

---

## Recherche des paramètres optimaux d'une machine synchrone à aimants permanents

**VIDO Lionel\***, **RUELLAN Marie\***, **AMARA Yacine\*\***, **GABSI Mohamed\*\*\***, **BEN AHMED Hamid\*\*\*\***

\*<sup>1</sup>SATIE, Univ Cergy Pontoise, CNRS, rue d'Eragny, Neuville sur Oise, 95031 Cergy Pontoise, France

\*\* GREAH, Univ Le Havre, 25, rue Philippe Lebon - B.P. 1123 - 76063 Le Havre Cedex, France

\*\*\* SATIE, ENS Cachan, CNRS, UniverSud, 61, av President Wilson, F-94230 Cachan, France

\*\*\*\* SATIE, ENS Cachan, CNRS, Antenne de Bretagne, Avenue Robert Schuman, 35170 Bruz, France

lionel.vido@u-cergy.fr, marie.ruellan@u-cergy.fr, amaray@univ-lehavre.fr, gabsi@satie.ens-cachan.fr, hamid.benahmed@bretagne.ens-cachan.fr

---

*RESUME.* L'objectif de cet article est de rechercher l'existence de paramètres circuits optimaux d'une machine synchrone à aimants permanents qui permettront de remplir des spécifications de type traction électrique ou hybride avec sollicitations sur cycle. Après une présentation succincte de la problématique, les auteurs présenteront le modèle utilisé. Une discussion sur les objectifs d'optimisation sera engagée afin d'en retirer les plus pertinents. Une optimisation multi-objectifs, multi-contraintes utilisant un algorithme génétique sera ensuite mise en œuvre. Elle permettra de déterminer les valeurs des paramètres qui optimiseront les critères choisis tout en respectant les contraintes du cahier des charges.

*ABSTRACT.* The paper's aim is to seek the permanent magnet synchronous machine (PMSM) optimal circuit parameters existence that make it possible to meet electric or hybrid vehicle specifications sheet. The PMSM model is presented. A discussion on the optimization objectives will be committed in order to withdraw some most relevant ones. A multi-objectives and multi-constraints optimization using a genetic algorithm will be then implemented. It will make it possible to determine the values of the parameters that optimize selected criteria while respecting the specification sheet constraints.

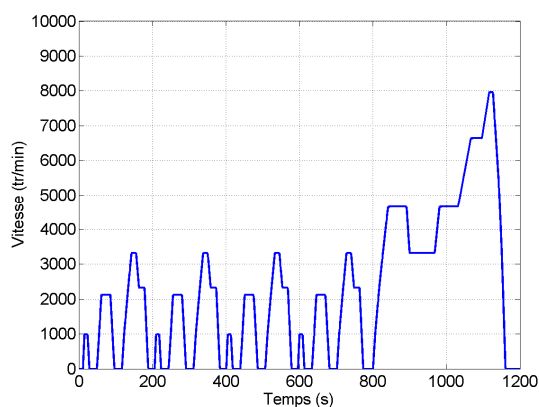
*MOTS CLES:* Machine synchrone, aimants permanents, optimisation multi-objectifs multi-contraintes, modèle de Park, algorithme génétique, transport.

*KEYWORDS:* Synchronous machine, permanent magnet, multi-objective and multi-constraints optimization, genetic algorithm, transport

---

## 1. Introduction

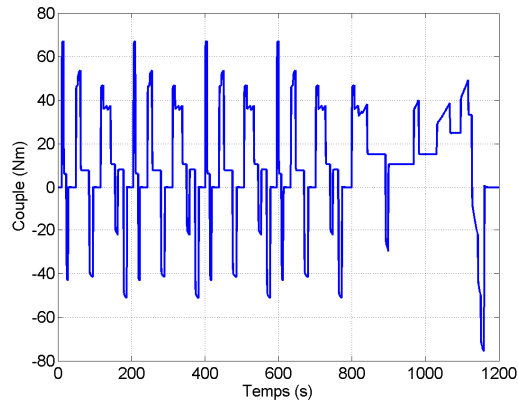
Dans un contexte où les problématiques sociétales liées aux véhicules plus propres prennent de plus en plus d'importance (C.C. Chan, 2000), il est nécessaire de proposer et de développer des outils adaptés à leur résolution. C'est dans ce cadre très général qu'est conçu le présent article. Un des axes de recherche consiste en la réhabilitation des véhicules électriques et hybrides. Dans cet optique nous nous intéressons à la motorisation de ces véhicules et plus particulièrement à l'optimisation des machines synchrones pouvant être utilisés dans ces véhicules. Nous nous proposons ici de rechercher les caractéristiques des machines électriques permettant de minimiser la consommation sur un cycle de fonctionnement. Cette minimisation de la consommation électrique passe par une minimisation des pertes du moteur. Nous recherchons à cet effet les paramètres circuits optimaux d'une machine synchrone à aimants permanents (MSAP) pour un cahier des charges de type véhicule électrique ou hybride. Ce dernier peut être appréhendé à l'aide des figures 1 et 2. Il s'agit d'un cahier des charges qui pour un cycle classique MVEG (Motor Vehicle Emissions Group) donne les profils temporels de vitesse de rotation de la machine électrique et de son couple. Cette caractéristique couple-vitesse-temps est issue de modèles amonts analytiques ou numériques déterminant les profils couple et vitesse en fonction des caractéristiques physiques du véhicule considéré (masse, coefficients de frottement, performances attendues en terme de dynamique) ou de mesures. Le cycle MVEG est un cycle normalisé comprenant quatre cycles urbains (de 0 à 800 secondes) et un cycle extra-urbain (de 800 à 1200 secondes).



**Figure 1.** Spécifications mécaniques classiques

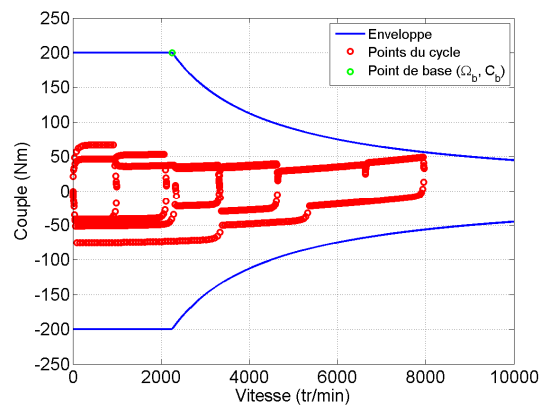
Ces spécifications peuvent être agrégées en un problème plus classique (figure 3). Il s'agit d'une enveloppe en fonctionnement moteur et générateur. On y retrouve deux zones maximales de fonctionnement qui contiennent l'ensemble des

points du cycle de fonctionnement des figures 1 et 2. La première zone exige un couple constant  $C_b$  (dit couple de base fixé ici à 200 Nm) jusqu'à une vitesse de rotation  $\Omega_b$  (dite vitesse de base de 2 250 tr/min). Le point de coordonnées  $(C_b, \Omega_b)$  impose la puissance nominale requise pour la machine.



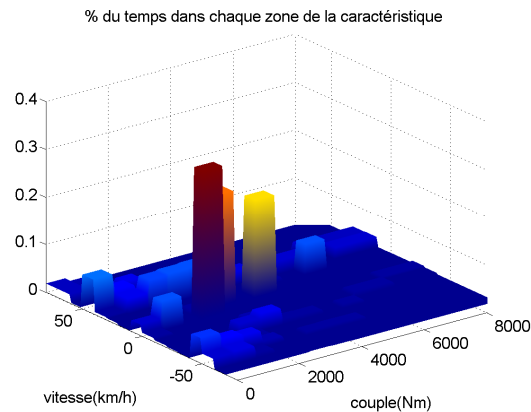
**Figure 2.** Sollicitations sur cycle

La seconde admet une décroissance du couple si la machine peut atteindre la vitesse limite  $\Omega_1$  (8 000 tr/min) tout en générant un couple  $C_1$  suffisant. Dans le problème proposé ici, ce sont les points de fonctionnement moteur aux vitesses élevées (autour de 8 000 tr/min) qui imposent la puissance maximale.



