. Pour une situation de faible absorption, la résolution de l'équation de la chaleur a conduit à l'expression des contraintes thermiques qui représentent dans ce cas la source des ondes acoustiques.

La prise en compte de la pénétration optique du faisceau laser incident est indispensable en acoustique picoseconde, où les impulsions sont courtes, et ce quelque soit le type de matériau considéré. Elle est également nécessaire dans le cas des échantillons de verre neutre, dont il est question dans cette première partie, lorsqu'une source laser délivrant des impulsions longues est utilisée.

Il a été également montré dans ce chapitre que la formulation du problème mathématique à résoudre pour simuler la propagation des ondes acoustiques diffère selon que la source est surfacique ou distribuée dans le volume. Cependant la méthode de résolution est inchangée.

Enfin, le calcul étendu au cas d'une focalisation circulaire, exposé par M. Perton dans sa thèse, a aussi été présenté. Les considérations relatives aux sources surfaciques ainsi que le cas de la focalisation circulaire du faisceau laser seront utilisées dans la deuxième partie de ce manuscrit de thèse lorsque la méthode d'imagerie sera présentée. En effet, la capacité à simuler la propagation des ondes acoustiques générées par des sources surfaciques est importante pour cette méthode d'imagerie. Le cas de la ligne source volumique enfouie normale[i], quant à lui, sera utile pour simuler des données d'entrée servant à tester la méthode d'imagerie.

En ce qui concerne la modélisation d'une nappe source volumique enfouie normale, elle constitue la base du travail présenté par la suite traitant de la génération d'ondes acoustiques par une nappe source volumique enfouie. En effet, suite aux résultats du chapitre 1, l'objectif du chapitre suivant est d'étendre la modélisation présentée dans la section 2.4 au cas d'une source acoustique résultant de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique en incidence oblique afin d'approfondir la compréhension des effets de ce type de génération.

i. cf. définition p.17

Chapitre 3

Modélisation de la propagation d'ondes acoustiques générées par une source résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique en incidence oblique

L'obliquité d'une source acoustique, et plus généralement une perte de symétrie dans le processus de génération des ondes acoustiques, peut être très intéressante. Par exemple, dans le cas de la génération d'ondes de Lamb dans une plaque isotrope par des méthodes utilisant des transducteurs piézoélectriques, se servir d'un faisceau ultrasonore borné en incidence oblique est un élément clé.[76] L'angle d'incidence doit satisfaire la loi de Snell-Descartes pour le mode de Lamb que l'on souhaite générer. La perte de symétrie de la source acoustique (c'est-à-dire l'angle du faisceau ultrasonore incident) est donc adaptée au mode de Lamb souhaité. L'étude de l'influence de l'angle d'incidence du faisceau ultrasonore sur l'amplitude des ondes de Lamb a permis de montrer que cet angle ne correspond pas exactement à celui de la loi de Snell-Descartes, à cause de l'extension finie du faisceau ultrasonore, et que son choix est sensible et essentiel pour générer de manière optimale un mode de Lamb donné.[77,78]

Un autre exemple des avantages que peut apporter une perte de symétrie se trouve dans la génération des ondes de cisaillement. Lorsqu'une source acoustique est enfouie dans une plaque, la conversion de mode des ondes de compression dont les vecteurs d'onde ont une incidence oblique par rapport aux surfaces de la plaque contribue à la génération des ondes de cisaillement. L'augmentation de la génération des ondes de compression dont les vecteurs d'onde sont obliques est donc une bonne solution pour augmenter la génération des ondes de cisaillement. Plusieurs solutions existent pour réaliser cela.

Comme rapidement rappelé en introduction de cette première partie, il a été démontré qu'une forte focalisation du faisceau laser permet, par un effet de diffraction, de générer des ondes de cisaillement avec un large spectre en vecteur d'onde et dans une gamme de fréquences GHz.[28]

Plus récemment, un réseau de sources lasers a été utilisé pour sélectionner certains de ces vecteurs d'onde de cisaillement et ainsi favoriser la génération suivant une direction spécifique.[27] Cependant, dans le cas d'une source plus large pour laquelle les vecteurs d'onde des ondes de compression générées sont essentiellement normaux à la surface, la génération des ondes de cisaillement par effet de diffraction est limitée. Dans ce cas, des conditions asymétriques aux limites de la plaque peuvent être utilisées pour améliorer cette génération, comme par exemple la réfraction des ondes de compression à l'interface entre un solide isotrope et un solide anisotrope coupé hors axe de symétrie.[29,30] Les deux dernières solutions énoncées permettent de sélectionner des vecteurs d'onde spécifiques et ainsi de favoriser la génération des ondes de cisaillement dans une direction donnée.

Le calcul des fonctions de directivité pour une nappe source enfouie oblique[a] mené au chapitre 1 a montré que l'obliquité de la source permet également de favoriser la génération des ondes dans des directions privilégiées. Cependant, cette étude a porté sur le rayonnement des ondes de compression et de cisaillement à grande distance de la source dans un milieu semi-infini et pour une fréquence fixée, autrement dit une longueur d'onde donnée. Les ondes acoustiques générées par impulsion laser couvrant une large bande spectrale, il convient de réaliser une modélisation plus fine afin de prévoir les effets de l'obliquité d'une nappe source enfouie sur les formes d'onde de manière plus précise.

Dans le chapitre précédent, des modèles, existants préalablement à ces travaux au sein de l'équipe d'accueil, ont été exposés. Le cas d'une source acoustique surfacique en régime thermoélastique, aussi bien que celui d'une nappe source volumique enfouie normale ont été rappelés.[41,63,64] Ces modèles semi-analytiques permettent la simulation des formes d'onde des ondes acoustiques générées par une impulsion laser et détectées en n'importe quel point d'une plaque. Toutefois, aucun de ces modèles ne permet de prendre en compte une incidence oblique du faisceau laser incident.

Ainsi, le but de ce troisième chapitre est d'étendre le modèle présenté dans le chapitre précédent (cf. § 2.4) au cas d'une nappe source volumique enfouie oblique. Après la description de la géométrie et des hypothèses (cf. § 3.1), le changement induit par l'obliquité sur la densité volumique de puissance déposée par le faisceau laser est exposé (cf. § 3.2). Le calcul des champs de température et de déplacement associés à cette nouvelle source est ensuite effectué et une analyse spectrale du terme source de l'équation d'onde est menée afin d'appréhender les effets de l'incidence oblique sur le spectre des ondes générées (cf. § 3.3). Finalement les formes d'onde simulées sont examinées pour deux positions du point d'observation : sur la face avant, détection qui sera qualifiée de *détection en réflexion*, on mesure alors le déplacement de la surface de la plaque sur laquelle se situe la source acoustique ; et sur la face arrière, qui sera qualifiée de *détection en transmission*, et c'est le déplacement de la surface opposée à celle où se situe la source acoustique qui est alors calculé (cf. § 3.4).

a. cf. définition p.15

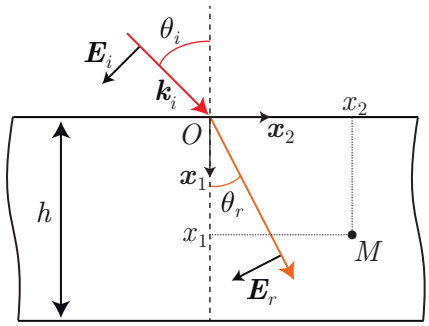


Fig. 3.1 – Géométrie du problème.

3.1 Description de la géométrie et des hypothèses

La géométrie et les hypothèses pour l'étude menée dans ce chapitre sont les mêmes que celles du chapitre 2. Le milieu de propagation est homogène et sa masse volumique est notée ρ. Il s'agit d'une plaque à faces parallèles d'épaisseur h et de dimensions latérales infinies. Les surfaces de la plaque sont supposées libres de contrainte. Les propriétés mécaniques sont supposées orthotropes. Les propriétés thermiques et optiques quant à elles sont supposées isotropes. L'effet de la diffraction optique dans l'échantillon est toujours négligé car la zone de Rayleigh est plus étendue que l'épaisseur. La géométrie est illustrée sur la figure 3.1. La normale aux faces parallèles est décrite par le vecteur unitaire $\boldsymbol{x}_1$ et l'origine O du repère est placée sur la surface sur laquelle le faisceau laser est focalisé. Cette surface d'équation $x_1 = 0$ est dénommée face avant comme dans le chapitre précédent. Les vecteurs unitaires $\boldsymbol{x}_2$ et $\boldsymbol{x}_3$ viennent compléter le repère cartésien $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$, où $\boldsymbol{x}_2$ est choisi, sans perte de généralité, afin que le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ soit un plan principal. La source est supposée d'extension infinie selon la direction $\boldsymbol{x}_3$, ce qui impose que le problème est invariant selon cette direction. Le plan d'étude est donc $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$. La face avant en $x_1 = 0$ correspond toujours à la surface sur laquelle est focalisée le faisceau laser. Sur la figure 3.1 où la géométrie est illustrée dans le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$, le point M correspond au point où le calcul du déplacement est mené et ses coordonnées dans le plan d'étude sont (x_1, x_2). La différence avec le chapitre précédent est que le faisceau laser incident n'est plus normal à la face avant. Il forme désormais un angle θ_i avec le vecteur $\boldsymbol{x}_1$ normal à la face avant et est représenté par le vecteur d'onde optique $\boldsymbol{k}_i$ (Fig. 3.1).

Examinons maintenant la densité volumique de puissance déposée par le faisceau laser dans le cas où celui-ci est en incidence oblique sur l'échantillon.

3.2 Modification de la distribution de la densité volumique de puissance déposée par le laser

Le calcul de la densité volumique de puissance va être décomposé en deux parties. Dans un premier temps, nous allons considérer une onde électromagnétique plane monochromatique incidente obliquement sur la face avant dans le but d'exprimer le coefficient de transmission optique dans le cas d'un matériau absorbant. Cela permettra surtout d'exprimer le coefficient

d'absorption en intensité pour une incidence oblique. Dans un second temps, le caractère borné du faisceau sera introduit en considérant une distribution gaussienne de l'intensité et une illustration sera finalement donnée à la fin de cette section afin de comparer les incidences normales et obliques.

3.2.1 Calcul de la densité volumique de puissance sous l'hypothèse d'onde plane

La densité volumique de puissance Q déposée par le faisceau laser dans le milieu est obtenue en résolvant les équations de Maxwell comme cela a été brièvement rappelé dans le chapitre précédent. L'expression de Q, donnée par l'équation (2.1), est valable pour une incidence normale uniquement et doit donc être cherchée pour cette nouvelle configuration. Dans un premier temps, une onde électromagnétique plane monochromatique de pulsation ω_{opt}, et dont le vecteur d'onde $\boldsymbol{k}_i$ forme un angle θ_i avec $\boldsymbol{x}_1$, est considérée. La composante électrique $\boldsymbol{E}_i$ du champ électromagnétique incident est supposée polarisée dans le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ (cf. Fig. 3.1) car il s'agit de la polarisation du faisceau en sortie de la cavité laser à disposition pour les expériences. $\boldsymbol{E}_i$ s'exprime comme suit :

$$\boldsymbol{E}_i = A_{||} \left(\sin\theta_i \, \boldsymbol{x}_1 - \cos\theta_i \, \boldsymbol{x}_2\right) e^{-j(\omega_{opt} t - \boldsymbol{k}_i \cdot \boldsymbol{r})} , \tag{3.1}$$

avec $\boldsymbol{k}_i = k_i \left(\cos\theta_i \, \boldsymbol{x}_1 + \sin\theta_i \, \boldsymbol{x}_2\right)$. Dans l'équation (3.1), $\boldsymbol{r}$ et $A_{||}$ représentent le vecteur position et l'amplitude de $\boldsymbol{E}_i$, respectivement. Sur la figure 3.1, le vecteur $\boldsymbol{E}_r$ est la composante électrique du champ électromagnétique réfracté selon la loi de Snell-Descartes dans l'échantillon. Les milieux semi-transparents considérés dans ce manuscrit ont une longueur de pénétration optique plus petite que l'épaisseur h de la plaque, ce qui permet de négliger la réflexion du champ réfracté sur la face arrière ($x_1 = h$). L'absorption de l'onde électromagnétique réfractée dans l'échantillon est prise en compte en considérant un vecteur d'onde optique complexe, noté $\boldsymbol{k}_r$. La continuité de la phase optique entre le champ incident et le champ réfracté au niveau de l'interface impose que la projection de $\boldsymbol{k}_r$ selon $\boldsymbol{x}_2$ est réelle. Cette loi se traduit par $\sin\theta_i = n \sin\theta_r$ en fonction des indices de réfraction. Or l'indice de réfraction du milieu $n = n' + jn''$, où n' est l'indice de réfraction réel du milieu et n'' le coefficient d'absorption optique, est maintenant complexe. Cela implique donc que θ_r est également complexe et que cette quantité n'a plus la simple signification d'un angle de réfraction. Le vecteur $\boldsymbol{k}_r$ peut être décomposé en la somme d'une partie réelle et d'une partie imaginaire :

$$\boldsymbol{k}_r = \boldsymbol{k}_r^{'} + j\boldsymbol{k}_r^{''}, \tag{3.2}$$

avec $\boldsymbol{k}_r^{''} \cdot \boldsymbol{x}_2 = k_{r_2}^{''} = 0$ d'après ce qui précède. On obtient ainsi :

$$\boldsymbol{E}_r = R_{||} \left(\sin\theta_r \, \boldsymbol{x}_1 - \cos\theta_r \, \boldsymbol{x}_2\right) e^{-k_{r_1}^{''} x_1} e^{-j\left(\omega_{opt} t - \boldsymbol{k}_r^{'} \cdot \boldsymbol{r}\right)} , \tag{3.3}$$

avec $R_{||}$ l'amplitude de $\boldsymbol{E}_r$ et $k_{r_1}^{''} = \boldsymbol{k}_r^{''} \cdot \boldsymbol{x}_1$. Le facteur $\exp\left(-k_{r_1}^{''} x_1\right)$ dans l'équation (3.3) rend bien compte de l'atténuation du champ électrique réfracté en fonction de la profondeur

uniquement. Les équations de Maxwell permettent de calculer les champs magnétiques incident $\boldsymbol{H}_i$ et réfracté $\boldsymbol{H}_r$ par la formule suivante :

$$\boldsymbol{H} = \sqrt{\varepsilon}\, \boldsymbol{s} \wedge \boldsymbol{E}\,, \tag{3.4}$$

avec ε et $\boldsymbol{s}$ respectivement la permittivité du milieu et le vecteur unitaire dénotant la direction de propagation. Dans l'air, assimilé à du vide, ε est égal à l'unité, alors que dans le milieu absorbant supposé amagnétique il est égal au carré de l'indice de réfraction complexe du milieu, $\varepsilon = n^2$.

Par continuité des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques à l'interface, on obtient la relation entre les amplitudes de l'onde incidente et de l'onde réfractée. Cette relation pour un milieu absorbant reste identique à celle pour un milieu non absorbant.[79] Certaines quantités réelles sont alors remplacées par leurs pendants désormais complexes à cause de l'absorption, ce qui donne pour l'expression du coefficient de transmission Γ :

$$\Gamma = \frac{R_{||}}{A_{||}} = \frac{2\cos\theta_i}{n\cos\theta_i + \cos\theta_r}\,. \tag{3.5}$$

Le champ électromagnétique incident étant connu, les équations (3.3)–(3.5) permettent de déduire le champ électromagnétique réfracté dans le milieu. Pour obtenir l'expression de la densité volumique de puissance déposée par le laser, on considère maintenant la loi locale de conservation de l'énergie électromagnétique qui relie la divergence du vecteur de Poynting optique $\boldsymbol{S}$ avec la dérivée temporelle de la densité d'énergie électromagnétique w, somme des densités d'énergie électrique et magnétique. Cette loi s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial \langle w \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \boldsymbol{S} \rangle = 0, \tag{3.6}$$

où les chevrons « $\langle \ldots \rangle$ » représentent la moyenne temporelle des quantités sur une période optique. Dans le cas d'un milieu conducteur, un troisième terme devrait apparaître dans l'équation (3.6) pour rendre compte de la dissipation d'énergie par effet Joule. Cependant cette perte dissipative est généralement négligée et seul l'effet lié au flux d'énergie (traduit localement par $\nabla \cdot \langle \boldsymbol{S} \rangle$) est retenu. L'expression de la valeur moyenne du vecteur de Poynting est la suivante[79] :

$$\langle \boldsymbol{S} \rangle = \frac{c_0}{8\pi} \Re\left(\boldsymbol{E}_r \wedge \boldsymbol{H}_r^{\star}\right), \tag{3.7}$$

où c_0 est la vitesse de la lumière dans le vide, le symbole « $\star$ » représente l'application de conjugaison d'un nombre complexe, et $\Re(z)$ est la partie réelle du nombre complexe z. La densité volumique de puissance Q, égale par définition à $\partial \langle w \rangle / \partial t$, est finalement obtenue en remplaçant l'équation (3.7) dans l'équation (3.6) :

$$Q(x_1) = 2k_{r_1}^{''} K I_0\, e^{-2k_{r_1}^{''} x_1}\,. \tag{3.8}$$

Dans l'équation (3.8), le facteur $K(\theta_i) = \Re(n^{\star} cos\theta_r) |\Gamma|^2$ rend compte de la transmission en intensité d'une onde plane électromagnétique sous incidence oblique. Il dépend de l'angle d'incidence θ_i à travers la quantité θ_r. Le facteur $I_0 = c_0 A_{||}^2 / 8\pi$ correspond à l'intensité incidente du faisceau laser. On introduit le coefficient d'absorption en intensité β :

$$\beta(\theta_i) = 2k_{r_1}^{''} = 2\Im(k_r \cos\theta_r)\,, \tag{3.9}$$

où $\Im(z)$ est la partie imaginaire du nombre complexe z. On remarque que β dépend de l'angle d'incidence θ_i du faisceau laser et que sa valeur augmente à mesure que θ_i augmente, ce qui signifie que la décroissance en fonction de la profondeur est d'autant plus rapide que θ_i est important. En incidence normale, l'inverse de β est associé à la définition classique de la longueur de pénétration optique ξ du milieu, c'est-à-dire $1/\beta(0°) = \xi$. Lorsque l'incidence est oblique, on peut se représenter l'inverse de $\beta(\theta_i)$ comme étant la projection sur la normale à la surface $\boldsymbol{x}_1$ de la pénétration optique ξ le long de la direction de réfraction. On parlera dans ce cas de pénétration optique effective. A mesure que l'angle d'incidence augmente, la pénétration optique effective diminue, signifiant que le dépôt d'énergie électromagnétique se concentre de plus en plus sur une petite épaisseur sous la surface.

L'expression de la distribution de la densité volumique de puissance donnée par l'équation (3.8) a été obtenue en considérant une onde électromagnétique plane. Or le rayonnement électromagnétique incident est en réalité un faisceau borné. Comme cela a déjà été évoqué, une modélisation précise de la distribution en intensité d'un faisceau laser est une distribution gaussienne. Le caractère borné du faisceau va donc maintenant être introduit en considérant une distribution gaussienne de l'intensité laser dont la largeur à mi-hauteur a représente la largeur du faisceau.

3.2.2 Prise en compte du caractère borné de l'onde électromagnétique incidente

On considère maintenant l'onde électromagnétique incidente non plus comme une onde plane mais comme une onde bornée. L'expression de la densité de puissance Q donnée par l'équation (3.8) doit donc être modifiée. D'après les résultats exposés par Wang *et al.*,[80] et dans un soucis de simplification du modèle, l'hypothèse peut être faite que la distribution latérale de l'intensité laser après réfraction, notée g, est une distribution gaussienne dans la direction normale à la direction de réfraction et centrée sur la direction de réfraction, ce qui se traduit par :

$$g(x_1, x_2) = G\left(-x_1 \sin\theta_r^R + x_2 \cos\theta_r^R\right), \tag{3.10}$$

où $\theta_r^R = \arcsin(\sin\theta_i/n')$ est l'angle de réfraction calculé à partir de la partie réelle n' de l'indice de réfraction du milieu n. La direction de la droite d'équation $-x_1 \sin\theta_r^R + x_2 \cos\theta_r^R = 0$ correspond à la direction de réfraction du faisceau laser. Dans l'équation (3.10), G est une fonction gaussienne à une variable définie classiquement par :

$$G(y) = \frac{2}{a}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} e^{-4\ln 2\, y^2/a^2}, \tag{3.11}$$

où a est la largeur du faisceau laser. Finalement, d'après les équations (3.8)–(3.11) et en supposant que le caractère borné du faisceau n'influe que sur la distribution spatiale de la densité volumique de puissance et non sur les coefficients de transmission et d'absorption en intensité, Q s'exprime comme suit :

$$Q(x_1, x_2, t) = \beta(\theta_i)\, K(\theta_i)\, I_0\, e^{-\beta(\theta_i)x_1}\, g(x_1, x_2)\, f(t)\ , \tag{3.12}$$

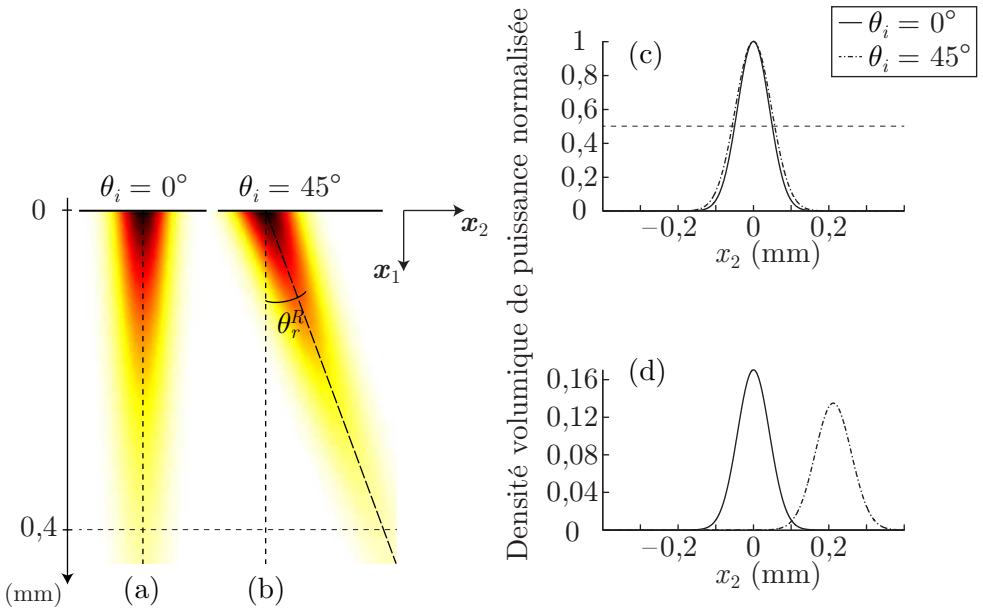


Fig. 3.2 – Densité volumique de puissance initiale déposée par le faisceau laser pour (a) $\theta_i = 0°$ et (b) $\theta_i = 45°$. Comparaison selon la direction $\boldsymbol{x}_2$ pour (c) $x_1 = 0$ mm et (d) $x_1 = 0{,}4$ mm de la densité de puissance pour $\theta_i = 0°$ (traits pleins) et $\theta_i = 45°$ (traits point-tirets).

où la fonction f est la distribution temporelle gaussienne de l'intensité laser définie par :

$$f(t) = \frac{2}{\tau_l}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}e^{-4\ln 2\, t^2/\tau_l^2}, \tag{3.13}$$

avec τ_l la constante correspondant à la durée de l'impulsion laser définie comme la largeur à mi-hauteur de la fonction gaussienne représentant cette impulsion. L'expression de Q donnée par l'équation (3.12) peut être comparée à celle décrite par l'équation (2.1) dans le cas d'une incidence normale. Outre le fait que les quantités β et K dépendent de l'angle d'incidence, la décroissance en fonction de la profondeur x_1 de l'échantillon reste exponentielle. La différence majeure réside dans la distribution gaussienne g qui couple dans le cas de l'incidence oblique les coordonnées x_1 et x_2 pour traduire le fait que cette distribution est centrée sur la direction de réfraction.

En réalité, le calcul de la réfraction d'un faisceau gaussien nécessiterait de considérer une décomposition spectrale en ondes planes pour le calcul des coefficients de transmission associés à chaque composante du spectre avant de sommer ces quantités sur l'ensemble du spectre en considérant une distribution en amplitude gaussienne.[80] La validité de l'expression simplifiée de Q, retenue ici et donnée par l'équation (3.12), sera discutée dans le chapitre suivant.

3.2.3 Illustration de la modification de la distribution de la densité volumique de puissance induite par l'obliquité du faisceau laser incident

Dans le but d'illustrer les équations précédentes et d'analyser les effets de l'obliquité du faisceau sur la densité de puissance, il est proposé de comparer cette densité pour deux angles d'incidence différents. Les propriétés du laser et de l'échantillon relatives aux expériences, et

présentées dans le chapitre 1, sont conservées. La densité volumique de puissance déposée par le laser à l'instant initial, et définie par l'équation (3.12), est tracée sur la figure 3.2 pour une largeur de source $a = 0{,}1$ mm et une longueur de pénétration optique égale à celle du verre Schott NG1 : $\xi = 0{,}226$ mm. Les figures 3.2(a) et 3.2(b) montrent la densité de puissance en fonction de l'espace respectivement pour une incidence normale et une incidence oblique avec $\theta_i = 45°$, ce qui correspond à $\theta_r^R \sim 28°$. Pour $\theta_i = 45°$ [cf. Fig. 3.2(b)], la densité volumique de puissance est localisée le long de la direction de réfraction et n'est donc plus symétrique par rapport à $\boldsymbol{x}_1$, contrairement au cas de l'incidence normale [cf. Fig. 3.2(a)]. Cette perte de symétrie causée par l'obliquité du faisceau laser incident est l'origine de l'ensemble des effets qui vont être discutés dans la suite de ce chapitre ainsi que dans le chapitre suivant. Sur la figure 3.2(c) est représentée la densité volumique de puissance en $x_1 = 0$ mm et en fonction de x_2 pour les deux incidences. Les deux courbes sont normalisées par rapport à leur maximum respectif afin de raisonner avec une intensité transmise identique. Il apparaît, comme attendu d'après l'expression de Q, que la gaussienne en incidence oblique est légèrement plus large qu'en incidence normale. La largeur de la gaussienne en incidence oblique $a_{45°}$ correspond à la largeur en incidence normale corrigée d'un facteur en cosinus de l'angle de réfraction rendant compte de la projection sur le plan $x_1 = 0$ de la gaussienne : $a_{45°} = a/\cos\theta_r^R$. La figure 3.2(d) représente les mêmes quantités que la figure 3.2(c) mais en $x_1 = 2/\beta \sim 0{,}4$ mm, chacune des courbes étant normalisée par le maximum de la densité volumique de puissance en $x_1 = 0$ mm qui lui correspond. Il apparaît, comme indiqué en remarque de l'équation (3.9), que la décroissance en fonction de la profondeur est plus importante dans le cas de l'incidence oblique. On voit également de manière claire que la densité volumique de puissance est centrée sur la direction de réfraction : autour de $x_2 = 0$ mm en incidence normale et autour de $x_2 = 0{,}2$ mm en $x_1 = 0{,}4$ mm pour $\theta_i = 45°$.

Les changements occasionnés par l'obliquité du faisceau laser sur la densité volumique de puissance électromagnétique semblent donc importants. Comme Q est le terme source de l'équation de la chaleur, dont la solution apparaît dans le terme source de l'équation d'onde acoustique, ces changements vont influencer les ondes acoustiques qui vont se propager dans le milieu. Dans la section suivante, le calcul du champ de température et du champ de déplacement générés par cette nouvelle source est effectué et une analyse spectrale du terme source de l'équation d'onde est également menée.

3.3 Prise en compte de l'incidence oblique dans le calcul des champs de température et de déplacement

Les calculs effectués dans le chapitre 2 sont repris dans cette section et adaptés à la nouvelle forme de la densité volumique de puissance électromagnétique.

La diffusion thermique n'étant pas prise en compte, l'expression de l'élévation de température ΔT se déduit de l'équation (2.3) en remplaçant la fonction G de l'unique variable x_2 par la fonction g des variables x_1 et x_2, définie par les équations (3.10) et (3.11) :

$$\Delta T\left(x_1, x_2, t\right) = \frac{\beta\left(\theta_i\right) K\left(\theta_i\right) I_0}{\rho C_p} e^{-\beta(\theta_i) x_1} g\left(x_1, x_2\right) F\left(t\right) , \tag{3.14}$$

où on rappelle que F est la primitive de la distribution temporelle gaussienne de l'intensité laser f s'annulant en $-\infty$. On rappelle que le terme source de l'équation d'onde est le produit entre le tenseur de rigidité-dilatation thermique $\underline{\lambda}$ et le gradient de la température ∇T [cf. Eq. (2.8)]. Comme l'équation d'onde est résolue en effectuant une double transformée de Fourier en temps et en espace selon x_2, il faut calculer la double transformée de Fourier des composantes de ∇T.

D'après l'équation (3.10), on peut écrire g comme étant la composition entre (i) la convolution de la fonction G [cf. Eq. (3.11)] par la fonction delta δ et (ii) la fonction q de $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $q\left(x_1, x_2\right) = -x_1 \sin\theta_r^R + x_2 \cos\theta_r^R$:

$$g = \left(G * \delta\right) \circ q \,. \tag{3.15}$$

La fonction q étant une fonction linéaire, la transformée de Fourier en espace selon x_2 de g peut donc s'écrire comme suit :

$$\bar{g}\left(x_1, k_2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G\left(\tau\right) \delta\left[q\left(x_1, x_2\right) - \tau\right] \mathrm{d}\tau \, e^{jk_2 x_2} \mathrm{d}x_2 \,, \tag{3.16}$$

où l'intégration sur τ exprime la convolution et celle sur x_2 la transformée de Fourier en espace. Les propriétés de la fonction δ permettent de plus d'écrire l'égalité suivante[79] :

$$\delta\left[h\left(x\right)\right] = \sum_i \frac{1}{\left|h'\left(x_i\right)\right|} \delta\left(x - x_i\right) \,, \tag{3.17}$$

où les x_i sont les zéros de la fonction h, c'est-à-dire $h\left(x_i\right) = 0$, et le graphème « $'$ » dénote la dérivée d'une fonction à une variable. Ainsi, en recherchant les zéros par rapport à la variable d'intégration x_2 de l'argument de la fonction delta dans l'équation (3.16), on obtient d'après l'équation (3.17) et la définition de q :

$$\delta\left[q\left(x_1, x_2\right) - \tau\right] = \frac{1}{\left|\cos\theta_r^R\right|} \delta\left(x_2 - x_1 \tan\theta_r^R - \frac{\tau}{\cos\theta_r^R}\right) \,. \tag{3.18}$$

En utilisant ce résultat, changer l'ordre des intégrations dans l'équation (3.16) et intégrer par rapport à x_2 mène à l'égalité suivante :

$$\bar{g}\left(x_1, k_2\right) = \frac{e^{jk_2 x_1 \tan\theta_r^R}}{\left|\cos\theta_r^R\right|} \int_{-\infty}^{+\infty} G\left(\tau\right) e^{j\left(k_2/\cos\theta_r^R\right)\tau} \mathrm{d}\tau \,, \tag{3.19}$$

où l'on reconnaît que l'intégrale est la transformée de Fourier spatiale de la fonction G évaluée en $k_2/\cos\theta_r^R$. On obtient donc l'expression suivante pour $\bar{g}$:

$$\bar{g}\left(x_1, k_2\right) = \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R}\right) \frac{e^{jk_2 x_1 \tan\theta_r^R}}{\left|\cos\theta_r^R\right|} \,. \tag{3.20}$$

Les projections $\widehat{\nabla T} \cdot \boldsymbol{x}_p$ dans les directions $p = \{1, 2\}$ de la double transformée de Fourier de ∇T [gradient calculé à partir de l'équation (3.14)] s'expriment finalement comme suit :

$$\widehat{\nabla T} \cdot \boldsymbol{x}_1 = \left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R\right] T_0 \frac{e^{\left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right] x_1}}{\left|\cos\theta_r^R\right|} \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R}\right) \widetilde{F}\left(\omega\right) \,, \tag{3.21a}$$

$$\widehat{\nabla T} \cdot \boldsymbol{x}_2 = -jk_2 T_0 \frac{e^{\left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right] x_1}}{\left|\cos\theta_r^R\right|} \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R}\right) \widetilde{F}\left(\omega\right) \,, \tag{3.21b}$$

où $T_0 = \beta(\theta_i) K(\theta_i) I_0/\rho C_p$ et $\widetilde{F}$ est la transformée de Fourier temporelle de F.

Le système d'équations différentielles de la variable x_1 à résoudre dans l'espace de Fourier et exprimé dans le chapitre 2 pour l'incidence normale par les équations (2.12) devient dans le cas de l'incidence oblique :

$$C_{11}\frac{\partial^2 \hat{u}_1}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{66}\right)\hat{u}_1 - jk_2\left(C_{12}+C_{66}\right)\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_1} = \lambda_1 \widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_1\,, \tag{3.22a}$$

$$C_{66}\frac{\partial^2 \hat{u}_2}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{22}\right)\hat{u}_2 - jk_2\left(C_{12}+C_{66}\right)\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_1} = \lambda_2 \widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_2\,, \tag{3.22b}$$

avec les quantités $\widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_p$ pour $p = \{1,2\}$ données par les équations (3.21). On remarque que pour l'incidence normale, c'est-à-dire $\theta_i = \theta_r^R = 0$, on a $\tan\theta_r^R = 0$ et $\cos\theta_r^R = 1$. On retrouve donc bien pour $\theta_i = 0°$ le même terme source que dans les équations (2.12) pour l'incidence normale. Les conditions aux limites restent les mêmes qu'en incidence normale, à savoir :

$$\hat{\sigma}_{11}|_{x_1=0,h} = \hat{\sigma}_{12}|_{x_1=0,h} = 0\,. \tag{3.23}$$

La résolution de ce système s'effectue de manière identique à celle présentée dans le chapitre précédent (cf. § 2.4). Le terme source ayant changé, la solution particulière du système doit être changée ainsi que les amplitudes associées à chacune des solutions du système homogène. La résolution détaillée de ces équations est décrite dans l'annexe B du manuscrit.

Pour analyser l'influence de l'obliquité sur le terme source de l'équation d'onde, celui-ci est étudié dans l'espace de Fourier. On choisit de se placer à une fréquence caractéristique des ondes acoustiques générées. Dans le cas d'impulsions lasers d'une durée de quelques nanosecondes, la fréquence caractéristique des ondes acoustiques générées par ces impulsions est généralement de l'ordre de l'inverse de la durée τ_l des impulsions. Cependant, si la longueur de pénétration optique ξ est plus grande que la distance parcourue durant τ_l par les ondes de compression se propageant à la célérité c_L, $\xi \gg \tau_l c_L$, la fréquence caractéristique des ondes acoustiques est liée à ξ plutôt qu'à τ_l.[81] Pour les milieux semi-transparents qui sont considérés dans cette thèse, cette condition est remplie et la pulsation caractéristique des ondes acoustiques est donc donnée en fonction de l'angle d'incidence θ_i par $\omega_c(\theta_i) = 2\pi\beta(\theta_i)\, c_L$, où $\beta(\theta_i)$ correspond à l'inverse de la longueur de pénétration optique effective dans la direction $\boldsymbol{x}_1$. Le nombre d'onde caractéristique est ainsi défini par $k_c(\theta_i) = \omega_c(\theta_i)/c_L$.

Pour comparer deux cas d'incidence, $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$, la même pulsation caractéristique est choisie pour les deux : $\omega_c(\theta_i = 0°)$. Les modules de la transformée de Fourier de chacune des projections $\widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_p$ de ∇T sur les directions $p = \{1,2\}$ sont calculés en $x_1 = 0$, pour une largeur de source $a = 0,1$ mm et une longueur de pénétration optique égale à celle du verre Schott NG1, $\xi = 0,226$ mm, dans le but d'illustrer la discussion qui suit avec les propriétés propres aux expériences qui sont exposées dans le chapitre suivant. Les quantités $\Lambda_p(k_2,\theta_i) = \left|\widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_p/\left(T_0/\left|\cos\theta_r^R\right|\right)\right|_{x_1=0}$ sont tracées sur la figure 3.3 en fonction de k_2 et pour $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$. Le dénominateur dans l'expression de Λ_p permet de pondérer par un coefficient proportionnel à l'intensité laser transmise en incidence oblique [Eqs. (3.12) et (3.14)]. Les lignes pointillées verticales dans les figures 3.3(a) et 3.3(b) marquent le nombre d'onde

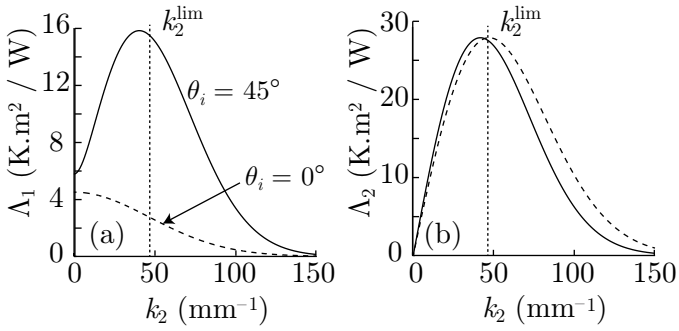


Fig. 3.3 – Projection normalisée de $\widehat{\nabla T}$ sur (a) la direction $\boldsymbol{x}_1$ et (b) la direction $\boldsymbol{x}_2$ en fonction de k_2 pour $\theta_i = 0°$ (traits pointillés) et $\theta_i = 45°$ (traits pleins) à la pulsation $\omega_c\,(\theta_i = 0°)$. Les lignes pointillées verticales montrent le nombre d'onde limite $k_2^{\lim}$.

limite $k_2^{\lim} = \omega_c/c_T$ au-delà duquel les ondes de cisaillement de pulsation ω_c et de célérité c_T deviennent évanescentes. Dans la suite, seule la génération des ondes de cisaillement propagatives est discutée, ce qui correspond à ne considérer que les k_2 appartenant à l'intervalle $\left[0; k_2^{\lim}\right]$.

La figure 3.3(a) montre que le module de la transformée de Fourier de la projection de ∇T sur $\boldsymbol{x}_1$ est augmenté pour $\theta_i = 45°$ par rapport à $\theta_i = 0°$. En effet, d'après la définition de Λ_1 et l'équation (3.21a), on a :

$$\Lambda_1 \propto \left| \left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R \right] \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R} \right) \right| . \tag{3.24}$$

Cette expression traduit le fait que lorsque l'incidence est oblique, c'est-à-dire $\theta_i \neq 0$ et $\theta_r^R \neq 0$, Λ_1 augmente avec k_2 tant que la diminution du module causée par la gaussienne $\bar{G}$ est négligeable devant l'augmentation du module causée par le facteur $k_2 \tan\theta_r^R$ entre crochets [cf. Eq. (3.24)]. Le fait que les courbes n'aient pas la même ordonnée à l'origine est lié à l'augmentation de $\beta\left(\theta_i\right)$ à mesure que l'incidence augmente. De même que pour Λ_1, d'après la définition de Λ_2 et l'équation (3.21b), on a :

$$\Lambda_2 \propto \left| -jk_2 \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R} \right) \right| . \tag{3.25}$$

Il apparaît dans la figure 3.3(b) que le maximum de Λ_2 est décalé lorsque l'incidence est oblique à cause du terme $\cos\theta_r^R$ apparaissant au dénominateur de la fonction gaussienne $\bar{G}$ [cf. Eq. (3.25)]. En effet, la dérivation par rapport à x_2 de l'élévation de la température [cf. Eq. (3.14)] ne fait pas apparaitre d'autre dépendance par rapport à l'incidence oblique car cette dérivation se traduit simplement dans l'espace de Fourier par une multiplication par la quantité $-jk_2$. Le décalage du maximum observé pour Λ_2 s'explique donc uniquement par un changement de la largeur de la gaussienne $\bar{G}$, rendant compte de l'élargissement de la source en incidence oblique.

Pour une fréquence donnée, ces résultats démontrent que l'amplitude du terme source de l'équation d'onde est grandement augmentée pour $k_2 \neq 0$. La génération des ondes de cisaillement étant liée comme on l'a vu aux nombres d'onde $k_2 \neq 0$, l'amplitude des ondes de cisaillement devrait donc augmenter lorsque l'incidence est oblique. Notons que l'amplitude des ondes de compression dont les vecteurs d'onde comportent une composante non nulle selon $\boldsymbol{x}_2$ devrait également augmenter. Ces observations sont en parfaite adéquation avec les conclusions du

chapitre 1 basées sur les diagrammes de directivité. L'étude spectrale du terme source de l'équation d'onde montre effectivement que la directivité des ondes de compression et de cisaillement change avec θ_i, en privilégiant des directions de génération différentes au travers de la sélection des composantes spectrales.

L'accord entre les résultats du chapitre 1 et l'analyse spectrale conduite ici reste cependant un accord qualitatif. Dans le but de réaliser une comparaison plus quantitative, la section suivante est maintenant consacrée à l'étude des effets qu'apportent l'obliquité de la nappe source enfouie [b] sur le champ de déplacement. Les formes d'onde sont examinées pour les deux cas de détection : en réflexion ($x_1 = 0$) et en transmission ($x_1 = h$).

3.4 Prévision des effets de l'obliquité d'une nappe source volumique enfouie sur le champ de déplacement

L'influence de l'obliquité d'une nappe source volumique enfouie sur les formes d'onde est analysée dans cette section. Les simulations sont effectuées avec les propriétés mécaniques, thermiques et optiques relatives au verre Schott NG1 qui sont données dans le tableau 1.2. La durée de l'impulsion laser est fixée à $\tau_l = 8$ ns et la largeur de la source rectiligne est $a = 0{,}1$ mm en incidence normale. Ces propriétés du matériau et du faisceau laser sont choisies pour se placer dans les conditions des expériences présentées par la suite.

Le point d'observation est tout d'abord considéré sur la face avant de la plaque ($x_1 = 0$) en $x_2 = 5$ mm. En ce point, on s'attend à détecter entre autres des déplacements causés par le passage de l'onde de compression rasante et par celui de l'onde de Rayleigh. Connaissant la position du point de détection, il suffit de déterminer les célérités de ces ondes dans le matériau considéré afin de déduire respectivement les temps t_L et t_R pour lesquels l'onde de compression rasante et l'onde de Rayleigh atteignent le point d'observation. La célérité des ondes de compression c_L et une bonne approximation de la célérité des ondes de Rayleigh c_R sont données dans le cas d'un milieu isotrope par[82] :

$$c_L = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \text{ et } c_R = \frac{0{,}436 + \frac{C_{12}}{C_{11}}}{0{,}5 + \frac{C_{12}}{C_{11}}} c_T \,, \tag{3.26}$$

avec $c_T = \sqrt{C_{66}/\rho}$ la célérité des ondes de cisaillement. On obtient pour l'échantillon considéré : $c_L = 5{,}23$ mm/μs, $c_T = 3{,}08$ mm/μs et $c_R = 2{,}84$ mm/μs. On en déduit $t_L = 0{,}95$ μs et $t_R = 1{,}76$ μs.

L'analyse des formes d'onde en réflexion est effectuée en deux temps. Premièrement, afin d'étudier uniquement les effets de l'obliquité sur les ondes de surface, on s'affranchit des arrivées multiples d'ondes réfléchies sur la face arrière et revenant vers la face avant en considérant une plaque très épaisse. Puis dans un second temps, les formes d'onde dans le cas de l'épaisseur réelle de l'échantillon à disposition pour les expériences sont analysées.

Le point d'observation est finalement considéré sur la face arrière de la plaque ($x_1 = h$), toujours en $x_2 = 5$ mm, afin de montrer les avantages et les modifications des formes d'onde pour une mesure en transmission. Cette analyse contitue la dernière partie de cette section.

b. cf. définition p.15

3.4.1 Etude des ondes de surface détectées en réflexion

L'épaisseur de la plaque est tout d'abord fixée à $h = 13,6$ mm, ce qui correspond à dix fois l'épaisseur de l'échantillon de verre disponible pour les expériences. Cette épaisseur est suffisante pour s'affranchir des arrivées multiples d'ondes réfléchies sur la face arrière avec ou sans conversion de mode et revenant vers la face avant. Le premier écho ($2L$) à pouvoir être détecté, car le plus rapide à atteindre le point d'observation, est provoqué par l'onde de compression s'étant réfléchie une fois sans conversion de mode sur la face arrière et, avec une telle épaisseur, son temps d'arrivée est $t_{2L} = 5,28$ μs, nettement supérieur à t_R. Le déplacement normal u_1 détecté en $x_2 = 5$ mm est simulé et tracé sur la figure 3.4(a) pour une plage temporelle entre 0,5 μs et 2,5 μs et pour trois angles d'incidence différents : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$. Seules les ondes de surface sont donc observées. Le déplacement est divisé par la quantité $T^\theta = T_0(\theta_i) / \left|\cos\theta_r^R\right|$, qui permet la pondération par un coefficient proportionnel à l'intensité laser transmise en incidence oblique. Sur la figure 3.4(a), l'onde de compression rasante est identifiée par la lettre L et l'onde de Rayleigh par la lettre R. Le déplacement normal pour $\theta_i = 0°$ est superposé en traits fins sur les résultats en incidence oblique pour mettre en évidence les effets de l'obliquité.

L'obliquité de la nappe source volumique enfouie a une influence claire sur ces deux ondes. L'amplitude décroit de la même manière pour les deux angles d'incidence opposés ±45°. Cette diminution d'amplitude s'adjoint d'une avance ou d'un retard du maximum d'amplitude suivant que $\theta_i = 45°$ ou $\theta_i = -45°$ respectivement. Le spectre de la réponse à une source rectiligne en fonction de k_2 est représenté dans l'encart de la figure 3.4(a) en $x_1 = 0$ et pour la pulsation caractéristique $\omega_c(\theta_i = 0°) = 2\pi\beta(0°)\, c_L$. Les nombres d'onde de l'onde de compression rasante $k_L = \omega_c(\theta_i = 0°)/c_L = 27{,}8$ mm^{-1} et de l'onde de Rayleigh $k_R = \omega_c(\theta_i = 0°)/c_R = 51{,}22$ mm^{-1} à la fréquence $\omega_c(\theta_i = 0°)$ sont reportés sur l'axe des k_2. On remarque premièrement que l'amplitude du spectre pour ces deux valeurs de k_2 diminue lorsque l'incidence est oblique, ce qui explique la diminution en amplitude de ces deux ondes. De plus, l'amplitude du spectre pour $\theta_i = \pm 45°$ est augmentée pour les k_2 plus petits que k_L ce qui est la conséquence de l'augmentation de l'amplitude du spectre de la source acoustique qui a été observée dans le cas d'une incidence oblique sur la figure 3.3. Ainsi, une partie de la puissance relative à la génération des ondes de surface en incidence normale est maintenant transférée sur la génération d'ondes ayant des k_2 plus faibles.

Pour analyser les différences sur les formes temporelles des déplacements normaux tracés sur la figure 3.4(a), une transformée en ondelettes est réalisée à l'aide de l'ondelette complexe de Morlet suivante :

$$\psi(t) = e^{j3t} e^{-t^2/2}, \tag{3.27}$$

dont la transformée de Fourier est donnée par[83] :

$$\tilde{\psi}(\omega) = e^{-(\omega-3)^2/2}. \tag{3.28}$$

Cette ondelette n'est pas parfaitement analytique car $\tilde{\psi}(\omega) > 0$ pour tout ω. Cependant elle reste une approximation suffisante car $\tilde{\psi}(\omega) < 10^{-2}$ pour $\omega \leq 0$. La transformée en ondelettes

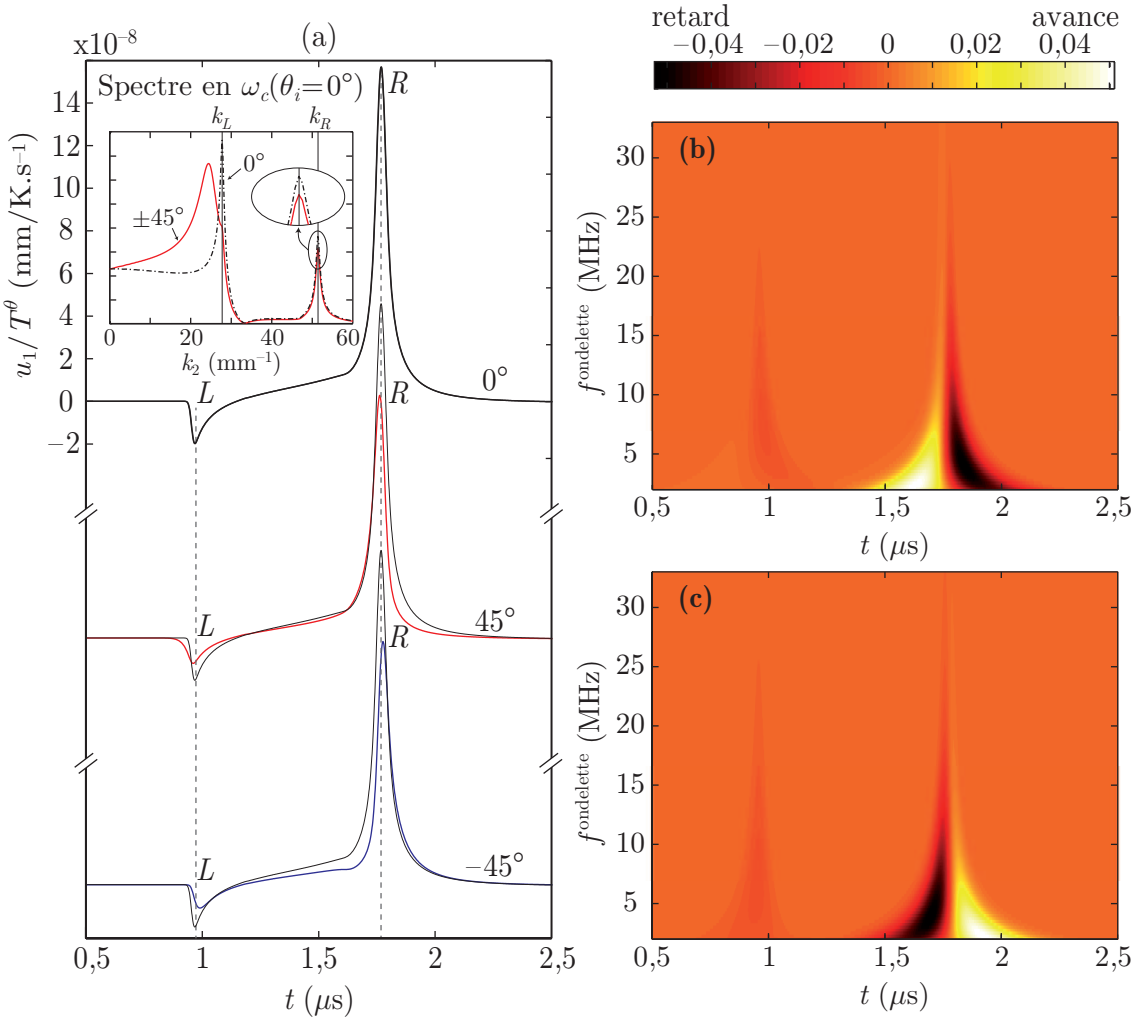


Fig. 3.4 – (a) Déplacement normal par unité de puissance en fonction du temps sur la face avant d'une plaque de verre Schott NG1 d'épaisseur 13,6 mm en $x_2 = 5$ mm et pour trois angles d'incidence : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$. Dans l'encart est représenté le spectre du déplacement normal pour les trois incidences en fonction de k_2, pour $\omega = \omega_c\,(\theta_i = 0°)$. (b) Différence des scalogrammes pour $\theta_i = 45°$ et $\theta_i = 0°$. (c) Différence des scalogrammes pour $\theta_i = -45°$ et $\theta_i = 0°$.

$\mathcal{W}_h$ d'un signal continu $h\,(t)$ est définie par :

$$\mathcal{W}_h\,(t,u) = |u|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} h\,(\tau)\,\psi^\star\left(\frac{\tau - t}{u}\right) \mathrm{d}\tau\,. \tag{3.29}$$

En faisant varier le paramètre de dilatation u, autrement dit en changeant la fréquence centrale de l'ondelette $f^{\text{ondelette}}$, on peut définir un diagramme temps-fréquence (scalogramme) qui représente l'intensité du signal transformé en traçant la quantité $|\mathcal{W}_h\,(t,u)|^2 \,/ \max_{t,u}\left[|\mathcal{W}_h\,(t,u)|^2\right]$ en fonction de $f^{\text{ondelette}}$ et du temps. Pour comparer les résultats obtenus, on représente sur les figures 3.4(b) et 3.4(c) respectivement la différence des scalogrammes obtenus pour $\theta_i = 45°$ et pour $\theta_i = -45°$ avec celui obtenu pour $\theta_i = 0°$. Lorsque la différence est non nulle, cela signifie, pour une composante spectrale à une fréquence donnée, qu'elle n'est pas présente au

même temps dans les signaux en incidence oblique et en incidence normale. Une valeur positive (couleurs claires) pour un couple temps-fréquence donné correspond au fait que, pour le temps considéré, la composante spectrale à cette fréquence est présente dans le signal pour $\theta_i = \pm 45°$ et est moindre du signal pour $\theta_i = 0°$. Une valeur négative de cette différence (couleurs foncées) correspond au fait contraire : la composante spectrale est présente dans le signal pour $\theta_i = 0°$ et est moindre pour $\theta_i = \pm 45°$ au temps considéré. La figure 3.4(b) permet donc de voir que les composantes spectrales aux fréquences en-dessous de 10 MHz arrivent plus tôt dans le cas d'une incidence oblique de 45° que dans le cas d'une incidence normale. Au contraire, la figure 3.4(c) permet de voir que ces mêmes composantes spectrales sont retardées dans le cas d'une incidence oblique de $-45°$ par rapport au cas de l'incidence normale. Ainsi, non seulement l'obliquité de la source à un effet direct sur l'onde de Rayleigh qui est dispersée, mais en plus cette dispersion est reliée au signe de l'angle d'incidence : un angle d'incidence positif conduit à une dispersion positive, alors qu'un angle d'incidence négatif conduit à une dispersion négative où les plus hautes fréquences arrivent plus tardivement que les plus basses fréquences. Cette conclusion est confirmée en regardant la forme temporelle de l'onde de Rayleigh (R) sur la figure 3.4(a). Pour $\theta_i = 45°$, une variation d'amplitude plus abrupte que dans le cas de l'incidence normale apparaît après le maximum, alors que cette même variation abrupte apparaît de manière symétrique avant le maximum dans le cas de l'incidence oblique opposée, $\theta_i = -45°$.

3.4.2 Etude des ondes de volume détectées en réflexion pour une plaque

Si maintenant l'épaisseur de la plaque est $h = 1{,}36$ mm, les déplacements causés par les multiples réflexions des ondes avec et sans conversion de modes sur les surfaces de l'échantillon viennent s'ajouter aux déplacements dus aux ondes de compression rasante et de Rayleigh. La figure 3.5 représente le déplacement normal u_1 détecté en $x_2 = 5$ mm pour une plage temporelle entre 0,5 μs et 2,5 μs et pour les mêmes trois angles d'incidence que précédemment : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$. Ici encore, u_1 est normalisé par T^θ. Il apparaît effectivement sur la figure 3.5 un grand nombre d'échos supplémentaires sur les signaux par rapport à la figure 3.4(a). Les multiples réflexions et leur temps d'arrivée respectifs sont marqués par les lignes pointillées verticales, qui sont associées aux labels $iLjT$, où i représente le nombre d'aller-retours effectué par l'onde entre la face avant et la face arrière de la plaque à la célérité c_L de l'onde de compression avant d'atteindre le point d'observation et j le nombre d'aller-retours à la célérité c_T de l'onde de cisaillement. Le calcul détaillé de ces temps d'arrivée est exposé dans la thèse de Meri par exemple[64] et repose sur la théorie des rayons. Les mêmes effets que ceux qui viennent d'être commentés concernant les ondes rasantes et de Rayleigh sont toujours visibles dans le cas de la plaque d'épaisseur $h = 1{,}36$ mm. Un effet très marqué apparaît également sur l'onde $1L1T$. L'influence de l'incidence sur les autres échos est moins marquée mais néanmoins présente.

Si on compare les spectres, en $x_1 = 0$ et pour la pulsation caractéristique $\omega_c\,(\theta_i = 0°)$, de la réponse à une source rectiligne en fonction de k_2 pour une plaque d'épaisseur $h = 1,36$ mm (Fig. 3.6), en plus de l'onde de compression rasante et de l'onde de Rayleigh, on reconnaît les maxima relatifs aux modes de Lamb de la plaque qui apparaissent car l'épaisseur de la plaque est maintenant compatible avec la propagation d'ondes de Lamb dans la gamme de fréquence de

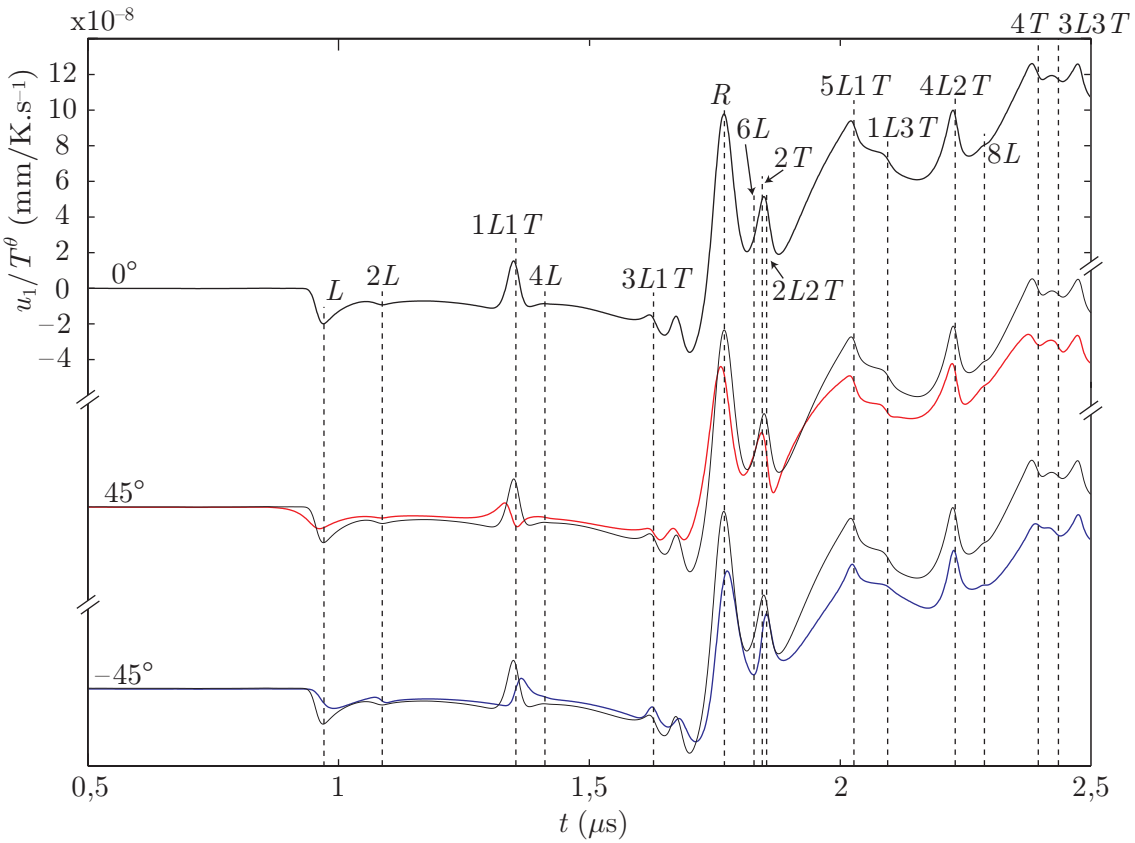


Fig. 3.5 – Déplacement normal par unité de puissance détecté en réflexion en fonction du temps sur la face avant d'une plaque de verre Schott NG1 d'épaisseur 1,36 mm en $x_2 = 5$ mm et pour trois angles d'incidence : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$.

la dizaine de megahertz. L'angle d'incidence de la source permettant de favoriser la génération des ondes ayant un k_2 plus petit que k_L, on s'attend en changeant l'angle à pouvoir favoriser la génération de certains modes de Lamb par rapport à d'autres, ce qui est confirmé par le spectre pour $\theta_i = \pm 60°$ (traits pointillés) où le maximum d'amplitude n'est plus situé sur le même mode de Lamb que pour $\theta_i = \pm 45°$. Ainsi, pour une plaque plus fine ou un matériau plus transparent que le verre Schott NG1, sélectionner la génération de certains modes de Lamb spécifiques serait rendu possible simplement en ajustant l'angle d'incidence du faisceau laser.

Les ondes de surface détectées en réflexion ou en transmission sont différentes. En effet, pour une détection en transmission l'onde de Rayleigh n'est pas présente et l'onde longitudinale rasante se propageant sur la face arrière n'a pas la même origine que celle détectée sur la face avant. Il paraît donc intéressant d'analyser également les formes d'onde dans le cas d'une détection en transmission.

