



N° d'ordre : D.U. 2097

E.D.S.P.I.C : 511

**UNIVERSITE BLAISE PASCAL – CLERMONT II**

**ECOLE DOCTORALE**

**SCIENCES POUR L'INGENIEUR DE CLERMONT-FERRAND**

**THESE**

Présentée par

**Faly Tinasoa ANDRIANANDRASANIRINA**

Pour Obtenir le grade de

**DOCTEUR D'UNIVERSITE**

**SPECIALITE : ELECTROMAGNETISME**

**Nanophotonique :**

**Guidage d'ondes sur des surfaces structurées.**

Soutenue publiquement le 17 Décembre 2010 devant le jury :

**M.ou Mme Richard DUSSEAUX**

**RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo**

**Gérard GRANET**

**RANIRIHARINOSY Karyl Danielson**

**Président**

**Rapporteur et examinateur**

**Directeur de thèse**

**Directeur de thèse**



---



---

# Table des matières

---

<b>1 Méthodes et techniques des résolutions du problème de diffraction sur les strips gratings.</b>	<b>16</b>
<b>I Résolution du problème de diffraction par un réseau de strips métalliques par l'approche classique (coordonnées cartésiennes)</b>	<b>18</b>
1.1 Résolution du problème de diffraction par la méthode MMFE combinée avec la méthode CBCM. . . . .	20
1.1.1 Introduction et présentation du problème . . . . .	20
1.1.2 Résolution des équations de Maxwell . . . . .	21
1.1.3 Les composantes tangentielles du champ . . . . .	23
1.1.3.1 Polarisation TM . . . . .	23
1.1.3.2 Polarisation TE . . . . .	23
1.1.4 Conditions aux limites . . . . .	24
1.1.4.1 Polarisation TM . . . . .	25
1.1.4.2 Polarisation TE . . . . .	26
1.1.5 Calcul des efficacités de diffraction . . . . .	27
1.1.6 Résultats numériques . . . . .	27
1.2 Résolution du problème de diffraction par la méthode C combinée avec la méthode CBCM. . . . .	28
1.2.1 Introduction et position du problème . . . . .	28
1.2.2 La méthode des coordonnées curvilignes . . . . .	29
1.2.3 Changement de coordonnées . . . . .	29
1.2.4 Résolutions . . . . .	30
1.2.5 Expression des composantes tangentielles du champ . . . . .	32
1.2.6 Conditions aux limites . . . . .	32
1.2.7 Résultats numériques . . . . .	33

<b>II</b>	<b>Résolution du problème de diffraction par un réseau de strips métalliques par l'approche paramétrique (coordonnées adaptatives).</b>	<b>34</b>
1.3	Mise en équations dans le système de coordonnées adaptatives . . . . .	36
1.3.1	Systèmes de coordonnées adaptatives . . . . .	36
1.3.2	Résolution des équations de Maxwell sous forme covariante . . . . .	37
1.4	L'Equation d'Helmholtz . . . . .	38
1.5	Expression des composantes tangentielles du champs électromagnétique . .	40
1.5.1	Polarisation TM . . . . .	40
1.5.2	Polarisation TE . . . . .	40
1.6	Conditions aux limites . . . . .	41
1.6.1	Polarisation TM . . . . .	41
1.6.2	Polarisation TE . . . . .	42
1.7	Résultats numériques . . . . .	42
<b>III</b>	<b>Validation et Avantages de la méthode ASR.</b>	<b>44</b>
1.8	Validation de la méthode adaptative . . . . .	46
1.8.1	Comparaison avec les autres méthodes . . . . .	46
1.8.2	Calcul du champ proche . . . . .	46
1.8.3	Le principe de réciprocité . . . . .	47
1.9	Avantages de la méthode adaptative . . . . .	49
1.10	Conclusion . . . . .	50
<b>2</b>	<b>Extension des méthodes ASR et CBCM à la diffraction oblique. Application : résolutions du problème de diffraction sur les strip gratings.</b>	<b>51</b>
2.1	Introduction . . . . .	51
2.2	Présentation de la diffraction conique . . . . .	52
2.3	Résolution par la méthode de discrétisation spatiale adaptative . . . . .	53
2.3.1	Géométrie et position du problème . . . . .	53
2.3.2	Les Equations de Maxwell . . . . .	54
2.3.3	Résolutions des Equations de Maxwell . . . . .	55
2.3.4	Expression des Composantes du champ électromagnétique . . . . .	59
2.3.5	Conditions aux limites . . . . .	61
2.3.6	Calcul des efficacités et du champ . . . . .	66
2.4	Résolution par la méthode des coordonnées curvilignes (méthode C) . . . .	68
2.4.1	Position du problème et mise en équation . . . . .	68
2.4.2	Résolution Générale . . . . .	69
2.4.3	Expression des champs en coordonnées curvilignes . . . . .	70
2.4.4	Solutions numériques au problème . . . . .	71
2.4.5	Conditions aux limites . . . . .	72

2.4.6	Calcul des efficacités . . . . .	73
2.5	Résultats Numériques . . . . .	74
2.5.1	Cas de la méthode MMFE en coordonnées paramétriques . . . . .	74
2.5.2	Cas de la méthode des coordonnées curvilignes en paramétriques . . . . .	75
2.6	Conclusions . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Etudes physiques des structures diffractives périodiques présentant des effets de résonance.</b>	<b>78</b>
3.1	<b>Etudes physiques des phénomènes de résonance d'un strip suspendu.</b>	<b>80</b>
3.1.1	Position du problème . . . . .	80
3.1.2	Mise en équation du problème dans le système de coordonnées adaptatives . . . . .	81
3.1.2.1	Résolutions des Equations de Maxwell . . . . .	81
3.1.2.2	L'Equation d'Helmholtz . . . . .	81
3.1.3	Expression des composantes tangentielles du champs électromagnétique . . . . .	82
3.1.3.1	Polarisation TM . . . . .	82
3.1.3.2	Polarisation TE . . . . .	82
3.1.4	Conditions aux limites . . . . .	82
3.1.4.1	Principe de CBCM pour la polarisation TM . . . . .	82
3.1.4.2	Principe de CBCM pour la polarisation TE . . . . .	84
3.1.5	Calcul des efficacités . . . . .	85
3.1.6	Présence d'ondes de surfaces à la résonance de réflexion . . . . .	86
3.1.6.1	Résonance des ordres évanescents . . . . .	86
3.1.6.2	Structure de l'intensité du champ à la résonance . . . . .	88
3.1.7	Calcul numériques des pôles de résonance en théorie de propagation . . . . .	90
3.1.7.1	La méthode de Müller . . . . .	92
3.1.7.2	La méthode d'intégrale de Cauchy . . . . .	92
3.1.7.3	Résultats numériques . . . . .	93
3.1.8	Relation de dispersion des ondes de surface . . . . .	94
3.1.9	Conclusions . . . . .	94
3.2	<b>Etudes physiques des phénomènes de résonance d'un strip insérés dans une structure multicouche.</b>	<b>96</b>
3.2.1	But de l'étude et présentation de la structure étudiée . . . . .	96
3.2.2	Condition de résonance et caractérisation . . . . .	97
3.2.2.1	Excitation des plasmons de surface à l'aide d'un réseau de diffraction . . . . .	97
3.2.2.2	Caractérisation de la résonance : Saut de phase à la traversée de la résonance . . . . .	99

3.2.2.3	Calcul numérique des pôles de résonance en théorie de propagation . . . . .	101
3.2.3	Les paramètres influençant la résonance . . . . .	102
3.2.3.1	Influence de la forme des structures sur le pic et la fréquence de résonance . . . . .	102
3.2.3.2	Effet de l'influence de l'épaisseur de la couche sur la fréquence de résonance . . . . .	104
3.2.3.3	Effet de l'influence du facteur de remplissage sur la fréquence de résonance . . . . .	105
3.2.3.4	Effet de l'influence de la polarisation $\delta$ sur la fréquence de résonance . . . . .	105
3.2.4	Synthèse : Conception de la structure optimale . . . . .	106
3.2.5	Conclusion . . . . .	107
<b>A</b>	<b>Equations de Maxwell sous forme covariante</b>	<b>110</b>
A.1	Les équations de Maxwell sous forme covariante tridimensionnelle . . . . .	110
A.2	Les relations du milieu . . . . .	111
A.3	Equations de Maxwell harmonique . . . . .	112
<b>B</b>	<b>Règles de factorisation de Li et conventions</b>	<b>113</b>
B.1	Enoncé . . . . .	113
B.2	Application aux équations constitutives du milieu . . . . .	114
<b>C</b>	<b>Matrice S</b>	<b>115</b>
C.1	Définition . . . . .	115
C.2	Algorithme de Récursion . . . . .	116
C.3	Calcul des Coefficients des couches internes . . . . .	117

---



---

## Table des figures

---

1.1	Strip grating illuminé par une onde plane et géométrie du problème de diffraction. . . . .	20
1.2	La structure considérée et géométrie du problème de diffraction. . . . .	29
1.3	Représentation de la fonction $h(u)$ pour les trois valeurs de $\eta$ . . . . .	37
1.4	La composante tangentielle du champ électrique $E_x$ sur les strips gratings pour l'incidence normale calculée dans le système des coordonnées $(x, y, z)$ . Les paramètres de la structure sont : $\nu_1 = 1$ , $\nu_2 = 1$ , $d = 1\mu m$ , $w = d/2$ , $\lambda = 0.7\mu m$ . . . . .	46
1.5	La composante tangentielle du champ électrique $E_u = \hat{h}E_x$ sur les strips gratings pour l'incidence normale calculée dans le système des coordonnées $(u, y, z)$ . Les paramètres de la structure sont identiques à ceux de la figure FIG.1.4. . . . .	47
1.6	Illustration du principe des critères de réciprocité. . . . .	47
1.7	Convergence de l'efficacité diffractée d'ordre zero en fonction de l'inverse de l'ordre de troncature en polarisation TM. La courbe bleue correspond à la formulation standard ( $\eta = 0$ ) et rouge à la formulation paramétrique ( $\eta = 1$ ). Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $\varepsilon_3 = 1$ , $\theta = 26^\circ$ , $\lambda = 0.7\mu m$ , $d = 1\mu m$ , $w = 0.5\mu m$ , $h = 0\mu m$ . . . . .	49
1.8	Convergence de l'efficacité transmise d'ordre zero en fonction de l'inverse de l'ordre de troncature en polarisation TM. La courbe bleue correspond à la formulation standard ( $\eta = 0$ ) et rouge à la formulation paramétrique ( $\eta = 1$ ). Les paramètres de la structure sont identiques à ceux de la figure FIG.1.4 . . . . .	49
1.9	Convergence de l'efficacité diffractée d'ordre zero en fonction de l'inverse de l'ordre de troncature en incidence oblique. La courbe bleue correspond à la formulation standard ( $\eta = 0$ ) et rouge à la formulation paramétrique ( $\eta = 1$ ). Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $d = 1\mu m$ , $h = 0\mu m$ , $w = d/2\mu m$ , $\lambda = 0.7\mu m$ , $\theta = 26^\circ$ , $\phi = 30^\circ$ , $\delta = 30^\circ$ . . . . .	50
2.1	Description de l'onde incidente en conique et des angles d'Euler $(\theta, \phi, \delta)$ . . . . .	52

2.2	Réseaux de motifs métalliques déposés sur une couche homogène. . . . .	53
2.3	Réseaux de motifs métalliques déposés sur une couche inhomogène. . . . .	53
2.4	Conditions aux limites. . . . .	62
2.5	Coefficients des champs et matrices S nécessaires à la description de la structure. . . . .	62
2.6	Parallélépipède utilisé pour le calcul des efficacités . . . . .	66
2.7	Réseaux de motifs métalliques déposés sur une surface cylindrique. . . . .	69
2.8	Réseaux de motifs métalliques déposés sur une surface cylindrique. . . . .	69
3.1	Strips grating illuminé par une onde plane . . . . .	81
3.2	Facteur de réflexion d'ordre 0 à la résonance. . . . .	86
3.3	Les amplitudes réfléchies des ordres évanescents 0 et $-1$ et $+1$ à la résonance. . . . .	87
3.4	Facteur de réflexion d'ordre 0 en fonction de la longueur d'onde $\lambda$ pour deux valeurs de $\theta$ : $\theta = 10^\circ$ et $\theta = 40^\circ$ . Les paramètres de la structure sont : $\epsilon_1 = 1$ , $\epsilon_2 = 4$ , $\epsilon_3 = 1$ , $d = 1\mu m$ , $w = d/2$ , $h = 0.12\mu m$ , $\lambda$ en $\mu m$ . . . . .	88
3.5	Facteur de réflexion d'ordre 0 en fonction de la longueur d'onde $\lambda$ pour $\theta = 0^\circ$ . Les paramètres de la structure sont identiques à ceux de la figure 3.4 . . . . .	88
3.6	Cartographie de l'intensité du champ au point A de la figure 3.5. Le champ incident vient du haut et la couche diélectrique est située entre les côtes $y = -0.12\mu m$ et $y = 0\mu m$ . Les paramètres de la structure sont : $\epsilon_1 = 1$ , $\epsilon_2 = 4$ , $\epsilon_3 = 1$ , $d = 1\mu m$ , $w = d/2$ , $h = 0.12\mu m$ , $\lambda = 1.05\mu m$ , $\theta = 0^\circ$ .(résonance en transmission). . . . .	89
3.7	Cartographie de l'intensité du champ au point B de la figure 3.5 . Les paramètres de la structure sont : $\epsilon_1 = 1$ , $\epsilon_2 = 4$ , $\epsilon_3 = 1$ , $d = 1\mu m$ , $w = d/2$ , $h = 0.12\mu m$ , $\lambda = 1.15\mu m$ , $\theta = 0^\circ$ .(résonance en réflexion). . . . .	89
3.8	Traçage de l'intensité du champ pour la résonance en réflexion : Coupe le long d'un axe perpendiculaire à l'interface. Le champ incident vient du haut et la couche diélectrique est située entre les côtes $y = -0.12\mu m$ et $y = 0\mu m$ . . . . .	90
3.9	Schéma d'un problème de diffraction : les champs résultants $B^{+(1)}$ et $B^{-(3)}$ sont reliés aux champs incidents $B^{-(1)}$ et $B^{+(3)}$ par la matrice S . . . . .	91
3.10	Position des minima de réflexion. . . . .	94
3.11	La structure considérée. . . . .	96
3.12	Relation de dispersion d'un plasmon de surface sur une interface plane séparant l'air d'un métal sans pertes et diagramme de dispersion du photon. . . . .	97
3.13	Courbe de réflectivité pour une configuration d'excitation de type de la structure 3.1(chap 3) pour un angle d'incidence $\theta = 10^\circ$ . . . . .	98
3.14	Reponse spectrale de réflexion de la structure 3.11 autour du pic de résonance. Les paramètres sont : $\epsilon_1 = 10$ , $\epsilon_2 = 1$ , $\epsilon_3 = 10$ , $w = d/2$ , $h^1 = 1\mu m$ , $h^2 = 0.127\mu m$ , $\theta = 20^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ , $\delta = 0^\circ$ , $\eta = 1$ , $M = 26$ . . . . .	99
3.15	Spectre angulaire de réflexion de la structure 3.11 autour du pic de résonance. Les paramètres sont : $\epsilon_1 = 10$ , $\epsilon_2 = 1$ , $\epsilon_3 = 10$ , $\lambda_r = 25.70\mu m$ , $w = d/2$ , $h^1 = 1\mu m$ , $h^2 = 0.127\mu m$ , $\phi = 180^\circ$ , $\delta = 0^\circ$ , $\eta = 1$ , $M = 26$ . . . . .	99

3.16	Déphasage du facteur de réflexion au passage de la résonance. . . . .	100
3.17	Convergence du pôle en fonction du nombre de points d'intégration. . . . .	102
3.18	Influence de la hauteur du couche sur le pics des résonances et sur la phase du facteur de réflexion. Les paramètres sont : $\epsilon_1 = 10$ , $\epsilon_2 = 1$ , $\epsilon_3 = 10$ , $h^1 = 1\mu m$ , $\theta = 26^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ , $\delta = 0^\circ$ , $d = 15\mu m$ , $w = d/2$ . . . . .	104
3.19	Influence du fill factor sur le pics des résonances. Les paramètres sont : $\epsilon_1 = 10$ , $\epsilon_2 = 1$ , $\epsilon_3 = 10$ , $h^1 = 1\mu m$ , $h^2 = 0.127\mu m$ , $\theta = 26^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ , $\delta = 0^\circ$ , $d = 15\mu m$ . . . . .	105
3.20	Variation de la réflectivité en fonction de la longueur d'onde $\lambda$ pour trois valeurs de l'angle de polarisation $\delta$ . Les paramètres de la structure sont : $\epsilon_1 = 10$ , $\epsilon_2 = 1$ , $\epsilon_3 = 10$ , $h^1 = 1\mu m$ , $h^2 = 0.127\mu m$ , $\theta = 26^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ , $w = d/2$ . . . . .	105
3.21	Variation de la réflectivité pour la longueur d'onde de résonance $\lambda_r = 25.70\mu m$ en fonction de l'angle de polarisation $\delta$ (par conséquent de l'absorption ou atténuation). Les paramètres de la structure sont : $\epsilon_1 = 10$ , $\epsilon_2 = 1$ , $\epsilon_3 = 10$ , $h^1 = 1\mu m$ , $h^2 = 0.127\mu m$ , $\theta = 26^\circ$ , $\phi = 180^\circ$ , $w = d/2$ . . . . .	106
C.1	Description de la matrice $[S]^{(12)}$ . . . . .	115
C.2	Cascadage des matrices S . . . . .	116

---

## Liste des tableaux

---

1.1	Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la MMFE classique de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $d = 1\mu m$ , $\lambda = 0.7\mu m$ , $w = d/2$ , $\theta = 26^\circ$ , $g = 110 * i$ . . . . .	28
1.2	Efficacités réfléchies transmises obtenues par la MMFE classique de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $d = 1\mu m$ , $\lambda = 0.7\mu m$ , $w = d/2$ , $\theta = 26^\circ$ , $g = 110 * i$ . . . . .	28
1.3	Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 1.	32
1.4	Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 2.	32
1.5	Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la méthode C de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $\lambda/d = 0.7$ , $w = d/2$ , $\theta = 26^\circ$ , $g = 0.01i$ . . . . .	33
1.6	Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la méthode C de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $\lambda/d = 0.7$ , $w = d/2$ , $\theta = 26^\circ$ , $g = 0.01i$ . . . . .	33
1.7	Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la MMFE combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $\lambda/d = 0.7$ , $w = d/2$ , $\theta = 26^\circ$ , $\eta = 1$ , $g = 110 * i$ . . . . .	43
1.8	Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la MMFE combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $\lambda/d = 0.7$ , $w = d/2$ , $\theta = 26^\circ$ , $\eta = 1$ , $g = 110 * i$ . . . . .	43
1.9	Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la méthode C combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $\lambda/d = 0.7$ , $w = d/2$ , $h = 0$ , $\theta = 26^\circ$ , $\eta = 1$ , $g = 0.01i$ . . . . .	43
1.10	Efficacités diffractées et transmises obtenues par la méthode C combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1$ , $\varepsilon_2 = 1$ , $\lambda/d = 0.7$ , $w = d/2$ , $h = 0$ , $\theta = 26^\circ$ , $\eta = 1$ , $g = 0.01i$ . . . . .	43

1.11	Efficacités diffractées et transmises obtenues par les méthodes C et MMFE combinées avec la méthode de coordonnée adaptative. Les paramètres de la structure sont : $\nu_1 = 1, \nu_2 = 1, d = 1\mu m, h = 0\mu m, \lambda = .7\mu m, w = d/2, \theta = 26^\circ$ . . . . .	46
1.12	Comparaison des ondes directes et ondes réciproques en polarisation TM pour $c = 0.5\mu m, d = 1\mu m, \lambda = 0.7\mu m, \theta = 26^\circ$ . . . . .	48
1.13	Comparaison des ondes directes et ondes réciproques en polarisation TE pour $c = 0.5\mu m, d = 1\mu m, \lambda = 0.7\mu m, \theta = 26^\circ$ . . . . .	48
2.1	Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 1.	72
2.2	Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 2.	72
2.3	Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 4, \varepsilon_3 = 1, \theta = 26^\circ, \phi = 30^\circ, \delta = 30^\circ, \lambda = 1.7\mu m, d = 1\mu m, w = d/2$ . . . . .	74
2.4	Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 4, \theta = 26^\circ, \phi = 30^\circ, \delta = 30^\circ, \lambda = 1.7\mu m, d = 1\mu m, w = d/2, \eta = 1, M = 26$ . . . . .	75
2.5	Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_{21} = 4, \varepsilon_{22} = 1, \varepsilon_3 = 1, \theta = 26^\circ, \phi = 30^\circ, \delta = 30^\circ, \lambda = 1.7\mu m, d = 1\mu m, w = d/2, \eta = 1, M = 26$ . . . . .	75
2.6	Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont : $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_{21} = 4, \varepsilon_{22} = 1, \theta = 26^\circ, \phi = 30^\circ, \delta = 30^\circ, \lambda = 1.7\mu m, d = 1\mu m, w = d/2, \eta = 1, M = 64$ . . . . .	76
2.7	Efficacités diffractées et transmises de la structure 2.7. Les paramètres de la structure sont : $\nu_1 = 1, \nu_2 = 1, d = 1\mu m, w = d/2, \theta = 26^\circ, \phi = 30^\circ, \delta = 30^\circ, M = 64$ . . . . .	76
2.8	Efficacités diffractées et transmises de la structure 2.8. Les paramètres de la structure sont : $\nu_1 = 1, \nu_2 = 1, d = 1\mu m, w = d/2, \theta = 26^\circ, \phi = 30^\circ, \delta = 30^\circ, M = 64$ . . . . .	77

---

## Remerciements

---

Ce travail a été effectué au sein des laboratoires LAPAUF (Laboratoire de Physique Appliquée de l'Université de Fianarantsoa) et LASMEA (Laboratoire des Sciences des Matériaux pour l'Electronique et d'Automatique) de l'Université Blaise Pascal. Il est la concrétisation de la convention pour la préparation d'une thèse en cotutelle entre l'Université Blaise Pascal et l'Université de Fianarantsoa. A ce titre, je souhaiterais remercier M. RANDRIANIRINA Benjamin d'avoir signé cette présente convention en tant que président de l'Université de Fianarantsoa à l'époque.

Je souhaiterais remercier M. RATOLONJANAHARY Faniry Emilson, responsable du LAPAUF et M. JEAN Paul Germain, M. MICHEL Dôme, ex-directeur et directeur du LASMEA, pour m'y avoir accueilli et m'avoir permis de travailler dans les conditions les plus favorables.

Monsieur Gérard GRANET, Professeur à l'Université Blaise Pascal, directeur de thèse : je voudrais sincèrement le remercier pour la confiance qu'il a su m'accorder, ainsi que la nécessaire autonomie dont j'ai pu jouir pour mener à terme ce travail, et pour m'avoir conseillé et encadré tout au long de mon travail.

Je tiens ensuite à adresser mes profonds remerciements à monsieur RANIRIHARINOSY Karyl Danielson, Professeur à l'Université de Fianarantsoa, pour avoir encadré mes recherches pendant la durée de cette thèse, pour sa grande disponibilité malgré son emploi du temps très chargé, pour la confiance qu'il m'a accordé et l'autonomie dont j'ai disposé pour accomplir ces travaux.

Je remercie également à madame RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo, Professeur titulaire et enseignante chercheur du Département de physique de la Faculté des Sciences de l'Université d'Antananarivo, pour avoir accepté d'être rapporteur de ce travail.

Je tiens à remercier particulièrement monsieur Richard DUSSEAUX, Professeur à l'Université de Versailles, pour m'avoir fait l'honneur d'être membre et président du jury.

Je tiens à exprimer ma profonde sympathie à l'égard de l'équipe électromagnétisme du LASMEA pour les discussions fructueuses que nous avons eues.

Enfin, mes pensées vont également à tous les chercheurs du groupe de recherche électronique et énergétique du LAPAUF qui, de près ou de loin, ont influencé de manière positive mes travaux.

Pour terminer, je tiens aussi à remercier toutes les personnes qui m'ont amplement aidé durant mes recherches. Ma femme, Avotra, qui m'a guidé vers la thèse et m'a soutenu dans les moments difficiles. La période de rédaction du manuscrit n'a pas été dure que pour moi, je rends hommage à sa patience et à l'amour qu'elle m'a apporté. Mes parents évidemment, qui m'ont encouragé dans la voie scientifique, et qui doivent être contents que je sois quand même devenu docteur. De manière générale, je remercie ma famille.

---

# Introduction Générale

---

Le développement incessant actuel que connaissent les technologies de la téléphonie mobile, des réseaux de télécommunication, des systèmes de contrôle de position, des systèmes de transmission sans fils pour les applications militaires, les réseaux multimédia et l'Internet, exige une innovation continue dans des domaines tels que les circuits à haut débit, les antennes miniatures multifonctions, les peaux intelligentes, et autres composants et dispositifs pour la transmission et la réception de l'information sur une large bande du spectre électromagnétique. Parmi les éléments contribuant à l'amélioration des performances des systèmes de télécommunication, les matériaux " électromagnétiques " structurés, jouent un rôle particulièrement important. En effet, tous ces systèmes de communication sont réalisés avec des matériaux dont la réponse électromagnétique affectera leur conception et leur réalisation.

Ces matériaux sont caractérisés par une nature fondamentalement hétérogène. Leur constitution microscopique relève de l'assemblage des différents constituants selon une géométrie, en générale, compliquée. Il est possible de prédire les propriétés électromagnétiques moyennes de tels matériaux afin de les remplacer par un matériau homogène effectif équivalent et d'en étudier la réponse structurale au niveau macroscopique. La théorie de l'homogénéisation répond à cette attente[1, 2].

Dans le domaine des hyperfréquences, les réseaux métalliques déposés sur des substrats diélectriques sont d'un emploi courant pour réaliser par exemple des fonctions de filtrage ou de déphasage. Ces structures périodiques, utilisées à des longueurs d'ondes grandes devant leur période, peuvent également se comporter comme des matériaux homogènes artificiels à permittivité ou à perméabilité négative. On parle alors de "métamatériaux" .

Dans le domaine optique, les métaux possèdent des propriétés qui leur permettent de guider des ondes de surface. L'intérêt de telles ondes réside précisément dans leur nature surfacique, ce qui permet d'envisager des composants optiques d'épaisseur réduite. Il se pourrait même que des structures planaires s'avèrent indispensables à l'échelle sub-micronique. Pour manipuler ces ondes de surface, à la lumière des études sur les cristaux

photoniques, il semble naturel d'introduire une structuration périodique de la surface.

Actuellement, le problème de la diffraction des ondes électromagnétiques par les réseaux de strips (réseaux de motifs métalliques) est particulièrement intéressant. Il existe déjà de nombreuses méthodes rigoureuses [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] pour analyser le comportement électromagnétique de ces structures. Parmi celles-ci, les méthodes modales ont fait leur preuve depuis longtemps et sont donc bien connues. A l'aide de la méthode des moments, on obtient une matrice dont on recherche les valeurs propres et les vecteurs propres. On est donc conduit à choisir des bases pour représenter les champs électromagnétiques afin de projeter les équations de Maxwell. Les conditions aux limites sont développées avec la méthode CBCM<sup>1</sup>[3]; l'idée principale de cette méthode est de combiner dans une seule équation les continuités des composantes tangentielles du champ électrique et magnétique sur une période entière.

Comme pour les cas des problèmes périodiques, il est naturel d'utiliser une base de Fourier.

Malheureusement, on sait que cette base n'est pas adaptée à la représentation des champs qui ont des variations rapides ou des singularités comme le cas, par exemple, des structures très conductrices dans le domaine optique ou les réseaux de motifs métalliques en hyperfréquences. Ces variations rapides ou ces discontinuités de champ ne sont que la conséquence d'une variation rapide ou d'une discontinuité similaire d'un des paramètres géométriques ou physiques de la structure étudiée. En outre, du point de vue numérique, cette base nécessite un nombre de troncature élevé, ce qui entraîne une convergence lente et des codes numériques coûteux en temps de calcul et en mémoire.