**Figure 3.** Spécifications mécaniques classiques

La tendance actuelle consiste à adjoindre à ce cahier des charges un critère de sollicitations sur cycle (figure 4), qui montre que la machine ne fonctionne pas de manière uniforme sur tous les points de la caractéristique couple-vitesse qu'elle peut atteindre.



**Figure 4.** Sollicitations sur cycle

Cette présentation du cahier des charges fait disparaître l'aspect dynamique (on cherche juste à atteindre les points du cycle sans se soucier du temps mis pour les atteindre). Cela permet notamment de baser, comme nous le verrons dans la suite, notre étude sur un modèle valable en régime permanent sinusoïdal que nous utilisons pour réaliser l'optimisation. Cette modélisation fera apparaître des critères naturels de sélection. Une discussion sera engagée pour choisir les critères de sélection les plus pertinents, une fois que la description de l'algorithme d'optimisation aura été effectuée. Nous présenterons pour terminer les résultats des optimisations réalisées.

## 2. Modélisation

L'objectif visé dans cet article n'est pas de travailler avec un modèle le plus fin possible, mais de vérifier si l'on peut effectivement déterminer les paramètres électriques optimaux qui caractérisent une MSAP pour un cahier des charges dédié à la traction. Afin de simplifier la démarche, l'étude se limite aux MSAP à pôles lisses avec prise en compte des pertes Joule, les pertes magnétiques et mécaniques ne sont pas prises en compte. La description du comportement électrique de la machine se fera au travers une modélisation de Park (J.P. Louis, 2004). Pour ce faire, nous adopterons les deux hypothèses majeures : linéarité magnétique et régime permanent sinusoïdal symétrique. Il faut noter que même si le modèle utilisé ne

permet pas d'aborder la saturation de manière rigoureuse, son extension permet de décrire assez fidèlement l'impact de la saturation magnétique (L. Vido, 2005)(L. Chédot et al., 2004). La prise en compte des harmoniques paraît en revanche plus délicate à traiter (elle est pourtant nécessaire pour une prise en compte rigoureuse des pertes fer) si l'on veut réduire la machine à un modèle électrique simplifié (Y. Ait Gougam et al., 2005)(T. Lubin, 2003). L'étude est générique et ne fait donc aucune hypothèse sur la structure géométrique de la machine utilisée. L'étude du modèle circuit issu du modèle de Park, associé à une étape de normalisation (détaillée dans la section 2.2) dont l'objectif est de réduire le nombre de paramètres influents (Y. Amara, 2001), permet de déterminer la tension statorique efficace normalisée  $V^*$ , image de la tension statorique efficace  $V$ , le courant statorique efficace normalisé  $I^*$  (image du courant statorique  $I$ ), le facteur de puissance  $\lambda_s$ , le déphasage  $\psi_s$  entre le courant et la force électromotrice, le rendement  $\eta_s$  si on suppose connus le couple électromagnétique  $C_{em}^*$  normalisé (image du couple électromagnétique  $C_{em}$ ), la vitesse de rotation normalisée  $\Omega^*$ , image de la vitesse de rotation  $\Omega$  liée à la pulsation statorique  $\omega$  et au nombre de paires de pôles  $p$  de la machine ainsi que les paramètres normalisés de la machine ( $R_s^*$ ,  $L^*$ ).  $R_s^*$  et  $L^*$  sont respectivement la résistance statorique normalisée et l'inductance réduite. Le modèle fonctionnel de la machine synchrone est schématiquement représenté sur la figure 5. Pour chaque point du plan couple-vitesse, ce modèle permet de calculer la tension statorique normalisée à appliquer, le courant statorique normalisé, l'angle de calage courant-fem (c'est-à-dire les paramètres de commande classiques dans le cas d'une machine synchrone autopilotée), le rendement (les paramètres de commande sont calculés pour le maximiser sur ce point de fonctionnement) et le facteur de puissance. En fait, on montre que le facteur de puissance est minimal pour le point de base (Y. Amara, 2001). Dans la suite, nous effectuons son calcul uniquement pour ce point. Pour la problématique abordée ici, un second modèle, utilisant le premier, peut-être établi (figure 6) : le modèle à optimiser (adapté au dimensionnement) détermine les paramètres nominaux (tension statorique  $V_n$  et courant statorique  $I_n$ , facteur de puissance  $\lambda_n$  au point de base) et les pertes joules sur le cycle de fonctionnement  $P_{jsc}$  pour l'ensemble des points (couple  $C_c$  et vitesse  $\Omega_c$ ) du cycle. Ces sorties représentent les variables à optimiser (ou à contraindre).  $\Phi_{max}$  est le flux créé par les aimants permanents.



**Figure 5.** Modèle fonctionnel de la MSAP



**Figure 6.** Modèle à optimiser

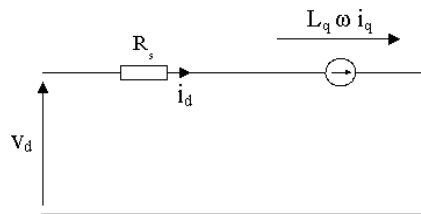
Le cycle dure  $T = 1\,200$  secondes et contient ici 6 000 points. Si on note  $p_j(t)$  les pertes dissipées par effet Joule pour chaque point  $C_i$ ,  $\Omega_i$ , les pertes Joule  $P_{jsc}$  sur le cycle entier sont alors définies par :

$$P_{jsc} = \frac{1}{T} \int_0^T p_j(t) \cdot dt \quad (1)$$

### 2.1. Modèle de Park de la MSAP à pôles lisses

Le modèle électrique de la machine est synthétisé par deux schémas statiques en composantes (figure 7 pour l'axe d et figure 8 pour l'axe q). Les expressions des tensions dans les axes d ( $v_d$ ) et q ( $v_q$ ) se déduisent de ces schémas, où les flux dans les axes d ( $\Phi_d$ ) et q ( $\Phi_q$ ) sont définis par :

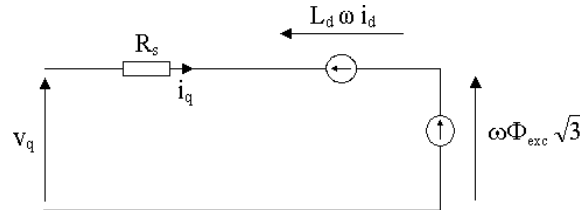
$$\begin{cases} v_d = R_s i_d - \omega \Phi_q \\ v_q = R_s i_q + \omega \Phi_d \end{cases} \quad \begin{cases} \Phi_d = L_d i_d + \Phi_{exc} \sqrt{3} \\ \Phi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (2)$$



**Figure 7.** Schéma équivalent dans l'axe d

$R_s$  est la résistance d'une phase statorique,  $\omega$  la pulsation des grandeurs statoriques,  $L_d$  l'inductance cyclique dans l'axe d et  $L_q$  l'inductance cyclique dans l'axe q. Enfin on distingue la composante du courant statorique dans l'axe d ( $i_d$ ) de

celle dans l'axe q ( $i_q$ ). Nous nous limitons ici au cas des machines synchrones à pôles lisses. On a donc  $L_d = L_q = L$ .