3.4.3 Etude des formes d'onde détectées en transmission pour une plaque

La simulation de la détection en transmission du déplacement normal d'une plaque de verre Schott NG1 d'épaisseur $h = 1{,}36$ mm est présentée sur la figure 3.7 en $x_2 = 5$ mm et pour trois angles d'incidence : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$. Dans ce cas, trois ondes directes sont détectées : l'onde

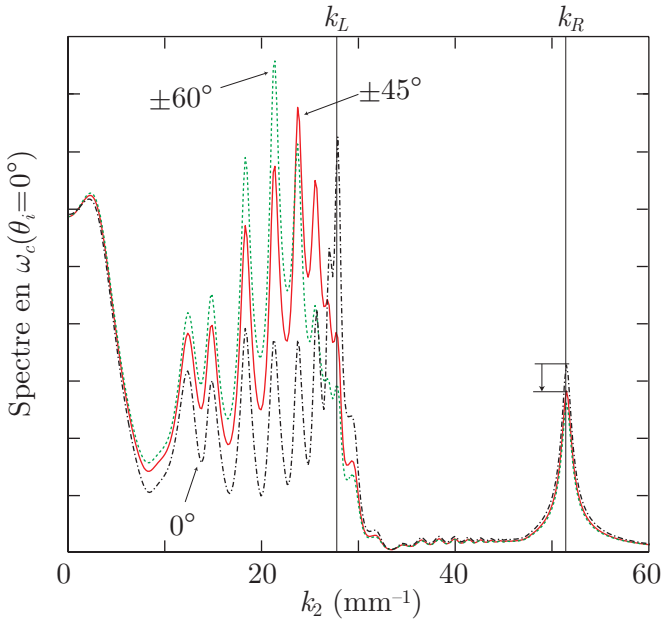


Fig. 3.6 – Spectres, en $x_1 = 0$ et pour la pulsation caractéristique $\omega_c\,(\theta_i = 0°)$, de la réponse à une source rectiligne en fonction de k_2 pour une plaque d'épaisseur $h = 1,36$ mm et pour les angles d'incidence $\theta_i = 0°$ (traits point-tirets), $\theta_i = \pm 45°$ (traits pleins) et $\theta_i = \pm 60°$ (traits pointillés).

de compression L, l'onde de cisaillement T et l'onde de tête HW. L'onde de tête résulte, dans le cas d'une plaque, d'une part de la conversion en une onde de compression rasante de l'onde de cisaillement se réfléchissant sur la face arrière avec l'angle critique $\theta_{cr} = \arcsin\,(c_T/c_L)$, et d'autre part de l'onde de cisaillement se propageant avec l'angle θ_{cr} dans le volume de la plaque et générée par l'onde de compression rasante se propageant sur la face avant (seule contribution existante dans un demi-espace et qui était considérée dans le chapitre 1). Cette onde de tête est particulièrement visible sur les mesures réalisées en transmission. Notons de plus que dans cette configuration de mesure, l'onde de Rayleigh n'est plus présente. Comme dans le cas de la détection en réflexion, on peut calculer les temps d'arrivée à l'aide d'un calcul basé sur les rayons et ainsi identifier les différents échos $iLjT$ où maintenant $i + j$ est un nombre impair.

On voit une fois de plus que l'incidence oblique de la source a un effet non négligeable sur les ondes générées et que cela dépend de la valeur et du signe de l'angle d'incidence. L'onde de cisaillement T a une amplitude plus importante lorsque $\theta_i = 45°$ que lorsque $\theta_i = -45°$. Ce résultat de simulation est en adéquation avec les conclusions de la section 3.3 ainsi qu'avec les résultats obtenus dans le chapitre 1 sur la directivité des ondes. En effet, il a été vu que la génération des ondes de cisaillement est favorisée du côté de la plaque où se situe la direction de réfraction du faisceau laser, ce qui correspond ici au cas où $\theta_i = 45°$, étant donné que la détection est en $x_2 = 5$ mm.

Ce choix d'analyser les formes d'onde en transmission en $x_2 = 5$ mm a été effectué afin de rester cohérent avec l'étude en réflexion présentée précédemment. L'effet sur l'onde de cisaillement T est visible pour cette position mais n'est pas des plus spectaculaires. Nous verrons dans

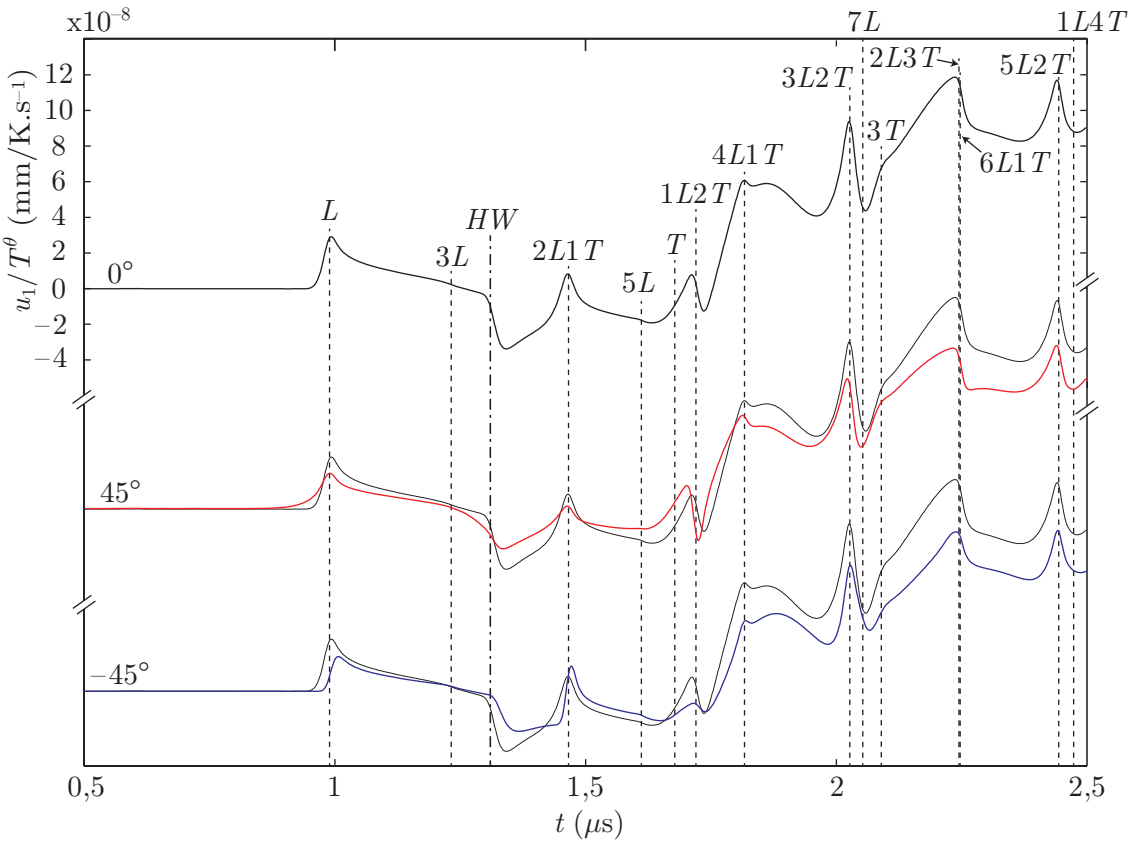


Fig. 3.7 – Déplacement normal par unité de puissance détecté en transmission en fonction du temps sur la face arrière d'une plaque de verre Schott NG1 d'épaisseur $h = 1{,}36$ mm en $x_2 = 5$ mm et pour trois angles d'incidence : $\theta_i = \{0°, 45°, -45°\}$.

le chapitre suivant que l'effet de l'incidence oblique est bien plus important pour des points d'observations où l'arrivée de l'onde de cisaillement est découplée de l'arrivée des autres ondes.

3.5 Conclusion

Pour prolonger le modèle présenté au chapitre précédent afin de prendre en compte l'incidence oblique du faisceau laser incident, les équations de Maxwell ont été résolues et la nouvelle densité volumique de puissance déposée par le laser dans l'échantillon a été calculée. Le changement survenu dans la distribution de la densité volumique de puissance électromagnétique induit un changement dans l'élévation de la température, créant à son tour un changement dans le terme source de l'équation d'onde acoustique. La source acoustique dans le cas de l'incidence oblique est localisée dans la plaque le long de la direction de réfraction du faisceau laser. L'analyse spectrale du terme source de l'équation d'onde a permis de montrer que la génération des ondes de compression et de cisaillement dont les vecteurs d'onde comportent des composantes non nulles selon $\boldsymbol{x}_2$ est favorisée lorsque l'incidence est oblique. Cette analyse a également confirmé que la directivité des ondes change avec l'angle d'incidence, et que certaines directions de génération peuvent être privilégiées.

L'étude des formes d'onde simulées pour une détection en réflexion a permis la mise en exergue de la dispersion de l'onde de Rayleigh en fonction de l'angle d'incidence et plus spécifiquement de son signe : pour un point d'observation vérifiant $x_2 > 0$, les basses fréquences arrivent plus tôt au point d'observation pour un angle d'incidence positif par rapport à une incidence normale et sont retardées pour un angle d'incidence négatif. L'angle permet donc de contrôler la forme de l'onde de Rayleigh. On a vu de plus qu'il est possible de sélectionner la génération de certains modes de Lamb spécifiques par rapport à d'autres en ajustant simplement l'angle d'incidence du faisceau laser. Les démonstrations expérimentales de cette sélectivité et de l'effet de l'incidence oblique sur l'onde de Rayleigh n'ont pas été effectuées au cours de cette thèse, dans laquelle on rappelle que l'accent est mis sur la détection en transmission pour être au plus proche de la détection dans le cas d'une source acoustique enfouie. Cependant, l'aspect expérimental pour les ondes de Lamb et de Rayleigh apparaît comme une perspective très intéressante de ces résultats. Enfin, dans le cas de la détection en transmission, les formes d'onde sont également fortement influencées par l'incidence de la source. Dans cette configuration, l'onde de Rayleigh est absente des formes d'onde et une autre onde de surface se substitue à l'onde de Rayleigh : l'onde de tête. Il a été également remarqué que la génération des ondes de cisaillement semble être favorisée du côté de la plaque où se situe la direction de réfraction du faisceau laser.

La modélisation plus fine de la propagation des ondes générées par un faisceau laser en incidence oblique, présentée dans ce chapitre, conduit à des résultats qui confirment les conclusions dressées dans le premier chapitre de cette thèse à partir des diagrammes de directivité. Dans le chapitre suivant, l'observation expérimentale de ces effets va être conduite, notamment dans le but d'analyser les conséquences de l'hypothèse simplificatrice concernant la distribution latérale gaussienne de l'intensité laser après réfraction. Une étude plus approfondie des effets de l'obliquité sur les formes d'onde détectées en transmission sera menée pour conclure sur la possibilité offerte par ce type de génération de fournir plus d'informations sur le milieu qu'une simple génération thermoélastique en incidence normale.

Chapitre 4

Observation expérimentale des effets d'une source acoustique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique en incidence oblique

L'analyse théorique de la nappe source volumique enfouie oblique[a], conduite dans les chapitres précédents, a montré que les effets de l'obliquité sur les ondes acoustiques générées dans une situation de faible absorption[b] sont importants. Il est maintenant proposé de démontrer la faisabilité expérimentale d'une telle génération. Le modèle servant à simuler la propagation des ondes, développé dans le chapitre précédent, comporte par définition un ensemble d'hypothèses simplificatrices : diffusions électronique et thermique négligées, non prise en compte de la réflexion de l'onde électromagnétique sur la face arrière de l'échantillon ou encore distribution latérale de l'intensité laser après réfraction considérée comme toujours gaussienne. Le choix des hypothèses et le développement mathématique de la théorie retenue pour rendre compte du phénomène physique analysé sont des étapes importantes du raisonnement menant au modèle. Cependant ces étapes doivent être complétées par la comparaison de la théorie avec l'expérience afin de conforter ou de réfuter la validité du modèle. Cette démarche de validation est l'un des axes du chapitre présent. Un autre axe de ce chapitre porte sur l'analyse détaillée des formes d'onde obtenues pour une source en incidence oblique et sur leurs différences avec les formes d'onde en incidence normale. Cette analyse est l'occasion de montrer l'intérêt qu'apporte la perte de symétrie dans le processus de génération des ondes acoustiques ; perte engendrée ici par l'obliquité de la source acoustique.

Le choix de la technique de mesure des formes d'onde est important pour assurer une comparaison réaliste entre théorie et expérience. Il existe de nombreux moyens techniques permettant

a. cf. définition p.15
b. cf. définition p.10

de mesurer les composantes du champ acoustique normales à la surface : utilisation de transducteurs piézoélectriques au contact, de transducteurs à couplage par air piézoélectriques[77] ou capacitifs,[84] ou encore de transducteurs électromagnétiques acoustiques[85–87] (EMAT). Cependant, ces techniques ont, entre autres, une limitation commune qui proscrit leur utilisation dans notre cas pour la détection des formes d'onde : l'intervalle fréquentiel accessible à la mesure est très limité si l'on recherche une bonne sensibilité,[8] alors même qu'il a été montré dans les chapitres précédents l'importante gamme de fréquences couverte par les ondes acoustiques générées par laser. Les méthodes optiques apparaissent dès lors comme des solutions alternatives intéressantes, qui limitent, par une mesure locale, sans contact et avec une large bande passante, les inconvénients des techniques relevant de l'utilisation de transducteurs.

Les méthodes optiques peuvent être classées en deux catégories. La première comprend les sondes à déflexion et à diffraction et est dédiée à l'examen d'ondes qui donnent lieu à une ondulation de la surface (par exemple l'onde de Rayleigh). La deuxième rassemble les techniques interférométriques qui permettent la mesure de tout déplacement normal d'une surface, quel qu'en soit l'origine (ondes de Rayleigh, de Lamb, de volume...).[88] Dans cette thèse, la quantité du champ acoustique que l'on cherche à mesurer est justement le déplacement normal d'une surface qui peut être causé par tout type d'ondes. L'emploi d'une technique interférométrique est donc le mieux adapté. L'état de surface de l'échantillon considéré détermine finalement si l'interféromètre utilisé doit reposer : (i) sur l'interférence entre le champ lumineux diffusé par la surface de l'échantillon [c] et un faisceau de référence (contenant également la signature de la surface diffusante) ; ou (ii) sur l'interférence entre un faisceau de référence et un faisceau réfléchi, sans perte de cohérence, sur la surface. Les échantillons semi-transparents utilisés dans cette thèse sont des composants optiques, dont l'état de surface est garanti par le fabricant et pour lesquels le fini de surface est inférieur au dixième de micron. Les mesures peuvent donc être effectuées avec le second type d'interféromètres, utilisant la réflexion et non la diffusion.

Dans ce chapitre, suite à la présentation de la source laser utilisée pour la génération des ondes acoustiques, de l'interféromètre retenu et du montage expérimental (§ 4.1), les résultats expérimentaux sont présentés et comparés aux résultats théoriques (§ 4.2). Il est ensuite montré que l'exploitation des signaux recueillis dans le cas d'une nappe source volumique enfouie oblique permet une caractérisation simultanée des propriétés mécaniques et de la partie réelle de l'indice de réfraction optique de l'échantillon (§ 4.3). Enfin des diagrammes polaires représentant les amplitudes des ondes de compression et de cisaillement mesurées pour différents angles d'observation sont présentés (§ 4.4) et reliés aux diagrammes de directivité présentés au chapitre 1 (§ 4.5).

4.1 Description du dispositif expérimental

L'échantillon utilisé est une plaque de verre Schott NG1 dont les caractéristiques mécaniques, thermiques et optiques sont rassemblées, pour rappel, dans le tableau 1.2 (p. 38). L'épaisseur de la plaque est $h = 1,36$ mm. La mesure de la densité ρ est réalisée par une technique tirant profit

c. Ce phénomène de diffusion d'un faisceau laser est communément appelé « speckle ».

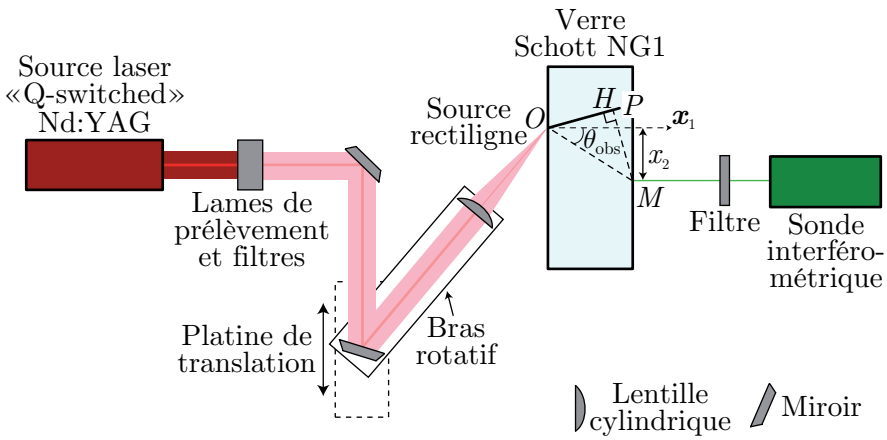


Fig. 4.1 – Schéma du dispositif expérimental.

du principe d'Archimède.[89] Les coefficients d'élasticité $C_{11} = \rho c_L^2$, $C_{66} = \rho c_T^2$ et $C_{12} = C_{11} - 2C_{66}$ sont alors déduits de la mesure des célérités des ondes de compression c_L et de cisaillement c_T dans l'échantillon.

Pour réaliser des mesures en transmission dans des plaques millimétriques, l'utilisation d'une source laser délivrant des impulsions de l'ordre de quelques nanosecondes est bien adaptée. Le laser commercial à disposition dans l'équipe est un laser Nd :YAG (Yttrium Aluminum Garnett) à émission laser déclenchée ou « Q-switched ». Il s'agit du laser Quanta-Ray Lab-170-50 de Spectra-Physics qui a un taux de répétition de 50 Hz. La puissance moyenne nominale à 1064 nm en sortie de cavité de ce laser est d'environ 30 W, ce qui correspond à une puissance crête de 75 MW soit une énergie de près de 600 mJ. Un jeu de lames de prélèvement et de filtres absorbants est placé sur le trajet optique du faisceau laser afin d'en diminuer l'énergie pour qu'elle soit compatible avec une génération en régime thermoélastique. Les impulsions délivrées par une source laser à émission laser déclenchée ont généralement un profil temporel asymétrique dont le temps de montée est plus court que le temps de descente.[8] Cependant, il est commun, comme cela a été proposé dans les modèles des chapitres précédents, de considérer que le profil temporel des impulsions correspond à une fonction gaussienne dont la largeur à mi-hauteur pour le Quanta-Ray est environ $\tau_l = 8$ ns. En sortie de cavité, le faisceau est collimaté et son diamètre est d'environ d'une vingtaine de millimètres.

Une succession de miroirs permet de diriger le faisceau issu de cette source laser vers une lentille cylindrique qui le focalise sur la surface de l'échantillon en une forme rectiligne. Le profil spatial de l'intensité laser dans la direction perpendiculaire à l'axe de la lentille est gaussien et sa largeur à mi-hauteur est $a = 0,1$ mm. La longueur de la ligne est quant à elle d'une vingtaine de millimètres. Le dernier miroir et la lentille cylindrique sont solidaires d'un même bras, ce qui permet, à l'aide d'une platine de translation motorisée, de déplacer, dans une direction normale à la direction de la ligne, la position de focalisation du faisceau sur la face avant de l'échantillon (cf. Fig. 4.1). L'alignement des différents miroirs entre eux et avec la lentille est effectué dans une configuration où l'axe optique de la lentille, confondu avec l'axe du bras, est normal aux surfaces de la plaque. L'angle d'incidence du faisceau laser θ_i est ajusté grâce à un goniomètre

motorisé qui fait tourner le bras de l'angle souhaité. Il suffit ainsi de faire tourner le miroir situé sur le bras de $-\theta_i/2$ pour retrouver l'alignement avec la lentille tel qu'il était initialement en incidence normale. Pour finir, la distance entre la lentille et l'échantillon est ajustée pour s'assurer que l'échantillon est positionné dans la zone de Rayleigh du faisceau gaussien [d] dans laquelle le rayon du faisceau reste inférieur à $\sqrt{2}a$.

La mesure du déplacement normal de la face arrière de la plaque de verre est effectuée à l'aide d'un interféromètre (cf. Fig. 4.1) tirant profit de la réflexion du faisceau sur la surface de l'échantillon plutôt que du « speckle ». La sonde interférométrique SH-140, développée par Royer et son équipe et commercialisée par B.M.industries, est utilisée. La source laser alimentant cette sonde est une source laser continue Nd :YAG doublée en fréquence et de puissance nominale 100 mW. Le principe de détection de cette sonde est l'interférométrie hétérodyne, qui permet d'éliminer les vibrations parasites qui peuvent perturber la mesure.[90] La configuration optique de l'interféromètre est de type Mach-Zender.[88,91] La bande passante de cette sonde est comprise entre 20 kHz et 45 MHz. Le faisceau laser sortant de cette sonde est focalisé sur un point de la face arrière de l'échantillon à travers un filtre optique sélectif en fréquence dont la bande passante correspond à la longueur d'onde du laser sonde. Ce filtre permet ainsi de filtrer le faisceau laser issu de la source laser Quanta-Ray et donc d'éviter l'endommagement de la sonde interférométrique. Pour comparer avec le modèle où la source acoustique est supposée d'extension infinie suivant $\boldsymbol{x}_3$, le point M de focalisation de la sonde est positionné au milieu de la ligne source de dimension finie expérimentalement.

L'ensemble de ce dispositif est piloté par un programme Labview qui permet de commander la source laser Quanta-Ray, la platine de translation motorisée, le déclenchement de l'acquisition sur l'oscilloscope et l'importation et la sauvegarde des signaux mesurés. L'oscilloscope utilisé permet un échantillonnage jusqu'à 1 GHz.

En déplaçant le faisceau laser focalisé sur la face avant de la plaque, on peut cartographier le déplacement normal de la face arrière. La section suivante présente les résultats expérimentaux, en fonction du temps et de la distance source-détecteur x_2 entre la position de la source rectiligne O et celle de la sonde M selon la direction $\boldsymbol{x}_2$. La position particulière où source et détecteur sont face à face ($x_2 = 0$ mm) est appelée l'épicentre. L'angle d'observation θ_{obs} (cf. Fig. 4.1) mesure l'angle entre la normale à la surface de l'échantillon, $\boldsymbol{x}_1$, et la droite passant par O et M. Les mesures présentées dans la section suivante sont effectuées pour deux incidences, normale ($\theta_i = 0°$) et oblique avec $\theta_i = 45°$, et avec un pas angulaire pour l'angle d'observation θ_{obs} d'environ 2°.

4.2 Résultats expérimentaux et comparaison avec le modèle

Le dispositif expérimental décrit dans la section précédente (cf. § 4.1) est maintenant utilisé pour mesurer le déplacement normal de la face arrière de l'échantillon de verre Schott NG1 pour

d. Depuis le *waist* d'un faisceau laser gaussien, on définit la distance d_R au bout de laquelle l'aire de la coupe transverse du faisceau est doublée. La zone de Rayleigh est généralement considérée comme étant centrée sur la position du *waist* et s'étendant de part et d'autre sur une distance d_R.

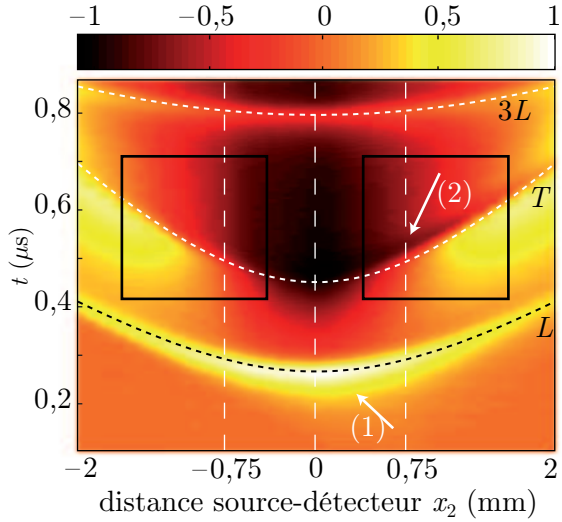


Fig. 4.2 – Déplacement normal normalisé mesuré sur la face arrière de la plaque pour $\theta_i = 45°$ en fonction de t et de x_2. Les lignes pointillées L, T et $3L$ décrivent les temps d'arrivée théoriques des ondes de compression, des ondes de cisaillement et des ondes de compression s'étant réfléchies deux fois sans conversion de mode, respectivement. Les flèches (1) et (2) pointent des asymétries. Les rectangles noirs limitent les zones où les amplitudes des ondes de cisaillement sont extraites.

deux angles d'incidence du faisceau laser différents : $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$. La focalisation rectiligne du faisceau laser et les propriétés optiques du verre utilisé font que la source acoustique est une nappe source volumique enfouie[e], normale ou oblique suivant la valeur de l'angle d'incidence. Les signaux expérimentaux recueillis pour une génération en incidence oblique sont tracés en fonction du temps t et de la distance source-détecteur x_2 (cf. Fig. 4.1) sur la figure 4.2. Les signaux sont normalisés par rapport au maximum d'amplitude mesuré à l'épicentre. La ligne pointillée noire, notée L, indique le temps d'arrivée des ondes de compression générées sur la face avant. Ce temps d'arrivée est estimé à partir de la célérité c_L des ondes de compression et de l'épaisseur h de la plaque, comme effectué précédemment dans la section 3.4. On évalue également le temps d'arrivée des ondes de cisaillement T, ainsi que le temps d'arrivée des ondes de compression $3L$ s'étant réfléchies deux fois sur les limites de la plaque sans conversion de mode. Ces temps d'arrivée sont repérés par les lignes pointillées blanches T et $3L$, respectivement. Les flèches (1) et (2) pointent les asymétries qui sont détaillées dans la suite de ce chapitre.

Sur la figure 4.3, la superposition des signaux expérimentaux et simulés est présentée pour deux positions symétriques du point d'observation M, $x_2 = \pm 0,75$ mm (lignes pointillées verticales sur la figure 4.2), et pour les deux incidences. La première impulsion détectée L a une forme monopolaire. La partie croissante résulte des ondes de compression générées dans le volume chauffé par l'absorption du faisceau laser et se propageant directement vers M. Les ondes de compression générées dans ce même volume mais se propageant vers la face avant se réfléchissent pour une part sans conversion de mode et se propagent à leur tour vers M. Au moment de la réflexion des ondes de compression sur la face avant, une autre partie se réfléchit avec

e. cf. définition p.15

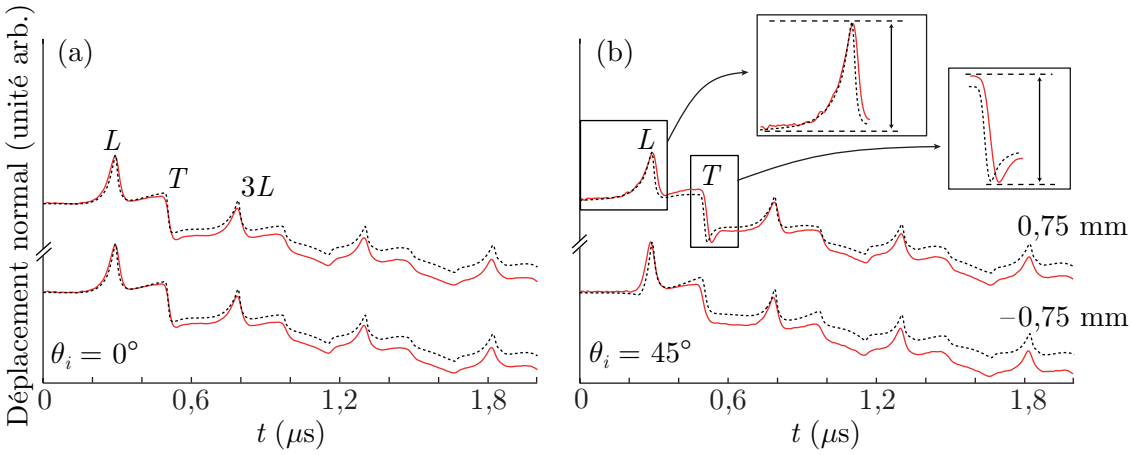


Fig. 4.3 – Déplacement normal expérimental (traits pleins) et simulé (traits pointillés) à deux positions symétriques $x_2 = -0,75$ mm (en bas) et $x_2 = 0,75$ mm (en haut) sur la face arrière de la plaque pour (a) $\theta_i = 0°$ et (b) $\theta_i = 45°$. Les encarts dans (b) expliquent la mesure de l'amplitude des ondes de compression L et de cisaillement T.

conversion de mode, générant ainsi des ondes de cisaillement T qui apparaissent sur les formes d'onde au niveau du premier saut négatif (cf. Fig. 4.3). Cette conversion partielle explique la décroissance asymétrique de l'impulsion L survenant après le maximum. Les échos qui suivent résultent des réflexions successives avec ou sans conversion de mode dans la plaque. Les simulations ont été effectuées en considérant les valeurs des propriétés mécaniques, thermiques et optiques données dans le tableau 1.2 du chapitre 1 (p. 38). La seule variable d'ajustement est la largeur de la source a, dont la valeur est déterminée, en comparant théorie et expérience, comme valant 50 μm dans le cas de l'incidence normale et 85 μm pour $\theta_i = 45°$. Dans les deux cas, il s'agit de valeurs typiques pour des expériences utilisant des lasers nanosecondes. On peut expliquer cette légère différence par la forme de la tâche focale constatée expérimentalement : il s'agit plus d'une forme de « cigare » que d'une forme rectiligne bien définie. Un léger décalage vertical du point de détection sur la face arrière de l'échantillon entre les deux configurations à 0° et 45° peut également contribuer à expliquer cette différence.

Un très bon accord en terme de temps d'arrivée et de formes d'onde est observé entre les simulations (traits pointillés), effectuées avec le modèle présenté au chapitre précédent, et les résultats expérimentaux (traits pleins). Il apparaît cependant une légère différence entre théorie et expérience sur le fond basse fréquence. La diffusivité thermique du verre étant de l'ordre de 0,35 mm^2/s et l'épaisseur de l'échantillon de 1,36 mm, le temps caractéristique de la diffusion de la chaleur est d'environ 5 s. L'échelle temporelle qui est examinée étant plus petite de six décades, le fait d'avoir négligé la diffusion thermique dans le modèle ne peut pas expliquer la différence observée entre théorie et expérience. D'après les résultats exposés dans la thèse de Perton[43] à propos de la prise en compte de la réflexion du faisceau laser sur la face arrière, il apparaît comme peu vraisemblable que la non prise en compte de cette réflexion explique la différence observée. En revanche, le filtre passe-haut à 20 kHz de la sonde interférométrique utilisé lors de l'acquisition des résultats expérimentaux n'est pas pris en compte dans les simulations et

peut expliquer cet écart. Cependant, la différence entre les signaux théoriques et les signaux expérimentaux reste très minime et elle est de plus la même pour les deux cas d'incidences, normale et oblique. Ce léger écart expliqué, la similitude des temps d'arrivée et le très bon accord de la forme des échos confirme la modélisation mathématique retenue au chapitre 3 pour la simulation de la propagation dans le verre Schott NG1 des ondes acoustiques générées par une nappe source volumique enfouie oblique[f].

Examinons maintenant plus en détails les effets de l'incidence oblique. La flèche (1) sur la figure 4.2 montre un comportement asymétrique du temps de montée de la première onde de compression L pour $\theta_i = 45°$. En effet, si l'on regarde la figure 4.3(b), il apparaît clairement que les temps de montée diffèrent pour deux positions symétriques du point d'observation lorsque $\theta_i = 45°$. Cette observation est expliquée dans la section suivante et une application originale tirant parti de cette asymétrie est également proposée.

4.3 Méthode pour l'estimation de la partie réelle de l'indice optique

Sur la figure 4.4, on représente un zoom sur les premières impulsions de chacune des formes d'onde de la figure 4.3. De par la symétrie de la source lorsque $\theta_i = 0°$, les premières impulsions L ont la même forme pour $x_2 = -0,75$ mm et $x_2 = 0,75$ mm et elles arrivent en même temps. Lorsque l'incidence est oblique, le temps d'arrivée de ces ondes de compression diffère par rapport à l'incidence normale, comme cela avait été soulevé au chapitre précédent. Par comparaison avec la ligne verticale point-tiret montrant le temps d'arrivée en incidence normale du maximum d'amplitude, l'impulsion en incidence oblique est légèrement en avance pour $x_2 = 0,75$ mm et légèrement en retard pour $x_2 = -0,75$ mm. D'autre part, l'amplitude du déplacement normal à $t = 0,2$ μs (ligne verticale sur la figure 4.4) montre clairement que le temps de montée de l'impulsion L diffère pour les positions symétriques $x_2 = \pm 0,75$ mm de la sonde dans le cas de l'incidence oblique.

Pour analyser cet effet marqué de l'obliquité, visible autant théoriquement qu'expérimentalement, on considère la nappe source volumique enfouie oblique comme une somme continue de lignes sources d'expansion parallèles à $\boldsymbol{x}_3$ et distribués le long de la direction de réfraction du faisceau laser, depuis la face avant (ligne d'expansion passant par O, cf. Fig. 4.1) jusqu'à une distance égale à la longueur de pénétration optique ξ (ligne d'expansion passant par P, cf. Fig. 4.1). On considère maintenant le calcul du temps de montée τ_L des ondes de compression en fonction de x_2. Ce temps τ_L est défini comme la différence entre les temps de vol de l'onde plane se propageant depuis la ligne source parallèle à $\boldsymbol{x}_3$ la plus loin jusqu'au point d'observation M et de l'onde plane se propageant depuis la ligne source parallèle à $\boldsymbol{x}_3$ la plus proche jusqu'à M. Il

f. cf. définition p.15

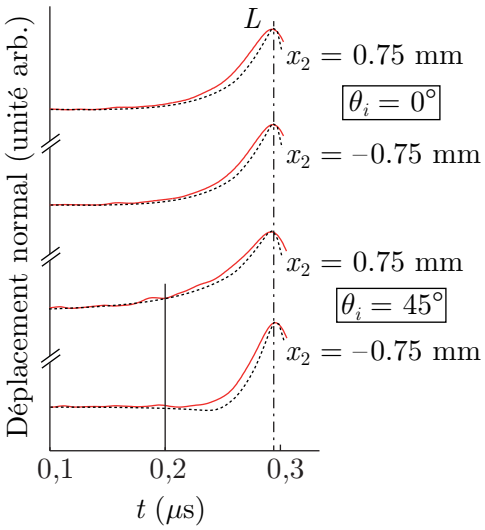


Fig. 4.4 – Zoom sur les premières impulsions de compression pour les deux positions du point d'observation $x_2 = \pm 0,75$ mm et les deux orientations de la source : $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$.

s'exprime alors comme suit :

$$\tau_L(x_2) = \begin{cases} \dfrac{\max([OM],[MP]) - [MH]}{c_L} & \text{si } x_2 \in \left[x_2^{\min}, x_2^{\max}\right], \\ \dfrac{|[MP] - [OM]|}{c_L} & \text{sinon}, \end{cases} \tag{4.1}$$

où O et P sont les points appartenant d'une part aux lignes d'expansion définies précédemment et d'autre part au plan $(M, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$. Le point H correspond à la projection orthogonale de M sur la droite (OP) [Fig. 4.1]. c_L est la célérité des ondes de compression dans le milieu. Les bornes $x_2^{\min}$ et $x_2^{\max}$ sont les limites au-delà desquelles le point H n'est plus compris entre O et P, c'est-à-dire positions du point M où les points H et O sont confondus et où les points H et P sont confondus, respectivement.

La figure 4.5(a) montre le temps de montée théorique calculé à partir de l'équation (4.1) en fonction de x_2 pour les incidences normale (traits pointillés) et oblique (traits pleins) dans le cas du verre Schott NG1. Pour les deux incidences, le temps de montée tend, des deux cotés de $x_2 = 0$ mm, vers la même limite $\tau_L^{\lim}$ lorsque le point d'observation est suffisamment loin de la source :

$$\tau_L^{\lim} = \frac{\sin\theta_r^R}{\beta(\theta_i)\, c_L}, \tag{4.2}$$

où θ_r^R est l'angle de réfraction du faisceau laser incident calculé avec la partie réelle de l'indice de réfraction. Pour $\theta_i = 0°$, on a $\tau_L^{\lim} = 0$ ns, alors que pour $\theta_i = 45°$, $\tau_L^{\lim} = 23$ ns, comme cela est montré sur la figure 4.5(a) par la ligne horizontale représentant l'asymptote de la courbe pour $\theta_i = 45°$. Il apparaît que le temps de montée est symétrique par rapport à l'épicentre pour $\theta_i = 0°$, tandis qu'il ne l'est plus pour $\theta_i = 45°$. Dans le cas de l'incidence oblique, le temps de montée est plus important lorsque le point d'observation se situe du côté où le faisceau laser est réfracté, $x_2 > 0$ mm pour $\theta_i > 0$. Cela explique la perte de symétrie des profils temporels apparaissant sur la figure 4.4 et montrée par la flèche (1) sur la figure 4.2.

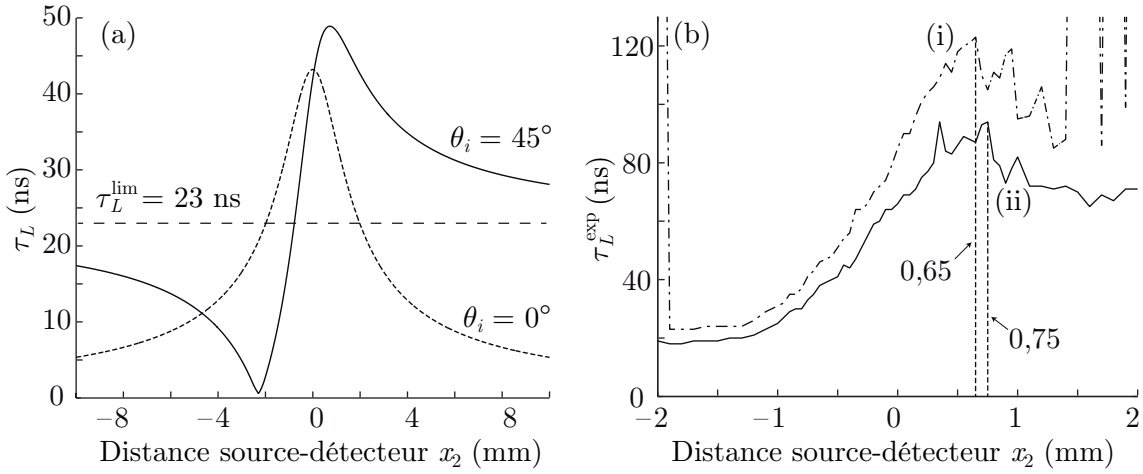


Fig. 4.5 – (a) Temps de montée théorique des ondes de compression τ_L en fonction de la distance source-détecteur x_2 pour $\theta_i = 0°$ (traits pointillés) et $\theta_i = 45°$ (traits pleins). La ligne horizontale représente l'asymptote de la courbe pour $\theta_i = 45°$. (b) Temps de montée expérimental des ondes de compression $\tau_L^{\exp}$ pour $\theta_i = 45°$ et pour deux intervalles de tolérance du bruit différent : (i) 10-90% et (ii) 15-85%.

La valeur minimale du temps de montée lorsque $\theta_i = 45°$ correspond à une position où le point d'observation M est équidistant des points O et P. Le temps de montée maximal, quant à lui, est atteint lorsque M appartient à la direction de réfraction, i.e. à la droite (OP). Cette observation suggère que la mesure de ce maximum peut fournir une bonne approximation de l'angle de réfraction θ_r^R du faisceau laser dans le milieu. Ainsi, connaissant l'angle d'incidence θ_i du faisceau laser, il serait possible de remonter à la partie réelle de l'indice de réfraction du milieu par la formule suivante :

$$n = \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r^R}\,, \tag{4.3}$$

où il a été supposé que l'indice de l'air est 1. Le temps de montée expérimental pourrait être défini comme la différence entre le temps où l'amplitude du signal est maximale et le temps pour lequel l'amplitude devient pour la première fois non nulle. Le bruit inhérent à toute expérience rend cependant impossible l'application directe de cette définition du temps de montée. Pour palier à ce problème de bruit, le temps de montée est redéfini comme la durée qui sépare le temps où l'amplitude du signal est égale à 10% (ou 15%) de son amplitude maximale et le temps où l'amplitude du signal est égale à 90% (ou 85%) de son amplitude maximale. Notons que dans cette définition, des lignes enfouies plus profondément que la longueur de pénétration optique sont considérées. Le temps de montée expérimental devrait donc être supérieur au temps de montée théorique. Cependant l'allure des variations du temps de montée en fonction de x_2 devrait rester la même dans les deux cas.

Si on applique cette définition aux signaux expérimentaux exposés dans ce chapitre et qu'on trace ce temps de montée expérimental $\tau_L^{\exp}$ pour $x_2 \in [-2, 2]$, on obtient la figure 4.5(b), où les deux courbes sont obtenues pour deux intervalles de tolérance du bruit différents : (i) 10-90% et (ii) 15-85%. Le fait de réduire l'intervalle diminue la valeur du temps de montée pour tout

les x_2 et la diminue d'autant plus qu'elle était élevée. Cela provient du fait que la variation de 85% à 90% de l'amplitude maximale se fait plus rapidement si le temps de montée est court que s'il est long. Comme attendu, la réduction de l'intervalle permet également de diminuer l'effet du bruit. Cependant la position du temps de montée maximal semble dépendre du choix de l'intervalle de tolérance. Ce maximum se situe en $x_2 = 0,65$ mm pour l'intervalle 10-90% et en $x_2 = 0,75$ mm pour l'intervalle 15-85%. Connaissant l'épaisseur h de la plaque, on peut calculer l'angle de réfraction pour ces deux valeurs du maximum et en appliquant la formule (4.3) on obtient ainsi : $n = 1,64$ ou $n = 1,46$, respectivement pour les intervalles de tolérance (i) et (ii). Ces deux valeurs donnent un bon ordre de grandeur de l'indice du verre Schott NG1 qui est de $n = 1,51$. Pour obtenir une meilleure précision sur la position réelle du maximum du temps de montée, il faudrait faire davantage d'acquisitions autour de ces deux valeurs de x_2 et effectuer la moyenne sur d'avantage de signaux pour augmenter le rapport signal sur bruit. Néanmoins ce résultat prouve la faisabilité de réaliser une mesure simultanée des coefficients d'élasticité et de la partie réelle de l'indice de réfraction d'un solide isotrope en réalisant une expérience avec une nappe source volumique enfouie oblique plutôt qu'une nappe source volumique enfouie normale.

Dans cette section, une simple décomposition de la nappe source enfouie volumique en une somme continue de lignes sources d'expansion parallèles à $\boldsymbol{x}_3$ a donc permis d'expliquer la perte de symétrie du temps de montée des ondes de compression indiquée par la flèche (1) sur la figure 4.2. Cette explication a été vérifiée expérimentalement et a conduit à la proposition d'une méthode originale pour la mesure de la partie réelle de l'indice de réfraction du milieu. Si maintenant on s'intéresse aux amplitudes des ondes, plutôt qu'à leur profil temporel, une perte de symétrie devrait également apparaître d'après les résultats exposés au chapitre 1. Cette discussion est le sujet de la section suivante.

4.4 Pseudo-directivité mesurée

L'amplitude des ondes de compression L et de cisaillement T est mesurée sur les signaux expérimentaux et théoriques comme une différence entre un minimum et un maximum local, comme représenté dans les encarts de la figure 4.3(b). Il apparaît clairement sur cette figure que l'amplitude des ondes de cisaillement en $x_2 = 0,75$ mm est plus importante que celle en $x_2 = -0,75$ mm pour $\theta_i = 45°$, alors que cette amplitude est la même des deux côtés de l'épicentre dans le cas de l'incidence normale.

Pour mieux comparer les amplitudes des ondes de compression et de cisaillement de part et d'autre de l'épicentre et pour les deux angles d'incidence, $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$, les amplitudes normalisées des impulsions L et T sont relevées sur les signaux expérimentaux et simulés. Elles sont représentées sur la figure 4.6 sur des diagrammes polaires dont la variable angulaire correspond à l'angle d'observation θ_{obs}. Pour les deux incidences, les signaux sont normalisés par le maximum d'amplitude relevé pour $\theta_{\text{obs}} = 0°$. Les figures 4.6(a)-(b) et 4.6(c)-(d) correspondent respectivement au cas de l'incidence normale et au cas où $\theta_i = 45^{\circ}$. Pour les positions du point d'observation M proches de l'épicentre, les contributions des deux types d'onde sont presque superposées, l'épaisseur de l'échantillon étant trop faible pour permettre une différence de temps

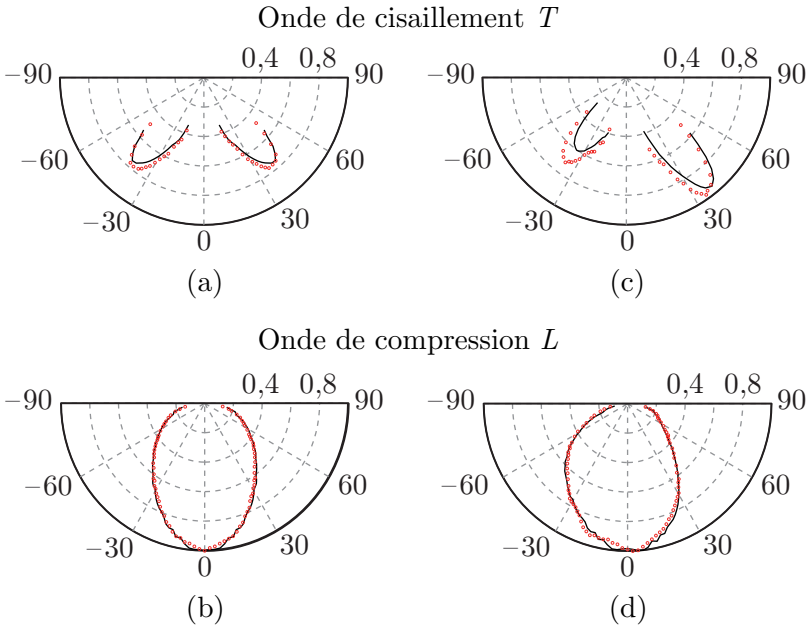


Fig. 4.6 – Les amplitudes des ondes (a) de cisaillement et (b) de compression pour $\theta_i = 0°$ et les amplitudes des ondes (c) de cisaillement et (d) de compression pour $\theta_i = 45°$ sont tracées en fonction de θ_{obs} pour les résultats simulés (traints pleins) et expérimentaux (points).

de vol suffisante. De plus, puisque les ondes de compression sont les plus rapides pour atteindre le point d'observation, les ondes de cisaillement T sont en concurrence avec les multiples réflexions des ondes de compression avec ou sans conversion de mode (écho $3L$ par exemple, cf. Fig. 4.2). Ainsi la mesure des amplitudes des ondes de cisaillement est effectuée uniquement pour des positions x_2 où elle n'est pas biaisée par la présence d'autres ondes. Les zones correspondantes pour l'extraction de ces amplitudes sont représentées sur la figure 4.2 par les rectangles noirs.

Sur les figures 4.6(a) et 4.6(b), les amplitudes des ondes de cisaillement et de compression dans le cas d'une incidence normale apparaissent comme parfaitement symétriques par rapport à $\theta_{\text{obs}} = 0°$. En revanche, dans la figure 4.6(c), la perte de symétrie pour $\theta_i = 45°$ est très prononcée. Comme attendu d'après les observations des chapitres précédents, l'amplitude des ondes de cisaillement générées par conversion de mode, quand l'incidence est oblique, est plus importante pour $\theta_{\text{obs}} > 0°$ ($x_2 > 0$ mm) que pour $\theta_{\text{obs}} < 0°$ ($x_2 < 0$ mm). Sur la figure 4.6(d), le lobe associé aux ondes de compression est également asymétrique. L'amplitude décroît pour $\theta_{\text{obs}} > 0°$ et est augmentée pour $\theta_{\text{obs}} < 0°$. Ainsi, comme cela avait été préssenti au chapitre 1, l'effet de l'obliquité sur l'amplitude des ondes de compression est strictement l'opposé de celui sur l'amplitude des ondes de cisaillement.

Un bon accord entre les amplitudes mesurées sur les signaux expérimentaux et théoriques est observé et confirme la validation du modèle effectuée à la section 4.2. Les légères différences entre les amplitudes expérimentales et simulées des ondes de cisaillement qui apparaissent sur les figures 4.6(a) et 4.6(c) proviennent probablement de la manière dont les amplitudes sont extraites. De plus, la génération des ondes de cisaillement est moindre pour $\theta_{\text{obs}} < 0°$ lorsque l'angle d'incidence est $\theta_i = 45^{\circ}$. La mesure de l'amplitude des ondes de cisaillement dans ce

cas est d'autant moins précise, ce qui explique que le désaccord est plus marqué sur le lobe de gauche de la figure 4.6(c).

4.5 Correction des diagrammes de directivité

Ces diagrammes polaires (cf. Fig. 4.6) ne sont pas sans rappeler les diagrammes de directivité qui ont été introduits au chapitre 1. Dans les cas des diagrammes de directivité, les amplitudes représentées correspondent, pour les ondes de compression, à l'amplitude du déplacement dans la direction d'observation et, pour les ondes de cisaillement, à l'amplitude du déplacement dans la direction normale à la direction d'observation. Les diagrammes de directivité sont valables pour une fréquence donnée et des positions d'observation suffisamment éloignées de la source (cf. Chap. 1) et distribuées sur un demi-cercle. Dans le cas des diagrammes polaires obtenus ici, que l'on nomme « diagrammes de pseudo-directivité », les amplitudes représentées correspondent pour les deux types d'onde à la projection selon $\boldsymbol{x}_1$ du déplacement généré par ces ondes. De plus les diagrammes de pseudo-directivité sont obtenus à partir des signaux temporels, i.e. contribution de toutes les fréquences en chaque point, et pour des positions du point d'observation dont la distance par rapport à la source n'est pas constante.

Pour pouvoir comparer ces deux types de diagrammes, on propose de tirer profit de l'isotropie du matériau et de corriger les diagrammes de directivité afin de prendre en compte le fait que, dans le cas de la pseudo-directivité, les mesures d'amplitude sont effectuées sur la projection des déplacements dans la direction $\boldsymbol{x}_1$ et pour des points d'observation situés sur une droite (de vecteur directeur $\boldsymbol{x}_2$) plutôt que sur un cercle. Appliquer ces corrections sur les diagrammes de directivité des ondes de compression et de cisaillement calculés respectivement pour la fréquence caractéristique de ces ondes $[f = \beta(\theta_i)\, c_{L,T}]$ permet ainsi de comparer qualitativement les diagrammes de directivité et de pseudo-directivité avec des conditions de mesure équivalentes. Pour trouver les facteurs correcteurs, on néglige la pénétration optique et on restreint donc l'étude aux déplacements générés par les ondes se propageant depuis une source surfacique.

Le demi-cercle sur la figure 4.7(a) représente la localisation des points d'observation pour les diagrammes de directivité et C est le point d'observation appartenant à ce demi-cercle pour la direction d'observation θ_{obs}. Les points d'observation pour les diagrammes de pseudo-directivité sont distribués sur la face arrière de la plaque et P représente le point d'observation sur la face arrière pour la même direction d'observation θ_{obs}. Considérons dans un premier temps les diagrammes de directivité et de pseudo-directivité des ondes de compression. $\boldsymbol{u}^C$ est le vecteur déplacement au point C dont la projection u_r^C selon $\boldsymbol{e}_r$ correspond à l'amplitude reportée sur le diagramme de directivité des ondes de compression pour la direction d'observation θ_{obs}. $\boldsymbol{u}^P$ est le vecteur déplacement au point P dont la projection u_1^P selon $\boldsymbol{x}_1$ est l'amplitude reportée sur le diagramme de pseudo-directivité des ondes de compression pour la direction d'observation θ_{obs}. En multipliant l'amplitude u_r^C par $\cos\theta_{\text{obs}}$, on corrige ainsi la mesure de l'amplitude des ondes de compression au point C comme si elle était effectuée suivant $\boldsymbol{x}_1$ plutôt que suivant $\boldsymbol{e}_r$.

La deuxième différence à corriger est la distance parcourue par l'onde au moment de la mesure. En effet, loin de la source les mesures sont dominées par les termes d'amplitude en

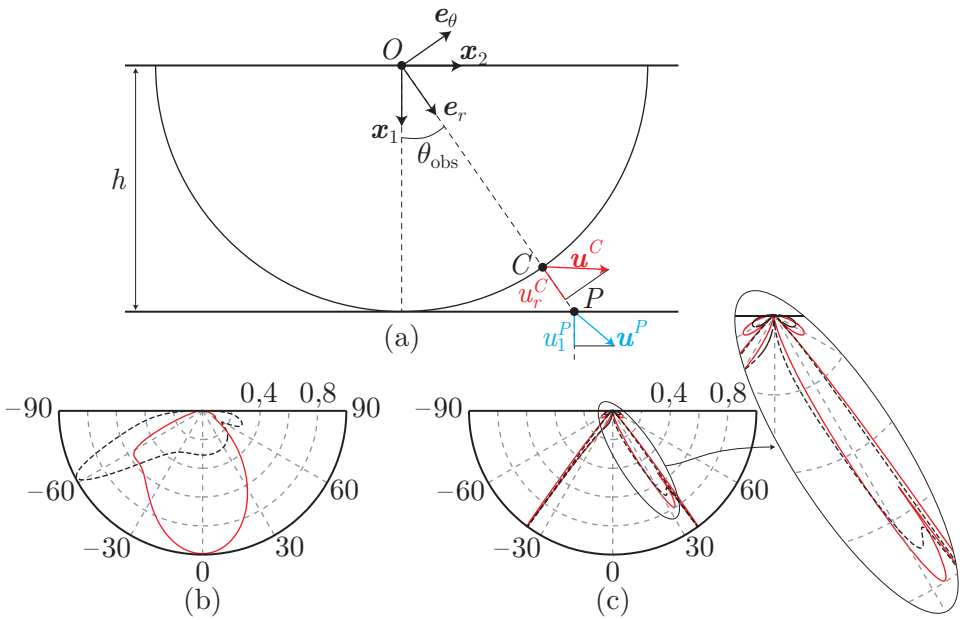


Fig. 4.7 – (a) Schéma explicatif de la différence d'orientation et d'atténuation des déplacements mesurés pour tracer le diagramme de directivité ou celui de pseudo-directivité des ondes de compression. Diagrammes de directivité (traits pointillés) et leur versions corrigées (traits pleins) des ondes (b) de compression et (c) de cisaillement dans le verre Schott NG1 pour $\theta_i = 45°$. La fréquence est fixée respectivement à $\beta(\theta_i)\, c_L$ et $\beta(\theta_i)\, c_T$.

$1/\sqrt{r}$, correspondant à la décroissance typique d'une onde cylindrique où r est la distance entre la source et le point d'observation, les ondes atteignant les points d'observation sur le demi-cercle ont toutes subi la même atténuation $1/\sqrt{h}$. Cette atténuation ne dépend pas de l'angle d'observation et n'apparaît donc pas dans les fonctions de directivité. En revanche, pour la pseudo-directivité, les ondes lors de leur détection ont parcouru une distance $h/\cos\theta_{\text{obs}}$ qui dépend de l'angle d'observation [cf. Fig. 4.7(a)]. Ainsi il faut multiplier l'amplitude u_r^C par $\sqrt{\cos\theta_{\text{obs}}}$ pour corriger cette différence d'atténuation.

La troisième différence à corriger est le fait que la mesure des amplitudes pour la pseudo-directivité est effectuée au niveau d'une surface libre et non pas dans le volume d'un demi-espace. En effet, le déplacement au niveau d'une surface résulte de la combinaison de l'onde incidente et des ondes réfléchies avec et sans conversion de mode, ce qui n'est pas le cas du déplacement en C qui n'est dû qu'à l'onde incidente. Pour corriger cette dernière différence, il est nécessaire de faire intervenir les coefficients de réflexion sur la face arrière comme cela est effectué par Rose dans son calcul du champ de déplacement généré dans une plaque par un point source surfacique d'expansion.[23] La même approche que celle utilisée dans le chapitre 1 pour le calcul des diagrammes de directivité d'une source surfacique peut être utilisée pour cela. Raisonnons dans un premier temps sur l'onde de compression. On recherche le déplacement normal au niveau du point P causé par une onde de compression incidente. La direction de propagation de cette onde incidente forme avec la normale à la surface $\boldsymbol{x}_1$ un angle θ_{obs}. Ce calcul correspond exactement et en tout point au calcul qui a été mené pour trouver l'expression

de la fonction de directivité des ondes de compression générées par une source surfacique dans le cas d'une génération d'ultrasons par laser en régime d'ablation. En effet, en régime d'ablation la source acoustique est modélisée par une force excitatrice normale à la surface de génération. Le déplacement recherché dans le problème réciproque pour calculer la fonction de directivité des ondes de compression dans ce cas est donc le déplacement normal de l'interface généré par une onde de compression incidente (cf. § 1.2). L'amplitude du déplacement normal u_1^P au niveau du point P généré par l'onde de compression incidente d'amplitude u_r^C est donc obtenue simplement en effectuant le produit $u_r^C\, f_L^{abl}\left(\theta_{obs}\right)$, où la fonction f_L^{abl} est définie par l'équation (1.11a).

Finalement, il suffit de multiplier la fonction de directivité f_L^{PO} (cf. § 1.3) par $\left(\cos\theta_{\text{obs}}\right)^{3/2} f_L^{abl}\left(\theta_{obs}\right)$ pour pouvoir comparer la directivité et la pseudo-directivité des ondes de compression. Par un raisonnement similaire, on montre que, pour pouvoir effectuer la comparaison pour les ondes de cisaillement, la fonction de directivité f_T^{PO} (cf. § 1.3) doit être multipliée par $\left|\sqrt{\cos\theta_{\text{obs}}}\,\sin\theta_{\text{obs}}\right| f_T^{abl}\left(\theta_{obs}\right)$, où la fonction f_T^{abl} est la fonction de directivité des ondes de cisaillement pour une source surfacique en régime d'ablation, fonction définie par l'équation (1.11b).

Sur les figures 4.7(b) et 4.7(c), on représente, pour $\theta_i = 45°$, les diagrammes de directivité (traits pointillés) et les diagrammes de directivité corrigés (traits pleins), donc comparables aux diagrammes de pseudo-directivité de la figure 4.6, pour les ondes de compression et de cisaillement, respectivement. Ces diagrammes ont été calculés pour une fréquence où la longueur d'onde de chaque type d'ondes est égale à la longueur de pénétration optique, autrement dit une fréquence égale à $\beta\left(\theta_i\right) c_L$ pour les ondes de compression et égale à $\beta\left(\theta_i\right) c_T$ pour les ondes de cisaillement. Il a été montré au chapitre 1 que, à ces fréquences, les effets de l'obliquité sont les plus importants. La figure 4.7(b) montre que même pour la fréquence où l'effet de l'obliquité sur la directivité est théoriquement très marqué, une fois corrigé, l'asymétrie du diagramme est plus modérée. Cette observation est valable pour l'ensemble des fréquences, ce qui explique l'asymétrie modérée mais néanmoins présente du diagramme de pseudo-directivité des ondes de compression représenté sur la figure 4.6(d). Il est remarquable que la correction proposée des diagrammes de directivité conduit à une très bonne prédiction des diagrammes de pseudo-directivité obtenus expérimentalement.

Sur la figure 4.7(c), les corrections apportées sur la directivité des ondes de cisaillement ont un effet moindre. Contrairement à ce que l'on aurait pu attendre d'après le diagramme de pseudo-directivité des ondes de cisaillement en incidence oblique [cf. Fig. 4.6(c)], la correction ne gomme pas le dédoublement du pic qui est l'effet direct de l'incidence oblique de la source comme il a été vu dans la section 1.5. Avec le pas expérimental choisi, le maximum d'amplitude prédit par les calculs n'a donc pas été mesuré. En effet, pour représenter de façon correcte le pic très étroit correspondant à la direction donnée par l'angle critique du matériau, il faudrait adopter un pas beaucoup plus petit que 2°. Sur le diagramme de pseudo-directivité [Fig. 4.6(c)], on observe donc non pas le dédoublement, mais une différence d'amplitude entre les lobes qui correspond à la mesure du dédoublement du lobe droit.

On est donc capable de relier les diagrammes de pseudo-directivité obtenus expérimentalement avec les diagrammes de directivité calculés par la méthode exposée au chapitre 1. Un bon

accord qualitatif est obtenu, les différences étant expliquées par un calcul monofréquentiel et par un pas expérimental d'acquisition trop important. Une approche quantitative pourrait cependant être obtenue par filtrage des signaux expérimentaux dans le cas d'une source surfacique. En effet, bien que les corrections proposées soient des approximations dans le cas d'une source volumique enfouie, il est intéressant de remarquer que dans le cas d'une source surfacique elles peuvent être exactes. Si les mesures expérimentales sont effectuées sur la face arrière d'une plaque épaisse, alors les diagrammes de directivité de cette source surfacique à une fréquence f_0 donnée peuvent être directement reconstruits à partir des résultats expérimentaux filtrés en divisant les amplitudes mesurées par $(\cos\theta_{\text{obs}})^{3/2}\, f_L^{abl}$ ou $\left|\sqrt{\cos\theta_{\text{obs}}}\,\sin\theta_{\text{obs}}\right| f_T^{abl}$ suivant s'il s'agit des ondes de compression ou de cisaillement. Cette remarque montre qu'il est donc possible de mesurer expérimentalement les diagrammes de directivité d'une source surfacique sans devoir usiner un demi-cylindre parfait dans le matériau considéré, ce qui peut être problématique pour des matériaux fragiles. De plus, réaliser des mesures sur la face arrière d'une plaque nécessite un dispositif beaucoup plus simple à mettre en œuvre que des mesures sur la surface d'un demi-cylindre.

4.6 Conclusion

Pour confronter à l'expérience la modélisation proposée au chapitre précédent et représentant la propagation dans une plaque des ondes acoustiques générées par une nappe source volumique enfouie oblique [g], des mesures ont été menées sur un échantillon semi-transparent de verre Schott NG1. Les signaux issus de ces expériences ont été comparés avec succès à ceux simulés, validant ainsi la modélisation développée dans les chapitres précédents. Deux effets en particulier ont été discutés.

Dans un premier temps, la perte de symétrie du temps de montée des ondes de compression a été expliquée par une approche simplifiée de la nappe source volumique enfouie considérée comme une somme continue de lignes sources d'expansion distribuées sur la direction de réfraction. Cette approche a permis de se rendre compte que la position d'observation où le temps de montée est maximal correspond au point d'observation sur la face arrière appartenant à la direction de réfraction. Ainsi, une mesure expérimentale de la position de ce maximum permettrait de remonter à la partie réelle de l'indice de réfraction du matériau. La faisabilité de cette mesure a été démontrée en traitant les résultats expérimentaux à disposition. Cela offre un bon moyen de caractériser simultanément les constantes d'élasticité et la partie réelle de l'indice de réfraction d'un milieu isotrope.

Dans un second temps, l'analyse de la variation de l'amplitude des ondes de compression et de cisaillement en fonction de l'angle d'observation a permis de confirmer les effets prédits par l'étude des fonctions de directivité (cf. Chap. 1) et du terme source de l'équation d'onde (cf. Chap. 3) : pour une nappe source volumique enfouie oblique, la génération des ondes de cisaillement est favorisée du côté de l'échantillon où la source est réfractée alors que la génération des ondes de compression est favorisée du côté opposé. Une réflexion sur les différences existant entre les mesures expérimentales, réalisées le long d'une droite, et celles calculées sur un demi-

g. cf. définition p.15

cercle pour les diagrammes de directivité a également été réalisée et a permis de relier les diagrammes de directivité du chapitre 1 aux diagrammes dits de pseudo-directivité obtenus dans ce chapitre. Cette comparaison a soulevé un point intéressant sur l'obtention expérimentale des diagrammes de directivité dans le cas d'une source surfacique sur un milieu isotrope.