Pour notre part, pour surmonter cette difficulté, nous proposons d'introduire la méthode des coordonnées adaptatives[10, 11] encore appelés coordonnées paramétriques<sup>2</sup>, basée sur le resserrement des lignes de coordonnées au voisinage des points de discontinuité combinée selon le cas soit avec la MMFE(Modal Method by Fourier Expansion)[12] soit avec la méthode C[13, 14]<sup>3</sup> tout en conservant le principe de la méthode CBCM[3]. La méthode ASR(Adaptive Spatial Resolution) change la représentation de la géométrie du milieu et permet de *régulariser* et de *diminuer* le pas de discretisation aux points de discontinuité.

Le point fort de la méthode C est l'utilisation d'un système de coordonnées non orthogonales adaptées à la géométrie du réseau[13]. Ce système de coordonnées est choisi de façon à ce que les surfaces de coordonnées coïncident avec les surfaces limites du réseau.

<sup>1</sup>Le nom donné à cette méthode dans la littérature internationale est celui de : Combined Boundary Conditions Method.

<sup>2</sup>Le nom donné à cette méthode dans la littérature internationale est A.S.R : Adaptive Spatial Resolution.

<sup>3</sup>ou la méthode des coordonnées curvilignes.

L'écriture des conditions de continuité des composantes tangentielles du champ sur ces surfaces est alors très facile.

Nous avons prolongé cette étude en étudiant des structures diffractives périodiques présentant des effets de résonance. Le terme de résonance recouvre plusieurs phénomènes pouvant survenir dans les réseaux de diffraction. Les types de résonances provenant des "anomalies de diffraction" ont retenu notre attention.

Ces résonances résultent de l'interaction entre une onde incidente et un des modes propres du réseau de diffraction.

L'observation expérimentale de ces effets de résonance n'est pas aisée. Il est nécessaire de dimensionner précisément l'échantillon en utilisant des outils de modélisation. Les moyens technologiques et les propriétés des matériaux doivent être bien maîtrisés, ce qui nécessite des études préalables et une optimisation des processus de fabrication s'appuyant sur l'utilisation conjointe des moyens de caractérisation et de modélisation.

C'est autour de ces trois aspects que s'articule notre travail doctoral : la modélisation, l'étude des réseaux de strips métalliques plans en sub-longueur d'ondes et la conception d'un guide d'ondes sur des surfaces structurées par des rubans métalliques (guides plasmoniques) basé sur des effets de résonance.

Ce manuscrit est scindé en trois chapitres, trois annexes et une bibliographie. Il est présenté comme suit.

L'objectif du premier chapitre est de présenter les techniques et méthodes de simulations numériques développés et utilisés pour prévoir le comportement des réseaux de diffraction réalisés. Après un descriptif des principales méthodes existantes [10, 12], les bases de la propagation de la lumière dans les milieux périodiques seront détaillées. Cette étude a mené au développement de deux outils adaptés aux réseaux de diffraction des rubans métalliques basés sur la théorie rigoureuse de la méthode C (méthode de Chandezon) [13] et de la MMFE<sup>4</sup> combinée avec la méthode ASR du Professeur Gérard GRANET [10] et la méthode CBCM. Nous montrons alors que la convergence est améliorée et les singularités des champs sont bien traitées à partir du moment où la méthode ASR est utilisée. Ces programmes informatiques ont permis le dimensionnement et la caractérisation des différents composants réalisés au cours de ce travail.

Dans le deuxième chapitre nous étendons ces techniques au cas de la diffraction oblique. Nous montrons que la solution au problème peut être recherchée comme une combinaison de deux types de solution notés TE et TM<sup>5</sup> suivant que le champ électrique ou magné-

<sup>4</sup>Modal Method with Fourier Expansion, c'est une méthode différentielle permettant de résoudre de façon rigoureuse des problèmes électromagnétiques appliqués aux structures périodiques.

<sup>5</sup>Au lieu des états TE et TM, on rencontre également souvent les termes polarisation S et polarisation P. S correspond à la polarisation TE (S est l'initiale de "Senkrecht" qui signifie perpendiculaire en

tique est parallèle à l'axe d'invariance du problème. Il est ainsi possible de déterminer les champs dans tout l'espace ainsi que les efficacités diffractées et transmises.

Les concepts originaux reposant sur l'utilisation de la méthode des coordonnées adaptatives combinée avec la méthode CBCM en incidence classique puis en conique pour modéliser les réseaux de motifs métalliques présentés lors des deux premiers chapitres ont rendu possible la conception des guides d'ondes exposés dans le chapitre trois. Ce dernier chapitre précise les conditions d'excitation de l'onde de surface.

Nous étudions les possibilités d'existence d'une onde de surface sur un réseau de strips de largeur  $w$  déposé sur une couche diélectrique d'épaisseur  $h$  insérés dans l'air (Strips suspendu). On parle de "strip suspendu" quand les milieux de part et d'autre du strip sont identiques. Nous justifions la présence des ondes de surface en étudiant les résonances d'amplitude, en représentant l'intensité du champ à la résonance et en traçant la relation de dispersion.

Pour finir, nous étudions les possibilités d'obtenir des effets de résonances très marqués sur un réseau de strips métalliques insérés dans une structure multicouche.

Pour guider un mode dans une structure, l'onde incidente doit vérifier les conditions d'excitation portant sur l'indice effectif du mode et sur sa polarisation. Afin d'analyser les couplages résultants qui existent entre les modes, nous avons étudié les pôles de la matrice  $S$ [15]<sup>6</sup> dans le deux cas et déterminé la sensibilité de l'indice effectif des modes aux différents paramètres. Cette étude a permis de déterminer les paramètres opto-géométriques relatifs au réseau pour lequel le mode est excité.

---

allemand) P (pour "Parallel") à la polarisation TM.

<sup>6</sup>S correspond à "Scattering".

---

# MÉTHODES ET TECHNIQUES DES RÉOLUTIONS DU PROBLÈME DE DIFFRACTION SUR LES STRIPS GRATINGS.

---

## Introduction

La structure diffractive de base utilisée dans ce travail est le réseau de diffraction dont la période sera de l'ordre de ou plus petite que la longueur d'onde de travail. Il est bien connu que dans ce cas, nous sommes au-delà du domaine de validité de la théorie scalaire qui fournit habituellement les champs diffractés grâce à une simple transformée de Fourier ( en champ lointain) ou une transformée de Fresnel ( pour le champ proche)[16].

En effet les efficacités diffractées dépendent fortement de l'état de polarisation de la lumière incidente. Il est alors nécessaire d'utiliser des outils de simulations prenant en compte la nature vectorielle de l'onde optique.

Lors de l'étude de la conception d'un composant optique, la phase de modélisation présente un double intérêt :

- Avant la réalisation, un dimensionnement pertinent peut être effectué de façon à ce que les effets escomptés soient bien mis en évidence. Cette étape permet à moindre coût de faire un premier ajustement du processus de fabrication.
- Ensuite lors de la phase de caractérisation des composants réalisés, les mesures effectuées couplées aux outils de modélisation permettent de remonter à des estimations des paramètres principaux de ces composants. Ceci permet d'avoir une meilleure compréhension des processus mis en jeu ainsi qu'une meilleure maîtrise technologique.

C'est pour ces raisons que nous nous attacherons dans ce premier chapitre à présenter et développer les méthodes et techniques de modélisation du problème de diffraction sur les réseaux de rubans métalliques.

Dans le domaine des micro-ondes, la résolution du problème de la diffraction d'une onde

électromagnétique par un strips gratings est nécessaire. Nous présenterons des formalismes rigoureux . On distingue deux approches : une approche classique et une approche paramétrique. De façon générale l'approche classique consiste à écrire et développer les équations de Maxwell dans le système des coordonnées cartésiennes. L'approche paramétrique est basée sur la résolution de l'équation de Maxwell dans un système de coordonnées adapté.

Il existe déjà des méthodes pour traiter les problèmes de diffraction de ces structures (Méthode MMFE et la méthode C)[10, 12]. Mais, ces méthodes ne sont pas bien adaptées à la représentation des champs et à l'étude de convergence des calculs numériques. Pour améliorer ces méthodes, nous proposons d'introduire les techniques de la méthode ASR et la méthode CBCM et nous nous montrons qu'avec ces nouvelles techniques, les problèmes des singularités et la convergence des champs sont résolues et l'extension au cas de la diffraction réelle (diffraction conique) de l'onde optique est possible.

La méthode MMFE consiste à transformer l'équation de Maxwell et l'équation d'Helmholtz en un système d'équation aux valeurs propres dont la solution est donnée sous la forme de modes de propagation de la structure. Chacun de ces modes est solution des équations de Maxwell et est développée en une base de Fourier. Le champ global est donné par une combinaison linéaire de chacun d'eux. Les amplitudes de ces modes sont déterminées par l'écriture des relations de continuité.

Pour la méthode C(méthode de Chandezon)[13, 14], le principe est d'utiliser une transformation de coordonnées :  $x^1 = x$  et  $x^2 = y - a(x)$ .  $a(x)$  est la fonction représentant le profil du réseau. Nous travaillons alors avec une surface du réseau plane dans le nouveau système de coordonnées. Cette méthode consiste d'abord à résoudre deux équations aux valeurs propres (une dans chaque milieu) et ensuite déterminer les amplitudes des champs en écrivant les conditions aux limites.

La version originale de cette méthode était destinée aux réseaux dont le profil était continu. Elle a été adaptée aux profils présentant des discontinuités [17] et pour les réseaux multicouches[18]. Une implémentation détaillée et simplifiée de cette méthode est indiquée dans la référence [19].

L'idée de base de la méthode CBCM est de combiner dans une seule équation les continuités des composantes tangentielles du champ électrique et magnétique sur une période entière.

Nous allons diviser ce chapitre en trois parties : la première partie présente la résolution du problème de diffraction sur les strips gratings par la méthode MMFE et la méthode C combiné avec CBCM mais en coordonnées cartésiennes, la deuxième est consacrée à l'utilisation de ces méthodes cette fois ci en coordonnées adaptative et la dernière illustre les avantages de la méthode adaptative.

Pour éviter toute confusion, nous avons conservé les notations et conventions des articles de Granet et Guizal[10, 12]

## Première partie

Résolution du problème de diffraction  
par un réseau de strips métalliques par  
l'approche classique (coordonnées  
cartésiennes)



## 1.1 Résolution du problème de diffraction par la méthode MMFE combinée avec la méthode CBCM.

### 1.1.1 Introduction et présentation du problème

La structure étudiée est présentée par la figure 1.1. Cette structure est divisée en deux régions, région 1 ( $y > 0$ ) et région 2 ( $y < 0$ ), séparées par des rubans métalliques d'épaisseur nulle périodiques de période  $d$  suivant  $x$  et de longueur infinie suivant  $z$ . Nous notons  $\Omega_1$  le

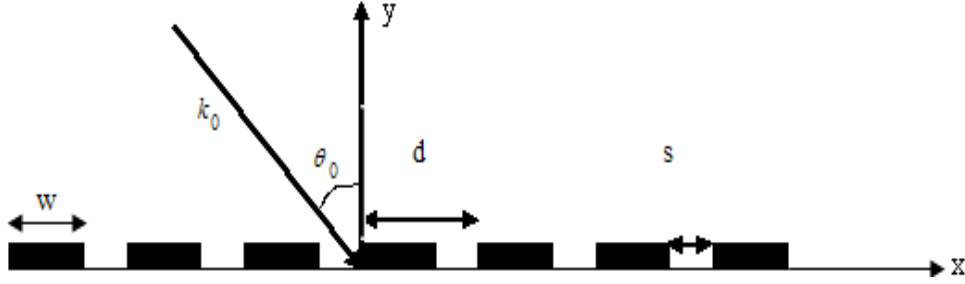


FIG. 1.1 – Strip grating illuminé par une onde plane et géométrie du problème de diffraction.

domaine où se trouve le ruban métallique et  $\Omega_2$  son complémentaire sur la période  $d$ . Les deux régions sont des milieux diélectriques et homogènes respectivement de permittivité  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  et de perméabilité  $\mu_1, \mu_2$ .

Cette structure est éclairée en incidence classique par une onde plane monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda$ . Son vecteur d'onde s'écrit (figure 1.1),

$$k^{inc} = \begin{cases} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{cases} \quad (1.1)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_0 = k\nu_1 \sin \theta_0 \\ \beta_0 = -k\nu_1 \cos \theta_0 \end{cases} \quad (1.2)$$

et où  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$  désigne le nombre d'onde dans le vide, soit dans notre cas, la norme du vecteur d'onde incident.  $\theta_0$  est l'angle d'incidence,  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  désignent la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide respectivement.

### 1.1.2 Résolution des équations de Maxwell

En supposant que la dépendance temporelle soit de la forme  $\exp(i\omega t)$ , les équations de Maxwell harmoniques en absence de sources s'écrivent,

$$\begin{cases} \mathbf{rot}\mathbf{E} = -i\omega\mathbf{B} \\ \mathbf{rot}\mathbf{H} = i\omega\mathbf{D} \\ \mathit{div}\mathbf{D} = 0 \\ \mathit{div}\mathbf{B} = 0 \end{cases}$$

Nous appellerons  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  respectivement le champ électrique et magnétique,  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{H}$  l'excitation électrique et magnétique.

Le développement des ces équations montre l'existence de deux types de polarisation notés  $TM$  ( $E_z = 0, H_z, E_y, E_x$ ) et  $TE$  ( $H_z = 0, E_z, H_y, H_x$ ) selon que le champ magnétique ou électrique est parallèle à l'axe d'invariance du problème (au strip). Pour ces deux types de polarisation, l'équation d'Helmholtz a la même forme[20] :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\nu_j^2 \right] \Psi_j(x, y) = 0 \quad (1.3)$$

où  $j \in \{1, 2\}$  est l'indice du milieu et  $\psi_j(x, y) = E_{jz}(x, y)$  pour la polarisation TE et  $\psi_j(x, y) = H_{jz}(x, y)$  pour la polarisation TM.

La fonction propre  $\psi_j(x, y)$  peut s'écrire comme une superposition des ondes montantes (notées  $\psi_j^+(x, y)$ ) et des ondes descendantes (notées  $\psi_j^-(x, y)$ ), c'est à dire :

$$\psi_j(x, y) = \psi_j^-(x, y) + \psi_j^+(x, y) \quad (1.4)$$

Utilisant la méthode de séparation des variables, nous posons

$$\Psi_j(x, y) = U_j(x)Y_j(y) \quad (1.5)$$

En portant l'équation (1.5) dans (1.3), puis en divisant par  $U_j(x)Y_j(y)$ , on obtient que  $\frac{1}{Y_j(y)} \frac{d^2}{dy^2} Y_j(y)$  est forcément une constante égale à  $-\beta_j^2$ . Soit :

$$\frac{d^2}{dy^2} Y_j(y) = -\beta_j^2 Y_j(y) \quad (1.6)$$

On aboutit à une équation aux valeurs propres de la forme :

$$\left[ \frac{d^2}{dx^2} + k^2\nu_j^2 \right] U_j(x) = \beta_j^2 U_j(x) \quad (1.7)$$

Du fait de la périodicité du réseau et de l'harmonicité de l'onde incidente, le champ en  $x$  et en  $x+d$  pour l'ordre  $q$  ne diffère que d'un facteur de phase, d'où

$$U_{jq}(x+d) = \exp(-i\alpha_0 d) U_{jq}(x) \quad (1.8)$$

La fonction  $U_{jq}(x) \exp(i\alpha_0 x)$  est périodique de période  $d$ , donc développable en série harmonique de Fourier, c'est-à-dire :

$$\frac{U_{jq}(x)}{\exp(-i\alpha_0 x)} = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} U_{jm q} \exp(-ik_m x) \quad (1.9)$$

avec  $k_m = m \frac{2\pi}{d}$

Pour les besoins du calcul numérique, cette somme est tronquée à un ordre  $M$  :

$$\frac{U_{jq}(x)}{\exp(-i\alpha_0 x)} = \sum_{m=-M}^{m=M} U_{jm q} \exp(-ik_m x)$$

On peut écrire

$$U_{jq}(x) = \sum_{m=-M}^{m=M} U_{jm q} \exp(-i\alpha_m x) \quad (1.10)$$

$M$  est l'ordre de la troncature. Nous introduisons le produit scalaire  $\langle f(x), g(x) \rangle$  de deux fonctions périodiques :

$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{d} \int_0^d f(x) g^*(x) dx \quad (1.11)$$

où  $g^*$  est le complexe conjugué de  $g$ . En introduisant l'équation (1.9) dans (1.7) et en projetant sur la base  $\exp(ik_p x)$ , nous obtenons une équation matricielle de la forme :

$$\left[ k^2 \nu_j [I] - [\alpha] [\alpha] \right] [U_{jq}] = \left( \beta_{jq}^M \right)^2 [U_{jq}] \quad (1.12)$$

avec

$[I]$  : matrice identité,

$[\alpha]$  : matrice diagonale dont les éléments sont  $\alpha_m$ ,  $\alpha_m = \alpha_0 + m \frac{2\pi}{d}$ ,

$[U_{jq}]$  : Vecteur propre de l'équation (1.12) dont les composantes sont  $U_{jm q}$ ,

Pour le milieu homogène et dans le système de coordonnées cartésien, la solution de l'équation 1.12 est triviale, nous avons :

$$\beta_{jq}^2 = k^2 \nu_j^2 - \alpha_q^2 \quad (1.13)$$

et

$$U_{jmq} = \delta_{mq} \quad (1.14)$$

où  $\delta$  désigne le symbole de Kronecker et  $j \in \{1, 2\}$ .

### 1.1.3 Les composantes tangentielles du champ

#### 1.1.3.1 Polarisation TM

Dans ce cas le champ magnétique  $\mathbf{H}$  est parallèle à l'axe d'invariance du problème ( $E_z = 0, H_z, E_y, E_x$ ) et d'après l'équation de Maxwell, on a :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = i\omega \varepsilon_0 \nu^2 \mathbf{E}, \quad (1.15)$$

avec  $\frac{\partial}{\partial t} = i\omega$  et  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ .

D'après l'équation (1.4), on peut écrire :

$$E_{jx} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0 \nu_j^2} \partial_y (H_{jz}^- + H_{jz}^+) \quad (1.16)$$

avec

$$\begin{cases} H_{jz}^- = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^- \exp(i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(x) \\ H_{jz}^+ = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^+ \exp(-i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(x) \end{cases} \quad (1.17)$$

et

$$U_{jq}(x) = \sum_{m=-M}^{m=+M} U_{jmq} \exp(-i\alpha_0) \exp(-ik_m x) \quad (1.18)$$

En tenant compte des équations (1.4), (1.16), (1.17) et (1.18), l'expression de  $E_{jx}$  dévient :

$$[E_{jx}] = \frac{-1}{\omega \varepsilon_0 \nu_j^2} [U_{jmq}] \left( [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^+] - [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^-] \right) \quad (1.19)$$

#### 1.1.3.2 Polarisation TE

Dans ce cas le champ électrique  $\mathbf{E}$  est parallèle à l'axe d'invariance du problème  $TE$  ( $H_z = 0, E_z, H_y, H_x$ ) et d'après l'équation de Maxwell, on a :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -i\omega \mu_0 \mathbf{H} \quad (1.20)$$

donc

$$H_{jx} = \frac{i}{\omega\mu_0} \partial_y (E_{jz}^- + E_{jz}^+) \quad (1.21)$$

avec

$$\begin{cases} E_{jz}^- = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^- \exp(i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(x) \\ E_{jz}^+ = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^+ \exp(-i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(x) \end{cases} \quad (1.22)$$

Un raisonnement analogue au cas précédent nous conduit à écrire :

$$[H_{jx}] = \frac{-1}{\omega\mu_0} [U_{jmq}] \left( [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^+] - [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^-] \right) \quad (1.23)$$

★ **Remarques :**

Dans les équations (1.19) et (1.23),

$[U_{jmq}]$  : matrice du vecteur propre de l'équation (1.12),

$[\beta_{jq}^{(M)}]$  : matrice diagonale des valeurs propres de l'équation (1.12),

$[a_{jq}^+]$  et  $[a_{jq}^-]$  : sont les coefficients d'amplitude à calculer,

$M$  : représente l'ordre de troncature.

### 1.1.4 Conditions aux limites

La détermination des coefficients d'amplitude  $[a_{jq}^+]$  et  $[a_{jq}^-]$  se fait en écrivant que les composantes tangentielles du champ total restent continues lors de la traversée de la surface diffractante.

Nous utilisons le principe de la méthode CBCM<sup>1</sup>. Les conditions aux limites à l'interface imposent :

- Le champ électrique tangential doit être continu sur une période entière ;
- Le champ électrique tangential doit être nul sur les strips ;
- Le champ magnétique tangential doit être continu sur le complémentaire des bandes.

<sup>1</sup>Principe de la méthode CBCM : Combined Boundary Conditions Method.

L'idée principale de la méthode CBCM est de combiner les deux dernières conditions en une relation valide sur une période entière.

Pour écrire les conditions aux limites sur une période de la surface qui supporte les rubans métalliques, supposés parfaitement conducteurs, nous introduisons la fonction caractéristique définie par

$$\chi(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < w \\ 0, & w < x < d \end{cases} \quad (1.24)$$

De  $-\infty$  à  $+\infty$ ,  $\chi(x)$  est périodique, donc développable en série de Fourier. Soit,  $\chi(x) = \sum_n \chi_n \exp(-ik_n x)$  d'où,

$$\chi_n = \frac{1}{d} \int_0^d \chi(x) \exp(ik_n x) dx \quad (1.25)$$

avec  $k_n = n \frac{2\pi}{d}$

On peut former la matrice Toeplitz  $[\chi]$ , dont les éléments sont les coefficients de Fourier de rang m-n de  $\chi(x)$  défini par :

$$\chi_{mn} = \chi_{m-n} = \frac{1}{d} \int_0^d \chi(x) \exp(-ik_{m-n} x) dx \quad (1.26)$$

#### 1.1.4.1 Polarisation TM

En traversant la surface de séparation des deux milieux, les composantes tangentielles des champs sont continues, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} E_{1x} - E_{2x} = 0 \\ \chi(x) E_{2x} + g(1 - \chi(x))(H_{1z} - H_{2z}) = 0 \end{cases} \quad \forall x \in [0, d] \quad (1.27)$$

où g est un paramètre numérique homogène à une impédance et tenant compte des différents d'ordre de grandeur des champs électrique et magnétique.

En utilisant les équations (1.19), (1.23) et (1.27), on aboutit à l'équation matricielle de la forme,

$$\begin{bmatrix} a_{1q}^{+1} \\ a_{2q}^{-1} \end{bmatrix} = [L_M]^{-1} [R_M] \begin{bmatrix} a_{1q}^{-1} \\ a_{2q}^{+1} \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

avec

$$[L_M] = \begin{bmatrix} g[\tilde{\chi}] & -g[\tilde{\chi}] + \frac{1}{\nu_2^2}[\chi][\beta_2] \\ \frac{1}{\nu_1^2}[\beta_1] & \frac{1}{\nu_2^2}[\beta_2] \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

et

$$[R_M] = \begin{bmatrix} -g[\tilde{\chi}] & +g[\tilde{\chi}] + \frac{1}{\nu_2^2}[\chi][\beta_2] \\ \frac{1}{\nu_1^2}[\beta_1] & \frac{1}{\nu_2^2}[\beta_2] \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

$$[I] - [\chi(x)] = [\tilde{\chi}(x)] \quad (1.31)$$

#### 1.1.4.2 Polarisation TE

Dans ce cas, les équations de continuité s'écrivent :

$$\begin{cases} E_{1z} - E_{2z} = 0 \\ \chi(x)E_{1z} + g(1 - \chi(x))(H_{1x} - H_{2x}) = 0 \end{cases} \quad \forall x \in [0, d] \quad (1.32)$$

Les équations (1.22), (1.23) et (1.32) donnent l'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} a_{1q}^{+1} \\ a_{2q}^{-1} \end{bmatrix} = [L_E]^{-1} [R_E] \begin{bmatrix} a_{1q}^{-1} \\ a_{2q}^{+1} \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

avec

$$[L_E] = \begin{bmatrix} [I] & -[I] \\ g[\tilde{\chi}][\beta_1] & [\chi] + g[\tilde{\chi}][\beta_2] \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

et

$$[R_E] = \begin{bmatrix} -[I] & [I] \\ g[\tilde{\chi}][\beta_1] & -[\chi] + g[\tilde{\chi}][\beta_2] \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

### 1.1.5 Calcul des efficacités de diffraction

Lorsqu'un réseau de diffraction est utilisé dans un système, il est nécessaire de connaître la distribution de l'énergie entre les différents ordres diffractés.

Pour un ordre de diffraction donné ( qu'il soit réfléchi ou transmis), l'efficacité diffractée est définie par le rapport entre le flux du vecteur de Poynting de cet ordre et le flux du vecteur de Poynting de l'onde incidente. Nous avons ainsi :

$$e_q^d = \left( \frac{\beta_q^1}{\beta_0^1} \right) |a_{1q}^+|^2 \quad (1.36)$$

$$e_q^t = \left( C \frac{\beta_q^j}{\beta_0^1} \right) |a_{jq}^-|^2 \quad (1.37)$$

avec  $e_q^d$  est l'efficacité réfléchie d'ordre  $q$  et  $e_q^t$  est l'efficacité transmises d'ordre  $q$ .

$C$  est une constante dépendant de l'état de polarisation,  $C = 1$  pour la polarisation TE et  $C = \nu_1^2 / \nu_j^2$  pour la polarisation TM.

Dans le cas d'un réseau purement diélectrique (sans pertes), il faut vérifier qu'il y a bien conservation de l'énergie quel que soit le nombre d'ordres de diffraction calculés.

$$\sum_q (e_q^d + e_q^t) = 1 \quad (1.38)$$

Ceci est un des critères de vérification de la bonne implémentation de la méthode.

### 1.1.6 Résultats numériques

Les tableaux suivants représentent les efficacités réfléchies et transmises pour la structure décrite par la figure 1.1. Elles sont calculées en fonction du nombre de troncature  $M$ . Dans le premier cas (TAB.1.1), la polarisation est TM, tandis que pour le deuxième (TAB.1.2), elle est TE.

D'après ces deux tableaux, nous avons vu que la convergence est obtenue pour seulement  $M = 512$ .

POLARISATION TM						
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises		
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$
64	0.0257	0.1796	0.2198	0.0257	0.1794	0.3700
128	0.0257	0.1796	0.2191	0.0257	0.1796	0.3703
256	0.0256	0.1798	0.2185	0.0256	0.1798	0.3706
512	0.0256	0.1799	0.2181	0.0256	0.1799	0.3708

TAB. 1.1 – Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la MMFE classique de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $\lambda = 0.7\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $g = 110 * i$ .

POLARISATION TE						
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises		
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$
64	0.0264	0.1736	0.3614	0.0264	0.1736	0.2386
128	0.0259	0.1769	0.3665	0.0259	0.1769	0.2277
256	0.0258	0.1785	0.3688	0.0258	0.1785	0.2226
512	0.0257	0.1793	0.3699	0.0257	0.1793	0.2201

TAB. 1.2 – Efficacités réfléchies transmises obtenues par la MMFE classique de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $\lambda = 0.7\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $g = 110 * i$ .

## 1.2 Résolution du problème de diffraction par la méthode C combinée avec la méthode CBCM.

### 1.2.1 Introduction et position du problème

La structure étudiée est assimilée a une surface cylindrique avec des motifs métalliques dont les génératrices s'appuient sur la courbe d'équation :

$$y = a(x) = \frac{h}{2} \cos\left(2\pi \frac{x}{d}\right) \quad (1.39)$$

Le champ incident est une onde plane de longueur d'onde  $\lambda$ . Le réseau est illuminé par une onde plane monochromatique de pulsation  $\omega$ , de longueur d'onde  $\lambda$ , de nombre d'onde  $k$ . Son vecteur d'onde s'écrit,

$$k^{inc} = \begin{cases} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{cases} \quad (1.40)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_0 = k\nu_1 \sin \theta_0 \\ \beta_0 = -k\nu_1 \cos \theta_0 \end{cases} \quad (1.41)$$

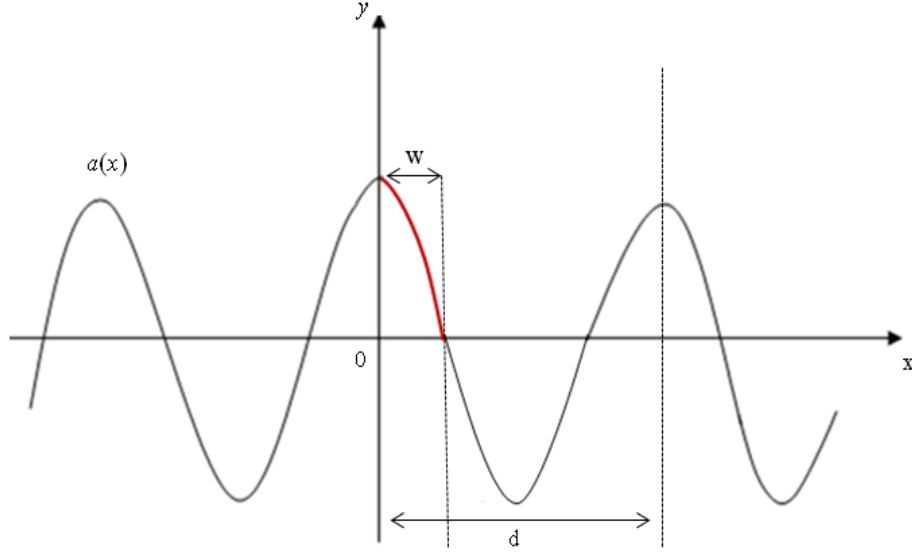


FIG. 1.2 – La structure considérée et géométrie du problème de diffraction.

où  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$  désigne le nombre d'onde dans le vide, soit dans notre cas, la norme du vecteur d'onde incident.  $\theta_0$  est l'angle d'incidence,  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  désignent la permittivité et la perméabilité du vide respectivement.