**Figure 8.** Schéma équivalent dans l'axe q

Dans ces conditions, Le couple électromagnétique  $C_{em}$ , obtenu à partir d'un bilan de puissance ou de la variation de la co-énergie magnétique, est donné par (3). Cette équation rappelle également l'expression de la puissance électromagnétique convertie  $P_{em}$  qui fait intervenir la vitesse de rotation  $\Omega$ . Pour une machine synchrone, la vitesse de rotation se déduit de la pulsation des grandeurs électriques (tensions et courants),  $p$  désignant le nombre de paires de pôles. Les pertes Joule  $P_j$  se déduisent des courants et dans le cas où seules les pertes Joule sont prises en compte, le rendement  $\eta$  s'écrit :

$$C_{em} = p\Phi_{exc}\sqrt{3}i_q, P_{em} = C_{em}\Omega, \quad (3)$$

$$\omega = p\Omega, P_j = R_s(i_d^2 + i_q^2) \text{ et } \eta = \frac{P_{em}}{P_{em} + P_j}$$

Afin d'exprimer les grandeurs précédentes en fonction de données du cahier des charges, il est opportun de remplacer les grandeurs dans les axes d et q. Ceci revient simplement à convertir un système de coordonnées cartésiennes  $x = (x_d, x_q)$  par un système de coordonnées polaires  $x = (X, \varphi_x)$ ,  $X$  représente l'amplitude efficace des grandeurs triphasées (tensions, courants ou flux) et  $\varphi_x$  leur déphasage (on choisit de prendre comme référence de phase la fem dérivant du flux statorique). Les composantes de PARK utilisées ici sont obtenues à partir de la transformation de Concordia (conservation de la puissance). Les grandeurs de PARK et les grandeurs triphasées sont donc liées par :

$$\begin{cases} v_d = V\sqrt{3} \sin \delta \\ v_q = V\sqrt{3} \cos \delta \end{cases} \text{ et } \begin{cases} i_d = I\sqrt{3} \sin \psi \\ i_q = I\sqrt{3} \cos \psi \end{cases} \quad (4)$$

Ces relations permettent de réécrire le système précédent en introduisant le courant et la tension efficaces. La tension efficace est définie par :

$$V^2 = \left( R_s^2 + (L\omega)^2 \right) I^2 + 2\omega\Phi_{exc} \left( R_s \cos\psi + L\omega \sin\psi \right) I + \left( \omega\Phi_{exc} \right)^2 \quad (5)$$

Le couple et les pertes Joule peuvent également se réécrire dans le repère triphasé :

$$C_{em} = 3p\Phi_{exc} I \cos\psi \quad \text{et} \quad P_j = 3R_s I^2 \quad (6)$$

## 2.2. Normalisation

Afin de généraliser l'étude, on opte pour la réécriture de ces équations en grandeurs réduites. On fera cependant une distinction entre une valeur normalisée (comprise normalement entre 0 et 1) et une valeur réduite (divisées par une grandeur de référence). De fait, une valeur normalisée est aussi une valeur réduite.

Le courant est normalisé par rapport au courant nominal  $I_n$ , la tension est normalisée par rapport à la tension nominale  $V_n$ . La vitesse est réduite par rapport à la vitesse de base  $\Omega_b$ . La tension nominale est elle-même normalisée par rapport à la force électromotrice à la vitesse de base.

$$I^* = \frac{I}{I_n}, \quad V^* = \frac{V}{V_n}, \quad \Omega^* = \frac{\Omega}{\Omega_b}, \quad V_n^* = \frac{V_n}{p\Omega_b\Phi_{exc}} \quad (7)$$

On définit également l'inductance réduite et la résistance normalisée. Ces paramètres permettent de caractériser la machine synchrone étudiée :

$$L^* = \frac{LI_n}{\Phi_{exc}}, \quad R_s^* = \frac{R_s I_n}{p\Omega_b\Phi_{exc}} \quad (8)$$

On peut noter que l'inductance réduite et la résistance normalisée sont indépendantes du nombre de spires.

La puissance électromagnétique (tout comme les pertes Joule) est normalisée par rapport à la puissance apparente nominale. On note que la puissance électromagnétique normalisée est égale au produit du facteur de puissance par le rendement, on notera dans la suite ce terme facteur de rendement. Ce coefficient est donc inversement proportionnel à la puissance apparente onduleur, si la puissance active est fixée. On peut alors définir le couple normalisé et réécrire le rendement en fonction des grandeurs normalisées précédemment définies.

$$P_{em}^* = \frac{P_{em}}{3V_n I_n}, \quad P_j^* = \frac{P_j}{3V_n I_n}, \quad C_{em}^* = \frac{P_{em}^*}{\Omega^*} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{P_{em}^*}{P_{em}^* + P_j^*} \quad (9)$$

Ces définitions permettent de réécrire la tension normalisée, les pertes Joule normalisées et le couple normalisé :

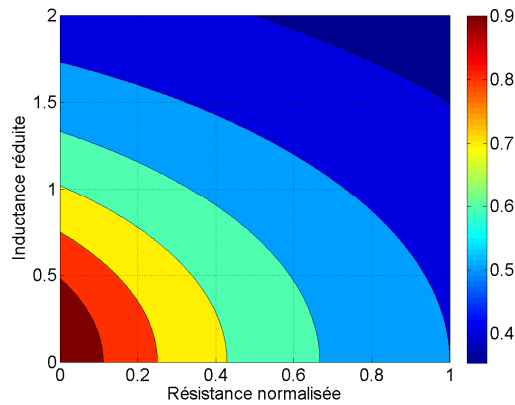
$$P_j^* = \frac{R_s^* I^{*2}}{V_n^*}, C_{em}^* = \frac{I^*}{V_n^*} \cos \psi$$

$$V^{*2} = \left( \frac{\Omega^*}{V_n^*} \right)^2 \left[ \left( \left( \frac{R_s^*}{\Omega^*} \right)^2 + L^{*2} \right) I^{*2} + 2 \left( \frac{R_s^*}{\Omega^*} \cos \psi + L^* \sin \psi \right) I^* + 1 \right] \quad (10)$$

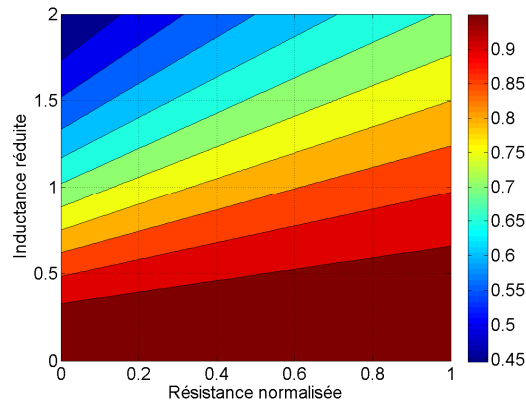
L'expression de la tension normalisée permet de calculer  $V_n^*$ . En effet, au point de base, on a  $V^* = 1$ ,  $I^* = 1$ ,  $\Omega^* = 1$  et  $\psi = 0$ . On en déduit également l'expression du facteur de puissance  $\lambda_n$  et du rendement  $\eta_n$ .

$$V_n^* = \sqrt{(1 + R_s^*)^2 + L^{*2}} \quad \lambda_n = \frac{1 + R_s^*}{V_n^*} \quad \text{et} \quad \eta_n = \frac{1}{1 + R_s^*} \quad (11)$$

Les figures 9 et 10 montrent l'évolution du facteur de rendement et du facteur de puissance dans le plan  $(R_s^*, L^*)$ .



**Figure 9.** Iso valeurs du facteur de rendement nominal (produit facteur de puissance par rendement) dans le plan  $(R_s^*, L^*)$



**Figure 10.** Iso valeurs du facteur de puissance nominal dans le plan  $(R_s^*, L^*)$

Ces deux figures montrent que la puissance électromagnétique normalisée nominale décroît avec la résistance normalisée alors que le facteur de puissance nominal est croissant avec la résistance normalisée. Ces deux grandeurs décroissent avec l'inductance réduite. En d'autres termes, la figure 10 montre que les facteurs de puissance sont d'autant plus importants que l'inductance réduite est faible et que la résistance normalisée est importante, alors que le facteur de rendement (qui représente le produit entre le rendement et le facteur de puissance) est d'autant plus élevé que les deux valeurs réduites sont faibles. Il y a donc ici une contradiction à vouloir obtenir à la fois un facteur de rendement et un facteur de puissance élevé sur une large plage de vitesse.