La faisabilité expérimentale de la mesure des effets de l'obliquité prédits par la théorie est démontrée dans ce chapitre par la confrontation positive du modèle aux résultats expérimentaux. Il est alors raisonnable d'espérer obtenir l'image d'une nappe source volumique enfouie oblique à partir de la seule mesure du déplacement normal d'une des surfaces de l'échantillon grâce à la mise en place d'une méthode adéquate. Plus largement, dès qu'une asymétrie des ondes acoustiques est mesurable, il doit être possible par une méthode donnée de remonter à la cause de cette asymétrie et d'en réaliser l'image. L'imagerie de défauts, ou plus généralement d'hétérogénéités, est un enjeu majeur aussi bien pour le monde industriel que pour la médecine, la biologie ou encore la physique. Malgré ce contexte propice, peu de travaux ont été réalisés jusqu'à présent sur des techniques d'imagerie par ultrasons laser. Nous nous proposons alors dans la seconde partie de cette thèse de développer une méthode d'imagerie originale permettant, entre autres, d'obtenir l'image d'une source acoustique volumique en ultrasons laser.

Conclusion de la première partie

Dans cette première partie du manuscrit, une analyse approfondie de la génération d'ondes acoustiques par une nappe source volumique enfouie oblique[h] a été proposée. Pour ce faire, deux approches théoriques ont été exposées puis comparées avec des résultats expérimentaux : la première portant sur le calcul et l'analyse des diagrammes de directivité et la deuxième, plus complète, proposant une modélisation de la propagation des ondes acoustiques générées par une telle source.

L'étude des diagrammes de directivité d'une nappe source volumique enfouie oblique nous a permis, dans le chapitre 1, de comprendre l'influence de l'obliquité sur la directivité des ondes en fonction de leur longueur d'onde. Il est apparu clairement qu'une incidence oblique affecte grandement la symétrie des ondes générées par une surface ou ligne source : pour une source en incidence oblique, la génération des ondes de compression est favorisée du côté opposé de l'échantillon où la source est réfractée alors que, du côté de la réfraction, une deuxième direction où la génération des ondes de cisaillement n'est pas négligeable apparaît pour les basses longueurs d'onde. Les directions privilégiées de rayonnement des ondes de compression et de cisaillement ont été reliées à l'angle d'incidence du faisceau laser. La largeur de la source a été ensuite prise en compte, montrant que la dimension la plus grande de la source impose les directions privilégiées suivant lesquelles les perturbations mécaniques associées aux ondes acoustiques sont les plus importantes. Ces diagrammes de directivité constituent une approche élémentaire, car ils sont valables pour une fréquence précise et pour un point d'observation suffisamment éloigné de la source, et sont très instructifs des changements apportés par l'obliquité sur les ondes générées.

La présentation d'un modèle mathématique plus complet a été précédée dans le chapitre 2, en guise de fondement théorique, par une synthèse de certains travaux antérieurs à cette thèse et effectués au sein de l'équipe d'accueil. De plus, il a été vu que la formulation du problème mathématique à résoudre pour simuler la propagation des ondes acoustiques diffère selon que la source rectiligne est pénétrante ou surfacique, bien que la méthode de résolution reste inchangée. Le calcul a finalement été étendu au cas d'une source acoustique circulaire dont il sera question dans la seconde partie de ce manuscrit.

Dans le chapitre suivant (Chap. 3), pour étendre le modèle présenté dans la section 2.4 au cas d'une source rectiligne pénétrante en incidence oblique, les équations de Maxwell ont été résolues et la nouvelle densité volumique de puissance déposée par le laser dans l'échantillon a été calculée. Cela s'est traduit par la localisation dans la plaque de la source acoustique le long

h. cf. définition p.15

de la direction de réfraction du faisceau laser. L'analyse spectrale du terme source de l'équation d'onde a permis de confirmer que la directivité des ondes change avec l'angle d'incidence en privilégiant des directions de génération différentes suivant l'incidence grâce à la sélection de composantes spectrales préférentiellement générées. L'étude des formes d'onde simulées pour une détection en réflexion a permis la mise en exergue de la dispersion de l'onde de Rayleigh en fonction de l'angle d'incidence et plus spécifiquement de son signe. On a vu que dans le cas d'une plaque plus fine ou d'un matériau plus transparent, il est imaginable de sélectionner la génération de certains modes de Lamb spécifiques par rapport à d'autres en ajustant simplement l'angle d'incidence du faisceau laser. Dans le cas de la détection en transmission, les formes d'onde sont également fortement influencées par l'incidence de la source. D'après les simulations de ce troisième chapitre, l'incidence oblique influe grandement sur les ondes générées, tant sur les ondes de compression, comme vu au chapitre 1, que sur les ondes de cisaillement, et ces effets sont accessibles expérimentalement.

Pour valider la modélisation mathématique proposée au chapitre 3, des expériences ont été menées sur une plaque semi-transparente. Les signaux mesurés ont été comparés dans le chapitre 4 avec succès aux résultats simulés confortant alors l'ensemble des conclusions effectuées lors des chapitres précédents. Ainsi, une analyse plus approfondie des signaux mesurés et des effets de l'obliquité a été entreprise. La perte de symétrie du temps de montée des ondes de compression a d'abord été expliquée et il est apparu qu'une mesure expérimentale de la position du temps de montée maximal permettrait de remonter à la partie réelle de l'indice de réfraction du matériau. La faisabilité de cette mesure a été démontrée en traitant les résultats expérimentaux à disposition. La perte de symétrie engendrée par l'obliquité de la source s'est donc révélée comme un bon moyen de caractériser simultanément les constantes d'élasticité et la partie réelle de l'indice de réfraction d'un milieu isotrope. Les diagrammes polaires représentant les amplitudes des ondes de compression et de cisaillement en fonction de l'angle d'observation ont ensuite été comparés et même reliés aux diagrammes de directivité du premier chapitre. Cela a permis de confirmer les effets prédits par les études théoriques des chapitres 1 et 3. Cette comparaison a également permis de proposer un mode opératoire plus simple pour la mesure des diagrammes de directivité d'une source surfacique.

L'analyse de la perte de symétrie occasionnée par l'obliquité de la source acoustique a permis de montrer la capacité de cette nouvelle technique de génération d'ondes acoustiques à améliorer la génération des ondes de cisaillement. Si on considère maintenant que cette source acoustique en incidence oblique n'est pas causée par la focalisation d'un faisceau laser dans un milieu semi-transparent mais qu'elle résulte de la brusque dilatation ou de la respiration d'un défaut interne d'orientation quelconque (inclusion, fissure...) d'une plaque isotrope par exemple, les ondes acoustiques générées seraient sujettes au même phénomène d'asymétrie. Dans ce cas là, il serait intéressant de tirer profit de la mesure de cette asymétrie afin de remonter à la cause de celle-ci, de localiser cette cause. Dans la deuxième partie de ce manuscrit, nous allons présenter une méthode numérique d'imagerie qui permet de réaliser l'image d'une source d'absorption (hétérogénéité optique) dans un milieu semi-transparent.

Deuxième partie

Imagerie par retournement temporel d'une source acoustique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique

Introduction

Depuis l'antiquité, l'étude des phénomènes optiques s'adjoint d'applications pratiques telles que, par exemple, l'utilisation d'une lentille convexe pour démarrer un feu [a] ou encore l'utilisation probable par certains artisans romains de lentilles concaves afin de faciliter des travaux de précision.[92] Des siècles plus tard, et suite à de nombreuses études sur l'optique, il semble que le franciscain Roger Bacon [b] (1215–1294) soit à l'initiative de l'idée d'utiliser des lentilles afin de corriger la vue. Il aurait même eu l'intuition de combiner plusieurs lentilles afin de former un télescope.[92] Il aura cependant fallu attendre le début du XVIIe siècle avant de voir apparaître le premier télescope, invention dont la paternité est controversée [c].[93]

Dans le même temps, le premier microscope composé est inventé. Cette invention est elle-aussi soumise à controverse, sa découverte pouvant être attribuée soit aux Janssen père et fils comme ils le réclament, soit à Galilée. Ces premiers instruments, utilisant deux lentilles concaves, sont modifiés par le remplacement de l'oculaire concave par une oculaire convexe, tout d'abord par Francisco Fontana pour le microscope puis par Johannes Kepler pour le télescope.[92] Dès lors, les bases de techniques d'observation nouvelles sont posées, techniques qui vont permettre d'observer et d'essayer de comprendre l'infiniment grand aussi bien que l'infiniment petit, domaine sur lequel nous allons porter notre intérêt ici.

La connaissance des phénomènes physiques, acquise au fil des siècles, a ensuite permis d'améliorer les techniques d'imagerie optique ainsi que de développer de nouvelles techniques d'imagerie se basant sur d'autres phénomènes que l'optique : la radioactivité, les ondes magnétiques, les rayons X, les ondes acoustiques et de plus en plus de techniques dites multi-ondes qui couplent les avantages de divers types d'ondes. Un large panel de solutions technologiques a ainsi été développé et l'obtention de divers types d'images qualitatives ou quantitatives est maintenant possible. On est entre autre capable d'obtenir des images telles que la qualité spatiale des wafers de silicium (cartographie de la distribution des dislocations de la structure cristalline, cartographie de la longueur de diffusion électronique) par une technique de photoluminescence,[94] ou la structure électronique subsurfacique d'un échantillon en utilisant un microscope à effet tunnel.[95]

a. « Verre à feu » évoqué par Aristophane dans sa pièce *Les Nuées* (424 av. J.-C.) et dont l'utilisation par les romains est rapportée par Pline l'Ancien (23–79 apr. J.-C.).[92]

b. Roger Bacon est l'un des pères fondateurs de la méthode scientifique dont il participe grandement à la diffusion auprès du grand public et des chercheurs.[92]

c. La paternité du premier télescope n'est pas claire car trois personnes revendiquent d'en être les inventeurs. Il apparaît en effet, dans les archives de La Haye, que Hans Lippershey déposa une demande de brevet pour une lunette astronomique le 2 octobre 1608, demande qui fut rejetée à cause des revendications de Jacob Metius et Zacharias Janssen qui en réclamaient également le mérite.[93]

De par leur incessant développement, de plus en plus de techniques d'imagerie répondent à des problématiques industrielles telles que l'analyse métallographique, le contrôle de la qualité de matériaux, l'inspection de semi-conducteurs... Le principe général est de détecter et de caractériser une hétérogénéité dans le milieu solide inspecté. Différentes hétérogénéités peuvent être recherchées suivant la technologie utilisée. Ainsi, une inhomogénéité de dopage dans un wafer de silicium peut être détectée par une technique consistant à mesurer le champ magnétique du photocourant induit localement dans l'échantillon par un faisceau laser focalisé.[96] Le champ magnétique est mesuré à l'aide d'un magnétomètre SQUID (de l'anglais « Superconducting QUantum Interference Device ») alors que le faisceau laser balaie la surface de l'échantillon. Dans le cas des techniques d'imagerie photoacoustique basées sur la détection d'ondes acoustiques générées par l'absorption d'un rayonnement électromagnétique, les hétérogénéités imagées sont des hétérogénéités d'absorption : défaut d'une colle absorbante déposée sur un matériau semi-transparent,[97] structure nanométrique absorbante déposée sur la surface d'un substrat de silicium.[98] Pour les techniques d'imagerie par ondes acoustiques utilisant la méthode SAFT[d],[99] ou la méthode TDTE[e],[100],[101] par exemple, ce sont des sauts d'impédance acoustique qui sont détectés.

Les applications les plus connues des techniques d'imagerie se trouvent dans les domaines de la médecine et de la biologie. Pour ne nommer que certaines applications où les ondes acoustiques entrent dans le processus d'imagerie, les techniques d'imagerie sont maintenant utilisées pour réaliser, ou du moins s'efforcer à réaliser, la détection et la caractérisation des activités métaboliques, des cellules cancéreuses, d'une apoptose induite par chimiothérapie,[13] des vaisseaux sanguins,[102] de l'écoulement du sang,[103] ou encore des propriétés mécaniques des cellules.[104] En dehors des os, les milieux relatifs aux applications biomédicales sont essentiellement des milieux liquides ou mous, aux fréquences de travail classiques des transducteurs utilisés, et nombre de techniques tirent profit des caractéristiques particulières de ces milieux.

Pour les applications biomédicales, les techniques d'imagerie par ondes acoustiques présentent les avantages d'être non invasives et non destructrices. Ces caractéristiques en ont rapidement fait des outils de contrôle et d'aide au diagnostic prisés par le corps médical, motivant ainsi les recherches sur de telles techniques. C'est ainsi que l'échographie, technique d'imagerie employant des ultrasons, est devenue le mode d'imagerie médicale le plus utilisé de par le monde aujourd'hui. La résolution des premières techniques d'échographie était limitée, notamment par la présence des os sur le trajet des ondes acoustiques. Ainsi, obtenir une image échographique des poumons ou du cerveau par exemple est plus compliqué qu'obtenir l'image d'un fœtus, pour laquelle il suffit de traverser une mince couche de peau et le liquide amniotique très homogène.

Historiquement les applications médicales des ultrasons étaient orientées vers la thérapie plutôt que vers le diagnostic suite à la mise en avant de l'effet destructif des ultrasons de forte intensité ; effet rapporté par Langevin dans les années 1920 lorsqu'il nota la douleur ressentie dans sa main plongée dans un réservoir d'eau insonifié avec des ultrasons de forte intensité.[105] L'utilisation des ultrasons de forte intensité a dès lors évolué, entre autre, vers la création d'un

d. SAFT est l'abréviation de l'anglais « Synthetic Aperture Focusing Technique ».
e. TDTE est l'abréviation de l'anglais « Time Domain Topological Energy ».

outil pour la neurochirurgie. Le but dans ce cas est de focaliser à travers la boîte crânienne un faisceau intense d'ultrasons sur la zone du cerveau à traiter. La forte intensité assure une hyperthermie localisée se traduisant par la destruction des cellules insonifiées. Pour éviter des dommages irrémédiables, il est donc important de maîtriser la position et la dimension du volume insonifié, maîtrise qui est rendu difficile par la présence de la boîte crânienne.

En effet, dans les techniques de thérapie et d'imagerie intracrânienne, les os de la boîte crânienne apparaissent rapidement comme un obstacle important et de nombreux efforts sont mis en œuvre pour le contourner. Les aberrations introduites par les hétérogénéités de célérité acoustique dans le crâne furent mises en évidence expérimentalement par White *et al.* en 1969.[106] Suite aux travaux pionniers conduits par Fry et son frère dans les années 1950 sur les effets des ultrasons de forte intensité sur le cerveau[107] et les investigations futures de l'effet de la boîte crânienne sur la propagation des ondes acoustiques,[108] Fry *et al.* réalisèrent en 1986 la destruction d'une partie des ganglions de la base[f] chez des patients atteints de la maladie de Parkinson.[109] Leur solution pour contourner le problème lié à la présence de la boîte crânienne était cependant radicale : la réalisation d'une craniotomie[g]. La méthode qu'ils proposent, bien qu'efficace, ne peut donc plus vraiment être qualifiée de non-invasive ! Corriger le biais introduit par la présence de la boîte crânienne pour les techniques d'imagerie ou de thérapie ultrasonore a été très étudié afin de pallier à cette alternative de la craniotomie. Les différentes méthodes proposées[110–112] essaient dans un premier temps de corriger le décalage temporel introduit par la boîte crânienne mais sans tenir compte des modifications en amplitude et en forme d'onde subies par les ondes acoustiques lors de leur propagation à travers le milieu hétérogène que constitue la boîte crânienne. Les améliorations obtenues par les méthodes précédemment citées sont appréciables mais la résolution peut être encore améliorée.

Dès 1989, Fink et son équipe de l'ex-Laboratoire Ondes et Acoustique (aujourd'hui part de l'Institut Langevin) ont proposé une méthode innovante de focalisation des ultrasons dans un milieu inhomogène : l'utilisation d'un miroir à retournement temporel.[113] Cette technique de focalisation permet d'obtenir en milieu hétérogène non dissipatif une qualité de focalisation identique au cas d'un milieu homogène. Schématiquement, le principe du retournement temporel est basé sur l'aptitude des ondes se propageant dans un milieu non dissipatif à revivre exactement leur vie passée lorsque le temps est renversé. Cela permet, par la mesure des ondes provenant d'une source, de les rétropropager et de les focaliser à la position exacte de la source dont elles sont issues. On comprend ainsi l'immense potentiel des applications de ce principe pour la focalisation et l'imagerie. La boîte crânienne étant un milieu hétérogène dissipatif, la même équipe a complété la technique de retournement temporel par une compensation d'amplitude et ils ont ainsi démontré une grande amélioration de la focalisation à travers le crâne,[114] résultats qui ont encore été améliorés depuis à l'aide notamment du filtre inverse spatio-temporel.[115–117] La perspective initiale de concevoir un outil permettant l'exploration du cerveau humain a donc été un extraordinaire catalyseur pour la recherche des applications des ultrasons dans le

f. Les ganglions de la base sont autrement appelés noyaux gris centraux ou noyaux de la base et se situent à la base de l'encéphale antérieur.

g. Ouverture chirurgicale de la voûte du crâne.

domaine du biomédical et un grand nombre d'applications nouvelles a émergé dans le sillon de ces travaux dédiés à l'imagerie et à la thérapie du cerveau. Le principe du retournement temporel a notamment connu un fort développement connexe.[118,119]

Outre les prolifiques applications biomédicales de ce principe, le retournement temporel a également été appliqué aux ondes électromagnétiques,[120] à la localisation d'impact de doigts sur une plaque,[121] à la focalisation à partir de la mesure du bruit de speckle dans un milieu très hétérogène et sans fort réflecteur,[122] à la focalisation dans une cavité chaotique de silicium,[123] ou encore au dépassement de la limite de diffraction pour l'imagerie ou la focalisation en utilisant tant des ondes acoustiques[124] que des ondes électromagnétiques[125] (appartenant à la partie visible du spectre). Partant d'un principe simple, les applications du retournement temporel sont apparues au fil des ans comme étant très variées. Celles qui nous intéressent plus particulièrement dans cette thèse concernent les ondes acoustiques en milieu solide.

C'est vers la fin des années 1990 que les premières applications du principe du retournement temporel des ondes acoustiques dans des milieux solides homogènes font leur apparition.[126] La technique de focalisation par l'intermédiaire d'un miroir à retournement temporel (dont le principe est détaillé par la suite) a ainsi été appliquée à l'onde de Rayleigh,[127] aux ondes de Lamb[128] et aux ondes de volumes générées par laser dans une plaque dont une des surfaces était en contact avec une cuve d'eau contenant le miroir à retournement temporel.[129] Après les premières investigations dans des milieux fluides, le retournement temporel a ainsi montré son applicabilité dans des milieux solides homogènes.

C'est dans ce contexte que s'inscrit la deuxième partie de ce manuscrit. Il a été rappelé en début d'introduction que le développement de techniques permettant de détecter des hétérogénéités dans un milieu solide peut être intéressant pour répondre à des problématiques industrielles. De plus, d'après le contexte de ces travaux de thèse et comme expliqué en introduction de ce manuscrit, un milieu solide plutôt que liquide (pourtant plus proche d'une cellule biologique *a priori*, dont la réalisation d'une échographie est le but à terme) est considéré pour permettre la prise en compte des ondes de cisaillement susceptibles d'exister et de se propager dans une cellule aux fréquences acoustiques généralement mises en jeu en acoustique picoseconde. La technique d'imagerie que nous nous proposons de développer dans cette seconde partie repose sur le principe du retournement temporel appliqué au cas des ondes acoustiques. En effet, de par son apparente simplicité de mise en oeuvre, le retournement temporel appliqué aux ondes acoustiques apparaît comme un candidat idéal pour développer une méthode d'imagerie capable de détecter une hétérogénéité en milieu solide.

L'intérêt est porté ici sur une hétérogénéité qui doit affecter les ondes acoustiques pour pouvoir être détectée et imagée. Deux cas peuvent être distingués. Le premier est le cas où l'hétérogénéité est la source même des ondes acoustiques se propageant dans le milieu, auquel cas on parlera de *source active*. Il s'agit par exemple du cas des ondes acoustiques générées par l'absorption d'un rayonnement électromagnétique soit directement dans un échantillon absorbant, soit par une nanoparticule absorbante enfouie dans une matrice transparente,[15] ou encore par les vaisseaux sanguins dans des tissus biologiques.[130] La deuxième éventualité est le cas où l'hétérogénéité diffracte ou diffuse les ondes acoustiques se propageant dans le milieu sans en être

la source initiale. Le champ acoustique diffracté ou diffusé par l'hétérogénéité semble provenir de celle-ci et on parlera alors de *source passive*. Un exemple d'une technique d'imagerie pour une telle source est la méthode dite TDTE citée précédemment,[100,101] par laquelle l'image d'une bulle de gélatine insonifiée par une onde plane[131] ou encore la localisation d'un défaut dans un guide d'onde[132] ont été obtenues.

Dans les travaux qui suivent, la méthode développée est appliquée au cas de l'imagerie d'une source active. Dans le domaine du biomédical, l'imagerie du système vasculaire superficiel a été réalisée par une technique d'imagerie photoacoustique.[130] Le principe est d'illuminer l'échantillon à imager avec un faisceau laser. Les vaisseaux sanguins étant absorbants chauffent et se dilatent rapidement entraînant la génération d'ondes acoustiques, source de perturbation locale de la pression. A l'aide d'une mesure au contact de ces variations de pression, un algorithme[133,134] permet alors de remonter à la pression initiale dont l'image des vaisseaux sanguins est déduite. Deux différences majeures existent entre ces travaux et ceux que nous exposerons dans cette partie : la mesure dans notre cas n'est pas réalisée au contact et le milieu de propagation des ondes ne sera pas liquide mais solide afin de tenir compte des ondes de cisaillement. Notons que la méthode développée dans ce manuscrit n'est pas restreinte au cas d'une source active et pourrait tout aussi bien être étendue au cas d'une source passive. La source active qu'il a été choisie de considérer afin d'illustrer le potentiel de cette méthode d'imagerie résulte de l'absorption dans une plaque à faces parallèles d'un rayonnement électromagnétique dans une situation de faible absorption[h]. Le but est de proposer une méthode numérique permettant d'obtenir l'image d'une source acoustique à partir de la mesure des ondes générées par cette source. Ainsi les mesures expérimentales serviront de données d'entrée à un algorithme qui permettra de simuler la rétropropagation des ondes vers la position initiale de la source acoustique, résultat dont on déduit l'image de la source.

La volonté de réaliser les mesures sans contact, autrement dit directement sur la surface de l'échantillon sans utiliser un couplage, comme cela a pu être fait avec un réservoir rempli d'eau[129,135] ou une résine transparente,[97] constitue une première différence vis-à-vis de la plupart des applications du principe du retournement temporel. La particularité des ondes acoustiques générées par laser par rapport à la génération par transducteur est leur caractère large bande. Ainsi pour reconstruire le plus fidèlement possible la source de ces ondes acoustiques, les mesures doivent avoir elles aussi un contenu fréquentiel large bande, et non centré sur une fréquence comme cela est généralement le cas lors de mesures par transducteur. Dans cette particularité réside donc une seconde différence vis-à-vis des applications du principe du retournement temporel. Pour finir, une différence importante, et nécessitant que la mesure soit bien large bande, est que la source acoustique que l'on cherche à imager n'est pas un point source enfoui dans la plaque ou situé sur la surface de celle-ci, mais une source distribuée dans le volume de la plaque.

L'ensemble de ces différences confère aux travaux qui vont être présentés par la suite un caractère novateur dans le sens où une technique d'imagerie basée sur le principe du retournement temporel (calcul de la rétropropagation des ondes acoustiques vers la position de la source

h. cf. définition p.10

initiale) n'a jamais été appliquée au cas de l'imagerie d'une source optoacoustique distribuée dans un volume ; situation qui comprend un certain nombre de défis à relever.

En effet, imager une source résultant de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique dans une plaque soulève plusieurs questions. Suivant que la focalisation du faisceau laser est rectiligne ou circulaire, les ondes générées sont de type cylindrique ou sphérique. La question se pose de savoir si la méthode d'imagerie développée peut être la même dans les deux cas ou bien si elle doit différer afin de prendre en compte les caractéristiques propres à chaque type d'ondes. La considération d'un milieu de propagation solide plutôt que liquide est source d'une difficulté supplémentaire. Est-il possible d'utiliser les méthodes d'imagerie en milieu liquide dans ce cas ? Plus exactement, quelles sont les adaptations nécessaires à réaliser ? Une autre spécificité des expériences en ultrasons lasers rentre également en ligne de compte. Comme exposé dans le chapitre 4, la mesure porte sur le déplacement normal d'une des surfaces de l'échantillon. Le fait que la mesure du champ acoustique soit partielle va-t-il perturber l'imagerie ? Dans quelle mesure ? Pour finir, ce déplacement mesuré va être utilisé dans l'algorithme d'imagerie comme la source qui génère les ondes se rétropropageant vers la position de la source acoustique initiale. L'interrogation ici est d'identifier si cette source est une source en contrainte, auquel cas le déplacement mesuré joue le rôle d'une force excitatrice comme cela se trouve dans la littérature en géophysique[136,137] ; ou si cette source doit être une source en déplacement, auquel cas le déplacement de la surface de mesure est contraint, dans l'algorithme, à être le même que celui mesuré.

A la vue de toutes les questions soulevées, le choix a été fait de séparer la seconde partie de ce manuscrit en trois chapitres distincts. Dans le premier chapitre de cette partie (Chap. 5), il est proposé de revenir sur les bases des techniques de focalisation et d'imagerie par retournement temporel afin de répondre aux questions qui viennent d'être posées. Le principe du retournement temporel est analysé à travers les exemples désormais classiques de la cavité et du miroir à retournement temporel. Le principe de Huygens expliquant le processus de rétropropagation des ondes depuis les points de mesure vers la position initiale de la source est également exposé et discuté dans ce premier chapitre. La dernière section de ce chapitre permet d'introduire les notions nécessaires à l'imagerie par retournement temporel en milieu solide et fournit les réponses recherchées. Elle constitue une bonne transition vers le chapitre 6 dans lequel la méthode d'imagerie que nous proposons est présentée. Il est ensuite question des limitations inhérentes à cette méthode qui sont prédites et discutées dans la dernière section du chapitre 6.

Dans le chapitre suivant (Chap. 7), afin d'être au plus proche du cas d'une hétérogénéité enfouie dans le volume de la plaque et jouant le rôle de source passive, la méthode d'imagerie est tout d'abord appliquée au cas où la mesure des ondes est effectuée sur la face opposée à la source acoustique. Une approche numérique de la méthode dans le cas d'une source acoustique d'extension latérale infinie est réalisée. Le cas d'une ligne source volumique enfouie normale [i] est ensuite traité, tout d'abord en simulant les mesures expérimentales servant de données d'entrée à l'algorithme de rétropropagation, puis en utilisant de réelles mesures expérimentales. Les

i. cf. définition p.17

applications de la technique d'imagerie aux surfaces sources volumiques enfouies normale et oblique[j] sont finalement réalisées.

Lorsque la mesure des ondes acoustiques est réalisée sur la surface de l'échantillon où le faisceau laser est focalisé, d'autres types d'onde ne se propageant qu'à cette surface sont détectées (ondes de compression rasantes et de Rayleigh). Bien que ce cas s'éloigne du cas où l'hétérogénéité est enfouie dans le volume de la plaque, il rend compte de phénomènes intéressants à analyser et n'est donc pas écarté. La technique d'imagerie est appliquée aux surfaces sources volumiques enfouies normale et oblique en simulant les signaux qui auraient été mesurés. L'onde de Rayleigh, de par sa nature, est différente des ondes de volume et les résultats obtenus dans la dernière section de ce chapitre 7 sont alors expliqués en partie par le caractère singulier de ce type d'onde.

j. cf. définition p.15

Chapitre 5

Introduction au principe du retournement temporel

Suite à la découverte du laser en 1960,[6] les applications de ce dernier n'ont cessé de croître. Cette source de lumière cohérente et quasi-monochromatique a ainsi permis l'étude et la compréhension de très nombreux phénomènes. Dans les années 1970–80, une partie de la communauté des chercheurs en optique s'intéresse à la résolution d'un problème : la déformation des fronts d'onde. En effet, lorsqu'une onde électromagnétique se propage, le front d'onde peut être sujet à des déformations causées, par exemple, par les aberrations d'un système optique ou encore par les inhomogénéités de l'indice optique du milieu de propagation, comme c'est le cas dans l'atmosphère. De nombreuses méthodes ont alors été proposées afin de corriger ces aberrations de phase. Nous citerons parmi ces méthodes le miroir à conjugaison de phase (PCM[a]) qui a inspiré dans les années 90 des travaux similaires en acoustique,[113] travaux sur lesquels la seconde partie de ce manuscrit s'appuie.

Le principe de fonctionnement de ce miroir est le suivant. Le front d'onde d'une onde électromagnétique monochromatique, se déformant au cours de sa propagation dans un milieu inhomogène, arrive sur le PCM où une nouvelle onde est générée en inversant la phase de l'onde incidente. Schématiquement, un PCM effectue une conjugaison locale de la phase de l'onde incidente suivie d'une réflexion comme dans le cas d'un miroir classique. L'onde ainsi réfléchie se propage à nouveau dans le milieu inhomogène. La déformation du front d'onde réfléchi par le PCM est alors annulée par cette nouvelle propagation dans le milieu inhomogène. Si initialement le front d'onde était issu d'un point source, il convergerait alors vers la position initiale de ce point source. La description analytique de ce processus a été effectuée par Wolf et son équipe, dans un premier temps sous l'hypothèse d'un milieu faiblement aberrant,[138,139] puis en élargissant cette hypothèse.[140] La réalisation pratique du PCM est basée sur l'utilisation d'effets non-linéaires optiques[141,142] dont une revue des premières approches (utilisation de la diffusion Brillouin stimulée, mélange à trois ondes ou mélange à quatre ondes) a été réalisée par Yariv.[143] Ces techniques nécessitent plusieurs faisceaux de référence et ne s'appliquent que pour des ondes quasi-monochromatiques.

a. PCM est l'abréviation anglaise de « Phase Conjugate Mirror »

Bien que la réalisation d'un PCM en acoustique ait été également effectuée,[144] il n'est pas réellement adapté à l'imagerie ou la focalisation ultrasonore de par la nécessité d'utiliser plusieurs faisceaux de forte intensité acoustique pour obtenir les effets non linéaires souhaités et car les ondes acoustiques généralement utilisées pour de telles applications ne sont pas monochromatiques. C'est à ce niveau que l'approche proposée par Fink et ses collaborateurs dès 1989 diffère.[113] En effet, ils proposent de remplacer la conjugaison de phase par une opération de retournement temporel, ce qui permet de s'affranchir de la limitation de monochromaticité. Nous allons maintenant voir pourquoi cela est possible lorsque des ondes acoustiques sont utilisées.

Une différence fondamentale entre l'électromagnétisme et l'acoustique réside dans la quantité accessible à la mesure. En optique, le champ électromagnétique ne peut pas être mesuré directement. La réponse mesurée est forcément une moyenne temporelle de l'intensité du champ électromagnétique. Cependant, les problèmes de reconstruction des surfaces d'onde nécessitent de mesurer à la fois l'intensité et la phase de ces ondes.[145] Pour ce faire, la solution retenue en optique est d'utiliser un faisceau de référence afin de créer et de mesurer des interférences portant l'information sur l'intensité et la phase. Au contraire dans le cas de l'acoustique, la réponse linéaire des transducteurs au champ acoustique local permet une mesure directe de l'amplitude et de la phase des ondes. Ainsi, l'enregistrement de la phase des ondes en acoustique ne nécessite pas l'utilisation d'un faisceau de référence. Il est donc possible d'envisager le développement d'un miroir à retournement temporel en acoustique car la conjugaison de phase, pour chacune des fréquences contenues dans le spectre du signal, peut se faire sans l'utilisation d'un faisceau supplémentaire.[146] La première mise en pratique de ce concept en acoustique est effectuée en 1989.[113]

Comme montré en introduction de cette seconde partie, de très nombreuses applications du miroir à retournement temporel (TRM[b]) ont ensuite été développées. L'utilisation d'un tel miroir permet de réaliser la focalisation des ondes acoustiques réfléchies par ce miroir vers la position initiale de la source. A l'inverse d'un miroir classique fournissant l'image virtuelle d'une source, le TRM réalise une image réelle. L'explication de la formation de cette image réelle, se traduisant par une focalisation des ondes à la position de la source initiale, repose sur deux principes qui sont le principe du retournement temporel et le principe de Huygens. L'enjeu de la seconde partie de ce manuscrit est de tirer profit de ces deux principes afin de proposer, non pas une technique de focalisation, mais une technique d'imagerie, sorte de focalisation numérique des ondes acoustiques mesurées. Le but est ainsi de proposer une méthode numérique permettant d'obtenir l'image d'une source acoustique. Les ondes acoustiques mesurées sont chronologiquement inversées. Ces mesures expérimentales servent alors de données d'entrée à un algorithme qui permet de simuler la propagation des ondes acoustiques vers la position initiale de la source et ainsi d'en réaliser l'image.

Avant de présenter le développement de la méthode retenue et les résultats obtenus, les éléments clés relatifs au principe du retournement temporel et à ses applications sont rappelés dans ce chapitre. Nous rappelons que le propos ici est de répondre aux interrogations soulevées, dans l'introduction de la seconde partie, par l'objectif annoncé d'imager une source photoacoustique

b. TRM est l'abréviation anglaise pour « Time Reversal Mirror »

en milieu solide : (i) Les problèmes à géométrie bidimensionnelle et tridimensionnelle peuvent-ils être traités de la même manière ? (ii) Comment l'imagerie en milieu solide peut-elle être effectuée ? (iii) Quel est l'effet d'une mesure partielle sur la reconstruction de la source ? (iv) Quel rôle est assigné dans l'algorithme d'imagerie au champ de déplacement mesuré ?

Dans un premier temps, les ondes dont la propagation est régie par une unique équation scalaire, par exemple dans un milieu fluide, sont considérées pour analyser les concepts qui régissent la focalisation ou l'imagerie par retournement temporel dans le cas le plus simple. Les principes du retournement temporel et de Huygens sont alors introduits dans ce cadre (§ 5.1). L'énoncé mathématique du principe de Huygens, associé à la notion de cavité à retournement temporel, permet ensuite d'obtenir une formulation analytique du procédé et mène ainsi à l'explication des résultats obtenus lors d'expériences de focalisation utilisant un TRM dans un milieu fluide (§ 5.2). Cette formulation mathématique permet également de souligner le parallèle existant entre technique de focalisation et technique d'imagerie. La présentation des expériences de focalisation par TRM est aussi l'occasion de s'intéresser à la question de l'effet d'une mesure partielle du champ acoustique. Par la suite, le cas des ondes acoustiques en milieu solide, dont la propagation est généralement régie par une équation vectorielle [c], est abordé (§ 5.3). Cette dernière section constitue une introduction à la technique d'imagerie en milieu solide développée dans les chapitres suivants. Le cas vectoriel et le cas scalaire sont mis en parallèle afin de souligner à la fois leur similitude ainsi que les complications soulevées par l'aspect vectoriel. Une discussion, dans le cadre de l'imagerie, sur le lien entre un problème à géométrie bi- ou tridimensionnelle conclut cette section.

5.1 Le principe du retournement temporel et le principe de Huygens : bases des techniques de focalisation et d'imagerie

D'après l'énoncé des principes de la thermodynamique, il apparaît que l'invariance par renversement du temps se limite aux processus adiabatiques. Ainsi, sous certaines conditions, les équations de la mécanique classique, et donc celles régissant la propagation des ondes acoustiques, présentent une symétrie par rapport au temps. Il est donc théoriquement possible de faire remonter le temps à des ondes acoustiques. Le cas des ondes acoustiques dont la propagation est caractérisée par une équation scalaire est considéré ici dans un but de simplification mathématique. Dans un premier temps, le principe du retournement temporel est exposé à travers l'expérience de pensée de Stokes, qui le premier se servit de cette propriété particulière des ondes. Le principe de Huygens est ensuite énoncé et discuté. Il apparaît alors que l'association de ces deux principes permet de promouvoir la faisabilité expérimentale du retournement temporel et constitue la base des techniques d'imagerie et de focalisation par reconstruction de front d'onde.

c. Notons cependant que dans un milieu isotrope, le cas d'une onde de compression peut être ramené à une équation scalaire en introduisant un potentiel scalaire. La propagation des ondes de cisaillement de polarisation transverse horizontale est également régie par une équation scalaire.

5.1.1 Le principe du retournement temporel

L'équation d'onde acoustique en régime transitoire est considérée pour un milieu fluide supposé sans perte. Soit ρ la densité du fluide et κ sa compressibilité. La célérité des ondes acoustiques dans ce milieu est définie par $c = 1/\sqrt{\rho\kappa}$. L'équation de propagation du champ de pression acoustique $p(\boldsymbol{r}, t)$, où $\boldsymbol{r}$ est le vecteur position, s'exprime alors comme suit[147] :

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) - \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \,. \tag{5.1}$$

Cette équation contient uniquement une dérivée du second ordre par rapport à la variable temporelle t. Cette propriété confère à toute solution de l'équation d'onde une propriété d'invariance par renversement du temps, sous l'hypothèse d'un milieu sans perte. Ainsi, si $p(\boldsymbol{r}, t)$ dénote une solution de l'équation (5.1), alors $p(\boldsymbol{r}, -t)$ est une autre solution de cette équation. La condition que le milieu soit sans perte est essentielle sans quoi des termes dissipatifs faisant intervenir des dérivées temporelles d'ordre impair seraient susceptibles d'apparaître dans l'équation de propagation,[148] ce qui aurait pour effet d'annuler l'invariance par retournement temporel de cette équation.

Cette propriété particulière d'invariance des ondes par renversement du temps a été énoncée par Stokes en 1849 lors de ses travaux sur la vérification des formules de Fresnel pour l'intensité des rayons réfléchis et réfractés à l'interface entre deux milieux homogènes d'indice de réfraction différents.[149] La considération du « principe de retour à l'état antérieur » (traduction littérale de « principle of reversion ») lui a permis de formuler les relations démontrées ci-après et que l'on connaît maintenant sous le nom de relations de Stokes. Ce principe stipule que, « dans un système matériel dans lequel les actions dépendent uniquement de la position des particules, si à n'importe quel instant les vitesses de chacune des particules sont inversées, alors le mouvement antérieur des particules sera répété dans l'ordre inverse ».[149]

Basée sur ce principe, l'expérience de pensée de Stokes s'expose alors comme suit. Considérons une première configuration où une onde incidente d'amplitude unité se propage d'un milieu fluide 1 vers un milieu fluide 2 pour lesquels les célérités des ondes de compression sont différentes [Fig. 5.1(a)]. Notons respectivement r_{11} et t_{12} les amplitudes des ondes réfléchie et transmise à l'interface. Le champ de pression $p(\boldsymbol{r}, t)$ résulte alors de la somme de ces trois ondes. D'après le principe de retour à l'état antérieur, une seconde configuration correspondant à l'inversion temporelle de celle qui vient d'être présentée est aussi valide. Le champ de pression retourné temporellement $p(\boldsymbol{r}, -t)$ est ainsi défini par les trois ondes suivantes : une onde d'amplitude r_{11} se propageant du milieu 1 vers le milieu 2 (inverse de l'onde réfléchie) qui, sommée avec une onde d'amplitude t_{12} se propageant du milieu 2 vers le milieu 1 (inverse de l'onde transmise), génère une onde d'amplitude unité se propageant du milieu 2 vers le milieu 1 (inverse de l'onde incidente) [Fig. 5.1(b)].

Cependant, dans le cas de la seconde configuration, les deux ondes se propageant vers l'interface sont chacune réfléchie et transmise ce qui se traduit par un problème à six ondes comme schématisé sur la figure 5.1(c), où r_{22} et t_{21} sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission associés à une onde se propageant du milieu 2 vers le milieu 1. Or le problème

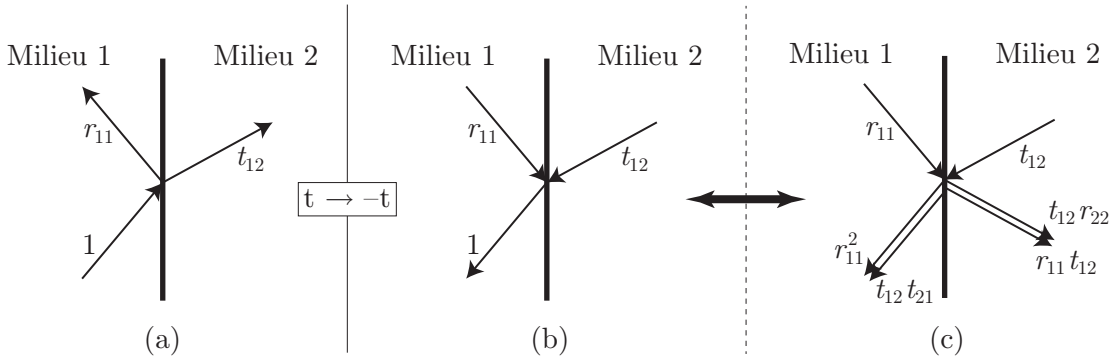


Fig. 5.1 – Schématisation de l'expérience de pensée menant aux relations de Stokes et basée sur le principe du retournement temporel. (a) Une onde incidente d'amplitude unité se propage d'un milieu fluide 1 vers un milieu fluide 2 et génère une onde réfléchie d'amplitude r_{11} et une onde transmise d'amplitude t_{12}. (b) Schéma symétrique du précédent après renversement du temps, les ondes d'amplitude r_{11} et t_{12} temporellement retournées s'associent pour générer une onde d'amplitude unité correspondant à l'inverse de l'onde incidente du cas (a). (c) Problème à six ondes équivalent dans le cas de l'expérience chronologiquement inversée. L'identification des cas (b) et (c) conduit aux relations de Stokes.

décrit par la figure 5.1(b) et le problème à six ondes de la figure 5.1(c) sont équivalents, ce qui permet, par application du principe de superposition, d'obtenir les relations de Stokes :

$$r_{11}^2 + t_{12}t_{21} = 1\,, \tag{5.2a}$$

$$r_{11} + r_{22} = 0\,. \tag{5.2b}$$

En vertu du principe de retour à l'état antérieur et en supposant que l'origine des phases est située au niveau de l'interface entre les milieux, si l'on est capable de mesurer l'onde réfléchie et l'onde transmise, alors par un simple retournement du temps, il est possible de reconstruire l'onde incidente initiale. Cela est valable pour tout type d'onde dès que celle-ci est propagative. Il a en effet été montré que les ondes évanescentes n'ont pas le même comportement que les ondes propagatives lors d'une conjugaison de phase,[150] résultat qu'on peut étendre au retournement temporel.

L'application du principe du retournement temporel qui vient d'être exposée permet d'illustrer que, dans le problème retourné[d], les ondes mesurées et dont la chronologie est inversée vont interférer de manière à générer l'onde initiale qui leur avait donné naissance à ceci prêt que la chronologie de cette dernière est elle aussi inversée par rapport au problème direct[d]. Aussi, on comprend alors que la mesure unique de l'une des deux ondes, réfléchie ou transmise, ne permettra pas une reconstruction à l'identique de l'onde incidente.[151]

Le principe du retournement temporel étant exposé, le deuxième fondement des techniques de focalisation et d'imagerie par retournement temporel, qui explique pourquoi une mesure

d. L'expression *problème retourné* est consacrée dans la suite de ce manuscrit au problème décrivant la propagation des ondes lors de l'opération de retournement temporel, par opposition à l'expression *problème direct* dont l'utilisation est consacrée au problème décrivant la propagation des ondes dans une chronologie normale.

sur une surface plutôt que dans l'intégralité du volume est suffisante pour que ces techniques fonctionnent, est maintenant exposé : le principe de Huygens.

5.1.2 Le principe de Huygens

Dès la naissance de la théorie ondulatoire de la lumière, Christian Huygens présente un principe qui porte aujourd'hui son nom.[152] Par l'intermédiaire de ce principe, il cherche à expliquer le fait, en apparence paradoxal dans la théorie ondulatoire, que la lumière se propage en ligne droite. Pour fournir cette explication, il fallait analyser l'effet produit par un signal de courte durée émis en un point de l'espace et perçut en un autre point au bout d'un temps égal au quotient de la distance entre ces points par la vitesse de la lumière. Pour calculer cet effet, l'idée de Huygens fut de « considérer l'état du milieu entre ces deux points, non à l'instant initial ni à l'instant final, mais à un instant intermédiaire, et de substituer entièrement la considération de ce dernier état à celle de la perturbation primitive ».[153] A ce raisonnement, Fresnel ajouta la notion d'interférence pour donner une forme proche de celle que nous connaissons aujourd'hui du principe de Huygens-Fresnel.[154]

Dans le contexte de l'époque où s'opposaient théories ondulatoires et corpusculaires de la lumière, ce principe était source de très vives polémiques, engagées notamment entre Fresnel et Poisson ; polémiques dont les lignes essentielles sont reproduites et commentées dans la *Théorie mathématique de la lumière* de Poincaré.[155] Les plus importantes d'entre elles furent élucidées par la suite grâce aux travaux précurseurs de Kirchhoff[156] et ceux qui suivirent notamment de Beltrami, Maggi, Duhem[157] ou encore Volterra.[158] Les difficultés et questions soulevées par le principe de Huygens provenaient essentiellement de la différence de signification qu'accordaient les protagonistes au principe dont ils parlaient. L'histoire du principe de Huygens, bien que passionnante, ne sera guère beaucoup plus détaillée afin de recentrer la discussion sur l'interprétation de ce principe et plus spécifiquement sur son lien avec le principe du retournement temporel. Commençons par définir ce que l'on entend par principe de Huygens.

Dans un article de 1924, le mathématicien français Hadamard énonce le principe de Huygens sous la forme qui suit.[153] « Le principe de Huygens fait intervenir trois instants successifs : le premier t_0, où l'on se donne un ébranlement initial, un instant intermédiaire t_1 et un dernier instant t_2 où l'on se propose de calculer l'effet produit. Sous sa forme aujourd'hui [en 1924] classique, le raisonnement peut se décomposer de la manière suivante :

A. Pour déduire d'un phénomène connu à l'instant t_0 l'effet produit à un instant ultérieur t_2, on peut commencer par calculer l'effet à un instant intermédiaire t_1 puis partir de celui-là pour en déduire l'effet en t_2.

B. Si la perturbation initiale à l'instant t_0 est localisée au voisinage d'un point déterminé O, son effet à l'instant t_1 sera nul partout, excepté au voisinage d'une sphère $\mathcal{S}_1$ de centre O et de rayon $c\,(t_1 - t_0)$ en désignant par c la vitesse de propagation.

C. [Ainsi,] la perturbation initiale peut, au point de vue de son effet à l'instant final t_2, se remplacer par un système de perturbations ayant lieu à l'instant intermédiaire t_1 et convenablement distribuées sur la surface de la sphère $\mathcal{S}_1$.

Il y a donc là, à première vue, une manière de syllogisme dont A serait la majeure, B la mineure et C la conclusion. »

Enoncé ainsi, le principe de Huygens introduit donc trois propositions. Ces propositions ont été la source de certaines polémiques entourant ce principe car chaque auteur attachait le nom de « principe de Huygens » à l'une ou l'autre de ces différentes propositions sans les distinguer. De plus, le lien logique entre ces trois propositions n'est en réalité pas si étroit qu'il n'y paraît. Ces trois propositions sont relativement indépendantes et conduisent à des interprétations très différentes. Voyons rapidement quelles en sont les différentes significations.

Concernant la proposition A, Hadamard la présente comme une « évidence immédiate », une lapalissade, car elle est l'expression, à son époque, du principe du déterminisme scientifique. Ce principe affirmait alors que « de l'état de l'univers à l'instant t_0, on peut déduire l'état à un instant ultérieur t' ».[159] Cette vision du déterminisme s'est beaucoup développée au début du XXe siècle avant d'être remise en cause par la physique moderne entraînant ainsi une évolution de cette notion.[160] Cependant la proposition A, bien plus générale que le principe de Huygens lui-même et malgré son apparente évidence pour l'époque, a tout de même été analysée. De remarquables relations et interprétations ont été réalisées pour cette proposition, notamment le lien avec la notion de groupe et le théorème d'addition intégral en mathématique.[159]

La proposition A est autant générale que la proposition B est spécifique. En effet, la « mineure de Huygens » est restreinte à un certain type d'ondes puisqu'elle statue que l'effet d'une onde générée par un ébranlement de durée finie est également de durée finie. La proposition B est donc une propriété particulière de l'équation des ondes sphériques et ne peut pas être généralisée au cas des ondes cylindriques par exemple, car, dans ce cas, l'onde laisse un effet résiduel après son passage [e]. Ainsi, la conclusion C est limitée au cas des ondes sphériques à cause de la restriction due à la proposition B. Cependant, Kirchhoff aboutit à la proposition C sans passer, à aucun moment de sa démonstration, par la majeure A ou la mineure B. Il démontre même le principe de Huygens sous une forme un peu plus générale que la proposition C, toujours dans le cas des ondes sphériques mais en considérant un ensemble de centres de perturbation, ponctuels ou étendus, plutôt qu'une unique perturbation.

La validité de la forme C du principe de Huygens est ensuite démontrée comme étant plus générale que le simple cas des ondes sphériques. En s'inspirant de la méthode de Kirchhoff et des travaux de Riemann, Volterra a démontré que la proposition C est également vérifiée pour les ondes cylindriques,[158] ce qui vient appuyer le fait que la proposition B n'est qu'un cas particulier de la forme C. B est une conséquence de C pour le cas particulier des ondes sphériques considéré par Huygens.[161] Par la suite, il a finalement été montré que le principe de Huygens sous sa forme C est une propriété générale qui appartient à toutes équations aux dérivées partielles du second ordre de type hyperbolique dès qu'une solution élémentaire est connue.[153]

e. Un des confrères de Hadamard disait d'ailleurs qu'il était bien heureux que l'espace dans lequel nous vivons ait trois dimensions : car s'il n'en avait que deux, et que, par conséquent, la propagation du son y soit régie par l'équation des ondes cylindriques, nous entendrions encore – très étouffés – tous les bruits qui se sont produits depuis la naissance du monde.

Ainsi, le choix de l'énoncé considéré comme étant celui du principe de Huygens détermine si ce dernier est valable ou non pour le cas des ondes cylindriques. L'énoncé que nous proposons de considérer et que nous retiendrons pour la suite de ce manuscrit est la généralisation suivante de la proposition C :

Principe de Huygens

Soit une perturbation initiale à l'instant t_0 localisée au voisinage d'un point donné O. Soient t_2 l'instant où l'on se propose de calculer l'effet produit par cette perturbation et t_1 un instant intermédiaire. Soit $\mathcal{S}$ une sphère (cas des ondes sphériques) ou un cercle (cas des ondes cylindriques) de centre O et de rayon $c\,(t_1 - t_0)$, où c désigne la vitesse de propagation.

La perturbation initiale peut, au point de vue de son effet à l'instant final t_2, se remplacer par un système de perturbations convenablement distribuées à la fois spatialement sur la surface $\mathcal{S}$ et temporellement à l'instant intermédiaire t_1 ainsi qu'à tous les instants précédents.

Bien que valable pour les ondes sphériques aussi bien que pour les ondes cylindriques, la formulation mathématique du principe de Huygens dans les deux cas n'est pas la même. La formule de Kirchhoff s'applique pour les ondes sphériques alors que pour les ondes cylindriques il faut considérer les formules données par Volterra,[158] généralisation des formules de Weber[162] faisant intervenir des fonctions de Bessel[72] et établies pour les ondes cylindriques monochromatiques. L'énoncé de ce principe est totalement clair sur le fait que la seule connaissance de l'état du système sur un hyperplan de l'espace bi- ou tridimensionnel est suffisante pour déduire l'état du système à un instant ultérieur dans l'intégralité de l'espace. On comprend alors pourquoi le principe de Huygens est une des bases des techniques d'imagerie et de focalisation : il est expérimentalement plus pratique d'effectuer une mesure sur une surface ou une ligne uniquement plutôt qu'en chaque point d'un volume.

5.1.3 Techniques d'imagerie et de focalisation basées sur les principes du retournement temporel et de Huygens

Les deux principes, du retournement temporel et de Huygens, qui viennent d'être exposés sont complémentaires pour les techniques d'imagerie et de focalisation par reconstruction de front d'onde. Le principe de Huygens permet, suite à une perturbation, de connaître l'état d'un système à un instant donné sans avoir connaissance de la perturbation initiale mais en connaissant seulement l'état d'une surface de ce système à un instant intermédiaire et, dans le cas bidimensionnel, à tous les instants précédents. Le principe du retournement temporel, quant à lui, assure que les ondes acoustiques sont capables de revivre exactement leur vie passée lorsque la chronologie est inversée. L'association de ces deux principes permet alors d'assurer que lorsque les ondes acoustiques sont mesurées sur une surface et émises dans une chronologie inverse sur cette même surface, elles se combinent de manière à se rétropropager vers la position initiale de la source qui leur a donné naissance en premier lieu. Lorsque la mesure et la rétropropagation sont effectuées physiquement, on parle de techniques de focalisation. Lorsque la mesure est phy-

sique et la rétropropagation numérique, on parle plutôt de techniques d'imagerie. La différence majeure entre ces techniques est donc que la rétropropagation pour l'imagerie est un procédé informatique, nécessitant la connaissance des propriétés du milieu, alors que le retournement temporel pour la focalisation est un procédé physique, nécessitant la présence du milieu mais non sa connaissance exacte.[147,163] Cependant, la propriété d'invariance des ondes par renversement du temps, couplé au principe de Huygens, est la clé donnant accès à ces techniques d'imagerie et de focalisation.

En milieu fluide par exemple, une méthode pour imager une source acoustique est donc de mesurer le champ de pression généré par cette source au niveau d'une surface $\mathcal{S}$ et, en supposant connues les propriétés physiques du milieu de propagation, d'utiliser les formules de Kirchhoff ou de Volterra pour calculer numériquement le champ de pression à l'intérieur de la surface de mesure et ainsi obtenir l'image de la source acoustique initiale. On distingue en principe deux expressions différentes pour ces formules.

La première expression, dite formule extérieure, permet le calcul du champ de pression en tout point de l'espace à l'*extérieur* de la surface fermée de mesure, sous réserve que $\mathcal{S}$ entoure l'ensemble des sources. Cette formulation permet alors de simuler la propagation future du champ de pression à partir de $\mathcal{S}$, pourvu que le temps de mesure ait été suffisant. Il s'agit d'une application directe du principe de Huygens.

La deuxième expression, dite formule intérieure, permet le calcul du champ de pression en tout point du volume *intérieur* à $\mathcal{S}$, sous réserve que les sources soient extérieures à ce volume, ou du moins qu'elles soient de durée finie. Cette formulation permet alors, si l'ébranlement initial est de durée finie, de simuler la propagation du champ de pression à l'intérieur de la surface de mesure, pourvu que le temps de mesure ait été suffisant. Autrement dit, il est possible d'imager une source acoustique en utilisant une des formules intérieures de Kirchhoff (3D) ou de Volterra (2D), associée au principe du retournement temporel, pour rétropropager numériquement le champ de pression mesuré vers la position initiale de la source.

L'utilisation des formules de Kirchhoff ou de Volterra pour effectuer la rétropropagation soulève cependant un problème. L'une comme l'autre nécessitent une connaissance simultanée de la pression sur la surface de mesure et de la composante selon la normale à cette surface du gradient de pression au niveau de la surface. Ce problème a été soulevé par Love[164] dès 1904 dans le cas des ondes sphériques et repris ensuite notamment par Baker et Copson pour les deux types d'onde (sphérique et cylindrique).[161] En effet, d'après les remarques sur les conditions aux limites effectuées au chapitre 2 (p. 56), on se rend compte qu'imposer des conditions aux limites à la fois sur la pression et le gradient de pression entraîne une surspécification des conditions aux limites du problème. Love lève ce problème en démontrant que la connaissance de la pression sur la surface de mesure et des conditions initiales (à $t = 0$) dans l'ensemble de l'espace sur la pression et sa dérivée temporelle suffit pour définir la projection sur la normale à la surface du gradient de pression au niveau de la surface de mesure. Ainsi, la mesure seule de la pression ou de la projection sur la normale à la surface du gradient de pression suffit pour faire de l'imagerie. Liu et Waag[163] arrivent à la même conclusion en faisant appel au formalisme de Green.[147]

Le principe du retournement temporel, le principe de Huygens et la remarque précédente sur la suffisance de la mesure d'une des deux quantités (pression ou gradient de pression), sont les clés qui permettent de conclure quant à la faisabilité d'une technique d'imagerie ultrasonore basée sur la seule mesure du champ acoustique sur une surface, ou encore quant à la faisabilité expérimentale d'un miroir à retournement temporel (TRM [f]) comme outil de focalisation. Afin d'illustrer les concepts énoncés dans cette section et de réaliser une première approche analytique du procédé de focalisation par retournement temporel, adaptée à notre problématique optoacoustique, il est maintenant proposé d'exposer et de commenter certains travaux issus de la littérature sur le TRM.

5.2 Le miroir et la cavité à retournement temporel : mesure partielle ou totale du champ acoustique

Comme nous l'avons déjà vu, le miroir à retournement temporel (TRM) s'inspire directement du miroir à conjugaison de phase (PCM) et la mise en équation désormais classique du processus de focalisation par retournement temporel permet de mettre en avant l'analogie existante entre un TRM et un PCM.[165,166] Bien qu'analogue sur le concept, la mise en pratique de ces deux techniques est cependant très différente comme cela a été rapidement précisé en introduction de ce chapitre et discuté plus amplement dans un article exposant les principes du retournement temporel en acoustique.[146] Les différentes étapes d'une expérience de retournement temporel par TRM sont maintenant présentées et diverses observations expérimentales issues de la littérature sont relatées, permettant ainsi de se familiariser avec les expériences de retournement temporel et leurs résultats. La notion de TRM est finalement étendue à la notion de cavité à retournement temporel qui permet, de manière élégante et sans calcul complexe, d'approfondir la compréhension du processus de retournement temporel d'une part, et de commenter les résultats observés avec un TRM pour différentes configurations expérimentales d'autre part.

5.2.1 Cas d'une mesure partielle du champ acoustique : le miroir à retournement temporel

Un miroir à retournement temporel utilise un ensemble de transducteurs piézoélectriques formant une matrice uni- ou bidimensionelle selon les besoins de l'expérience.[113] Ces transducteurs piézoélectriques sont linéaires et leur utilisation permet une mesure instantanée de l'amplitude et de la phase du champ de pression, contrairement au miroir à conjugaison de phase qui utilise des procédés non linéaires. Chaque transducteur est capable de jouer le rôle d'émetteur et de récepteur. Ainsi, un tel miroir est théoriquement capable de convertir une onde divergente issue d'une source acoustique en une onde convergente qui retourne vers la source et se focalise au niveau de la position initiale de cette source.

Une expérience de retournement temporel visant à focaliser les ondes sur un réflecteur (la cible) à travers un milieu inhomogène et en utilisant un TRM est typiquement divisée en trois

f. cf. définition p.114

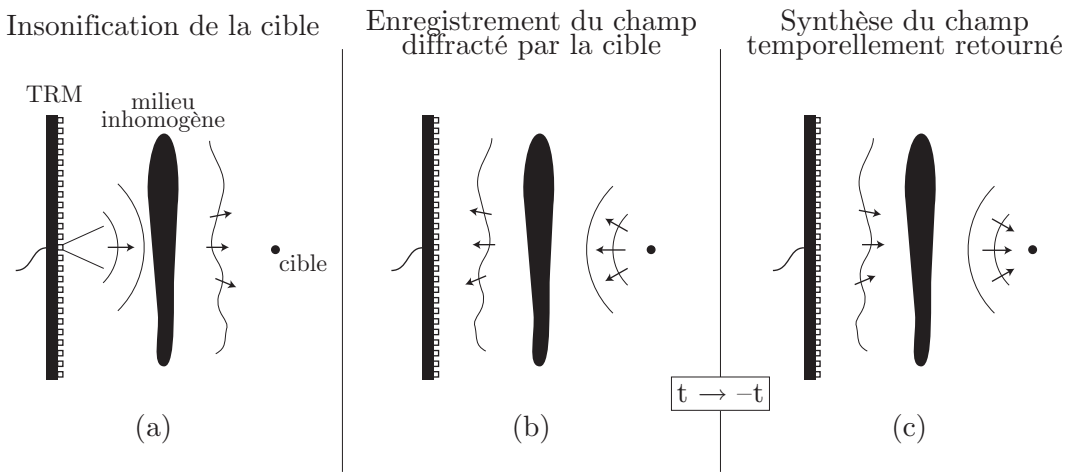


Fig. 5.2 – Schématisation des trois étapes d'une expérience de retournement temporel utilisant un TRM : (a) Génération du champ de pression diffracté par le réflecteur ; (b) Enregistrement par le TRM du champ de pression diffracté et déformé par le milieu inhomogène ; (c) Synthèse du champ de pression retourné temporellement par le TRM. Les ondes générées dans la dernière étape se propagent à nouveau à travers le milieu inhomogène pour finalement se focaliser sur le réflecteur.

étapes. Dans un premier temps [Fig. 5.2(a)], un ou plusieurs transducteurs du miroir sont utilisés pour générer une onde destinée à insonifier la cible. Celle-ci génère en retour un champ de pression diffracté dont une partie se propage vers le TRM et dont le front d'onde est déformé par le milieu inhomogène. La deuxième étape du processus [Fig. 5.2(b)] consiste alors à enregistrer à l'aide du TRM ce champ de pression déformé. Pour une raison pratique, l'enregistrement ne peut pas durer un temps infini. La valeur minimale de la limite d'enregistrement T est donnée par le temps mis par une onde se propageant à la vitesse c pour parcourir la distance entre la cible et le transducteur piézoélectrique du TRM le plus éloigné. Dans la pratique, en présence d'un milieu inhomogène entre le TRM et la cible, un temps d'enregistrement plus long est conseillé. Dans la dernière étape [Fig. 5.2(c)], le TRM synthétise le champ de pression retourné temporellement. Les ondes alors générées se propagent à nouveau à travers le milieu inhomogène pour finalement se focaliser sur la cible. Un miroir à retournement temporel constitue alors un filtre spatio-temporel adapté,[151,167] car il permet de filtrer les déformations du front d'onde introduites par un milieu inhomogène.