## 1.2.2 La méthode des coordonnées curvilignes

### 1.2.3 Changement de coordonnées

Dans la méthode des coordonnées curvilignes, nous nous plaçons dans le système de coordonnées  $(x^1, x^2, x^3)$ , dit de translation[13], défini à partir du repère cartésien  $(x, y, z)$  par la relation suivante :

$$\begin{cases} x^1 = x, \\ x^2 = u = y - a(x), \\ x^3 = z. \end{cases} \quad (1.42)$$

Le profil d'équation  $y = a(x)$  coïncide avec le plan  $x^2 = 0$  dans ce système de coordonnées.

Le tenseur métrique du système de translation est donné par :

$$(g^{lm}) = \begin{bmatrix} g^{11} & g^{12} & g^{13} \\ g^{21} & g^{22} & g^{23} \\ g^{31} & g^{32} & g^{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\dot{a} & 0 \\ -\dot{a} & 1 + \dot{a}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.43)$$

avec,

$$\dot{a} = \frac{da(x)}{dx}$$

La dépendance temporelle est assurée par le facteur multiplicatif  $\exp(i\omega t)$ . A partir des équations de Maxwell et des relations de milieu on obtient les relations suivantes qui relient les amplitudes complexes des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$

$$\begin{cases} \xi^{lmn} \partial_m E_n = -i\omega\mu_0\sqrt{g}g^{lm} H_m \\ \xi^{lmn} \partial_m H_n = i\omega\varepsilon_0\nu^2\sqrt{g}g^{lm} E_m \end{cases} \quad (1.44)$$

$\epsilon$  et  $\mu$  désignent respectivement la permittivité, éventuellement complexe, et le perméabilité du milieu.  $g^{lm}$  sont les composantes contravariantes du tenseur métrique,  $g$  est le déterminant de la matrice  $(g_{lm})$  des composantes covariantes de ce même tenseur.

$\xi^{lmn}$  est l'indicateur de Levi-Civita défini par :

$$\xi^{lmn} = \begin{cases} 0 & \text{si deux indices sont Egaux} \\ +1 & \text{pour un nombre pair de permutations des indices lmn} \\ -1 & \text{pour un nombre impair de permutations des indices lmn} \end{cases}$$

### 1.2.4 Résolutions

Le problème étant invariant selon la direction correspondant à  $z$ , les composantes des champs peuvent toutes s'écrire à partir de  $E_z$  et  $H_z$ ; c'est dire que toute solution peut s'exprimer comme combinaison linéaire du mode TE ( $H_z = E_x = E_u = 0$ ). et du mode TM ( $E_z = H_x = H_u = 0$ ). Pour chaque mode, le système (1.44) peut être réécrit en ne conservant que les deux composantes tangentielles non nulles :  $E_z$  et  $H_x$  en mode TE, et  $H_z$  et  $E_x$  en mode TM. Le système auquel on aboutit est le même pour les deux types de polarisation :

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial u} = d(x) \frac{\partial F}{\partial x} - ikc(x) G \\ \frac{\partial G}{\partial u} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{i}{k} c(x) \frac{\partial F}{\partial x} \right] - ikF + \frac{\partial}{\partial x} [d(x) G] \end{cases} \quad (1.45)$$

dans lequel on a posé :  $d(x) = \frac{\dot{a}}{1+\dot{a}^2}$   $c(x) = \frac{1}{1+\dot{a}^2}$  avec  $\dot{a} = \frac{da}{dx}$

Les amplitudes complexes des composantes de champs sont liées à  $F$  et  $G$  de la façon suivante :

★ **mode TM** :

$$\begin{cases} ZH_z = F \\ -E_x = G \end{cases} \quad (1.46)$$

★ **mode TE** :

$$\begin{cases} E_z = F \\ ZH_x = G \end{cases} \quad (1.47)$$

avec  $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

Les fonctions périodiques  $c(x)$  et  $d(x)$  sont développées en séries de Fourier :

$$c(x) = \sum_p c_p \exp(-ip2\pi x/d) \quad (1.48)$$

$$d(x) = \sum_p d_p \exp(-ip2\pi x/d) \quad (1.49)$$

La périodicité du réseau et la linéarité des équations de Maxwell conduisent à projeter les inconnues F et G sur une base hilbertienne de fonctions définies par :

$$\exp(-i\alpha_m x) \quad \text{avec} \quad \alpha_m = \alpha_0 + km \frac{\lambda}{d} \quad \text{et} \quad \alpha_0 = k \sin \theta \quad (1.50)$$

et

$$\begin{cases} F(x, u) = \exp(-i\alpha_0 x) \sum_m F_m(u) \exp(-im2\pi x/d) \\ G(x, u) = \exp(-i\alpha_0 x) \sum_m G_m(u) \exp(-im2\pi x/d) \end{cases} \quad (1.51)$$

En introduisant les équations (1.50) et (1.51) dans l'équation (1.45), le système (1.44) s'écrit alors symboliquement :

$$\frac{i}{k} \frac{d\psi_m}{du} = L\psi_m \quad (1.52)$$

L est une matrice fonction du système de coordonnées :

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_p}{k} d_{m-p} & \nu c_{m-p} \\ \nu \delta_{mp} - \frac{\alpha_m \alpha_p}{\nu k^2} c_{m-p} & \frac{\alpha_m}{k} d_{m-p} \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

où  $\delta_{mp}$  est le symbole de Kronecker et  $\psi$  est un vecteur tel que :

$$\psi_m = \begin{pmatrix} F_m(u) \\ G_m(u) \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

Nous nous ramenons à la recherche des valeurs propres et des vecteurs propres de la matrice L en posant :

$$\psi(u) = \phi \exp(-ikru) \quad (1.55)$$

ce qui conduit à l'équation aux valeurs propres

$$r\phi = L\phi \quad (1.56)$$

La solution générale du système (1.56) est une combinaison linéaire des solutions élémentaires :

$$\psi_m(u) = \sum_q s_q \phi_{mq} \exp(-ikr_q u) \quad \text{avec} \quad \phi_{mq} = \begin{pmatrix} F_{mq} \\ G_{mq} \end{pmatrix} \quad (1.57)$$

<i>milieu 1</i>	
$r_q^{(1)}$	$\Re(r_q) = -\cos\theta$ : onde incidente
$r_q^{(1)}$	$\Re(r_q) \succ 0 = \cos\theta_q$ et $\Im(r_q) = 0$ onde propagative
$r_q^{(1)}$	$\Re(r_q) = 0$ et $\Im(r_q) \prec 0$ onde evanescente

TAB. 1.3 – Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 1.

<i>milieu 2</i>	
$r_q^{(2)}$	$\Re(r_q) = -\sqrt{\nu_2^2 - \alpha_q^2}$ et $\Im(r_q) = 0$ onde transmise propagative
$r_q^{(2)}$	$\Re(r_q) = 0$ et $\Im(r_q) \succ 0$ onde transmise evanescente

TAB. 1.4 – Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 2.

### 1.2.5 Expression des composantes tangentielles du champ

On ne conserve que les termes correspondant à l'onde incidente et aux ondes diffractées. Selon le signe de leur partie réelle ou imaginaire [7], les valeurs propres sont associées à des ondes dont la différence réside dans le sens de propagation. Les tableaux 1.3 et 1.4 ci-dessus indiquent les critères de tri.

Finalement, les champs qui correspondent à ces critères peuvent être écrits :

★ *milieu 1* :

$$\begin{cases} F_1(x, u) = \sum_{m=-M}^M \left\{ F_{m0}^{inc} \exp(-ikr_{10}u) + \sum_{n=1}^{2M+1} R_n F_{mn}^{diff} \exp(-ikr_{1n}u) \right\} \exp(-i\alpha_m x) \\ G_1(x, u) = \sum_{m=-M}^M \left\{ G_{m0}^{inc} \exp(-ikr_{10}u) + \sum_{n=1}^{2M+1} R_n G_{mn}^{diff} \exp(-ikr_{1n}u) \right\} \exp(-i\alpha_m x) \end{cases} \quad (1.58)$$

★ *milieu 2* :

$$\begin{cases} F_2(x, u) = \sum_{m=-M}^M \left\{ \sum_{n=1}^{2M+1} T_n F_{mn}^{tr} \exp(-ikr_{2n}u) \right\} \exp(-i\alpha_m x) \\ G_2(x, u) = \sum_{m=-M}^M \left\{ \sum_{n=1}^{2M+1} T_n G_{mn}^{tr} \exp(-ikr_{2n}u) \right\} \exp(-i\alpha_m x) \end{cases} \quad (1.59)$$

Où  $r_{10}$  est la valeur propre qui correspond à l'onde incidente et  $r_{1/2n}$  correspond aux ondes réfléchies et transmises dans les milieux 1 et 2, respectivement.  $R_n$  et  $T_n$  sont les amplitudes réfléchies et transmis déterminées à partir des conditions aux limites.

### 1.2.6 Conditions aux limites

Comme dans la section (1.1.4), nous utilisons la méthode CBCM. Les coefficients  $R_n$  et  $T_n$  sont calculés en écrivant les conditions aux limites.

- *Dans la polarisation TE* : ces conditions s'écrivent

$$\forall 0 < x < d : \begin{cases} F_1(x, u=0) = F_2(x, u=0) \\ \chi(x) F_2(x, u=0) + g\tilde{\chi} \left[ \frac{1}{Z_2} G_2(x, u=0) - \frac{1}{Z_1} G_1(x, u=0) \right] = 0 \end{cases} \quad (1.60)$$

- *Dans la polarisation TM* : les conditions aux limites s'écrivent

$$\forall 0 < x < d : \begin{cases} G_1(x, u=0) = G_2(x, u=0) \\ \chi(x) G_2(x, u=0) + g\tilde{\chi} [F_2(x, u=0) - F_1(x, u=0)] = 0 \end{cases} \quad (1.61)$$

### 1.2.7 Résultats numériques

Les tableaux 1.5 et 1.6 représentent les valeurs des efficacités réfléchies et transmises. Le profil du réseau est décrit par la figure 1.2 et éclairé sous incidence classique.

POLARISATION TM							
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises			Loi de conservation
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$	$\varepsilon$
256	0.0255	0.1803	0.2178	0.0255	0.1803	0.3706	1.00000

TAB. 1.5 – Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la méthode C de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\lambda/d = 0.7$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $g = 0.01i$ .

POLARISATION TE							
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises			Loi de conservation
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$	$\varepsilon$
256	0.0284	0.1723	0.3659	0.0284	0.1723	0.2327	1.000000

TAB. 1.6 – Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la méthode C de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\lambda/d = 0.7$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $g = 0.01i$ .

## Deuxième partie

Résolution du problème de diffraction par un réseau de strips métalliques par l'approche paramétrique (coordonnées adaptatives).



## 1.3 Mise en équations dans le système de coordonnées adaptatives

### 1.3.1 Systèmes de coordonnées adaptatives

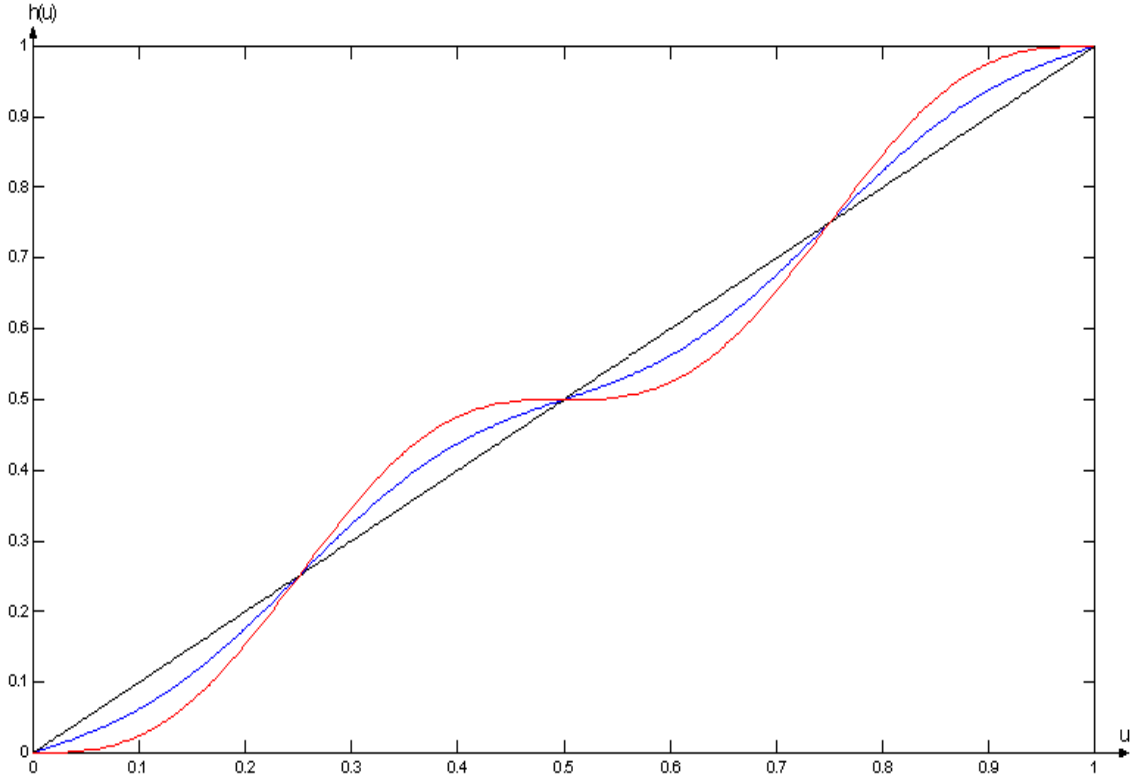
Dans cette partie, nous reprenons la méthode développée par Granet et Guizal[10, 12]. La résolution numérique implique une discrétisation qui détermine le maillage de l'espace. Ceci vaut aussi bien dans le cas apériodique que dans le cas périodique. Plus précisément dans le cas périodique, la fonction représentant les variations spatiales de la permittivité est approximée par sa série de Fourier tronquée et calculée par FFT, ce qui revient à définir la permittivité à partir d'un nombre fini de points régulièrement espacés ; les zones de l'espace où  $\varepsilon$  varie brusquement sont maillées de la même façon que dans celles où elle est constante. On introduit alors un nouveau système de coordonnées permettant de resserrer le maillage dans les zones de discontinuités des milieux physiques. Le changement de coordonnées s'écrit :

$$\begin{cases} x = h(u = x^1) \\ y = x^2 \\ z = x^3 \end{cases} \quad (1.62)$$

où  $h$  est une fonction continûment dérivable monotone. Dans le domaine transformé, les variations de  $\varepsilon$  sont adoucies par rapport au domaine physique. Plus précisément, sur les arêtes du ruban métallique,  $x = 0$  et  $x = w$ , la composante tangentielle du champ électrique des strips présente une singularité difficile à représenter avec des fonctions périodiques. Le nouveau système de coordonnées  $(u(x), y, z)$  accroît alors la résolution spatiale au voisinage des points de discontinuité. Autour de ces derniers, nous voulons qu'une variation  $\Delta u$  de  $u$  entraîne une variation  $\Delta x$  de  $x$  infiniment plus petite. Un tel système peut être le suivant :

$$x = h(x^1) = \begin{cases} u - \eta \frac{w}{2\pi} \sin \frac{2\pi u}{w} & \text{si, } 0 < u < w \\ u - \eta \frac{d-w}{2\pi} \sin \frac{2\pi(u-w)}{(d-w)} & \text{si, } w < u < d \end{cases} \quad (1.63)$$

La figure 1.3 représente la fonction  $h(u)$  pour les trois valeurs du paramètre  $\eta$  qui caractérise l'adaptativité spatiale. La courbe noire correspond à  $\eta = 0$ , bleue pour  $\eta = 0.5$  et rouge pour  $\eta = 1$ .

FIG. 1.3 – Représentation de la fonction  $h(u)$  pour les trois valeurs de  $\eta$ .

### 1.3.2 Résolution des équations de Maxwell sous forme covariante

Nous utilisons la forme covariante des équations de Maxwell-Minkowsky exprimées directement avec les composantes adéquates [ANNEXE A] :

$$\begin{cases} \xi^{ijk} \partial_j E_k = -i\omega B^i \\ \xi^{ijk} \partial_j H_k = +i\omega D^i, 1 \leq i, j \leq 3 \end{cases} \quad (1.64)$$

$\partial_i$  représente la dérivée partielle  $\left(\frac{\partial}{\partial x^i}\right)$  par rapport à  $x^i$ ,  $\xi^{ijk}$  désigne l'indicateur de Levi-Civita tel que :

$$\begin{cases} \xi^{123} = \xi^{231} = \xi^{312} = 1 \\ \xi^{132} = \xi^{213} = \xi^{321} = -1 \end{cases} \quad (1.65)$$

La géométrie apparaît dans les relations constitutives des milieux :

$$\begin{cases} D^i = \varepsilon^{ij} E_j \\ \varepsilon^{ij} = \varepsilon \sqrt{g} g^{ij} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} B^i = \mu^{ij} H_j \\ \mu^{ij} = \mu \sqrt{g} g^{ij} \end{cases} \quad (1.66)$$

Avec le système de coordonnées défini, on obtient :

$$\sqrt{g}g^{ij}(u, y) = \begin{pmatrix} \frac{1}{h} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{h} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{h} \end{pmatrix}, \text{ avec } \dot{h} = \frac{dh}{du} \quad (1.67)$$

$h$  est une fonction continue.

Les composantes contravariantes du tenseur permittivité et de perméabilité s'écrivent :

$$\begin{cases} \varepsilon^{ij}(u, y) = \varepsilon(u, y)\sqrt{g}g^{ij} \\ \mu^{ij}(u, y) = \mu\sqrt{g}g^{ij} \end{cases} \quad (1.68)$$

soit

$$[\varepsilon(u, y)] = \begin{pmatrix} \varepsilon^{11}(u, y) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{22}(u, y) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{33}(u, y) \end{pmatrix} \quad (1.69)$$

et

$$[\mu(u, y)] = \begin{pmatrix} \mu^{11}(u, y) & 0 & 0 \\ 0 & \mu^{22}(u, y) & 0 \\ 0 & 0 & \mu^{33}(u, y) \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

Les  $\varepsilon^{ij}$  sont des fonctions discontinues et les  $\mu^{ij}$  sont des fonctions continues.

Des systèmes d'équations (1.64) et (1.66), on peut extraire les trois équations suivantes :

$$\begin{cases} \partial_y H_z - \partial_z H_y = i\omega D^1 = i\omega\varepsilon^{11} E_u \\ \partial_z H_u - \partial_u H_z = i\omega D^2 = i\omega\varepsilon^{22} E_y \\ \partial_u E_y - \partial_y E_u = i\omega B^3 = -i\omega\mu^{33} H_z \end{cases} \quad (1.71)$$

pour la polarisation TM et

$$\begin{cases} \partial_y E_z - \partial_z E_y = -i\omega\mu^{11} H_u \\ \partial_z E_u - \partial_u E_z = -i\omega\mu^{22} H_y \\ \partial_u H_y - \partial_y H_u = i\omega\varepsilon^{33} E_z \end{cases}$$

pour la polarisation TE.

## 1.4 L'Equation d'Helmholtz

Dans le système de coordonnées adaptatives  $x=h(u)$ , on a :

$$\frac{dx}{du} = \dot{h} \text{ et } \frac{d}{dx} = \dot{h}^{-1} \frac{d}{du} \quad (1.72)$$

L'équation d'Helmholtz devient alors :

$$\left[ \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial u} \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \nu_j^2 \right] \Psi_j(u, y) = 0 \quad (1.73)$$

avec

$$\begin{cases} \Psi_j(u, y) = E_{jz}(u, y) & \text{pour TE} \\ \Psi_j(u, y) = H_{jz}(u, y) & \text{pour TM} \end{cases} \quad (1.74)$$

La fonction propre  $\psi_j(u, y)$  peut s'écrire comme une superposition des ondes montantes (notée  $\psi_j^+(u, y)$ ) et des ondes descendantes (notée  $\psi_j^-(u, y)$ ), c'est à dire :

$$\psi_j(u, y) = \psi_j^-(u, y) + \psi_j^+(u, y),$$

Pour résoudre l'équation (1.73), nous utilisons la méthode de séparation des variables. Posons :

$$\Psi_j(u, y) = U_j(u) Y_j(y) \quad (1.75)$$

Portons l'équation (1.75) dans (1.73) et divisons par  $U_j(u) Y_j(y)$  :

$$\frac{d^2}{dy^2} Y_j(y) = -\beta_j^2 Y_j(y) \quad (1.76)$$

On obtient une équation de la forme :

$$\left[ \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial u} \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial u} + k^2 \nu_j^2 \right] U_j(u) = \beta_j^2 U_j(u) \quad (1.77)$$

La solution générale est obtenue par combinaison linéaire des fonctions propres  $U_q$  de cette équation et chaque fonction propre  $U_q$  est développé sur la base  $\exp(-ik_q u)$ , d'où :

$$U_{jq}(u) = \sum_{m=-M}^{m=+M} U_{jm_q} \exp(-i\alpha_0 u) \exp(-ik_m u)$$

avec

$$U_{mq} = \frac{1}{d} \int_0^d \exp(-ik_q h(u)) \cdot \exp(ik_m u) du \quad \text{et} \quad k_q = (q) \frac{2\pi}{d}$$

Après projection de l'équation (1.77) sur la base  $\exp(ik_p u)$ , nous avons une équation matricielle de la forme :

$$\left[ k^2 \nu_j [I] - [\hbar]^{-1} [\alpha] [\hbar]^{-1} [\alpha] \right] [U_q] = \left( \beta_{jq}^M \right)^2 [U_q] \quad (1.78)$$

avec

[I] : matrice identité,

[ $\alpha$ ] : matrice diagonale dont les éléments sont  $\alpha_m$ ,

$[\dot{h}]$  : matrice toeplitz obtenu à partir des coefficients de Fourier de la fonction  $\dot{h}$ ,

$[U_q]$  : Vecteur propre de l'équation (1.78) dont les composantes sont  $U_{mq}$ ,

$(\beta_{jq}^M)^2$  : Valeur propre de l'équation (1.78),

## 1.5 Expression des composantes tangentielles du champs électromagnétique

### 1.5.1 Polarisation TM

Dans le système de coordonnées adaptatives (1.63), la composante  $E_u$  du champ s'écrit :

$$E_u = \frac{dx}{du} E_x (x = h(x^1)) = \dot{h} E_x (x = h(x^1)) \quad (1.79)$$

D'après l'équation de Maxwell (1.16), on a :

$$E_{ju} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0 \nu_j^2} \dot{h} \partial_y (H_{jz}^- + H_{jz}^+) \quad (1.80)$$

avec

$$\begin{cases} H_{jz}^- = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^- \exp(i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(u) \\ H_{jz}^+ = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^+ \exp(-i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(u) \end{cases} \quad (1.81)$$

et

$$U_{jq}(u) = \sum_{m=-M}^{m=+M} U_{jmq} \exp(-i\alpha_0 u) \exp(-ik_m u) \quad (1.82)$$

En tenant compte de la périodicité de la fonction  $\dot{h}(u)$  sur  $d$  (développable en série du Fourier) et de l'équation (1.80), l'expression de  $E_{ju}$  dévient :

$$[E_{ju}] = \frac{-1}{\omega \varepsilon_0 \nu_j^2} [\dot{h}] [U_{jmq}] \left( [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^+] - [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^-] \right) \quad (1.83)$$

### 1.5.2 Polarisation TE

Dans ce cas,  $H_u$  s'écrit :

$$H_u = \frac{dx}{du} H_x (x = h(x^1)) = \dot{h} H_x (x = h(x^1)) \quad (1.84)$$

d'où

$$H_{ju} = \frac{i}{\omega\mu_0} \dot{h} \partial_y (E_{jz}^- + E_{jz}^+) \quad (1.85)$$

avec

$$\begin{cases} E_{jz}^- = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^- \exp(i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(u) \\ E_{jz}^+ = \sum_{q=-M}^{q=+M} a_{jq}^+ \exp(-i\beta_{jq}^{(M)}(y)) U_{jq}(u) \end{cases} \quad (1.86)$$

Un raisonnement analogue au cas précédent nous conduit à écrire :

$$[H_{ju}] = \frac{-1}{\omega\mu_0} [\dot{h}] [U_{jmq}] \left( [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^+] - [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^-] \right) \quad (1.87)$$

## 1.6 Conditions aux limites

### 1.6.1 Polarisation TM

Entre les régions 1 et 2 ( $y=0$ ), les composantes tangentielles des champs sont continues :

$$\begin{cases} E_{1u} - E_{2u} = 0 \\ \chi(x) E_{2u} + g(1 - \chi(x)) (H_{1z} - H_{2z}) = 0 \quad \forall u \in [0, d] \end{cases} \quad (1.88)$$

En combinant les équations (1.81),(1.83) et (1.88), on aboutit à l'équation matricielle de la forme,

$$\begin{bmatrix} a_{1q}^{+1} \\ a_{2q}^{-1} \end{bmatrix} = [L_{M_p}]^{-1} [R_{M_p}] \begin{bmatrix} a_{1q}^{-1} \\ a_{2q}^{+1} \end{bmatrix} \quad (1.89)$$

avec

$$[L_{M_p}] = \begin{bmatrix} g[\tilde{\chi}] [U_{1mq}] & -g[\tilde{\chi}] [U_{2mq}] + \frac{1}{v_2^2} [\chi] [\dot{h}] [U_{2mq}] [\beta_{2mq}] \\ \frac{1}{v_1^2} [\dot{h}] [U_{1mq}] [\beta_{1q}] & \frac{1}{v_2^2} \cdot [\dot{h}] [U_{2mq}] [\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (1.90)$$

et

$$[R_{M_p}] = \begin{bmatrix} -g[\tilde{\chi}] [U_{1mq}] & +g[\tilde{\chi}] [U_{2mq}] + \frac{1}{v_2^2} [\chi] [\dot{h}] [U_{2mq}] [\beta_{2mq}] \\ \frac{1}{v_1^2} [\dot{h}] [U_{1mq}] [\beta_{1q}] & \frac{1}{v_2^2} \cdot [\dot{h}] [U_{2mq}] [\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (1.91)$$

## 1.6.2 Polarisation TE

Entre les régions 1 et 2, les équations de continuité s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{1z} - E_{2z} = 0 \\ \chi(x)E_{1z} + g(1 - \chi(x))(H_{1u} - H_{2u}) = 0 \end{array} \right. \quad \forall u \in [0, d] \quad (1.92)$$

avec

$$[I] - [\chi(u)] = [\tilde{\chi}(u)] \quad (1.93)$$

D'après les équations (1.85), (1.86) et (1.92), nous avons une équation matricielle de la forme :

$$\begin{bmatrix} a_{1q}^{+1} \\ a_{2q}^{-1} \end{bmatrix} = [L_{E_p}]^{-1} [R_{E_p}] \begin{bmatrix} a_{1q}^{-1} \\ a_{2q}^{+1} \end{bmatrix} \quad (1.94)$$

avec

$$[L_{E_p}] = \begin{bmatrix} g[\tilde{\chi}][U_{1mq}] & -g[\tilde{\chi}][U_{2mq}] + \frac{1}{\nu_2^2}[\chi][\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \\ \frac{1}{\nu_1^2}[\dot{h}][U_{1mq}][\beta_{1q}] & \frac{1}{\nu_2^2}[\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (1.95)$$

et

$$[R_{E_p}] = \begin{bmatrix} -[U_{1mq}] & [U_{2mq}] \\ g[\tilde{\chi}][\dot{h}][U_{1mq}][\beta_{1q}] & -[\chi][U_{2mq}] + g[\tilde{\chi}][\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (1.96)$$

## 1.7 Résultats numériques

Nous donnons les efficacités sous forme des tableaux et nous prendrons successivement les deux types de polarisation avec les deux méthodes. Les tableaux 1.7, 1.8, 1.9 et 1.10 représentent les valeurs des efficacités réfléchies et transmises. Le profil du réseau est décrit par la figure 1.1 pour la méthode MMFE et figure 1.2 pour la méthode C.