### 2.3. Stratégie de commande optimale

Le tracé des iso valeurs dans le plan couple normalisé - vitesse réduite répond au problème d'optimisation qui consiste à maximiser le rendement  $\eta$  sous les contraintes :

$$\begin{cases} V^* < 1 \\ I^* < 1 \end{cases} \quad (12)$$

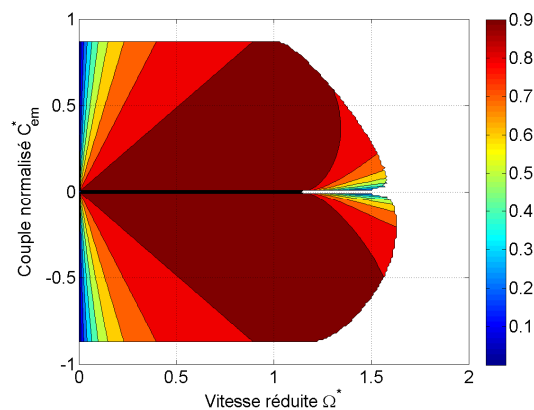
Il s'agit donc, pour un point du plan couple - vitesse donné  $(C_{em}^*, \Omega^*)$  de trouver le couple  $(I^*, \psi)$  qui permet de maximiser le rendement tout en respectant les contraintes (on fait ici implicitement l'hypothèse classique d'une commande en courant de la MSAP alimentée par un onduleur de tension). Si les contraintes ne sont pas respectées, alors on ne peut pas atteindre le point considéré. On peut procéder au

calcul des différentes grandeurs en fonction des données initiales, notamment la puissance électromagnétique normalisée et le courant normalisé :

$$P_{em}^* = C_{em}^* \Omega^* \text{ et } I^* = \frac{C_{em}^* V_n^*}{\cos \psi} \quad (13)$$

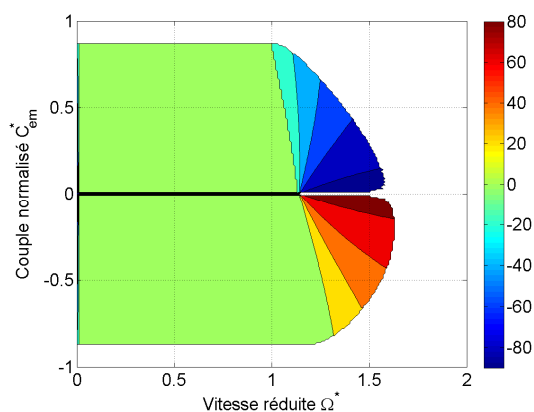
La tension et les pertes Joule se calculent grâce à (10). Le rendement est donné par (9). L'angle de calage optimal est déterminé grâce à une énumération exhaustive (T. V. Trân, 2009). Le choix de cette méthode d'optimisation est justifié ici par le faible nombre de paramètres à scruter (dans notre cas, l'angle de calage optimal est déterminé avec une précision de  $0,1^\circ$ ). Pour un jeu de paramètres ( $R_s^*$ ,  $L^*$ ) donnés, on peut donc tracer les iso valeurs dans le plan couple - vitesse. Ce type d'étude est classique en fonctionnement moteur (Y. Amara, 2001)(J. Soulard, 1998)mais l'est moins lorsque l'on intègre également le fonctionnement générateur.

Nous montrons ensuite l'évolution de différentes caractéristiques pour  $L^* = 0,3$  et  $R_s^* = 0,1$ . Si on s'intéresse aux enveloppes (figures 11 à 14), on remarque une dissymétrie du fonctionnement moteur par rapport au fonctionnement générateur due à la présence de la résistance statorique. La figure 11 montre la courbe d'iso-rendement dans le plan couple - vitesse. Si l'on s'intéresse à la caractéristique maximale, on retrouve que le choix de l'inductance réduite résulte d'un compromis entre le facteur de rendement et la vitesse de fonctionnement limite. Le facteur de rendement peut être lu graphiquement au point de base puisque pour une vitesse réduite unitaire, le couple normalisé est égal à la puissance électromagnétique normalisée. La résistance normalisée influe bien entendu sur les valeurs de rendement atteintes.

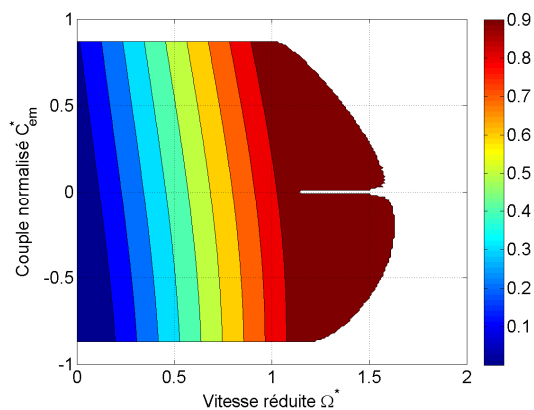


**Figure 11.** Iso valeurs du rendement dans le plan couple normalisé-vitesse réduite

La figure 12 montre l'évolution de l'angle de calage. Celui-ci décroît en fonction de la vitesse en fonctionnement moteur et croît en fonctionnement générateur, en restant toutefois égal  $0^\circ$  tant que la vitesse reste inférieure à la vitesse de base car nous ne tenons pas compte des pertes magnétiques (N. Bernard, 2001). La vitesse de fonctionnement limite correspond à un angle de calage absolu égal à  $90^\circ$ .

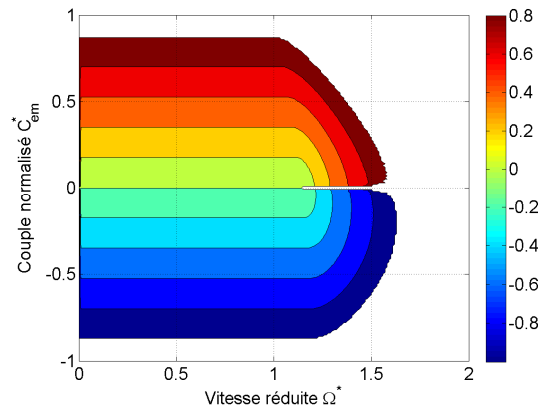


**Figure 12.** Iso valeurs de l'angle de calage courant-fem dans le plan couple normalisé-vitesse réduite



**Figure 13.** Iso tension efficace normalisée dans le plan couple normalisé-vitesse réduite

La figure 13 montre que les courbes d'iso tensions normalisées sont quasi-proportionnelles à la vitesse normalisée. Le courant normalisé évolue quasi-linéairement en fonction du couple normalisé (figure 14).



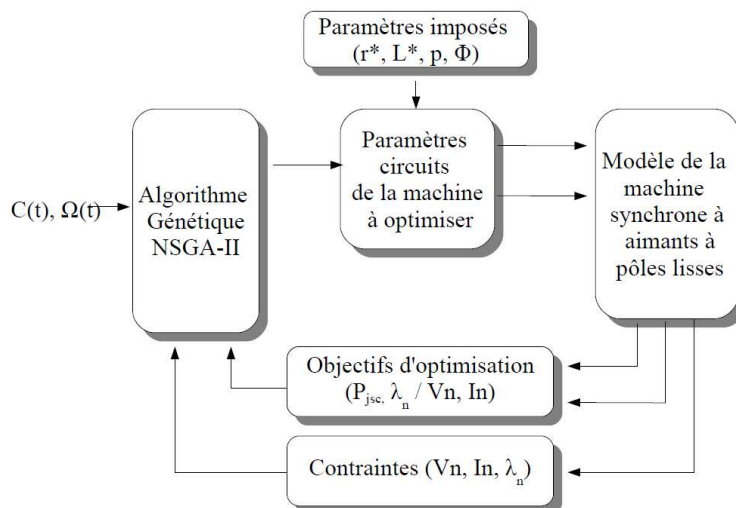
**Figure 14.** Iso valeurs du courant efficace normalisé dans le plan couple normalisé-vitesse réduite

Les pertes Joule normalisées (non représentées ici), ont une évolution similaire à celle du courant normalisé.

### 3. Optimisation

Nous utilisons l'algorithme génétique NSGA-II (K. deb et al., 1995)( K. deb et al., 2000) pour déterminer les paramètres circuits optimaux de la machine synchrone à pôles lisses. Les données du problème sont les profils de couple et vitesse. Les paramètres à optimiser sont la résistance statorique normalisée et l'inductance réduite, le nombre de paires de pôles et le flux maximal créé par les aimants. La figure 15 montre le synoptique d'optimisation utilisé. Dans notre étude, la difficulté consiste principalement à formaliser un problème simple permettant de dégager des règles et des classifications. Nous réaliserons pour cela différentes études d'optimisation en considérant les différents objectifs d'optimisation précédemment présentés.