Les applications utilisant ce principe sont nombreuses et variées, comme cela a été exposé dans l'introduction de cette partie. La focalisation est de très bonne qualité même à travers un milieu inhomogène, ce qui rend cette technique très attractive pour les applications médicales. Cependant les transducteurs ont par nature une bande passante limitée, ce qui détériore la qualité de la focalisation. Mais cette détérioration est comparable aux cas plus classiques de focalisation par retard de phase.[110,168,169] La limite classique de diffraction entraîne que l'image d'un point source, même en milieu homogène, est une tache dont la dimension est supérieure ou égale à la demi-longueur d'onde. Il existe d'autres limitations en milieu homogène pour cette technique qui

sont également communes aux techniques de focalisation par retard de phase. L'échantillonnage spatial des transducteurs produit notamment des lobes de diffraction et il est nécessaire que l'espacement entre les transducteurs soit au plus égal à la moitié de la longueur d'onde centrale du champ de pression afin de limiter ces lobes. Une autre limitation est que l'ouverture angulaire est limitée car la dimension du TRM est forcément finie, ce qui entraîne une perte d'information.

Il a été montré que cette dernière limitation peut être dépassée dans certains cas. L'ouverture angulaire limitée, causant une perte d'information sur les bords, peut être augmentée artificiellement par l'intermédiaire d'un guide d'onde placé entre le TRM et la source, active ou passive[g], sur laquelle on cherche à focaliser les ondes par retournement temporel.[170,171] Une autre façon d'augmenter artificiellement l'ouverture angulaire du TRM est de placer entre la source et le TRM un milieu fortement diffuseur ayant un ordre de diffusion multiple élevé.[172–174] Le phénomène de diffusion multiple permet alors de limiter la perte d'information liée à l'ouverture angulaire limitée. En effet, les ondes qui n'auraient pas été détectées dans un milieu homogène peuvent être redirigées vers le TRM grâce à la multidiffusion. Pour analyser théoriquement le processus de retournement temporel, il est intéressant de prolonger la définition du miroir à retournement temporel vers la notion abstraite de cavité à retournement temporel pour laquelle l'ouverture angulaire n'est plus à considérer. En effet, dans le cas d'une cavité, les capteurs sont théoriquement distribués tout autour de la source. Dans la suite de cette section, la cavité à retournement temporel est considérée, ce qui permet une première formulation analytique du procédé de focalisation par retournement temporel par l'intermédiaire de la formule de Kirchhoff.

5.2.2 Généralisation du concept de miroir à retournement temporel : la cavité à retournement temporel

L'approche qui est maintenant présentée ainsi que les calculs exposés sont inspirés d'un article introduisant la notion de cavité à retournement temporel.[166] A la différence de cet article, le milieu considéré dans ce qui suit ne comporte cependant pas d'inhomogénéités afin de simplifier les équations. En effet, le but ici est de comprendre quelles conditions sont suffisantes pour que le retournement temporel de mesures effectuées sur une surface permette de produire un champ de pression se focalisant au niveau de la position initiale de la source, et non pas d'analyser la propriété de filtre spatio-temporel adapté permettant de focaliser à travers un milieu hétérogène. La cible (source passive[h]) est ici remplacée par un point source d'expansion (source active[h]) entraînant ainsi que seules les deux dernières étapes du processus décrit précédemment (Fig. 5.2) sont à considérer. La première étape correspond désormais à l'étape d'enregistrement des ondes émises par le point source et la deuxième étape correspond à celle où le champ de pression enregistré est réémis par l'ensemble des capteurs dans une chronologie inversée, la source de la première étape étant alors retirée.

La cavité à retournement temporel est définie comme une surface continue entourant le point source. Il est supposé possible d'enregistrer en chaque point de cette surface le champ de pression ainsi que la projection sur la normale à la surface du gradient de pression. De plus, la cavité est

g. cf. définition p.109
h. cf. définition p.109

supposée ne pas perturber la propagation des ondes qui s'effectue alors dans un milieu considéré comme non borné. Lors de la seconde étape, chaque point de la surface est supposé capable de recréer, dans une chronologie inversée, le champ de pression et la composante normale du gradient de pression enregistrés lors de la première étape. De telles hypothèses sont irréalisables expérimentalement mais cette expérience abstraite de retournement temporel permet d'obtenir les limites théoriques de la focalisation par retournement temporel sans calcul complexe.

L'équation d'onde vérifiée par le champ de pression dans la première étape est la suivante :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p\left(\boldsymbol{r}, t\right) = -f\left(t\right)\delta\left(\boldsymbol{r}\right) , \tag{5.3}$$

où ∇^2 représente l'opérateur laplacien (en coordonnées sphériques ici). Le membre de droite de l'équation (5.3) représente la source acoustique ponctuelle localisée arbitrairement à l'origine du repère par l'intermédiaire du facteur $\delta\left(\boldsymbol{r}\right)$. La cavité à retournement temporel entoure donc l'origine du repère. La fonction f représente la variation temporelle de la source, fonction que l'on suppose causale et à support compact. Soit G_d et G_c les fonctions de Green associées respectivement à une onde sphérique divergente et une onde sphérique convergente générées par un point source d'expansion délivrant une impulsion temporelle à $t = 0$ et localisé en $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_s$. Ces deux fonctions vérifient l'équation (5.3) où le terme source $-f\left(t\right)\delta\left(\boldsymbol{r}\right)$ est remplacé par $-\delta\left(t\right)\delta\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s\right)$, la fonction de Dirac temporelle représentant l'impulsion :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) G_{d,c}\left(\boldsymbol{r}, t; \boldsymbol{r}_s, 0\right) = -\delta\left(t\right)\delta\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s\right) . \tag{5.4}$$

Dans un problème à géométrie tridimensionnelle comme celui qui nous intéresse ici, ces fonctions sont classiquement données par les expressions suivantes :

$$G_d\left(\boldsymbol{r}, t; \boldsymbol{r}_s, 0\right) = \frac{1}{4\pi\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s\right|}\delta\left(t - \frac{\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s\right|}{c}\right) , \tag{5.5a}$$

$$G_c\left(\boldsymbol{r}, t; \boldsymbol{r}_s, 0\right) = \frac{1}{4\pi\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s\right|}\delta\left(t + \frac{\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_s\right|}{c}\right) . \tag{5.5b}$$

La notation $(\boldsymbol{r}, t; \boldsymbol{r}_s, 0)$ fait apparaître à gauche du point-virgule les coordonnées relatives au point de mesure et à droite du point virgule les coordonnées relatives à la source. Afin d'alléger la notation, on peut sans risque d'ambiguité condenser l'écriture $(\boldsymbol{r}, t; \boldsymbol{r}_s, 0)$ sous la forme $(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_s, t)$.

Le champ de pression $p\left(\boldsymbol{r}, t\right)$ correspondant à l'onde divergente solution de l'équation (5.3) est donc finalement donné par :

$$p\left(\boldsymbol{r}, t\right) = G_d\left(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{0}, t\right) \underset{t}{*} f(t) = \frac{1}{4\pi\left|\boldsymbol{r}\right|} f\left(t - \frac{\left|\boldsymbol{r}\right|}{c}\right) , \tag{5.6}$$

où $\underset{t}{*}$ est l'opérateur temporel de convolution.

Notons que les fonctions de Green sont homogènes à l'inverse d'une longueur car elles correspondent à une pression par unité de gradient de pression et unité de surface. Les fonctions de Green ainsi définies [Eq. (5.5)] permettent donc de relier une pression au produit d'une projection normale du gradient de pression par une surface, homogène à la divergence d'une force. Soit $\mathcal{S}$ la surface sur laquelle les mesures sont effectuées. ($\mathcal{S}$ représente donc les limites de la cavité

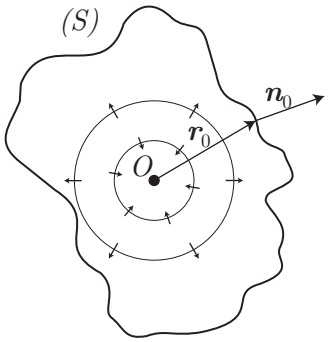


Fig. 5.3 – Schéma de principe de la cavité à retournement temporel.

à retournement temporel.) On note $\boldsymbol{r}_0$ les vecteurs positions relatifs aux points appartenant à $\mathcal{S}$ (Fig. 5.3). La mesure est effectuée durant un temps T sur cette surface. Pour des raisons de causalité, la transformation correspondant au renversement du temps est donc $t \to T - t$. Dans la deuxième étape, chaque point de la surface joue le rôle d'une source en imposant localement sur cette surface la pression et la composante normale du gradient de pression comme suit :

$$p_{|\mathcal{S}}(t) = p(\boldsymbol{r}_0, T-t)\ , \tag{5.7a}$$

$$\nabla p_{|\mathcal{S}}(t) \cdot \boldsymbol{n}_0 = \nabla p(\boldsymbol{r}_0, T-t) \cdot \boldsymbol{n}_0\,, \tag{5.7b}$$

où $\boldsymbol{n}_0$ est le vecteur sortant normal à $\mathcal{S}$ au point de coordonnées $\boldsymbol{r}_0$ (Fig. 5.3) et $p_{|\mathcal{S}}$ correspond à la pression sur la surface $\mathcal{S}$ imposée dans cette deuxième étape comme le retourné temporel de la pression mesurée p.

Le principe de Huygens, ou plutôt la formulation mathématique de ce principe traduite par la formule de Kirchhoff, est maintenant utilisée pour calculer l'expression en tout point du volume $\mathcal{V}$ intérieur à $\mathcal{S}$ du champ de pression généré par l'ensemble des sources distribuées sur $\mathcal{S}$. Les expressions de ces sources sur $\mathcal{S}$ sont données par les équations (5.7). Le principe du retournement temporel nous assure alors que le champ de pression synthétisé par la cavité à retournement temporel (c'est-à-dire calculé par la formule de Kirchhoff) lors de cette seconde étape va se propager vers la position initiale de la source. La formule de Kirchhoff, qui permet d'exprimer le champ de pression retourné temporellement p^{ret}, s'exprime sous la forme d'une intégrale de surface :

$$p^{\text{ret}}(\boldsymbol{r}, t) = \iint_{\mathcal{S}} \left[\nabla p_{|\mathcal{S}}(t) \cdot \boldsymbol{n}_0 \underset{t}{*} G_d(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0, t) - p_{|\mathcal{S}}(t) \underset{t}{*} \nabla G_d(\boldsymbol{r}_0, t) \cdot \boldsymbol{n}_0\right] \mathrm{d}S(\boldsymbol{r}_0)\ . \tag{5.8}$$

On remarque que la pression dans le volume et la projection normale du gradient de pression sur la surface sont reliées par la fonction de Green comme sa définition le laissait présager. De manière symétrique, la projection normale du gradient de la fonction de Green, homogène à l'inverse d'une surface, relie la pression sur la surface à la pression dans le volume.

En repartant de cette expression, en remplaçant $p_{|\mathcal{S}}$ et $\nabla p_{|\mathcal{S}}$ à l'aide des équations (5.7), et en appliquant le théorème de Green-Ostrogradski pour changer l'intégrale de surface en une

intégrale de volume sur $\mathcal{V}$, l'équation (5.8) s'écrit sous la forme :

$$p^{\text{ret}}(\boldsymbol{r},t) = \iiint_{\mathcal{V}} \left[\nabla^2 p(\boldsymbol{r}_0, T-t) \underset{t}{*} G_d(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0,t) - p(\boldsymbol{r}_0,T-t) \underset{t}{*} \nabla^2 G_d(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0,t)\right] \mathrm{d}V(\boldsymbol{r}_0) \ . \quad (5.9)$$

Les équations (5.3) et (5.4) vérifiées respectivement par p et G_d permettent d'expliciter les laplaciens de ces fonctions comme suit :

$$\nabla^2 p(\boldsymbol{r}_0, T-t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(\boldsymbol{r}_0, T-t) - f(T-t)\,\delta(\boldsymbol{r}_0) \ , \quad (5.10a)$$

$$\nabla^2 G_d(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0,t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 G_d}{\partial t^2}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_0,t) - \delta(t)\,\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0) \ . \quad (5.10b)$$

En utilisant les équations (5.10) dans l'équation (5.9) et les propriétés de la fonction δ pour simplifier l'intégration, l'expression du champ de pression généré par la cavité à retournement temporel est :

$$p^{\text{ret}}(\boldsymbol{r},t) = -f(T-t) \underset{t}{*} G_d(\boldsymbol{r},\boldsymbol{0},t) + p(\boldsymbol{r},T-t) \ . \quad (5.11)$$

On remarque que les opérations de convolution et de dérivation étant commutatives, les termes en $\partial^2/\partial t^2$ se compensent. D'après l'équation (5.6), le retourné temporel de la pression est donné par :

$$p(\boldsymbol{r},T-t) = \frac{1}{4\pi|\boldsymbol{r}|} f\left(T-t-\frac{|\boldsymbol{r}|}{c}\right) \ . \quad (5.12)$$

D'après l'expression de la fonction de Green convergente [Eq. (5.5b)], l'équation (5.12) peut également s'écrire :

$$p(\boldsymbol{r},T-t) = \frac{1}{4\pi|\boldsymbol{r}|} G_c(\boldsymbol{r},\boldsymbol{0},t) \underset{t}{*} f(T-t) \ , \quad (5.13)$$

ce qui conduit finalement à l'expression du champ de pression suivante :

$$p^{\text{ret}}(\boldsymbol{r},t) = f(T-t) \underset{t}{*} K(\boldsymbol{r},t) \ , \quad (5.14)$$

où K est défini par :

$$K(\boldsymbol{r},t) = G_c(\boldsymbol{r},\boldsymbol{0},t) - G_d(\boldsymbol{r},\boldsymbol{0},t) \ . \quad (5.15)$$

D'après l'expression de K, le champ de pression p^{ret} est composé de la différence de deux ondes sphériques, une divergente depuis l'origine et l'autre convergente vers l'origine (Fig. 5.3). La présence simultanée de ces deux ondes dans le milieu est à l'origine de la limite de diffraction.

En effet, la transformée de Fourier temporelle de l'équation (5.14) conduit à l'expression suivante, où « * » dénote l'opération de conjugaison d'un nombre complexe :

$$\tilde{p}_{rt}(\boldsymbol{r},\omega) = \tilde{K}(\boldsymbol{r},\omega)\,\tilde{f}^\star(\omega)\,e^{j\omega T} \ . \quad (5.16)$$

La transformée de Fourier de l'équation (5.15) fournit :

$$\tilde{K}(\boldsymbol{r},\omega) = \frac{1}{j\lambda} j_0(k|\boldsymbol{r}|) \ , \quad (5.17)$$

où λ et k sont respectivement la longueur d'onde et le nombre d'onde, liés à la pulsation par la relation de dispersion $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$. La fonction j_0 est la première fonction de Bessel sphérique, autrement nommée la fonction sinus cardinal. Dans le domaine fréquentiel, il apparaît

ainsi que la focalisation sur un point source n'est pas réalisable. La focalisation forme nécessairement une tache dont la dimension est dictée par la largeur du lobe central de la fonction j_0, généralement approchée par la demi-longueur d'onde. On retrouve la limite de résolution classique d'un système d'imagerie optique.

Au-delà de la démonstration de la limite de diffraction, cette étude de la cavité à retournement temporel permet de conclure sur plusieurs points. Premièrement, la transformée de Fourier temporelle de l'équation (5.7a) qui traduit l'opération de retournement temporel sur la surface $\mathcal{S}$ de la cavité à retournement temporel donne :

$$\tilde{p}_{|\mathcal{S}}\left(\boldsymbol{r}_0,\omega\right)=\tilde{p}^{\star}\left(\boldsymbol{r}_0,\omega\right)e^{j\omega T}\,, \tag{5.18}$$

où $\tilde{p}^{\star}\left(\boldsymbol{r}_0,\omega\right)$ est le conjugué de la composante spectrale à la pulsation ω du champ de pression enregistré. Cela permet de mettre en évidence la relation entre la conjugaison de phase et le retournement temporel qui, tous deux, représentent exactement la même opération lorsque la source est monochromatique.

Deuxièmement, la cavité à retournement temporel a été introduite comme l'extension d'un TRM. Dans un milieu homogène, la cavité est le cas parfait où toutes les ondes propagatives peuvent être mesurées, quelle que soit leur direction de propagation. Les solutions permettant d'améliorer la focalisation, exposées dans la section 5.2.1 (p. 124), peuvent être vues comme des moyens de faire tendre un TRM vers le cas « parfait » de la cavité. En effet, autant le guide d'onde que le milieu fortement diffuseur permet de rediriger vers le TRM des ondes qui n'auraient pu être détectées par celui-ci dans un milieu homogène.

Finalement, pour résoudre analytiquement l'étape de synthèse du champ de pression retourné temporellement, l'utilisation du théorème de Kirchhoff, formulation intégrale du champ de pression à partir de ses valeurs sur une surface, a été nécessaire. L'opération de retournement temporel réalisée par un TRM peut ainsi être appréhendée à l'aide des principes de Huygens et du retournement temporel, comme souligné lors de la présentation de ces deux principes (§ 5.1).

Le cas de la focalisation d'un champ de pression, et plus généralement d'une onde dont la propagation est régie par une équation scalaire, semble ainsi bien compris tant théoriquement qu'expérimentalement. Les formules mises en place par Kirchhoff et Volterra apparaissent comme des solutions possibles pour l'imagerie et ont la qualité d'avoir un sens physique explicite mais sont limitées au cas d'un champ scalaire. Dans la section suivante, nous allons maintenant nous rapprocher du problème qui nous intéresse : l'imagerie dans un milieu solide. Le champ n'est généralement plus scalaire mais vectoriel. Cependant les explications données jusqu'ici vont permettre notamment de mieux appréhender les complications soulevées par l'aspect vectoriel.

5.3 Concepts nécessaires pour l'imagerie par retournement temporel en milieu solide

A partir de l'analyse menée dans la section précédente en milieu fluide, nous proposons dans cette section d'étendre les concepts présentés jusqu'ici au cas d'un milieu solide. Afin de répondre à la question de savoir comment effectuer l'image d'une source en milieu solide et de traiter le cas

de la différence entre les problèmes à géométrie bidimensionnelle et tridimensionnelle, l'approche développée en séismologie et introduisant une généralisation des formules de Kirchhoff et de Volterra est exposée. Les formules et les raisonnements de cette section sont inspirés des livres de Aki et Richards[46] d'une part, et de Achenbach[45] d'autre part.

Dans un milieu solide isotrope, en dehors du cas particulier des ondes de cisaillement de polarisation transverse horizontale dont la propagation est régie par une équation scalaire et le cas particulier de la propagation des ondes de compression qui peut être décrite, en utilisant un potentiel, par une équation scalaire,[82] la propagation des autres types d'ondes existants dans un tel milieu est généralement gouvernée par une équation vectorielle. Le problème à traiter comporte donc par essence plus d'inconnues qu'en milieu fluide, ce qui nécessite une généralisation des concepts et formules énoncés jusqu'ici.

Des expériences de focalisation par TRM en milieu solide sont rapportées dans la littérature et, de par leurs bons résultats, illustrent la possibilité de cette généralisation. Ces travaux ont cependant fait apparaître des artefacts lors de la focalisation liés notamment aux faits qu'une seule des composantes du champ de déplacement est mesurée par le TRM alors que le champ est désormais vectoriel. Comme on le faisait remarquer dans les sections précédentes, plus la mesure réalisée contient d'information sur le champ acoustique du problème direct, plus le champ synthétisé par le TRM est fidèle à l'inverse temporel de ce champ. Il est difficile de maîtriser, avec un simple transducteur, la mesure et la génération des différentes polarisations d'un champ acoustique simultanément. Malgré ce fait, il apparaît que cela fonctionne bien. On trouve effectivement dans la littérature la démonstration expérimentale de la focalisation, par une technique de retournement temporel utilisant un TRM, de l'onde de Rayleigh[127] ou encore d'un mode de Lamb.[128] La focalisation d'ondes de volume générées par laser dans une plaque solide immergée a également été réalisée à l'aide d'un TRM détectant, dans l'eau, la signature des déplacements causés par les ondes de volume d'une des surfaces de la plaque.[129] Les artefacts existent mais sont relativement limités et détériorent peu la focalisation.

Plus récemment, par un modèle basé sur le principe des expériences de focalisation par TRM, une étude en séismologie a permis l'imagerie de la source acoustique du grand tremblement de terre de Sumatra.[136] Le principe a été de se servir de l'ensemble du réseau des stations de relevés sismiques comme d'un grand miroir à retournement temporel dont l'étape de synthèse du champ retourné est effectuée numériquement. Un modèle global du globe terrestre a pour cela été utilisé et les déplacements mesurés au niveau de chacune des stations ont été réémis comme des forces d'excitation dans le modèle. Bien que la méthode énoncée ci-dessus ait donné de bons résultats, le fait qu'une mesure de déplacement soit imposée comme une force excitatrice lors de la rétropropagation ne paraît pas évident de prime abord. En effet, au même titre que dans le cas scalaire avec les formules de Kirchhoff ou de Volterra, on peut se demander quelle formule analytique traduit le procédé de rétropropagation par retournement temporel pour un champ vectoriel, dont on ne mesure, de plus, qu'une seule composante. Une courte note,[137] publiée quelque temps après par un des auteurs de l'article sur Sumatra, met en parallèle les techniques d'inversion classiques en séismologie pour reconstruire le tenseur des moments d'une source sismique et la technique de retournement temporel. Sous l'hypothèse, souvent faite en

géophysique[i], que le produit du tenseur de Green par son conjugué transposé est proportionnel à la matrice identité, cet article montre que l'application du retournement temporel comme précédemment décrit permet effectivement d'obtenir l'image de la source. Il s'agit d'une approximation habituelle en géophysique. La question se pose de savoir si elle est toujours valide dans le cas qui nous intéresse. La réponse à cette interrogation, qui rejoint le questionnement sur le rôle du champ de déplacement mesuré dans l'algorithme d'imagerie optoacoustique, est nécessaire à la suite de ce manuscrit et sera donnée au début du chapitre suivant.

Toujours en séismologie, on trouve un théorème qui peut être vu comme une généralisation au cas d'un milieu solide des formules de Kirchhoff pour les ondes sphériques[46] ou de Volterra pour les ondes cylindriques [45, p. 110] : le théorème de représentation. En effet, pour le cas des ondes sphériques par exemple, dans un volume $\mathcal{V}$ de l'espace, ce théorème permet de relier le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$, en un point donné $\boldsymbol{x}$ de ce volume et à un instant donné t, aux forces volumiques $\boldsymbol{f}$ agissant sur $\mathcal{V}$. A ces forces s'ajoute la contribution du vecteur contrainte normal $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{n})$ à la surface $\mathcal{S}$ de $\mathcal{V}$ de normale $\boldsymbol{n}$, et la contribution du déplacement $\boldsymbol{u}$ lui-même sur $\mathcal{S}$. Le déplacement selon la direction $\boldsymbol{x}_n$, où $n = \{1, 2, 3\}$, est donné par[45] :

$$\begin{aligned} u_n(\boldsymbol{x}, t) = &\int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{\mathcal{V}} f_i(\boldsymbol{\xi}, \tau)\, G_{ni}(\boldsymbol{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}, 0)\, \mathrm{d}V(\boldsymbol{\xi})\, \mathrm{d}\tau \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \iint_{\mathcal{S}} \Big\{ G_{ni}(\boldsymbol{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}, 0)\, \Sigma_i[\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi}, \tau), \boldsymbol{n}] \\ &\quad - u_i(\boldsymbol{\xi}, \tau)\, c_{ijkl} n_j \frac{\partial}{\partial \xi_l} G_{nk}(\boldsymbol{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}, 0) \Big\} \mathrm{d}S(\boldsymbol{\xi})\, \mathrm{d}\tau\,, \end{aligned} \tag{5.19}$$

où la convention de sommation d'Einstein est utilisée pour alléger l'expression. Dans la formule (5.19), c_{ijkl} est une composante du tenseur d'élasticité $\underline{\underline{C}}$ de rang 4. La fonction $G_{ij}(\boldsymbol{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}, 0)$ est la composante du tenseur de Green de rang 2 représentant le déplacement suivant la direction $\boldsymbol{x}_i$ au point de coordonnées $\boldsymbol{x}$ et au temps $t-\tau$ causé par une force ponctuelle impulsionnelle dans la direction $\boldsymbol{x}_j$ à l'instant initial au point de coordonnées $\boldsymbol{\xi}$. Le tenseur de Green est l'extension aux milieux solides de la fonction de Green présentée dans la section précédente dans le cas d'un milieu fluide. On remarque alors la similitude entre le théorème de représentation [Eq. (5.19)] et la formule de Kirchhoff [Eq. (5.8)]. Le déplacement sur la surface de mesure joue maintenant le rôle de la pression et la projection normale du gradient de pression apparaissant dans la formule de Kirchhoff est désormais remplacée par le vecteur contrainte normal à la surface. Ce résultat sera utilisé dans la suite.

D'après l'équation (5.19), il apparaît que dans le cas où il n'y a pas de forces volumiques $\boldsymbol{f}$ dans $\mathcal{V}$, le déplacement dans ce volume est entièrement défini par l'état de contrainte sur la surface du volume et la valeur du déplacement lui-même sur cette surface. Comme dans le cas de la cavité à retournement temporel en milieu fluide, où l'équation de Kirchhoff est utilisée pour calculer le champ de pression synthétisé et permet d'imager la source acoustique initiale, l'équation (5.19) apparaît comme une possibilité pour effectuer de l'imagerie. Afin d'étudier le lien entre les formulations du théorème de représentation pour les ondes sphériques (problème à

i. Voir par exemple l'article de Tarantola.[175]

géométrie tridimensionnelle) et cylindriques (problème à géométrie bidimensionnelle) en milieu solide, la discussion est maintenant limitée, dans un soucis de simplicité, au cas d'un solide homogène isotrope non borné. De plus, l'opérateur vectoriel $\boldsymbol{\Sigma}(\cdot,\cdot)$ est introduit afin de simplifier l'analyse de ce lien. La composante $\Sigma_i(\boldsymbol{a},\boldsymbol{n})$, où $\boldsymbol{a}$ est un vecteur dépendant de la position et du temps et $\boldsymbol{n}$ la normale unitaire sortante de $\mathcal{S}$, est définie par :

$$\Sigma_i(\boldsymbol{a},\boldsymbol{n}) = c_{ijkl}\frac{\partial a_k}{\partial x_l}n_j\,, \tag{5.20}$$

où la convention de sommation d'Einstein est encore utilisée pour alléger l'expression (sommation sur les indices j, k et l). Commençons par expliciter le cas tridimensionnel avec ce formalisme et l'hypothèse faite sur le milieu.

5.3.1 Formulation du théorème de représentation dans le cas d'un problème à géométrie tridimensionnelle

Le volume $\mathcal{V}$ est considéré être une boule $\mathcal{B}$ de l'espace dans lequel le champ de déplacement est recherché et $\mathcal{S}$ décrit ainsi la surface sphérique de cette boule. Il est supposé qu'aucune force volumique ne s'applique sur $\mathcal{B}$. Sous cette hypothèse, le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$ dans le volume est entièrement défini par l'état de contrainte sur la surface $\mathcal{S}$ et par la valeur du déplacement lui-même sur cette surface. On remarque que le vecteur contrainte normal à la surface $\mathcal{S}$ au point de coordonnées $\boldsymbol{\xi}$ et au temps t est donné par $\boldsymbol{\Sigma}[\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi},t),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})]$. Par la suite, la notation $\boldsymbol{\xi}$ désigne les coordonnées des points appartenant à la surface sphérique $\mathcal{S}$.

En utilisant l'opérateur qui vient d'être défini [Eq. (5.20)] ainsi que la convolution par rapport au temps « $\underset{t}{*}$ », la formulation du théorème de représentation dans le cas tridimensionnel[46] [Eq. (5.19)] permet d'exprimer la composante u_p du champ de déplacement selon $\boldsymbol{x}_p$, avec $p=\{1,2,3\}$, en un point intérieur à $\mathcal{B}$ de coordonnées $\boldsymbol{x}$ et au temps t :

$$\begin{aligned} u_p(\boldsymbol{x},t) = \iint_{\mathcal{S}} \Big\{ & G^{\mathrm{3D}}_{pi}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0) \underset{t}{*} \Sigma_i[\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi},t),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})] \\ & - u_i(\boldsymbol{\xi},t) \underset{t}{*} \Sigma_i\left[\boldsymbol{G}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right] \Big\} \mathrm{d}S(\boldsymbol{\xi})\,, \end{aligned} \tag{5.21}$$

où la convention de sommation d'Einstein est à nouveau utilisée (sommation sur l'indice i).

Le tenseur de Green de rang 2 associé à ce problème à géométrie tridimensionnelle est noté $\underline{G}^{\mathrm{3D}}$. Le vecteur $\boldsymbol{G}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0)$, apparaissant dans (5.21), est constitué de la p-ième ligne de $\underline{G}^{\mathrm{3D}}$. Dans l'équation (5.21), la quantité $G^{\mathrm{3D}}_{pi}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0)$ est la composante de $\underline{G}^{\mathrm{3D}}$ représentant le déplacement par unité de force suivant la direction $\boldsymbol{x}_p$ au point de coordonnées $\boldsymbol{x}$ et au temps t, causé par une force ponctuelle, impulsionnelle et unitaire dans la direction $\boldsymbol{x}_i$ à l'instant initial au point de coordonnées $\boldsymbol{\xi}$. La quantité $\Sigma_i\left[\boldsymbol{G}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right]$ représente quant à elle la composante selon $\boldsymbol{x}_i$ du vecteur contrainte normal à la surface $\mathcal{S}$ de normale $\boldsymbol{n}$ au point de coordonnées $\boldsymbol{\xi}$ causé par le champ de déplacement par unité de force $\boldsymbol{G}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0)$. Par définition, $\Sigma_i\left[\boldsymbol{G}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right]$ est donc homogène à une contrainte par unité de force, c'est-à-dire à l'inverse d'une surface. L'intégration sur $\mathcal{S}$ du second produit de convolution de l'équation (5.21) est donc bien homogène à un déplacement.

La transformée de Fourier temporelle de l'équation (5.21) permet d'exprimer plus simplement les quantités associées au tenseur de Green :

$$\tilde{u}_p(\boldsymbol{x},\omega) = \iint_{\mathcal{S}} \Big\{ \tilde{G}^{\mathrm{3D}}_{pi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega)\, \Sigma_i\left[\tilde{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\xi},\omega), \boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right] - \tilde{u}_i(\boldsymbol{\xi},\omega)\, \Sigma_i\left[\tilde{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega), \boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right] \Big\} \mathrm{d}S(\boldsymbol{\xi}) , \tag{5.22}$$

où $\tilde{G}^{\mathrm{3D}}_{pi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega)$ est donné dans un milieu homogène isotrope par[35] :

$$\tilde{G}^{\mathrm{3D}}_{pi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega) = \frac{1}{C_{66}k_T^2}\left[G^{\mathrm{3D}}_H(k_T R) - G^{\mathrm{3D}}_H(k_L R)\right]_{,ip} + \frac{1}{C_{66}} G^{\mathrm{3D}}_H(k_T R)\,\delta_{ip} , \tag{5.23}$$

et où la contrainte par unité de force $\Sigma_i\left[\tilde{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega), \boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right]$ est donnée par :

$$\Sigma_i\left[\tilde{\boldsymbol{G}}^{\mathrm{3D}}_{p\bullet}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega), \boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right] = \sum_{q=1}^{3}\Bigg\{ \left(1 - 2\frac{c_T^2}{c_L^2}\right)\left[G^{\mathrm{3D}}_H(k_L R)\right]_{,i}\delta_{pq} - \frac{2}{k_T^2}\left[G^{\mathrm{3D}}_H(k_L R) - G^{\mathrm{3D}}_H(k_T R)\right]_{,iqp} + \left[G^{\mathrm{3D}}_H(k_T R)\right]_{,q}\delta_{pi} + \left[G^{\mathrm{3D}}_H(k_T R)\right]_{,p}\delta_{iq}\Bigg\} n_q . \tag{5.24}$$

Dans les équations (5.23) et (5.24), k_T et c_T correspondent respectivement au nombre d'onde et à la célérité des ondes de cisaillement, k_L et c_L correspondent, quant à eux, respectivement au nombre d'onde et à la célérité des ondes de compression. La dérivation partielle par rapport à la variable x_i est indiquée par « $_{,i}$ » et le symbole δ_{pq} représente le symbole de Kronecker. La fonction G^{3D}_H a été introduite dans le but de simplifier l'écriture des expressions précédentes :

$$G^{\mathrm{3D}}_H(k_\gamma R) = \frac{e^{-jk_\gamma R}}{4\pi R} , \tag{5.25}$$

avec $\gamma = \{L, T\}$ et $R = ||\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}||$. Cette fonction correspond à la fonction de Green de l'opérateur de Helmholtz en milieu infini dans un problème à géométrie tridimensionnelle. La fonction G^{3D}_H est associée à la propagation d'une onde sphérique et vérifie l'équation suivante[79] :

$$\left(\nabla^2 + k_\gamma^2\right) G^{\mathrm{3D}}_H = -\delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}) , \tag{5.26}$$

où $\delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi})$ est la fonction de Dirac tridimensionnelle et $\left(\nabla^2 + k_\gamma^2\right)$ est l'opérateur de Helmholtz.

En considérant qu'il est possible de connaître l'état de contrainte et le champ de déplacement sur la surface $\mathcal{S}$ de $\mathcal{B}$, les équations (5.21)–(5.25) permettent ainsi le calcul du champ de déplacement en un point de coordonnée $\boldsymbol{x}$ à l'intérieur de $\mathcal{B}$ et au temps t, sous l'hypothèse d'un milieu homogène et isotrope et pour un problème tridimensionnel. Dans le but d'établir le lien entre les formulations du théorème de représentation pour un problème à géométrie bi- ou tridimensionnelle, considérons maintenant le cas du problème à géométrie bidimensionnelle.

5.3.2 Formulation du théorème de représentation dans le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle

Pour être cohérent avec la première partie (Chaps. 2 et 3), le problème bidimensionnel est caractérisé par une invariance selon la direction $\boldsymbol{x}_3$. Soit un disque $\mathcal{D}$ de normale $\boldsymbol{x}_3$, à

l'intérieur duquel le champ de déplacement est recherché, et $\mathcal{C}$ le contour circulaire de ce disque. Il est supposé qu'aucune force volumique ne s'applique sur $\mathcal{D}$. Sous cette hypothèse, le vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$ dans le disque est entièrement défini par l'état de contrainte sur le cercle $\mathcal{C}$ et par la valeur du déplacement lui-même sur ce cercle. Le théorème de représentation dans le cas bidimensionnel, généralisation de la formule de Volterra, s'énonce alors comme dans le cas tridimensionnel grâce au formalisme choisi, à ceci près que l'intégrale porte maintenant sur un contour plutôt que sur une surface :

$$u_p(\boldsymbol{x},t) = \int_{\mathcal{C}} \Big\{ G_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0) \underset{t}{*} \Sigma_i\left[\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi},t),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right] - u_i(\boldsymbol{\xi},t) \underset{t}{*} \Sigma_i\left[\boldsymbol{G}_{p\bullet}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right] \Big\} \mathrm{d}C(\boldsymbol{\xi}) \,, \tag{5.27}$$

où l'opérateur $\boldsymbol{\Sigma}(\cdot,\cdot)$ est défini par l'équation (5.20) avec la condition supplémentaire $\partial/\partial x_3 = 0$ et la composante selon $\boldsymbol{x}_3$ de $\boldsymbol{n}$ qui vérifie nécessairement $n_3 = 0$.

Dans l'équation (5.27), les quantités $G_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0)$ et $\Sigma_i\left[\boldsymbol{G}_{p\bullet}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right]$ n'ont pas les mêmes significations ni les mêmes définitions que pour le cas tridimensionnel [Eq. (5.21)]. Le chemin d'intégration étant un contour, $G_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0)$ représente le déplacement par unité de force linéique suivant la direction $\boldsymbol{x}_p$ au point de coordonnées $\boldsymbol{x}$ et au temps t causé par une force linéique, impulsionnelle et unitaire dans la direction $\boldsymbol{x}_i$ à l'instant initial au point de coordonnées $\boldsymbol{\xi}$. $\Sigma_i\left[\boldsymbol{G}_{p\bullet}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right]$ représente la composante selon $\boldsymbol{x}_i$ du vecteur contrainte au point de coordonnées $\boldsymbol{\xi}$ au niveau du contour $\mathcal{C}$ de normale $\boldsymbol{n}$ causé par le champ de déplacement par unité de force linéique $\boldsymbol{G}_{p\bullet}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0)$. $\Sigma_i\left[\boldsymbol{G}_{p\bullet}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},t;\boldsymbol{\xi},0),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right]$ est donc homogène à l'inverse d'une longueur, ce qui assure l'homogénéité de l'équation (5.27).

Pour définir G_{pi}^{2D} et $\Sigma_i\left(\boldsymbol{G}_{p\bullet}^{\text{2D}},\boldsymbol{n}\right)$, il est là aussi plus aisé de se placer dans l'espace de Fourier associé au domaine temporel. Dans un milieu homogène isotrope, l'expression de $\tilde{G}_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega)$ est alors[35] :

$$\tilde{G}_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega) = \frac{1}{C_{66}k_T^2}\left[G_H^{\text{2D}}(k_T r) - G_H^{\text{2D}}(k_L r)\right]_{,ip} + \frac{1}{C_{66}} G_H^{\text{2D}}(k_T r)\,\delta_{ip}\,, \tag{5.28}$$

où $r = \sqrt{(x_1^2-\xi_1^2)+(x_2^2-\xi_2^2)}$ et G_H^{2D} est la fonction de Green de l'opérateur de Helmoltz pour un problème à géométrie bidimensionnelle. La contrainte par unité de force linéique $\Sigma_i\left[\tilde{\boldsymbol{G}}_{p\bullet}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right]$ est donnée par :

$$\Sigma_i\left[\tilde{\boldsymbol{G}}_{p\bullet}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},\omega),\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\right] = \sum_{q=1}^{2}\Big\{ \left(1-2\frac{c_T^2}{c_L^2}\right)\left[G_H^{\text{2D}}(k_L r)\right]_{,i}\delta_{pq} - \frac{2}{k_T^2}\left[G_H^{\text{2D}}(k_L r) - G_H^{\text{2D}}(k_T r)\right]_{,iqp} + \left[G_H^{\text{2D}}(k_T r)\right]_{,q}\delta_{pi} + \left[G_H^{\text{2D}}(k_T r)\right]_{,p}\delta_{iq}\Big\} n_q \,. \tag{5.29}$$

Le théorème de représentation dans les cas des problèmes à géométrie bi- ou tridimensionnelle étant formulé, avec le même formalisme qui plus est, une analyse de la relation existant entre ces formulations est maintenant proposée.

5.3.3 Lien entre les formulations du théorème de représentation pour un problème à géométrie bidimensionnelle ou tridimensionnelle

Modulo l'intégration qui porte dans un cas sur une surface et dans l'autre sur un contour, les formulations du théorème de représentation pour les ondes sphériques [Eq. (5.21)] et cylindriques [Eq. (5.27)] ont des expressions semblables et le lien entre les deux est maintenant exposé. En décomposant la source linéique de direction $\boldsymbol{x}_3$ et située en (ξ_1, ξ_2) en une somme de sources ponctuelles, la relation entre $\tilde{G}_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \omega)$ et $\tilde{G}_{pi}^{\text{3D}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \omega)$ est la suivante[35] :

$$\tilde{G}_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{pi}^{\text{3D}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \omega)\, \mathrm{d}\xi_3 \,. \tag{5.30}$$

Les dérivations apparaissant dans l'expression de $\tilde{G}_{pi}^{\text{3D}}$ [Eq. (5.23)] portent sur les variables x_i, ce qui permet d'intervertir dérivation et intégration par rapport à ξ_3 afin d'expliciter la fonction $\tilde{G}_{pi}^{\text{2D}}$ à partir de l'équation (5.30). On note alors I_γ l'intégrale suivante apparaissant dans le calcul de $\tilde{G}_{pi}^{\text{2D}}$, où il est rappelé que $\gamma = \{L, T\}$:

$$I_\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} G_H^{\text{3D}}(k_\gamma R)\, \mathrm{d}\xi_3 \,, \tag{5.31}$$

où $G_H^{\text{3D}}(k_\gamma R)$ est défini par (5.25). En remarquant que $R^2 = r^2 + \left(x_3^2 - \xi_3^2\right)^2$, d'après les expressions de R et de r, et en effectuant le changement de variable $s = x_3 - \xi_3$, l'intégrale I_γ devient :

$$I_\gamma = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-jk_\gamma\sqrt{r^2+s^2}}}{\sqrt{r^2+s^2}}\, \mathrm{d}s \,. \tag{5.32}$$

On reconnaît alors dans (5.32) l'expression de $H_0^{(2)}$, la fonction de Hankel du deuxième type d'ordre 0[72] :

$$I_\gamma = \frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_\gamma r) \,. \tag{5.33}$$

De plus, l'équation (5.30) s'écrit en fonction de l'intégrale I_γ comme suit :

$$\tilde{G}_{pi}^{\text{2D}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}, \omega) = \frac{1}{C_{66} k_T^2} \left[I_T - I_L\right]_{,ip} + \frac{1}{C_{66}} I_T \delta_{ip} \tag{5.34}$$

Par comparaison des équations (5.28) et (5.34), on retrouve alors que la fonction de Green de l'opérateur de Helmholtz pour un problème à géométrie bidimensionnelle est :

$$G_H^{\text{2D}}(k_\gamma r) = I_\gamma = \frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_\gamma r) \,. \tag{5.35}$$

Il apparaît donc que la différence entre les équations (5.23) et (5.28) d'une part, et les équations (5.24) et (5.29) d'autre part, réside uniquement dans l'expression de la fonction de Green de l'opérateur de Helmholtz suivant la dimension du problème, la fonction G_H^{2D} dans le cas bidimensionnel se déduisant de G_H^{3D}, celle dans le cas tridimensionnel, par une simple intégration. On voit ainsi que les formulations du théorème de représentation dans les cas bidimensionnel et tridimensionnel sont très similaires dès lors que la fonction de Green de l'opérateur de Helmholtz est définie en corrélation avec la dimension du problème : $jH_0^{(2)}(k_\gamma r)/4$ qui traduit le comportement d'une onde cylindrique (cas 2D), ou $\exp(-jk_\gamma R)/4\pi R$ qui traduit celui d'une onde sphérique (cas 3D).

Dans le cas d'un milieu solide infini pour lequel il serait possible de mesurer, sans les modifier, les champs de contrainte et de déplacement sur une surface (respectivement un contour) entourant une source ponctuelle (respectivement linéique), les formules (5.21)–(5.25) [respectivement (5.27)–(5.35)] serviraient alors à la simulation, après une opération de retournement temporel, de la rétropropagation des ondes vers la position initiale de la source, permettant ainsi de réaliser l'image de la source. La notion de cavité à retournement temporel est donc étendue ici au cas d'un milieu solide aussi bien pour un problème à géométrie tridimensionnelle que bidimensionnelle.

Le problème de ces formulations est qu'elles nécessitent la mesure de l'ensemble des composantes du vecteur déplacement ou[j] du vecteur contrainte. Il est également théoriquement nécessaire de connaître les composantes du tenseur de Green, dont les expressions peuvent être complexes dans le cas d'un milieu borné ou d'une géométrie plus complexe qu'une plaque. Ces deux nécessités peuvent être compliquées à satisfaire. Dans le but d'imager une source acoustique dans un milieu solide, nous allons ainsi présenter une méthode qui s'inspire de l'ensemble des remarques faites jusqu'ici et qui compose avec les difficultés mentionnées.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, les expériences de focalisation utilisant un miroir à retournement temporel ont été exposées, permettant ainsi d'appréhender et de se familiariser avec le concept de retournement temporel. L'expérience de pensée de Stokes aussi bien que la notion de cavité à retournement temporel ont permis de mieux comprendre les expériences de retournement temporel. La mise en équation de l'expérience abstraite de focalisation dans une cavité à retournement temporel a permis d'illustrer la relation sous-jacente entre les expériences de retournement temporel et le principe de Huygens. Ces analyses ont également permis de voir que, malgré la mesure partielle du champ acoustique lors d'expérience utilisant un TRM, une bonne focalisation est possible.

La relation entre les techniques d'imagerie et les techniques de focalisation a également été abordée à travers l'étude du principe de Huygens. Après l'avoir énoncé, on a notamment remarqué que ce principe était valable dans le cas des ondes sphériques aussi bien que dans le cas des ondes cylindriques, bien que la formulation mathématique du principe dans ces deux cas diffère. Enfin, dans le cas de l'imagerie en milieu solide, une formulation mathématique équivalente à celle du cas scalaire a été proposée. Il s'agit du théorème de représentation utilisé en séismologie. Au regard de la formulation mathématique de ce théorème, il apparaît deux nécessités difficiles à réaliser : la mesure de l'ensemble des composantes du champ vectoriel considéré et le calcul, parfois complexe, des composantes du tenseur de Green.

L'étude du cas scalaire menée dans ce chapitre et la similitude démontrée avec le cas vectoriel dans la dernière section sont maintenant mises à profit dans les chapitres suivants pour proposer

j. Comme dans le cas de la pression et d'après la discussion sur les conditions aux limites du chapitre 2 (p. 56), imposer à la fois le déplacement et les contraintes sur la surface du domaine entraîne une surspécification des conditions aux limites du problème ; surspécification qui peut être levée de manière similaire au cas du milieu fluide présenté dans la section 5.2.

une méthode numérique permettant d'obtenir l'image d'une source acoustique en milieu solide. Un des enjeux sera de traiter les deux cas différents des problèmes à géométrie bi- ou tridimensionnelle. Les cas des ondes sphériques et des ondes cylindriques seront exposés à travers l'imagerie d'une ligne source volumique enfouie normale[k] d'une part et l'imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique[l] d'autre part. Bien qu'associés à des formulations différentes, les deux cas seront traités avec la même méthode de rétropropagation.

k. cf. définition p.17
l. cf. définition p.15

Chapitre 6

Imagerie par retournement temporel d'une source photoacoustique : principe et limitations

Comme expliqué en introduction de ce manuscrit, l'imagerie acoustique d'une cellule biologique unique, sorte d'échographie à l'échelle sub-cellulaire, est un des axes principaux de recherche de l'équipe d'accueil de ces travaux. Cette perspective structure les recherches entreprises à l'heure actuelle au sein de cette équipe. Faire de l'imagerie à l'échelle sub-cellulaire nécessite de développer des méthodes numériques capables de générer une image à partir de la mesure de certaines quantités. Ce contexte explique la motivation du présent travail, un premier pas pour l'équipe vers l'imagerie, complété en parallèle par une autre thèse visant à développer un dispositif expérimental basé sur le concept d'hétérodynage et capable d'acquérir, très rapidement, avec une bonne résolution spatiale et fréquentielle, et une largeur de bande spectrale importante, des images en acoustique picoseconde. Il est rappelé que le choix est fait de considérer des milieux solides afin de prendre en compte les ondes de cisaillement qui peuvent exister et se propager dans une cellule aux fréquences acoustiques généralement mises en jeu en acoustique picoseconde.

Dans un contexte plus général, de plus en plus de techniques d'imagerie répondent à des problématiques industrielles où l'intérêt se porte sur la détection et la caractérisation d'hétérogénéités de diverses natures dans un milieu solide. Les hétérogénéités qui nous concernent sont celles qui affectent les ondes acoustiques, soit directement lors de la génération dans le cas d'une source active [a], soit par un effet de diffusion ou de diffraction dans le cas d'une source passive [a]. La méthode que nous proposons ici est développée pour le cas de l'imagerie d'une source active. Elle pourrait cependant être adaptée au cas d'une source passive moyennant quelques changements mineurs.

Plus spécifiquement, la source acoustique que nous proposons d'imager résulte de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique dans une situation de faible absorption [b]. Pour réaliser

a. cf. définition p.109
b. cf. définition p.10

l'image d'une telle source, un algorithme basé sur le principe du retournement temporel est développé. Les mesures expérimentales des ondes générées par la source acoustique servent de données d'entrée à cet algorithme qui permet de simuler la rétropropagation des ondes vers la position initiale de la source. Nous allons voir que cela permet d'obtenir l'image de la source. Le principe de Huygens expliquant le processus de rétropropagation des ondes depuis les points de mesure vers la position initiale de la source a été exposé et discuté dans le chapitre précédent. Cela a notamment permis de mettre en exergue la difficulté supplémentaire de l'imagerie en milieu solide par rapport à un milieu liquide ou gazeux, l'équation d'onde n'étant plus scalaire mais vectorielle.

L'une des conséquences de l'aspect tensoriel de l'équation d'onde dans les milieux solides est la présence de deux types d'ondes différents : des ondes de compression et des ondes de cisaillement. De plus, le contenu fréquentiel des ondes générées par laser est large bande contrairement aux ondes générées par transducteur qui sont classiquement utilisées en imagerie ultrasonore. Enfin, la source acoustique n'est pas un point source enfoui ou situé sur une surface, mais une source distribuée dans un volume. Une technique d'imagerie qui prend en compte ces trois aspects en même temps n'a pas été proposée jusqu'à présent. Dans ce chapitre, on présente une telle technique pour le cas où la mesure des ondes est effectuée sur la face opposée à la source acoustique (détection en transmission). Le cas de la transmission est intéressant afin de se placer dans un cas similaire au cas d'une source enfouie intégralement dans le volume pour laquelle une mesure sur une face ou l'autre de la plaque donnerait des signaux similaires.

Dans la première section de ce chapitre (§ 6.1), le principe de la technique d'imagerie est présenté en s'appuyant sur les considérations du chapitre précédent. Afin de répondre à la question de savoir quel rôle doit être assigné dans l'algotrithme d'imagerie au champ de déplacement mesuré, il est proposé en préambule de revenir sur le cas paru dans la littérature de l'imagerie par retournement temporel de la source du grand tremblement de terre de Sumatra[136] et d'appliquer la méthode proposée dans cet article au cas des ultrasons laser dans une situation de faible absorption. La stratégie mise en oeuvre pour la technique d'imagerie que nous proposons est ensuite exposée et le lien avec le théorème de représentation[45,46,176] est souligné. Dans la section suivante (§ 6.2), les artefacts inhérents à la technique d'imagerie proposée sont alors prédits et commentés.

6.1 Principe de la technique d'imagerie par retournement temporel

Commençons par préciser ce que sont les images recherchées dans le cas de la source acoustique qui nous occupe ici. Il est rappelé que la diffusion thermique est négligée. La source acoustique résulte de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique par l'échantillon, causant une brusque élévation locale de température dans le volume. Cette brusque élévation de température ΔT se traduit mécaniquement par une discontinuité de déformation[46] donnée par $\underline{\varepsilon}^{th} = \underline{\alpha}\Delta T$, où $\underline{\alpha}$ est le tenseur de dilatation thermique (cf. § 2.2). Cette discontinuité constitue la source des ondes acoustiques générées dans l'échantillon. Ce que l'on cherche à imager dans ce cas est

la distribution spatiale à l'instant initial de la dilatation thermique. D'après l'expression de ΔT [Eq. (3.14)] et sous l'hypothèse d'un faisceau laser en incidence normale, la distribution spatiale est définie par le produit $\exp(-\beta x_1)\, G(x_2)$, où G est une fonction gaussienne. La question est de savoir quelle quantité doit être calculée pour remonter à cette distribution. La composante ε_{11}^{th} du tenseur de déformation thermique est liée à la composante normale u_1 du champ de déplacement par la relation suivante :

$$\varepsilon_{11}^{th} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\,. \tag{6.1}$$

En effet, à l'instant initial, u_1 est défini uniquement par la réponse du milieu face à l'excitation extérieure et ne comporte pas de terme propagatif. D'après la dépendance par rapport à x_1 de ΔT, il apparaît donc qu'initialement ε_{11}^{th} et u_1 sont tous deux proportionnels à $\exp(-\beta x_1)$. Ainsi, il suffit de remonter jusqu'au déplacement normal initial pour obtenir une image de la source. Il s'agit là du choix qui a été fait pour la méthode d'imagerie que nous proposons.

Comme on l'a déjà vu, l'imagerie par retournement temporel en milieu solide est basée sur (i) le principe du retournement temporel, qui assure que les ondes sont capables de remonter le temps lorsque la chronologie des évènements est inversée, et (ii) le théorème de représentation, qui traduit simplement, sous une forme intégrale, la résolution d'un problème direct [c] d'acoustique où les termes sources sont distribués sur une surface. Le choix est fait de remplacer l'expression intégrale du théorème de représentation, vue au chapitre 5, par la résolution d'un problème direct calquée sur la méthode de résolution présentée dans les chapitres 2 et 3. Ce problème direct est dénommé par la suite *problème retourné* pour souligner le fait que sa résolution permet d'obtenir l'image de la source. Le problème retourné qu'il est proposé de résoudre ici est composé de l'équation d'onde en déplacement sans terme source et de conditions aux limites non homogènes. Il est donc similaire au cas particulier d'un problème direct avec une source surfacique qui a été considéré, à cette fin, au paragraphe 2.5.

Tout d'abord, il est proposé de revenir sur la méthode d'imagerie par retournement temporel proposée en séismologie[136] et d'appliquer, comme proposé dans cet article, le déplacement de la face arrière dans le problème direct comme une condition aux limites en contraintes dans le problème retourné. Les résultats obtenus par cette méthode dans le cadre des ultrasons lasers n'étant pas satisfaisants, la technique d'imagerie proposée dans cette thèse sera différente. Ainsi, le déplacement de la face arrière dans le problème direct sera appliqué comme une condition aux limites en déplacement (et non en contraintes) dans le problème retourné. Cette méthode sera exposée et expliquée.

6.1.1 Problème retourné et conditions aux limites en contraintes

Comme expliqué dans la section 5.3, pour réaliser l'image de la source du grand tremblement de terre de Sumatra,[136] les auteurs ont utilisé un modèle global du globe terrestre et les déplacements mesurés au niveau des stations de relevés sismiques ont alors été réémis comme des forces d'excitation dans le modèle. Bien que surprenante au premier abord, cette approche

c. cf. définition p.117

fonctionne. De façon schématique, en considérant une fonction de Green G, lorsque f est une force et constitue la source du déplacement u dans un domaine, ce déplacement est relié à G par la relation $u = G \underset{t}{*} f$. Pour remonter à la source à partir de la mesure du déplacement, il faut alors connaître l'inverse G^{-1} de la fonction de Green, auquel cas $f = G^{-1} \underset{t}{*} u$. Une hypothèse courante en séismologie est de considérer la fonction de Green comme un opérateur autoadjoint, c'est-à-dire vérifiant $GG^* = I$, où G^* est l'adjoint de G et I l'opérateur identité. Cette relation permet de remplacer G^{-1} par G^* et conduit à $f = G^* \underset{t}{*} u$. En effectuant une transformation de Fourier temporelle, on obtient ainsi :

$$\tilde{f} = \tilde{G}^* \tilde{u}\,, \tag{6.2}$$

où la convolution temporelle devient un produit dans l'espace de Fourier. Dans cet espace, l'opération de retournement temporel conduisant à l'image $\tilde{f}_{RT}$ de la source est[137] :

$$\tilde{f}_{RT} = \tilde{G}\tilde{u}^*\,, \tag{6.3}$$

car le retourné temporel du déplacement correspond, dans l'espace de Fourier, au conjugué du déplacement. Il apparaît que le terme de droite de l'équation (6.3) est simplement le conjugué du terme de droite de l'équation (6.2), ce qui explique que l'opération de retournement temporel permette d'imager la source.

Le raisonnement ci-dessus explique le choix fait pour l'imagerie de la source du tremblement de terre de Sumatra d'appliquer le déplacement mesuré comme une force. En effet, G est un opérateur qui associe une force donnée au déplacement qu'elle génère. L'hypothèse d'opérateur autoadjoint n'est cependant pas forcément vérifiée dans tous les cas. Pour vérifier si cette approche pourrait s'appliquer dans le cas d'une source acoustique résultant de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique, on considère le cas simple d'une source d'extension latérale infinie conduisant à un problème à géométrie unidimensionnelle. Le déplacement normal de la face arrière $u_1^{\text{dir}}(h,t)$ dans le problème direct est simulé jusqu'au temps $t = T_{\text{enr}}$. Il est ensuite temporellement retourné ($t \to T_{\text{enr}} - t$) et appliqué comme une condition aux limites en contraintes pour le problème retourné. Le problème retourné s'exprime alors comme suit :

$$C_{11}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} - \rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0\,, \tag{6.4a}$$

$$\sigma_{11}(x_1 = 0, t) = 0\,, \tag{6.4b}$$

$$\sigma_{11}(x_1 = h, t) \propto u_1^{\text{dir}}(h, T_{\text{enr}} - t)\,. \tag{6.4c}$$

Les paramètres utilisés pour la simulation sont les suivants. Les propriétés mécaniques, thermiques et optiques de l'échantillon sont celles du verre Schott NG1 (cf. Tab. 1.2). L'épaisseur de la plaque est $h = 1{,}36$ mm. La durée de l'impulsion laser est $\tau_l = 8$ ns.

On propose de simuler une détection en transmission, soit en $x_1 = h$. Le déplacement normal simulé en $x_1 = h$ est représenté sur la figure 6.1(a) en fonction du temps. On distingue l'onde de compression directe L et celle ayant effectué un aller-retour supplémentaire $3L$. La forme monopolaire symétrique des échos est caractéristique d'un problème à géométrie unidimensionnelle. La croissance est exponentielle et correspond aux ondes générées par la source enfouie se propageant directement vers le point d'observation. La partie décroissante est une parfaite symétrie

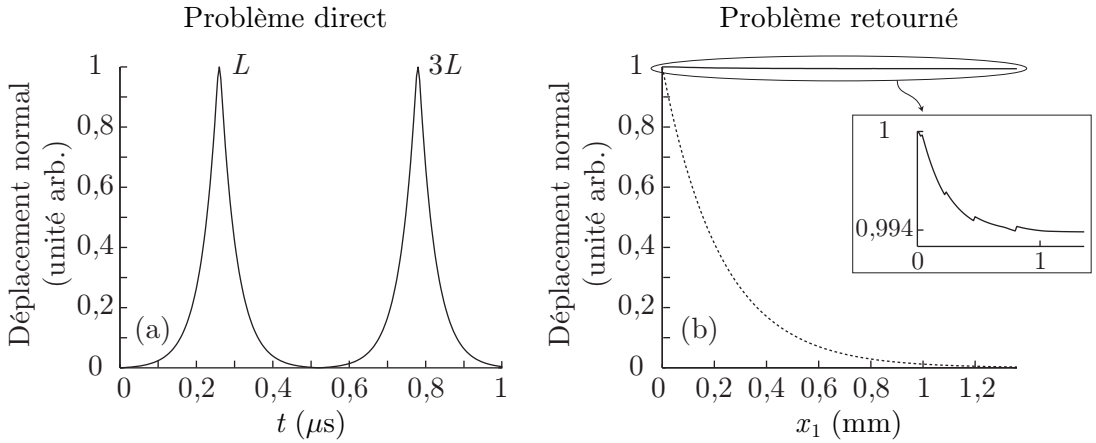


Fig. 6.1 – (a) Déplacement normale généré sur la face arrière par une source volumique enfouie d'extension latérale infinie. (b) Image de la source volumique enfouie d'extension latérale infinie après résolution du problème retourné.

de la partie croissante de l'écho et correspond aux ondes de compression générées par la source enfouie se propageant vers la face avant dans un premier temps et arrivant au point d'observation après réflexion sur cette face avant. De plus, l'onde ne subit pas de divergence géométrique dans un problème unidimensionnel, expliquant qu'il n'y ait pas de différences d'amplitude entre les ondes L et $3L$.

Ce déplacement est maintenant retourné temporellement et appliqué comme une condition à la limite en contraintes du problème retourné [Eqs. (6.4)]. L'image de la source obtenue après résolution du problème retourné est représentée sur la figure 6.1(b) par la courbe en trait plein. Il s'agit du déplacement normal normalisé par le maximum en fonction de la profondeur x_1 dans l'échantillon au temps $t = T_{\text{enr}}$ dans la chronologie du problème retourné. Dans l'encart de la figure 6.1(b), le zoom sur cette reconstruction permet de remarquer que la décroissance est exponentielle. Cependant, il ne s'agit pas de la décroissance de la source du problème direct, représenté par des traits pointillés sur la figure 6.1(b). Appliquer le déplacement mesuré comme une condition aux limites en contraintes semble donc donner de mauvais résultats dès le cas simple d'un problème à géométrie unidimensionnelle, et c'est également le cas pour des géométries bi- ou tridimensionnelles. Cela peut être expliqué par le fait que la fonction de Green n'est pas ici un opérateur autoadjoint. La confirmation de cette remarque n'est pas effectuée ici et serait une analyse intéressante à mener par la suite. Il peut donc être conclu que l'approche proposée dans le cas de la source du grand tremblement de terre de Sumatra,[136] où le déplacement mesuré est utilisé comme une force excitatrice dans le problème retourné, n'est pas applicable au cas de l'imagerie d'une source acoustique volumique en ultrasons lasers. Exposons maintenant la technique d'imagerie proposée dans cette thèse où les conditions aux limites de l'échantillon dans le problème retourné ne portent plus uniquement sur les contraintes.

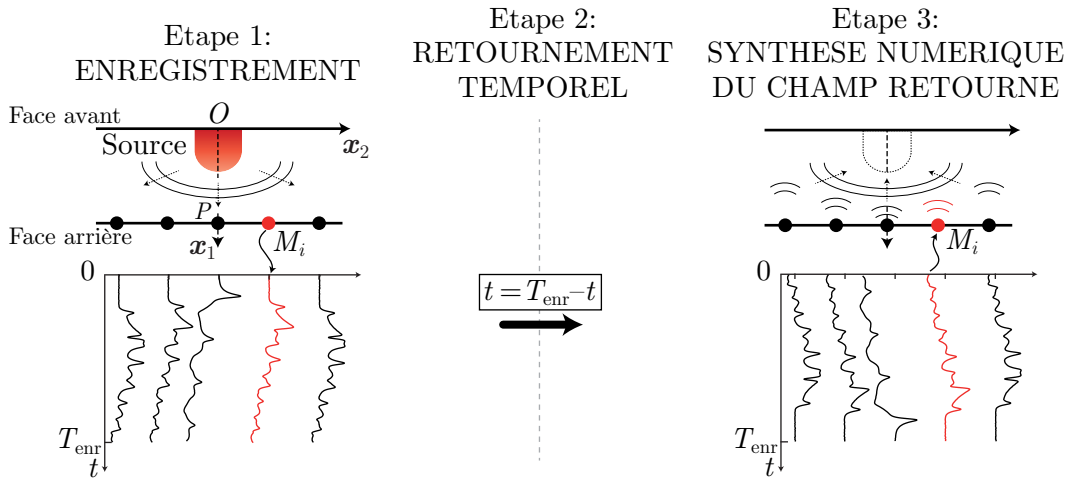


Fig. 6.2 – Description des trois étapes de la technique d'imagerie par retournement temporel.