POLARISATION TM						
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises		
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$
6	0.0255	0.1803	0.2178	0.0255	0.1803	0.3706
8	0.0256	0.1801	0.2176	0.0256	0.1801	0.3710
10	0.0256	0.1801	0.2175	0.0256	0.1801	0.3711
16	0.0256	0.1801	0.2175	0.0256	0.1801	0.3711
64	0.0256	0.1801	0.2174	0.0256	0.1801	0.3711
128	0.0256	0.1801	0.2174	0.0256	0.1801	0.3711

TAB. 1.7 – Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la MMFE combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\lambda/d = 0.7$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\eta = 1$ ,  $g = 110 * i$ .

POLARISATION TE						
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises		
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$
6	0.0284	0.1723	0.3659	0.0284	0.1723	0.2327
8	0.0260	0.1764	0.3666	0.0260	0.1764	0.2285
10	0.0259	0.1778	0.3676	0.0259	0.1778	0.2251
16	0.0257	0.1795	0.3700	0.0257	0.1795	0.2196
64	0.0256	0.1801	0.3711	0.0256	0.1801	0.2175
128	0.0256	0.1801	0.3711	0.0256	0.1801	0.2174

TAB. 1.8 – Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la MMFE combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.1. Les paramètres sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\lambda/d = 0.7$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\eta = 1$ ,  $g = 110 * i$ .

POLARISATION TM						
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises		
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$
32	0.0255	0.1803	0.2178	0.0255	0.1803	0.3706

TAB. 1.9 – Efficacités réfléchies et transmises obtenues par la méthode C combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\lambda/d = 0.7$ ,  $w = d/2$ ,  $h = 0$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\eta = 1$ ,  $g = 0.01i$ .

POLARISATION TE						
	Efficacités réfléchies			Efficacités transmises		
<b>M</b>	$e_{-2}^d$	$e_{-1}^d$	$e_0^d$	$e_{-2}^t$	$e_{-1}^t$	$e_0^t$
32	0.0284	0.1723	0.3659	0.0284	0.1723	0.2327

TAB. 1.10 – Efficacités diffractées et transmises obtenues par la méthode C combinée avec la méthode ASR et CBCM de la structure décrite par la figure 1.2. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\lambda/d = 0.7$ ,  $w = d/2$ ,  $h = 0$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\eta = 1$ ,  $g = 0.01i$ .

# Troisième partie

## Validation et Avantages de la méthode ASR.



## 1.8 Validation de la méthode adaptative

### 1.8.1 Comparaison avec les autres méthodes

Nous avons validé la méthode des coordonnées adaptatives par comparaison avec les résultats obtenus avec la méthode de Riemann-Hilbert[21].

	C	C	MMFE	MMFE
ordre	$\text{eff}_q^d$	$\text{eff}_q^t$	$\text{eff}_q^d$	$\text{eff}_q^t$
-2	0.0256	0.0256	0.0256	0.0256
-1	0.1797	0.1797	0.1800	0.1800
0	0.3705	0.2187	0.3709	0.2178

TAB. 1.11 – Efficacités diffractées et transmises obtenues par les méthodes C et MMFE combinées avec la méthode de coordonnée adaptative. Les paramètres de la structure sont :  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $h = 0\mu m$ ,  $\lambda = .7\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ .

Les résultats sont les mêmes que celles de Riemann-Hilbert. De plus les valeurs de  $\epsilon$  sur les tableaux 1.5 et 1.6 montre que le théorème de la conservation de l'énergie est vérifié.

### 1.8.2 Calcul du champ proche

Le calcul du champ proche constitue également un critère de validation très sévère. Les figures 1.4 et 1.5 montrent qu'il est possible de représenter la singularité de la composante tangentielle du champ électrique (polarisation TM) et on peut noter l'absence totale d'oscillations.

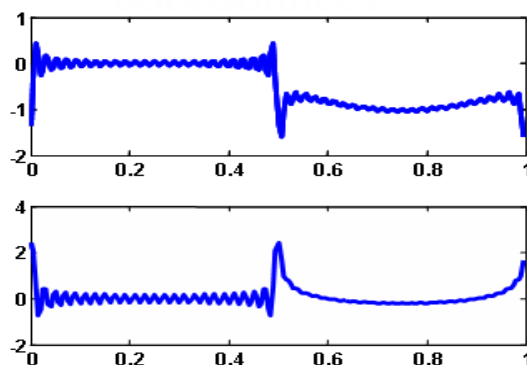


FIG. 1.4 – La composante tangentielle du champ électrique  $E_x$  sur les strips gratings pour l'incidence normale calculée dans le système des coordonnées  $(x, y, z)$ . Les paramètres de la structure sont :  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\lambda = 0.7\mu m$ .

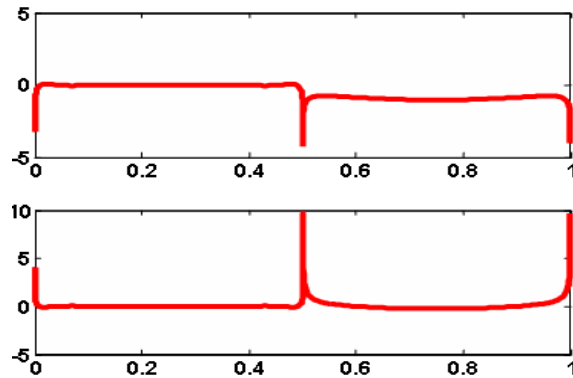


FIG. 1.5 – La composante tangentielle du champ électrique  $E_u = hE_x$  sur les strips gratings pour l'incidence normale calculée dans le système des coordonnées  $(u, y, z)$ . Les paramètres de la structure sont identiques à ceux de la figure FIG.1.4.

### 1.8.3 Le principe de réciprocité

Dans le problème 1, le réseau est éclairé sous une incidence  $\theta_0$  par une onde plane de puissance unité, on récupère dans l'ordre  $q$  (angle  $\theta_q$ ) une densité de puissance (flux du vecteur de Poynting)  $e_q$  égale à l'efficacité dans cet ordre. En considérant le cas inverse (problème 2), le même réseau est éclairé sous l'incidence  $\theta_0 = -\theta_q$  par une onde plane de puissance unité, on récupère dans l'ordre  $q$  (angle  $\theta_q = -\theta_0$ ) une densité de puissance égale à l'efficacité  $e_q$ .

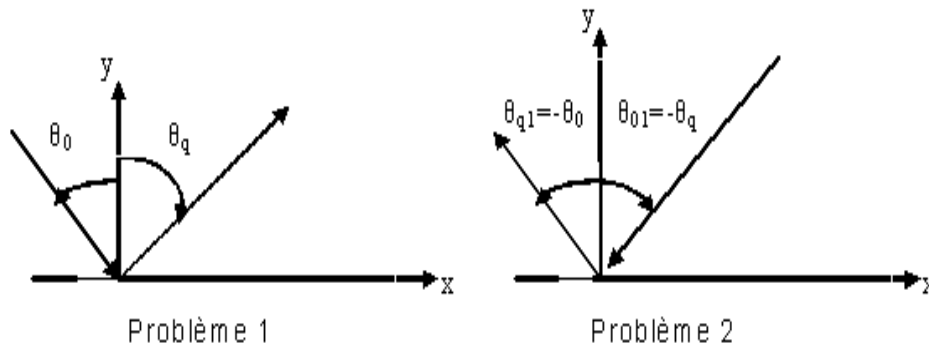


FIG. 1.6 – Illustration du principe des critères de réciprocité.

Pour les ondes diffractées, la formule du réseau est donnée par :

$$\sin(\theta_{qd}) = \sin(\theta_0) + q \frac{\lambda}{d}$$

Pour les ondes réciproques, l'angle de diffraction est défini par :

$$\sin(\theta_{qr}) = -(\sin(\theta_0) + q \frac{\lambda}{d}) + q \frac{\lambda}{d} = -\sin(\theta_0)$$

Alors l'expression de l'onde réciproque incidente s'écrit :

$$-\sin(\theta_q = \sin(\theta_{qd}) = -(\sin(\theta_0) + q\frac{\lambda}{d}))$$

Les tableaux 1.12 et 1.13 montrent les valeurs des efficacités pour les ondes directes et réciproques.

POLARISATION TM								
	Ondes directes(Problème 1, $\theta_0 = 26$ )			Ondes réciproques(Problème 2)				
M	Ordre	Angle diff	$\text{eff}_q^d$	$\text{eff}_q^t$	Angle Inc	Angle diff	$\text{eff}_q^d$	$\text{eff}_q^t$
	-2	74.0765	0.0256	0.0256	-74.0765	-26	0.0256	0.0256
8	-1	15.1667	0.1801	0.1801	-15.1667	-26	0.1801	0.1801
	0	26	0.2176	0.3710	-26	-26	0.2176	0.3710

TAB. 1.12 – Comparaison des ondes directes et ondes réciproques en polarisation TM pour  $c = 0.5\mu m$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $\lambda = 0.7\mu m$ ,  $\theta = 26^\circ$ .

POLARISATION TE								
	Ondes directes(Problème 1, $\theta_0 = 26$ )			Ondes réciproques(Problème 2)				
M	Ordre	Angle diff	$\text{eff}_q^d$	$\text{eff}_q^t$	Angle Inc	Angle diff	$\text{eff}_q^d$	$\text{eff}_q^t$
	-2	-74.0765	0.0256	0.0256	74.0765	-26	0.0256	0.0256
8	-1	-15.1667	0.1802	0.1802	15.1667	-26	0.1802	0.1802
	0	26	0.3712	0.2173	-26	-26	0.3712	0.2173

TAB. 1.13 – Comparaison des ondes directes et ondes réciproques en polarisation TE pour  $c = 0.5\mu m$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $\lambda = 0.7\mu m$ ,  $\theta = 26^\circ$ .

Le principe de réciprocité stipule que la densité (angulaire) de puissance diffractée dans une direction donnée n'est pas modifiée en changeant le sens de propagation de la lumière. D'après ces résultats, nous pouvons dire que notre code vérifie bien le théorème de réciprocité.

## 1.9 Avantages de la méthode adaptative

Les figures 1.7, 1.8 et 1.9 représentent les courbes des convergences de l'efficacité réfléchie et transmise d'ordre zéro en fonction de l'ordre de troncature.

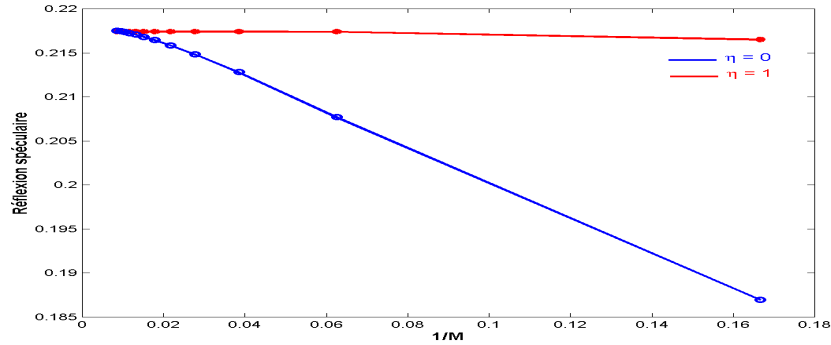


FIG. 1.7 – Convergence de l'efficacité diffractée d'ordre zéro en fonction de l'inverse de l'ordre de troncature en polarisation TM. La courbe bleue correspond à la formulation standard ( $\eta = 0$ ) et rouge à la formulation paramétrique ( $\eta = 1$ ). Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $\varepsilon_3 = 1$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\lambda = 0.7\mu m$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = 0.5\mu m$ ,  $h = 0\mu m$ .

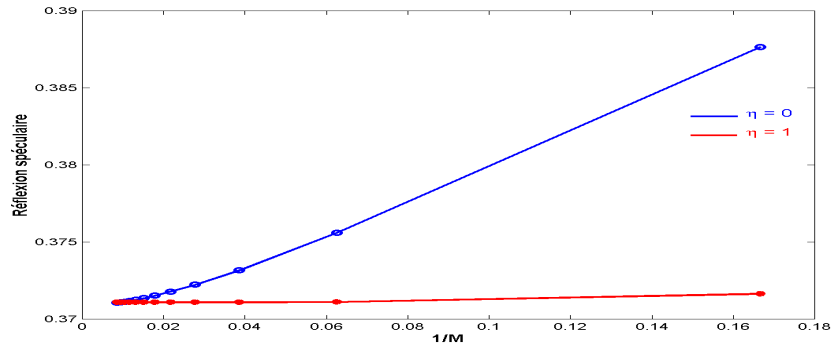


FIG. 1.8 – Convergence de l'efficacité transmise d'ordre zéro en fonction de l'inverse de l'ordre de troncature en polarisation TM. La courbe bleue correspond à la formulation standard ( $\eta = 0$ ) et rouge à la formulation paramétrique ( $\eta = 1$ ). Les paramètres de la structure sont identiques à ceux de la figure FIG.1.4

Ces figures montrent que la convergence est nettement meilleur par la méthode paramétrique  $\eta = 1$  que par la formulation standard  $\eta = 0$ .

Nous utiliserons cette méthode pour étudier les ondes de surfaces que peuvent supporter ces réseaux lorsque que leur période est inférieure à la longueur d'onde (qui seront détaillés dans le chapitre 3).

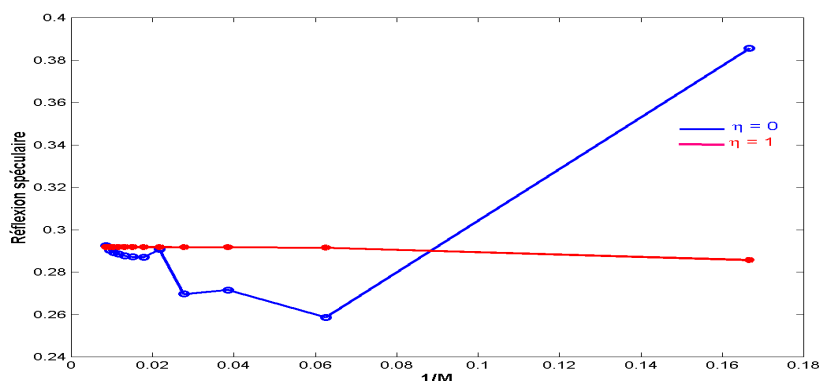


FIG. 1.9 – Convergence de l'efficacité diffractée d'ordre zero en fonction de l'inverse de l'ordre de troncature en incidence oblique. La courbe bleue correspond à la formulation standard ( $\eta = 0$ ) et rouge à la formulation paramétrique ( $\eta = 1$ ). Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $h = 0\mu m$ ,  $w = d/2\mu m$ ,  $\lambda = 0.7\mu m$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ .

## 1.10 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre décrit les outils de modélisation de base que nous allons utiliser pour dimensionner ou retrouver une estimation des paramètres des structures planaires parfaitement conductrices étudiées au cours de ce travail : la Modal Method by Fourier Expansion, Combined Boundary Conditions Method et la méthode des coordonnées curvilignes. Elles ont été développées en utilisant le langage de programmation Matlab. Les problèmes liés aux discontinuités des champs et les problèmes de convergence sont résolus grâce à l'introduction d'un système des coordonnées adaptatives. Ce formalisme permettra de calculer rigoureusement les champs de la structure et de déterminer les pôles complexes (chap 2 et 3) de la matrice de diffraction. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait qu'elle peut s'adapter facilement à des milieux inhomogènes et à des surfaces quelconques.

---

# EXTENSION DES MÉTHODES ASR ET CBCM À LA DIFFRACTION OBLIQUE. APPLICATION : RÉSOLUTIONS DU PROBLÈME DE DIFFRACTION SUR LES STRIP GRATINGS.

---

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons utiliser la Modal Method by Fourier Expansion (MMFE) [22] pour étudier les problèmes de diffraction sur des structures planaires multicouches avec motifs métalliques et la méthode C pour les réseaux en relief avec motifs métalliques, combinées avec les techniques des CBCM et ASR.

Nous étudions les structures décrites par les figures FIG 2.2, FIG 2.3, FIG 2.7 et FIG 2.8 et nous nous proposons une extension de ces techniques au cas de la diffraction oblique (incidence conique)<sup>1</sup>. Ces méthodes permettant de résoudre de façon rigoureuse les comportements de l'onde électromagnétique par ces structures.

Le problème en incidence conique est peu différent de celui en incidence classique. En effet, les comportements électromagnétiques de l'onde dépendent fortement de l'état de polarisation. Il est nécessaire d'approcher l'utilisation réelle de la polarisation de la lumière incidente (mis en jeu simultanément des polarisations TM et TE) et d'offrir une plus grande possibilité d'éclairement de la surface diffractante. C'est le cas de l'incidence conique.

---

<sup>1</sup>La diffraction oblique ou conique est un cas pour laquelle les équations sont résolues par une combinaison linéaire des solutions TM ( $H_z = 0$ ) et TE ( $E_z = 0$ )

## 2.2 Présentation de la diffraction conique

Dans le cas de la diffraction oblique, le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  a une composante suivant la direction Oz du réseau. Alors,  $\mathbf{k}$  possède trois composantes non nulles,

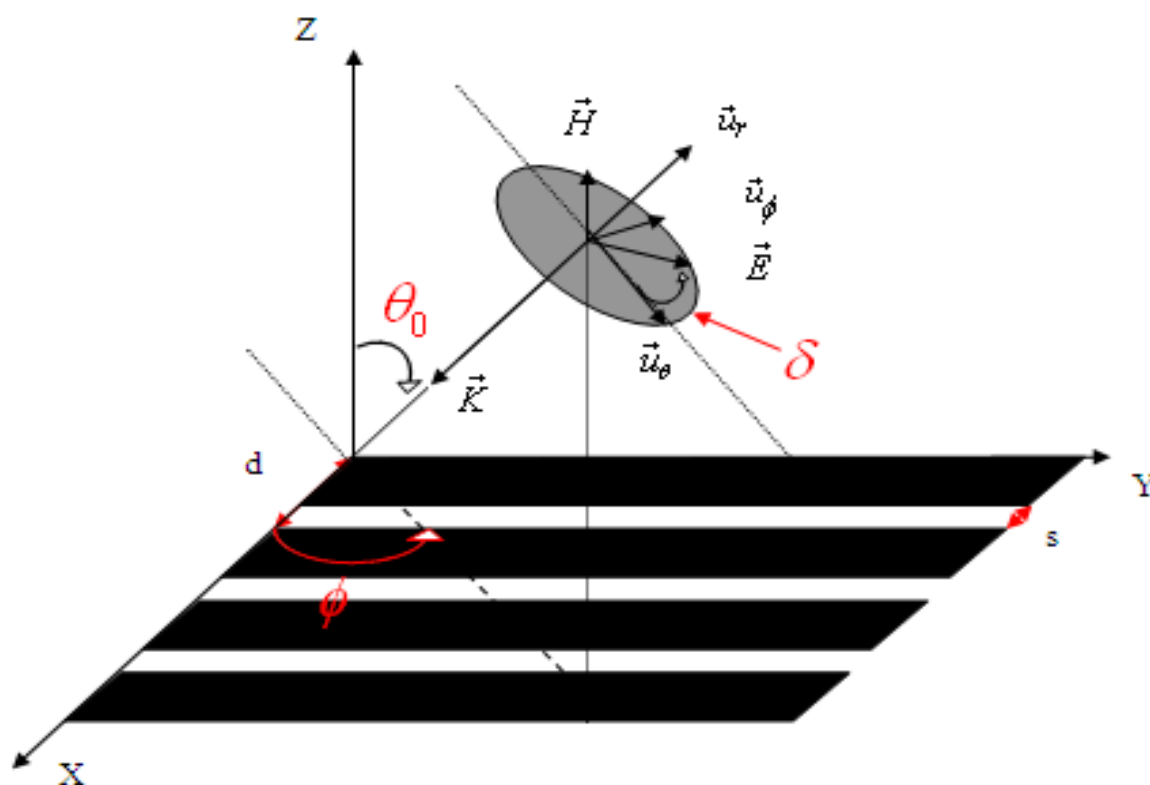


FIG. 2.1 – Description de l'onde incidente en conique et des angles d'Euler ( $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\delta$ ).

$$k^{inc} = \begin{cases} k_0 \alpha_0 \\ k_0 \beta_0 \\ k_0 \gamma_0 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \alpha_0 = -\sin(\theta_0) \cos(\phi) \\ \beta_0 = -\sin(\theta_0) \sin(\phi) \\ \gamma_0 = -\cos(\theta_0) \end{cases} \quad (2.1)$$

et où  $k_0$  désigne le nombre d'onde dans le vide, soit dans notre cas, la norme du vecteur d'onde incident.  $\theta_0$  et  $\phi$  sont respectivement nommés angle de conicité et de précession. La polarisation de l'onde incidente <sup>2</sup>est donnée par  $\delta$ .

On distinguera deux cas fondamentaux de polarisation, notés TE et TM <sup>3</sup>.

<sup>2</sup>L'angle  $\delta$  définit la polarisation de l'onde plane incidente. Selon les communautés, les différentes polarisations ne s'appellent pas de la même façon.

<sup>3</sup>Lorsque  $\delta=0$ , on parle de polarisation parallèle P (parallèle), ou polarisation V (verticale) ou TMz, ( $H_z=0$ ), transverse magnétique par rapport à l'axe Oz. Dans les deux premiers cas, on fait référence au plan

## 2.3 Résolution par la méthode de discrétisation spatiale adaptative

### 2.3.1 Géométrie et position du problème

Les structures considérées sont infiniment longues en  $z$  et périodiques suivant  $x$ , de période  $d$ , comme les montrent les figures 2-2 et 2-3. Pour les deux structures, le milieu incident est toujours l'air  $\varepsilon_1 = 1$  (superstrat  $j=1$ ) et de perméabilités  $\mu_1$ , le substrat est un plan de masse (métal infiniment conducteur, de hauteur semi-infinie). Pour la figure 2.2, la couche diélectrique est homogène de permittivité  $\varepsilon_2$  et de perméabilité  $\mu_2$ , tandis que pour la figure 2.3, elle est inhomogène de permittivité  $\varepsilon_{21}$  et  $\varepsilon_{22}$ .

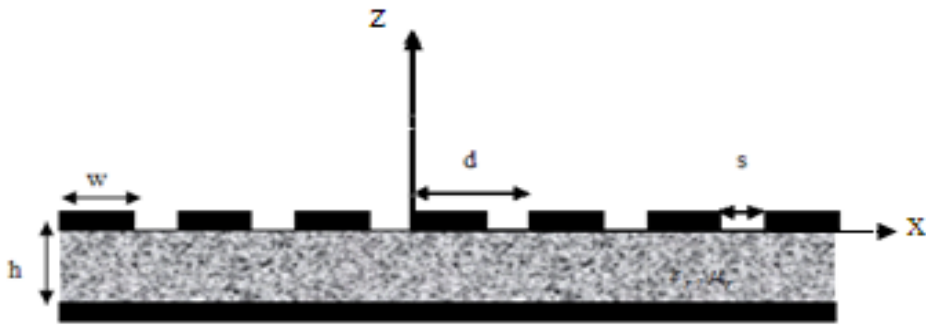


FIG. 2.2 – Réseaux de motifs métalliques déposés sur une couche homogène.

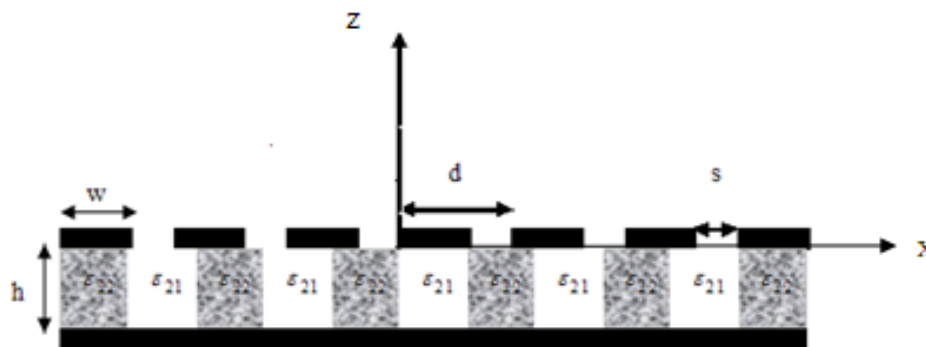


FIG. 2.3 – Réseaux de motifs métalliques déposés sur une couche inhomogène.

qui contient le vecteur champ électrique, dans le dernier cas, c'est la direction transverse par rapport au plan  $x0y$  qui est particularisée. Lorsque  $\delta = \pi/2$ , on parle respectivement de polarisation S(orthogonale), H(horizontale) ou  $T_{ez}$  ( $E_z=0$ ).