Nous présenterons toutefois une étude de sensibilité partielle de l'algorithme (le nombre de générations est toujours égal au nombre d'individus) en s'appuyant sur le premier problème d'optimisation proposé dans la section 4.



**Figure 15.** Principe de fonctionnement du NSGA-II

#### 4. choix des critères de sélection

Dans la section 2.1, la mise en forme du modèle a montré que les machines peuvent être classées suivant quatre critères : la tension statorique nominale  $V_n$ , le courant statorique nominal  $I_n$ , le facteur de puissance  $\lambda_n$  et les pertes totales sur le cycle de fonctionnement  $P_{jsc}$ . Dans le cadre d'une optimisation multi-objectifs et multi-contraintes, on peut choisir deux critères (que l'on considère comme importants) parmi les quatre précédemment cités, les deux critères restants pouvant être considérés comme des contraintes. Nous choisissons deux objectifs contradictoires et représentons les résultats sous forme de fronts de Pareto. Il faut également ajouter la contrainte suivante : tous les points de la caractéristique couple-vitesse doivent être atteints en régime permanent. De ce point de vue, deux études semblent se dégager :

- Problème P1 : maximiser  $\lambda_n$  et minimiser  $P_{jsc}$  ;
- Problème P2 : minimiser  $I_n$ , minimiser  $V_n$ .

L'analyse du premier problème montre que pour minimiser les pertes Joule pour un point du plan couple-vitesse, il suffit de faire tendre la résistance normalisée vers 0. L'évolution du facteur de puissance dans le plan résistance normalisée – inductance réduite (figure 10), montre qu'il est possible d'obtenir des facteurs de puissances élevés à condition que l'inductance réduite tende également vers 0. Dans notre cas de figure, ce jeu de paramètres est impossible à obtenir car la vitesse

maximale tendrait vers la vitesse de base (2 250 tr/min) alors que le cahier des charges impose d'atteindre une vitesse maximale de 8 000 tr/min. Nous rappelons que dans le cas d'un modèle sans pertes, la vitesse de fonctionnement maximale normalisée  $\Omega_{\max}^*$  vérifie :

$$\Omega_{\max}^* = \frac{1}{1 - L^*} \text{ si } L^* < 1 \quad (14)$$

L'amélioration du facteur de puissance passe donc par l'augmentation de la résistance normalisée (cf. figure 10). Ce premier problème consiste donc bien à optimiser deux objectifs contradictoires. Toutefois, si le facteur de puissance, peut paraître être un critère intéressant du point de vue de l'onduleur, la spécificité de l'association onduleur machine consisterait plutôt à lui préférer le facteur de rendement, comme nous le verrons par la suite.

Il est facile de comprendre que pour un cahier des charges imposant les points du plan couple-vitesse, la puissance maximale sera imposée. De ce fait, tenter de minimiser la tension nominale aboutira nécessairement à maximiser le courant nominal. Le second problème consiste donc également à optimiser deux objectifs contradictoires.

Ces optimisations se font sous les mêmes contraintes :

- Tous les points du cycle doivent être atteints en régime permanent ;
- La tension nominale  $V_n$  est inférieure à une tension nominale max  $V_{n\max}$  (arbitrairement fixée à 1500 V) ;
- Le courant nominal  $I_n$  est inférieur à un courant nominal max  $I_{n\max}$  (arbitrairement égal à 1500 A).

Enfin les paramètres de la MSAP sont autorisés à varier dans les intervalles donnés dans le tableau 1. Il s'agit d'une plage de variation qui permet de couvrir un grand nombre de machines existantes (J. Soulard, 1998).

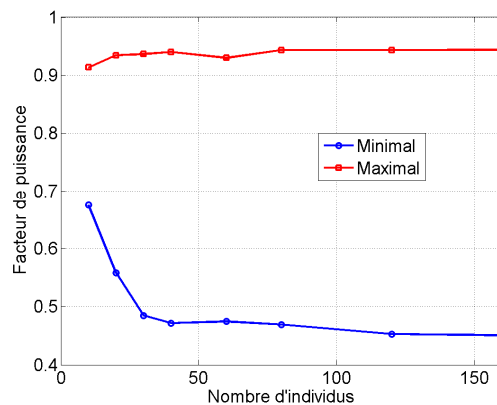
**Tableau 1.** Intervalles de variation des paramètres

Paramètre	Min	Max
Résistance normalisée	0,01	1
Inductance réduite	0,01	2
Nombre de paires de pôles	1	10
Flux d'excitation (mWb)	1	900

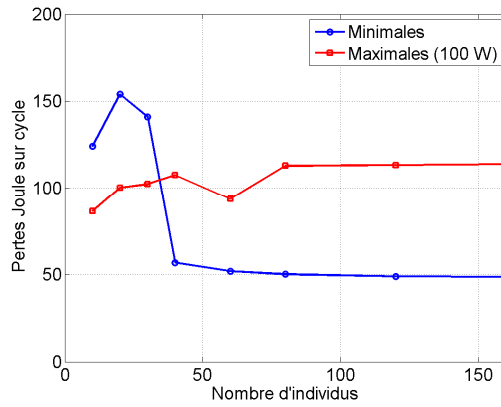
## 5. Résultats de l'optimisation

### 5.1. Etude de sensibilité de l'algorithme d'optimisation

Dans cette partie, nous évaluons la qualité des optimums obtenus en fonction des paramètres de l'optimisation. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'évolution des objectifs (facteur de puissance et pertes Joule sur cycle) en fonction du nombre d'individus. Pour ces simulations, le nombre de générations est arbitrairement pris égal au nombre d'individus. Les figures **16** et **17** montrent respectivement l'évolution du facteur de puissance minimal et maximal (points extrêmes du front de Pareto) et des pertes Joule sur cycle minimales et maximales en fonction du nombre d'individus. Elles montrent qu'au delà de 120 individus, l'algorithme a plus tendance à rajouter des individus optimaux entre les deux individus extrêmes du front de Pareto qu'à l'élargir (et donc rechercher des individus améliorant l'un des deux critères). Une autre remarque peut-être formulée : on s'attendrait logiquement à ce que les grandeurs maximales augmentent avec le nombre d'individu alors que les grandeurs minimales devraient diminuer. Ce n'est pas toujours le cas (par exemple pour les pertes Joule sur cycle maximales lorsque le nombre d'individus est égal à 60). Ce problème est à notre sens lié à l'étude de l'invariance du front de Pareto en fonction du nombre d'individus et du nombre d'expériences effectuées, qui est d'autant plus sensible que le nombre d'individus (et de générations) est faible. Nous n'avons cependant pas lancé d'optimisations qui pourraient confirmer (ou infirmer) cette hypothèse. Il faut aussi noter l'importante différence d'échelle (deux ordres de grandeur) entre les pertes Joule sur cycle minimales (qui s'expriment en W) et maximales (en centaines de W).

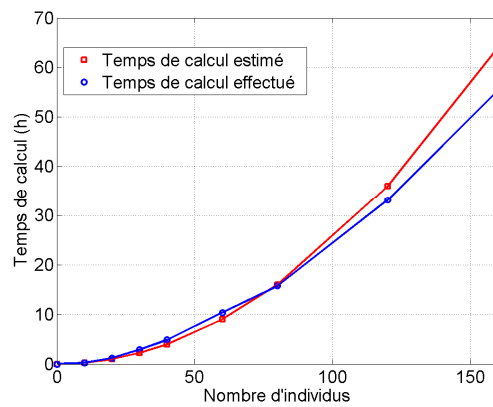


**Figure 16.** Evolution du facteur de puissance maximal en fonction du nombre d'individus



**Figure 17.** Evolution des pertes Joules sur le cycle en fonction du nombre d'individus

La figure **18** montre l'évolution du temps de calcul en fonction du nombre d'individus. C'est ici approximativement une fonction quadratique du nombre d'individus car le nombre de générations est arbitrairement fixé comme égal au nombre d'individus. Cette remarque permet de déterminer une estimation du temps de calcul qui correspond assez fidèlement au temps de calcul réel. Les calculs ont été effectués sur un PC muni de deux processeurs cadencés à 2 GHz avec 2 Go de mémoire vive.