6.1.2 Description de la technique d'imagerie en milieu solide borné

On considère une plaque à faces parallèles d'épaisseur h et de dimensions latérales infinies. D'après les formulations du théorème de représentation, les surfaces de l'échantillon étant supposées libres de contraintes, il devrait être suffisant de mesurer toutes les composantes du champ de déplacement sur les deux surfaces, de les retourner temporellement et de les rétropropager numériquement afin d'obtenir l'image de la source acoustique. La plaque dans ce cas peut être vue comme une cavité à retournement temporel composée de deux miroirs à retournement temporel plans. Il est cependant supposé qu'une seule des deux surfaces est accessible à la mesure : mesure en transmission sur la face arrière dans un premier temps. La mesure étant menée en transmission, une partie de l'information est perdue car les ondes de surface générées et se propageant sur la face avant ne sont pas mesurées. La perte d'information est tout de même limitée par le caractère borné de la plaque qui permet la mesure de multiples échos des ondes se propageant dans le volume de l'échantillon. La mesure unique du déplacement normal conduit à une perte supplémentaire d'information dont la conséquence est donnée à la fin de cette section.

Le milieu de propagation des ondes acoustiques est supposé homogène et sa masse volumique est notée ρ. Les propriétés mécaniques, thermiques et optiques sont isotropes. La géométrie est illustrée sur la figure 6.2. La normale aux faces parallèles est décrite par le vecteur unitaire $\boldsymbol{x}_1$ et l'origine O du repère est placée sur la surface sur laquelle est focalisée le faisceau laser servant de source aux ondes acoustiques. Les vecteurs unitaires $\boldsymbol{x}_2$ et $\boldsymbol{x}_3$ viennent compléter le repère cartésien $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$. La face avant en $x_1 = 0$ correspond toujours à la surface sur laquelle est focalisée le faisceau laser. Deux types de focalisation différents sont considérés : une focalisation circulaire en O dont résulte un problème à géométrie tridimensionnelle, et une focalisation rectiligne selon $\boldsymbol{x}_3$ dont résulte un problème à géométrie bidimensionnelle dans un plan normal à $\boldsymbol{x}_3$. Nous allons voir que, sous certaines conditions, la méthode que nous proposons est identique quel que soit le type de focalisation.

La méthode d'imagerie proposée est constituée de trois étapes qui sont schématisées sur la figure 6.2. La première étape est celle d'enregistrement durant un temps T_{enr} au niveau de $2N+1$

points M_i distribués sur la face arrière. La deuxième étape est le retournement temporel des signaux mesurés qui se traduit par l'opération $t \to T_{\text{enr}} - t$. Et finalement dans la troisième étape, chaque point de mesure joue le rôle d'une source en déplacement recréant, dans une chronologie inversée, le champ de déplacement mesuré, générant ainsi des ondes qui remontent à la source en un temps T_{enr}.

Dans le cas de la mesure en transmission, pour une focalisation rectiligne (cas 2D), la mesure est effectuée en différents points répartis selon une droite de vecteur directeur $\boldsymbol{x}_2$ et appartenant au plan $x_1 = h$. De manière équivalente, dans le cas d'une focalisation circulaire (cas 3D), la mesure devrait être effectuée sur l'ensemble du plan $x_1 = h$. Dans le cadre de cette thèse et d'après les rappels effectuées au chapitre 2 sur la relation entre le cas d'une focalisation rectiligne et d'une focalisation circulaire, nous allons limiter l'étude en géométrie tridimensionnelle au cas d'une source à symétrie axiale d'axe de symétrie $(O, \boldsymbol{x}_1)$. L'hypothèse d'isotropie du milieu et celle de symétrie axiale de la source permettent alors de restreindre le plan de mesure à une demi-droite de mesure, car la connaissance des composantes normale et radiale du champ de déplacement sur la demi-droite $[P, \boldsymbol{x}_2)$ du plan $x_1 = h$ (Fig. 6.2) est suffisante pour déduire, par symétrie, le champ de déplacement sur l'ensemble du plan. Notons que ces considérations limitent la méthode d'imagerie au cas d'une source normale lors d'une focalisation circulaire.

A partir des mesures effectuées comme décrit ci-dessus, il faut maintenant une méthode permettant d'obtenir l'image de la source initiale, c'est-à-dire une méthode permettant de calculer la composante normale du champ de déplacement à l'intérieur de la plaque. Dans le cas d'un milieu borné, les fonctions de Green apparaissant dans le théorème de représentation ne sont plus les mêmes que dans le cas d'un milieu non borné. La méthode qui est proposée ici permet d'éviter le calcul analytique du tenseur de Green et, de plus, a l'avantage d'être une simple modification des calculs de problème direct exposés dans la première partie de ce manuscrit. Considérons dans un premier temps le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle, le cas tridimensionnel se déduisant ensuite simplement à l'aide d'une transformée de Hankel, de façon équivalente à ce qui a été exposé dans la section 2.6 du chapitre 2 pour le calcul du champ de déplacement généré par une ligne source volumique enfouie normale[d].

Contrairement à la section précédente où le déplacement mesuré était appliqué comme une force excitatrice dans le problème retourné, les conditions aux limites idéales pour le problème retourné que nous proposons de résoudre seraient les suivantes. Sur la face arrière, elles portent sur le champ de déplacement qui est imposé comme étant le retourné temporel du champ de déplacement mesuré. La face avant, quant à elle, est supposée libre de contraintes. Le problème retourné dans le cas bidimensionnel s'exprime donc comme suit :

$$\nabla \cdot \left[\underline{\underline{C}} : \nabla^S \boldsymbol{u}^{\text{ret}} \right] - \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}^{\text{ret}}}{\partial t^2} = \boldsymbol{0} \,, \tag{6.5a}$$

$$\sigma_{11}^{\text{ret}}(0, x_2, t) = \sigma_{12}^{\text{ret}}(0, x_2, t) = 0 \,, \tag{6.5b}$$

$$u_1^{\text{ret}}(h, x_2, t) = u_1^{\text{dir}}(h, x_2, T_{\text{enr}} - t) \,, \tag{6.5c}$$

$$u_2^{\text{ret}}(h, x_2, t) = u_2^{\text{dir}}(h, x_2, T_{\text{enr}} - t) \,, \tag{6.5d}$$

d. cf définition p.17

où $\boldsymbol{u}^{\mathrm{dir}}(h, x_2, t)$ est le champ de déplacement mesuré durant l'étape d'enregistrement sur la face arrière. Pour rappel, le problème direct, dont $\boldsymbol{u}^{\mathrm{dir}}$ est une solution, est donné par [Eqs. (2.8) et (2.10)] :

$$\nabla \cdot \left[\underline{\underline{C}} : \nabla^S \boldsymbol{u}^{\mathrm{dir}}\right] - \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}^{\mathrm{dir}}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \left[\underline{\lambda}\, \Delta T\right] , \tag{6.6a}$$

$$\sigma_{11}^{\mathrm{dir}}(x_1 = \{0, h\}, x_2, t) = 0 , \tag{6.6b}$$

$$\sigma_{12}^{\mathrm{dir}}(x_1 = \{0, h\}, x_2, t) = 0 . \tag{6.6c}$$

On remarque alors que les conditions aux limites des problèmes direct et retourné sur la face avant sont identiques. Sur la face arrière, d'après les équations (6.6b) et (6.6c), on sait que le champ de déplacement est mesuré à une surface libre et qu'il vérifie donc les relations suivantes quel que soit le couple (x_2, t) :

$$C_{11} \frac{\partial u_1^{\mathrm{dir}}}{\partial x_1}(h, x_2, t) + C_{12} \frac{\partial u_2^{\mathrm{dir}}}{\partial x_2}(h, x_2, t) = 0 , \tag{6.7a}$$

$$\frac{\partial u_1^{\mathrm{dir}}}{\partial x_2}(h, x_2, t) + \frac{\partial u_2^{\mathrm{dir}}}{\partial x_1}(h, x_2, t) = 0 . \tag{6.7b}$$

L'état de contrainte sur la face arrière dans le problème retourné, $\sigma_{11}^{\mathrm{ret}}(h, x_2, t)$ et $\sigma_{12}^{\mathrm{ret}}(h, x_2, t)$, se calcule en utilisant les équations (6.5c), (6.5d) et (6.7), ce qui conduit aux égalités suivantes :

$$\sigma_{11}^{\mathrm{ret}}(h, x_2, t) = C_{11} \left[\frac{\partial u_1^{\mathrm{ret}}}{\partial x_1}(h, x_2, t) - \frac{\partial u_1^{\mathrm{dir}}}{\partial x_1}(h, x_2, T_{\mathrm{enr}} - t)\right] , \tag{6.8a}$$

$$\sigma_{12}^{\mathrm{ret}}(h, x_2, t) = C_{66} \left[\frac{\partial u_2^{\mathrm{ret}}}{\partial x_1}(h, x_2, t) - \frac{\partial u_2^{\mathrm{dir}}}{\partial x_1}(h, x_2, T_{\mathrm{enr}} - t)\right] . \tag{6.8b}$$

L'état de contrainte de la face arrière de l'échantillon dans le problème retourné apparaît ainsi comme étant relié à la différence entre l'état de déformation dans le problème retourné et celui dans le problème direct. Pour que les conditions aux limites sur la face arrière dans le problème retourné soient les mêmes que dans le problème direct, c'est à dire une surface libre de contrainte, il est donc nécessaire que les états de déformation soient les mêmes dans les deux cas. Dire que les états de déformation dans le problème direct et dans le problème retourné sont exactement les mêmes revient à supposer qu'imposer sur une surface un déplacement initialement causé par une déformation de cette surface permet de recréer exactement le même état de déformation. Il peut être vu dans cette supposition la traduction du déterminisme qui permet de penser que, dans un problème linéaire, la cause et la conséquence sont intrinsèquement liées entre elles, sorte de traduction de la réciprocité. En considérant cet argument de déterminisme comme vérifié et dans le cas où les deux composantes $u_1^{\mathrm{dir}}(h, x_2, t)$ et $u_2^{\mathrm{dir}}(h, x_2, t)$ du champ de déplacement sont connues, la face arrière dans le problème retourné est libre de contrainte car $\sigma_{11}^{\mathrm{ret}}(h, x_2, t) = \sigma_{12}^{\mathrm{ret}}(h, x_2, t) = 0$. Les conditions aux limites sur les faces avant et arrière étant les mêmes dans le problème retourné et dans le problème direct, l'échantillon connaît alors dans le problème retourné les mêmes états que dans le problème direct, mais dans une chronologie inversée. Malgré la perte d'information (ondes de surface sur la face avant), les ondes qui ont

été mesurées sont correctement générées dans le problème retourné et vont suivre exactement leur parcours initial, convergeant ainsi vers la position de la source.

Nous venons de voir que dans le cas où les deux composantes du champ de déplacement sont connues, l'invariance par renversement du temps est satisfaite : la solution du problème retourné correspond bien à l'inverse temporel de la solution du problème direct. Cependant dans la pratique, seul le déplacement normal est mesuré, comme expliqué lors de la description du dispositif expérimental au chapitre 4. Toujours dans le but de créer, dans le problème retourné, les mêmes conditions aux limites que dans le problème direct (ou du moins s'en rapprocher), l'équation (6.5d), portant sur le déplacement tangentiel qui n'est pas mesuré, est remplacée par :

$$\sigma_{12}^{\mathrm{ret}}\left(h, x_2, t\right) = 0\,. \tag{6.9}$$

Cette condition associée au déplacement normal qui reste une quantité imposée ne conduit pas à annuler complètement le vecteur contrainte normal à la face arrière dans le problème retourné. En effet, la composante normale du vecteur contrainte $\sigma_{11}^{\mathrm{ret}}$ au niveau de la face arrière dans le problème retourné est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{11}^{\mathrm{ret}}\left(h, x_2, t\right) = C_{11}\frac{\partial u_1^{\mathrm{ret}}}{\partial x_1}\left(h, x_2, t\right) + C_{12}\frac{\partial u_2^{\mathrm{ret}}}{\partial x_2}\left(h, x_2, t\right) \tag{6.10}$$

qui est *a priori* non nulle. Le fait de mesurer uniquement le déplacement normal, entraînant que l'expression précédente soit non nulle, a pour effet de créer des artefacts sur l'image de la source, dont on espère limiter l'influence par le choix proposé des conditions aux limites [Eqs. (6.5c) et (6.9)] proches des conditions lors de la phase de mesure. Les artefacts inhérents à la méthode d'imagerie proposée sont maintenant discutés dans la section suivante.

6.2 Limitations de la technique d'imagerie par retournement temporel

Afin de prédire les artefacts, nous proposons maintenant une approche originale du procédé d'imagerie par retournement temporel en milieu solide borné. Lors de l'étape de synthèse du champ retourné, le déplacement de la face arrière (surface de mesure) est imposé comme étant le retourné temporel du déplacement mesuré dans le problème direct. L'idée ici repose sur l'observation suivante : lorsque le front d'onde d'une onde de volume atteint la face arrière, cette surface se déplace tout d'abord à l'épicentre puis de part et d'autre de l'épicentre à mesure que le temps continue d'évoluer. Lorsque la signature des différents types d'ondes est suivie au cours du temps sur la face arrière, on s'aperçoit que cette signature se déplace à une vitesse supersonique le long de la surface. Les ondes acoustiques générées dans le problème retourné sont alors considérées comme résultant de sources supersoniques en mouvement sur la surface, chacune de ces sources correspondant à la signature d'une onde détectée dans le problème direct.

Dans le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle où les déplacements normal et tangentiel de la face arrière sont mesurés, deux sources surfaciques sont associées à chaque type d'ondes : une source normale correspondant à la signature de l'onde sur le déplacement normal détecté et une source tangentielle correspondant à la signature de l'onde sur le déplacement

tangentiel détecté. Quel que soit le type d'onde à l'origine de ces sources surfaciques, chacune des deux sources va générer, dans le problème retourné, deux contributions : une onde de compression et une onde de cisaillement. Au total, quatre contributions sont donc créées par les sources surfaciques normale et tangentielle. Parmi ces quatre contributions, deux vont se combiner pour former la bonne onde à l'origine de la signature mesurée, et les deux autres vont s'annuler mutuellement. Par exemple, considèrons l'onde de compression détectée sur la face arrière. Dans le problème retourné, la source surfacique normale en mouvement, associée à la signature de cette onde sur le déplacement normal, génère une onde de compression dite *partielle* et une onde de cisaillement dite *résiduelle*. De même, la source surfacique tangentielle en mouvement, associée à la signature de l'onde de compression sur le déplacement tangentiel de la face arrière, génère une onde de compression *partielle* et une onde de cisaillement *résiduelle*. Les deux ondes de compression partielles se combinent afin de former le retourné temporel de l'onde de compression qui avait donné naissance en premier lieu au déplacement détecté. Les ondes de cisaillement résiduelles, quant à elles, s'annulent mutuellement car elles n'étaient pas physiquement présentes dans le problème direct. Il est donc nécessaire qu'il y ait les deux sources surfaciques supersoniques afin de créer exactement le retourné temporel de l'onde associée au déplacement détecté.

Dans le cas où seul le déplacement normal de la face arrière est mesuré, on comprend alors que des ondes résiduelles sont générées et ne sont pas compensées. Ces ondes résiduelles constituent les artefacts que nous allons maintenant discuter alors que les ondes partielles représentent, elles, les ondes qui vont conduire à l'image de la source. Dans l'analyse qui suit, trois cas de sources surfaciques sont considérés : celles associées aux ondes de compression du problème direct, celles associées aux ondes de cisaillement, et le cas particulier de celles associées aux ondes de cisaillement sous incidence à l'angle critique (ondes de tête).

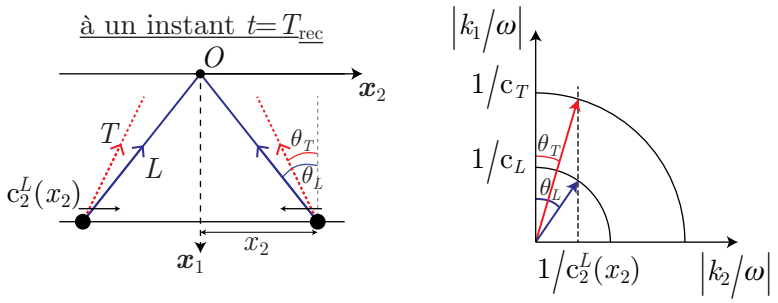
La vitesse supersonique des sources surfaciques V^S est différente selon le type d'ondes considéré. Cette vitesse est égale à la projection de la célérité de l'onde considérée selon la direction de mesure sur la face arrière, à savoir la projection selon $\boldsymbol{x}_2$. Pour les ondes de compression et de cisaillement, les composantes selon $\boldsymbol{x}_2$ des célérités, respectivement c_2^L et c_2^T, sont données par :

$$V^S = c_2^n\left(x_2\right) = \sqrt{1+\left(\frac{h}{x_2}\right)^2}\, c_n\,, \tag{6.11}$$

où $n = \{L, T\}$, h est l'épaisseur de la plaque, c_L et c_T sont respectivement les célérités des ondes de compression et de cisaillement dans le milieu isotrope. A mesure que l'abscisse x_2 du point de mesure augmente, il apparaît que c_2^n diminue pour tendre à l'infini vers la célérité c_n. Cela s'explique par le fait que plus le point de mesure s'éloigne de l'épicentre, plus les ondes arrivent à ce point avec une incidence rasante. Par définition, pour les ondes de tête, la projection selon $\boldsymbol{x}_2$ de la célérité est égale à la célérité des ondes de compression. La vitesse des sources surfaciques associées aux ondes de tête est ainsi :

$$V^S = c_L \tag{6.12}$$

Pour simplifier le discours, la source acoustique du problème direct est supposée être une source surfacique linéique passant par O et de direction $\boldsymbol{x}_3$. Le déplacement normal de la face



(a) (b)

Fig. 6.3 – (a) Illustration des ondes générées par deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^L\,(x_2)$ au point de mesure d'abscisse x_2. (b) Diagramme des lenteurs de phases pour un matériau isotrope. Le trait pointillé vertical représente la lenteur des sources en mouvement.

arrière est donc symétrique par rapport à l'axe $(O, \boldsymbol{x}_1)$. Il est nécessaire, pour chaque type d'onde dans le problème retourné, de considérer deux sources surfaciques normales en mouvement, situées de part et d'autre de l'épicentre et se déplaçant en sens opposé. Les sources étant symétriques par rapport à $x_2 = 0$, le raisonnement sur les ondes générées dans le problème retourné par l'une ou l'autre de ces sources est le même, seul le sens de propagation des ondes diffère. Les artefacts causés par chacun des trois types de sources sont maintenant analysés successivement, en commençant par les sources en mouvement à la vitesse c_2^L.

6.2.1 Artefacts dus à une source surfacique en mouvement à la vitesse c_2^L

Les deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^L$ sont représentées sur la figure 6.3(a) par les deux points sur la face arrière surmontés par une flèche indiquant le sens du mouvement de chacune des sources. Pour étudier les ondes générées par une source en mouvement, il est intéressant de représenter le diagramme des lenteurs de phase [Fig. 6.3(b)]. En effet, la lenteur d'une source harmonique, en mouvement sur une surface, fixe le rapport entre k_2 et ω, respectivement la projection du vecteur d'onde acoustique sur $\boldsymbol{x}_2$ et la pulsation. La lenteur de la source et le rapport k_2/ω sont égaux pour tout x_2 :

$$\left|\frac{k_2}{\omega}\right| = \frac{1}{c_2^L\,(x_2)}\,. \tag{6.13}$$

De plus, le diagramme des lenteurs de phase est homothétique par rapport à ω, garantissant que l'analyse des ondes générées par une source impulsionnelle peut être effectuée à l'aide de ce type de diagramme en l'absence de dispersion. La ligne pointillée verticale sur la figure 6.3(b) représente la lenteur de la source qui, en vertu de l'équation (6.11), est plus petite que la lenteur de phase des ondes de compression quelle que soit l'abscisse x_2 du point de mesure considéré. La lenteur de la source diminue et tend vers 0 à mesure que x_2 tend vers 0. Le diagramme des lenteurs de phase permet de déduire que deux ondes sont générées par cette source : une onde de compression L (onde partielle) et une onde de cisaillement T (onde résiduelle) [Fig. 6.3(a)]. D'après l'équation (6.13) et le diagramme des lenteurs de phase, la projection k_1^L du vecteur

d'onde acoustique de l'onde de compression sur $\boldsymbol{x}_1$ est donnée par :

$$\left|\frac{k_1}{\omega}\right| = \sqrt{\left(\frac{1}{c_L}\right)^2 - \left(\frac{k_2}{\omega}\right)^2}. \tag{6.14}$$

Les équations (6.11), (6.13) et (6.14) permettent alors de trouver la direction de propagation de l'onde de compression partielle générée par la source mobile au point d'abscisse x_2. Cette direction de propagation est mesurée par l'angle $\theta_L(x_2)$ qu'elle forme avec la direction $\boldsymbol{x}_1$:

$$\theta_L(x_2) = \arcsin\left(\frac{x_2}{\sqrt{h^2 + x_2^2}}\right). \tag{6.15}$$

L'angle donné par l'équation (6.15) est précisément l'angle entre la normale $\boldsymbol{x}_1$ et la droite passant par O et le point de la face arrière d'abscisse x_2, et ceci quel que soit x_2. Ainsi, à mesure que les deux sources à la vitesse $\pm c_2^L$ approchent de $x_2 = 0$, elles génèrent un front d'onde d'ondes de compression qui converge vers le point O, position initiale de la source. Ces ondes de compression vont donc contribuer à l'image de la source sans produire d'artefact.

Le même raisonnement peut être conduit avec les ondes de cisaillement et l'expression de l'angle θ_T que forme la direction de propagation de ces ondes avec la normale $\boldsymbol{x}_1$ est donnée par :

$$\theta_T(x_2) = \arcsin\left(\frac{c_T}{c_L}\frac{x_2}{\sqrt{h^2 + x_2^2}}\right). \tag{6.16}$$

L'équation (6.16) montre que les ondes de cisaillement partielles générées par les deux sources mobiles se déplaçant à la vitesse $\pm c_2^L$ ne sont pas dirigées vers la position initiale de la source. Le front d'onde des ondes de cisaillement va donc se superposer à l'image de la source. Il s'agit là du premier artefact de la méthode d'imagerie proposée.

Sur la figure 6.3(a), une représentation des ondes générées par les sources en mouvement est proposée. L'angle de propagation, obtenu grâce à la figure 6.3(b), est reporté pour chacune des ondes. Les traits pleins représentent les ondes de compression L se propageant vers O, les traits pointillés sont représentatifs des ondes de cisaillement T. Par un rapide calcul de temps de vol, les célérités des ondes de compression et de cisaillement étant différentes, on peut prédire que lorsque les ondes de compression auront convergé en O au temps $t = T_{\text{enr}}$, les ondes de cisaillement n'auront pas encore atteint la face avant de l'échantillon, créant ainsi un artefact sur l'image de la source. Les sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^L$ génèrent donc uniquement deux types d'ondes de volume dont l'un converge vers la position de la source et contribue à l'image de celle-ci. Etudions maintenant le cas des sources à la vitesse $\pm c_2^T$.

6.2.2 Artefacts dus à une source surfacique en mouvement à la vitesse c_2^T

Les sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^T$ sont représentées sur les figures 6.4(a)-(b) comme décrit précédemment pour le cas des sources mobiles à la vitesse $\pm c_2^L$. Deux cas sont à distinguer ici, suivant que la vitesse des sources, qui varie avec x_2, est en valeur absolue plus grande que la célérité des ondes de compression ou plus petite que cette célérité mais plus grande que celle des

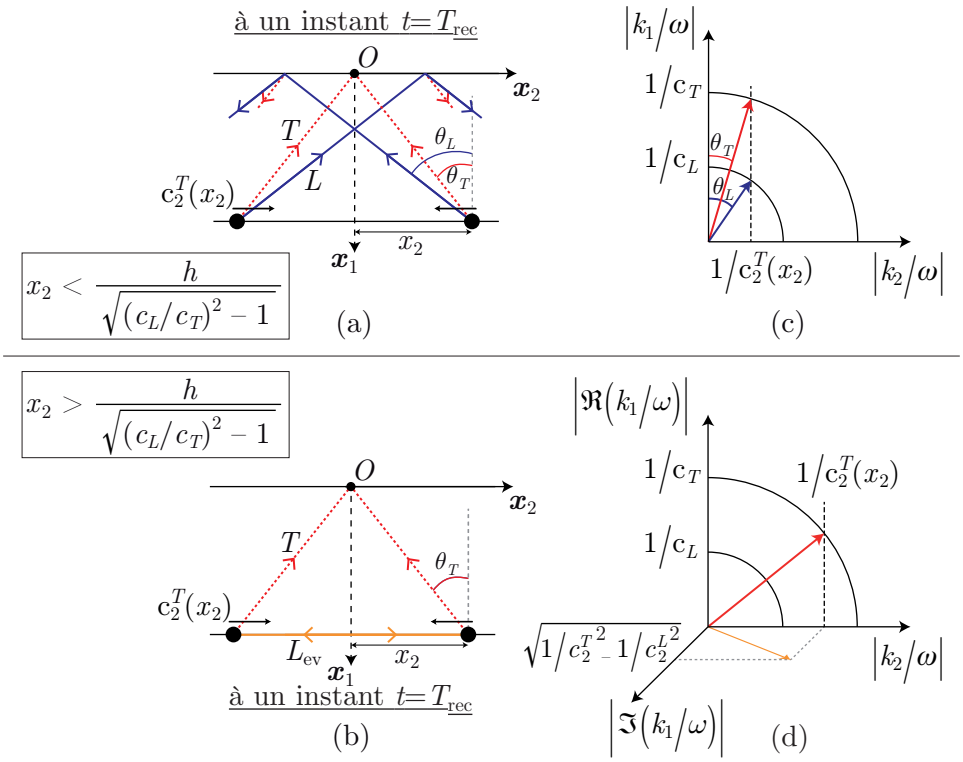


Fig. 6.4 – Illustrations des ondes générées par deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^T(x_2)$ au point de mesure d'abscisse x_2 : (a) dans le cas $|x_2| < h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$ et (b) dans le cas opposé. (c)-(d) Diagrammes des lenteurs de phases pour un matériau isotrope associé respectivement aux cas (a) et (b). Les traits pointillés verticaux représentent dans les deux cas la lenteur des sources en mouvement.

ondes de cisaillement. Le premier cas est illustré par les figures 6.4(a) et 6.4(c). Il correspond, d'après l'équation (6.11), aux points de mesure d'abscisse x_2 vérifiant :

$$|x_2| < \frac{h}{\sqrt{\left(\frac{c_L}{c_T}\right)^2 - 1}}\,. \tag{6.17}$$

Ainsi lorsque les sources en mouvement se déplacent dans l'intervalle décrit par l'équation (6.17), la lenteur des sources est plus petite que la lenteur de phase de l'onde de compression [trait pointillé vertical sur la figure 6.4(c)] et les mêmes observations que dans le cas des sources en mouvement à la vitesse c_2^L peuvent être faites. Deux ondes de volume sont générées par ces sources. Les ondes de cisaillement T (ondes partielles) se propagent dans la direction donnée par l'angle θ_T qui s'exprime ici comme suit :

$$\theta_T\,(x_2) = \arcsin\left(\frac{x_2}{\sqrt{h^2 + x_2^2}}\right)\,. \tag{6.18}$$

Les ondes de cisaillement ainsi générées par les deux sources mobiles à la vitesse $\pm c_2^T$ sont dirigées vers la position initiale de la source. Elles vont donc contribuer à l'image de la source.

En revanche, les ondes de compression L (ondes résiduelles) se propagent dans la direction donnée par l'angle θ_L :

$$\theta_L(x_2) = \arcsin\left(\frac{c_L}{c_T}\frac{x_2}{\sqrt{h^2+x_2^2}}\right). \tag{6.19}$$

L'équation (6.19) montre que les ondes de compression générées par les deux sources mobiles à la vitesse $\pm c_2^T$ ne sont pas dirigées vers la position initiale de la source. Le front d'onde de ces ondes de compression va donc se superposer à l'image de la source, ce qui correspond à un second artefact.

L'angle de propagation de chacune des ondes obtenu grâce à la figure 6.4(c) est reporté comme précédemment sur la figure 6.4(a). Les traits pleins représentent les ondes de compression et les traits pointillés sont représentatifs des ondes de cisaillement qui se propagent vers O. Un calcul de temps de vol permet de prédire que lorsque les ondes de cisaillement auront convergé en O, les ondes de compression se seront déjà réfléchies sur la face avant, générant ainsi deux fronts d'onde qui peuvent gêner l'image de la source : un front associé aux ondes de compression réfléchies sans conversion de mode et un autre associé aux ondes de cisaillement générées par la conversion de mode sur la face avant.

Le second cas à considérer, pour lequel la lenteur de la source est comprise entre la lenteur de phase des ondes de compression et la lenteur de phase des ondes de cisaillement, est illustré par les figures 6.4(b) et 6.4(d). Il correspond aux abscisses x_2 vérifiant :

$$|x_2| > \frac{h}{\sqrt{\left(\frac{c_L}{c_T}\right)^2 - 1}}. \tag{6.20}$$

Pour analyser ce cas, il convient de prolonger le diagramme des lenteurs de phase dans le plan complexe pour k_1/ω. Deux types d'ondes sont alors reconnus. Les ondes de cisaillement qui se propagent avec l'angle θ_T donné par l'équation (6.18) vers la position initiale de la source. Ces ondes de cisaillement (ondes partielles) sont la continuité, pour $|x_2| > h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$, des ondes de cisaillement du cas précédent. On voit alors que les sources en mouvement à la vitesse $\pm c_2^T$ créent un front d'onde d'ondes de cisaillement dans l'échantillon qui converge exactement en O. D'après la figure 6.4(d), les autres ondes générées par ces sources pour des abscisses x_2 vérifiant (6.20) sont des ondes de compression évanescentes L_{ev} (ondes résiduelles), se propageant le long de la face arrière et dont l'amplitude décroit avec x_1. En effet, le rapport k_2/ω [Eq. (6.13)] étant supérieur à la lenteur de phase des ondes de compression, k_1^L est alors imaginaire pur et est donné par :

$$\frac{k_1^L}{\omega} = \pm j\sqrt{\left(\frac{k_2}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{1}{c_L}\right)^2}. \tag{6.21}$$

Ces ondes évanescentes ne convergent pas vers O et constituent donc un troisième artefact de l'image de la source. Leur amplitude décroit avec x_1 depuis la face arrière, ce qui permet de penser qu'elles ne gêneront pas l'imagerie de la source distribuée essentiellement sur la face avant et proche de celle-ci dans le problème direct. Un calcul de temps de vol permet d'affirmer que les ondes évanescentes générées par les deux sources vont se croiser en $x_2 = 0$ avant que les ondes de cisaillement n'aient atteint le point O. Elles sont représentées sur la figure 6.4(b)

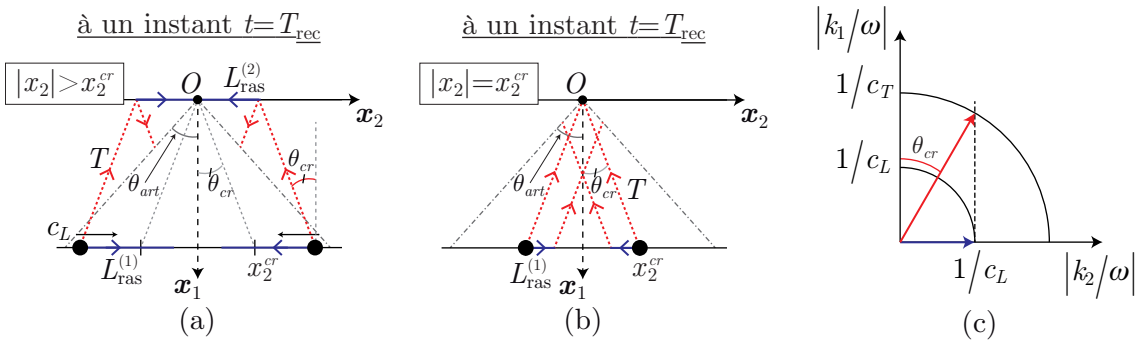


Fig. 6.5 – (a) Illustration des ondes générées par deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_L$ existantes pour les points de mesure d'abscisse x_2 vérifiant $|x_2| \geq x_2^{cr}$. (b) Diagramme des lenteurs de phases pour un matériau isotrope. Le trait pointillé vertical représente la lenteur des sources en mouvement.

par des traits pleins, les flèches sur ceux-ci montrant le croisement des ondes générées de part et d'autre de $x_2 = 0$. Le cas particulier des ondes de tête est maintenant abordé.

6.2.3 Artefacts dus à une source surfacique en mouvement à la vitesse c_L

Dans le problème direct, une des ondes caractéristiques de la mesure en transmission est l'onde de tête. Elle résulte d'une part de la conversion en une onde de compression rasante de l'onde de cisaillement se réfléchissant sur la face arrière avec l'angle critique $\theta_{cr} = \arcsin(c_T/c_L)$, et d'autre part de l'onde de cisaillement se propageant avec l'angle θ_{cr} dans le volume de la plaque et générée par l'onde de compression rasante se propageant sur la face avant. Il résulte de la définition de cette onde qu'elle ne peut être mesurée que pour $|x_2| \geq x_2^{cr}$, où $x_2^{cr} = h \tan\theta_{cr}$ [Fig. 6.5(a)]. Ainsi, les sources surfaciques en mouvement à la vitesse $\pm c_L$ n'existent plus dès lors que $|x_2| < x_2^{cr}$. D'après le diagramme des lenteurs de phase [Fig. 6.5(c)], deux types d'ondes sont générés par les sources surfaciques mobiles à la vitesse $\pm c_L$ dans leur domaine de définition : des ondes de compression purement rasantes $L_{\text{ras}}^{(1)}$ se propageant sur la face arrière, et des ondes de cisaillement qui se propagent dans le volume avec un angle θ_{cr} par rapport à $\boldsymbol{x}_1$.

Les ondes de cisaillement générées par les sources mobiles à la vitesse $\pm c_L$ se réfléchissent sur la face avant. Lors de cette réflexion, des ondes de compression rasantes $L_{\text{ras}}^{(2)}$ (ondes partielles) sont générées et se propagent sur la face avant vers la position initiale de la source. La réflexion engendre également des ondes de cisaillement (ondes résiduelles) dans le volume qui ne se propagent pas vers O. Le front d'onde de ces ondes de cisaillement réfléchies sur la face avant correspond donc à un *quatrième artefact*.

Lorsque les deux sources en mouvement atteignent leur limite de définition ($-x_2^{cr}$ et x_2^{cr}) [Fig. 6.5(a)], les ondes de cisaillement (ondes partielles) générées à ces positions se propagent directement vers la position initiale de la source qu'elles atteignent au temps $t = T_{\text{enr}}$. Cependant, les ondes de compression rasantes sont également générées en ces points (ondes résiduelles). Ainsi, pendant que les ondes de cisaillement générées aux points $-x_2^{cr}$ et x_2^{cr} convergent vers la position de la source, les ondes de compression rasantes continuent à se propager sur la face arrière tout

en générant des ondes de cisaillement qui se propagent dans le volume avec un angle θ_{cr} et ne se dirigent pas vers la source (ondes résiduelles). On montre de plus par un simple calcul de temps de vol que ces ondes de cisaillement rayonnées par les ondes de compression rasantes sont situées sur le même cône que celui défini par le quatrième artefact (ondes de cisaillement réfléchies sur la face avant). Le demi-angle au sommet de ce cône, noté θ_{art}, est relié à l'angle critique par la relation suivante :

$$\theta_{art} = \arctan\left(\frac{2}{\sin 2\theta_{cr}} - \tan\theta_{cr}\right) . \tag{6.22}$$

Les figures 6.5(a) et 6.5(b) illustrent les différentes ondes générées par les deux sources en mouvement à la vitesse $\pm c_L$, respectivement pour $|x_2| > x_2^{cr}$ et $|x_2| = x_2^{cr}$. Le cône d'angle θ_{art}, tracé en traits point-tirets, représente le quatrième artefact qui est susceptible de perturber l'imagerie de la source.

Par cette analyse basée sur la génération d'ondes par une source surfacique en mouvement, la prédiction des artefacts inhérents à la méthode d'imagerie que nous avons proposée dans la section précédente a été effectuée. Nous verrons dans le chapitre suivant que certaines configurations (temps d'enregistrement, épaisseur de la plaque) sont plus propices à la minimisation de ces artefacts que d'autres.

6.3 Conclusion

Dans ce chapitre, l'observation que le théorème de représentation est une formulation intégrale d'un problème direct en acoustique pour lequel les sources sont distribuées sur une surface a permis de proposer une méthode de calcul pour l'imagerie basée sur les résultats de la première partie. Cette méthode d'imagerie a les avantages d'éviter le calcul des composantes du tenseur de Green et d'être une simple modification des calculs de problème direct de la première partie. Dans un premier temps, la méthode, courante en géophysique, consistant à utiliser le déplacement mesuré comme une force excitatrice dans le problème retourné a semblé peu adaptée à l'imagerie d'une source acoustique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique.

Ensuite, une discussion sur les conditions aux limites appliquées dans le problème retourné a conduit à deux remarques. Dans un premier temps, l'ensemble des composantes du champ de déplacement a été supposé connu. Il apparaît alors que la solution du problème retourné est bien le retourné temporel de la solution du problème direct sous la condition qu'imposer, sur une surface, un déplacement initialement causé par une déformation de cette surface permette de recréer exactement le même état de déformation. Dans un second temps, seule la composante normale du champ de déplacement a été supposée connue. Dans ce cas, une perte d'information est inévitable et est à l'origine d'artefacts qui ont alors été prédits et calculés.

L'analyse de ces artefacts a été réalisée de manière originale sur la base de la génération d'ondes acoustiques par une source en mouvement sur une surface. Les ondes acoustiques générées dans le problème retourné sont considérées comme résultant de sources surfaciques supersoniques, chacune des sources correspondant à la signature d'une onde détectée dans le problème direct. Quatre artefacts ont été présentés, se traduisant pour trois d'entre eux sous la forme d'un front d'onde se superposant à l'image de la source. Le quatrième, associé à la génération d'ondes

de compression évanescentes sur la face arrière a un effet moindre sur l'image de la source. Il est important de noter que la présence de ces artefacts sur l'image de la source peut être plus ou moins marquée, ce qui n'a pas été discuté dans ce chapitre mais sera mis en lumière plus loin.

La méthode d'imagerie est maintenant présentée et les artefacts inhérents à celle-ci ont été prédits. Dans le chapitre suivant, cette méthode d'imagerie est alors appliquée dans différentes configurations.

Chapitre 7

Imagerie par retournement temporel d'une source photoacoustique : mise en œuvre expérimentale et perspectives

La théorie sur laquelle est fondée la méthode d'imagerie que nous proposons dans cette thèse a fait l'objet du chapitre précédent. La stratégie retenue, constituée de trois étapes, a été exposée et l'étape de synthèse numérique du champ retourné, qui permet à proprement parler d'obtenir l'image de la source, a été discutée dans le cas d'une détection en transmission. La composante normale du champ de déplacement, mesurée sur la face arrière de l'échantillon comme au chapitre 2 par exemple, est retournée temporellement. Elle est alors appliquée comme une condition aux limites en déplacement dans le problème dit retourné dont on calcule ensuite la solution par une méthode semi-analytique. Ce calcul est calqué sur celui présenté dans la première partie (cf. Chap. 2 et 3). Il a été montré qu'une perte d'information sur le champ acoustique mesuré conduit à la génération d'artefacts sur l'image obtenue. Le propos de ce chapitre est maintenant de mettre en œuvre la méthode d'imagerie dans différentes configurations afin de confirmer les attentes théoriques tant en matière de faisabilité qu'en matière de qualité d'image.

La technique d'imagerie que nous proposons est appliquée dans la section 7.1 au cas simple d'une source acoustique d'extension latérale infinie (source unidimensionnelle). Dans le chapitre 5, il a été rappelé lors de l'étude du principe de Huygens qu'une onde cylindrique (cas d'une propagation bidimensionnelle) laisse un effet résiduel après son passage, contrairement au cas d'une onde sphérique. Cette caractéristique des ondes cylindriques confère ainsi une difficulté supplémentaire à l'imagerie dans le cas bidimensionnel par rapport au cas tridimensionnel. La méthode d'imagerie dans le cas d'une détection en transmission est donc tout d'abord éprouvée pour un problème à géométrie tridimensionnelle à symétrie axiale (§ 7.2). Dans un premier temps, l'étape d'enregistrement de la composante normale du champ de déplacement est simulée. Cela permet d'effectuer divers tests sans pour autant devoir mener les expériences à chaque fois, autorisant ainsi de réaliser des études paramétriques en faisant varier, par exemple, la

longueur de pénétration optique du matériau de manière continue. La simulation du problème direct est réalisée par la méthode présentée au chapitre 2. Ces simulations permettent également d'illustrer les artefacts décrits dans le chapitre précédent. Un cas où la composante normale du champ de déplacement est effectivement mesurée, plutôt que simulée, est ensuite traité afin d'éprouver la technique d'imagerie en conditions expérimentales. Après cela, des problèmes à géométrie bidimensionnelle sont considérés (§ 7.3). L'imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale aussi bien qu'oblique[a] est alors exposée et discutée pour une détection en transmission (§ 7.3.1). Le cas de l'imagerie avec une détection en réflexion est ensuite abordé (§ 7.3.2) par l'analyse de deux cas : (i) image d'une nappe source volumique enfouie normale, et (ii) image d'une nappe source volumique enfouie oblique.

Avant toute chose, il est important de rappeler que le terme d'image, défini au début de la section 6.1, correspond dans notre cas à la distribution spatiale à l'instant $t = T_{\text{enr}}$ de la composante normale du champ de déplacement solution du problème retourné, où T_{enr} est le temps d'enregistrement de la première étape de la méthode. Dans la chronologie du problème retourné, lorsque $t < T_{\text{enr}}$ les ondes convergent vers la position de la source. Au contraire, lorsque $t > T_{\text{enr}}$ les ondes divergent depuis la position de la source. En effet, les ondes du problème retourné n'ont aucune raison d'être stoppées dans leur propagation à $t = T_{\text{enr}}$ et continuent donc à se propager dans la plaque ultérieurement à l'obtention de l'image de la source. Pour éviter la divergence des ondes après la focalisation obtenue à $t = T_{\text{enr}}$, il faudrait placer un puit acoustique capable d'absorber l'énergie acoustique au temps T_{enr}, ce qui a été réalisé expérimentalement en inversant temporellement, en plus des mesures, l'impulsion source du problème direct.[124] Cela n'est pas considéré dans cette thèse. Notons que le choix est fait dans le chapitre de présenter uniquement l'image de la source (à $t = T_{\text{enr}}$ dans la chronologie du problème retourné), sauf mention contraire explicite.

7.1 Imagerie d'une source acoustique d'extension latérale infinie

Il est proposé de revenir rapidement sur le cas d'une propagation unidimensionnelle en appliquant, cette fois-ci et contrairement au paragraphe 6.1.1, la méthode d'imagerie que nous proposons. Le déplacement normal de la face arrière dans le cas d'une source d'extension latérale infinie[b] [Fig. 6.1(a)] est ainsi temporellement retourné et appliqué comme une condition aux limites en déplacement [Eq. (6.5c)] dans le problème retourné. L'image obtenue de la source en fonction de x_1 est représentée sur la figure 7.1(a) par la courbe en trait plein noir indicé (i). La courbe en trait point-tiret rouge représente la décroissance exponentielle théorique de la source du problème direct : $\exp(-\beta x_1)$. Un très bon accord existe entre la décroissance théorique et la décroissance reconstruite par la technique d'imagerie. Notons que la seule différence est en $x_1 = 0$ [encart de la figure 7.1(a)] où il existe un facteur 2 entre la théorie et le résultat d'imagerie. Ce facteur 2 est associé au fait que le déplacement sur la surface libre d'une plaque est le double du déplacement dans la plaque car les ondes incidente et réfléchie sont présentes

a. cf. définition p.15
b. cf. définition p.140

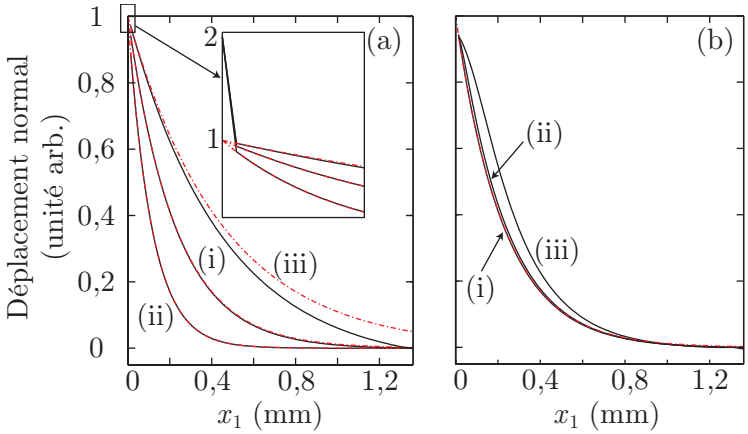


Fig. 7.1 – Images d'une source volumique enfouie d'extension latérale infinie avec (a) changements de la longueur de pénétration optique et (b) changement de la durée d'impulsion. Les courbes en trait noir représentent les décroissances exponentielles reconstruites et les courbes en trait point-tiret rouge représentent les décroissances exponentielles théoriques de la source du problème direct dans chacun des cas.

simultanément au niveau de la surface et leurs amplitudes s'additionnent. Ce point ne sera plus considéré par la suite. L'approche proposée pour laquelle le déplacement mesuré est appliqué comme une condition aux limites en déplacement conduit à un résultat remarquable contrairement au cas de la section 6.1.1, où le déplacement mesuré était appliqué comme une condition aux limites en contraintes.

Toujours en considérant les propriétés du verre Schott NG1 pour les simulations, les limites de la méthode d'imagerie dans le cas unidimensionnel sont illustrées en faisant varier deux paramètres de la source d'extension latérale infinie : la longueur de pénétration optique $1/\beta$, et la durée d'impulsion τ_l. Dans un premier temps, τ_l est fixée à 8 ns et trois valeurs de la longueur de pénétration optique sont considérées : (i) la valeur constructeur du verre Schott NG1 (cf. Tab. 1.2) ; (ii) la moitié de cette valeur ; (iii) le double. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 7.1(a) par les courbes en trait plein respectivement repérées par (i), (ii) et (iii). Les courbes en trait point-tiret représentent les décroissances exponentielles théoriques de la source du problème direct dans chacun des cas. Tant que la longueur de pénétration optique est petite devant l'épaisseur pour que la relation $\exp(-\beta h) \ll 1$ soit vérifiée, la technique d'imagerie par retournement temporel reconstruit précisément la décroissance exponentielle de la source, comme cela est illustré par les cas (i) et (ii) [Fig. 7.1(a)]. Dans le cas (iii) où la longueur de pénétration optique ne permet plus de vérifier la relation précédente, des écarts apparaissent entre la décroissance reconstruite et la décroissance théorique. La longueur de pénétration optique est ici sous-estimée. Dans les cas (i) et (ii), les échos L et $3L$ dans le problème direct sont distincts [cf. Fig. 6.1(a)], ce qui n'est plus vrai pour le cas (iii) où ces échos se chevauchent. Une partie de l'information sur la décroissance de la source est donc perdue, ce qui explique le résultat obtenu. Cependant dès que la longueur de pénétration optique est petite devant l'épaisseur, elle est parfaitement reconstruite par la méthode d'imagerie proposée.

Dans un second temps, $1/\beta$ est fixé à la valeur du verre Schott NG1 et trois valeurs de la durée d'impulsion τ_l sont considérées : (i) 8 ns ; (ii) 20 ns ; (iii) 50 ns. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 7.1(b) par les courbes en trait plein respectivement repérées par (i), (ii) et (iii). La courbe en trait point-tiret représente la décroissance exponentielle théorique de la source acoustique dans le problème direct. Pour les expériences où la source laser utilisée délivre des impulsions de l'ordre de quelques nanosecondes, la fréquence caractéristique des ondes générées est typiquement de l'ordre de l'inverse de la durée d'impulsion. Cependant, lorsque la longueur de pénétration optique est bien plus grande que la distance parcourue par l'onde de compression à la célérité c_L durant le temps τ_l, c'est-à-dire $1/\beta \gg \tau_l c_L$, la fréquence caractéristique des ondes est dictée par la longueur de pénétration optique plutôt que par la durée d'impulsion. Le produit $\tau_l c_L$ est calculé pour les trois durées d'impulsion données précédement : 42 μm pour (i) ; 105 μm pour (ii) ; 262 μm pour (iii). La longueur de pénétration optique retenue pour les tests étant $1/\beta = 226$ μm, la fréquence caractéristique des ondes dans le cas (i) est reliée à la longueur de pénétration optique seule, alors que les fréquences caractéristiques des ondes dans les cas (ii) et (iii) sont influencées par la durée d'impulsion laser. Cela explique la détérioration de la reconstruction de la décroissance exponentielle de la source à mesure que τ_l augmente, comme cela est visible sur la figure 7.1(b). Cependant un accord remarquable est observé lorsque la valeur de la durée d'impulsion laser n'est pas trop élevée, ce qui correspond à une situation de faible absorption [c].

La technique d'imagerie proposée dans le chapitre précédent permet donc de réaliser l'image d'une source acoustique d'extension latérale infinie dès lors que la longueur de pénétration optique vérifie simultanément les relations $\exp(-\beta h) \ll 1$ et $1/\beta \gg \tau_l c_L$, ce qui est le cas des conditions expérimentales avec un échantillon de verre Schott NG1 : $1/\beta = 226$ μm et $\tau_l = 8$ ns. Les deux conditions précédentes doivent être respectées pour que la technique d'imagerie donne de bons résultats.

7.2 Imagerie d'une ligne source volumique enfouie (3D) : cas de la mesure en transmission

Le cas de l'imagerie d'une ligne source volumique enfouie normale est maintenant traité, tout d'abord en simulant la composante normale du champ de déplacement du problème direct, puis en utilisant des signaux expérimentaux. Les propriétés mécaniques et thermiques sont celles du verre Schott NG1 pour l'ensemble des cas traités. La partie réelle de l'indice optique est également celle du verre Schott NG1 et la durée d'impulsion laser est choisie égale à 8 ns.

7.2.1 Champ de déplacement simulé

La composante normale du champ de déplacement sur la face arrière de la plaque est simulée. La longueur de pénétration optique est choisie dans un premier temps égale à celle du verre Schott NG1 comme l'ensemble des autres propriétés du matériau. Le temps d'enregistrement est

c. cf. définition p.10

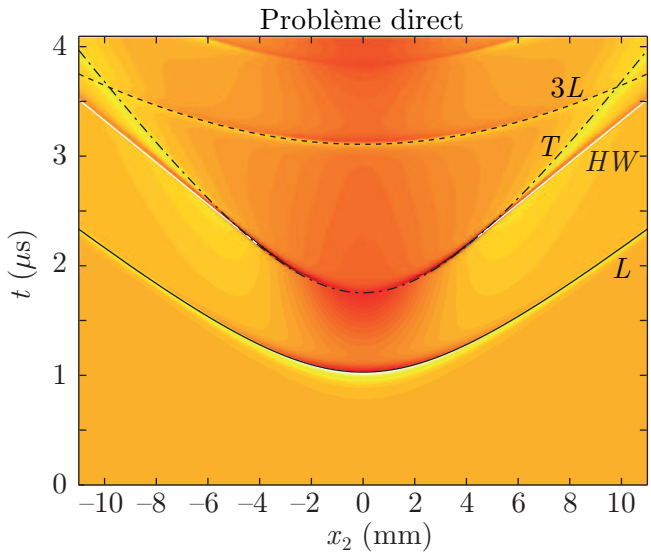


Fig. 7.2 – Composantes normales simulées du champ de déplacement sur la face arrière en fonction du temps t et de la position x_2 du point de mesure. La source acoustique est une ligne source volumique enfouie normale.

égal à $T_{\text{enr}} = 4{,}1$ μs. Le résultat de la simulation est tracé sur la figure 7.2 en fonction du temps t et de la position x_2 du point d'observation sur la face arrière. Remarquons que l'épaisseur de la plaque pour ces simulations est choisie quatre fois supérieure à l'épaisseur de la plaque disponible pour les expériences : $h = 5{,}44$ mm. En effet, avec ces valeurs de h et de T_{enr}, quatre ondes uniquement contribuent aux déplacement de la face arrière : les ondes de compression et de cisaillement directes L et T, les ondes de tête HW, ainsi que l'onde de compression $3L$ ayant effectué un aller-retour dans la plaque. Il s'agit d'une configuration intéressante pour étudier les artefacts associés à L, T et HW décrits dans la section 6.2.

Ces données simulées sont retournées temporellement et appliquées comme conditions aux limites en déplacement du problème retourné. Le film du problème retourné est présenté sur la figure 7.3. Les trois étapes énoncées en introduction de ce chapitre sont bien présentes : convergence des ondes ($t < T_{\text{enr}}$) ; focalisation ($t = T_{\text{enr}}$) ; divergence des ondes ($t > T_{\text{enr}}$). L'image de la source est obtenue pour $t = T_{\text{enr}}$ et correspond à la vignette centrale de la figure 7.3. Cette image, qui représente une coupe suivant le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ de l'échantillon, est tracée sur la figure 7.4(a), le jeu de couleur étant changé pour améliorer la distinction entre un déplacement nul (bleu ciel) et le déplacement maximal (rouge foncé). Nous rappelons que le problème est axisymétrique et que l'image est la même dans tout plan obtenu par rotation autour de $(O, \boldsymbol{x}_1)$ à partir du plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$. Le premier quart de l'épaisseur uniquement est tracé ($x_1 \in [0; 1{,}36]$) pour faciliter les comparaisons futures des résultats obtenus pour une plaque d'épaisseur 1,36 mm. L'image obtenue montre bien le retour des ondes au niveau de la position de la source du problème direct, preuve que la rétropropagation des ondes est simulée correctement par le problème retourné retenu dans le chapitre précédent. Il apparaît également en plus de l'image de la source, les artefacts prédits théoriquement dans la section 6.2. Ce résultat

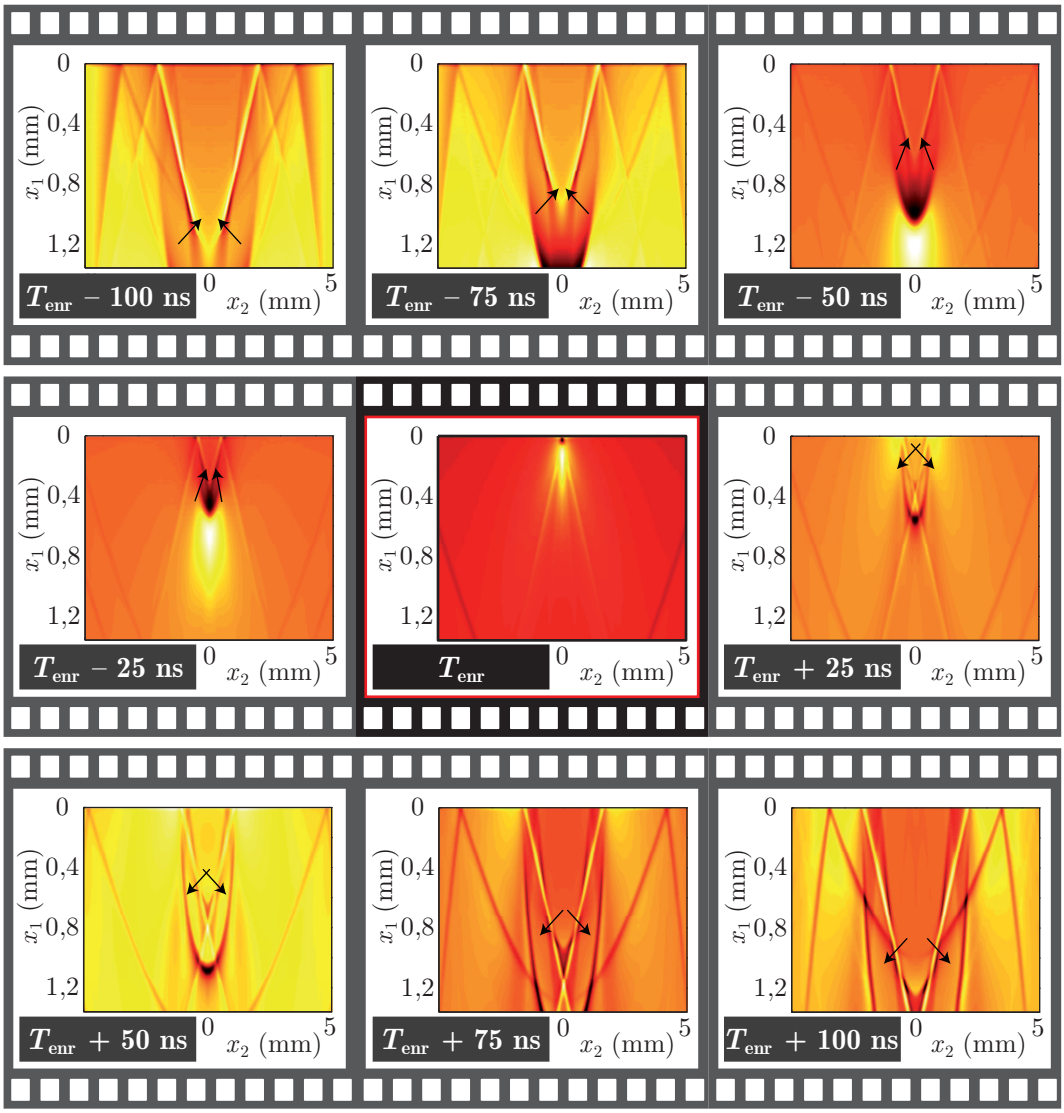


Fig. 7.3 – Composantes normales du champ de déplacement solution d'un problème retourné en fonction de x_1 et de x_2, le temps évoluant d'une vignette à la suivante.

remarquable constitue la première réalisation de l'image d'une source acoustique résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique dans une situation de faible absorption et montre l'efficacité de la méthode proposée au chapitre précédent pour obtenir l'image d'une telle source.

Sur la gauche de la figure 7.4(a), l'échelle de couleur est modifiée afin de souligner quatre de ces artefacts pointés par les flèches (i), (ii), (iii) et (iv). A partir de l'approche développée dans le chapitre précédent et basée sur les ondes générées par une source surfacique en mouvement, un calcul rapide de temps de vol permet de prédire la position des fronts d'onde indésirables formant les artefacts de l'image. Les prédictions théoriques des artefacts sont reportées sur la figure 7.4(a). Les lignes jaunes en traits pleins, pointillés et point-tirets représentent les fronts d'onde indésirables se propageant dans la direction des flèches jaunes et associés à la source surfacique supersonique virtuelle en mouvement sur la surface $x_1 = h$ à la vitesse $c_2^L(x_2)$ [Eq. (6.11)]. Les

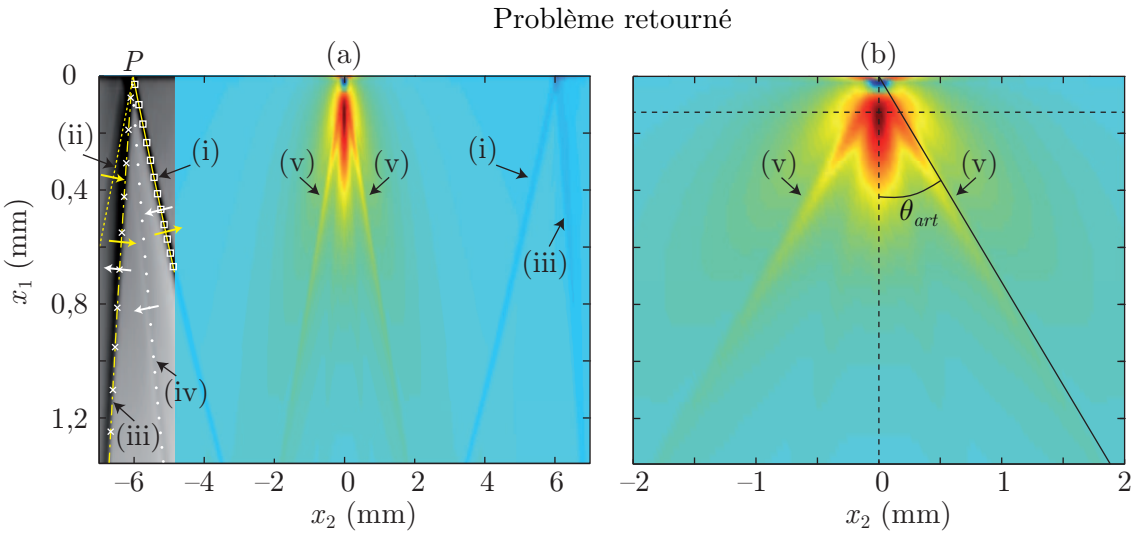


Fig. 7.4 – Images de la ligne source volumique enfouie normale après résolution du problème retourné pour un intervalle (a) $x_2 \in [-7, 7]$ et (b) $x_2 \in [-2, 2]$. Les flèches (i), (ii), (iii), (iv) et (v) soulignent les artefacts de l'image obtenue. Les prédictions théoriques des artefacts sont reportées sur (a) : les lignes jaunes en traits pleins, pointillés et point-tirets représentent les fronts d'onde indésirables se propageant dans la direction des flèches jaunes et associés à la source surfacique supersonique en mouvement à la vitesse $c_2^L(x_2)$; les symboles blancs (croix, points, carrés) représentent les fronts d'onde indésirables se propageant dans la direction des flèches blanches et associés à la source surfacique supersonique en mouvement à la vitesse $c_2^T(x_2)$.

symboles blancs (croix, points, carrés) représentent, quant à eux, les fronts d'onde indésirables se propageant dans la direction des flèches blanches et associés à la source surfacique supersonique virtuelle en mouvement sur la surface $x_1 = h$ à la vitesse $c_2^T(x_2)$ [Eq. (6.11)]. Une bonne concordance est remarquable entre les artefacts de l'image, pointés par les flèches noires, et la position prédite de ces artefacts. Il est ainsi possible d'identifier la cause des divers artefacts.