### 2.3.2 Les Equations de Maxwell

Nous considérons des champs électromagnétiques qui sont des fonctions harmoniques du temps et de l'espace. On a les relations :

$$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega \quad \text{et} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

En utilisant les équations 1.64 à 1.70 du chapitre 1, on a

$$\begin{cases} \partial_y H_z - \partial_z H_y = i\omega \varepsilon^{11} E_u \\ \partial_z H_u - \partial_u H_z = i\omega \varepsilon^{22} E_y \\ \partial_u E_y - \partial_y E_u = -i\omega \mu^{33} H_z \end{cases} \quad (2.2)$$

et

$$\begin{cases} \partial_y E_z - \partial_z E_y = -i\omega \mu^{11} H_u \\ \partial_z E_u - \partial_u E_z = -i\omega \mu^{22} H_y \\ \partial_u H_y - \partial_y H_u = i\omega \varepsilon^{33} E_z \end{cases} \quad (2.3)$$

Du système des équations (2.2) et (2.3), on peut extraire les équations suivantes :

$$\begin{cases} \partial_z H_u = i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{22}}\right)^{-1} E_y + \partial_u H_z \\ \partial_z H_y = -i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{11}}\right)^{-1} E_u + \partial_y H_z \\ H_z = \frac{1}{i\omega} (\mu^{33})^{-1} (\partial_y E_u - \partial_u E_y) \end{cases} \quad (2.4)$$

et

$$\begin{cases} \partial_z E_u = -i\omega \mu^{22} H_y + \partial_u E_z \\ \partial_z E_y = i\omega \mu^{11} H_u + \partial_y E_z \\ E_z = \frac{1}{i\omega} (\varepsilon^{33})^{-1} (\partial_u H_y - \partial_y H_u) \end{cases} \quad (2.5)$$

### 2.3.3 Résolutions des Equations de Maxwell

Du système d'équations (2.4), en portant l'expression de Hz dans les deux premiers équations, on obtient

$$\begin{cases} \partial_z H_u = i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{22}}\right)^{-1} E_y + \frac{1}{i\omega} \partial_u [(\mu^{33})^{-1} (\partial_y E_u - \partial_u E_y)] \\ \partial_z H_y = -i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{11}}\right)^{-1} E_u + \frac{1}{i\omega} \partial_y [(\mu^{33})^{-1} (\partial_y E_u - \partial_u E_y)] \end{cases} \quad (2.6)$$

Les résultats sont regroupés :

$$\partial z \begin{bmatrix} H_u \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{i\omega} \partial u (\mu^{33})^{-1} \partial y & i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{22}}\right)^{-1} - \frac{1}{i\omega} \partial u (\mu^{33})^{-1} \partial u \\ -i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{11}}\right)^{-1} + \frac{1}{i\omega} \partial y (\mu^{33})^{-1} \partial y & \frac{-1}{i\omega} \partial y (\mu^{33})^{-1} \partial u \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Soit symboliquement

$$\partial z \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = [L_{HE}] \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

avec

$$[L_{HE}] = \begin{bmatrix} L_{HE\_11} & L_{HE\_12} \\ L_{HE\_21} & L_{HE\_22} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

et

$$[L_{HE}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{i\omega} \partial u (\mu^{33})^{-1} \partial y & i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{22}}\right)^{-1} - \frac{1}{i\omega} \partial u (\mu^{33})^{-1} \partial u \\ -i\omega \left(\frac{1}{\varepsilon^{11}}\right)^{-1} + \frac{1}{i\omega} \partial y (\mu^{33})^{-1} \partial y & \frac{-1}{i\omega} \partial y (\mu^{33})^{-1} \partial u \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Le deuxième systèmes(2.5) est obtenu en changeant  $H_u$  (resp. $H_y$ ) en  $E_u$  (resp. $E_y$ ),  $E_u$  (resp.  $E_y$ ) en  $H_u$ (resp. $H_y$ ) et en échangeant  $\varepsilon^{ij}$  et  $-\mu^{ij}$ . Les  $\mu^{ij}$  étant continus, on peut factoriser en utilisant indifféremment les règles de Lifeng Li. Alors, on a :

$$\begin{cases} \partial_z E_u = -i\omega\mu^{22}H_y + \frac{1}{i\omega}\partial_u\left(\frac{1}{\varepsilon^{33}}\right)(\partial_u H_y - \partial_y H_u) \\ \partial_z E_y = i\omega\mu^{11}H_u + \frac{1}{i\omega}\partial_y\left(\frac{1}{\varepsilon^{33}}\right)(\partial_u H_y - \partial_y H_u) \end{cases} \quad (2.11)$$

sous forme matricielle :

$$\partial_z \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{i\omega}\partial_u\left(\frac{1}{\varepsilon^{33}}\right)\partial_y & -i\omega\mu^{22} + \frac{1}{i\omega}\partial_u\left(\frac{1}{\varepsilon^{33}}\right)\partial_u \\ i\omega\mu^{11} - \frac{1}{i\omega}\partial_y\left(\frac{1}{\varepsilon^{33}}\right)\partial_y & \frac{1}{i\omega}\partial_y\left(\frac{1}{\varepsilon^{33}}\right)\partial_u \end{pmatrix} \begin{bmatrix} H_u \\ H_y \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

ou symboliquement :

$$\partial_z \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix} = [L_{EH}] \begin{bmatrix} H_u \\ H_y \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

avec

$$[L_{EH}] = \begin{bmatrix} L_{EH\_11} & L_{EH\_12} \\ L_{EH\_21} & L_{EH\_22} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

et

$$[L_{EH}] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{i\omega}\partial_u\varepsilon_0\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]\partial_y & \frac{1}{i\omega}\partial_y\varepsilon_0\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]\partial_u \\ i\omega\varepsilon_0\mu - i\frac{1}{i\omega}\partial_y\varepsilon_0\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]\partial_y & -i\omega\varepsilon_0\mu + \frac{1}{i\omega}\partial_u\varepsilon_0\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]\partial_u \end{bmatrix}$$

En regroupant les équations (2.8) et (2.13) on aboutit à

$$\partial_z^2 \begin{bmatrix} H_u \\ H_y \end{bmatrix} = L_H \begin{bmatrix} H_u \\ H_y \end{bmatrix} \text{ avec } [L_H] = [L_{HE}][L_{EH}] \quad (2.15)$$

et

$$\partial_z^2 \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix} = L_E \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix} \text{ avec } [L_E] = [L_{EH}] [L_{HE}] \quad (2.16)$$

Soit

$$L_E = \begin{pmatrix} L_{E11} & L_{E12} \\ L_{E21} & L_{E22} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

et

$$L_H = \begin{pmatrix} L_{H11} & L_{H12} \\ L_{H21} & L_{H22} \end{pmatrix}$$

Les matrices  $L_E$  et  $L_H$  ne dépendant pas de la variable  $z$ . Le dépendance en  $z$  des champs est donc de la forme  $\exp(-ik\gamma z)$ . On a alors un problème aux valeurs propres :

$$L_E \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix} = -k^2 \gamma_E^2 \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix}$$

et

$$L_H \begin{bmatrix} H_u \\ H_y \end{bmatrix} = -k^2 \gamma_H^2 \begin{bmatrix} H_u \\ H_y \end{bmatrix}$$

En tenant compte les expressions de  $[L_{EH}]$  et  $[L_{HE}]$  et après calcul, on a les expressions de  $[L_E]$  suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{E11} = -\omega^2 \left( \frac{1}{\mu^{22}} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon^{11}} \right)^{-1} - \left( \frac{1}{\mu^{22}} \right)^{-1} \partial y (\mu^{33})^{-1} \partial y - \partial u (\varepsilon^{33})^{-1} \partial u \left( \frac{1}{\varepsilon^{11}} \right)^{-1} \\ L_{E12} = \mu^{22} \partial y \left( \frac{1}{\mu^{33}} \right) \partial u - \partial u \left( \frac{1}{\varepsilon^{33}} \right) \partial y (\varepsilon^{22}) \\ L_{E21} = \mu^{11} \partial u \left( \frac{1}{\mu^{33}} \right) \partial y - \partial y \left( \frac{1}{\varepsilon^{33}} \right) \partial u (\varepsilon^{11}) \\ L_{E22} = -\omega^2 \left( \frac{1}{\mu^{11}} \right)^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon^{22}} \right)^{-1} - \partial y (\varepsilon^{33})^{-1} \partial y \left( \frac{1}{\varepsilon^{22}} \right)^{-1} - \left( \frac{1}{\mu} \right)^{-1} \partial u (\mu^{33}) \partial u \end{array} \right. \quad (2.18)$$

Dans le système de coordonnées adaptatives (équation 1.63), le tenseur métrique et les relations du milieu s'écrivent :

$$\sqrt{g}g^{ij}(u, y) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\dot{h}} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{h} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{h} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

et les composantes contravariantes du tenseur permittivité s'écrivent :

$$\varepsilon^{ij}(u, y) = \varepsilon(u, y)\sqrt{g}g^{ij} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon^{11} = \varepsilon(\dot{h})^{-1} = \varepsilon_0\nu^2(\dot{h})^{-1} \\ \varepsilon^{22} = \varepsilon(\dot{h}) = \varepsilon_0\nu^2(\dot{h}) \\ \varepsilon^{33} = \varepsilon(\dot{h}) = \varepsilon_0\nu^2(\dot{h}) \end{cases} \quad (2.20)$$

les  $\varepsilon^{ij}$  sont des fonctions discontinues.

Les composantes contravariantes du tenseur perméabilité s'écrivent :

$$\mu^{ij}(u, y) = \mu(u, y)\sqrt{g}g^{ij} \Rightarrow \begin{cases} \mu^{11} = \mu_0(\dot{h})^{-1} \\ \mu^{22} = \mu_0(\dot{h}) \\ \mu^{33} = \mu_0(\dot{h}) \end{cases} \quad (2.21)$$

les  $\mu^{ij}$  sont des fonctions continues.

Dans le cas où  $\dot{h} = \frac{dx}{du}$  ne dépend que de  $u$ , on a :

$$L_{E12} = (\dot{h}) \partial y \frac{1}{(\dot{h})} \partial u - \partial u \frac{1}{(\dot{h})} \partial y (\dot{h}) = L_{E21} = 0 \quad (2.22)$$

En tenant compte les équations (2.19),(2.20) et (2.21) et après calcul on a montré que les composantes  $L_{E11}$  et  $L_{E22}$  sont non nuls. Alors la matrice  $L_E$  est diagonale. L'équation (2.16) montre que la composante en  $y$  s'obtient indépendamment de celle en  $u$ . C'est naturellement sur celle-ci que nous allons travailler. Donc, on peut écrire

$$\partial_z^2 \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} L_{E11} & 0 \\ 0 & L_{E22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_u \\ E_y \end{bmatrix}$$

Les solutions de cette équation différentielle étant indépendantes l'une de l'autre, les composantes de champs s'écrivent comme une superposition des deux solutions élémentaires que l'on désigne par la polarisation  $TM$  et la polarisation  $TE$ .

Le problème se résume donc à chercher des solutions aux deux équations différentielles suivantes,

$$L_{E11}E_u = -k^2\gamma_{qH}^2E_u \quad \text{avec} \quad L_{E11} = -k^2 \left[ (\nu^2 - \beta^2) [I] - [\alpha] [\dot{h}]^{-1} [\alpha] [\dot{h}]^{-1} \right] \quad (2.23)$$

et,

$$L_{E22}E_y = -k^2\gamma_{qE}^2E_y \quad \text{avec} \quad L_{E22} = -k^2 \left[ (\nu^2 - \beta^2) [I] - [\dot{h}]^{-1} [\alpha] [\dot{h}]^{-1} [\alpha] \right] \quad (2.24)$$

Avec  $[I]$  la matrice identité,  $[\dot{h}]$  les matrices Toeplitz déduites des coefficients de Fourier de  $h(u = x^1)$  et  $[\alpha]$  désigne une matrice diagonale d'éléments  $\alpha_m$ .

Dans le système de coordonnées adaptatives, la matrice  $[L_{EH}]$  devient :

$$[L_{HE}] = \begin{pmatrix} \frac{1}{i\omega\mu_0} (-ik)^2 \alpha (\dot{h})^{-1} \beta & i\omega\varepsilon_0\nu^2 (\dot{h}) - \frac{1}{i\omega\mu_0} (-ik)^2 \alpha (\dot{h})^{-1} \alpha \\ -i\omega\varepsilon_0\nu^2 (\dot{h})^{-1} + \frac{1}{i\omega\mu_0} (-ik)^2 \beta^2 (\dot{h})^{-1} & \frac{-1}{i\omega\mu_0} (-ik)^2 \beta (\dot{h})^{-1} \alpha \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

On multiplie les deux cotés par  $\frac{i\omega\mu_0}{k^2}$ , on obtient la relation entre les champs électrique  $\mathbf{E}$  et les champs magnétiques  $\mathbf{H}$  avec  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ .

$$\gamma \begin{bmatrix} Z_0 H_u \\ Z_0 H_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta\alpha (\dot{h})^{-1} & -\nu^2 (\dot{h}) + \alpha (\dot{h})^{-1} \alpha \\ (\nu^2 - \beta^2) [I] (\dot{h})^{-1} & \beta (\dot{h})^{-1} \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_u \\ E_v \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

### 2.3.4 Expression des Composantes du champ électromagnétique

Le deux opérateurs  $L_{E11}$  et  $L_{E22}$  permettent de déterminer les composants des vecteurs propres  $E_{uq}$  (resp.  $E_{yq}$ ), et des valeurs propres  $\gamma_{qE}^2$  (resp.  $\gamma_{qH}^2$ ). D'autre part,  $\gamma_{qE}^2$  (resp.  $\gamma_{qH}^2$ ) est défini de façon à respecter la condition "d'onde sortante", c'est-à-dire

d'éviter l'existence d'ondes anti-évanescentes,

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{qE}^2 \succ 0 \Rightarrow \gamma_{qE} = \sqrt{\gamma_{qE}^2} \\ \gamma_{qE}^2 \prec 0 \Rightarrow \gamma_{qE} = \pm i \sqrt{-\gamma_{qE}^2} \\ \gamma_{qE}^2 \in C \Rightarrow \Im(\gamma_{qE}) \prec 0 \text{ pour le milieu 1 et } \succ 0 \text{ pour le milieu 2} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

La connaissance de  $L_{E11}$  et  $L_{E22}$  permettent de déterminer leurs vecteurs et leurs valeurs propres et d'en déduire  $E_u$  ( $E_u = \hat{h}E_x$ ),  $E_y$  et  $\gamma_{qE}$ ,  $\gamma_{qH}$ . Le choix de la coupure de la fonction racine carrée est similaire à (2.27).

Pour les structures 2.2 et 2.3, dans le milieu  $j$ , les expressions des champs sont données par les notations suivantes

$$E_u^{(j)}(u, y, z) = \sum_q \sum_m (A_{qH}^{-(j)} \exp(ik\gamma_{qH}^{(j)}z) + A_{qH}^{+(j)} \exp(-ik\gamma_{qH}^{(j)}z)) \exp(-ik\beta y) E_{umq}^{(j)} \exp(-ik\alpha_m u) \quad (2.28)$$

$$E_y^{(j)}(u, y, z) = \sum_q \sum_m (A_{qE}^{-(j)} \exp(ik\gamma_{qE}^{(j)}z) + A_{qE}^{+(j)} \exp(-ik\gamma_{qE}^{(j)}z)) \exp(-ik\beta y) E_{vmq}^{(j)} \exp(-ik\alpha_m u) \quad (2.29)$$

$A_{qE}^{+(j)}$   $A_{qH}^{-(j)}$  désignent respectivement les coefficients d'amplitude d'ondes se propageant vers les  $z$  négatifs et positifs. Les composantes tangentielle du champ magnétique s'obtiennent grâce à l'opérateur  $[L_{HE}]$ , équation (2.26). Le calcul explicite de  $H_u^{(j)}$  et  $H_y^{(j)}$  conduit à :

$$Z_0 H_u^{(j)}(u, z) = \sum_q \sum_m (A_{qH}^{-(j)} \phi_{qm}^{(j)} \exp(ik\gamma_{qH}^{(j)}z) + A_{qE}^{-(j)} \psi_{qm}^{(j)} \exp(ik\gamma_{qE}^{(j)}z) + A_{qH}^{+(j)} \phi_{qm}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qH}^{(j)}z) + A_{qE}^{+(j)} \psi_{qm}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qE}^{(j)}z)) \exp(-ik\alpha_m u) \quad (2.30)$$

$$Z_0 H_y^{(j)}(u, z) = \sum_q \sum_m (A_{qH}^{-(j)} \phi'_{qm}{}^{(j)} \exp(ik\gamma_{qH}^{(2)}z) + A_{qE}^{-(2)} \psi'_{qm}{}^{(2)} \exp(ik\gamma_{qE}^{(2)}z) + A_{qH}^{+(j)} \phi'_{qm}{}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qH}^{(j)}z) + A_{qE}^{+(j)} \psi'_{qm}{}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qE}^{(j)}z)) \exp(-ik\alpha_m u) \quad (2.31)$$

avec,  $\gamma_{qH}^{(j)}$ ,  $\gamma_{qE}^{(j)}$ ,  $\phi_{qm}^{(j)}$ ,  $\psi_{qm}^{(j)}$ ,  $\phi'_{qm}{}^{(j)}$ , et  $\psi'_{qm}{}^{(j)}$ , les coefficients des matrices définies par,

$$\gamma_{qH}^{(j)2} = \gamma_{qE}^{(j)2} = \gamma^{(j)} = \varepsilon^{(j)} - \beta_0^2 - \alpha_m^2 \quad (2.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\phi^{(j)}] = [L_{HE11}^{(j)}] [E_u^{(j)}] [\gamma^{(j)}]^{-1} \\ [\psi^{(j)}] = [L_{HE12}^{(j)}] [E_y^{(j)}] [\gamma^{(j)}]^{-1} \\ [\phi'^{(j)}] = [L_{HE21}^{(j)}] [E_u^{(j)}] [\gamma^{(j)}]^{-1} \\ [\psi'^{(j)}] = [L_{HE22}^{(j)}] [E_y^{(j)}] [\gamma^{(j)}]^{-1} \end{array} \right. \quad (2.33)$$

$[E_{umq}^{(j)}]$  et  $[E_{ymq}^{(j)}]$  désignent les coefficients des matrices du vecteur propre obtenu dans les équations (2.23) et (2.24).  $A_{qE}^{(-j)}$  et  $A_{qH}^{(-j)}$  représentent les coefficients d'amplitude d'ondes se propageant vers  $z$  négatifs. Elles s'identifient dans le superstrat à l'onde incidente et dans le substrat (dans le cas où le milieu 3 n'est pas un plan de masse) aux ondes transmises. D'autre part, l'onde incidente ne possède que deux coefficients non nuls,  $A_{0E}^{(-1)}$  et  $A_{0H}^{(-1)}$ , dont les expressions sont données par,

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{0E}^{(-1)} = \cos \theta \sin \phi \cos \delta + \cos \phi \sin \delta \\ A_{0H}^{(-1)} = \cos \theta \cos \phi \cos \delta - \sin \phi \sin \delta \end{array} \right. \quad (2.34)$$

$A_{qE}^{(+j)}$  et  $A_{qH}^{(+j)}$  désignent, quant à eux, les coefficients d'amplitude d'ondes se propageant vers les  $z$  positifs. Ces ondes s'identifient dans le superstrat aux ondes réfléchies, et dans le substrat à des ondes incidentes qui illumineraient la structure par le dessous. La structure étant supposée éclairée uniquement par le dessus, ces ondes n'existent pas. On prendra  $\forall q, A_{qE}^{(+3)} = A_{qH}^{(+3)} = 0$ .

### 2.3.5 Conditions aux limites

Nous venons de déterminer les expressions des champs dans les différentes régions constituant le domaine d'étude. Il nous faut les raccorder. Pour cela, nous utiliserons le fait que les composantes tangentielles des champs, ici  $(E_u, E_y, H_u, H_y)$ , sont continues à l'interface entre deux milieux.

Le champ électrique est nul sur le domaine  $\Omega_1$  et continu dans  $\Omega_2$  tandis que le champ magnétique est continu sur  $\Omega_2$ . Pour écrire ces conditions aux limites sur toute la période

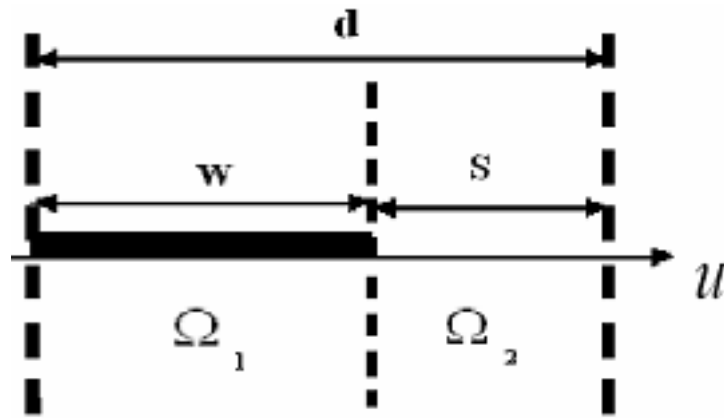


FIG. 2.4 – Conditions aux limites.

d du réseau (FIG.2.4), nous introduisons une fonction caractéristique  $\chi(x)$  définie par,  $\chi(x) = 1$  pour  $0 < x < w$  et  $\chi(x) = 0$  pour  $w < x < d$  ( Chapitre 1).

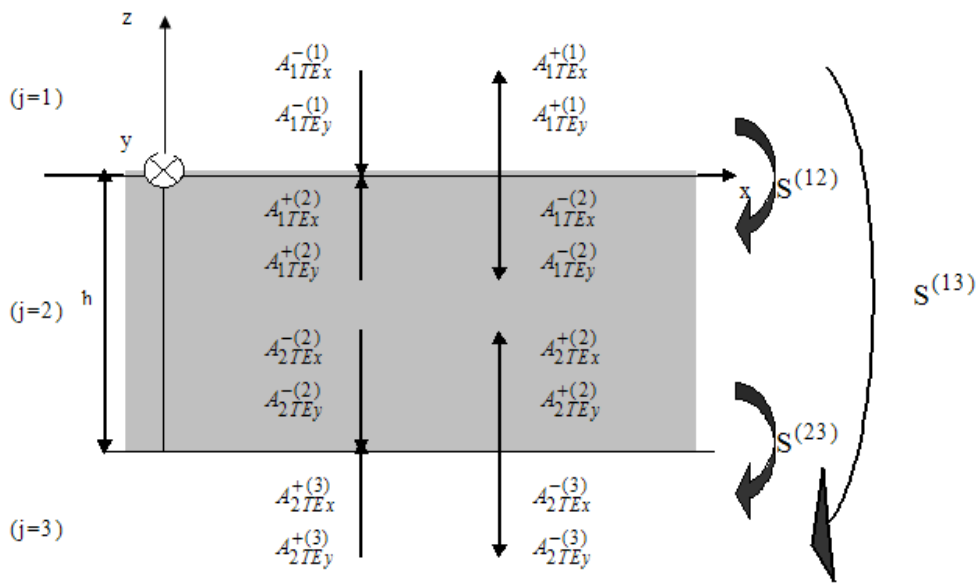


FIG. 2.5 – Coefficients des champs et matrices S nécessaires à la description de la structure.

Entre les régions 1 et 2; il faut vérifier :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_u^{(1)}(u, y, z = 0) - E_u^{(2)}(u, y, z = 0) = 0 \\ E_y^{(1)}(u, y, z = 0) - E_y^{(2)}(u, y, z = 0) = 0 \\ \tau_E \chi E_y^{(2)}(u, y, z = 0) + \bar{\chi} [H_u^{(1)}(u, y, z = 0) - H_u^{(2)}(u, y, z = 0)] = 0, \forall \Omega \\ \tau_H \chi E_y^{(2)}(u, y, z = 0) + \bar{\chi} [H_y^{(1)}(u, y, z = 0) - H_y^{(2)}(u, y, z = 0)] = 0, \forall \Omega \end{array} \right. \quad (2.35)$$

avec,  $\tilde{\chi} = I - \chi$  dans  $\bar{\Omega}$ ,  $\tau_E = 0.1i$  et  $\tau_H = -0.1i$ . Finalement, ce système d'équations nous a conduit à une équation matricielle de la forme :

$$\begin{bmatrix} A_{1H}^{+(1)} \\ A_{1E}^{+(1)} \\ A_{1H}^{-(2)} \\ A_{1E}^{-(2)} \end{bmatrix} = [S]^{(12)} \begin{bmatrix} A_{1H}^{-(1)} \\ A_{1E}^{-(1)} \\ A_{1H}^{+(2)} \\ A_{1E}^{+(2)} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

avec,

$$[S]^{(12)} = [L_I]^{-1} [R_I] \quad (2.37)$$

et,

$$[L_I] = \begin{bmatrix} E_{1u}^{(1)} & 0 & -E_{1u}^{(2)} & 0 \\ 0 & E_{1y}^{(1)} & 0 & -E_{1y}^{(2)} \\ \bar{\chi} H_{1uH}^{(1)} & \bar{\chi} H_{1uE}^{(1)} & -\bar{\chi} H_{1uH}^{(2)} & -\bar{\chi} H_{1uE}^{(1)} + \tau_E \chi E_{1y}^{(2)} \\ \bar{\chi} H_{1yH}^{(1)} & \bar{\chi} H_{1yE}^{(1)} & -\bar{\chi} H_{1yE}^{(2)} + \tau_H \chi E_{1u}^{(2)} & -\bar{\chi} H_{1yE}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$[R_I] = \begin{bmatrix} -E_{1u}^{(1)} & 0 & E_{1u}^{(2)} & 0 \\ 0 & -E_{1y}^{(1)} & 0 & E_{1y}^{(2)} \\ -\bar{\chi} H_{1uH}^{(1)} & -\bar{\chi} H_{1uE}^{(1)} & \bar{\chi} H_{1uH}^{(2)} & \bar{\chi} H_{1uE}^{(1)} - \tau_E \chi E_{1y}^{(2)} \\ -\bar{\chi} H_{1yH}^{(1)} & -\bar{\chi} H_{1yE}^{(1)} & \bar{\chi} H_{1yE}^{(2)} - \tau_H \chi E_{1u}^{(2)} & \bar{\chi} H_{1yE}^{(2)} \end{bmatrix}$$

Entre les régions  $j$  et  $j+1$  ( $j > 1$ ) ; les continuités des composantes tangentielles du champ s'écrivent,

$$\begin{cases} E_u^{(j)}(u, y, z = -h) = E_u^{(j+1)}(u, y, z = -h) \\ E_y^{(j)}(u, y, z = -h) = E_y^{(j+1)}(u, y, z = -h) \\ H_u^{(j)}(u, y, z = -h) = H_u^{(j+1)}(u, y, z = -h) \\ H_y^{(j)}(u, y, z = -h) = H_y^{(j+1)}(u, y, z = -h) \end{cases} \quad (2.38)$$

En recombinaut les équations (2.28, 2.29, 2.30, 2.31) et en tenant compte de l'expression du champ dans les différents milieux, on obtient une équation matricielle de la forme,

$$\begin{bmatrix} A_{jH}^{+(j)} \\ A_{jE}^{+(j)} \\ A_{jH}^{-(j+1)} \\ A_{jE}^{-(j+1)} \end{bmatrix} = [S]^{(j,j+1)} \begin{bmatrix} A_{jH}^{-(j)} \\ A_{jE}^{-(j)} \\ A_{jH}^{+(j+1)} \\ A_{jE}^{+(j+1)} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

avec,

$$[S]^{(j,j+1)} = [L_{II}]^{-1} [R_{II}] \quad (2.40)$$

et,

$$[L_{II}] = \begin{bmatrix} E_{ju}^{(j)} & 0 & -E_{ju}^{(j+1)} & 0 \\ 0 & E_{jy}^{(j)} & 0 & -E_{jy}^{(j+1)} \\ H_{juH}^{(j)} & H_{juE}^{(j)} & -H_{juH}^{(j+1)} & -H_{juE}^{(j+1)} \\ H_{jyH}^{(j)} & H_{jyE}^{(j)} & -H_{jyH}^{(j+1)} & -H_{jyE}^{(j+1)} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$[R_{II}] = \begin{bmatrix} -E_{ju}^{(j)} & 0 & E_{ju}^{(j+1)} & 0 \\ 0 & -E_{jy}^{(j)} & 0 & -E_{jy}^{(j+1)} \\ -H_{juH}^{(j)} & -H_{juE}^{(j)} & H_{juH}^{(j+1)} & H_{juE}^{(j+1)} \\ -H_{jyH}^{(j)} & -H_{jyE}^{(j)} & H_{jyH}^{(j+1)} & H_{jyE}^{(j+1)} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Dans la couche de hauteur  $h$ , les champs sont reliés par la relation de phase, les coefficients de l'interface supérieure sont reliés à ceux de l'interface inférieure,

$$\begin{bmatrix} A_{(j-1)H}^{+(j)} \\ A_{(j-1)E}^{+(j)} \\ A_{jH}^{-(j)} \\ A_{jE}^{-(j)} \end{bmatrix} = [S]^{(jj)} \begin{bmatrix} A_{(j-1)H}^{-(j)} \\ A_{(j-1)E}^{-(j)} \\ A_{jH}^{+(j)} \\ A_{jE}^{+(j)} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

avec,

$$[S]^{jj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & [\phi_H^{(j)}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [\phi_E^{(j)}] \\ [\phi_H^{(j)}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [\phi_E^{(j)}] & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

où  $[\phi_H^{(j)}]$  et  $[\phi_E^{(j)}]$  sont deux matrices diagonales d'éléments  $\exp(-ik\gamma_H^{(j)}h)$  et  $\exp(-ik\gamma_E^{(j)}h)$ , qui traduisent la propagation des ondes à l'intérieur de la couche. La matrice  $[S]^{jj}$  est formée de matrices de phase possédant les exponentielles de même signe, ce qui explique le bon conditionnement de cette matrice lorsque la hauteur de la couche augmente.