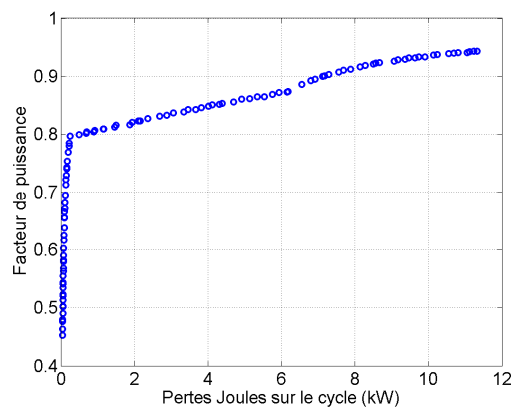
**Figure 18.** Evolution du temps de calcul en fonction du nombre d'individus

Bien que le modèle de machine utilisé soit relativement simple, le temps de calcul est rapidement important puisque chaque individu (c'est-à-dire chaque machine caractérisée par quatre paramètres) doit être évalué sur chacun des six mille points de fonctionnement. Un compromis doit être trouvé entre la qualité des solutions obtenues et le temps nécessaire à l'obtention des résultats.

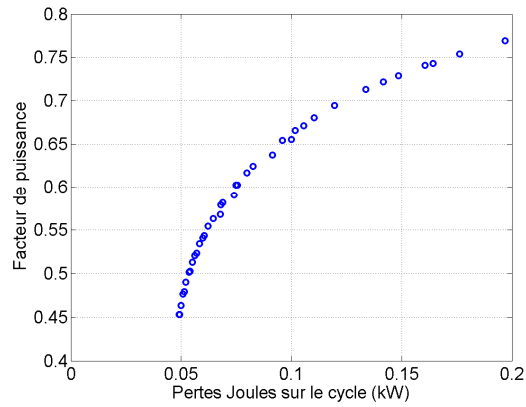
## 5.2. Minimisation des pertes Joules sur le cycle et maximisation du facteur de puissance

Nous présentons dans cette partie les résultats du problème P1 décrit dans la partie 4. La figure 19 présente l'évolution des individus optimaux au sens de Pareto dans le plan des objectifs facteur de puissance – pertes Joule sur cycle. Les objectifs sont comme prévus bien contradictoires puisqu'une augmentation du facteur de puissance se traduit immédiatement par une augmentation des pertes Joules sur cycle. Le front se décompose en 3 zones :

- Dans la première zone ( $\lambda_n < 0,8$ ) zoomée en figure 20, l'augmentation du facteur de puissance induit une augmentation raisonnable des pertes Joule sur cycle (elles sont approximativement multipliées par 4 lorsque le facteur de puissance est multiplié par 2).
- Les zones 2 ( $0,8 < \lambda_n < 0,875$ ) et 3 ( $0,875 < \lambda_n < 0,95$ ) pour lesquelles l'augmentation du facteur de puissance induit une augmentation importante des pertes Joule sur cycle puisque les pertes sont multipliées par 12 environ lorsque le facteur de puissance augmente de 20 %.



**Figure 19.** Front de Pareto Facteur de puissance-pertes Joule sur cycle.



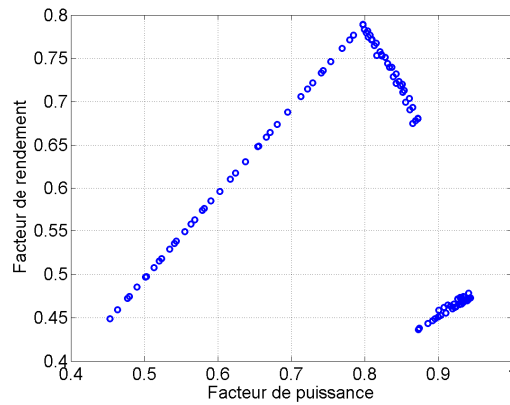
**Figure 20.** Front de Pareto Facteur de puissance-pertes Joule sur cycle (zone 1).

Les figures **21** et **22** montrent l'évolution du facteur de rendement et de la puissance apparente en fonction du facteur de puissance.

Cette puissance apparente  $S_n$  est simplement définie par :

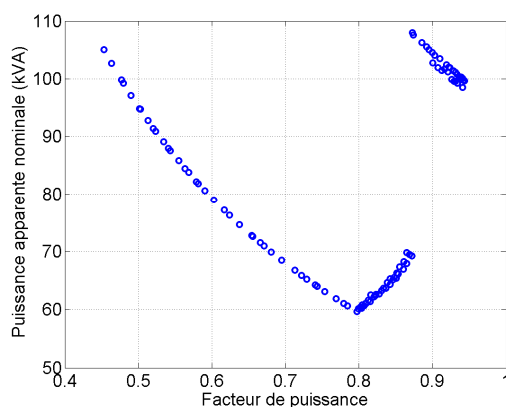
$$S_n = 3V_n I_n \quad (15)$$

Sur la figure **22**, on observe que dans les zones 1 et 3, l'augmentation du facteur de puissance conduit bien à une diminution de la puissance apparente.



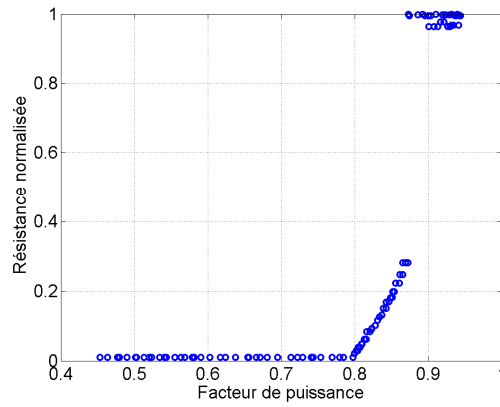
**Figure 21.** Front de Pareto Facteur de rendement en fonction du facteur de puissance

La puissance apparente dans la zone 3 est globalement plus importante que celle de la zone 1. Dans la zone 2, la puissance apparente et le facteur de puissance ont le même sens de variation. Cette figure met donc en évidence que la maximisation du facteur de puissance ne revient pas rigoureusement à la minimisation de la puissance apparente. En revanche la minimisation de la puissance apparente coïncide avec la maximisation du facteur de rendement.

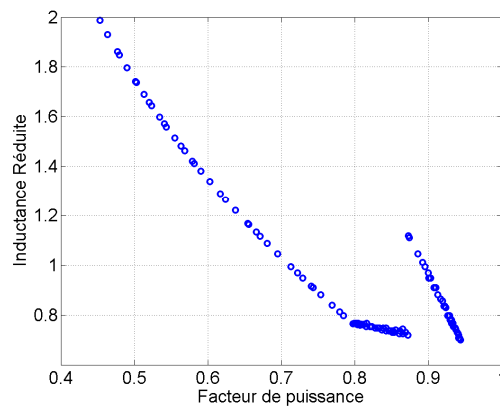


**Figure 22.** Evolution de la puissance apparente en fonction du facteur de puissance

Cette contradiction peut être expliquée par l'observation des paramètres optimaux, notamment de la résistance normalisée (figure 23) et de l'inductance réduite (figure 24). Au début de la zone 1, la résistance normalisée est en butée minimale et l'inductance réduite commence à sa butée maximale. L'augmentation du facteur de puissance est obtenue grâce à la diminution de l'inductance réduite, comme prévu grâce à (11) et à la figure 10. Cette diminution d'inductance est bornée par la plage de vitesse à atteindre (8 000 tr/min pour une vitesse de base de 2 250 tr/min) qui correspond à une inductance réduite minimale de 0,72 dans le cas théorique donné par (14) sans prise en compte des pertes (Y. Amara, 2001). Si l'inductance réduite devait encore diminuer, les points du cycle de vitesse élevée ne pourraient pas être atteints (cela correspondrait à la violation de la première contrainte formulée dans la section 4). Au delà (zone 2) le facteur de puissance ne peut être amélioré qu'au prix d'un accroissement de la résistance normalisée. Cela se traduit naturellement par une augmentation des pertes Joule d'autant plus importantes que l'inductance réduite reste proche de sa valeur limite. Dans la zone 3, la résistance normalisée est en butée maximale. Le facteur de puissance est alors important, à condition que l'inductance réduite garde des valeurs raisonnables (cf. figure 10). La résistance normalisée étant pratiquement constante, l'inductance réduite a une variation similaire à celle de la zone 1.