Commençons par identifier les fronts d'onde représentés par les lignes jaunes associés à la source surfacique à la vitesse $c_2^L(x_2)$. Comme cela a été exposé dans la section 6.2.1 du chapitre précédent, la source surfacique en mouvement sur la face arrière à la vitesse $c_2^L(x_2)$ génère deux types d'onde : d'une part des ondes de compression qui ont été qualifiées de partielles car elles convergent vers la position de la source initiale et contribuent à l'image de cette source, et d'autre part des ondes de cisaillement qualifiées de résiduelles car elles sont à l'origine d'artefacts sur l'image de la source. Nous rappelons que deux sources surfaciques supersoniques virtuelles se déplaçant à la vitesse $\pm c_2^L(x_2)$ doivent être considérées (cf. Chap. 6). La première se déplace des x_2 négatifs vers l'épicentre ($x_2 = 0$), alors que la seconde se déplace en sens opposé des x_2 positifs vers l'épicentre. Partant du constat que les ondes de cisaillement sont plus lentes que les ondes de compression dans le milieu considéré, les ondes de cisaillement résiduelles résultant de la source à gauche ($x_2 < 0$) sont, au temps de refocalisation T_{enr}, en retard sur les ondes de compression partielles. Cela signifie que les fronts d'onde indésirables associés aux ondes de cisaillement résiduelles sont situés à gauche de la source à $t = T_{\text{enr}}$ et qu'ils continuent pour

$t > T_{\text{enr}}$ à se propager vers les x_2 positifs. Il s'agit donc des lignes jaunes sur la figure 7.4(a) [à gauche], les flèches jaunes représentant le sens de propagation de ces fronts d'onde indésirables.

Pour expliquer les trois fronts indésirables, il faut distinguer deux cas. Lorsque $|x_2| < hc_L/c_T$, durant le temps mis par les ondes de compression partielles pour atteindre la position de la source initiale, les ondes de cisaillement résiduelles n'ont pas le temps d'atteindre la surface en $x_1 = 0$. Ce cas est représenté par la ligne jaune en traits pleins sur la figure 7.4(a) et explique en partie l'artefact pointé par la flèche indicée (i). Au contraire, lorsque $|x_2| > hc_L/c_T$, les ondes de cisaillement résiduelles ont le temps d'atteindre la surface en $x_1 = 0$ avant que les ondes de compression partielles n'aient atteint la position de la source initiale. Ces ondes de cisaillement résiduelles sont donc réfléchies sur la face avant. Cette réflexion génère deux fronts d'onde indésirables. Le premier est associé aux ondes de cisaillement résiduelles réfléchies sans conversion de mode et il est représenté par la courbe en traits pointillés sur la figure 7.4(a), expliquant ainsi l'artefact pointé par la flèche indicée (ii). Le second front d'onde correspond à des ondes de compression résiduelles générées par la conversion de mode au moment de la réflexion sur la face avant des ondes de cisaillement résiduelles. Il est représenté par la courbe en traits point-tirets sur la figure 7.4(a) et explique en partie l'artefact pointé par la flèche indicée (iii). Le sens de propagation de ces deux fronts d'onde est toujours dans le sens x_2 positifs.

Intéressons nous maintenant aux fronts d'onde représentés par les symboles blancs associés à la source surfacique supersonique en mouvement sur la surface $x_1 = h$ à la vitesse $c_2^T(x_2)$. Pour identifier les causes de ces différents fronts, il faut ici se référer à l'analyse menée dans la section 6.2.2 du chapitre précédent. Deux cas ont été identifiés, suivant que $|x_2|$ soit plus petit ou plus grand que $h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$. Dans les deux cas, des ondes de cisaillement qualifiées de partielles et contribuant à l'image de la source sont générées. Dans le cas où $|x_2| > h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$, il a été montré que des ondes de compression évanescentes résiduelles se propageant sur la face arrière sont générées. Ces ondes s'atténuent dans la profondeur de la plaque et l'épaisseur considérée ici permet de ne pas en tenir compte. En revanche dans le cas où $|x_2| < h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$, la source surfacique à la vitesse $c_2^T(x_2)$ génère des ondes de compression résiduelles qui se propagent dans le volume de la plaque. Ces ondes de compression résiduelles sont à l'origine d'artefacts sur l'image de la source qui sont maintenant commentés. Comme précédemment dans le cas des sources surfaciques à la vitesse $c_2^L(x_2)$, il faut considérer ici aussi deux sources surfaciques supersoniques virtuelles se déplaçant à la vitesse $\pm c_2^T(x_2)$, l'une à gauche ($x_2 < 0$) se déplaçant vers les x_2 positifs et l'autre à droite ($x_2 > 0$) se déplaçant dans le sens opposé. Dans ce cas, les ondes résiduelles sont des ondes de compression et sont donc plus rapides que les ondes de cisaillement partielles se propageant vers la position de la source initiale. Les ondes de compression résiduelles résultant de la source à droite ($x_2 > 0$) sont, au temps de refocalisation T_{enr}, en avance sur les ondes de cisaillement partielles. Cela signifie que les fronts d'onde indésirables associés aux ondes de compression résiduelles générées par la source à droite sont donc situés à gauche de l'image de la source à $t = T_{\text{enr}}$ et qu'ils continuent pour $t > T_{\text{enr}}$ à se propager vers les x_2 négatifs. Il s'agit donc des fronts marqués par les symboles blancs sur la figure 7.4(a), les flèches blanches représentant le sens de propagation de ces fronts d'onde indésirables.

Pour expliquer les trois fronts indésirables relatifs à la source en mouvement à la vitesse $c_2^T(x_2)$, il faut comme précédemment distinguer deux cas. Lorsque $hc_T/c_L < |x_2| < h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$, les ondes de compression résiduelles se propagent avec de grands angles et n'atteignent pas la face avant durant le temps mis par les ondes de cisaillement partielles pour atteindre la position de la source initiale. Ce cas est représenté par les croix blanches sur la figure 7.4(a) et explique en partie l'artefact pointé par la flèche indicée (iii), conjointement aux ondes résiduelles générées par la source surfacique supersonique en mouvement à la vitesse $c_2^L(x_2)$ exposées précédemment. Au contraire dans le cas où $|x_2| < hc_T/c_L$, les ondes de compression atteignent la face avant dans le temps imparti et se réfléchissent donc sur celle-ci. Cette réflexion génère deux fronts d'onde indésirables. Le premier est associé à la réflexion sans conversion de mode et est marqué sur la figure 7.4(a) par les points blancs. Cela explique l'artefact pointé par la flèche (iv). Le second front d'onde correspond à des ondes de cisaillement, générées par la conversion de mode lors de la réflexion sur la face avant des ondes de compression résiduelles générées par la source en mouvement à la vitesse $c_2^T(x_2)$. Il est repéré par des carrés blancs sur la figure 7.4(a). Ces ondes contribuent donc à l'artefact pointé par la flèche (i), conjointement aux ondes de cisaillement résiduelles générées par la source surfacique supersonique en mouvement à la vitesse $c_2^L(x_2)$ exposées précédemment.

Notons que l'ensemble des artefacts ont un point commun P sur la surface $x_1 = 0$ [Fig. 7.4(a)]. Cette concordance des artefacts n'est effective qu'au temps $t = T_{\text{enr}}$ dans la chronologie du problème retourné et la position de ce point commun dépend uniquement de l'épaisseur h de la plaque et des célérités des ondes de compression et de cisaillement du matériau considéré. Pour les ondes de cisaillement résiduelles associées à la source en mouvement à la vitesse $c_2^L(x_2)$ (courbe en traits pleins jaunes), la position x_2^P de ce point sur la face avant peut être calculée en considérant l'intersection entre la droite $x_1 = 0$ et le rayon issu du point sur la droite $x_1 = h$ d'abscisses $x_2 = -hc_L/c_T$ représentant l'onde de cisaillement générée en ce point par la source à gauche et se propageant avec un angle $\theta_T(x_2)$ par rapport à la normale $\boldsymbol{x}_1$ [Eq. (6.16)]. Pour les ondes de compression résiduelles associées à la source en mouvement à la vitesse $c_2^T(x_2)$ (croix blanches), la position x_2^P de ce point peut également être calculée en considérant l'intersection entre la droite $x_1 = 0$ et le rayon issu du point sur la droite $x_1 = h$ d'abscisses $x_2 = hc_T/c_L$ représentant l'onde de cisaillement générée en ce point par la source à droite et se propageant avec un angle $\theta_L(x_2)$ par rapport à la normale $\boldsymbol{x}_1$ [Eq. (6.19)]. Après calcul, l'expression de x_2^P est la suivante :

$$x_2^P = h\left(\frac{c_T}{c_L} - \frac{c_L}{c_T}\right), \tag{7.1}$$

ce qui conduit dans notre cas à $x_2^P = -6{,}025$ mm, en accord avec la position du point P sur la figure 7.4(a).

Sur la droite de cette figure, où l'échelle de couleur est inchangée, il apparaît que l'amplitude des artefacts est très faible devant l'amplitude au niveau de la zone de focalisation. Il est d'ailleurs remarquable que les artefacts (ii) et (iv) ne sont pas visibles et que seuls les artefacts (i) et (iii), pour lesquels ont été identifiées deux contributions pour chacun, sont discernables. Ces artefacts, bien que présents comme la théorie le prédisait, sont donc peu gênants pour l'imagerie de la source.

Cependant un autre artefact, pointé par la flèche (v), est plus important en amplitude et est localisé précisément à la position initiale de la source. Un zoom sur la zone centrale de la figure 7.4(a) pour $x_2 \in [-2;2]$ est réalisé sur la figure 7.4(b) pour apprécier la focalisation des ondes au niveau de la position initiale de la source. Il apparaît que l'artefact (v) gène la reconstruction de la source et plus particulièrement près de la surface en $x_1 = 0$. D'après l'analyse menée à la section 6.2, cet artefact peut être attribué à la source virtuelle surfacique en mouvement à la vitesse c_L, correspondant à la signature des ondes de tête sur les signaux détectés dans le problème direct. Il a été théoriquement prédit que l'artefact généré par les ondes de tête serait un cône de demi-angle au sommet θ_{art}, dont la valeur dépend uniquement de la valeur de l'angle critique. Après application numérique, l'angle θ_{art} est égal à 54°. Le report de cet angle sur la figure 7.4(b) permet ainsi de confirmer la cause des artefacts (v). Malgré la présence de ces artefacts, l'image de la source correspond au résultat que l'on attendait.

Pour analyser cela plus précisément, des coupes de la figure 7.4(b) selon les traits pointillés vertical et horizontal sont maintenant présentées, respectivement sur les figures 7.5(a)-(b) et 7.5(e)-(f). En plus des résultats relatifs à la simulation qui vient d'être présentée, la figure 7.5 comporte d'autres résultats pour lesquels la taille de la source ou la longueur de pénétration optique a été changée afin d'en analyser l'influence sur la reconstruction. Les figures 7.5(c)-(d) représentent les résultats des figures 7.5(a)-(b) après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale. La décroissance de la source en fonction de x_1 étant théoriquement une exponentielle décroissante, les courbes des figures 7.5(c)-(d) devraient donc être des droites dont l'inverse de la pente est égal à la longueur de pénétration optique.

Dans les figures 7.5(a), 7.5(c) et 7.5(e) [colonne de gauche], trois valeurs de la largeur a de la source acoustique sont considérées : 0,1 mm (trait plein) ; 0,5 mm (trait point-tiret) ; 1 mm (trait pointillé). Sur la figure 7.5(a), la décroissance exponentielle reconstruite, image de la décroissance exponentielle de la source, change lorsque la largeur de la source évolue. Plus la source est large et plus la longueur de pénétration optique reconstruite est importante, alors qu'elle devrait être la même dans les trois cas. Cela est confirmé par la figure 7.5(c), où la pente des droites diminue à mesure que a augmente. Les droites s'éloignent donc de la droite théorique de pente $-\beta$ (trait plein gris) lorsque la largeur de la source augmente. Au contraire sur la figure 7.5(e), la distribution latérale gaussienne reconstruite se rapproche de la distribution latérale gaussienne théorique de la source à mesure que la largeur de la source augmente.

Pour les figures 7.5(b), 7.5(d) et 7.5(f) [colonne de droite], la largeur de la source est $a = 0{,}1$ mm et trois valeurs de la longueur de pénétration optique sont considérées : 226 μm (trait plein) ; 113 μm (trait point-tiret) ; 552 μm (trait pointillé). Sur la figure 7.5(b), il apparaît que la reconstruction de la source dans la profondeur est influencée dans le bon sens par le changement de longueur de pénétration optique. Pour une comparaison plus fine entre la décroissance théorique et la décroissance reconstruite, la figure 7.5(d) est analysée. Bien que la pente des droites relatives aux décroissances reconstruites diminue à mesure que la longueur de pénétration optique augmente, il apparaît que l'écart entre les résultats de l'imagerie (noir) et les attentes théoriques (gris) augmente à mesure que la longueur de pénétration optique diminue. Au contraire sur la figure 7.5(f), il apparaît que la distribution latérale gaussienne reconstruite se

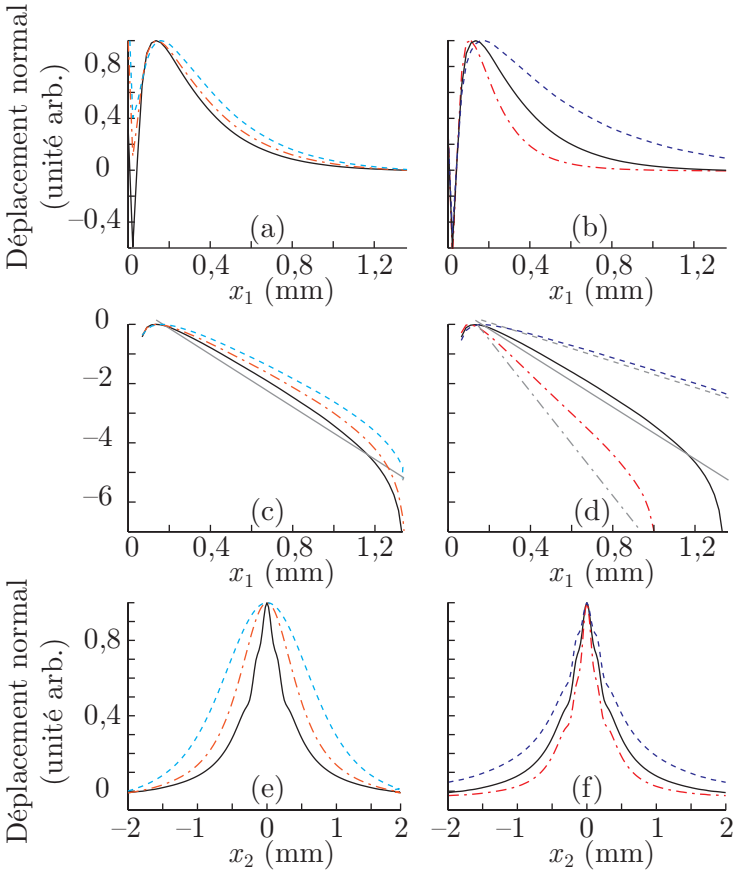


Fig. 7.5 – Coupes (a)-(b) verticales en $x_2 = 0$ mm et (e)-(f) horizontales en $x_1 = 0{,}136$ mm de différentes images d'une ligne source volumique enfouie normale dont les propriétés changent. Les figures (c) et (d) représentent respectivement les résultats des figures (a) et (b) après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale. Le paramètre variable sur les figures (a), (c) et (e) est la largeur de la source : 0,1 mm (trait plein) ; 0,5 mm (trait point-tiret) ; 1 mm (trait pointillé). Le paramètre variable sur les figures (b), (d) et (f) est la longueur de pénétration optique : 226 μm (trait plein) ; 113 μm (trait point-tiret) ; 552 μm (trait pointillé).

rapproche de la distribution latérale gaussienne théorique de la source à mesure que la longueur de pénétration optique diminue.

D'après ces deux variations de paramètres, il transparaît que la dimension la plus grande de la source, entre la largeur et la longueur de pénétration optique, est reconstruite plus précisément au détriment de l'autre dimension de la source.

Pour analyser les observations qui viennent d'être relevées, une discussion sur la fréquence caractéristique des ondes générées dans le problème direct par chacune des sources est intéressante. En effet, lorsque la longueur de pénétration optique ($1/\beta$) est plus grande que la largeur de la source, la fréquence caractéristique des ondes dans le problème direct est dictée par $1/\beta$. On remarque d'après ce qui précède que, dans ce cas, la longueur de pénétration optique est mieux reconstruite que la largeur de la source [cf. courbes en trait pointillé des figures 7.5(d) et 7.5(f)]. Au contraire, lorsque $a > 1/\beta$, la largeur de la source dicte la fréquence caractéristique des ondes

dans le problème direct et la distribution latérale gaussienne est alors mieux reconstruite que la décroissance exponentielle de la source [cf. courbes en trait pointillé des figures 7.5(c) et 7.5(e)]. Par la méthode d'imagerie que nous proposons, la localisation de la source est immédiate et ne nécessite pas de traitement supplémentaire. La caractérisation de la distribution spatiale de la source est également très bonne. Une certaine compétition existe entre les deux dimensions, latérale et en profondeur, de la source mais les résultats sont tout de même très satisfaisants. Notons que quelle que soit la configuration, la reconstruction de la distribution latérale gaussienne est plus large que la distribution attendue, cela étant expliqué par les artefacts (v) commentés précédemment.

Les particularités de la méthode d'imagerie que nous proposons sont maintenant connues et la capacité de cette méthode à imager une ligne source volumique enfouie normale a été prouvée dans un cas particulier où seule les ondes L, T, $3L$ et HW étaient présentes dans le champ de déplacement simulé du problème direct. Passons maintenant à l'imagerie d'une telle source dans un cas où la composante normale du déplacement de la face arrière n'est plus simulée mais mesurée.

7.2.2 Champ de déplacement mesuré

L'épaisseur de la plaque de verre Schott NG1 est maintenant $h = 1{,}36$ mm. Le temps d'enregistrement T_{enr} est d'environ 2 μs. Le dispositif expérimental utilisé est le même que celui décrit dans la section 4.1. La seule différence est le remplacement de la lentille cylindrique par une lentille sphérique de focale $f = 150$ mm afin de réaliser une focalisation circulaire sur la face avant de l'échantillon de verre Schott NG1. La largeur de la source expérimentale est approximativement $a = 100$ μm. L'angle d'incidence du faisceau laser est fixé à $\theta_i = 0°$. Cela permet ainsi que la source acoustique expérimentale soit une ligne source volumique enfouie normale [d].

La composante normale du champ de déplacement est mesurée sur la face arrière de la plaque avec un pas de 102 μm pour 7 mm de part et d'autre de l'épicentre. Les signaux expérimentaux mesurés sont tracés sur la figure 7.6 en fonction du temps t et de la position x_2 du point d'observation sur la face arrière. La ligne noire L indique le temps d'arrivée de l'onde de compression sur la face arrière, estimé à partir de l'épaisseur de la plaque et de la célérité des ondes de compression dans ce matériau. Le temps d'arrivée des ondes de cisaillement T est également évalué et reporté sur la figure 7.6 (trait tiret noir). La courbe en trait point-tiret noir indique le temps d'arrivée des ondes de compression $3L$ s'étant réfléchies deux fois sur les limites de la plaque sans conversion de mode. La ligne blanche HW, quant à elle, indique le temps d'arrivée des ondes de tête. Contrairement à l'étude précédente où seules les ondes L, T, $3L$ et HW étaient présentes dans le champ acoustique calculé, il apparaît clairement ici, en plus de ces ondes, de multiples réflexions avec ou sans conversion de mode (traits pointillés noir). Les lignes horizontales blanches en trait pointillé sur la gauche de la figure 7.6 soulignent une alternance de bandes horizontales claires et foncées qui correspondent au premier mode de résonance de plaque à une fréquence approximative de $f_0 = c_L/2h = 1{,}92$ MHz. Les bandes horizontales plus

d. cf. définition p.17

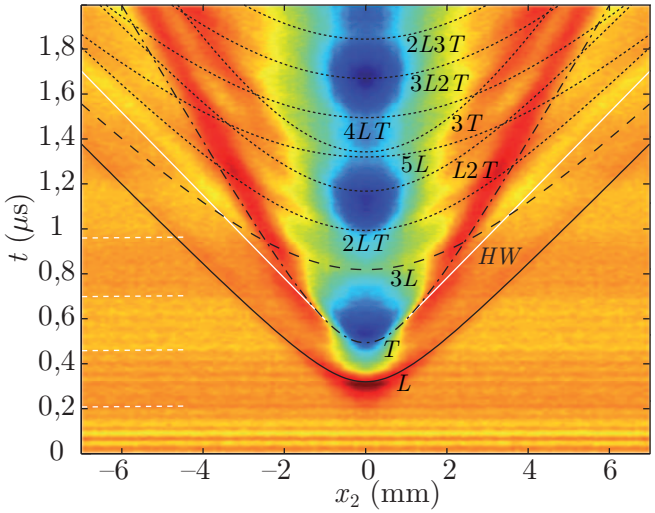


Fig. 7.6 – Composantes normales mesurées du champ de déplacement sur la face arrière en fonction du temps t et de la position x_2 du point de mesure. La source acoustique est une ligne source volumique enfouie normale.

fines correspondent à un bruit causé par une sensibilité électromagnétique de l'interféromètre laser à la cellule de Pockels du laser Nd :YAG à émission laser déclenchée qui sert à générer la source acoustique. Ce bruit s'atténue rapidement au cours du temps et la fréquence de celui-ci est d'environ $f_1 = 20$ MHz. Notons que la fréquence caractéristique des ondes de compression est $\beta c_L = 23{,}1$ MHz et celle des ondes de cisaillement est $\beta c_T = 13{,}6$ MHz. f_0 est bien plus petit que ces fréquences caractéristiques, signifiant que la résonance de plaque ne sera pas une limitation pour l'imagerie. En revanche, le bruit à la fréquence f_1 peut entraîner une perturbation dans l'image de la source.

Afin de comparer l'image obtenue à partir des relevés expérimentaux avec l'image théorique obtenue à partir de simulations, le problème direct est également résolu. Les paramètres des simulations sont les suivants : un pas en x_2 six fois plus petit que le pas expérimental, c'est-à-dire 17 μm ; la même discrétisation temporelle que pour les résultats expérimentaux, 1 ns ; un temps d'enregistrement $T_{\text{enr}} = 2{,}047$ μs ; $\tau_l = 8$ ns ; $a = 100$ μm. Ces paramètres sont également utilisés pour la résolution du problème retourné, à l'exception des deux derniers qui n'interviennent pas. Cela signifie que, dans le problème retourné résolu avec les signaux expérimentaux, le déplacement n'est connu et imposé que sur un point sur six de la discrétisation de la face arrière de la plaque. Les autres points de la discrétisation où la mesure n'a pas été effectuée sont contraints à un déplacement normal nul. Cela correspond, après que les ondes générées sur la face arrière en chacun des points de mesure se soient propagées et aient interagi entre elles, à une interpolation spatiale des mesures. La résolution du problème retourné est effectuée dans les deux cas et les images de la ligne source volumique enfouie normale obtenues sont tracées sur les figures 7.7(a) [signaux simulés] et 7.7(b) [signaux expérimentaux].

Le champ acoustique mesuré ici contenant plus de réflexions que dans le cas d'une plaque quatre fois plus épaisse traité précédemment, l'amplitude des artefacts au regard de l'amplitude

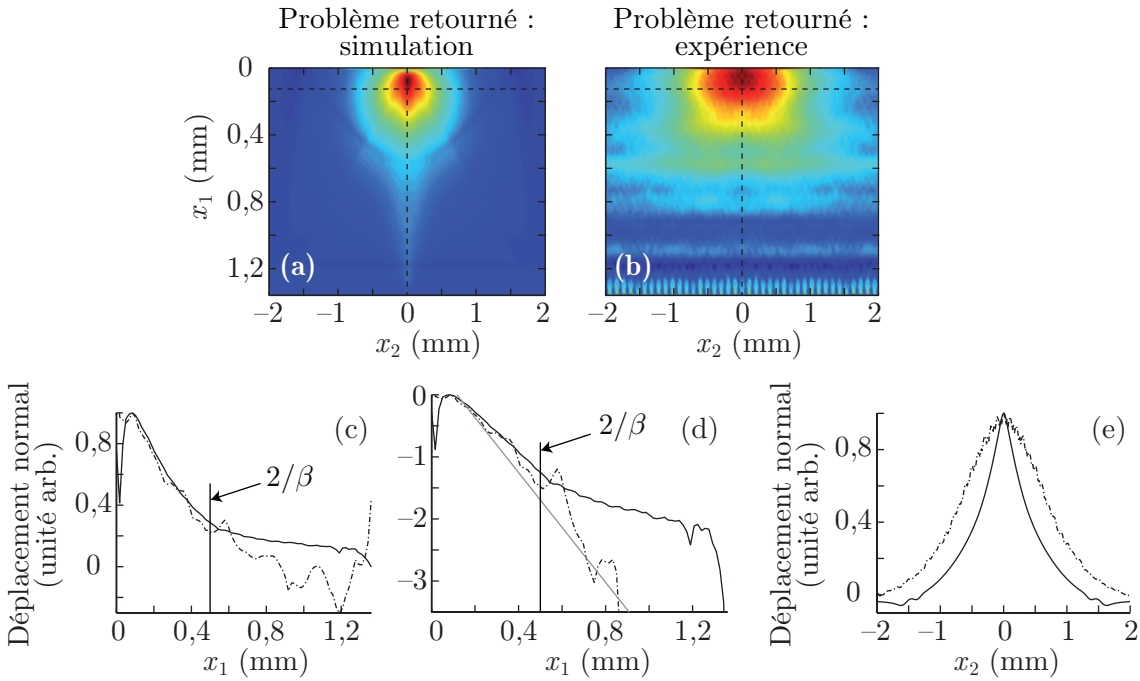


Fig. 7.7 – Images d'une ligne source volumique enfouie normale après résolution du problème retourné pour (a) des signaux simulés et (b) des signaux expérimentaux. Les coupes des images (a) et (b) selon les lignes pointillées verticales sont reportées sur la figure (c) alors que les coupes selon les lignes pointillées horizontales sont reportées sur la figure (e). (d) représente les résultats de la figure (c) après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale.

des déplacements au niveau de la zone de focalisation est plus faible. En effet, ces réflexions entraînent que plus d'ondes contribuent à l'image de la source, ce qui a pour effet d'augmenter l'amplitude des interférences constructives au niveau de la position de la source initiale. La présence des artefacts sur l'image diminue donc, la différence entre leurs amplitudes et l'amplitude du déplacement au niveau de la source étant plus importante dans le cas où plus de réflexions sont initialement mesurées. Les bandes horizontales sur l'image de la figure 7.7(b) sont la conséquence du bruit à la fréquence f_1 présent dans les signaux mesurés. Les bandes verticales présentes sur la face arrière de la plaque toujours sur la figure 7.7(b) sont dues au fait que la mesure du problème direct n'est pas nulle à $t = 0$. Le déplacement de la face arrière dans le problème retourné à $t = T$ n'est donc pas nul. Ces bandes font apparaître la discrétisation des points de mesure expérimentaux. Notons que la bande horizontale suivante en remontant dans l'épaisseur de l'échantillon est quasiment homogène, traduisant l'interpolation spatiale des mesures mentionnée précédemment. Cependant, en examinant les coupes de ces images suivant les lignes verticales et horizontales, reportées respectivement sur les figures 7.7(c) et 7.7(e), il apparaît que ces bandes horizontales ne perturbent l'image de la source qu'à partir d'environ deux fois la longueur de pénétration optique. C'est effectivement à partir de $x_1 = 2/\beta$ que la décroissance dans la profondeur de l'échantillon reconstruite avec les signaux mesurés (trait point-tiret) ou simulés (trait plein) diffère [Fig. 7.7(c)]. Pour exclure l'hypothèse que cela provienne d'un

problème de discrétisation des points de mesure, le problème retourné a également été résolu avec les signaux simulés dans le cas où les conditions aux limites en déplacement sont imposées uniquement sur un point sur six de la face arrière. Ces résultats se superposent parfaitement aux résultats obtenus avec une discrétisation six fois plus importante. La discrétisation des mesures expérimentales n'est donc pas un problème. Un bon accord entre les images pour des signaux simulés ou mesurés est démontré ici sur une distance au moins égale à deux fois la longueur de pénétration optique.

Pour comparer la décroissance reconstruite par la technique d'imagerie avec la décroissance théorique de pente $-\beta$, le logarithme népérien est appliqué à l'échelle verticale de la figure 7.7(c), ce qui conduit à la figure 7.7(d). La droite grise est une droite de pente $-\beta$. Il apparaît que la décroissance reconstruite est proche de la décroissance théorique jusqu'à une profondeur égale à deux fois la longueur de pénétration optique ($2/\beta$). Au-delà de cette profondeur, même la décroissance reconstruite à partir de signaux simulés s'éloigne de la pente théorique, ce qui n'était pas le cas pour une plaque plus épaisse. Cette observation peut s'expliquer par un artefact décrit dans le chapitre précédent et qui n'avait pas encore été observé. Il s'agit des ondes de compression évanescentes résiduelles générées par la source surfacique en mouvement à la vitesse $c_T\,(x_2)$ dans le cas où $|x_2| > h/\sqrt{(c_L/c_T)^2 - 1}$. L'amplitude de ces ondes décroit exponentiellement lorsque x_1 diminue depuis h. Cela explique l'absence de cet artefact dans le cas d'une plaque épaisse. En revanche ici, cela fournit l'explication du fait que la décroissance reconstruite n'est pas purement exponentielle. Malgré cet artefact, une bonne estimation de la décroissance exponentielle de la source est obtenue.

Sur la figure 7.7(e), la distribution latérale gaussienne reconstruite apparaît comme étant plus large lorsque les données expérimentales sont utilisées (trait point-tiret). Cet écart s'explique vraisemblablement par une largeur de la source acoustique lors de l'expérience légèrement supérieure à 100 μm. Comme attendu, la reconstruction de la dimension la plus grande de la ligne source volumique enfouie normale est de meilleure qualité. L'image de la décroissance exponentielle de la source est plus précise que l'image de la distribution latérale gaussienne. La technique d'imagerie proposée dans le chapitre 6 a donc démontré son efficacité dans le cas d'une ligne source volumique enfouie normale, associée à un problème direct à géométrie tridimensionnelle à symétrie axiale. L'application effectuée sur des mesures expérimentales permet également de conclure sur la robustesse de cette méthode par rapport au bruit expérimental.

Résumons rapidement les caractéristiques de la méthode d'imagerie qui viennent d'être exposées lorsqu'elle est appliquée dans le cadre d'une détection en transmission. Dans le cas d'une ligne source volumique enfouie normale, il a été montré que la dimension de la source (largeur ou pénétration optique) la plus grande, qui dicte la fréquence caractéristique des ondes générées dans le problème direct, est mieux reconstruite que l'autre dimension. Suivant le nombre de réflexions des ondes qui est mesuré dans le problème direct, les artefacts décrits dans la section 6.2 sont plus ou moins marqués. Malgré ces artefacts, les images obtenues permettent de caractériser, ou du moins d'avoir une très bonne approximation de la source acoustique dans un problème à géométrie tridimensionnelle et à symétrie axiale. Il est maintenant proposé de

traiter le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle dont nous verrons que l'interprétation des résultats diffère quelque peu.

7.3 Imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique (2D) : résultats préliminaires et perspectives

Dans le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle, il a été rappelé qu'une onde cylindrique laisse un effet résiduel après son passage. Cette caractéristique des ondes cylindriques confère une difficulté supplémentaire à l'imagerie dans le cas bidimensionnel par rapport au cas tridimensionnel et il est proposé d'analyser cela en simulant le champ acoustique du problème direct. Cette section, consacrée à l'application de la technique d'imagerie dans le cas d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique[e], est séparée en deux parties. Dans un premier temps, la technique d'imagerie est appliquée dans le cas d'une détection en transmission. La difficulté supplémentaire engendrée par la caractéristique particulière des ondes cylindriques est alors discutée. La technique est appliquée dans un second temps au cas d'une détection en réflexion, apportant une réponse potentielle à la difficulté soulevée précédemment. Les travaux présentés dans cette section sont des résultats préliminaires sur l'imagerie d'une source acoustique dans le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle et soulèvent des points qu'il serait intéressant d'approfondir dans de futures analyses. Les propriétés mécaniques, thermiques et optiques sont celles du verre Schott NG1 pour l'ensemble des cas traités dans cette section. L'épaisseur de la plaque est $h = 1{,}36$ mm. La durée d'impulsion laser est encore choisie égale à 8 ns et la largeur de la source est $a = 0{,}1$ mm.

7.3.1 Imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique : cas de la mesure en transmission

Pour la simulation du problème direct, la source considérée est tout d'abord une nappe source volumique enfouie normale. La composante normale simulée du champ de déplacement au niveau de la face arrière de la plaque est alors retournée temporellement et appliquée comme condition aux limites en déplacement dans le problème retourné. L'image obtenue après résolution du problème retourné est présentée sur la figure 7.8(a). La coupe en $x_2 = 0$ selon la profondeur est représentée en traits pleins sur la figure 7.8(c).

Par comparaison avec la figure 7.7(c) obtenue dans les mêmes conditions mais pour un problème à géométrie tridimensionnelle, il semble que la décroissance exponentielle reconstruite dans le cas bidimensionnel est plus rapide que la décroissance réelle. L'image obtenue [Fig. 7.8(a)] permet de localiser la nappe source volumique enfouie normale du problème direct mais la mesure de la longueur de pénétration optique semble compromise. Pour expliquer cela, nous proposons de faire un parallèle avec le cas de la focalisation par TRM des ondes de Lamb. En effet, il a été démontré expérimentalement[128] et théoriquement[177] que, plus l'onde de Lamb que l'on cherche à focaliser est dispersive à la fréquence centrale des transducteurs composant le TRM, plus la

e. cf. définition p.15

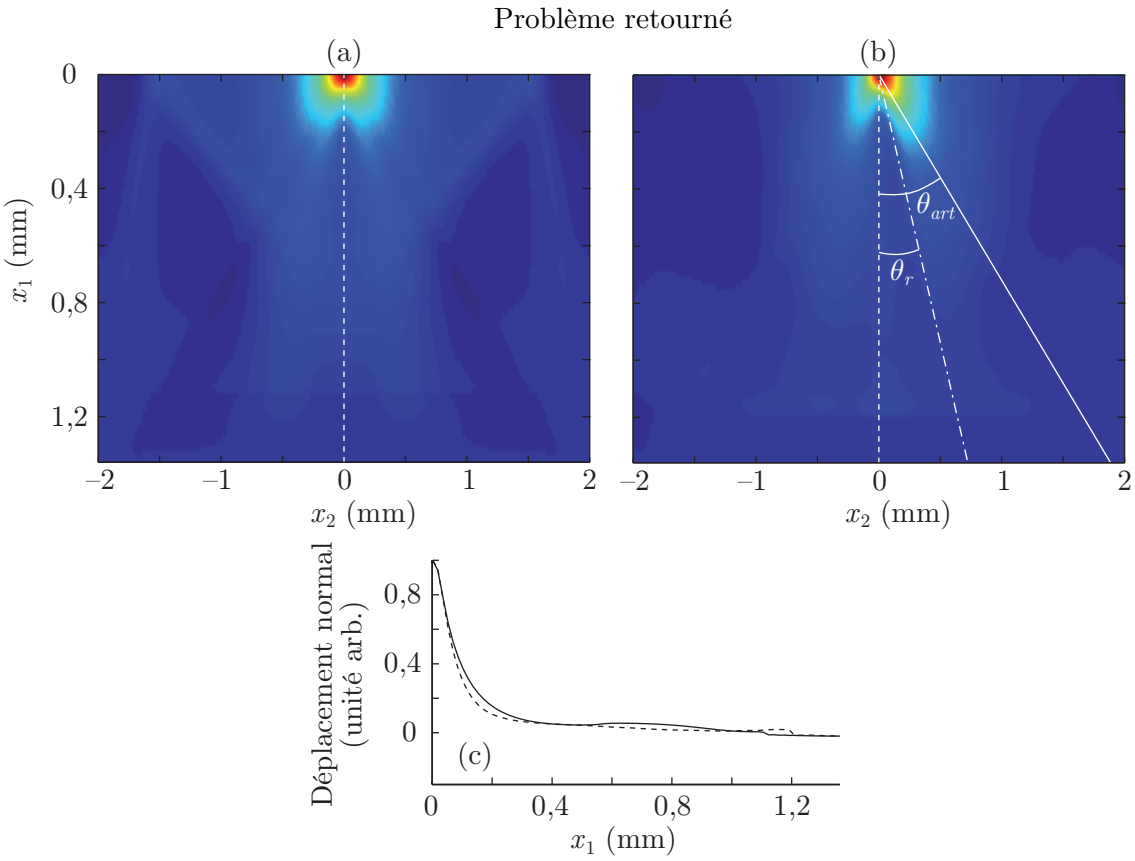


Fig. 7.8 – Images d'une nappe source volumique enfouie (a) normale et (b) oblique avec $\theta_i = 45°$ après résolution du problème retourné pour des signaux simulés. (c) Coupes des figures (a) et (b) selon l'axe vertical en $x_2 = 0$.

focalisation dans la direction normale au TRM est bonne. Or, par définition, l'encombrement temporel d'une onde dispersive augmente au cours de sa propagation. Ainsi, une excitation très courte dans le temps générant ce type d'onde engendre un effet beaucoup plus long dans le temps au niveau d'un point de mesure différent du point d'excitation. Nous proposons de mettre cet effet de la dispersion en parallèle avec la caractéristique des ondes cylindriques qui, malgré une excitation impulsionnelle, laissent un effet résiduel après leur passage. Dans le cas de l'imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale, on peut imaginer que le TRM est la face arrière de la plaque sur laquelle les mesures sont effectuées. En considérant le parallèle effectué entre une onde dispersive et une onde cylindrique, la focalisation dans la direction $\boldsymbol{x}_1$ des ondes cylindriques dans le problème retourné devrait être plus importante que si les ondes mesurées et rétropropagées avaient été sphériques. Cela peut être vu comme un avantage pour des applications expérimentales de focalisation par retournement temporel. Au contraire dans le cadre de l'imagerie, l'amélioration de la focalisation n'est pas souhaitée car la caractérisation de la source est alors biaisée. Cependant le caractère volumique de la source n'est pas complètement effacé et une bonne localisation de cette source est réalisée.

Le problème direct est également simulé dans le cas d'une nappe source volumique enfouie oblique. L'angle d'incidence considéré est $\theta_i = 45°$. L'image obtenue après résolution du pro-

blème retourné dans ce cas est présentée sur la figure 7.8(b). Le même effet d'une focalisation plus importante dans la direction $\boldsymbol{x}_1$ apparaît. Cependant l'image obtenue dénote clairement une source asymétrique. La direction montrée par le trait point-tiret blanc correspond à la direction de réfraction du faisceau laser dans le problème direct. Celle montrée par le trait plein correspond à la direction de l'artefact lié aux ondes de tête. Il apparaît ainsi que l'image fournit une information qualitative sur la direction de la source, une compétition entre la direction réelle de réfraction et la direction de l'artefact rendant difficile une mesure quantitative. Bien que ne permettant pas la caractérisation de la longueur de pénétration optique, les coupes suivant $(O, \boldsymbol{x}_1)$ en $x_2 = 0$ des figures 7.8(a) et 7.8(b) traduisent tout de même le fait qu'en incidence oblique la source acoustique est localisée plus proche de la surface, c'est-à-dire $1/\beta\,(45°) < 1/\beta\,(0°)$. En effet, cela se traduit sur la figure 7.8(c) par une décroissance un peu plus rapide lorsque $\theta_i = 45°$ (trait pointillé) que lorsque $\theta_i = 0°$ (trait plein).

Il a donc été montré que la reconstruction de la décroissance exponentielle dans le cas d'une nappe source volumique enfouie normale n'est pas possible avec la méthode proposée à cause de la caractéristique des ondes cylindriques de laisser un effet résiduel après leur passage. En revanche, une localisation correcte de la source a été constatée, même dans le volume de l'échantillon puisque la reconstruction d'une nappe source volumique enfouie oblique conduit à un résultat asymétrique. Nous proposons pour finir ce chapitre une étude préliminaire sur l'application de la méthode d'imagerie dans le cas d'une détection en réflexion, application qui a un intérêt dès lors qu'une seule des surfaces de l'échantillon n'est accessible à la mesure.

7.3.2 S'affranchir de la diffraction dans le cas des problèmes à géométrie bidimensionnelle

La surface, sur laquelle est réalisée à la fois la mesure dans le problème direct et l'application de la condition aux limites en déplacement dans le problème retourné, est maintenant la face avant de l'échantillon ($x_1 = 0$). Cette section est une analyse préliminaire du potentiel de la technique proposée à imager des sources acoustiques lorsque la mesure est effectuée sur une surface comprenant une partie de cette source. Le problème retourné à résoudre dans le cas d'une détection en réflexion est décrit par les équations suivantes :

$$\nabla \cdot \left[\underline{\underline{C}} : \nabla^S \boldsymbol{u}\right] - \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \boldsymbol{0}\,, \tag{7.2a}$$

$$u_1\,(x_1 = 0, x_2, t) = u_1^{\text{mes}}\,(x_2, T - t)\ , \tag{7.2b}$$

$$\sigma_{11}\,(x_1 = h, x_2, t) = 0\,, \tag{7.2c}$$

$$\sigma_{12}\,(x_1 = \{0, h\}\,, x_2, t) = 0\,. \tag{7.2d}$$

La source considérée est une nappe source volumique enfouie normale ou oblique[f]. La composante normale simulée du champ de déplacement au niveau de la face avant de la plaque est calculée pour $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$, et elle est respectivement tracée sur les figures 7.9(a) et 7.9(b) en fonction du temps t et de la position x_2 du point d'observation sur la face avant. La zone centrale autour de l'épicentre ($x_2 = 0$), qui est plus importante en amplitude car il s'agit

f. cf. définition p.15

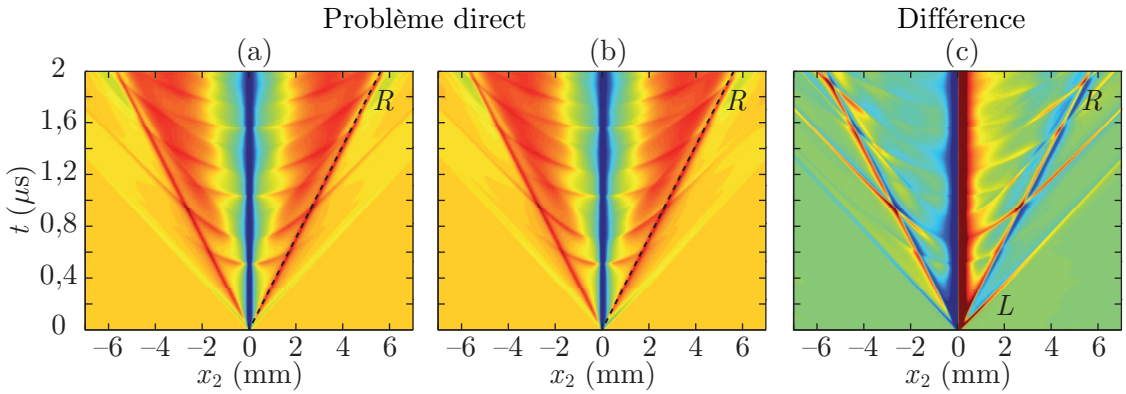


Fig. 7.9 – Composantes normales du champ de déplacement sur la face avant en fonction du temps t et de la position x_2 du point de mesure. La source acoustique est une nappe source volumique enfouie (a) normale et (b) oblique avec $\theta_i = 45°$. La figure (c) représente la différence des figures (a) et (b).

du déplacement dans et très proche de la source, a été saturée pour permettre d'observer la propagation des ondes en dehors de l'épicentre. Afin d'observer plus aisément les écarts entre le champ de déplacement pour $\theta_i = 0°$ et celui pour $\theta_i = 45°$, la différence des figures 7.9(a) et 7.9(b) est représentée sur la figure 7.9(c). Cela permet de mettre en évidence que les champs de déplacement obtenus dans les deux cas ne sont pas identiques et que, par exemple, l'onde de compression rasante notée (L) sur la figure 7.9(c) a une amplitude plus importante pour les x_2 positifs dans le cas de l'incidence oblique. Sur les figures 7.9(a) et 7.9(b), on remarque que l'onde de Rayleigh R, dont les propriétés ont été discutées dans la section 3.4, est la partie du champ de déplacement générée dont l'amplitude est la plus importante. De plus dans le chapitre 3, il a été mis en avant que l'obliquité de la nappe source volumique enfouie a une influence importante sur l'onde de Rayleigh. Cette onde ne subissant pas de dispersion même dans un problème à géométrie bidimensionnelle et étant la principale onde détectée en réflexion, il paraît raisonnable de penser qu'effectuer une image de la source acoustique est réalisable dans cette configuration de détection. Dans le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle dont on vient de voir la difficulté causée par le caractère dispersif des ondes cylindriques, une réponse intéressante pour contourner cette difficulté est d'utiliser des mesures réalisées en réflexion pour lesquelles l'onde de Rayleigh non dispersive domine le champ de déplacement.

La composante normale simulée du champ de déplacement sur la face avant pour chacun des deux angles d'incidence est maintenant retournée temporellement et appliquée comme condition aux limites en déplacement dans le problème retourné [Eq. (7.2)]. Les images obtenues après résolution du problème retourné pour $\theta_i = 0°$ et $\theta_i = 45°$ sont respectivement présentées sur les figures 7.10(a) et 7.10(b). L'obliquité de la source est bien reconstruite dans les deux cas (0° et $\theta_r = 28°$), ce qui confirme que l'onde de Rayleigh contient toute l'information nécessaire sur la source. La coupe en $x_1 = 0$ dans les deux cas est tracée sur la figure 7.10(c), où le trait plein est la reconstruction pour $\theta_i = 0°$, le trait point-tiret est la reconstruction pour $\theta_i = 45°$ et le trait pointillé est la distribution gaussienne théorique de largeur à mi-hauteur $a = 0{,}1$ mm. Cette

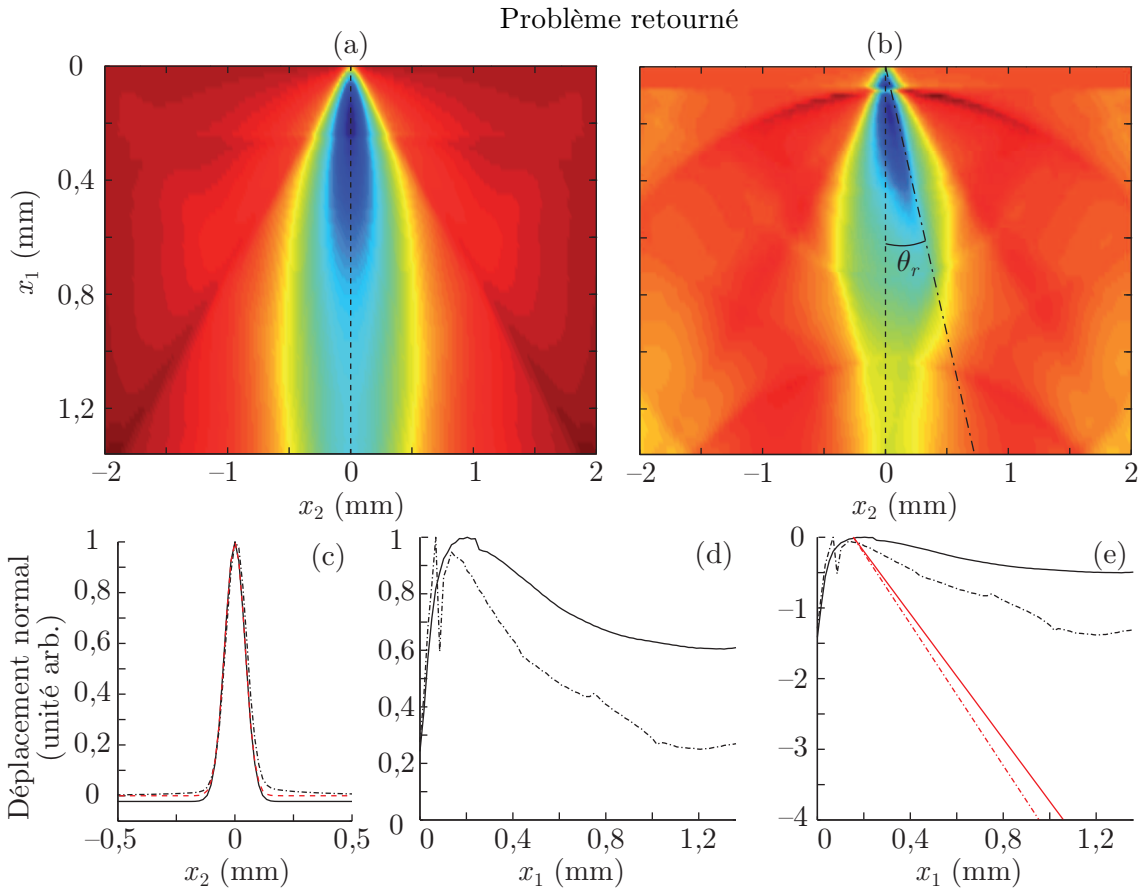


Fig. 7.10 – Images d'une nappe source volumique enfouie (a) normale et (b) oblique avec $\theta_i = 45°$ après résolution du problème retourné pour des signaux simulés dans le cas d'une détection en réflexion. Coupes (c) horizontales en $x_1 = 0$ et (d) verticales en $x_2 = 0$ des images (a) et (b). (e) représente les résultats de la figure (d) après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale. Les courbes en traits pleins sont pour $\theta_i = 0°$ et celles en traits point-tirets pour $\theta_i = 45°$. Les courbes rouges sur (c) et (e) représentent les attentes théoriques de la distribution spatiale de la source (distribution gaussienne et décroissance exponentielle).

figure montre une reconstruction parfaite de la distribution latérale gaussienne de la source. En revanche, la reconstruction de la décroissance exponentielle de la source n'est pas réalisée que ce soit pour $\theta_i = 0°$ (trait plein) ou $\theta_i = 45°$ (trait tiret-point) [Fig. 7.10(d)]. En effet, sur la figure 7.10(e) où les résultats de la figure 7.10(d) sont représentés après application d'un logarithme népérien sur l'échelle verticale, il apparaît clairement que les décroissances reconstruites tant en incidence normale (traits pleins noirs) que pour $\theta_i = 45°$ (traits point-tirets noirs) ne sont pas les mêmes que les décroissances théoriques représentées par les droites rouges respectivement en traits pleins et en traits point-tirets. Les décroissances reconstruites montrent quand même que la source est plus proche de la surface lorsque l'incidence du faisceau laser est oblique, comme cela a été vu dans la première partie de ce manuscrit.

L'explication de ces résultats, obtenus par la technique d'imagerie dans le cas d'une détection en réflexion, nécessiterait une analyse fine qui n'est pas réalisée dans le cadre de ce manuscrit.

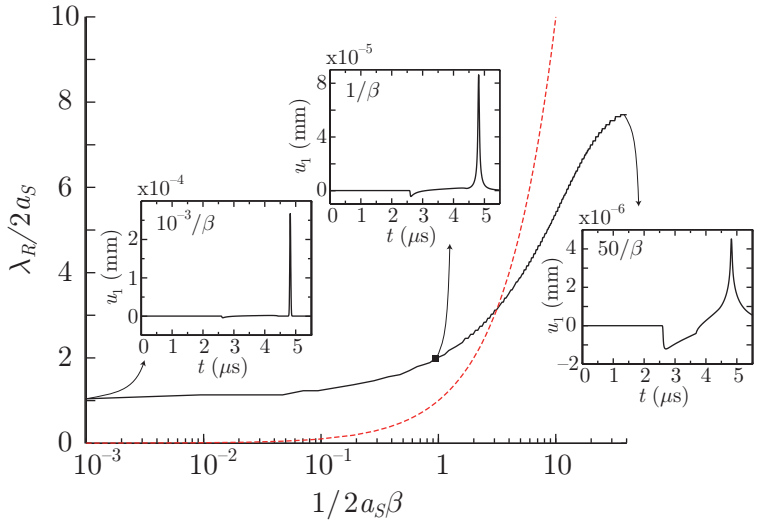


Fig. 7.11 – Evolution de la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh (λ_R) en fonction de la longueur de pénétration optique ($1/\beta$). Les quantités sont adimensionnées par la quantité $2a^S$, où a^S est la largeur à $1/e$ de la distribution gaussienne latérale de la source. Les trois encarts représentent l'évolution des formes d'onde pour trois valeurs différentes de la longueur de pénétration optique : $10^{-3}/\beta$, $1/\beta$ et $50/\beta$.

Cependant, ces résultats préliminaires permettent de mettre en avant un point qu'il serait intéressant d'éclaircir. Il a été montré dans le chapitre 3 que l'obliquité de la source influence l'onde de Rayleigh dans une situation de faible absorption[g]. L'onde de Rayleigh est donc sensible à la partie enfouie d'une source résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique. Une des questions qui émerge de ces observations est alors : la longueur de pénétration optique influe-t-elle sur la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh ? Ou encore, existe-t-il une relation simple entre ces deux grandeurs ? Une réponse positive à ces deux questions permettrait par exemple, même dans le cas d'un problème à géométrie bidimensionnelle, de caractériser la décroissance exponentielle de la source en supposant que la décroissance reconstruite [Fig. 7.10(d)] donne effectivement accès à la mesure de la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh.

En guise d'analyse préliminaire pour une réponse à ces questions, nous proposons de tracer un graphe représentant la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh λ_R en fonction de la pénétration optique ($1/\beta$). Pour réaliser cela, une plaque très épaisse de verre Schott NG1 a été considérée dans les simulations du problème direct pour le cas d'une détection en réflexion. Seule la longueur de pénétration optique évolue d'un calcul à l'autre. La mesure de la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh est effectuée sur les simulations au niveau du point d'observation sur la face avant en $x_2 = 13{,}6$ mm, permettant d'éviter tout recouvrement avec l'onde de compression rasante. La géométrie du problème considéré est bidimensionnelle. Dans ce cas, la forme d'onde de l'onde de Rayleigh est monopolaire et il est alors considéré que la longueur d'onde est donnée par le produit de la célérité de l'onde de Rayleigh par deux fois la largeur à $1/e$ de l'écho. La longueur de pénétration optique varie entre $10^{-3}/\beta$ et $50/\beta$. En général, la longueur d'onde de l'onde

g. cf. définition p.10

de Rayleigh est associée à la dimension latérale a^S de la source sur la surface de génération que l'on considère, pour correspondre à la définition de λ_R, comme égale à la largeur à $1/e$ de la distribution gaussienne latérale. Dans une situation de forte absorption [h], le double de la largeur à $1/e$ de la distribution gaussienne latérale donne un bon ordre de grandeur de λ_R. Sur la figure 7.11 est représentée $\lambda_R/2a^S$ en fonction de $1/2a^S\beta$. Les trois encarts montrent l'évolution des formes d'onde en fonction de l'augmentation de la quantité $1/2a^S\beta$. Il est clair d'après ces encarts que l'augmentation de la longueur de pénétration optique influence la longueur d'onde de Rayleigh dont la forme temporelle s'élargit à mesure que $1/2a^S\beta$ augmente. Pour comparaison, la courbe en traits pointillés représente le rapport $1/2a^S\beta$ en fonction de lui-même sur l'échelle semi-logarithmique. Sur la courbe représentant $\lambda_R/2a^S$ en fonction de $1/2a^S\beta$, lorsque $1/2a^S\beta$ est petit, ce qui correspond à une situation de forte absorption, le rapport $\lambda_R/2a^S$ est proche de 1, confirmant que la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh est proche de $2a^S$ dans ce cas. Il est clair cependant qu'à mesure que la longueur de pénétration optique augmente, c'est-à-dire que le rapport $1/2a^S\beta$ augmente, la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh augmente et n'est donc plus dictée par la largeur de la source. Lorsque $1/\beta < 2a^S$, le rapport $\lambda_R/2a^S$ reste proche de 1, alors que dès que la longueur de pénétration optique devient plus grande que $2a^S$, λ_R est fortement influencé par l'augmentation de la longueur de pénétration optique. Cette étude rapide permet de répondre à la première question énoncée dans le paragraphe précédent : la longueur de pénétration optique a bien une influence sur la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh. Ceci est un résultat important qui mériterait une analyse plus approfondie qui n'est pas effectuée dans ce manuscrit. La recherche d'une relation analytique ou fonctionnelle entre la longueur de pénétration optique et la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh est également une des perspectives de ces travaux de thèse.

7.4 Conclusion

Dans ce chapitre, le cas d'une source acoustique d'extension latérale infinie a tout d'abord été traité. Dans une situation où la fréquence caractéristique des ondes est dictée par la longueur de pénétration optique, et non par la durée d'impulsion, et où l'épaisseur est suffisamment grande au regard de la longueur de pénétration optique, la décroissance exponentielle de la source est parfaitement reconstruite. Cette observation valide la méthode d'imagerie pour un problème à géométrie unidimensionnelle.

Dans le cas d'une ligne source volumique enfouie normale, il a ensuite été montré que la dimension la plus grande de la source acoustique est reconstruite avec plus de précision, au détriment de l'autre dimension de la source. Les artefacts décrits dans la section 6.2 et inhérents à la méthode d'imagerie ont été commentés et il apparaît que leur amplitude relativement à l'amplitude de la focalisation est moindre lorsque le nombre de réflexions des ondes mesurées dans le problème direct est suffisant. Malgré ces artefacts, les images obtenues permettent d'avoir une très bonne quantification de la source acoustique dans un problème à géométrie tridimensionnelle et à symétrie axiale.

h. cf. définition p.10

Dans le cas d'une nappe source volumique enfouie normale, il a été montré que la reconstruction de la dimension en profondeur de la source est rendue impossible par la caractéristique particulière des ondes cylindriques. En revanche, une bonne localisation de la source a été constatée. Pour une nappe source volumique enfouie oblique, outre les mêmes problèmes quant à la caractérisation de la dimension en profondeur, il a été montré que la reconstruction conduit bien à un résultat asymétrique.

Finalement, la technique d'imagerie a été appliquée dans le cas d'une détection en réflexion. Les résultats présentés dans ce manuscrit sont préliminaires et ouvrent des perspectives intéressantes pour les travaux présentés jusqu'ici. L'onde de Rayleigh, typique d'une détection en réflexion et analysée dans la section 3.4, apparaît ici comme une des clés de l'imagerie par retournement temporel en réflexion. Dans le cas d'une nappe source volumique enfouie oblique, l'obliquité de la source est bien reconstruite. La distribution latérale gaussienne de la source est également reconstruite avec une très bonne précision si l'on considère la face avant de l'échantillon. Cette technique a également soulevé des questions quant à la relation existant entre la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh et la longueur de pénétration optique. Il apparaît que la dimension en profondeur de la source reconstruite après résolution du problème retourné ne soit pas la réelle dimension en profondeur de la source et il est possible de penser que cette décroissance soit plutôt associée à la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh. Si une relation analytique ou fonctionnelle entre la longueur de pénétration optique et la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh peut être établie, ainsi que le démontrent les derniers résultats présentés, la technique d'imagerie proposée dans une situation de détection en réflexion permettrait de caractériser totalement une nappe source volumique enfouie oblique (largeur, angle d'incidence et longueur de pénétration optique).

Conclusion de la seconde partie

Dans cette seconde partie, nous avons proposé et éprouvé une méthode d'imagerie basée sur le principe du retournement temporel et permettant d'obtenir l'image d'une source acoustique résultant de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique dans une situation de faible absorption [a]. Le caractère large bande des ondes acoustiques générées par laser et la distribution de la source acoustique dans le volume de l'échantillon solide sont des différences majeures vis-à-vis des travaux théoriques et expérimentaux existants où les ondes sont généralement générées et détectées à l'aide de transducteurs.

L'objectif de réaliser l'image d'une source photoacoustique en milieu solide a alors soulevé plusieurs questions auxquelles les réponses étaient nécessaires pour pouvoir développer et mettre en œuvre une méthode d'imagerie adaptée à notre problématique. Le chapitre 5 a ainsi été consacré à un retour sur les bases des techniques de focalisation et d'imagerie par retournement temporel afin de répondre à ces interrogations. Les expériences de focalisation utilisant un miroir à retournement temporel ont été exposées, permettant d'appréhender et de se familiariser avec le concept de retournement temporel. Cela a également permis de voir que, malgré une mesure partielle du champ acoustique, une bonne focalisation est possible. La mise en équation de l'expérience abstraite de focalisation dans une cavité à retournement temporel en milieu fluide a ensuite permis d'illustrer la relation entre les expériences de retournement temporel et le principe de Huygens. Une analyse du principe de Huygens en milieu fluide a fait apparaître que ce principe est valable dans le cas des ondes sphériques aussi bien que dans le cas des ondes cylindriques, seule la formulation mathématique étant différente dans les deux cas. L'analyse a ensuite été étendue au cas d'un milieu solide pour lequel le théorème de représentation apparaît comme une généralisation des formules présentées dans le cas d'un milieu fluide. Les formulations mathématiques de ce théorème pour les problèmes à géométrie bi- et tridimensionnelle ont été analysées. Cependant, leur application immédiate afin de réaliser de l'imagerie n'est pas forcément évidente et la suite de la seconde partie a donc été dédiée à la présentation d'une méthode qui s'inspire de l'ensemble des observations réalisées dans le chapitre 5 et qui permet de tirer profit des calculs exposés dans la première partie du manuscrit.

Partant de l'observation que le théorème de représentation est une formulation intégrale d'un problème direct en acoustique pour lequel les sources sont distribuées sur une surface, une méthode de calculs pour l'imagerie, qui est une simple modification des calculs de problème direct de la première partie, a ainsi été proposée dans le chapitre 6. Un bref retour sur la question

a. cf. définition p.10

de savoir quel rôle doit être assigné, dans l'algorithme d'imagerie, au champ de déplacement mesuré a permis de montrer que l'approche consistant à imposer le déplacement mesuré comme une force excitatrice dans le problème retourné semble peu adaptée à l'imagerie d'une source photoacoustique. Par ailleurs, pour des raisons pratiques, seule la composante normale du champ de déplacement est accessible à la mesure. Le déplacement mesuré est alors utilisé comme une condition aux limites en déplacement dans le problème retourné. Il a été montré que la perte d'information occasionnée par cette mesure partielle est à l'origine d'artefacts sur l'image de la source. Une analyse originale du processus du retournement temporel a alors été proposée afin de prédire ces artefacts. Cette analyse repose sur la génération d'ondes acoustiques par une source en mouvement sur une surface.