Les matrices  $[S]^{(12)}$ ,  $[S]^{(22)}$ ,  $[S]^{(23)}$  ayant été calculées, on obtient la matrice finale  $[S]^{(13)}$  qui relie les coefficients des ondes entrantes aux coefficients des ondes diffractées et transmises par l'algorithme de récursivité des matrices  $[S]$ , les détails de cet algorithme sont

présentés dans l'annexe C. La matrice  $[S]^{(13)}$  est de la forme :

$$[S]^{(13)} = \begin{bmatrix} [S]_{11}^{(13)} & [S]_{12}^{(13)} \\ [S]_{21}^{(13)} & [S]_{22}^{(13)} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

### 2.3.6 Calcul des efficacités et du champ

#### ★ *Calcul des efficacités :*

En incidence classique, les vecteurs d'onde des ondes réfléchies et transmises se répartissent dans un plan perpendiculaire à la surface du réseau et contenant le vecteur d'onde de l'onde incidente. En incidence conique, ceci n'est plus vrai et les vecteurs d'onde des ondes réfléchies et transmises se répartissent dans deux cônes dont les axes sont parallèles aux rubans métalliques. La valeur des efficacités de chaque onde s'obtient en faisant le rapport de flux du vecteur de Poynting réfléchi ou transmis de cette onde avec le flux de l'onde incidente. Considérons un parallélépipède rectangle droit, qui comme le montre la

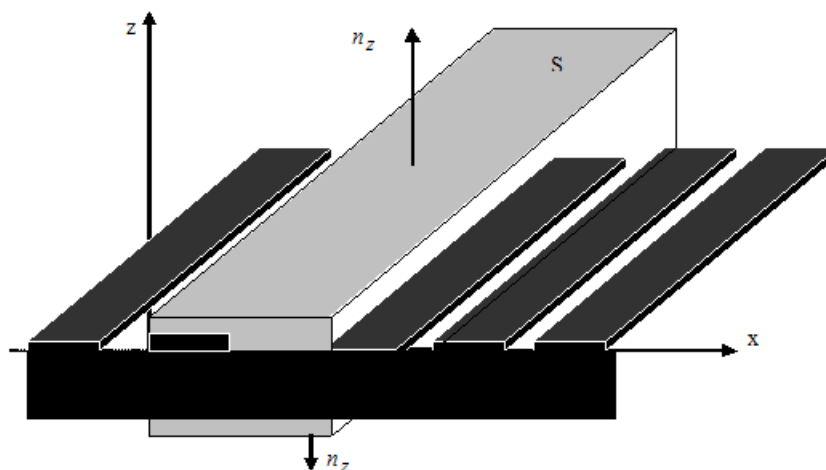


FIG. 2.6 – Parallélépipède utilisé pour le calcul des efficacités

figure 2.6, contient une période de la structure constituée par le réseau. Il est de hauteur  $h$ , de largeur  $d$ . On notera  $S$  sa surface dans le plan  $(xOy)$ . La partie réelle du flux du vecteur de Poynting à travers une surface fermée  $S$  est donnée par,

$$\phi = \Re \int_S n \cdot \left( \frac{1}{2} E \wedge H^* \right) ds \quad (2.46)$$

où  $n$  désigne la normale sortante à la surface et  $H^*$  le conjugué de  $H$ . Le réseau étant infiniment long en  $y$  et périodique suivant  $x$ , la variation de flux dans ces directions est nulle. Le flux suivant  $z$  à travers  $S$  est donné par,

$$\phi_z = \frac{1}{2} \int_S n_z \cdot \Re \left( E_x H_y^* - E_y H_x^* \right) u_z ds \quad (2.47)$$

$u_z$  étant le vecteur unitaire suivant  $(oz)$ ,  $n_z = \pm u_z$  en fonction de la face considérée, soit

$$\phi_z = \pm \frac{1}{2} S \cdot \Re \left( E_x H_y^* - E_y H_x^* \right) \quad (2.48)$$

Puisque les champs ne dépendent pas de  $S$ . Les efficacités réfléchies et transmises de l'ordre  $(n)$  sont données par,

$$E_{diff}^{(n)} = - \frac{\phi_{zdiff}^{(n)}}{\phi_{zinc}} \quad (2.49)$$

$$E_{tras}^{(n)} = + \frac{\phi_{ztras}^{(n)}}{\phi_{zinc}} \quad (2.50)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{zinc} = -\frac{S}{2} \cos(\theta_0) \\ \phi_{zdiff}^{(n)} = \frac{S}{2(\nu_1 - \alpha_n^2)} \left\{ \nu_1 |A_{1H}^+|^2 + |A_{1E}^+|^2 \right\} \gamma_{1n} \\ \phi_{ztras}^{(n)} = \frac{-S}{2(\nu_3 - \alpha_n^2)} \left\{ \nu_3 |A_{3H}^-|^2 + |A_{3E}^-|^2 \right\} \gamma_{3n} \end{array} \right. \quad (2.51)$$

★ *Calcul du champ :*

Les composantes tangentielles des champs s'obtiennent grâce aux équations, (2.28), (2.29), (2.30), et (2.31). Les composantes normales s'en déduisent par,

$$Z_0 H_z = \frac{1}{i\omega} \left( \frac{1}{\mu^{33}} \right) (\partial_y E_u - \partial_u E_y). \quad (2.52)$$

$$E_z = \frac{1}{i\omega(\varepsilon^{33})} (\partial_u H_y - \partial_y H_u), \quad (2.53)$$

Soit,

$$\begin{aligned} Z_0 H_z^{(j)}(u, z) = \sum_q \sum_m (A_{qH}^{- (j)} X_{qm}^{(j)} \exp(ik\gamma_{qH}^{(j)} z) + A_{qE}^{- (j)} Y_{qm}^{(j)} \exp(ik\gamma_{qE}^{(j)} z) \\ + A_{qH}^{+ (j)} X_{qm}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qH}^{(j)} z) + A_{qE}^{+ (j)} Y_{qm}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qE}^{(j)} z) \cdot \exp(-ik\alpha_m u) \end{aligned}, \quad (2.54)$$

et,

$$\begin{aligned} E_z^{(j)}(u, z) = \sum_q \sum_m (A_{qH}^{- (j)} X'_{qm}{}^{(j)} \exp(ik\gamma_{qH}^{(j)} z) + A_{qE}^{- (j)} Y'_{qm}{}^{(j)} \exp(ik\gamma_{qE}^{(j)} z) \\ + A_{qH}^{+ (j)} X'_{qm}{}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qH}^{(j)} z) + A_{qE}^{+ (j)} Y'_{qm}{}^{(j)} \exp(-ik\gamma_{qE}^{(j)} z) \cdot \exp(-ik\alpha_m u) \end{aligned}, \quad (2.55)$$

où  $X_{qm}^{(j)}$ ,  $Y_{qm}^{(j)}$ ,  $X'_{qm}{}^{(j)}$ , et  $Y'_{qm}{}^{(j)}$  désignent les coefficients des matrices définies par,

$$\left\{ \begin{array}{l} [X^{(j)}] = -[\beta_0] [\dot{h}]^{-1} [\dot{h}]^{-1} [E_u^{(j)}] \\ [Y^{(j)}] = [\dot{h}]^{-1} [\dot{h}]^{-1} [\alpha] [E_y^{(j)}] \\ [X'^{(j)}] = [\varepsilon_r]^{-1} [\dot{h}]^{-1} [\dot{h}]^{-1} ([\beta_0] [\phi^{(j)}] - [\alpha] [\phi'^{(j)}]) \\ [Y'^{(j)}] = [\varepsilon_r]^{-1} [\dot{h}]^{-1} [\dot{h}]^{-1} ([\beta_0] [\psi^{(j)}] - [\alpha] [\psi'^{(j)}]) \end{array} \right. \quad (2.56)$$

Le calcul des champs requiert la connaissance des coefficients inconnus des  $j$  couches,  $A_{qH}^{(\pm j)}$  et  $A_{qE}^{(\pm j)}$ . Dans le substrat et le superstrat, ceux-ci sont déterminés lorsqu'on calcule les efficacités. Cependant, ces deux régions exceptées, les coefficients des autres zones ne sont pas requis pour le "cascadage" des matrices  $S$ , comme c'est le cas pour les matrices  $T$ , et ils ne sont donc pas calculés. Il est alors nécessaire, une fois le calcul de la matrice  $S$  totale effectué, de déterminer à partir des matrices  $S$  intermédiaires les coefficients des autres couches comme indiqués dans l'annexe C.

## 2.4 Résolution par la méthode des coordonnées curvilignes (méthode C)

### 2.4.1 Position du problème et mise en équation

Dans l'espace rapporté au repère orthonormé Oxyz, un réseau est représenté par une surface cylindrique avec des motifs métalliques (FIG.2.7 et FIG.2.8) dont la génératrice s'appuie sur la courbe d'équation  $z = a(x) = \frac{h}{2} \cos\left(2\pi \frac{x}{d}\right)$ . La fonction  $a$  est périodique, développable en série de Fourier. La période  $d$  définit le pas du réseau.

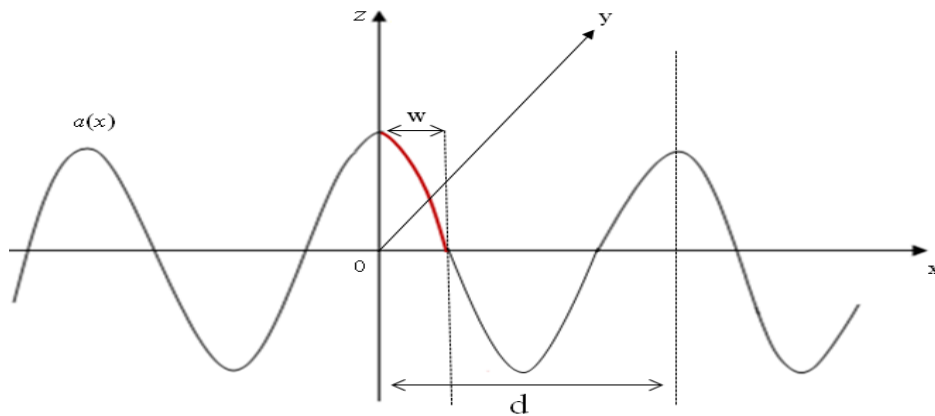


FIG. 2.7 – Réseaux de motifs métalliques déposés sur une surface cylindrique.

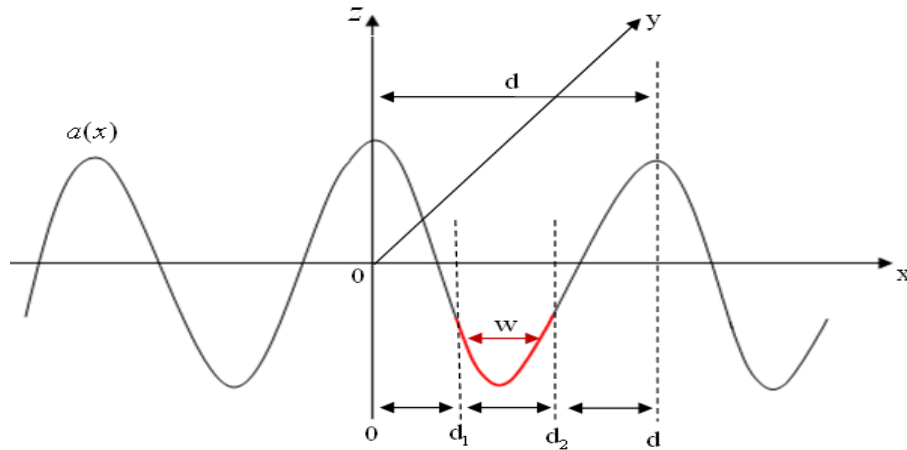


FIG. 2.8 – Réseaux de motifs métalliques déposés sur une surface cylindrique.

## 2.4.2 Résolution Générale

Si  $\mathbf{u}$  est le vecteur unitaire de l'axe d'intersection du front d'onde avec le plan  $(x, O, y)$ , dirigé suivant les valeurs croissantes de  $y$ , la polarisation de l'onde incidente est définie par l'angle  $\delta$  entre le champ électrique  $\mathbf{E}$  et le vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  (Fig.2.1). La composante du champ incident suivant l'axe  $(O, z)$  en un point  $\mathbf{r}$  peut s'écrire :

$$\begin{cases} E_z^i(\mathbf{r}) = \sin \theta_0 \sin \delta \exp(-ik\mathbf{r}) \\ H_z^i(\mathbf{r}) = \sin \theta_0 \sin \delta \exp(-ik\mathbf{r}) \end{cases} \quad (2.57)$$

Toutes les composantes du champ électromagnétique vérifient l'équation de Helmholtz scalaire :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \nu^2 \right) \psi(x, y, z) = 0 \quad (2.58)$$

avec,

$$\psi(x, y, z) \rightarrow \begin{cases} E_z(x, y, z), E_y(x, y, z), E_x(x, y, z) \\ H_z(x, y, z), H_y(x, y, z), H_x(x, y, z) \end{cases}$$

La géométrie du problème et la nature de l'excitation, nous conduisent à nous intéresser à des solutions de la forme :

$$\psi(x, y, z) = e^{-ik\gamma z} \psi(x, y) \quad (2.59)$$

avec,  $\gamma = \cos \theta_0$

Comme en incidence classique, on effectue le changement de variable défini par les équations suivantes :

$$x = u, \quad y = v, \quad z = w + a(x) \quad (2.60)$$

Dans le système de coordonnées adaptatives  $x = h(u)$  (équation 1.63), le tenseur métrique du système de translation est donné par :

$$\sqrt{g} [g]^{lm} = \begin{bmatrix} (\dot{h})^{-1} & 0 & -(\dot{h})^{-1} \dot{a} \\ 0 & \dot{h} & 0 \\ -(\dot{h})^{-1} \dot{a} & 0 & \dot{h} + \dot{a} (\dot{h})^{-1} \dot{a} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

avec

$$\dot{h} = \frac{dx}{du}, \quad \dot{a} = \frac{da(x)}{dx}, \quad g = \det(g_{lm}) = \dot{h}^2, \quad \sqrt{g} = \dot{h} \quad \text{et} \quad l, m = 1, 2, 3.$$

### 2.4.3 Expression des champs en coordonnées curvilignes

Pour mettre le problème en équation dans les milieux (1) et (2), nous utilisons le système de coordonnées curvilignes ( $x^1 = u, x^2 = v, x^3 = w$ ). La non orthogonalité du nouveau système de coordonnées conduit naturellement à écrire les équations de Maxwell sous forme covariante et on peut montrer à partir des équations (1.44) que les composantes tangentielles du champ s'écrivent comme suit :

$$(k^2 \nu^2 + \partial_w^2) E_u = \left\{ -\frac{ik}{\sqrt{g} g^{11}} \partial_y Z H_z + \left( \partial_w \partial_u - k^2 \nu^2 \frac{g^{13}}{g^{11}} \right) E_z \right\} \quad (2.62)$$

$$(k^2 \nu^2 + \partial_w^2) Z H_y = \left\{ \partial_w \partial_y (Z H_z) - \frac{ik \nu^2}{\sqrt{g}} \left( \frac{g^{13}}{g^{11}} \partial_w + \partial_u \right) E_z \right\} \quad (2.63)$$

$$(k^2 \nu^2 + \partial_w^2) Z H_u = \left\{ \frac{ik \nu^2}{\sqrt{g} g^{11}} \partial_y E_z + \left( \partial_w \partial_u - k^2 \nu^2 \frac{g^{13}}{g^{11}} \right) Z H_z \right\} \quad (2.64)$$

$$(k^2\nu^2 + \partial_w^2) E_y = \left\{ \partial_w \partial_y E_z + \frac{ik}{\sqrt{g}} \left( \frac{g^{13}}{g^{11}} \partial_w + \partial_u \right) Z H_z \right\} \quad (2.65)$$

Comme en incidence classique, on effectue le changement de variable défini par les équations (2.56). Dans le système de coordonnées adaptatives (équation 1.63), l'équation de Helmholtz s'écrit sous la forme :

$$\partial_w (\sqrt{g} g^{wl} \partial_l + \partial_l \sqrt{g} g^{wl}) \phi + \partial_u^2 \phi + \partial_y^2 \phi + k^2 \nu^2 \phi = 0 \quad (2.66)$$

équation qui peut s'écrire sous forme d'un système différentiel du premier ordre

$$\partial_w \begin{bmatrix} \partial_u \sqrt{g} g^{uw} + \sqrt{g} g^{uw} \partial_u & \sqrt{g} g^{ww} \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \partial_w \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k^2 \nu^2 + \partial_u^2 + \partial_y^2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \partial_w \phi \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Dans le cas de surfaces périodiques éclairées par une onde plane, la décomposition des champs en séries de Fourier généralisées permet de ramener la résolution de l'équation (2.67) à la recherche des valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice caractéristique du milieu et du système de coordonnées.

#### 2.4.4 Solutions numériques au problème

D'un point de vue numérique, celle-ci est de dimension  $4(2M+1)$  si les séries de Fourier sont tronquées à l'ordre  $M$ .

Les solutions peuvent ainsi être obtenues comme une superposition de deux types de solutions indépendantes : une solution de type TE ( $H_z = 0$ ) et d'une solution de type TM ( $E_z = 0$ ). Finalement, les deux types de solution (TE) et (TM) de l'équation (2.67) s'écrivent dans l'espace réel en coordonnées de translation sous la forme :

$$\begin{cases} \psi^{(j)TM}(u, y, w) = \sum_q e^{-ikr_q^{(j)}y} \sum_m S_q^{(j)TM} \psi_{mq}^{(j)TM} e(u, w) \\ \psi^{(j)TE}(u, y, w) = \sum_q e^{-ikr_q^{(j)}y} \sum_m S_q^{(j)TE} \psi_{mq}^{(j)TE} e(u, w) \end{cases} \quad (2.68)$$

avec :

$$\begin{cases} e(u, w) = e_m(u, w) = e^{-ik\alpha_m u} e^{-ik\gamma w} \\ k\alpha_m = k\nu_1 \alpha + m \frac{2\pi}{d} \end{cases}$$

Selon le signe de leur partie réelle ou imaginaire, les valeurs propres  $r_q$  sont associées à des ondes dont la différence réside dans le sens de propagation. Les tableaux 2.1 et 2.2 indiquent les critères de tri.

<i>milieu 1</i>	
$r_q^{(1)}$	$\Re(r_q) = \sin \theta \sin \phi$
$r_q^{(1)}$	$\Re(r_q) \succ 0 = \sin \theta_q \sin \phi$ et $\Im(r_q) = 0$
$r_q^{(1)}$	$\Re(r_q) = 0$ et $\Im(r_q) \prec 0$

TAB. 2.1 – Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 1.

<i>milieu 2</i>	
$r_q^{(2)}$	$\Re(r_q) = -\sqrt{\nu_2^2 - \sin^2 \phi - \alpha_q^2}$ et $\Im(r_q) = 0$
$r_q^{(2)}$	$\Re(r_q) = 0$ et $\Im(r_q) \succ 0$

TAB. 2.2 – Tableau récapitulatif des critères de tri des valeurs propres dans le milieu 2.

### 2.4.5 Conditions aux limites

Pour écrire les conditions aux limites sur une période de la surface qui supporte les rubans métalliques, nous utilisons le principe de la méthode CBCM comme dans le chapitre 1.

La détermination des coefficients d'amplitude  $S_q^{(1)TE}$ ,  $S_q^{(1)TM}$ ,  $S_q^{(2)TE}$ ,  $S_q^{(2)TM}$  se fait en écrivant que les composantes tangentielles  $(E_u, E_z, H_u, H_z)$  du champ total restent continues lors de la traversée de la surface diffractante. Dans le cas général où le milieu émergent n'est pas parfaitement conducteur, ces relations de continuité se traduisent par les équations suivantes  $\forall u \in [0, d]$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_u^{(1)}(u, y) = E_u^{(2)}(u, y), \\ E_y^{(1)}(u, y) = E_y^{(2)}(u, y), \\ \chi(u) E_y^{(2)}(u, y) + \tau_{Ex} \tilde{\chi}(u) (H_u^{(1)} - H_u^{(2)}) = 0, \\ \chi(u) E_u^{(2)}(u, y) + \tau_{Ey} \tilde{\chi}(u) (H_y^{(1)} - H_y^{(2)}) = 0. \end{array} \right. \quad (2.69)$$

le champ est affecté d'un indice 1 dans le milieu incident, et d'un indice 2 dans milieu émergent. On est alors conduit à la résolution d'un système de 4 fois  $2M+1$  équations linéaires avec second membre à 4 fois  $2M+1$  inconnues qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[M] [S] = [M_0] \quad (2.70)$$

avec

$$[M] = \begin{bmatrix} G^d & K^d & -G^t & K^t \\ I_0 & \psi^{TE} & I_0 & \psi^{TE} \\ \tilde{\chi}K^d & -\tilde{\chi}H^d & -\tilde{\chi}K^t & \chi\psi^{TE} + \tilde{\chi}H^d \\ \tilde{\chi}\psi^{TM} & I_0 & \chi G^t - \tilde{\chi}\psi^{TM} & \chi K^t \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S^{(1)TM} \\ S^{(1)TE} \\ S^{(2)TM} \\ S^{(2)TE} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$[M_0] = \begin{bmatrix} -S^{iTE}K^i - S^{iTM}G^i \\ -S^{iTE}\psi^{iTE} \\ -\tau_{Ex}\tilde{\chi}S^{iTM}K^i + \tau_{Ex}\tilde{\chi}S^{iTE}H^i \\ -\tau_{Ey}\tilde{\chi}S^{iTM}\psi^{iTM} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

## 2.4.6 Calcul des efficacités

Les efficacités sont calculées en utilisant le théorème de Poynting sous forme tensorielle. Une composante  $P^l$  du vecteur de Poynting s'écrit :

$$P^l = \xi^{lmn} E_m H_n^* \quad (2.74)$$

où  $\xi^{lmn}$  représente le pseudo-tenseur de Levi-Civita.

Du fait de la périodicité suivant  $x^1$  et de la symétrie cylindrique du problème, le flux  $\phi_q$  de l'onde diffractée ou transmise dans l'ordre  $q$  est la partie réelle de la moyenne sur une période du réseau de la seconde composante contravariant du vecteur de Poynting

$$\phi_q = \frac{l}{2} \int_0^D \Re e (P^v) dx^1 = \frac{l}{2} \int_0^D \Re e (E_{uq}^d H_{uq}^{d*} - E_{uq}^d H_{uq}^{d*}) dx^1 \quad (2.75)$$

Les expressions des composantes du champ impliquées dans cette intégrale sont :

$$\begin{cases} E_{uq} = \left[ S_q^{TE} \sum_{m=-M}^{+M} K_{mq} + S_q^{TM} \sum_{m=-M}^{+M} G_{mq} \right] e^{ik\alpha_m u} \\ H_{uq} = \left[ S_q^{TM} \sum_{m=-M}^{+M} \psi_{mq} - S_q^{TE} \sum_{m=-M}^{+M} H_{mq} \right] e^{ik\alpha_m u} \end{cases} \quad (2.76)$$

et,

$$\begin{cases} E_{wq}^{(j)} = e^{-ik\gamma w} S_q^{(j)TE} \sum_{m=-M}^{+M} \psi_{mq}^{TE} e^{-ik\alpha_m u} \\ H_{wq}^{(j)} = e^{-ik\gamma w} S_q^{(j)TM} \sum_{m=-M}^{+M} \psi_{mq}^{TM} e^{-ik\alpha_m u} \end{cases} \quad (2.77)$$

L'efficacité d'ordre  $q$  est définie comme étant le rapport  $\frac{\phi_q}{\phi^i}$  du flux diffracté ou transmise dans l'ordre  $q$  au flux incident  $\phi^i$ . La base  $(e_n) = \exp(-ik\alpha_m u)$  étant orthogonale on obtient :

$$efq = \pm \frac{|S_q^{TE}|^2 \Re \left( \sum_{m=-M}^{+M} \psi_{mq} H_{mq}^* \right) + |S_q^{TM}|^2 \Re \left( \sum_{m=-M}^{+M} G_{mq} \psi_{mq}^* \right)}{|S^{iTE}|^2 \Re \left( \sum_{m=-M}^{+M} \psi^i H_m^* \right) + |S^{iTM}|^2 \Re \left( \sum_{m=-M}^{+M} G^i \psi^{i*} \right)} \quad (2.78)$$

Le signe - est relatif aux efficacités diffractées dans le milieu 1, le flux diffractés et incident étant de signes contraire dans ce cas. Le signe + correspond aux efficacités transmises dans le milieu 2.

## 2.5 Résultats Numériques

### 2.5.1 Cas de la méthode MMFE en coordonnées paramétriques

Les tableaux suivants représentent les efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 pour la structure décrite par la figure 2.2. Elles sont calculées pour différentes valeurs de la hauteur de la couche. Dans le premier cas (TAB.2.3), le substrat est une couche d'air, tandis que pour le deuxième (TAB.2.4), il est un plan de masse de hauteur semi-infinie.

$\frac{h}{d}$	$e_0^d$	$e_0^t$
0.10	0.6683	0.3317
0.11	0.6680	0.3320
0.12	0.6671	0.3329
0.13	0.6658	0.3342
0.14	0.6640	0.3360

TAB. 2.3 – Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 4$ ,  $\varepsilon_3 = 1$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ ,  $\lambda = 1.7\mu m$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ .

Les deux derniers tableaux représentent les efficacités obtenues pour la configuration de la structure 2.3(figure 2.3) : le TAB.2.5 le substrat est une couche d'air et pour le TAB.2.6, il est un plan de masse de hauteur semi-infinie.

$\frac{h}{d}$	$e_0^d$	$e_0^t$
0.10	1.0000	$.8601.10^{-17}$
0.11	0.9935	$.5440.10^{-17}$
0.12	0.9981	$.8601.10^{-18}$
0.13	1.0000	0
0.14	0.9964	$.9301.10^{-18}$

TAB. 2.4 – Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 4$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ ,  $\lambda = 1.7\mu m$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\eta = 1$ ,  $M = 26$ .

$\frac{h}{d}$	$e_0^d$	$e_0^t$
0.10	0.5616	0.4373
0.11	0.5831	0.4203
0.12	0.5941	0.4096
0.13	0.5545	0.4439
0.14	0.5677	0.4316

TAB. 2.5 – Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_{21} = 4$ ,  $\varepsilon_{22} = 1$ ,  $\varepsilon_3 = 1$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ ,  $\lambda = 1.7\mu m$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\eta = 1$ ,  $M = 26$ .

### 2.5.2 Cas de la méthode des coordonnées curvilignes en paramétriques

Dans le tableau 2.7, nous donnons les efficacités réfléchies en fonction du paramètre  $h/d$ . Le profil du réseau est celui de la structure 2.7 éclairée sous incidence conique.

$\frac{h}{d}$	$e_0^d$	$e_0^t$
0.10	1.0000	.0500.10 <sup>-7</sup>
0.11	0.9925	.0276.10 <sup>-7</sup>
0.12	0.9973	.0135.10 <sup>-7</sup>
0.13	1.0000	.0304.10 <sup>-7</sup>
0.14	0.9963	.0317.10 <sup>-7</sup>

TAB. 2.6 – Efficacités diffractées et transmises d'ordre 0 de la structure. Les paramètres de la structure sont :  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_{21} = 4$ ,  $\varepsilon_{22} = 1$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ ,  $\lambda = 1.7\mu m$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\eta = 1$ ,  $M = 64$ .

$\frac{h}{d}$	Ordre	$eff_q^d$	$eff_q^t$	$\frac{h}{d}$	Ordre	$eff_q^d$	$eff_q^t$
0.00	0	0.2641	0.3164	0.07	0	0.3358	0.2090
	1	0.2098	0.2098		1	0.2944	0.1657
0.01	0	0.2699	0.2884	0.08	0	0.3538	0.2054
	1	0.2256	0.2105		1	0.2957	0.1507
0.02	0	0.2754	0.2628	0.09	0	0.3760	0.2066
	1	0.2422	0.2108		1	0.2961	0.1379
0.03	0	0.2803	0.2395	0.10	0	0.3872	0.2019
	1	0.2595	0.2108		1	0.3004	0.1279
0.04	0	0.2847	0.2183	0.11	0	0.4170	0.1981
	1	0.2776	0.2105		1	0.2903	0.1180
0.05	0	0.2964	0.2100	0.12	0	0.4365	0.2184
	1	0.2886	0.1991		1	0.2981	0.1156
0.06	0	0.3158	0.2095				
	1	0.2997	0.1816				

TAB. 2.7 – Efficacités diffractées et transmises de la structure 2.7. Les paramètres de la structure sont :  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ ,  $M = 64$ .

Le tableau 2.8 est relatif à un réseau dont le profil est le même que celui considéré dans le tableau 2.6 mais seul la disposition du motif métallique change (Figure 2.8). Nous donnons les efficacités réfléchies en fonction du paramètre  $h/d$  pour une ordre de troncature fixé.

$\frac{h}{d}$	ordre	$\text{eff}_q^d$	$\text{eff}_q^t$
0	0	0.9946	0.0022
	1	0.0016	0.0016
0.01	0	0.9948	0.0021
	1	0.0047	0.0016
0.02	0	0.9957	0.0021
	1	0.0113	0.0016
0.03	0	0.9972	0.0021
	1	0.0214	0.0016
0.04	0	0.9990	0.0020
	1	0.0048	0.0016
0.05	0	0.9990	0.0020
	1	0.0014	0.0016

TAB. 2.8 – Efficacités diffractées et transmises de la structure 2.8. Les paramètres de la structure sont :  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ ,  $M = 64$ .