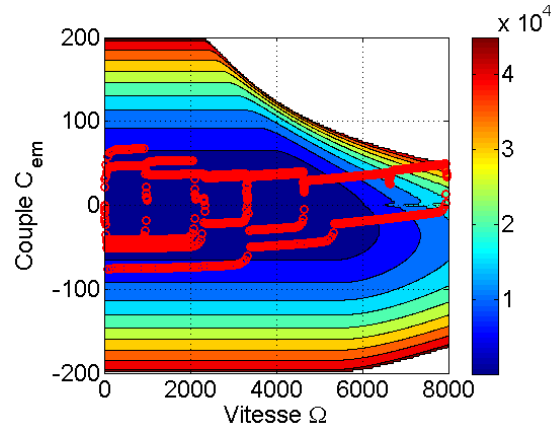
**Figure 23.** Evolution de la résistance normalisée en fonction du facteur de puissance



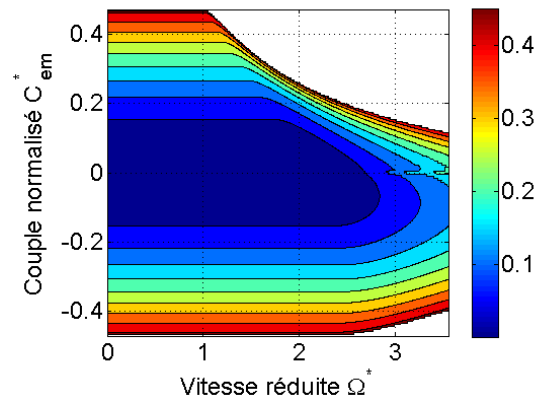
**Figure 24.** Evolution de l'inductance réduite en fonction du facteur de puissance

Nous terminons cette analyse en montrant les iso valeurs des pertes Joule et des pertes Joule normalisées pour quelques individus du front de Pareto (figure 19). Nous distinguons particulièrement trois individus :

- l'individu de facteur de puissance maximal (figures 25 et 26) ;
- l'individu de pertes Joule sur cycle minimal (figures 27 et 28) ;
- l'individu de puissance apparente minimale (figures 29 et 30).



**Figure 25.** Iso valeurs des pertes Joule dans le plan couple-vitesse (individu de facteur de puissance maximal)



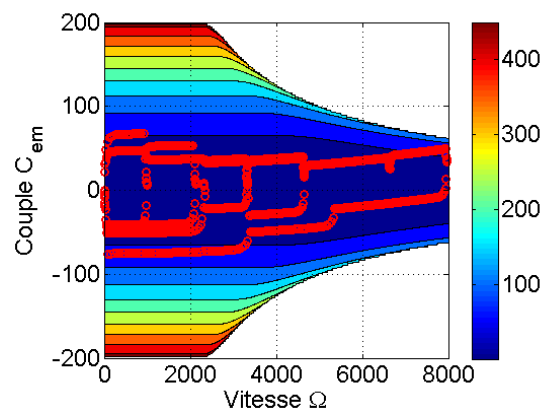
**Figure 26.** Iso valeurs des pertes Joule normalisées dans le plan couple normalisé-vitesse réduite (individu de facteur de puissance maximal)

L'individu de facteur de puissance maximal possède une résistance normalisée en butée maximale (1) et une inductance réduite limitée par la vitesse de fonctionnement maximale (0,70). La valeur théorique (0,72) est obtenue pour un modèle sans pertes et un couple à atteindre nul. On constate une très forte

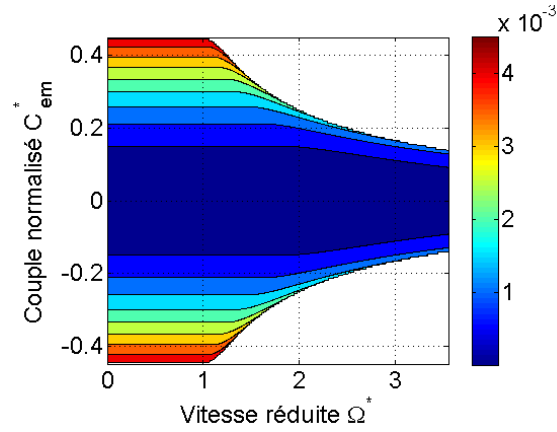
dissymétrie entre le fonctionnement moteur et le fonctionnement générateur due à la valeur importante de la résistance normalisée. Le facteur de rendement est limité par la valeur médiocre du rendement (de l'ordre de 0,5) que l'on détermine grâce à (11). Les iso valeurs de pertes sont alors très importantes (jusqu'à 40 kW). Les individus de cette zone présente de ce fait peu d'intérêt, puisque l'amélioration du facteur de puissance ne se traduit pas par une amélioration de la puissance apparente. Les points du cycle à atteindre sont représentés par des cercles rouges.

L'individu de pertes Joule minimales sur cycle possède une résistance normalisée en butée minimale (0,01) et une inductance réduite en butée maximale (1,99). Les pertes Joule maximales (450 W) sont atteintes pour le point de base, mais pour les points du cycle, les pertes joule restent limitées à 150 W. Ceci se paie par un facteur de rendement médiocre (0,45) à cause du facteur de puissance (0,45). Cette figure montre toutefois l'intérêt des machines synchrones possédant une inductance réduite supérieure à l'unité.

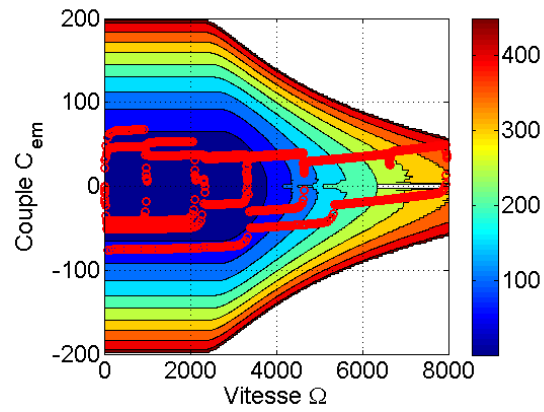
L'individu de puissance apparente minimale possède une résistance normalisée en butée minimale (0,01) et une inductance réduite limitée par la vitesse de fonctionnement maximale (0,77). Les pertes Joule les plus élevées sont atteintes dans les hautes vitesses (environ de 450 W), ce qui reste raisonnable par rapport à la puissance électromagnétique convertie pour ces points de fonctionnement (40 kW). Par rapport aux paramètres qui minimisent les pertes Joule sur cycle, on constate qu'à cause de l'inductance normalisée plus faible, le couple électromagnétique normalisé atteignable est plus important en dessous de la vitesse de base (et donc le facteur de rendement est plus important, comme le montre les figure 9, 28 et 30) mais décroît plus rapidement (Y. Amara, 2001)(J. Soulard, 1998) d'une part. Les iso valeurs de pertes faibles sont moins élargies, ce qui conduit à une augmentation des pertes Joule sur cycle d'autre part.