Dans le dernier chapitre de cette seconde partie (Chap. 7), la méthode d'imagerie a été éprouvée au travers de nombreux tests. Le cas d'une mesure en transmission est d'abord considéré afin de se placer dans un cas similaire au cas d'une source enfouie intégralement dans le volume pour laquelle une mesure sur une face ou l'autre de la plaque donnerait des signaux similaires. Le cas d'une source acoustique d'extension latérale infinie a été traité et a permis de valider la méthode d'imagerie pour un problème à géométrie unidimensionnelle, dès lors que la fréquence caractéristique des ondes acoustiques est dictée par la longueur de pénétration optique et non par la durée d'impulsion. Dans le cas d'une ligne source volumique enfouie normale[b], il a été montré que la dimension (latérale ou en profondeur) de la source la plus grande est reconstruite avec plus de précision que l'autre. Les artefacts prédits dans le chapitre 6 ont été commentés et il apparaît que, lorsque le nombre mesuré de réflexions des ondes dans le problème direct est suffisant, les artefacts sont alors peu présents sur l'image de la source. Ainsi, les images obtenues permettent d'avoir une bonne quantification de la source acoustique dans un problème à géométrie tridimensionnelle et à symétrie axiale, que les signaux du problème direct soient obtenus par simulation ou par mesure.

Le cas de l'imagerie d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique[c] constitue la dernière section du chapitre 7. Toujours dans le cas d'une mesure en transmission, il a été montré que la reconstruction de la dimension de la source dans la profondeur est rendue impossible par la caractéristique particulière des ondes cylindriques qui laissent un effet résiduel après leur passage. En revanche, une bonne localisation de la source a été effectuée. Outre le même problème de reconstruction de la dimension en profondeur, le cas d'une nappe source volumique enfouie oblique conduit bien à un résultat asymétrique. Pour s'affranchir de la diffraction dans le cas des problèmes à géométrie bidimensionnelle, il a alors été proposé d'appliquer la méthode d'imagerie dans le cas d'une détection en réflexion. En effet, l'onde de Rayleigh, typique d'une détection en réflexion, apparaît comme une réponse au problème de diffraction car, même dans le cas d'une géométrie bidimensionnelle, cette onde n'est pas affectée par la diffraction dans le sens où elle ne laisse pas d'effet résiduel après son passage. Dans le cas d'une nappe source volumique enfouie oblique, la direction de réfraction est alors bien estimée. La distribution latérale gaussienne de la source est également reconstruite avec une très bonne précision si l'on considère la face avant de

b. cf. définition p.17
c. cf. définition p.15

l'échantillon. Cette technique a également soulevé des questions quant à la relation existant entre la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh et la longueur de pénétration optique. Il apparaît que la dimension reconstruite de la source dans la profondeur après résolution du problème retourné ne soit pas la dimension réelle de la source dans la profondeur et il est possible de penser que cette décroissance soit plutôt associée à la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh. Si une relation analytique ou fonctionnelle entre la longueur de pénétration optique et la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh existe, ainsi que le démontrent les derniers résultats présentés dans le chapitre 7, la technique d'imagerie proposée dans une situation de détection en réflexion permettrait de caractériser totalement une nappe source volumique enfouie oblique (largeur, angle d'incidence et longueur de pénétration optique).

Les tests réalisés dans le dernier chapitre de cette seconde partie sont loin d'être exhaustifs et de nombreuses questions pourraient encore être approfondies comme cela a été souligné. On retiendra que la technique d'imagerie proposée a montré une bonne capacité à imager des sources acoustiques résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique dans des problèmes variés à géométrie uni-, bi- ou tridimensionnelle. Ce travail, qui constitue la première étude d'une technique d'imagerie dans l'équipe d'accueil, fournit une première analyse des résultats possibles et envisageables par une méthode basée sur le retournement temporel en ultrasons lasers dans les solides.

Conclusion générale

Comme mentionné dans l'introduction de ce manuscrit, la faisabilité de la réalisation de l'image d'une source acoustique est fortement corrélée à l'influence qu'a la source sur les ondes acoustiques qu'elle génère. Ainsi, avant de présenter la méthode d'imagerie développée au cours de ces travaux de thèse, il a été proposé, dans une étape préliminaire, d'analyser un problème direct dans la première partie. Cette analyse avait pour but de renseigner sur l'influence qu'a la source sur les ondes acoustiques qu'elle génère, et de permettre de prévoir qualitativement si l'image de la source pouvait être précise ou non. Pour illustrer cela et traiter un exemple d'hétérogénéité d'absorption optique, la source acoustique considérée résultait de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique. Dans le but de savoir si les effets de l'obliquité du faisceau laser sur les ondes acoustiques sont mesurables expérimentalement, ce qui permettrait d'envisager l'imagerie d'une source optoacoustique asymétrique grâce à la mise en place d'une méthode adéquate, la première partie de ce manuscrit propose alors une analyse approfondie de la génération d'ondes acoustiques par une nappe source volumique enfouie oblique [a]. Pour ce faire, deux approches théoriques ont été exposées puis comparées avec des résultats expérimentaux : la première portant sur le calcul et l'analyse des diagrammes de directivité et la deuxième, plus complète, proposant une modélisation de la propagation des ondes acoustiques générées par une telle source.

L'analyse des diagrammes de directivité a permis de comprendre l'influence de l'obliquité sur la directivité des ondes en fonction de leur longueur d'onde. Il est apparu clairement qu'une incidence oblique affecte grandement la symétrie des ondes générées par une surface ou ligne source. Les directions privilégiées de rayonnement des ondes de compression et de cisaillement ont été reliées à l'angle d'incidence du faisceau laser. Ces diagrammes de directivité ont constitué une approche élémentaire et très instructive des changements apportés par l'obliquité sur les ondes acoustiques générées. Afin d'analyser plus précisément les effets de l'obliquité sur les formes d'onde, la modélisation de la propagation d'ondes acoustiques générées par une source résultant de l'absorption volumique d'une onde électromagnétique en incidence oblique a ensuite été proposée. Il est alors apparu que la source acoustique est localisée dans la plaque le long de la direction de réfraction du faisceau laser. Une analyse spectrale du terme source de l'équation d'onde a permis de confirmer que la directivité des ondes est corrélée à l'angle d'incidence, les directions de génération privilégiées évoluant avec l'incidence grâce à la sélection de certaines composantes spectrales préférentiellement générées. L'exploitation de ce modèle pour simuler

a. cf. définition p.15

les formes d'onde relatives à une détection sur la surface où le faisceau laser est focalisé a alors permis de mettre en exergue la dispersion de l'onde de Rayleigh en fonction de l'angle d'incidence. Il a également été rapporté que, dans le cas d'une plaque plus fine ou d'un matériau plus transparent, la sélection de la génération de certains modes de Lamb spécifiques par rapport à d'autres devrait pouvoir être effectuée en ajustant simplement l'angle d'incidence du faisceau laser. La confirmation expérimentale de ces deux observations remarquables et leur analyse approfondie sont des perspectives qui pourraient être intéressantes à mener dans la continuité de ces travaux de thèse.

Suite à ces travaux théoriques, des mesures expérimentales ont été réalisées pour confronter les prédictions à l'expérience. Les signaux mesurés ont été comparés avec succès aux résultats simulés, entrainant une analyse plus approfondie des signaux mesurés et des effets de l'obliquité. La perte de symétrie du temps de montée des ondes de compression a d'abord été expliquée et il est apparu qu'une mesure expérimentale de la position du temps de montée maximal permettrait de remonter à la partie réelle de l'indice de réfraction du matériau. La perte de symétrie engendrée par l'obliquité de la source s'est donc révélée comme un bon moyen de caractériser simultanément les constantes d'élasticité et la partie réelle de l'indice de réfraction d'un milieu isotrope. Les diagrammes polaires représentant les amplitudes des ondes de compression et de cisaillement en fonction de l'angle d'observation ont ensuite été comparés et même reliés aux diagrammes de directivité. Cela a permis de confirmer les effets prédits par les études théoriques. Une correction des diagrammes de directivité calculés a été proposée pour cette comparaison, ce qui a également permis de proposer un mode opératoire plus simple pour la mesure des diagrammes de directivité d'une source surfacique.

L'obliquité de la source acoustique est donc à l'origine d'une perte de symétrie détectable dans le champ acoustique. La démonstration de la faisabilité de la mesure de cette asymétrie a ainsi permis d'envisager la réalisation de l'image d'une source optoacoustique asymétrique. Dans la seconde partie de ce manuscrit, nous avons alors proposé et éprouvé une méthode d'imagerie basée sur le principe du retournement temporel et permettant d'obtenir l'image d'une source acoustique résultant de l'absorption d'un rayonnement électromagnétique dans une situation de faible absorption [b]. Avant d'exposer la méthode, de nombreuses questions ont nécessité de revenir sur certaines bases des techniques de focalisation et d'imagerie par retournement temporel pour y répondre. Il a ainsi été relevé que, malgré une mesure partielle du champ acoustique, une bonne focalisation était possible. L'analyse du principe de Huygens, fortement lié aux expériences de focalisation par retournement temporel, a fait apparaître, d'abord en milieu fluide, puis sous une forme plus générale en milieu solide, que ce principe est valable dans le cas des ondes sphériques aussi bien que dans le cas des ondes cylindriques, seule la formulation mathématique étant différente dans les deux cas. Il a été fait remarquer que l'application immédiate de ces formulations mathématiques n'est pas forcément évidente bien que leurs expressions soient connues. La suite de la seconde partie a ainsi été dédiée à la présentation d'une méthode plus simple dans sa mise en œuvre que l'application directe des formulations du principe de Huygens ; méthode plus simple car tirant profit des calculs exposés dans la première partie du manuscrit.

b. cf. définition p.10

La question sur le rôle à assigner, dans l'algorithme d'imagerie, au champ de déplacement mesuré s'est posée. Il a alors été montré que l'approche consistant à imposer le déplacement mesuré comme une force excitatrice dans le problème retourné semble peu adaptée à l'imagerie d'une source photoacoustique. Le déplacement mesuré a donc été utilisé comme une condition aux limites en déplacement, et non en contraintes, dans le problème retourné. Seul le déplacement normal de la face arrière de l'échantillon est mesuré ce qui engendre une perte d'information. Cette perte est à l'origine d'artefacts sur l'image de la source qui ont été prédits par une analyse originale du processus de retournement temporel, analyse basée sur la génération d'ondes acoustiques par une source en mouvement sur une surface. La mise en œuvre expérimentale de la méthode d'imagerie que nous avons proposée a ensuite été effectuée. De nombreux tests ont été réalisés afin d'éprouver cette méthode. Le cas d'une source acoustique d'extension latérale infinie a tout d'abord été traité et a permis de valider la méthode d'imagerie pour un problème à géométrie unidimensionnelle. Cette validation est sujette à la condition que la fréquence caractéristique des ondes acoustiques soit dictée par la longueur de pénétration optique et non par la durée d'impulsion. Dans le cas d'une ligne source volumique enfouie normale [c], il a été montré que la dimension (latérale ou en profondeur) la plus grande de la source est reconstruite avec plus de précision, au détriment de l'autre dimension. Une bonne quantification de la source acoustique dans un problème à géométrie tridimensionnelle et à symétrie axiale a été démontrée, que les signaux du problème direct aient été obtenus par simulation ou par mesure.

Suite à cette réalisation très satisfaisante de l'image d'une ligne source volumique enfouie normale par l'intermédiaire d'une mesure sur la face arrière de l'échantillon, le cas d'une nappe source volumique enfouie normale ou oblique [d] a été traité. Dans le cas d'une mesure en transmission, il a été montré que la caractérisation de la dimension de la source suivant l'épaisseur de la plaque est rendue impossible par la caractéristique particulière des ondes cylindriques qui laissent un effet résiduel après leur passage. Le cas d'une nappe source volumique enfouie oblique conduit cependant bien à un résultat asymétrique. Dans les deux cas, une bonne localisation de la source est réalisée. Afin de s'affranchir de la diffraction dans le cas des problèmes à géométrie bidimensionnelle, il a été proposé d'appliquer la méthode d'imagerie dans le cas d'une mesure en réflexion. Les résultats préliminaires obtenus montrent alors que la distribution latérale gaussienne de la source est bien reconstruite. La direction de réfraction est également bien approximée dans le cas d'une nappe source volumique enfouie oblique. Cependant, la dimension en profondeur de la source reconstruite n'est pas celle escomptée. Il est possible qu'elle soit plutôt associée à la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh. Aussi, si une relation analytique ou fonctionnelle entre la longueur de pénétration optique et la longueur d'onde de l'onde de Rayleigh est avérée, comme le laissent penser les derniers résultats présentés dans le chapitre 7, la technique d'imagerie proposée dans une situation de détection en réflexion permettrait de caractériser totalement une nappe source volumique enfouie oblique.

Au-delà de l'application proposée dans ce manuscrit de la méthode d'imagerie, de nombreuses autres applications pourraient être envisagées pour cette méthode, moyennant quelques adap-

c. cf. définition p.17
d. cf. définition p.15

tations mineures. En effet, il a été choisi d'appliquer la méthode au cas d'une source active qui résulte de l'absorption dans une plaque d'un rayonnement électromagnétique. D'autres types de sources actives pourraient tout aussi bien être imagés par la même méthode. Par exemple, une nanoparticule (sphérique ou allongée) enfouie dans une matrice transparente et chauffée par laser génère des ondes qui se propagent dans la matrice[15] et dont la mesure permettrait, par la méthode proposée, de localiser la nanoparticule et de donner une approximation de son orientation dans le cas d'une nanoparticule allongée. Cette application rejoint également le cas de la dilatation ou de la respiration d'un défaut interne d'orientation quelconque (inclusion, fissure...) dans une plaque isotrope, la localisation et la caractérisation de défauts étant intéressantes pour l'industrie.[178] Le défaut interne peut alors être vu comme une source active s'il est directement à l'origine des ondes acoustiques détectées ou alors comme une source passive s'il n'est à l'origine que d'un champ diffracté ou diffusé. Dans le cas de structures à géométries plus complexes, il serait intéressant de résoudre le problème retourné avec les conditions aux limites proposées dans ce manuscrit non plus de manière analytique mais à l'aide d'une méthode numérique de type différences ou éléments finis.

Pour conclure, il apparaît que les tests réalisés dans la seconde partie pour la méthode d'imagerie sont loin d'être exhaustifs. De nombreuses questions pourraient encore être approfondies et diverses applications pourraient être implémentées. On retiendra que la technique d'imagerie proposée a montré une bonne capacité à imager des sources acoustiques résultant de l'absorption d'une onde électromagnétique dans des problèmes variés à géométrie uni-, bi- ou tridimensionnelle et qu'elle pourrait être étendue à d'autres types de sources acoustiques. Ce travail, qui constitue la première étude d'une technique d'imagerie dans l'équipe d'accueil, fournit une première analyse des résultats possibles et envisageables d'une méthode basée sur le retournement temporel en ultrasons lasers dans les solides. Une culture sur les fondements des techniques d'imagerie par retournement, nécessaire au développement de la méthode d'imagerie proposée dans ce manuscrit, est maintenant acquise au sein de l'équipe d'accueil et constituera une base solide pour les développements futurs.

Annexes

Annexe A

Calculs détaillés des fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement pour une force harmonique d'orientation quelconque appliquée à la surface du demi-espace

Cette annexe est un complément du chapitre 1 présentant le calcul détaillé des fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement, respectivement f_L et f_T, pour une force harmonique d'orientation quelconque appliquée au point O à la surface du demi-espace (Fig A.1). Nous rappelons que le problème à résoudre a été ramené, pour les deux cas, à la résolution d'un problème à trois ondes planes par application du théorème de réciprocité (§ 1.2). La résolution de ces deux problèmes est donc présentée par la suite. Rappelons rapidement dans un premier temps la position globale du problème.

On considère un demi-espace situé en $x_1 \geq 0$ dont la normale rentrante est donnée par le vecteur unitaire $\boldsymbol{x}_1$ (Fig. A.1). L'origine O du repère est placée sur la surface du demi-espace. Les vecteurs unitaires $\boldsymbol{x}_2$ et $\boldsymbol{x}_3$ complètent le repère cartésien $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$. La force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ de direction quelconque est localisée en O. Les diagrammes de directivité représentant l'amplitude des ondes planes harmoniques de compression ou de cisaillement en fonction de leur direction de propagation, nous introduisons le point d'observation M. Les coordonnées de ce point dans le repère polaire $(\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta)$ sont (R, θ) [Fig A.1]. R représente donc la distance entre les points O et M, et θ est la mesure algébrique de l'angle entre la normale rentrante à la surface du demi-espace $\boldsymbol{x}_1$ et le vecteur $\boldsymbol{OM}$. Etant donné que, dans un solide isotrope, les ondes de compression sont polarisées selon la direction de propagation et les ondes de cisaillement sont polarisées selon la direction normale à la direction de propagation, l'introduction du repère

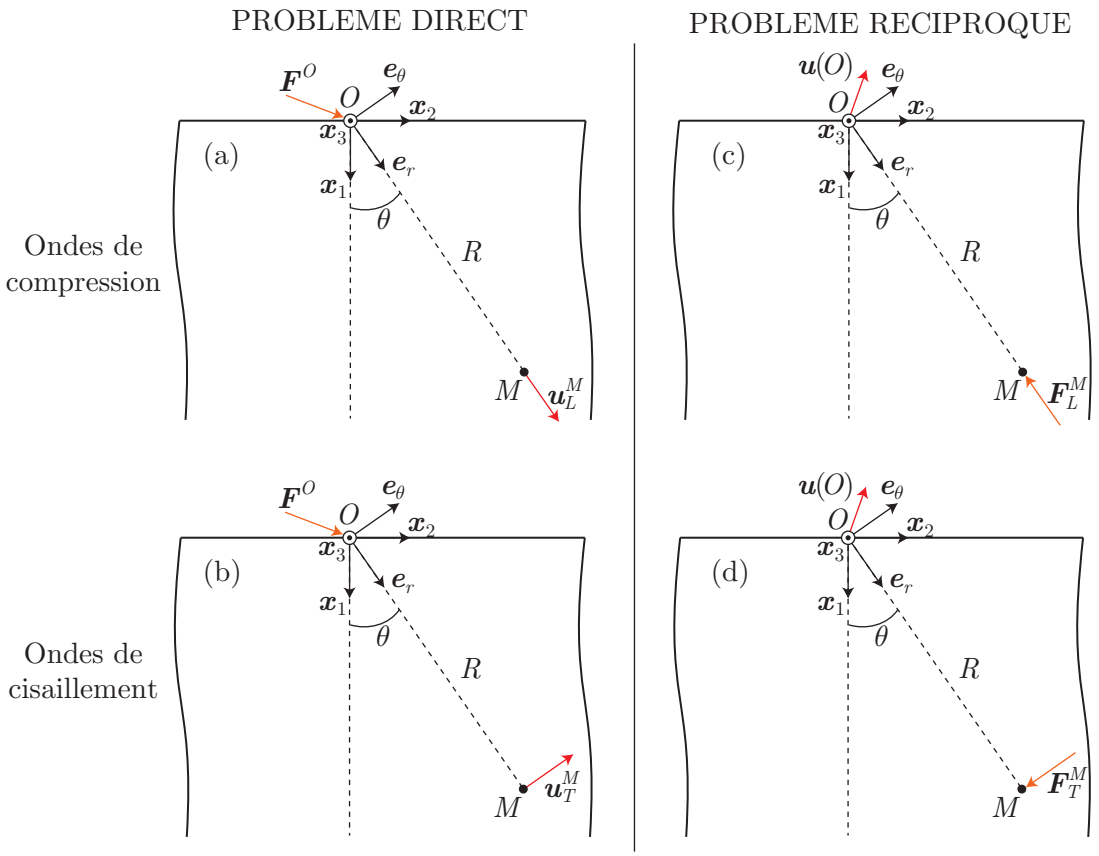


Fig. A.1 – Problèmes directs pour le calcul des diagrammes de directivité des ondes (a) de compression et (b) de cisaillement et (c)-(d) leur problème réciproque, respectivement.

polaire $(\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta)$ est adaptée pour la suite : $\boldsymbol{e}_r$ représente la direction de propagation des ondes, colinéaire à $\boldsymbol{OM}$, et $\boldsymbol{e}_\theta$ la direction de polarisation des ondes de cisaillement, normale à $\boldsymbol{OM}$ (Fig. A.1).

A.1 Fonction de directivité f_L pour des ondes de compression

D'après les considérations sur le théorème de réciprocité de la section 1.2.1, on a montré que pour le calcul de la directivité des ondes de compression, le problème réciproque judicieux à considérer [Fig. A.1(c)] est une force $\boldsymbol{F}_L^M$ appliquée au point M, dans la direction $\boldsymbol{e}_r$ et de même norme que $\boldsymbol{F}^O$ générant un déplacement $\boldsymbol{u}(O)$ au point O dont l'amplitude selon la direction de $\boldsymbol{F}^O$ correspond exactement à l'amplitude recherchée u_L^M.

Notons F l'amplitude de la force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ du problème direct. La force harmonique $\boldsymbol{F}_L^M$ du problème réciproque s'exprime donc comme :

$$\boldsymbol{F}_L^M = F e^{j\omega t} \boldsymbol{e}_r \,, \tag{A.1}$$

où ω est la pulsation. Si l'on considère l'origine des phases comme étant située au point O, l'onde plane de compression générée par $\boldsymbol{F}_L^M$ cause en un point P quelconque du demi-espace un déplacement $\boldsymbol{u}_{L_i}$ donné par :

$$\boldsymbol{u}_{L_i}(P) = U_{L_i} e^{j\left(\omega t - \boldsymbol{k}_{L_i}\cdot\boldsymbol{OP}\right)} \boldsymbol{n}_{L_i} \,, \tag{A.2}$$

où U_{L_i}, $\boldsymbol{k}_{L_i}$ et $\boldsymbol{n}_{L_i}$ sont respectivement l'amplitude du vecteur déplacement, proportionnelle à F, le vecteur d'onde et le vecteur de polarisation. L'indice i rappelle qu'il s'agit de l'onde incidente se propageant vers la surface du demi-espace. Dans un milieu isotrope, les vecteurs d'onde et de polarisation d'une onde de compression sont colinéaires. Dans le repère cartésien (Fig. A.1), ces vecteurs sont donnés par :

$$\boldsymbol{k}_{L_i} = k_{L_i}\boldsymbol{n}_{L_i}, \text{ avec } \boldsymbol{n}_{L_i} = \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} . \tag{A.3}$$

L'onde incidente se réfléchit à la surface et génère une onde de polarisation identique, c'est-à-dire longitudinale, et une onde de polarisation transversale par conversion de mode. Les déplacements causés en un point P quelconque du demi-espace par ces deux ondes réfléchies, notés respectivement $\boldsymbol{u}_{L_r}$ et $\boldsymbol{u}_{T_r}$, sont exprimés comme suit :

$$\boldsymbol{u}_{L_r}(P) = U_{L_r} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}_{L_r}\cdot\boldsymbol{OP})}\boldsymbol{n}_{L_r} , \tag{A.4a}$$

$$\boldsymbol{u}_{T_r}(P) = U_{T_r} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}_{T_r}\cdot\boldsymbol{OP})}\boldsymbol{n}_{T_r} , \tag{A.4b}$$

où U_{L_r} et U_{T_r}, $\boldsymbol{k}_{L_r}$ et $\boldsymbol{k}_{T_r}$, $\boldsymbol{n}_{L_r}$ et $\boldsymbol{n}_{T_r}$ sont respectivement les amplitudes des déplacements, les vecteurs d'onde et les vecteurs de polarisation des ondes réfléchies de compression (L) et de cisaillement (T). Dans un milieu isotrope, les vecteurs d'onde et de polarisation d'une onde de cisaillement sont orthogonaux. Dans le repère cartésien (Fig. A.1), l'ensemble des vecteurs précédents est donné par :

$$\boldsymbol{k}_{L_r} = k_{L_r}\boldsymbol{n}_{L_r}, \text{ avec } \boldsymbol{n}_{L_R} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} , \tag{A.5a}$$

$$\boldsymbol{k}_{T_r} = k_{T_r}\begin{bmatrix} \cos\xi \\ -\sin\xi \end{bmatrix} \text{ et } \boldsymbol{n}_{T_r} = \begin{bmatrix} -\sin\xi \\ -\cos\xi \end{bmatrix} , \tag{A.5b}$$

où ξ est l'angle de réflexion des ondes de cisaillement.

On obtient finalement en un point P quelconque du demi-espace le vecteur déplacement total $\boldsymbol{u}(P)$ en effectuant la somme des trois déplacements précédents :

$$\boldsymbol{u}(P) = \boldsymbol{u}_{L_i}(P) + \boldsymbol{u}_{L_r}(P) + \boldsymbol{u}_{T_r}(P) . \tag{A.6}$$

Dans les équations (A.4), les amplitudes des déplacements et des vecteurs d'onde sont les inconnues à déterminer. La force excitatrice étant harmonique, de pulsation ω, et les célérités respectives c_L et c_T des ondes de compression et de cisaillement étant connues, la relation de dispersion des ondes de volume permet d'obtenir les amplitudes respectives k_L et k_T des vecteurs d'onde des ondes de compression et de cisaillement :

$$k_L = k_{L_i} = k_{L_r} = \frac{\omega}{c_L} \text{ et } k_T = k_{T_r} = \frac{\omega}{c_T} . \tag{A.7}$$

Les relations de Snell-Descartes assurent que la projection selon $\boldsymbol{x}_2$ des vecteurs d'onde, notée k_2, est égale pour les trois ondes :

$$\boldsymbol{k}_{L_i}\cdot\boldsymbol{x}_2 = \boldsymbol{k}_{L_r}\cdot\boldsymbol{x}_2 = \boldsymbol{k}_{T_r}\cdot\boldsymbol{x}_2 = k_2 , \tag{A.8}$$

ce qui se réduit à l'égalité suivante :

$$k_L \sin\theta = k_T \sin\xi \,. \tag{A.9}$$

On en déduit ainsi la valeur de l'angle de réflexion ξ de l'onde de cisaillement en fonction de l'angle d'incidence :

$$\xi = \arcsin\left(\frac{c_T}{c_L}\sin\theta\right), \tag{A.10}$$

expression valable quel que soit θ car le rapport c_T/c_L est plus petit que 1 pour la plupart des matériaux.

Il reste à déterminer les amplitudes des deux ondes réfléchies. Celles-ci sont liées à l'amplitude de l'onde incidente par l'intermédiaire des coefficients de réflexion : $R_{LL} = U_{L_r}/U_{L_i}$ et $R_{LT} = U_{T_r}/U_{L_i}$, respectivement pour la réflexion sans et avec conversion de mode. Ces coefficients s'obtiennent en résolvant les équations relatives à la condition de surface libre en $x_1 = 0$:

$$\sigma_{11}(x_1 = 0) = C_{11}\frac{\partial u_1}{\partial x_1}(x_1 = 0) + C_{12}\frac{\partial u_2}{\partial x_2}(x_1 = 0) = 0\,, \tag{A.11a}$$

$$\sigma_{12}(x_1 = 0) = C_{66}\left[\frac{\partial u_1}{\partial x_2}(x_1 = 0) + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}(x_1 = 0)\right] = 0\,. \tag{A.11b}$$

Dans les équations (A.11), σ_{11} et σ_{12} sont les composantes selon $\boldsymbol{x}_1$ et $\boldsymbol{x}_2$ du vecteur contrainte normal à la surface du demi-espace. u_1 et u_2 sont les projections selon $\boldsymbol{x}_1$ et $\boldsymbol{x}_2$ du vecteur déplacement $\boldsymbol{u}$ et les coefficients C_{ij} sont les constantes du tenseur d'élasticité du matériau constituant le demi-espace. En remplaçant les projections des déplacements par leurs expressions [Eqs. (A.2) et (A.4)] et en posant $\kappa = k_T/k_L$, on obtient finalement le système à résoudre pour obtenir les expressions de R_{LL} et R_{LT}. Ce système s'exprime sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} -C_{11}\cos^2\theta - C_{12}\sin^2\theta & \kappa\frac{C_{11}-C_{12}}{2}\sin 2\xi \\ \sin 2\theta & \kappa\cos 2\xi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_{LL} \\ R_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}\cos^2\theta + C_{12}\sin^2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix} \tag{A.12}$$

Enfin, en exprimant $C_{11}\cos^2\theta + C_{12}\sin^2\theta$ en fonction de ξ et en remarquant que $\kappa^2 = 2C_{11}/(C_{11} - C_{12})$, on retrouve les expressions bien connues des coefficients de réflexions dans un milieu isotrope[45] :

$$R_{LL} = \frac{\sin 2\theta \sin 2\xi - \kappa^2\cos^2 2\xi}{\sin 2\theta \sin 2\xi + \kappa^2\cos^2 2\xi}\,, \tag{A.13a}$$

$$R_{LT} = \frac{2\kappa^2 \sin 2\theta \cos 2\xi}{\sin 2\theta \sin 2\xi + \kappa^2\cos^2 2\xi}\,. \tag{A.13b}$$

Pour finir, d'après les équations (A.2), (A.4), (A.6) et les calculs précédents, le vecteur déplacement total $\boldsymbol{u}(P)$ peut finalement être réécrit comme suit :

$$\boldsymbol{u}(P) = U_{L_i}\left(e^{-jk_1^{L_i}x_1^P}\boldsymbol{n}_{L_i} + R_{LL}e^{-jk_1^{L_r}x_1^P}\boldsymbol{n}_{L_r} + R_{LT}e^{-jk_1^{T_r}x_1^P}\boldsymbol{n}_{T_r}\right)e^{j\left(\omega t - k_2 x_2^P\right)}\,, \tag{A.14}$$

où x_1^P et x_2^P sont les coordonnées cartésiennes du point P. Les quantités k_1^m, avec $m = \{L_i, L_r, T_r\}$, représentent les projections selon $\boldsymbol{x}_1$ de chacun des vecteurs d'onde $\boldsymbol{k}_m$ et k_2 est la projection commune selon $\boldsymbol{x}_2$ des trois vecteurs d'onde.

Si on applique le théorème de réciprocité (§1.2.1) en considérant que le problème direct est défini par $\boldsymbol{F}^O$ et $\boldsymbol{u}_L^M$ et que le problème réciproque est défini par $\boldsymbol{F}_L^M$ [Eq. (A.1)] et $\boldsymbol{u}(O)$, on obtient finalement l'expression suivante :

$$u_L^M = \frac{\boldsymbol{u}(O) \cdot \boldsymbol{F}^O}{F}, \tag{A.15}$$

où $\boldsymbol{u}(O)$ est donné par l'équation (A.14) évaluée au point O. La distance R entre O et M est fixée et seul l'angle θ varie de $-\pi/2$ à $\pi/2$ afin de reconstruire la directivité dans toutes les directions de propagation. Ainsi seul les termes contenus à l'intérieur de la parenthèse dans l'équation (A.14) dépendent de θ et ils sont les seuls à contribuer à la fonction de directivité. Finalement, en substituant l'équation (A.14) évaluée en O dans l'équation (A.15) et en ne gardant que les termes dépendant de θ, la fonction de directivité (en amplitude) des ondes de compression $f_L(\theta)$ pour une force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ d'orientation quelconque appliquée à la surface du demi-espace est donnée par :

$$f_L(\theta) = [\boldsymbol{n}_{L_i}(\theta) + R_{LL}(\theta)\boldsymbol{n}_{L_r}(\theta) + R_{LT}(\theta)\boldsymbol{n}_{T_r}(\theta)] \cdot \frac{\boldsymbol{F}^O}{F}. \tag{A.16}$$

A.2 Fonction de directivité f_T pour des ondes de cisaillement

D'après les considérations sur le théorème de réciprocité (§1.2.1), on a montré que pour le calcul de la directivité des ondes de cisaillement dont le problème direct est représenté sur la figure A.1(b), le problème réciproque à considérer [Fig. A.1(d)] est une force $\boldsymbol{F}_T^M$ appliquée au point M, dans la direction $\boldsymbol{e}_\theta$ et de même norme que $\boldsymbol{F}^O$ générant un déplacement $\boldsymbol{u}(O)$ au point O dont l'amplitude selon la direction de $\boldsymbol{F}^O$ correspond exactement à l'amplitude recherchée u_T^M.

Notons, comme précédemment, F l'amplitude de la force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ du problème direct. La force harmonique $\boldsymbol{F}_T^M$ du problème réciproque s'exprime donc comme :

$$\boldsymbol{F}_L^M = F e^{j\omega t} \boldsymbol{e}_\theta, \tag{A.17}$$

où ω est la pulsation.

L'onde plane de cisaillement générée par $\boldsymbol{F}_T^M$ cause en un point P quelconque du demi-espace un déplacement $\boldsymbol{u}_{T_i}$ donné par :

$$\boldsymbol{u}_{T_i}(P) = U_{T_i} e^{j\left(\omega t - \boldsymbol{k}_{T_i} \cdot \boldsymbol{OP}\right)} \boldsymbol{n}_{T_i}, \tag{A.18}$$

où U_{T_i}, $\boldsymbol{k}_{T_i}$ et $\boldsymbol{n}_{T_i}$ sont respectivement l'amplitude du vecteur déplacement, proportionnelle à F, le vecteur d'onde et le vecteur de polarisation. Dans le repère cartésien (Fig. A.1), $\boldsymbol{k}_{T_i}$ et $\boldsymbol{n}_{T_i}$ sont donnés par :

$$\boldsymbol{k}_{T_i} = k_{T_i} \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} \text{ et } \boldsymbol{n}_{T_i} = \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix} \tag{A.19}$$

L'onde incidente se réfléchit à la surface et génère une onde de polarisation identique, c'est-à-dire transversale, et une onde de polarisation longitudinale par conversion de mode. Les déplacements causés en un point P quelconque du demi-espace par ces deux ondes réfléchies, notés

respectivement $\boldsymbol{u}_{T_r}$ et $\boldsymbol{u}_{L_r}$, sont exprimés comme suit :

$$\boldsymbol{u}_{L_r}(P) = U_{L_r} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}_{L_r}\cdot\boldsymbol{OP})} \boldsymbol{n}_{L_r}\,, \tag{A.20a}$$

$$\boldsymbol{u}_{T_r}(P) = U_{T_r} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}_{T_r}\cdot\boldsymbol{OP})} \boldsymbol{n}_{T_r}\,, \tag{A.20b}$$

où U_{L_r} et U_{T_r}, $\boldsymbol{k}_{L_r}$ et $\boldsymbol{k}_{T_r}$, $\boldsymbol{n}_{L_r}$ et $\boldsymbol{n}_{T_r}$ sont respectivement les amplitudes des déplacements, les vecteurs d'onde et les vecteurs de polarisation des ondes réfléchies de compression et de cisaillement. Dans le repère cartésien (Fig. A.1), l'ensemble des vecteurs précédents est donné par :

$$\boldsymbol{k}_{L_r} = k_{L_r}\boldsymbol{n}_{L_r}, \text{ avec } \boldsymbol{n}_{L_R} = \begin{bmatrix} \cos\xi \\ -\sin\xi \end{bmatrix}\,, \tag{A.21a}$$

$$\boldsymbol{k}_{T_r} = k_{T_r}\begin{bmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{bmatrix} \text{ et } \boldsymbol{n}_{T_r} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}\,, \tag{A.21b}$$

où ξ est l'angle de réflexion des ondes de compression cette fois.

On obtient finalement en un point P quelconque du demi-espace le vecteur déplacement total $\boldsymbol{u}(P)$ en effectuant la somme des trois déplacements précédents :

$$\boldsymbol{u}(P) = \boldsymbol{u}_{T_i}(P) + \boldsymbol{u}_{L_r}(P) + \boldsymbol{u}_{T_r}(P)\,. \tag{A.22}$$

On déduit des relations de Snell-Descartes la valeur de l'angle de réflexion ξ de l'onde de compression en fonction de l'angle d'incidence :

$$\xi = \arcsin\left(\frac{c_L}{c_T}\sin\theta\right)\,, \tag{A.23}$$

où l'on remarque que ξ est à valeur complexe lorsque $\theta > \theta_{cr} = \arcsin(c_T/c_L)$. Dans ce cas là, $\cos\xi = j\kappa\sqrt{\sin^2\theta - \kappa^{-2}}$, avec $\kappa = c_L/c_T$.

Il reste à déterminer les amplitudes des deux ondes réfléchies. Celles-ci sont liées comme précédemment à l'amplitude de l'onde incidente par l'intermédiaire des coefficients de réflexion : $R_{TL} = U_{L_r}/U_{T_i}$ et $R_{TT} = U_{T_r}/U_{T_i}$, respectivement pour la réflexion avec et sans conversion de mode. Ces coefficients s'obtiennent en résolvant les équations relatives à la condition de surface libre en $x_1 = 0$ [Eq. (A.11)]. On obtient ainsi le système à résoudre sous forme matricielle suivant :

$$\begin{bmatrix} -C_{11}\cos^2\xi - C_{12}\sin^2\xi & \kappa\frac{C_{11}-C_{12}}{2}\sin 2\theta \\ \sin 2\xi & \kappa\cos 2\theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_{TL} \\ R_{TT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\kappa\frac{C_{11}-C_{12}}{2}\sin 2\theta \\ \kappa\cos 2\theta \end{bmatrix} \tag{A.24}$$

Enfin, en exprimant $C_{11}\cos^2\xi + C_{12}\sin^2\xi$ en fonction de θ et en remarquant que $\kappa^2 = 2C_{11}/(C_{11} - C_{12})$, on retrouve les expressions bien connues des coefficients de réflexions dans un milieu isotrope[45] :

$$R_{TL} = -\frac{\kappa\sin 4\theta}{\sin 2\theta\sin 2\xi + \kappa^2\cos^2 2\theta}\,, \tag{A.25a}$$

$$R_{TT} = \frac{\sin 2\theta\sin 2\xi - \kappa^2\cos^2 2\theta}{\sin 2\theta\sin 2\xi + \kappa^2\cos^2 2\theta}\,. \tag{A.25b}$$

Pour finir, d'après les équations (A.18), (A.20), (A.22) et les calculs précédents, le vecteur déplacement total $\boldsymbol{u}(P)$ peut finalement être réécrit comme suit :

$$\boldsymbol{u}(P) = U_{T_i}\left(e^{-jk_1^{T_i}x_1^P}\boldsymbol{n}_{T_i} + R_{TL}e^{-jk_1^{L_r}x_1^P}\boldsymbol{n}_{L_r} + R_{TT}e^{-jk_1^{T_r}x_1^P}\boldsymbol{n}_{T_r}\right)e^{j\left(\omega t - k_2 x_2^P\right)}, \tag{A.26}$$

où x_1^P et x_2^P sont les coordonnées cartésiennes du point P. Les quantités k_1^m, avec $m = \{L_i, L_r, T_r\}$, représentent les projections selon $\boldsymbol{x}_1$ de chacun des vecteurs d'onde $\boldsymbol{k}_m$ et k_2 est la projection commune selon $\boldsymbol{x}_2$ des trois vecteurs d'onde.

Si on applique le théorème de réciprocité (§1.2.1) en considérant que le problème direct est défini par $\boldsymbol{F}^O$ et $\boldsymbol{u}_T^M$ et que le problème réciproque est défini par $\boldsymbol{F}_T^M$ [Eq. (A.17)] et $\boldsymbol{u}(O)$, on obtient finalement l'expression suivante :

$$u_T^M = \frac{\boldsymbol{u}(O)\cdot\boldsymbol{F}^O}{F}, \tag{A.27}$$

où $\boldsymbol{u}(O)$ est donné par l'équation (A.26) évaluée au point O. Finalement, en substituant l'équation (A.26) évaluée en O dans l'équation (A.27) et en ne gardant que les termes dépendant de θ, la fonction de directivité (en amplitude) des ondes de cisaillement $f_T(\theta)$ pour une force harmonique $\boldsymbol{F}^O$ d'orientation quelconque appliquée à la surface du demi-espace est donnée par :

$$f_T(\theta) = [\boldsymbol{n}_{T_i}(\theta) + R_{TL}(\theta)\boldsymbol{n}_{L_r}(\theta) + R_{TT}(\theta)\boldsymbol{n}_{T_r}(\theta)]\cdot\frac{\boldsymbol{F}^O}{F}. \tag{A.28}$$

A.3 Conclusion

Cette annexe a permis de montrer les calculs détaillés des fonctions de directivité des ondes de compression et de cisaillement pour une force harmonique d'orientation quelconque appliquée à la surface du demi-espace. On voit que l'application du théorème de réciprocité rend les calculs à mener pour l'obtention des fonctions de directivité d'une nappe source enfouie oblique[a] très simples car il s'agit seulement d'un problème classique de réflexion d'une onde plane sur une surface libre. Cette simplicité de calcul offre également la possibilité d'effectuer une interprétation simple des fonctions de directivité et des mécanismes de génération des ondes acoustiques, comme cela est montré en détail dans le chapitre 1.

a. cf. définition p.15

Annexe B

Résolution détaillée de la propagation des ondes acoustiques générées par une nappe source volumique enfouie oblique

Cette annexe présente la modélisation du terme source de l'équation d'onde acoustique lorsqu'il résulte de l'absorption volumique d'un rayonnement électromagnétique en incidence oblique et propose la résolution de ce problème. Après la présentation de la géométrie du problème, la distribution de la densité volumique de puissance déposée par le laser est obtenue en résolvant les équations de Maxwell. L'élévation de température résultant de l'absorption du rayonnement électromagnétique est ensuite exprimée et finalement l'équation d'onde en déplacement est résolue dans l'espace de Fourier. Le retour à l'espace réel s'effectue simplement par une transformée de Fourier inverse.

B.1 Description de la géométrie et des hypothèses

Le milieu de propagation est homogène et sa masse volumique est notée ρ. Il s'agit d'une plaque plane à faces parallèles d'épaisseur h et de dimensions latérales infinies. Les surfaces de la plaque sont supposées libres de contrainte. Les propriétés mécaniques sont supposées orthotropes. Les propriétés thermiques et optiques quant à elles sont supposées isotropes. L'effet de la diffraction optique dans l'échantillon est négligé car la zone de Rayleigh est plus étendue que l'épaisseur. La normale aux faces parallèles est décrite par le vecteur unitaire $\boldsymbol{x}_1$ et l'origine O du repère est placé sur une de ces deux surfaces. Les vecteurs unitaires $\boldsymbol{x}_2$ et $\boldsymbol{x}_3$ viennent compléter le repère cartésien $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$, où $\boldsymbol{x}_2$ est choisi, sans perte de généralité, afin que le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ soit un plan principal. La source est supposée d'extension infinie selon la direction $\boldsymbol{x}_3$, ce qui impose que le problème est invariant selon cette direction. Le plan d'étude est donc $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$. La face avant en $x_1 = 0$ correspond toujours à la surface sur laquelle est focalisée le faisceau laser. Sur la figure B.1 où la géométrie est illustrée dans le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$,

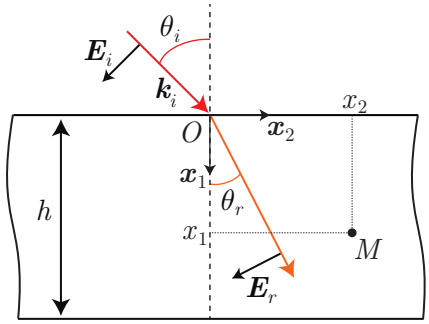


Fig. B.1 – Géométrie du problème.

le point M correspond au point où le calcul du déplacement est mené et ses coordonnées dans le plan d'étude sont (x_1, x_2). Le faisceau laser incident est représenté par le vecteur d'onde optique $\boldsymbol{k}_i$ qui forme un angle θ_i avec le vecteur $\boldsymbol{x}_1$ normal à la face avant.

Examinons maintenant la densité volumique de puissance déposée par le faisceau laser dans le cas où celui-ci est en incidence oblique sur l'échantillon.

B.2 Calcul de la densité volumique de puissance déposée par le faisceau laser

La densité volumique de puissance Q déposée par le faisceau laser dans le milieu est obtenue en résolvant les équations de Maxwell. Dans un premier temps, une onde électromagnétique plane monochromatique de pulsation ω_{opt} et dont le vecteur d'onde $\boldsymbol{k}_i$ forme un angle θ_i avec $\boldsymbol{x}_1$ est considérée. La composante électrique $\boldsymbol{E}_i$ du champ électromagnétique incident est supposée polarisée dans le plan $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$ (cf. Fig. B.1) car il s'agit de la polarisation du faisceau en sortie de la cavité laser à disposition pour les expériences. $\boldsymbol{E}_i$ s'exprime comme suit :

$$\boldsymbol{E}_i = A_{||} \left(\sin\theta_i \, \boldsymbol{x}_1 - \cos\theta_i \, \boldsymbol{x}_2\right) e^{-j(\omega_{opt} t - \boldsymbol{k}_i \cdot \boldsymbol{r})} \,, \tag{B.1}$$

avec $\boldsymbol{k}_i = k_i \left(\cos\theta_i \, \boldsymbol{x}_1 + \sin\theta_i \, \boldsymbol{x}_2\right)$. Dans l'équation (B.1), $\boldsymbol{r}$ et $A_{||}$ représentent le vecteur position et l'amplitude de $\boldsymbol{E}_i$, respectivement. Sur la figure B.1, le vecteur $\boldsymbol{E}_r$ est le champ électrique réfracté selon la loi de Snell-Descartes lors de la réflexion du champ électrique incident sur la face avant de l'échantillon. Les milieux semi-transparents [a] qui sont considérés dans ce manuscrit ont une longueur de pénétration optique plus petite que l'épaisseur h de la plaque ce qui permet de négliger la réflexion du champ réfracté sur la face arrière ($x_1 = h$). L'absorption de l'onde électromagnétique réfractée dans l'échantillon est prise en compte en considérant un vecteur d'onde optique complexe, noté $\boldsymbol{k}_r$. La continuité de la phase optique entre le champ incident et le champ réfracté au niveau de l'interface impose que la projection de $\boldsymbol{k}_r$ selon $\boldsymbol{x}_2$ est réelle. Cette loi se traduit par $\sin\theta_i = n \sin\theta_r$ en fonction des indices de réfraction. Or l'indice de réfraction du milieu $n = n' + jn''$, où n' est l'indice de réfraction réel du milieu et n'' le coefficient d'absorption optique, est maintenant complexe. Cela implique donc que θ_r est également complexe et que

a. cf. définition p.10

cette quantité n'a plus la simple signification d'un angle de réfraction. Le vecteur $\boldsymbol{k}_r$ peut être décomposé en la somme d'une partie réelle et d'une partie imaginaire :

$$\boldsymbol{k}_r = \boldsymbol{k}_r^{'} + j\boldsymbol{k}_r^{''}, \tag{B.2}$$

avec $\boldsymbol{k}_r^{''} \cdot \boldsymbol{x}_2 = k_{r_2}^{''} = 0$ d'après ce qui précède. On obtient ainsi :

$$\boldsymbol{E}_r = R_{||} \left(\sin\theta_r \, \boldsymbol{x}_1 - \cos\theta_r \, \boldsymbol{x}_2\right) e^{-k_{r_1}^{''} x_1} e^{-j\left(\omega_{opt} t - \boldsymbol{k}_r^{'} \cdot \boldsymbol{r}\right)}, \tag{B.3}$$

avec $R_{||}$ l'amplitude de $\boldsymbol{E}_r$ et $k_{r_1}^{''} = \boldsymbol{k}_r^{''} \cdot \boldsymbol{x}_1$. Le facteur $\exp\left(-k_{r_1}^{''} x_1\right)$ dans l'équation (B.3) rend bien compte de l'atténuation du champ électrique réfracté en fonction de la profondeur uniquement. Les équations de Maxwell permettent de calculer les champs magnétiques incident $\boldsymbol{H}_i$ et réfracté $\boldsymbol{H}_r$ par la formule suivante :

$$\boldsymbol{H} = \sqrt{\varepsilon}\, \boldsymbol{s} \wedge \boldsymbol{E}, \tag{B.4}$$

avec ε et $\boldsymbol{s}$ respectivement la permittivité du milieu supposé amagnétique et le vecteur unitaire de polarisation. Dans l'air, assimilé à du vide, ε est égal à l'unité, alors que dans le milieu absorbant il est égal à l'indice de réfraction complexe du milieu, $\varepsilon = n^2$.

Par continuité des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques à l'interface, on obtient la relation entre les amplitudes de l'onde incidente et de l'onde réfractée. Cette relation pour un milieu absorbant reste identique à celle pour un milieu non absorbant.[79] Il suffit de remplacer certaines quantités réelles par leur pendants désormais complexes à cause de l'absorption, ce qui donne pour l'expression du rapport entre les amplitudes Γ :

$$\Gamma = \frac{R_{||}}{A_{||}} = \frac{2\cos\theta_i}{n\cos\theta_i + \cos\theta_r}. \tag{B.5}$$

Le champ électromagnétique incident étant connu, les équations (B.3)–(B.5) permettent de déduire le champ électromagnétique réfracté dans le milieu. Pour obtenir l'expression de la densité volumique de puissance déposée par le laser, on considère maintenant la loi locale de conservation de l'énergie électromagnétique qui relie la divergence du vecteur de Poynting optique $\boldsymbol{S}$ avec la dérivée temporelle de la densité d'énergie électromagnétique w, somme des densités d'énergie électrique et magnétique. Cette loi s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial \langle w \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \boldsymbol{S} \rangle = 0, \tag{B.6}$$

où les chevrons « $\langle \ldots \rangle$ » représentent la moyenne temporelle des quantités sur une période optique. Dans le cas d'un milieu conducteur, un troisième terme devrait apparaître dans l'équation (B.6) pour rendre compte de la dissipation d'énergie par effet Joule. Cependant cette perte dissipative est généralement négligée et seul l'effet lié au flux d'énergie (traduit localement par $\nabla \cdot \langle \boldsymbol{S} \rangle$) est retenu. L'expression de la valeur moyenne du vecteur de Poynting est la suivante[79] :

$$\langle \boldsymbol{S} \rangle = \frac{c_0}{8\pi} \Re\left(\boldsymbol{E}_r \wedge \boldsymbol{H}_r^{\star}\right), \tag{B.7}$$

où c_0 est la vitesse de la lumière dans le vide, le symbole « $\star$ » représente l'application de conjugaison d'un nombre complexe et $\Re(z)$ est la partie réelle du nombre complexe z. La densité

volumique de puissance Q, égale par définition à $\partial \langle w \rangle / \partial t$, est finalement obtenue en remplaçant l'équation (B.7) dans l'équation (B.6) :

$$Q(x_1) = 2k''_{r_1} K I_0 e^{-2k''_{r_1} x_1} . \tag{B.8}$$

Dans l'équation (B.8), le facteur $K(\theta_i) = \Re(n^{\star} cos\theta_r) |\Gamma|^2$ rend compte de la transmission en intensité d'une onde plane électromagnétique sous incidence oblique. Il dépend de l'angle d'incidence θ_i à travers la quantité θ_r. Le facteur $I_0 = c_0 A_{||}^2 / 8\pi$ correspond à l'intensité incidente du faisceau laser. On introduit le coefficient d'absorption en intensité β :

$$\beta(\theta_i) = 2k''_{r_1} = 2\Im(k_r \cos\theta_r) , \tag{B.9}$$

où $\Im(z)$ est la partie imaginaire du nombre complexe z.

La relation de Snell-Descartes permet d'exprimer k_r en fonction du nombre d'onde de l'onde incidente :

$$k_i \sin\theta_i = k_r \sin\theta_r . \tag{B.10}$$

Notons que le fait d'utiliser cette relation pour expliciter le coefficient d'absorption β certifie que l'on prend en compte qu'il n'y a pas d'absorption selon $\boldsymbol{x}_2$ mais uniquement selon $\boldsymbol{x}_1$. En remarquant que $\sin\theta_i / \sin\theta_r = n$ et en utilisant la relation de dispersion dans le vide, $k_i = \omega / c_0$ où c_0 est la vitesse de la lumière dans le vide, on obtient finalement :

$$k_r = \frac{\omega_{opt}}{c_0} n + j \frac{\omega_{opt}}{c_0} \kappa . \tag{B.11}$$

Ainsi, en substituant l'équation (B.11) dans l'équation (B.9), le coefficient d'absorption est donné par :

$$\beta(\theta_i) = 2\frac{\omega_{opt}}{c_0} \left[n\Im(\cos\theta_r) + \kappa\Re(\cos\theta_r) \right] . \tag{B.12}$$

Ainsi, on voit d'après l'équation (B.12) que β dépend de l'angle d'incidence θ_i du faisceau laser et que sa valeur augmente à mesure que θ_i augmente, ce qui signifie que la décroissance en fonction de la profondeur est d'autant plus rapide que θ_i est important. En incidence normale, l'inverse de β est associé à la définition classique de la longueur de pénétration optique ξ du milieu, c'est-à-dire $1/\beta(0°) = \xi$. Lorsque l'incidence est oblique, on peut se représenter l'inverse de $\beta(\theta_i)$ comme étant la projection sur la normale à la surface $\boldsymbol{x}_1$ de la pénétration optique ξ le long de la direction de réfraction. On parlera dans ce cas de pénétration optique effective. A mesure que l'angle d'incidence augmente, la pénétration optique effective diminue, signifiant que le dépôt d'énergie électromagnétique se concentre de plus en plus sur une petite épaisseur sous la surface.

L'expression de la distribution de la densité volumique de puissance donnée par l'équation (B.8) a été obtenue en considérant une onde électromagnétique plane. Or le rayonnement électromagnétique incident est en réalité un faisceau borné. Comme cela a déjà été évoqué, une modélisation précise de la distribution en intensité d'un faisceau laser est une distribution gaussienne. Le caractère borné du faisceau va donc maintenant être introduit en considérant une distribution gaussienne de l'intensité laser dont la largeur à mi-hauteur a représente la largeur du faisceau.

On considère maintenant l'onde électromagnétique incidente non plus comme une onde plane mais comme une onde bornée. L'expression de la densité de puissance Q donnée par l'équation (3.8) doit donc être modifiée. D'après les résultats exposés par Wang *et al.*,[80] et dans un soucis de simplification du modèle, l'hypothèse peut être faite que la distribution latérale de l'intensité laser après réfraction, notée g, est une distribution gaussienne dans la direction normale à la direction de réfraction et centrée sur la direction de réfraction, ce qui se traduit par :

$$g\left(x_1, x_2\right) = G\left(-x_1 \sin\theta_r^R + x_2 \cos\theta_r^R\right), \tag{B.13}$$

où $\theta_r^R = \arcsin\left(\sin\theta_i / n\right)$ est l'angle de réfraction calculé à partir de la partie réelle n' de l'indice de réfraction du milieu. La direction de la droite d'équation $-x_1 \sin\theta_r^R + x_2 \cos\theta_r^R = 0$ correspond à la direction de réfraction du faisceau laser. Dans l'équation (B.13), G est une fonction gaussienne à une variable définie classiquement par :

$$G\left(y\right) = \frac{2}{a}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} e^{-4\ln 2\, y^2/a^2}, \tag{B.14}$$

où a est la largeur du faisceau laser. Finalement, d'après les équations (3.8)–(3.11) et en supposant que le caractère borné du faisceau n'influe que sur la distribution spatiale de la densité volumique de puissance et non sur les coefficients de transmission et d'absorption en intensité, Q s'exprime comme suit :

$$Q\left(x_1, x_2, t\right) = \beta\left(\theta_i\right) K\left(\theta_i\right) I_0\, e^{-\beta(\theta_i)x_1} g\left(x_1, x_2\right) f\left(t\right), \tag{B.15}$$

où la fonction f est la distribution temporelle gaussienne de l'intensité laser définie par :

$$f\left(t\right) = \frac{2}{\tau_l}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} e^{-4\ln 2\, t^2/\tau_l^2}, \tag{B.16}$$

avec τ_l la constante correspondant à la durée de l'impulsion laser définie comme la largeur à mi-hauteur de la fonction gaussienne représentant cette impulsion.

B.3 Calcul de l'élévation de température

Exprimons maintenant l'élévation de la température due à l'absorption du rayonnement électromagnétique. On néglige la diffusion thermique et l'équation de la chaleur, dont Q [Eq. (B.15)] est le terme source, se réduit ainsi à l'égalité suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}\left(x_1, x_2, t\right) = Q\left(x_1, x_2, t\right), \tag{B.17}$$

où C_p et T sont respectivement la chaleur spécifique du matériau et la température dans le milieu. Une simple intégration par rapport au temps fournit l'élévation de température ΔT dans le milieu :

$$\Delta T\left(x_1, x_2, t\right) = \frac{\beta\left(\theta_i\right) K\left(\theta_i\right) I_0}{\rho C_p} e^{-\beta(\theta_i)x_1} g\left(x_1, x_2\right) F\left(t\right), \tag{B.18}$$

où F est la primitive de f s'annulant en $-\infty$. Le terme source de l'équation d'onde est le produit matrice-vecteur entre le tenseur de rigidité-dilatation thermique $\underline{\lambda}$ et le gradient de la

température ∇T. L'équation d'onde est résolue par la suite en effectuant une double transformée de Fourier en temps et en espace selon x_2. On calcule donc en prévision la double transformée de Fourier des composantes de ∇T.

Les variables duales de t et x_2 sont respectivement ω et k_2. Les conventions retenues pour les transformées de Fourier par rapport au temps, symbolisée par le graphème « ˜ », et par rapport à l'espace, symbolisée par le graphème « ¯ », sont les suivantes :

$$\tilde{h}\left(\omega\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} h\left(t\right) e^{-j\omega t}\,\mathrm{d}t\,, \tag{B.19a}$$

$$\bar{h}\left(k_2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} h\left(x_2\right) e^{jk_2x_2}\,\mathrm{d}x_2\,. \tag{B.19b}$$

D'après l'équation (B.13), on peut écrire g comme étant la composition entre la convolution de la fonction G [cf. Eq. (B.14)] par la fonction delta δ d'une part et la fonction q de $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $q\left(x_1, x_2\right) = -x_1 \sin\theta_r^R + x_2 \cos\theta_r^R$ d'autre part, ce qui donne :

$$g = \left(G * \delta\right) \circ q\,. \tag{B.20}$$

La fonction q étant une fonction linéaire, la transformée de Fourier en espace selon x_2 de g peut donc s'écrire comme suit :

$$\bar{g}\left(x_1, k_2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G\left(\tau\right)\delta\left[q\left(x_1, x_2\right) - \tau\right]\,\mathrm{d}\tau\, e^{jk_2x_2}\mathrm{d}x_2\,, \tag{B.21}$$

où l'intégration sur τ exprime la convolution et celle sur x_2 la transformée de Fourier en espace. Les propriétés de la fonction delta permettent de plus d'écrire l'égalité suivante[79] :

$$\delta\left[h\left(x\right)\right] = \sum_i \frac{1}{\left|h'\left(x_i\right)\right|}\delta\left(x - x_i\right)\,, \tag{B.22}$$

où les x_i sont les zéros de la fonction h, c'est-à-dire $h\left(x_i\right) = 0$, et le graphème « ′ » dénote la dérivée d'une fonction à une variable. Ainsi, en recherchant les zéros par rapport à la variable d'intégration x_2 de l'argument de la fonction delta dans l'équation (B.21), on obtient d'après l'équation (B.22) et la définition de q :

$$\delta\left[q\left(x_1, x_2\right) - \tau\right] = \frac{1}{\left|\cos\theta_r^R\right|}\delta\left(x_2 - x_1\tan\theta_r^R - \frac{\tau}{\cos\theta_r^R}\right)\,. \tag{B.23}$$

En utilisant ce résultat, changer l'ordre des intégrations dans l'équation (B.21) et intégrer par rapport à x_2 mène à l'égalité suivante :

$$\bar{g}\left(x_1, k_2\right) = \frac{e^{jk_2x_1\tan\theta_r^R}}{\left|\cos\theta_r^R\right|}\int_{-\infty}^{+\infty} G\left(\tau\right) e^{j\left(k_2/\cos\theta_r^R\right)\tau}\,\mathrm{d}\tau\,, \tag{B.24}$$

où l'on reconnaît que l'intégrale est la transformée de Fourier spatiale de la fonction G évaluée en $k_2/\cos\theta_r^R$. On obtient donc l'expression suivante pour $\bar{g}$:

$$\bar{g}\left(x_1, k_2\right) = \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R}\right)\frac{e^{jk_2x_1\tan\theta_r^R}}{\left|\cos\theta_r^R\right|}\,. \tag{B.25}$$

Les projections $\widehat{\nabla T} \cdot \boldsymbol{x}_p$ dans les directions $p = \{1, 2\}$ de la double transformée de Fourier de ∇T s'expriment finalement comme suit :

$$\widehat{\nabla T} \cdot \boldsymbol{x}_1 = \left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R\right] T_0 \frac{e^{\left[-\beta(\theta_i)+jk_2\tan\theta_r^R\right]x_1}}{\left|\cos\theta_r^R\right|} \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R}\right) \widetilde{F}\left(\omega\right) , \tag{B.26a}$$

$$\widehat{\nabla T} \cdot \boldsymbol{x}_2 = -jk_2 T_0 \frac{e^{\left[-\beta(\theta_i)+jk_2\tan\theta_r^R\right]x_1}}{\left|\cos\theta_r^R\right|} \bar{G}\left(\frac{k_2}{\cos\theta_r^R}\right) \widetilde{F}\left(\omega\right) , \tag{B.26b}$$

où $T_0 = \beta\left(\theta_i\right) K\left(\theta_i\right) I_0 / \rho C_p$ et $\widetilde{F}$ est la transformée de Fourier temporelle de F.

B.4 Calcul du champ de déplacement

Dans cette section, la champ de déplacement résultant d'une nappe source volumique enfouie oblique [b] est recherché. La méthode de calcul qui suit est directement adaptée de celle qui a été rapportée par Weaver *et al.*[68] et utilisée par Meri dans sa thèse de doctorat.[64]

B.4.1 Mise en place du problème mathématique à résoudre : système d'équations aux dérivées partielles et conditions aux limites

Dans le cadre de l'acoustique linéaire en milieu solide, on se place sous l'hypothèse des petits déplacements permettant de linéariser l'équation d'équilibre local issue du principe fondamental de la dynamique. On obtient ainsi une équation vectorielle aux dérivées partielles régissant le comportement élastodynamique d'un solide, supposé élastique et linéaire, soumis à une excitation extérieure. Cette équation est la première loi de Cauchy du mouvement [Eq. (B.27a)].[65] Couplée classiquement avec les relations établies entre déplacement et déformation [Eq. (B.27b)] et celles fournies par la loi de Hooke[66] entre déformation et contrainte [Eq. (B.27c)], la première loi de Cauchy du mouvement permet finalement d'obtenir l'équation du mouvement exprimée exclusivement en fonction du déplacement : l'équation d'onde acoustique.