## 2.6 Conclusions

La recherche d'une plus grande possibilité d'éclairage de la structure nous a conduit à une étude du problème de diffraction sous une incidence oblique. La possibilité d'exprimer toutes les composantes du champ électromagnétique en fonction des seules composantes suivant  $e_z$ , nous suggère la recherche d'un opérateur agissant sur ces dernières.

Nous avons développé la méthode des coordonnées adaptatives et la méthode des coordonnées curvilignes en incidence conique. Dans ce cas, les équations sont résolues dans l'espace de Fourier avec ces systèmes des coordonnées et nous avons pu montrer que les solutions sont obtenues par une combinaison linéaire des solutions de type TM ( $H_z = 0$ ) et TE ( $E_z = 0$ ).

L'utilisation de la méthode CBCM et des coordonnées adaptatives a permis d'améliorer la convergence de la méthode. L'emploi de matrices S assure sa stabilité numérique. Ce formalisme permet de calculer rigoureusement les efficacités et les champs de la structure.

---

# ETUDES PHYSIQUES DES STRUCTURES DIFFRACTIVES PÉRIODIQUES PRÉSENTANT DES EFFETS DE RESONANCE.

---

## Introduction

• *Historique et description des anomalies de diffraction* : C'est en 1902 [24] que R. W. Wood met en évidence les "anomalies" présentées par les réseaux de diffraction. Il remarqua qu'une très faible variation de longueur d'onde pouvait faire varier brusquement l'intensité diffractée par un réseau. Sans explication théorique, il nomma alors les effets observés sous le terme d'anomalies de diffraction (variation brutale des efficacités de diffraction avec un faible changement des paramètres de l'onde incidente). Ce phénomène étant dépendant de l'état de polarisation de l'onde incidente, il a fallu développer les premières théories vectorielles de la diffraction (chapitre 1). La première explication permettant de localiser ces anomalies a été fournie par Lord Rayleigh [25] en 1907 notamment lorsque les ordres diffractés sont rasants par rapport à la surface du réseau (ils passent de l'état d'onde propagative à celui d'onde évanescente). Cette théorie ne pouvait pas prédire la forme ou la largeur spectrale de ces anomalies.

L'idée que ces anomalies pouvaient être provoquées par l'excitation d'ondes de surfaces a été avancée par Fano en 1938 [26]. Cette piste a été développée et généralisée par Hessel et Oliner en 1965 [27] qui interprètent ces anomalies par des effets de résonance provenant du couplage entre l'onde incidente et les modes propres du réseau. Ce fut au cours des années 1970 que Nevière montra qu'il était possible de déterminer la position ainsi que l'allure de ces anomalies par la résolution du problème homogène (en l'absence de champ incident) par la détermination des pôles et des zéros de la matrice de diffusion [28].

Le nom d'anomalies attribué à ces phénomènes s'est alors avéré inapproprié puisque prédits par la résolution rigoureuse des équations de Maxwell.

Les anomalies de diffraction peuvent être classées en deux catégories :

- **Les anomalies dites de Rayleigh** lorsque les ordres diffractés sont en émergence rasante. L'énergie diffractée est redistribuée entre tous les ordres propagatifs lorsque l'un des ordres devient évanescent, ce qui entraîne une brusque variation d'efficacité de diffraction.

- **Les anomalies dites de résonance** dues à un couplage entre un ordre diffracté et un mode propre du réseau. Elles se classent elle mêmes en deux catégories :

- ★ **Les résonances de mode guidé** surviennent dans les réseaux diélectriques où les paramètres de l'onde incidente sont tels que l'un des ordres évanescents est couplé à l'un des modes guidés de la structure. Le champ accumulé dans le mode guidé est rayonné en dehors de la structure guidante de façon à interférer destructivement avec le faisceau direct transmis (ordre 0 en transmission). Dans des conditions d'excitation optimales, le faisceau incident peut être totalement réfléchi. On parle alors de réflexion anormale.

L'idée d'utiliser la résonance de modes guidés à des fins de filtrage optique bande étroite est apparue au cours des années 1980 notamment grâce aux travaux théoriques et expérimentaux d'équipes russes [29, 30, 31]. Plus récemment, de nombreux travaux ont été menés pour étudier la possibilité d'utiliser cet effet en tant que filtre pour les télécommunications optiques. Les aspects dépendance en polarisation et tolérance angulaire des filtres ont particulièrement été regardés [32, 33, 34].

- ★ **Les résonances de plasmons de surface** : Par analogie avec le mode guidé pour les structures diélectriques, le plasmon de surface correspond à un mode propre d'une structure comportant une interface diélectrique / métal. Cette résonance se traduit par une brusque variation de la réflectivité de la couche métallique. Une onde incidente peut être totalement absorbée par le plasmon de surface dans des conditions optimales d'excitation (qui seront évoquées par la suite).

La position du minimum de réflectivité lors de l'excitation d'un plasmon de surface est très dépendante des paramètres de l'onde, du milieu incident et de la géométrie de la structure (angle d'incidence, longueur d'onde, indice du milieu diélectrique). Ainsi, pour une incidence fixe, une faible variation de l'indice du milieu diélectrique va entraîner un déplacement du minimum de réflectivité.

L'expérience d'Ebbesen [35] a montré qu'en gravant un réseau de trous en sub-longueur d'onde dans un film métallique opaque, celui-ci peut devenir partiellement transparent à certaines longueurs d'onde. Ce phénomène correspond à une résonance de la structure qui donne une transmission/réflexion importante. Depuis, de nombreuses équipes ont essayé de comprendre comment elle se construit à partir des différentes résonances des composants de la structure : modes de cavité, plasmon -polaritons de surface, ou résonances géométriques ([36];[37];[38];[39];[40];[41];[42]). La périodicité du réseau permet en effet le couplage entre l'onde incidente et les ondes de surface ( ou les modes de cavité).

Pour notre part, nous étudions les comportements de l'onde électromagnétique sur les réseaux de strips en utilisant les techniques de la méthode ASR et CBCM et nous montrons que cette structure présente des effets de résonance très intéressante. Cette résonance se traduit par une brusque variation de la réflectivité.

Dans ce chapitre, le premier paragraphe consiste à chercher les possibilités d'existence d'une onde de surface sur un réseau de strips suspendu dont la période est petite devant la longueur d'onde incidente. Dans ces conditions, nous montrons que cette structure peut supporter des ondes de surface. L'objectif de ce paragraphe est, d'une part de montrer que l'on peut observer la réflexion résonante à travers le réseau grâce au couplage des ondes de surface présents aux interfaces avec l'onde incidente et d'autre part de calculer les constantes de propagations du mode guidé en calculant les pôles de la matrice de diffraction S.

Dans le deuxième paragraphe, nous étudions comment améliorer la résonance de réflexion. Nous montrons que le réseau de strips métallique insérés dans une structure multicouche permet d'obtenir une résonance très marquée (taux d'absorption de l'onde incidence maximale). Physiquement, cette résonance n'est autre que l'excitation d'une onde de surface. Pour guider un mode dans une structure, l'onde incidente doit vérifier les conditions d'excitation portant sur l'indice effectif du mode et sur sa polarisation. Afin d'analyser les couplages résultants qui existent entre les modes, nous avons étudié les pôles de la matrice S [43, 44] et déterminé la sensibilité de l'indice effectif des modes aux différents paramètres. Cette étude a permis de déterminer les paramètres optogéométriques du réseau pour lequel le mode est excité.

## 3.1 Etudes physiques des phénomènes de resonance d'un strip suspendu.

### 3.1.1 Position du problème

La structure à laquelle nous nous intéressons est décrite par la Figure 3.1. Un réseau de bandes métalliques de largeur  $\omega$ , supposées parfaitement conductrices, espacées de  $s$  est déposé sur un substrat diélectrique de permittivité relative  $\varepsilon_r$  (indice  $\nu$ ) et d'épaisseur  $h$ . La période du réseau est notée  $d$ ,  $d = \omega + s$ . Le réseau est illuminé par une onde plane monochromatique de pulsation  $\omega$ , de longueur d'onde  $\lambda$ , de nombre d'onde  $k$ . Son vecteur d'onde s'écrit,

$$k^{inc} = \begin{cases} k\alpha_0 \\ k\beta_0 \end{cases} \quad (3.1)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_0 = \nu_1 \sin \theta_0 \\ \beta_0 = -\nu_1 \cos \theta_0 \end{cases} \quad (3.2)$$

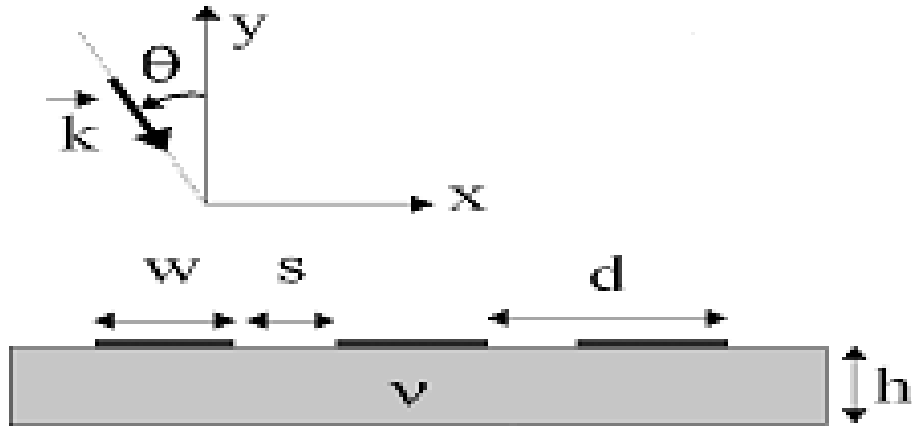


FIG. 3.1 – Strips grating illuminé par une onde plane

où  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$  désigne le nombre d'onde dans le vide, soit dans notre cas, la norme du vecteur d'onde incident.  $\theta$  est l'angle d'incidence,  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  désignent la permittivité et la perméabilité du vide respectivement.

Les intérêts principaux de cette structure sont d'une part, de permettre de coupler l'onde incidente avec un mode de surface et d'autre part d'envisager des composants optiques d'épaisseur réduite.

Un tel problème se réduit à l'étude de deux polarisations fondamentales : la polarisation TM (le champ magnétique est parallèle aux strips) et la polarisation TE (le champ électrique est parallèle aux strips).

### 3.1.2 Mise en équation du problème dans le système de coordonnées adaptatives

#### 3.1.2.1 Résolutions des Equations de Maxwell

On cherche donc à écrire les équations de Maxwell avec les composantes covariantes de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ , et les composantes contravariantes de  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{D}$  dans le système de coordonnées  $(x, u, z)$ . On peut procéder à partir de la forme classique des équations de Maxwell en écrivant les opérateurs  $\nabla_x$  dans ce nouveau système (Comme dans le chapitre 1).

#### 3.1.2.2 L'Equation d'Helmholtz

Dans le système de coordonnées adaptatives  $x=h(u)$ , comme dans l'équation 1.78, chap.1, l'équation d'Helmholtz s'écrit :

$$\left[ k^2 \nu_j [I] - [\dot{h}]^{-1} [\alpha] [\dot{h}]^{-1} [\alpha] \right] [U_q] = \left( \beta_{jq}^M \right)^2 [U_q] \quad (3.3)$$

### 3.1.3 Expression des composantes tangentielles du champs électromagnétique

#### 3.1.3.1 Polarisation TM

Dans le système de coordonnées adaptatives (1.63), la composante  $E_u$  du champ s'écrit :

$$E_u = \frac{dx}{du} E_x (x = x^1) = \dot{h} E_x (x = x^1) \quad (3.4)$$

Un raisonnement analogue au cas du paragraphe 1.5 chapitre.1 nous conduit à écrire :

$$[E_{ju}] = \frac{-1}{\omega \varepsilon_0 \nu_j^2} [\dot{h}] [U_{jmq}] \left( [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^+] - [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^-] \right) \quad (3.5)$$

#### 3.1.3.2 Polarisation TE

Dans ce cas,  $H_u$  s'écrit :

$$H_u = \frac{dx}{du} H_x (x = x^1) = \dot{h} H_x (x = x^1) \quad (3.6)$$

Un raisonnement analogue au cas précédent nous conduit à écrire :

$$[H_{ju}] = \frac{-1}{\omega \mu_0} [\dot{h}] [U_{jmq}] \left( [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^+] - [\beta_{jq}^{(M)}] [a_{jq}^-] \right) \quad (3.7)$$

### 3.1.4 Conditions aux limites

La détermination des coefficients d'amplitude  $[a_{jq}^+]$  et  $[a_{jq}^-]$  se fait en écrivant que les composantes tangentielles du champ total restent continues lors de la traversée de la surface diffractante.

Pour écrire les conditions aux limites sur une période de la surface qui supporte les rubans métalliques, supposés parfaitement conducteurs, nous introduisons comme dans le chapitre 1, le principe de la méthode CBCM.

#### 3.1.4.1 Principe de CBCM pour la polarisation TM

Entre les régions 1 et 2 ( $y=0$ ), les composantes tangentielles des champs sont continues, c'est à dire, il faut vérifier :

$$\begin{cases} E_{1u} - E_{2u} = 0 \\ \chi(u) E_{2u} + g(1 - \chi(u)) (H_{1z} - H_{2z}) = 0 \quad \forall u \in [0, d] \end{cases} \quad (3.8)$$

Avec  $g$  est un paramètre numérique introduit de la même façon qu' à le chapitre 1.

En combinant les équations (3.5),(1.81) et (3.8), on aboutit à l'équation matricielle de la forme,

$$\begin{bmatrix} a_{1q}^{+1} \\ a_{2q}^{-1} \end{bmatrix} = [G_M^{(12)}]^{-1} [D_M^{(12)}] \begin{bmatrix} a_{1q}^{-1} \\ a_{2q}^{+1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

avec

$$[G_M^{(12)}] = \begin{bmatrix} g[\tilde{\chi}][U_{1mq}] & -g[\tilde{\chi}][U_{2mq}] + \frac{1}{\nu_2}[\chi][\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \\ \frac{1}{\nu_1}[\dot{h}][U_{1mq}][\beta_{1q}] & \frac{1}{\nu_2}[\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

et

$$[D_M^{(12)}] = \begin{bmatrix} -g[\tilde{\chi}][U_{1mq}] & +g[\tilde{\chi}][U_{2mq}] + \frac{1}{\nu_2}[\chi][\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \\ \frac{1}{\nu_1}[\dot{h}][U_{1mq}][\beta_{1q}] & \frac{1}{\nu_2}[\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Dans l'interface  $y = -h$ , entre les régions 2 et 3, les continuités des composantes tangentielles du champ s'écrivent,

$$\begin{cases} H_{2z} - H_{3z} = 0 \\ E_{2u} - E_{3u} = 0 \end{cases} \quad \forall u \in [0, d] \quad (3.12)$$

En recombinaut les équations (3.5), (1.81) et (3.12) et en tenant compte de l'expression du champ dans les différents milieux, on obtient une équation matricielle de la forme,

$$\begin{bmatrix} a_{2q}^{+2} \\ a_{3q}^{-2} \end{bmatrix} = [G_M^{(23)}]^{-1} [D_M^{(23)}] \begin{bmatrix} a_{2q}^{-2} \\ a_{3q}^{+2} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

avec

$$[G_M^{(23)}] = \begin{bmatrix} [U_{2mq}] & -[U_{3mq}] \\ -\frac{1}{\nu_2}[U_{2mq}][\beta_{2mq}] & -\frac{1}{\nu_3}[U_{3mq}][\beta_{3mq}] \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

et

$$[D_M^{(23)}] = \begin{bmatrix} -[U_{2mq}] & [U_{3mq}] \\ -\frac{1}{\nu_2}[U_{2mq}][\beta_{2mq}] & -\frac{1}{\nu_3}[U_{3mq}][\beta_{3mq}] \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.1.4.2 Principe de CBCM pour la polarisation TE

Entre les régions 1 et 2, les équations de continuité s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{1z} - E_{2z} = 0 \\ \chi(u)E_{1z} + g(1 - \chi(u))(H_{1u} - H_{2u}) = 0 \end{array} \right. \quad \forall u \in [0, d] \quad (3.16)$$

avec

$$[I] - [\chi(u)] = [\tilde{\chi}(u)] \quad (3.17)$$

D'après les équations (3.7),(1.86) et (3.16), nous avons une équation matricielle de la forme :

$$\begin{bmatrix} a_{1q}^{+1} \\ a_{2q}^{-1} \end{bmatrix} = [G_E^{(12)}]^{-1} [D_E^{(12)}] \begin{bmatrix} a_{1q}^{-1} \\ a_{2q}^{+1} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

avec

$$[G_E^{(12)}] = \begin{bmatrix} g[\tilde{\chi}][U_{1mq}] & -g[\tilde{\chi}][U_{2mq}] + \frac{1}{\nu_2^2}[\chi][\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \\ \frac{1}{\nu_1^2}[\dot{h}][U_{1mq}][\beta_{1q}] & \frac{1}{\nu_2^2}[\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

et

$$[D_E^{(12)}] = \begin{bmatrix} -[U_{1mq}] & [U_{2mq}] \\ g[\tilde{\chi}][\dot{h}][U_{1mq}][\beta_{1q}] & -[\chi][U_{2mq}] + g[\tilde{\chi}][\dot{h}][U_{2mq}][\beta_{2mq}] \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Dans la couche de hauteur  $h$ , les champs sont reliés par la relation de phase, les coefficients de l'interface supérieure sont reliés à ceux de l'interface inférieure. Les détails de calcul de la matrice  $S$  sont présentés dans l'annexe C.

$$\begin{bmatrix} a_{2q}^{+1} \\ a_{2q}^{-2} \end{bmatrix} = [S]^{(22)} \begin{bmatrix} a_{2q}^{-1} \\ a_{2q}^{+2} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

avec

$$[S]_{TM}^{(22)} = \begin{bmatrix} [0] & [\phi_{TM}^2] \\ [\phi_{TM}^2] & [0] \end{bmatrix}, \quad [S]_{TE}^{(22)} = \begin{bmatrix} [0] & [\phi_{TE}^2] \\ [\phi_{TE}^2] & [0] \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

où  $[\phi_{TM}^{(2)}]$  et  $[\phi_{TE}^{(2)}]$  sont deux matrices diagonales d'éléments  $\exp(-ik\beta_{TM}^{(2)}h)$  pour TM et  $\exp(-ik\beta_{TE}^{(2)}h)$  pour TE, qui traduisent la propagation des ondes à l'intérieur de la couche.

### 3.1.5 Calcul des efficacités

Les ondes qui participent au champ lointain sont des ondes planes écrites en coordonnées adaptatives. Il s'ensuit que les efficacités diffractées  $e_q^d$  et transmises  $e_q^t$  se calculent comme en coordonnées cartésiennes [45] :

$$e_q^d = \frac{\beta_q^1}{\beta_0^1} |a_{1q}^+|^2 \quad (3.23)$$

et

$$e_q^t = \begin{cases} \frac{\beta_{3q}}{\beta_0^1} |a_{3q}^-|^2 & : \text{polarisation TE} \\ \frac{\nu_1^2}{\nu_3^2} \frac{\beta_{3q}}{\beta_0^1} |a_{3q}^-|^2 & : \text{polarisation TM} \end{cases} \quad (3.24)$$

### 3.1.6 Présence d'ondes de surfaces à la résonance de réflexion

La résonance de plasmons de surface (ondes de surface) ne pouvant être excitée qu'en polarisation TM, on s'intéresse uniquement aux résultats relatifs à cette polarisation dans cette section. Nous justifions la présence des ondes de surface de trois manières : en étudiant les résonances d'amplitude des ordres évanescents, en représentant l'intensité du champ sur une période de la structure à la résonance et enfin en suivant la relation de dispersion de ces ondes de surface.

#### 3.1.6.1 Résonance des ordres évanescents

Le réseau est périodique suivant la direction  $x$ . On peut ainsi écrire l'expression du champ transmis (de même que le champ réfléchi) en faisant un développement de Rayleigh sur les ordres diffractés par la structure. On peut écrire :

$$\psi_t(u, y) = \sum_q \psi_q e^{i(k_x + q \frac{2\pi}{d})u} e^{i\beta_q y} \quad (3.25)$$

où  $k_x = k\alpha_0$  est le vecteur d'onde incident dans la direction  $x$  et  $\beta_q$  est sa composante suivant  $y$  telle que  $\beta_q^2 = \frac{\omega^2}{v^2 c^2} - (k_x + q \frac{2\pi}{d})^2$  avec  $\Im m(\beta_q) < 0$ .

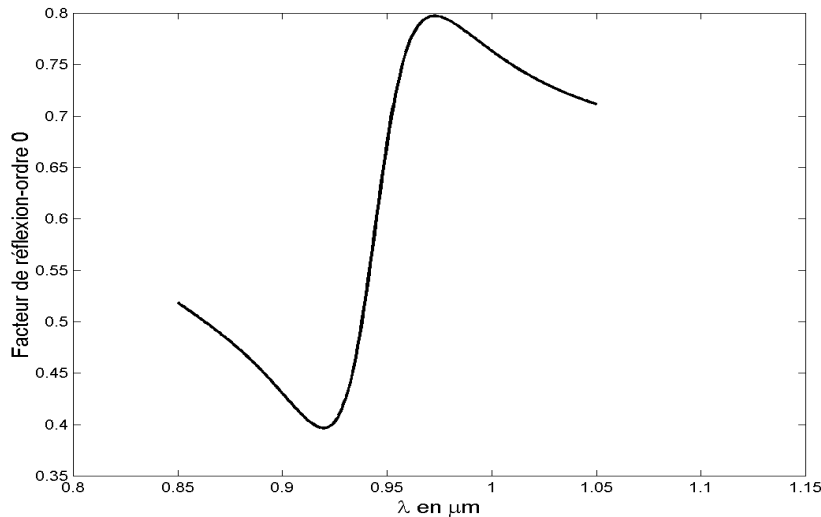


FIG. 3.2 – Facteur de réflexion d'ordre 0 à la résonance.

Comme la période est inférieure à la longueur d'onde, parmi tous les ordres de cette somme, seul l'ordre 0 est propagatif suivant  $y$  et les autres sont évanescents dans le domaine ( $\alpha = \sin \theta, \lambda$ ) étudié. Nous avons tracé (figure 3.2 et figure 3.3) au voisinage de la résonance, en fonction de la longueur d'onde, d'une part le facteur de réflexion et d'autre part les amplitudes des ordres évanescents 0, -1 et +1. L'amplitude de l'onde incidente est égale à 1. On peut remarquer qu'aux deux pics de résonance de réflexion correspondent

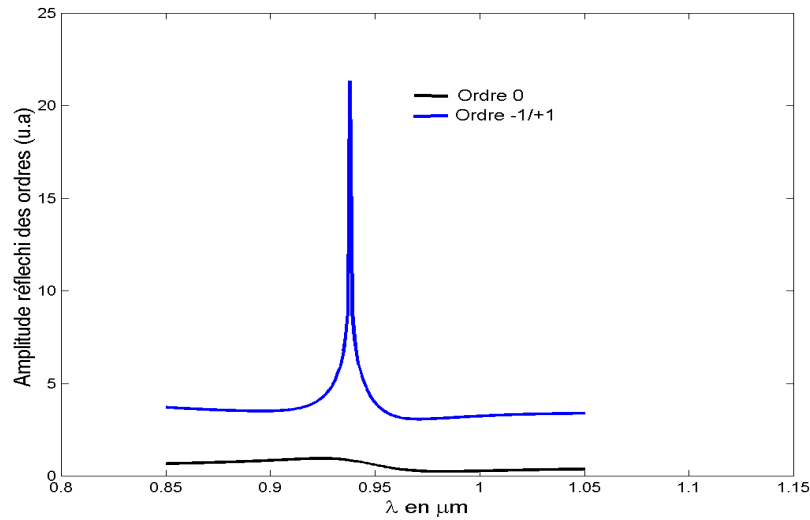


FIG. 3.3 – Les amplitudes réfléchies des ordres évanescents 0 et  $-1$  et  $+1$  à la résonance.

une résonance d'amplitude ( 22 fois l'amplitude de l'onde incidente) des ordres évanescents  $-1$  et  $+1$ . On peut noter au passage que ce phénomène est exploité entre autres du superlentille.

Le champ proche à la résonance est donc dominé par les ordres évanescents  $-1$  et  $+1$ . Ainsi, on voit que le champ réfléchi a une structure d'onde de fuite avec l'ordre 0 propagatif et un ordre  $-1$  (ou  $+1$ ) résonant évanescent que nous qualifierons abusivement d'onde de surface.

Dans le cas de la réflexion ou de la transmission résonante à travers une interface diélectrique-métal, les ondes de surface sont couplées à une onde incidente par un réseau coupleur gravé de part et d'autre de l'interface. Ici, notre structure (figure 3.1) n'a pas besoin d'un coupleur supplémentaire, la périodicité des rubans métalliques jouant ce rôle.

Lorsque la longueur d'onde est supérieure au pas, les réseaux métalliques gravés sur un substrat diélectrique peuvent supporter des ondes de surface. Les figures 3.4 et 3.5 illustrent ce phénomène. La figure 3.4 représente l'évolution du module au carré du coefficient de réflexion en fonction de la longueur d'onde pour les angles d'incidence  $\theta = 10^\circ$  et  $\theta = 40^\circ$ . L'anomalie dans la courbe de réflexion correspond à l'excitation d'une onde de surface.

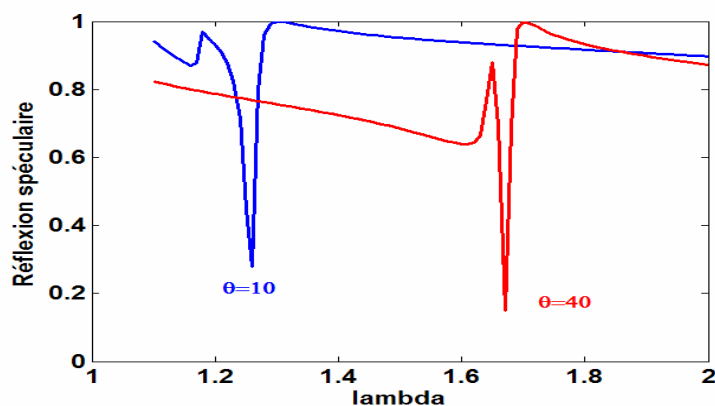


FIG. 3.4 – Facteur de réflexion d'ordre 0 en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  pour deux valeurs de  $\theta$  :  $\theta = 10^\circ$  et  $\theta = 40^\circ$ . Les paramètres de la structure sont :  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\epsilon_2 = 4$ ,  $\epsilon_3 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2\mu m$ ,  $h = 0.12\mu m$ ,  $\lambda$  en  $\mu m$ .

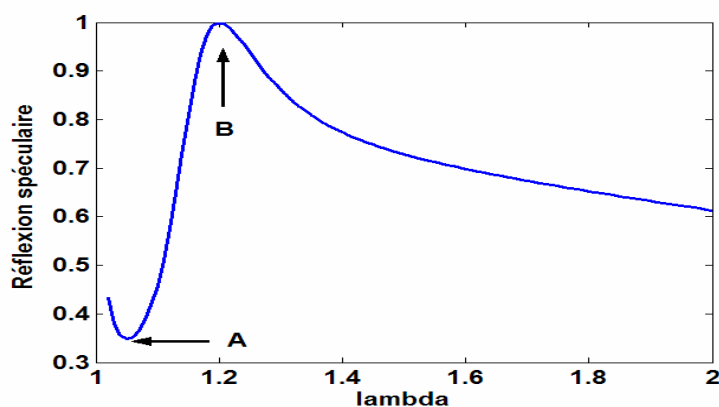


FIG. 3.5 – Facteur de réflexion d'ordre 0 en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  pour  $\theta = 0^\circ$ . Les paramètres de la structure sont identiques à ceux de la figure 3.4

Afin de visualiser ces ondes de surface, nous allons tracer le champ à la résonance près des interfaces des rubans métalliques et de la couche diélectrique (couche guidante).

### 3.1.6.2 Structure de l'intensité du champ à la résonance

Nous avons calculé l'intensité du champ par la méthode adaptative sur une période  $d$  à des longueurs d'onde correspondant aux pics de résonance ( $\lambda = 1.05\mu m$  au point A et  $\lambda = 1.15\mu m$  au point B) de la figure 3.5.