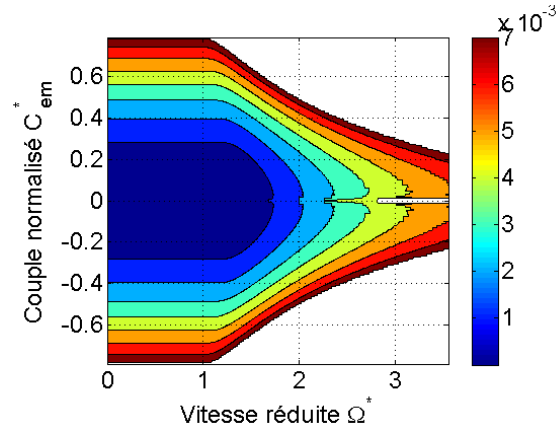
**Figure 27.** Iso valeurs des pertes Joule dans le plan couple-vitesse (individu de pertes Joule sur cycle minimales)



**Figure 28.** Iso valeurs des pertes Joule normalisées dans le plan couple normalisé-vitesse réduite (individu de pertes Joule sur cycle minimales)



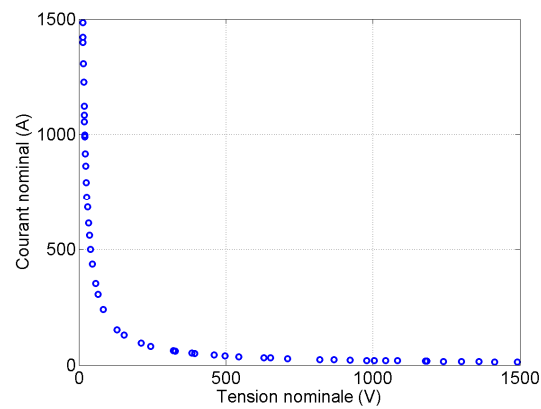
**Figure 29.** Iso valeurs des pertes Joule dans le plan couple-vitesse (individu de puissance apparente maximale)



**Figure 30.** Iso valeurs des pertes Joule normalisées dans le plan couple normalisé-vitesse réduite (individu de puissance apparente maximale)

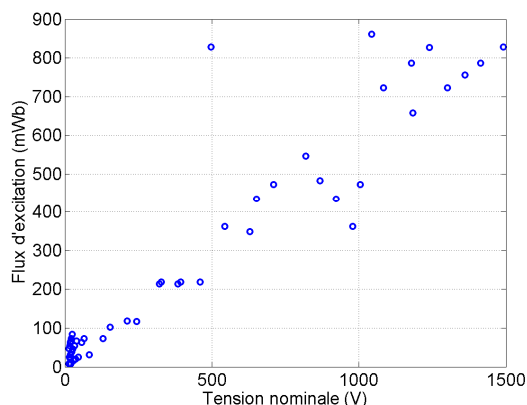
### 5.3. Minimisation du courant nominal et de la tension nominale

Dans la seconde problématique (problème P2), nous nous intéressons au front de Pareto qui minimise à la fois le courant nominal et la tension nominale (figure 31). Ce front est un peu plus classique (c'est-à-dire de forme hyperbolique).



**Figure 31.** Front de Pareto Courant-Tension

Dans cette optimisation les individus sont assez semblables si l'on considère leur résistance normalisée (qui varie entre 0,010 et 0,011) ou leur inductance réduite (comprise entre 0,76 et 0,80).



**Figure 32.** Evolution du flux d'excitation en fonction de la tension nominale

La diversité des solutions est assurée par le nombre de paires de pôles (variant entre 1 et 10) et surtout le flux d'excitation, puisque si l'on se réfère à la figure 32, la tension nominale est globalement proportionnelle au flux d'excitation. Ces paramètres assurent à la fois un bon facteur de puissance (compris entre 0,78 et 0,80), un excellent facteur de rendement (entre 0,77 et 0,79) et par conséquent une puissance apparente minimale (entre 59,5 et 61 kVA). Les pertes Joule sur cycle sont de l'ordre de 200 W et les cartographies d'iso pertes Joule sont similaires à celles présentées en figure 28 et 29.

## 6. conclusions

Nous avons proposé dans cet article de déterminer les paramètres circuits d'une machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses qui permettent de répondre à un cahier des charges de traction avec un aspect fonctionnement moteur (classique) et générateur ainsi que l'aspect dimensionnement sur cycle. Les paramètres caractérisant la MSAP sont sa résistance normalisée et son inductance réduite. Nous avons présenté le modèle de Park utilisé, et déterminé les paramètres de commande qui maximisent le rendement pour chaque point de fonctionnement. Le modèle a ensuite été utilisé dans un processus d'optimisation pour déterminer les machines qui maximisent les pertes Joule sur le cycle de fonctionnement tout en minimisant le

facteur de puissance d'une part, et celles qui minimise à la fois la tension nominale et le courant nominal.

Dans une certaine mesure, la maximisation du facteur de puissance conduit à un sous dimensionnement de l'onduleur associé à la MSAP, mais à cause de la nature particulière du problème abordé ici (puissance électrique variable), cette propriété reste vraie pour un facteur de puissance limité. Il ressort donc de cette étude que le facteur de puissance n'est pas un critère pertinent de classification et qu'il faut lui préférer soit directement la puissance apparente (grandeur globale) ou le facteur de rendement (grandeur réduite équivalente qui représente le produit entre le facteur de puissance et le rendement au point de base). La seconde étude fournit des résultats plus rationnels, dans la mesure où la minimisation de la tension nominale et du courant nominal conduit à minimiser la puissance apparente nominale et à maximiser le facteur de rendement. Par ailleurs, les spécifications du constructeur semblent mal choisies en regard de l'application proposée, puisque le point de base n'est jamais sollicité, il en résulterait un surdimensionnement du moteur considéré. Quelques perspectives peuvent alors être envisagées :

- Prise en compte du cahier des charges dans le processus d'optimisation ;
- Amélioration du modèle circuit considéré (prise en compte des pertes fer et mécaniques) ;
- Extension à d'autres types de machines (machines à réluctance variable, machines synchrones à rotor bobiné, machines synchrones à double excitation, machine asynchrones (N. Patin, 2006), ...)
- Utilisation et comparaison des optimums obtenus en fonction de l'algorithme d'optimisation utilisé (énumération exhaustive (T. V. Trân, 2009), essais particuliers) ;
- Etude de la sensibilité de l'algorithme vis-à-vis du cahier des charges.
- Ajout d'un modèle magnétique (qui va nécessairement imposer le choix d'une géométrie de machine) au modèle circuit.
- Optimisation globale de l'ensemble convertisseur d'électronique de puissance (onduleur) et du moteur.

## 7. REFERENCES

- C.C. Chan, The state of the Art of electric and Hybrid Vehicles, Paris, *Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE*, vol. 90, n°2, p 247-275, 2002.
- J.P. Louis, « *Modélisation des machines électriques en vue de leur commande : Concepts généraux* », Traité EGEM, série Génie électrique, ISBN-13 : 978-2746209169, Hermès Science Publications, 2004.

- L. Vido, « Modélisation des machines synchrones à aimants permanents à concentration de flux prenant en compte la saturation magnétique en vue de leur dimensionnement pour des applications de traction », *Conférence JCGE*, Grenoble, 2005.
- L. Chédot, G. Friedrich, « A cross saturation model for interior permanent magnet synchronous machine. Application to a starter-generator. », *IEEE IAS Conf.*, vol. 1, 2004.
- Y. Ait Gougam, et al., « Modèle Inverse et Minimisation des Ondulations de Couple des Machines Synchrones à Aimants à FEM et Inductances Non- Sinusoïdales », *EF*, Toulouse, 2005.
- T. Lubin, Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable. Prise en compte de la saturation magnétique, Thèse de Doctorat, laboratoire GREEN, Université Henri Poincaré, Nancy 1, 2003.
- Y. Amara, Contribution à la conception et à la commande des machines synchrones à double excitation, Thèse de Doctorat, laboratoire SATIE, Université Paris XI, 2001.
- N. Patin, Analyse d'architectures, modélisation et commande de réseaux autonomes, Thèse de doctorat, laboratoire SATIE, ENS Cachan, 2006.
- T. V. Tràn, Problèmes Combinatoires et Modèles Multi-Niveaux pour la Conception Optimale des Machines Électriques, laboratoire L2EP, Ecole Centrale de Lille, 2009.
- J. Soulard, Etude paramétrique des ensembles convertisseur-machine à aimants. Application à une structure électromagnétique monophasée hybride à aimants permanents et à alimentation électronique, Thèse de doctorat, laboratoire SATIE, Université de Paris VI, 1998.