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \underline{\sigma} + \rho \boldsymbol{f} , \tag{B.27a}$$

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\nabla \boldsymbol{u} + \nabla^t \boldsymbol{u}\right) = \nabla^S \boldsymbol{u} , \tag{B.27b}$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{C}} : \underline{\varepsilon} - \underline{\underline{C}} : \underline{\alpha}\, \Delta T . \tag{B.27c}$$

Dans l'équation (B.27a), « $\nabla \cdot$ » représente l'opérateur de divergence. La somme $\frac{1}{2}\left(\nabla \boldsymbol{u} + \nabla^t \boldsymbol{u}\right)$ dans l'équation (B.27b) définit un tenseur symétrique d'ordre 2 noté $\nabla^S \boldsymbol{u}$ par la suite qui correspond au tenseur des déformations. Dans l'équation (B.27a), $\boldsymbol{f}$ est la densité des actions extérieures auxquelles est soumis chaque élément de masse du milieu. Dans le cas qui nous concerne, $\boldsymbol{f}$ représente l'action de la pesanteur. Seules les actions intérieures associées aux ondes élastiques et aux contraintes thermiques, perturbant l'équilibre du système mécanique, seront considérées.

b. cf. définition p.15

Dans le système d'axes défini dans la section 2.1, et d'après les propriétés orthotropes du milieu, les tenseurs d'élasticité $\underline{\underline{C}}$ et de dilatation thermique $\underline{\alpha}$ peuvent s'écrire sous forme contractée, en suivant la notation de Voigt, de la manière suivante :

$$\underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \text{ et } \underline{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} . \tag{B.28}$$

Un troisième tenseur représentant les propriétés de viscosité du milieu peut également être introduit. Le tenseur de viscosité est noté $\underline{\underline{\eta}}$ et est du même ordre que le tenseur d'élasticité. La prise en compte de la viscosité en ultrasons lasers dans les solides peut se faire à l'aide du modèle de Kelvin-Voigt[54] qui propose une loi de comportement décrite par la mise en parallèle d'un ressort purement élastique et d'un amortisseur purement visqueux. On définit donc un tenseur de viscoélasticité, noté $\underline{\underline{C}}^*$, comme suit :

$$\underline{\underline{C}}^* = \underline{\underline{C}} + j\omega\underline{\underline{\eta}} , \tag{B.29}$$

où ω est la pulsation acoustique. On remarque que ce modèle permet de rendre compte d'un amortissement plus fort pour les hautes fréquences. Dans la suite, la distinction entre les tenseurs de viscoélasticité et d'élasticité pure ne sera plus faite et la notation $\underline{\underline{C}}$ est retenue pour les deux. Prendre en compte la viscosité consistera simplement à considérer les constantes C_{ij} pour $(i,j) \in \{1, \cdots, 6\}^2$ comme étant des quantités complexes où la partie imaginaire est définie par l'équation (B.29).

En combinant les équations du système (B.27) et en définissant le tenseur de rigidité-dilatation thermique $\underline{\lambda} = \underline{\underline{C}} : \underline{\alpha}$, l'équation d'onde acoustique peut finalement être exprimée comme suit :

$$\nabla \cdot \left[\underline{\underline{C}} : \nabla^S \boldsymbol{u} \right] - \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \left[\underline{\lambda} \, \Delta T \right] . \tag{B.30}$$

Le membre de droite de l'équation (B.30) est la divergence de la contrainte thermique causée par l'absorption du faisceau laser et constitue le terme source de l'équation d'onde. La source ayant une extension infinie dans la direction $\boldsymbol{x}_3$, le problème est invariant selon cette direction. $\boldsymbol{x}_3$ constitue également une direction principale du milieu ce qui implique que la composante selon cette direction du vecteur déplacement est nulle, i.e. $u_3 = 0$. De plus, en remarquant $\nabla \cdot [\underline{\lambda} \, \Delta T] = \underline{\lambda} \nabla T$, l'équation vectorielle (B.30) se réduit à un système de deux équations scalaires couplées dont les inconnues sont u_1 et u_2, projections de $\boldsymbol{u}$ respectivement selon $\boldsymbol{x}_1$ et $\boldsymbol{x}_2$:

$$C_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial {x_1}^2} + C_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + C_{66} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial {x_1}^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right) - \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} , \tag{B.31a}$$

$$C_{22} \frac{\partial^2 u_2}{\partial {x_2}^2} + C_{12} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + C_{66} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial {x_1}^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right) - \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} . \tag{B.31b}$$

Les surfaces de la plaque sont ici supposées libres de contrainte. On impose pour $x_1 = 0$ et $x_1 = h$ que le vecteur contrainte normal à l'interface soit nul. Ainsi les conditions aux limites assurant l'unicité de la solution du système différentiel (B.31) sont :

$$\sigma_{11}|_{x_1=0,h} = \sigma_{12}|_{x_1=0,h} = 0\,. \tag{B.32}$$

Le système d'équations aux dérivées partielles (B.31), associé aux conditions aux limites (B.32) et à l'expression de l'élévation de température [Eq. (B.18)] causée par l'absorption du faisceau laser, forme le problème mathématique à résoudre pour simuler la propagation des ondes acoustiques générées par laser.

B.4.2 Recherche des solutions en déplacement dans l'espace de Fourier

Les solutions du problème mathématique formulé sont maintenant recherchées. Pour cela, on réalise une double transformée de Fourier en temps et en espace sur la variable x_2.

Dans le double espace de Fourier, les équations aux dérivées partielles (B.31) deviennent des équations différentielles de la variable d'espace x_1. Le système d'équations différentielles de la variable x_1 à résoudre dans l'espace de Fourier est ainsi :

$$C_{11}\frac{\partial^2 \hat{u}_1}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{66}\right)\hat{u}_1 - jk_2\left(C_{12}+C_{66}\right)\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_1} = \lambda_1 \widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_1\,, \tag{B.33a}$$

$$C_{66}\frac{\partial^2 \hat{u}_2}{\partial {x_1}^2} + \left(\rho\omega^2 - k_2^2 C_{22}\right)\hat{u}_2 - jk_2\left(C_{12}+C_{66}\right)\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_1} = \lambda_2 \widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_2\,, \tag{B.33b}$$

avec les quantités $\widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_p$ pour $p = \{1,2\}$ données par les équations (B.26). Le graphème « $\hat{}$ » dénote la double transformée de Fourier. Les conditions aux limites dans l'espace de Fourier sont tout simplement :

$$\hat{\sigma}_{11}|_{x_1=0,h} = \hat{\sigma}_{12}|_{x_1=0,h} = 0\,. \tag{B.34}$$

Pour simplifier les calculs, on peut considérer g et f comme des impulsions de Dirac et convoluer le résultat final par les distributions gaussiennes appropriées. Cette convolution reviendra dans l'espace de Fourier à multiplier par $\bar{G}\left(k_2/\cos\theta_r^R\right)$ et par $\tilde{f}\left(\omega\right)$. Le terme source du système d'équations (B.33) devient ainsi :

$$\widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_1 = \left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2\tan\theta_r^R\right]T_0\frac{e^{\left[-\beta(\theta_i)+jk_2\tan\theta_r^R\right]x_1}}{\left|\cos\theta_r^R\right|}\widetilde{H}\left(\omega\right)\,, \tag{B.35a}$$

$$\widehat{\nabla T}\cdot\boldsymbol{x}_2 = -jk_2T_0\frac{e^{\left[-\beta(\theta_i)+jk_2\tan\theta_r^R\right]x_1}}{\left|\cos\theta_r^R\right|}\widetilde{H}\left(\omega\right)\,, \tag{B.35b}$$

où $\widetilde{H}\left(\omega\right)$ est la transformée de Fourier temporelle de la fonction de Heaviside.

La résolution de ce système différentiel est effectuée en trois étapes. Premièrement la solution homogène du système est recherchée en annulant le terme source. Puis une solution particulière de la même forme que le terme source est cherchée. Enfin les conditions aux limites sont utilisées pour sélectionner l'unique solution de l'espace des solutions qui vérifient ces conditions aux limites.

B.4.2.1 Recherche de la solution homogène $\hat{\boldsymbol{u}}_h$ du problème

La solution homogène en champ de déplacement dans le double espace de Fourier est recherchée sous la forme exponentielle suivante :

$$\hat{\boldsymbol{u}}_h(x_1, k_2, \omega) = \hat{\boldsymbol{U}} e^{jk_1 x_1}. \tag{B.36}$$

En utilisant cette forme et en l'injectant dans le système d'équations (B.33) sans second membre, le système s'exprime alors sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} \rho\omega^2 - k_2^2 C_{66} - k_1^2 C_{11} & k_1 k_2 (C_{12} + C_{66}) \\ k_1 k_2 (C_{12} + C_{66}) & \rho\omega^2 - k_2^2 C_{22} - k_1^2 C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B.37}$$

On définit la matrice M suivante :

$$M = \begin{bmatrix} A_{11} - k_1^2 C_{11} & k_1 A_{12} \\ k_1 A_{12} & A_{22} - k_1^2 C_{66} \end{bmatrix}, \tag{B.38}$$

avec

$$A_{11} = \rho\omega^2 - k_2^2 C_{66}\,, \tag{B.39a}$$

$$A_{22} = \rho\omega^2 - k_2^2 C_{22}\,, \tag{B.39b}$$

$$A_{12} = k_2 \left(C_{12} + C_{66}\right)\,. \tag{B.39c}$$

L'équation de dispersion en fonction de k_1 est déduite en imposant que le déterminant de la matrice M soit nul :

$$C_{11} C_{66} k_1^4 - \left(C_{11} A_{22} + C_{66} A_{11} + A_{12}^2\right) k_1^2 + A_{11} A_{22} = 0\,. \tag{B.40}$$

En posant $k_1^2 = y$, $a = C_{11} C_{66}$, $b = -(C_{11} A_{22} + C_{66} + A_{12}^2)$ et $c = A_{11} A_{22}$, on obtient une équation du second degré $ay^2 + by + c = 0$ dont les deux racines sont :

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\,, \tag{B.41a}$$

$$y_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\,. \tag{B.41b}$$

La résolution de l'équation de dispersion [Eq. (B.40)] mène à l'identification de deux solutions pour k_1^2, ce qui donne au total quatre solutions (ou valeurs propres) qui sont notées $\pm k_1^n$, où $n = \{L, T\}$ avec L correspondant au mode de polarisation quasi-longitudinale et T à l'un des modes de polarisation quasi-transverse. L'exposant n dénotera pour tout la suite L ou T. Le double signe des solutions k_1^n traduit le fait que la propagation des ondes peut avoir lieu dans les deux sens de la direction $\boldsymbol{x}_1$ puisque le milieu de propagation est une plaque (et non un demi-espace).

Les vecteurs de polarisations $\hat{\boldsymbol{U}}^{+n}$ et $\hat{\boldsymbol{U}}^{-n}$, pour chacune des valeurs propres $+k_1^n$ et $-k_1^n$, peuvent alors être obtenus par la résolution du système homogène (B.37). On peut remarquer que les composantes $\hat{U}_1^{\pm n}$ et $\hat{U}_2^{\pm n}$ de chacun de ces vecteurs sont liées. En effet, d'après la forme particulière de la matrice M, l'une de ces composantes est égale pour les deux vecteurs alors que

l'autre est égale en norme mais de signe opposé. Cela traduit la présence du facteur k_1^2 sur les termes diagonaux de M et du facteur k_1 sur les termes non-diagonaux. On fait le choix suivant :

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_1^{+n} \\ \hat{U}_2^{+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_1^{-n} \\ -\hat{U}_2^{-n} \end{bmatrix} . \tag{B.42}$$

On choisit finalement comme vecteur propre, les autres étant proportionnels à celui-ci :

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_1^{+n} \\ \hat{U}_2^{+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} - k_1^2 C_{66} \\ -k_1 A_{12} \end{bmatrix} . \tag{B.43}$$

Pour simplifier la résolution du problème, on fait apparaître la décomposition élémentaire de la solution $\hat{\boldsymbol{u}}_h$ en partie symétrique $\hat{\boldsymbol{U}}^{nS}$ et antisymétrique $\hat{\boldsymbol{U}}^{nA}$.[68] Il s'agit simplement d'une combinaison linéaire des ondes progressives et rétrogrades pour chacun des modes de propagation. Il est pratique d'exprimer ces parties symétriques et antisymétriques en faisant apparaître la disposition du plan médian de la plaque par rapport au repère $(O, \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3)$, ce qui se traduit par :

$$\hat{\boldsymbol{U}}^{nS} = \frac{1}{2}\left[\hat{\boldsymbol{U}}^{+n} e^{jk_1^n(x_1 - \frac{h}{2})} + \hat{\boldsymbol{U}}^{-n} e^{-jk_1^n(x_1 - \frac{h}{2})}\right] , \tag{B.44a}$$

$$\hat{\boldsymbol{U}}^{nA} = \frac{1}{2j}\left[\hat{\boldsymbol{U}}^{+n} e^{jk_1^n(x_1 - \frac{h}{2})} - \hat{\boldsymbol{U}}^{-n} e^{-jk_1^n(x_1 - \frac{h}{2})}\right] , \tag{B.44b}$$

avec $n = \{L, T\}$.

D'après (B.42), on obtient finalement :

$$\hat{\boldsymbol{U}}^{nS} = \begin{bmatrix} \hat{U}_1^{+n} \cos\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] \\ j\hat{U}_2^{+n} \sin\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] \end{bmatrix} , \tag{B.45a}$$

$$\hat{\boldsymbol{U}}^{nA} = \begin{bmatrix} \hat{U}_1^{+n} \sin\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] \\ -j\hat{U}_2^{+n} \cos\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] \end{bmatrix} . \tag{B.45b}$$

Il est intéressant de remarquer que les parties symétriques et antisymétriques définies ci-dessus peuvent être liées aux modes de plaque symétriques et antisymétriques.

La forme générale de $\hat{\boldsymbol{u}}_h$ est alors exprimée comme une combinaison linéaire des quatre solutions élémentaires $\hat{\boldsymbol{U}}^{nS}$ et $\hat{\boldsymbol{U}}^{nA}$, avec $n = \{L, T\}$, et s'écrit :

$$\hat{\boldsymbol{u}}_h = \sum_{n=L,T} \xi_n^S \hat{\boldsymbol{U}}^{nS} + \xi_n^A \hat{\boldsymbol{U}}^{nA} \tag{B.46}$$

où les termes ξ_n^S et ξ_n^A représentent les amplitudes respectives des solutions élémentaires. Après qu'une solution particulière du problème a été trouvée, ces amplitudes seront identifiées en résolvant les équations qui traduisent les conditions aux limites du problème.

B.4.2.2 Recherche de la solution particulière $\hat{\boldsymbol{u}}_p$ du problème

La forme de la solution particulière $\hat{\boldsymbol{u}}_p$ du champ de déplacement est la même que celle des termes sources. On recherche donc cette solution sous la forme :

$$\hat{\boldsymbol{u}}_p\left(x_1, k_2, \omega\right) = \hat{\boldsymbol{U}}_p e^{\left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right]x_1} . \tag{B.47}$$

En injectant l'équation (B.47) dans le système d'équations (B.33), on obtient le système d'équations suivant :

$$\zeta_1 \hat{U}_1^p + j\zeta_2 \hat{U}_2^p = \lambda_1 \frac{-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R}{\left|\cos\theta_r^R\right|} T_0 \widetilde{H}\left(\omega\right) , \tag{B.48a}$$

$$j\zeta_2 \hat{U}_1^p + \zeta_3 \hat{U}_2^p = -\frac{jk_2\lambda_2}{\left|\cos\theta_r^R\right|} T_0 \widetilde{H}\left(\omega\right) . \tag{B.48b}$$

Les coefficients ζ_1, ζ_2 et ζ_3 sont définies par :

$$\zeta_1 = A_{11} + \left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R\right]^2 C_{11} , \tag{B.49a}$$

$$\zeta_2 = \left[\beta\left(\theta_i\right) - jk_2 \tan\theta_r^R\right] A_{12} , \tag{B.49b}$$

$$\zeta_3 = A_{22} + \left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R\right]^2 C_{66} . \tag{B.49c}$$

Après calcul, on obtient finalement les expressions des deux composantes du vecteur $\hat{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{p}}$:

$$\hat{U}_1^p = -\frac{-\lambda_1\left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R\right]\zeta_3 + k_2\lambda_2\zeta_2}{\zeta_2^2 + \zeta_1\zeta_3} \frac{T_0 \widetilde{H}\left(\omega\right)}{\left|\cos\theta_r^R\right|} , \tag{B.50a}$$

$$\hat{U}_2^p = j\frac{-\lambda_1\left[-\beta\left(\theta_i\right) + jk_2 \tan\theta_r^R\right]\zeta_2 - k_2\lambda_2\zeta_1}{\zeta_2^2 + \zeta_1\zeta_3} \frac{T_0 \widetilde{H}\left(\omega\right)}{\left|\cos\theta_r^R\right|} . \tag{B.50b}$$

B.4.2.3 Solution totale $\hat{\boldsymbol{u}}$ du champ de déplacement

La solution totale $\hat{\boldsymbol{u}}$ du champ de déplacement dans l'espace de Fourier est finalement la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$\hat{\boldsymbol{u}} = \sum_{n=L,T} \xi_n^S \hat{\boldsymbol{U}}^{nS} + \xi_n^A \hat{\boldsymbol{U}}^{nA} + \hat{\boldsymbol{U}}_p e^{\left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right] x_1} . \tag{B.51}$$

Cette forme du champ de déplacement doit vérifier les conditions aux limites de la plaque, à savoir que le vecteur contrainte normal aux surfaces de la plaque est nul, d'après l'hypothèse de surface libre. Cela va permettre de calculer les amplitudes de la solution homogène ξ_n^S et ξ_n^A, dernières inconnues du problème restant à déterminer.

B.4.2.4 Conditions aux limites et expression des amplitudes de la solution homogène

Les conditions aux limites reviennent à annuler les contraintes σ_{11} et σ_{12} au niveau des deux surfaces $x_1 = 0$ et $x_1 = h$ [Eq. (B.34)], ce qui se traduit par :

$$\left(C_{11}\frac{\partial \hat{u}_1^h}{\partial x_1} - jk_2 C_{12}\hat{u}_2^h\right)\Bigg|_{x_1=0,h} = \left(-C_{11}\frac{\partial \hat{u}_1^p}{\partial x_1} + jk_2 C_{12}\hat{u}_2^p + \lambda_1 \hat{T}\right)\Bigg|_{x_1=0,h} , \tag{B.52a}$$

$$\left(-jk_2\hat{u}_1^h + \frac{\partial \hat{u}_2^h}{\partial x_1}\right)\Bigg|_{x_1=0,h} = \left(jk_2\hat{u}_1^p - \frac{\partial \hat{u}_2^p}{\partial x_1}\right)\Bigg|_{x_1=0,h} . \tag{B.52b}$$

D'après les équations (B.45) et (B.46), les composantes des vecteurs $\hat{\boldsymbol{u}}_h$ et $\partial\hat{\boldsymbol{u}}_h/\partial x_1$ s'expriment comme suit :

$$\hat{u}_1^h = \sum_{n=L,T} \hat{U_1}^{+n} \left\{ \xi_n^S \cos\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] + \xi_n^A \sin\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right]\right\}, \tag{B.53a}$$

$$\hat{u}_2^h = j \sum_{n=L,T} \hat{U_2}^{+n} \left\{ \xi_n^S \sin\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] - \xi_n^A \cos\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right]\right\}, \tag{B.53b}$$

$$\frac{\partial\hat{u}_1^h}{\partial x_1} = - \sum_{n=L,T} k_1^n \hat{U_1}^{+n} \left\{ \xi_n^S \sin\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] - \xi_n^A \cos\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right]\right\}, \tag{B.53c}$$

$$\frac{\partial\hat{u}_2^h}{\partial x_1} = j \sum_{n=L,T} k_1^n \hat{U_2}^{+n} \left\{ \xi_n^S \cos\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right] + \xi_n^A \sin\left[k_1^n \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)\right]\right\}. \tag{B.53d}$$

En injectant les expressions des équations (B.53) dans le système d'équations (B.52), on obtient le système d'équations suivant :

$$\sum_{n=L,T} A_n \left[\xi_n^S \sin\left(k_1^n \frac{h}{2}\right) + \xi_n^A \cos\left(k_1^n \frac{h}{2}\right)\right] = F_{10}, \tag{B.54a}$$

$$\sum_{n=L,T} A_n \left[-\xi_n^S \sin\left(k_1^n \frac{h}{2}\right) + \xi_n^A \cos\left(k_1^n \frac{h}{2}\right)\right] = F_{1h}, \tag{B.54b}$$

$$\sum_{n=L,T} B_n \left[\xi_n^S \cos\left(k_1^n \frac{h}{2}\right) - \xi_n^A \sin\left(k_1^n \frac{h}{2}\right)\right] = F_{20}, \tag{B.54c}$$

$$\sum_{n=L,T} B_n \left[\xi_n^S \cos\left(k_1^n \frac{h}{2}\right) + \xi_n^A \sin\left(k_1^n \frac{h}{2}\right)\right] = F_{2h}, \tag{B.54d}$$

où les coefficients A_n, B_n, F_{10}, F_{20}, F_{1h} et F_{2h} sont définis comme suit :

$$A_n = k_1^n C_{11} \hat{U_1}^{+n} - k_2 C_{12} \hat{U_2}^{+n}, \tag{B.55a}$$

$$B_n = -j\left(k_2 \hat{U_1}^{+n} - k_1^n \hat{U_2}^{+n}\right), \tag{B.55b}$$

$$F_{10} = -\left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right] C_{11} \hat{U_1^p} + jk_2 C_{12} \hat{U_2^p} + \lambda_1 \hat{T}_0 \widetilde{H}(\omega), \tag{B.55c}$$

$$F_{20} = jk_2 \hat{U_1^p} - \left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right] \hat{U_2^p}, \tag{B.55d}$$

$$F_{1h} = F_{10} e^{\left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right]h}, \tag{B.55e}$$

$$F_{2h} = F_{20} e^{\left[-\beta(\theta_i) + jk_2 \tan\theta_r^R\right]h}. \tag{B.55f}$$

Pour des raisons de symétrie, la combinaison linéaire deux à deux des égalités constitutives du système (B.54) permet de le scinder en deux sous-systèmes linéaires indépendants d'ordre deux. Des opérations d'addition et de soustraction sur les équations de ce système permettent de séparer les grandeurs symétriques ξ_n^S et antisymétriques ξ_n^A. Pour la partie symétrique, le système à résoudre est alors :

$$\begin{bmatrix} A_L \sin\left(k_1^L \frac{h}{2}\right) & A_T \sin\left(k_1^T \frac{h}{2}\right) \\ B_L \cos\left(k_1^L \frac{h}{2}\right) & B_T \cos\left(k_1^T \frac{h}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_L^S \\ \xi_T^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_{10}-F_{1h}}{2} \\ \frac{F_{20}+F_{2h}}{2} \end{bmatrix} \tag{B.56}$$

et finalement, le système à résoudre pour la partie antisymétrique est :

$$\begin{bmatrix} A_L \cos\left(k_1^L \frac{h}{2}\right) & A_T \cos\left(k_1^T \frac{h}{2}\right) \\ B_L \sin\left(k_1^L \frac{h}{2}\right) & B_T \sin\left(k_1^T \frac{h}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_L^A \\ \xi_T^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_{10}+F_{1h}}{2} \\ -\frac{F_{20}-F_{2h}}{2} \end{bmatrix} \tag{B.57}$$

La solution du problème est alors parfaitement connue par la donnée des amplitudes ξ_n^S et ξ_n^A, des formes élémentaires $\hat{\boldsymbol{U}}^{nS}$ et $\hat{\boldsymbol{U}}^{nA}$ et de la solution particulière $\hat{\boldsymbol{u}}_p$. Comme les fonctions g et f, qui définissent la source, étaient des fonctions de Dirac, il suffit ensuite de multiplier la solution par la transformée de Fourier des distributions gaussiennes temporelle et spatiale de l'intensité du faisceau laser. Une double transformée de Fourier inverse est alors réalisée numériquement pour revenir dans l'espace réel. Les subtilités numériques de cette transformation sont rapidement expliquées à la fin de la section 2.4.

B.5 Conclusion

Dans cette annexe, nous avons développé de manière détaillée la résolution totale du problème à modéliser et à résoudre, depuis la densité volumique de puissance déposée par le faisceau laser jusqu'à la solution analytique du champ de déplacement dans le double espace de Fourier fréquence-nombre d'onde. L'outil numérique est ensuite utilisé pour réaliser la double transformée inverse afin d'obtenir la solution dans l'espace réel, comme cela est expliqué dans le chapitre 2.

Bibliographie

[1] G. Galileo : *Il Saggiatore (in Italian).* Rome, 1623. – cité p. 1

[2] J. W. S. Rayleigh : *The Theory of Sound.* Macmillan, 1894. – cité p. 1

[3] H. Lamb : « On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid ». *Philos. T. Roy. Soc. A*, **203**(359–371):1–42, 1904. – cité p. 1, 13

[4] A. E. H. Love : *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity.* Dover Publications, New York, 4 édition, 1944. – cité p. 1

[5] A. G. Bell : « On the production and reproduction of sound by light ». *Am. J. Sci.*, **20**(118):305–324, 1880. – cité p. 1

[6] T. H. Mainman : « Stimulated Optical Radiation in Ruby ». *Nature*, **187**(4736):493–494, 1960. – cité p. 2, 9, 113

[7] R. M. White : « Generation of Elastic Waves by Transient Surface Heating ». *J. Appl. Phys.*, **34**(12):3559–3567, 1963. – cité p. 2

[8] C. B. Scruby et L. Drain : *Laser ultrasonics : techniques and applications.* A. Hilger, 1990. – cité p. 2, 9, 25, 29, 52, 58, 86, 87

[9] R. G. Stearns et G. S. Kino : « Effect of electronic strain on photoacoustic generation in silicon ». *Appl. Phys. Lett.*, **47**(10):1048–1050, 1985. – cité p. 2, 9

[10] V. E. Gusev et A. A. Karabutov : *Laser Optoacoustics.* AIP, New York, 1993. – cité p. 2, 9, 10, 26

[11] B. Audoin, H. Meri et C. Rossignol : « Two-dimensional diffraction of plasma, thermal, and elastic waves generated by an infrared laser pulse in semiconductors ». *Phys. Rev. B*, **74**(21):214304, 2006. – cité p. 2, 9, 50

[12] H. J. Maris : « Picosecond ultrasonics ». *Sci. Am.*, **278**:64–67, 1998. – cité p. 2

[13] Q. Yang, H. Cui, S. Cai, X. Yang et M. L. Forrest : « In vivo photoacoustic imaging of chemotherapy-induced apoptosis in squamous cell carcinoma using a near-infrared caspase-9 probe ». *J. Biomed. Opt.*, **16**(11):116026, 2011. – cité p. 2, 106

[14] B. Audoin, C. Rossignol, N. Chigarev, M. Ducousso, G. Forget, F. Guillemot et M. C. Durrieu : « Picosecond acoustics in vegetal cells : Non-invasive in vitro measurements at a sub-cell scale ». *Ultrasonics*, **50**(2):202–207, 2010. – cité p. 2

[15] Y. Guillet, C. Rossignol, B. Audoin, G. Calbris et S. Ravaine : « Optoacoustic response of a single submicronic gold particle revealed by the picosecond ultrasonics technique ». *Appl. Phys. Lett.*, **95**(6):061909, 2009. – cité p. 4, 108, 186

[16] P. Langevin et C. Chilowsky : « Procédés et appareils pour la production de signaux sous-marins dirigés et pour la localisation à distance d'obstacles sous-marins ». *Brevet français*, **n° 502.913**, 1916. – cité p. 9

[17] J. D. Achenbach : « Quantitative nondestructive evaluation ». *Int. J. Sol. Struct.*, **37**(1–2):13–27, 2000. – cité p. 9

[18] L. W. Kessler et D. E. Yuhas : « Acoustic microscopy ». *Proc. IEEE*, **67**(4):526–536, 1979. – cité p. 9

[19] R. Marklein, K. Mayer, R. Hannemann, T. Krylow, K. Balasubramanian, K. J. Langenberg et V. Schmitz : « Linear and nonlinear inversion algorithms applied in nondestructive evaluation ». *Inverse Probl.*, **18**(6):1733–1759, 2002. – cité p. 9

[20] S. K. Lehman et A. J. Devaney : « Transmission mode time-reversal super-resolution imaging ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **113**(5):2742–2753, 2003. – cité p. 9

[21] R. J. Dewhurst, D. A. Hutchins, S. B. Palmer et C. B. Scruby : « Quantitative measurements of laser-generated acoustic waveforms ». *J. Appl. Phys.*, **53**(6):4064–4071, 1982. – cité p. 9

[22] P. A. Doyle : « On epicentral waveforms for laser-generated ultrasound ». *J. Phys. D*, **19**(9):1613–1623, 1986. – cité p. 9

[23] L. R. F. Rose : « Point-source representation for laser-generated ultrasound ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **75**(3):723–732, 1984. – cité p. 9, 58, 59, 97

[24] B. Castagnede, K. Y. Kim, W. Sachse et M. O. Thompson : « Determination of the elastic constants of anisotropic materials using laser-generated ultrasonic signals ». *J. Appl. Phys.*, **70**(1):150–157, 1991. – cité p. 10

[25] H. Sontag et A. C. Tam : « Optical monitoring of photoacoustic pulse propagation in silicon wafers ». *Appl. Phys. Lett.*, **46**(8):725–727, 1985. – cité p. 10

[26] B. Audoin, C. Bescond et M. Deschamps : « Measurement of stiffness coefficients of anisotropic materials from pointlike generation and detection of acoustic waves ». *J. Appl. Phys.*, **80**(7):3760–3771, 1996. – cité p. 10

[27] V. Gusev : « On generation of picosecond inhomogeneous shear strain fronts by laser-induced gratings ». *Appl. Phys. Lett.*, **94**(16):164105, 2009. – cité p. 10, 11, 66

[28] C. Rossignol, J. M. Rampnoux, M. Perton, B. Audoin et S. Dilhaire : « Generation and Detection of Shear Acoustic Waves in Metal Submicrometric Films with Ultrashort Laser Pulses ». *Phys. Rev. Lett.*, **94**(16):166106, 2005. – cité p. 11, 50, 65

[29] D. H. Hurley, O. B. Wright, O. Matsuda, V. E. Gusev et O. V. Kolosov : « Laser picosecond acoustics in isotropic and anisotropic materials ». *Ultrasonics*, **38**(1–8):470–474, 2000. – cité p. 11, 14, 66

[30] T. Bienville et B. Perrin : « Generation and detection of quasi transverse waves in an anisotropic crystal by picosecond ultrasonics ». Dans *Proccedings of the WCU 2003, Paris*, pages 813–816, 2003. – cité p. 11, 66

[31] T. Pezeril, N. Chigarev, P. Ruello, S. Gougeon, D. Mounier, J.-M. Breteau, P. Picart et V. Gusev : « Laser acoustics with picosecond collimated shear strain beams in single crystals and polycrystalline materials ». *Phys. Rev. B*, **73**(13):132301, 2006. – cité p. 11, 14

[32] G. F. Miller et H. Pursey : « The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid ». *Proc. R. Soc. Lon. Ser-A*, **223**(1155):521–541, 1954. – cité p. 13, 14, 25, 32

[33] A. E. Jr. Lord : « Geometric Diffraction Loss in Longitudinal- and Shear-Wave Attenuation Measurements in an Isotropic Half-Space ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **39**(4):650–662, 1966. – cité p. 13, 14, 19, 25

[34] G. Green : « An Essay on the Application of mathematical Analysis to the theories of Electricity and Magnetism ». *ArXiv e-prints*, 2008. – cité p. 14

[35] J. D. Achenbach : *Reciprocity in elastodynamics*. Cambridge University Press, 2003. – cité p. 14, 19, 132, 133, 134

[36] D. A. Hutchins, R. J. Dewhurst et S. B. Palmer : « Directivity patterns of laser-generated ultrasound in aluminum ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **70**(5):1362–1369, 1981. – cité p. 14, 22, 24, 25

[37] J. R. Bernstein et J. B. Spicer : « Line source representation for laser-generated ultrasound in aluminum ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **107**(3):1352–1357, 2000. – cité p. 14, 17, 22, 25, 52

[38] B. Yuhai, P. Liwei, F. Qiping, Y. Yuping et Y. Chongfu : « Experimental studies of directivity patterns of laser generated ultrasound in neutral glasses ». *Ultrasonics*, **33**(6):429–436, 1995. – cité p. 14, 32, 33, 35

[39] W. Yaping, S. Dufang et H. Yulong : « Study of the directivity of laser generated ultrasound in solids ». *J. Appl. Phys.*, **83**(3):1207–1212, 1998. – cité p. 14, 37

[40] M.-H. Noroy, D. Royer et M. Fink : « The laser-generated ultrasonic phased array : Analysis and experiments ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **94**(4):1934–1943, 1993. – cité p. 14

[41] F. Reverdy : *Synthèses de fronts acoustiques plans par déplacement d'une source laser : application à l'évaluation non destructive de matériaux composites.* Thèse de doctorat, Univ. Bordeaux I, n° d'ordre 2280, 2000. – cité p. 14, 50, 66

[42] R. K. Ing, M. Fink et F. Gires : « Directivity patterns of a moving thermoelastic source in solid media ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **39**(2):285–292, 1992. – cité p. 14

[43] M. Perton : *Ultrasons rayonnés par une source laser ponctuelle dans des milieux isotropes transverses et application à la mesure du tenseur d'élasticité de cylindres et de couches minces.* Thèse de doctorat, Univ. Bordeaux I, n° d'ordre 3294, 2006. – cité p. 14, 15, 22, 25, 43, 50, 60, 62, 90

[44] J. D. Aussel : *Génération par laser d'ondes ultrasonores dans les matériaux : application au contrôle non destructif.* Thèse de doctorat, INSA Lyon, n° d'ordre 86 ISAL 0018, 1986. – cité p. 15, 22, 25

[45] J. D. Achenbach : *Wave propagation in elastic solids.* North-Holland Pub. Co. ; American Elsevier Pub., 1973. – cité p. 22, 56, 129, 130, 138, 192, 194

[46] K. Aki et P. G. Richards : *Quantitative seismology : theory and methods*, vol. 1. W. H. Freeman, San Francisco, 1980. – cité p. 23, 27, 129, 130, 131, 138

[47] Schott : « Schott datasheet on Neutral density NG1 glass ». Rapport technique, Schott, 2008. – cité p. 24, 38

[48] I. Sahl : « On burning mirrors and lenses ». 984. – cité p. 26

[49] R. Descartes : *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences. Plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie qui sont des essais de cette méthode.* Leyde, 1637. – cité p. 26

[50] P. A. Tipler et G. P. Mosca : *Physics for Scientists and Engineers, 5th edition.* W. H. Freeman, New York, 1999. – cité p. 38

[51] R. M. Alford, K. R. Kelly et D. M. Boore : « Accuracy Of Finite-Difference Modeling Of The Acoustic Wave Equation ». *Geophysics*, **39**(6):834–842, 1974. – cité p. 49

[52] L. L. Thompson : « A review of finite-element methods for time-harmonic acoustics ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **119**(3):1315–1330, 2006. – cité p. 49

[53] A. Bamberger, T. A. Duong et J. C. Nedelec : « Formulation variationnelle espace-temps pour le calcul par potentiel retardé de la diffraction d'une onde acoustique ». *Math. Meth. Appl. Sci.*, **8**(1):405–435, 1986. – cité p. 49

[54] B. Audoin et S. Guilbaud : « Acoustic waves generated by a line source in a viscoelastic anisotropic medium ». *Appl. Phys. Lett.*, **72**(7):774–776, 1998. – cité p. 50, 55, 204

[55] B. Audoin : « Non-destructive evaluation of composite materials with ultrasonic waves generated and detected by lasers ». *Ultrasonics*, **40**(1):735–740, 2002. – cité p. 50

[56] T. Dehoux, N. Chigarev, C. Rossignol et B. Audoin : « Effect of lateral electronic diffusion on acoustic diffraction in picosecond ultrasonics ». *Phys. Rev. B*, **77**:214307, 2008. – cité p. 50

[57] Y. Pan, C. Rossignol et B. Audoin : « Acoustic waves generated by a laser line pulse in a transversely isotropic cylinder ». *Appl. Phys. Lett.*, **82**(24):4379–4381, 2003. – cité p. 50

[58] Y. Pan, C. Rossignol et B. Audoin : « Acoustic waves generated by a laser point source in an isotropic cylinder ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **116**(2):814–820, 2004. – cité p. 50

[59] Y. Pan, M. Perton, B. Audoin et C. Rossignol : « Acoustic waves generated by a laser point pulse in a transversely isotropic cylinder ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **119**(1):243–250, 2006. – cité p. 50

[60] D. Ségur, A. L. Shuvalov, B. Audoin et Y. D. Pan : « Experimental and theoretical study of acoustic waves generated by a laser line pulse in an optically absorptive isotropic cylinder ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **127**(1):181–185, 2010. – cité p. 50

[61] M. Perton, B. Audoin, Y. Pan et C. Rossignol : « Bulk conical and surface helical acoustic waves in transversely isotropic cylinders ; application to the stiffness tensor measurement ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **119**(6):3752–3759, 2006. – cité p. 50

[62] D. Ségur, Y. Guillet et B. Audoin : « Intrinsic geometric scattering probed by picosecond optoacoustics in a cylindrical cavity : Application to acoustic and optical characterizations of a single micron carbon fiber ». *Appl. Phys. Lett.*, **97**(3):031901, 2010. – cité p. 50

[63] S. Guilbaud : *Ondes ultrasonores générées par laser dans un milieu anisotrope viscoélastique. Application à la caractérisation de matériaux composites à température élevée.* Thèse de doctorat, Univ. Bordeaux I, n° d'ordre 1983, 1998. – cité p. 50, 66

[64] H. Meri : *Rayonnement d'ultrasons générés par laser dans les matériaux anisotropes ; effets de la pénétration optique, de la diffusion de la chaleur et de la diffusion de la densité électronique.* Thèse de doctorat, Univ. Bordeaux I, n° d'ordre 2842, 2004. – cité p. 50, 57, 66, 79, 203

[65] A. Cauchy : *Exercices d'analyse et de physique mathématique.* Bachelier, 1840. – cité p. 54, 203

[66] R. Hooke : *Lectiones Cutlerianæ, or, A collection of lectures, physical, mechanical, geographical, and astronomical made before the Royal Society on several occasions at Gresham Colledge : to which are added divers miscellaneous discourses.* Columbia University Library, 1679. – cité p. 54, 203

[67] S. N. Chandler-Wilde : « The Impedance Boundary Value Problem for the Helmholtz Equation in a Half-Plane ». *Math. Meth. Appl. Sci.*, **20**(10):813–840, 1997. – cité p. 56

[68] R. L. Weaver, W. Sachse et K. Y. Kim : « Transient Elastic Waves in a Transversely Isotropic Plate ». *J. Appl. Mech.*, **63**(2):337–346, 1996. – cité p. 57, 58, 62, 203, 207

[69] R. L. Weaver, W. Sachse et L. Niu : « Transient ultrasonic waves in a viscoelastic plate : Theory ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **85**(6):2255–2261, 1989. – cité p. 58

[70] I. Arias et J. D. Achenbach : « Thermoelastic generation of ultrasound by line-focused laser irradiation ». *Int. J. Sol. Struct.*, **40**(25):6917–6935, 2003. Special issue in Honor of George J. Dvorak. – cité p. 59

[71] D. Royer : « Mixed matrix formulation for the analysis of laser-generated acoustic waves by a thermoelastic line source ». *Ultrasonics*, **39**(5):345–354, 2001. – cité p. 59

[72] G. N. Watson : *A treatrise on the theory of Bessel functions.* Cambridge University Press, 1966. – cité p. 62, 120, 134

[73] R. M. Bracewell : *The Fourier transform and its applications.* McGraw-Hill, New York, 1965. – cité p. 62

[74] E. Lafond : *Étude de la génération des ultrasons par laser dans un matériau composite.* Thèse de doctorat, École polytechnique de Montréal, 1994. – cité p. 62

[75] R. Coulette : *Caractérisation de parois minces par une source photothermique et une détection interférométrique. Application au contrôle non destructif.* Thèse de doctorat, Univ. Paris VII - Denis Diderot, n° d'ordre 99 PA07 7059, 1999. – cité p. 62

[76] I. A. Viktorov : *Rayleigh and Lamb Waves : Physical Theory and Applications. Translated from Russian.* Ultrasonic technology. Plenum Press, 1967. – cité p. 65

[77] M. Castaings et P. Cawley : « The generation, propagation, and detection of Lamb waves in plates using air-coupled ultrasonic transducers ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **100**(5):3070–3077, 1996. – cité p. 65, 86

[78] J. J. Ditri et K. Rajana : « An Experimental Study Of The Angular Dependence Of Lamb Wave Excitation Amplitudes ». *J. Sound Vibrat.*, **204**(5):755–768, 1997. – cité p. 65

[79] M. Born, E. Wolf et A. B. Bhatia : *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light [7th (expanded) edition].* Cambridge University Press, 1999. – cité p. 69, 73, 132, 199, 202

[80] Y. Wang, Y. Liu, J. Xu, H. Zhang, L. Bai, Y. Xiao, J. Yan et X. Zhang : « Numerical study of lateral displacements of Gaussian beams reflected from weakly absorbing media near the Brewster dip and reflected from strongly absorbing media ». *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, **11**(10):105701, 2009. – cité p. 70, 71, 201

[81] A. C. Tam : « Pulsed-laser generation of ultrashort acoustic pulses : Application for thin-film ultrasonic measurements ». *Appl. Phys. Lett.*, **45**(5):510–512, 1984. – cité p. 74

[82] D. Royer et E. Dieulesaint : *Elastic waves in solids*, vol. 1. Masson, Paris, 1999. – cité p. 76, 129

[83] A. Mertins : *Signal Analysis : Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications*. John Wiley & Sons, 1999. – cité p. 77

[84] D. W. Schindel, D. A. Hutchins, L. Zou et M. Sayer : « The design and characterization of micromachined air-coupled capacitance transducers ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **42**(1):42–50, 1995. – cité p. 86

[85] B. W. Maxfield et C. M. Fortunko : « Design and Use of Electromagnetic Acoustic Wave Transducers (EMATs) ». *Mater. Eval.*, **41**(12):1399–1408, 1983. – cité p. 86

[86] G. A. Alers et L. R. Burns : « EMAT Designs for Special Applications ». *Mater. Eval.*, **45**(10):1184–1189, 1987. – cité p. 86

[87] B. W. Maxfield, A. Kuramoto et J. K. Hulbert : « Evaluating EMAT Designs for Selected Applications ». *Mater. Eval. Evaluation*, **45**(10):1166–1183, 1987. – cité p. 86

[88] D. Royer et E. Dieulesaint : *Elastic waves in solids*, vol. 2. Masson, Paris, 1999. – cité p. 86, 88

[89] G. Dallemagne : « Masse volumique et densité ». *Techniques de l'ingénieur*, **réf BM6017**, 2003. – cité p. 87

[90] D. Royer et E. Dieulesaint : « Optical probing of the mechanical impulse response of a transducer ». *Appl. Phys. Lett.*, **49**(17):1056–1058, 1986. – cité p. 88

[91] D. Royer : « Génération et détection optiques d'ondes élastiques ». *Techniques de l'ingénieur*, **réf E4415**, 1996. – cité p. 88

[92] E. Hecht : *Optics*. Addison-Wesley, 2002. – cité p. 105

[93] Y. Nazé : *Histoire du télescope : la contemplation de l'univers des premiers instruments aux actuelles machines célestes*. Vuibert, 2009. – cité p. 105

[94] T. Trupke, R. A. Bardos, M. C. Schubert et W. Warta : « Photoluminescence imaging of silicon wafers ». *Appl. Phys. Lett.*, **89**(4):044107, 2006. – cité p. 105

[95] W. J. Kaiser et L. D. Bell : « Direct investigation of subsurface interface electronic structure by ballistic-electron-emission microscopy ». *Phys. Rev. Lett.*, **60**(14):1406–1409, 1988. – cité p. 105

[96] J. Beyer, H. Matz, D. Drung et Th. Schurig : « Magnetic detection of photogenerated currents in semiconductor wafers using superconducting quantum interference devices ». *Appl. Phys. Lett.*, **74**(19):2863–2865, 1999. – cité p. 106

[97] T. Berer, A. Hochreiner, S. Zamiri et P. Burgholzer : « Remote photoacoustic imaging on solid material using a two-wave mixing interferometer ». *Opt. Lett.*, **35**(24):4151–4153, 2010. – cité p. 106, 109

[98] B. C. Daly, N. C. R. Holme, T. Buma, C. Branciard, T. B. Norris, D. M. Tennant, J. A. Taylor, J. E. Bower et S. Pau : « Imaging nanostructures with coherent phonon pulses ». *Appl. Phys. Lett.*, **84**(25):5180–5182, 2004. – cité p. 106

[99] V. Schmitz et W. Müller : « Synthetic Aperture Focusing Technique For Industrial Applications ». Dans *Acoustical Imaging*, vol. 27, pages 57–68, W. Arnold et S. Hirsekorn (éditeurs). Kluwer Academic Publishers, 2004. – cité p. 106

[100] N. Dominguez, V. Gibiat et Y. Esquerre : « Time domain topological gradient and time reversal analogy : an inverse method for ultrasonic target detection ». *Wave Motion*, **42**(1):31–52, 2005. – cité p. 106, 109

[101] N. Dominguez et V. Gibiat : « Non-destructive imaging using the time domain topological energy method ». *Ultrasonics*, **50**(3):367–372, 2010. – cité p. 106, 109

[102] H. F. Zhang, K. Maslov, G. Stoica et L. V. Wang : « Functional photoacoustic microscopy for high-resolution and noninvasive in vivo imaging ». *Nat. Biotechnol.*, **24**(7):848–851, 2006. – cité p. 106

[103] O. Bonnefous et P. Pesqué : « Time domain formulation of pulse-Doppler ultrasound and blood velocity estimation by cross correlation ». *Ultrason. Imag.*, **8**(2):73–85, 1986. – cité p. 106

[104] C. Rossignol, N. Chigarev, M. Ducousso, B. Audoin, G. Forget, F. Guillemot et M. C. Durrieu : « In Vitro picosecond ultrasonics in a single cell ». *Appl. Phys. Lett.*, **93**(12):123901, 2008. – cité p. 106

[105] J. Woo : « A short history of the development of ultrasound in obstetrics and gynecology ». http ://www.ob-ultrasound.net/history1.html. 1998, dernière vérification du lien : 2012. – cité p. 106

[106] D. White, J. Clark, D. White, J. Campbell, K. Bahuleyan, A. Kraus et R. Brinker : « The deformation of the ultrasonic field in passage across the living and cadaver head ». *Med. Biol. Eng. Comput.*, **7**(6):607–618, 1969. – cité p. 107

[107] W. J. Fry, F. J. Fry, J. W. Barnard, R. F. Krumins et J. F. BRENNAN : « Ultrasonic lesions in the mammalian central nervous system ». *Science*, **122**(3168):51–518, 1955. – cité p. 107

[108] F. J. Fry, R. C. Eggleton et R. F. Heimburger : « Transkull vizualization of brain using ultrasound : An experimental model study ». Dans *Proceedings of the Second World Congress on Ultrasonics in Medicine, Rotterdam, 4-8 June 1973*, vol. 309 de *International Congress*

Series, pages 97–103, M. de Vlieger, D.N. White et V.R. McCready (éditeurs). Excerpta Medica, 1974. – cité p. 107

[109] F. J. Fry, N. T. Sanghvi, R. F. Morris, S. Smithson, L. Atkinson, K. Dines, T. Franklin et J. Hastings : « A Focused Ultrasound System for Tissue Volume Ablation in Deep Seated Brain Sites ». Dans *Ultrasonics Symposium, IEEE 1986*, pages 1001–1004, 1986. – cité p. 107

[110] L. Nock, G. E. Trahey et S. W. Smith : « Phase aberration correction in medical ultrasound using speckle brightness as a quality factor ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **85**(5):1819–1833, 1989. – cité p. 107, 123

[111] M. Karaman, A. Atalar, H. Koymen et M. O'Donnell : « A phase aberration correction method for ultrasound imaging ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **40**(4): 275–282, 1993. – cité p. 107

[112] D.-L. Liu et R. C. Waag : « Correction of ultrasonic wavefront distortion using backpropagation and a reference waveform method for time-shift compensation ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **96**(2):649–660, 1994. – cité p. 107

[113] M. Fink, C. Prada, F. Wu et D. Cassereau : « Self focusing in inhomogeneous media with 'time reversal' acoustic mirrors ». Dans *Ultrasonics Symposium, 1989. Proceedings., IEEE 1989*, vol. 2, pages 681–686, 1989. – cité p. 107, 113, 114, 122

[114] J.-L. Thomas et M. Fink : « Ultrasonic beam focusing through tissue inhomogeneities with a time reversal mirror : application to transskull therapy ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **43**(6):1122–1129, 1996. – cité p. 107

[115] M. Tanter, J.-F. Aubry, J. Gerber, J.-L. Thomas et M. Fink : « Optimal focusing by spatio-temporal inverse filter. I. Basic principles ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **110**(1):37–47, 2001. – cité p. 107

[116] J.-F. Aubry, M. Tanter, J. Gerber, J.-L. Thomas et M. Fink : « Optimal focusing by spatio-temporal inverse filter. II. Experiments. Application to focusing through absorbing and reverberating media ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **110**(1):48–58, 2001. – cité p. 107

[117] J.-F. Aubry : *Focalisation ultrasonore adaptative : application à l'imagerie et à la thérapie du cerveau.* Thèse de doctorat, Univ. Paris VII - Denis Diderot, n° d'ordre 2002PA077012, 2002. – cité p. 107

[118] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, R. Roux, M. Tanter, J.-L. Thomas et F. Wu : « Time-reversed acoustics ». *Rep. Prog. Phys.*, **63**(12):1933–1995, 2000. – cité p. 108

[119] M. Fink et C. Prada : « Acoustic time-reversal mirrors ». *Inverse Probl.*, **17**(1):R1–R38, 2001. – cité p. 108

[120] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo et M. Fink : « Time Reversal of Electromagnetic Waves ». *Phys. Rev. Lett.*, **92**(19):193904, 2004. – cité p. 108

[121] R. K. Ing, N. Quieffin, S. Catheline et M. Fink : « In solid localization of finger impacts using acoustic time-reversal process ». *Appl. Phys. Lett.*, **87**(20):204104, 2005. – cité p. 108

[122] G. Montaldo, M. Tanter et M. Fink : « Time Reversal of Speckle Noise ». *Phys. Rev. Lett.*, **106**:054301, 2011. – cité p. 108

[123] C. Draeger et M. Fink : « One-Channel Time Reversal of Elastic Waves in a Chaotic 2D-Silicon Cavity ». *Phys. Rev. Lett.*, **79**:407–410, 1997. – cité p. 108

[124] J. de Rosny et M. Fink : « Overcoming the Diffraction Limit in Wave Physics Using a Time-Reversal Mirror and a Novel Acoustic Sink ». *Phys. Rev. Lett.*, **89**(12):124301, 2002. – cité p. 108, 156

[125] F. Lemoult, M. Fink et G. Lerosey : « A polychromatic approach to far-field superlensing at visible wavelengths ». *Nat. Commun.*, **3**:889, 2012. – cité p. 108

[126] C. Draeger, D. Cassereau et M. Fink : « Theory of the time-reversal process in solids ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **102**(3):1289–1295, 1997. – cité p. 108

[127] R. K. Ing, M. Fink et O. Casula : « Self-focusing Rayleigh wave using a time reversal mirror ». *Appl. Phys. Lett.*, **68**(2):161–163, 1996. – cité p. 108, 129

[128] R. K. Ing et M. Fink : « Time-reversed Lamb waves ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **45**(4):1032–1043, 1998. – cité p. 108, 129, 170

[129] C. Draeger, D. Cassereau et M. Fink : « Acoustic time reversal with mode conversion at a solid-fluid interface ». *Appl. Phys. Lett.*, **72**(13):1567–1569, 1998. – cité p. 108, 109, 129

[130] P. C. Beard, E. Z. Zhang et J. G. Laufer : « 3D photoacoustic scanner based upon an optical ultrasound mapping system for imaging superficial vascular anatomy in vivo ». Dans *Photoacoustic imaging and spectroscopy*, L. V. Wang (éditeur). CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009. – cité p. 108, 109

[131] S. Rodriguez, P. Sahuguet, X. Jacpb et V. Gibiat : « Ultrasonic imaging based on frequency-domain optimization form ». Dans *Proceedings of the Acoustics 2012 Nantes Conference*, pages 1512–1515, 2012. – cité p. 109

[132] V. Gibiat et P. Sahuguet : « Wave guide imaging through Time Domain Topological Energy ». *Ultrasonics*, **50**(2):172–179, 2010. – cité p. 109

[133] K. P. Kœstli, M. Frenz, H. Bebie et H. P. Weber : « Temporal backward projection of optoacoustic pressure transients using Fourier transform methods ». *Phys. Med. Biol.*, **46**(7):1863–1872, 2001. – cité p. 109

[134] K. P. Kœstli et P. C. Beard : « Two-Dimensional Photoacoustic Imaging by Use of Fourier-Transform Image Reconstruction and a Detector with an Anisotropic Response ». *Appl. Opt.*, **42**(10):1899–1908, 2003. – cité p. 109

[135] C. Tsogka et G. C. Papanicolaou : « Time reversal through a solid/liquid interface and super-resolution ». *Inverse Probl.*, **18**(6):1639–1657, 2002. – cité p. 109

[136] C. Larmat, J.-P. Montagner, M. Fink, Y. Capdeville, A. Tourin et E. Clévédé : « Time-reversal imaging of seismic sources and application to the great Sumatra earthquake ». *Geophys. Res. Lett.*, **33**(L19312):4, 2006. – cité p. 110, 129, 138, 139, 141

[137] H. Kawakatsu et J.-P. Montagner : « Time-reversal seismic-source imaging and moment-tensor inversion ». *Geophys. J. Int.*, **175**(2):686–688, 2008. – cité p. 110, 129, 140

[138] G. S. Agarwal et E. Wolf : « Theory of phase conjugation with weak scatterers ». *J. Opt. Soc. Am.*, **72**(3):321–326, 1982. – cité p. 113

[139] G. S. Agarwal, A. T. Friberg et E. Wolf : « Effect of backscattering in phase conjugation with weak scatterers ». *J. Opt. Soc. Am.*, **72**(7):861–863, 1982. – cité p. 113

[140] G. S. Agarwal, A. T. Friberg et E. Wolf : « Scattering theory of distortion correction by phase conjugation ». *J. Opt. Soc. Am.*, **73**(5):529–538, 1983. – cité p. 113

[141] O. Yu. Nosach, V. I. Popovichev, V. V. Ragul'skii et F. S. Faizullov : « Cancellation of Phase Distortions in an Amplifying Medium with a "Brillouin Mirror" ». *Sov. Phys. JETP Lett.*, **16**(11):435–438, 1972. Traduction de l'article : *ZhETF Pis. Re.* **16**(11):617–621, 1972. – cité p. 113

[142] D. M. Pepper : « Nonlinear optical phase conjugation ». *Opt. Eng.*, **21**:156–183, 1982. – cité p. 113

[143] A. Yariv : « Phase conjugate optics and real-time holography ». *IEEE J. Quantum Elect.*, **14**(9):650–660, 1978. – cité p. 113

[144] F. V. Bunkin, Y. A. Kravtsov et G. A. Lyakhov : « Acoustic analogues of nonlinear-optics phenomena ». *Sov. Phys. Usp.*, **29**(7):607–619, 1986. Traduction de l'article : *Usp. Fiz. Nauk* **149**:391–411, 1986. – cité p. 114

[145] J. W. Goodman : *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie.* Masson, 1972. Traduit par C. Durou et J. P. Pérez. – cité p. 114

[146] M. Fink : « Time reversal of ultrasonic fields. I. Basic principles ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **39**(5):555–566, 1992. – cité p. 114, 122

[147] P. M. C. Morse et K. U. Ingard : *Theoretical Acoustics.* Princeton University Press, 1968. – cité p. 116, 121

[148] A. I. Nachman, J. S. Smith III et R. C. Waag : « An equation for acoustic propagation in inhomogeneous media with relaxation losses ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **88**(3):1584–1595, 1990. – cité p. 116

[149] G. G. Stokes : « On the perfect blackness of the central spot in Newton's rings, and on the verification of Fresnel's formulæ for the intensities of reflected and refracted rays ». *Camb. Dub. Math. J.*, **4**:1, 1849. aussi dans *Math. and Phys. Papers* **2**:89–103. – cité p. 116

[150] M. Nieto-Vesperinas et E. Wolf : « Phase conjugation and symmetries with wave fields in free space containing evanescent components ». *J. Opt. Soc. Am. A*, **2**(9):1429–1434, 1985. – cité p. 117

[151] C. Prada : *Retournement temporel des ondes ultrasonores. Application à la focalisation.* Thèse de doctorat, Univ. Paris VII - Denis Diderot, 1991. – cité p. 117, 123

[152] C. Huygens : *Traité de la lumière : où sont expliquées les causes de ce qui luy arrive dans la reflexion, & dans la refraction. Et particulièrement dans l'étrange refraction du Cristal d'Islande. Avec un Discours de la cause de la pesanteur.* Pierre Vander Aa, 1690. – cité p. 118

[153] J. Hadamard : « Le principe de Huygens ». *Bulletin S. M. F.*, **52**:610–640, 1924. – cité p. 118, 119

[154] A. Fresnel : « Mémoire sur la diffraction de la lumière ». Dans *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, vol. 5, pages 339–475, Imprimerie royale (éditeur), 1826. – cité p. 118

[155] H. Poincaré : *Théorie mathématique de la lumière : cours de Physique Mathématique.* Georges Carré Editeur, 1889. – cité p. 118

[156] G. Kirchhoff : « Zur Theorie der Lichtstrahlen ». *Ann. Phys.*, **254**(4):663–695, 1883. – cité p. 118

[157] P. M. M. Duhem : *Hydrodynamique, élasticité, acoustique : cours professé en 1890-1891*, vol. 1. A. Hermann, 1891. – cité p. 118

[158] V. Volterra : « Sur les vibrations des corps élastiques isotropes ». *Acta Mathematica*, **18**(1):161–232, 1894. – cité p. 118, 119, 120

[159] J. Hadamard : « Principe de Huygens et prolongement analytique ». *Bulletin S. M. F.*, **52**:241–278, 1924. – cité p. 119

[160] S. Amsterdamski et K. Pomian : *La Querelle du déterminisme. Philosophie de la science d'aujourd'hui.* Le Débat. Histoire-Politique-Société. Gallimard, 1990. – cité p. 119

[161] B. B. Baker et E. T. Copson : *Mathematical theory of Huygens' principle.* Clarendon Press, 1939. – cité p. 119, 121

[162] H. Weber : « Ueber die Integration der partiellen Differentialgleichung : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 u = 0$. ». *Math. Ann.*, **1**:1–36, 1869. – cité p. 120

[163] D.-L. Liu et R. C. Waag : « Propagation and backpropagation for ultrasonic wavefront design ». *IEEE T. Ultran. Ferr.*, **44**(1):1–13, 1997. – cité p. 121

[164] A. E. H. Love : « Wave-Motions with Discontinuities at Wave-Fronts ». *Proc. London Math. Soc.*, **s2-1**(1):37–62, 1904. – cité p. 121

[165] D. Cassereau, F. Wu et M. Fink : « Limits of self-focusing using closed time-reversal cavities and mirrors-theory and experiment ». Dans *Ultrasonics Symposium, 1990. Proceedings., IEEE 1990*, vol. 3, pages 1613–1618, 1990. – cité p. 122

[166] D. Cassereau et M. Fink : « Time reversal of ultrasonic fields. III. Theory of the closed time-reversal cavity ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **39**(5):579–592, 1992. – cité p. 122, 124

[167] C. Dorme et M. Fink : « Focusing in transmit-receive mode through inhomogeneous media : The time reversal matched filter approach ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **98**(2):1155–1162, 1995. – cité p. 123

[168] S. W. Flax et M. O'Donnell : « Phase-aberration correction using signals from point reflectors and diffuse scatterers : basic principles ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **35**(6):758–767, 1988. – cité p. 123

[169] M. O'Donnell et S. W. Flax : « Phase-aberration correction using signals from point reflectors and diffuse scatterers : measurements ». *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, **35**(6):768–774, 1988. – cité p. 123

[170] P. Roux, B. Roman et M. Fink : « Time-reversal in an ultrasonic waveguide ». *Appl. Phys. Lett.*, **70**(14):1811–1813, 1997. – cité p. 124

[171] M. Tanter, J.-L. Thomas et M. Fink : « Influence of boundary conditions on time-reversal focusing through heterogeneous media ». *Appl. Phys. Lett.*, **72**(20):2511–2513, 1998. – cité p. 124

[172] A. Derode : *La cohérence des ondes utrasonores en milieu hétérogène.* Thèse de doctorat, Univ. Paris VII - Denis Diderot, 1994. – cité p. 124

[173] A. Derode, P. Roux et M. Fink : « Robust Acoustic Time Reversal with High-Order Multiple Scattering ». *Phys. Rev. Lett.*, **75**(23):4206–4209, 1995. – cité p. 124

[174] A. Derode, A. Tourin et M. Fink : « Ultrasonic pulse compression with one-bit time reversal through multiple scattering ». *J. Appl. Phys.*, **85**(9):6343–6352, 1999. – cité p. 124

[175] A. Tarantola : « Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation ». *Geophysics*, **49**(8):1259–1266, 1984. – cité p. 130

[176] A. T. De Hoop : *Representation Theorems for the Displacement in an Elastic Solid and Their Application to Elastodynamic Diffraction Theory.* Thèse de doctorat, Univ. California, Los Angeles, 1958. – cité p. 138

[177] I. Núñez et C. Negreira : « Efficiency parameters in time reversal acoustics : Applications to dispersive media and multimode wave propagation ». *J. Acoust. Soc. Am.*, **117**(3):1202–1209, 2005. – cité p. 170

[178] S. Mezil, N. Chigarev, V. Tournat et V. Gusev : « All-optical probing of the nonlinear acoustics of a crack ». *Opt. Lett.*, **36**(17):3449–3451, 2011. – cité p. 186