Lorsqu'un mode est excité dans la structure, le champ est très intense à l'intérieur du guide [46]. L'onde incidente étant polarisée TM, la seule composante du champ magnétique non nulle est celle suivant ( $0z$ ). Les figures 3.6 et 3.7 représentent la variation du module de  $H_z$  suivant la période du réseau. Les couleurs claires(bleu et jaune) corres-

pondent à une très faible intensité tandis que les couleurs sombres (rouge et rouge grenat) correspondent à une très forte intensité (l'intensité du champ incident étant de 1). On peut voir une amplification du champ aux deux interfaces ainsi qu'un confinement du champ près de celles-ci. D'où, le champ est bien confiné dans le guide.

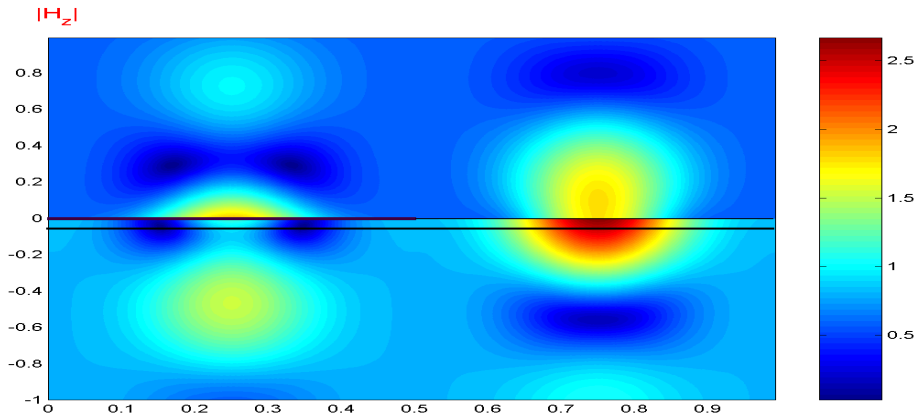


FIG. 3.6 – Cartographie de l'intensité du champ au point A de la figure 3.5. Le champ incident vient du haut et la couche diélectrique est située entre les côtes  $y = -0.12\mu m$  et  $y = 0\mu m$ . Les paramètres de la structure sont :  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\epsilon_2 = 4$ ,  $\epsilon_3 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $h = 0.12\mu m$ ,  $\lambda = 1.05\mu m$ ,  $\theta = 0^\circ$ . (résonance en transmission).

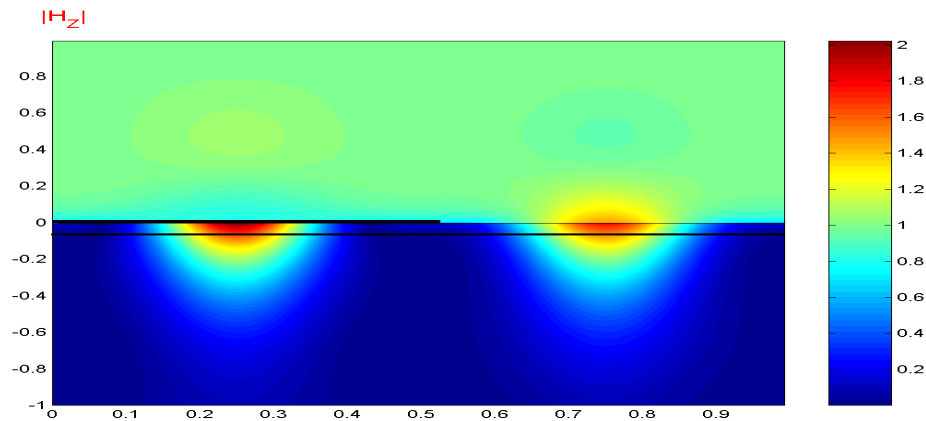


FIG. 3.7 – Cartographie de l'intensité du champ au point B de la figure 3.5. Les paramètres de la structure sont :  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\epsilon_2 = 4$ ,  $\epsilon_3 = 1$ ,  $d = 1\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $h = 0.12\mu m$ ,  $\lambda = 1.15\mu m$ ,  $\theta = 0^\circ$ . (résonance en réflexion).

L'amplitude du champ est liée à l'intensité de la résonance : plus elle sera importante, plus la résonance sera marquée, c'est à dire plus la réponse spectrale de la structure sera fine.

Cette propriété n'est pas propre aux résonances de modes guidés mais à tous les phénomènes de résonance qui sont d'autant plus résonants que l'énergie qu'ils mettent en jeu

est grande.

Une coupe (figure 3.8) le long de l'axe  $y$  (représenté par la ligne noire sur la figure 3.6) montre la décroissance exponentielle du champ dans le vide de part et d'autre de la couche diélectrique ainsi qu'une amplification de l'intensité du champ de 12 fois dans le guide. On voit donc nettement qu'à la résonance, le champ a une structure d'ondes de surface aux interfaces. La résonance de réflexion coïncide donc bien avec l'excitation résonante d'ondes de surface aux deux interfaces air/ruban métallique-couche diélectrique/air.

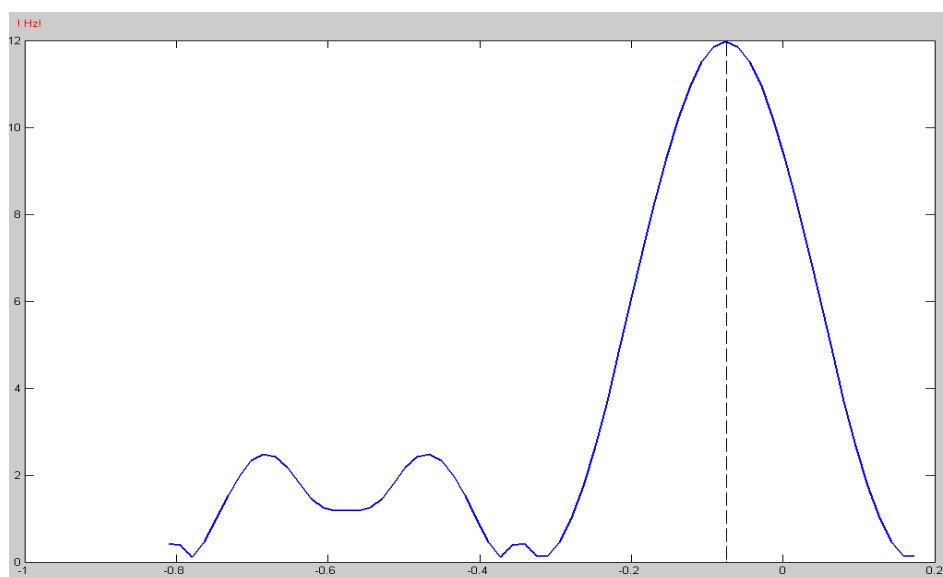


FIG. 3.8 – Traçage de l'intensité du champ pour la résonance en réflexion : Coupe le long d'un axe perpendiculaire à l'interface. Le champ incident vient du haut et la couche diélectrique est située entre les côtes  $y = -0.12\mu m$  et  $y = 0\mu m$ .

### 3.1.7 Calcul numériques des pôles de résonance en théorie de propagation

Considérons un problème de diffraction schématisé par la figure 3.9 : des champs incidents dont les coefficients d'amplitude sont notés par  $B^{-(1)}$  et  $B^{+(3)}$  sont diffractés par une surface infiniment longue en  $y$ , périodique suivant  $x$ . Les vecteurs des coefficients d'amplitude des champs résultants sont désignés par  $B^{+(1)}$  et  $B^{-(3)}$ . Le problème de diffraction peut être mis sous la forme

$$\begin{bmatrix} B^{+(1)} \\ B^{-(3)} \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} B^{-(1)} \\ B^{+(3)} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

où  $[S]$  est une matrice de rang infini associée à l'opérateur de diffraction reliant les champs entrants aux sortants.

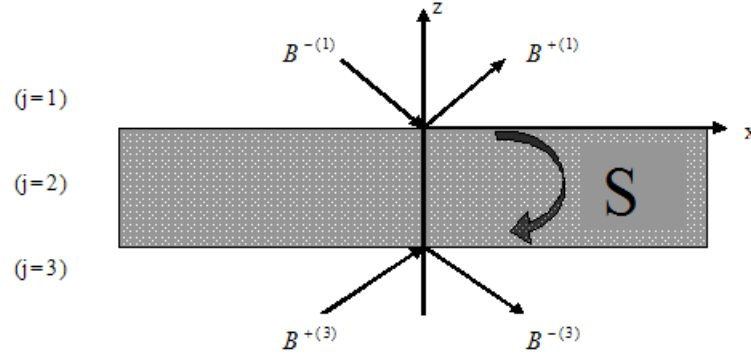


FIG. 3.9 – Schéma d'un problème de diffraction : les champs résultants  $B^{+(1)}$  et  $B^{-(3)}$  sont reliés aux champs incidents  $B^{-(1)}$  et  $B^{+(3)}$  par la matrice  $S$

Lorsqu'un mode guidé se propage dans la structure, il existe des champs " diffractés et transmis ", c'est-à-dire  $B^{+(1)}$  et  $B^{-(3)}$  différents de 0, en absence de champs incidents ( $B^{-(1)} = B^{-(3)} = 0$ ).

Le phénomène de résonance " anormale " est complètement décrit par l'équation (Eq 3.26). En effet, lorsqu'on optimise la forme de la structure, on modifie sensiblement la valeur du pôle et donc la valeur de la longueur d'onde ou de l'angle résonant.

Les constantes de propagation des modes guidés de la structure s'obtiennent en déterminant les pôles de la matrice  $S$  globale. On recherche les valeurs complexes de  $\alpha_0$  ou  $\beta_0$  qui annulent l'inverse du déterminant de  $[S]$ . La matrice  $[S]$  dépend de la forme et des matériaux de la structure, mais aussi des caractéristiques du champs incident, en particulier  $\lambda$ ,  $\alpha_0$  et  $\beta_0$ . On cherche donc les solutions du problème associé à l'équation (3.26) c'est-à-dire les solutions de,

$$[S^{-1}(\alpha_0, \beta_0)] \begin{pmatrix} B^{+(1)} \\ B^{-(3)} \end{pmatrix} = 0 \quad (3.27)$$

Pour un  $\lambda$  fixé, on peut prendre  $S$  en fonction du variable  $\alpha$  car  $\alpha_0$  et  $\beta_0$  sont reliés par la relation  $\alpha^2 + \beta^2 = k^2 \nu^2$ . On cherche donc

$$\det([S^{-1}(\alpha_0)]) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\det([S(\alpha_0)])} = 0 \quad (3.28)$$

Les valeurs de  $\alpha_0$  vérifiant (3.28) sont les pôles<sup>1</sup>  $\alpha_p$  de la matrice de diffraction  $[S]$  [47],

$$\alpha_p \in \left\{ \alpha / \frac{1}{\det([S(\alpha_0)])} = 0 \right\} \quad (3.29)$$

<sup>1</sup>Les pôles de  $[S]$  sont associés aux constantes de propagation des modes guidés. La recherche numérique de ces pôles s'effectue à l'aide de la méthode itérative de Muller et par une intégrale de Cauchy.

Nous présenterons deux voies numérique pour résoudre l'équation (3.29). C'est la méthode itérative de Muller et l'intégrale de Cauchy.

### 3.1.7.1 La méthode de Müller

La méthode de Müller est un algorithme de recherche d'un zéro [48] d'une fonction qui est basé sur la méthode de la sécante mais qui utilise une approximation quadratique d'une partie de la fonction au lieu d'une approximation linéaire. Ceci offre une convergence plus rapide que la méthode de la sécante. De par sa nature quadratique, elle nécessite trois points.

Soient  $\alpha_{n-2}$ ,  $\alpha_{n-1}$  et  $\alpha_n$  trois valeurs d'essai de  $\alpha = \sin(\theta)$  (angle d'incidence) des itérations  $n-2$ ,  $n-1$  et  $n$ .

On pose :

$$q = \frac{\alpha_n - \alpha_{n-1}}{\alpha_{n-1} - \alpha_{n-2}} \quad (3.30)$$

On définit ensuite trois termes :

$$\begin{cases} A = qp_n - q(1+q)p_{n-1} + q^2p_{n-2} \\ B = (2q+1)p_n - (1+q)^2p_{n-1} + q^2p_{n-2} \\ C = (1+q)p_n \end{cases} \quad (3.31)$$

On calcule la valeur suivante  $\alpha_{n+1}$  par la relation de récurrence :

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - (\alpha_n - \alpha_{n-1}) \frac{2C}{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}} \quad (3.32)$$

Le pôle est trouvé lorsque  $\det S^{-1}(\alpha_{n+1}) = 0$ .

### 3.1.7.2 La méthode d'intégrale de Cauchy

Soit  $S(\alpha)$  le déterminant caractéristique de la matrice  $S$  obtenu par le produit de valeurs propres. La fonction complexe  $S(\alpha)$  peut être développée en série de Laurent généraliser :

$$S(\alpha) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{R_n}{\alpha - \tilde{\alpha}_n} + S_0(\alpha) \quad (3.33)$$

où les termes  $R_n$  sont les résidus associés à chaque pôle  $\tilde{\alpha}_n$  et  $S_0(\alpha)$  est la partie (un opérateur) holomorphe [49, 50] de  $S$ .

Le  $n^{me}$  résidu est donné par une intégrale de Cauchy sur un lacet  $\alpha_n$  du plan complexe entourant uniquement le pôle  $\tilde{\alpha}_n$  :

$$R_n = \frac{1}{2i\pi} \int_{\gamma_n} S(\alpha) d\alpha \quad (3.34)$$

On calcule les pôles en évaluant l'intégrale de Cauchy :

$$\tilde{\alpha}_n R_n = \frac{1}{2i\pi} \int_{\gamma_n} \alpha S(\alpha) d\alpha \quad (3.35)$$

Le rapport des deux intégrales[51] (3.34) et (3.35) permettent de déduire la valeur du pôle. Ces intégrales sont évaluées par la méthode de SIMPSON. Le lacet d'intégration est un triangle de sommet  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$  et  $\alpha_C$  entourant une zone du plan complexe supposée contenir le pôle  $\tilde{\alpha}_n$  (qu'on ne connaît pas a priori).

Chaque côté du triangle est découpé en  $p$  intervalles et on calcule

$$\sum_{i=1}^p S(\alpha_i) \Delta\alpha_i \quad (3.36)$$

et

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i S(\alpha_i) \Delta\alpha_i \quad (3.37)$$

sur tout le triangle.  $\alpha_i$  étant au milieu de l'intervalle  $i$  et  $\Delta\alpha_i$  sa longueur.

On incremente ensuite  $p$  à  $p+1$  et on recommence le calcul. Le pôle est trouvé lorsque la valeur du rapport

$$\frac{\sum_{i=1}^p \alpha_i S(\alpha_i) \Delta\alpha_i}{\sum_{i=1}^p S(\alpha_i) \Delta\alpha_i} \quad (3.38)$$

est stable.

### 3.1.7.3 Résultats numériques

A titre d'exemple, nous considérons une structure définie par les paramètres de la figure 2.1 ( $\lambda_r = 1.65 \mu m$  et  $\theta_c = 40^\circ$ ), éclairé en incidence classique, dont le pôle normalisé<sup>2</sup> en  $\alpha$  vaut  $\tilde{\alpha}_p = \frac{\alpha}{k_0}$ .

<sup>2</sup>Le pôle normalisé est la constante de propagation normalisé définie par :  $\tilde{\alpha}_p = \frac{\alpha}{k_0}$

Afin de tester la convergence de notre méthode, prenons comme référence la valeur du pôle  $\Re(\tilde{\alpha}_p) = 1.2855$ . Cette valeur a été obtenue à partir de la formule :

$$\Re(\alpha_p) = \sqrt{\varepsilon_{eff}} = k_0 \sqrt{\varepsilon_r} \sin(\theta_c) \quad (3.39)$$

L'algorithme du **Müller**(3.30, 3.31 et 3.32) et la méthode de **Cauchy**(3.36, 3.37 et 3.38) donnent respectivement comme valeur du pôle  $\tilde{\alpha}_p = -1.0994 + 0.4968i$  et  $\tilde{\alpha}_p = -1.2612 - 0.0402i$ .

Le lacet utilisé par la dernière méthode est un triangle dont les sommets sont  $\alpha_A = 1.27$ ,  $\alpha_B = 1.33$  et  $\alpha_C = 1.33 + 0.1i$ .

Ceci montre que le résultat obtenu par la méthode de Cauchy est plus proche de la valeur de référence.

### 3.1.8 Relation de dispersion des ondes de surface

Sur cette figure, les minima de réflexion coïncident avec la droite  $\lambda = d(\alpha_0 - \alpha)$  soit  $\alpha = \alpha_0 - \frac{\lambda}{d}$ . Or pour tout couple  $(\alpha_0, \lambda)$ ,  $\alpha = \alpha_0 - \frac{\lambda}{d}$  représente la partie réelle de la constante de propagation de l'onde diffracté d'ordre -1. Par conséquent, l'onde diffracté d'ordre -1 correspond à une onde de surface (minima de réflexion). Le lieu des minima de réflexion représente donc la relation de dispersion.

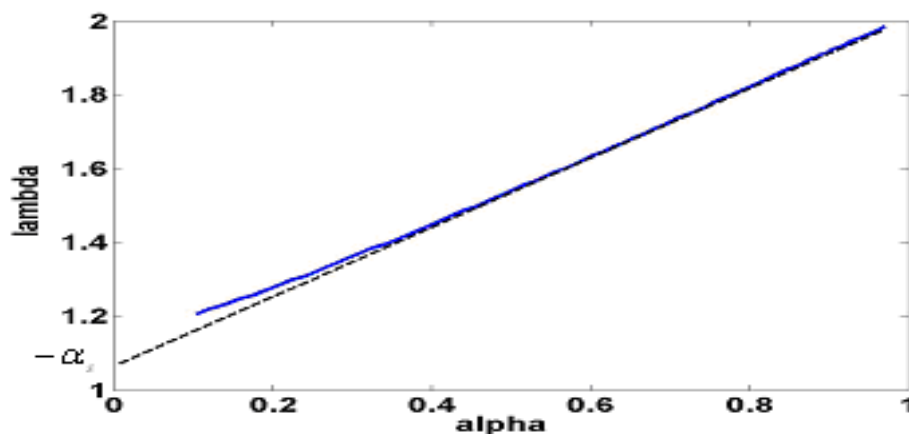


FIG. 3.10 – Position des minima de réflexion.

### 3.1.9 Conclusions

Dans ce paragraphe, nous avons montré théoriquement et numériquement que les effets de résonance sont dus aux ondes de surface. Ceci a été possible grâce au développement

d'outils<sup>3</sup> théoriques et numériques permettant de résoudre le problème de diffraction par un réseau métallique en mode TM. Nous avons expliqué le mécanisme responsable de cette résonance en montrant qu'elle était due au couplage d'ondes de surface avec l'onde incidente par le réseau de strip. Nous avons aussi montré que la structure du champ à la résonance était celle d'une onde de surface à l'interface. Enfin, nous avons tracé la relation de dispersion de ces ondes de surface, qui est en fait le lieu des minima de réflexion.

---

<sup>3</sup>L'utilisation des systèmes des coordonnées adaptatives, la méthode CBCM et l'algorithme de la matrice S.

## 3.2 Etudes physiques des phénomènes de resonance d'un strip insérés dans une structure multicouche.

### 3.2.1 But de l'étude et présentation de la structure étudiée

Les résultats numériques précédents ont montré qu'il était possible de coupler l'onde de surface et l'onde incidente par un réseau de strips métalliques déposé sur une couche diélectrique. Nous allons à présent concevoir, étudier et caractériser un guide d'onde basé sur l'effet de resonance par des surfaces structurées par des strips métalliques en structure multicouches. Dans les réseaux de diffraction en couche, les phénomènes de resonance sont essentiels, et la propriété fondamentale de la matrice S est l'existence de pôles[43, 44]. Ces pôles correspondent à la constante de propagation des ondes guidés.

Dans ce paragraphe, notre objectif est d'expliquer le mécanisme responsable de l'origine des pics de resonance de réflexion et de présenter une voie numérique possible pour calculer les modes(valeur du pôle). Nous montrons également l'évolution de ces phénomènes de resonance suivant les différentes structures étudiées.

Nous nous sommes intéressés à la configuration décrite par la figure 3.11. Le milieu incident est un diélectrique considéré comme semi-infini de permittivité relative  $\epsilon_1 = 10$ . Les paramètres du réseau sont choisis de façon à ce que les réponses spectrale et angulaire soient fines, c'est à dire que l'onde incidente soit totalement absorbée pour les valeurs précises de  $\theta$  et  $\lambda$  correspondant.

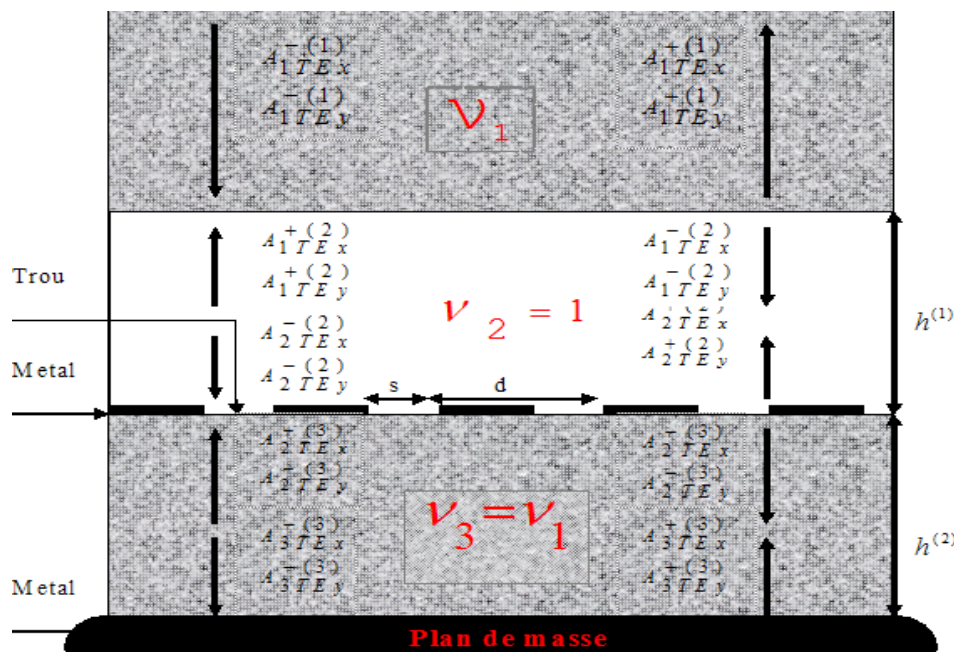


FIG. 3.11 – La structure considérée.

Pour étudier cette structure (Fig 3.11), nous utilisons la méthode MMFE puisque l'utilisation de l'algorithme de la matrice S permet de rajouter aisément des couches homogènes de part et d'autre du réseau métallique. Les coordonnées adaptatives ont été retenues pour traiter correctement le problème de discontinuité du champ. Mis à part la forme et la position de la résonance, l'expression générale des champs ne va pas être modifié.

## 3.2.2 Condition de résonance et caractérisation

### 3.2.2.1 Excitation des plasmons de surface à l'aide d'un réseau de diffraction

Dans le domaine de fréquences optiques, la permittivité du métal peut être approximée par le modèle de Drude [52] et la courbe de dispersion du plasmon de surface reste en dessous de la ligne de lumière (diagramme de dispersion du photon).

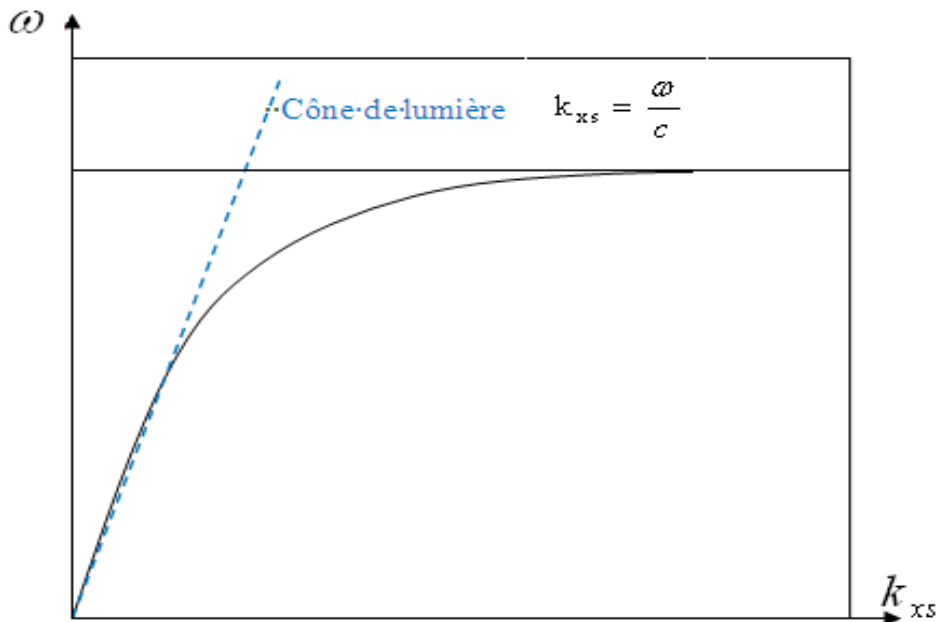


FIG. 3.12 – Relation de dispersion d'un plasmon de surface sur une interface plane séparant l'air d'un métal sans pertes et diagramme de dispersion du photon.

Cela signifie qu'il n'y a pas de couplage possible entre les photons et le plasmon de surface et l'onde ne peut pas être excitée, le plasmon est alors non-radiatif. Pour qu'il puisse y avoir couplage, il faut "*augmenter*" la composante du vecteur d'onde du photon d'une quantité  $\Delta k_x$  de façon à ce que les courbes se croisent et ainsi rendre possible l'excitation.

Les ondes de surface étudiées dans cette thèse ne sont pas à proprement parler des plasmons. Mais l'analogie peut être faite dans la mesure où le réseau de strips permet de coupler l'onde incidente à l'onde de surface de la même manière qu'une surface métallique modulée avec les plasmons de surfaces.

Par l'intermédiaire du réseau de strips métalliques, la composante du vecteur d'onde de la lumière est modifiée. En effet, la composante  $k_{xq}$  d'un ordre diffracté  $q$  est donnée par :

$$k_{xq} = k_0 \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta + q \frac{2\pi}{d} \text{ avec } q \text{ entier relatif} \quad (3.40)$$

Le plasmon de surface peut être excité par l'intermédiaire d'un des ordres diffractés lorsque nous avons la relation d'accord de phase suivante :

$$k_{xs} = k_0 \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta + q \frac{2\pi}{d} \quad (3.41)$$

La composante du vecteur d'onde selon  $x$  (axe de périodicité du réseau) donnée par le théorème de Floquet doit être égale à la partie réelle du vecteur d'onde de l'onde plasmon. L'angle d'incidence et la longueur d'onde permettant d'exciter l'onde plasmon peut être déterminée pour une période du réseau donné<sup>4</sup>. Le paramètre critique dont dépend l'absorption totale de l'onde incidente est le rapport de la largeur  $w$  du rubans métalliques et la période  $d$ .

Par exemple, si nous examinons la réponse spectrale (de même pour la réponse angulaire) d'un système à trois couches (structure de la Figure 3.1, chapitre 3) : air ( $\varepsilon = 1$ ) / motif métallique + diélectrique  $\varepsilon_r = 4$  / air ( $\varepsilon = 1$ ), nous obtenons la courbe de réflectivité suivante (Fig 3.13).

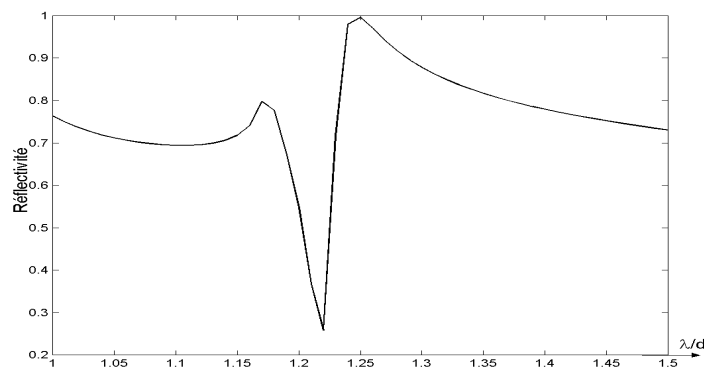


FIG. 3.13 – Courbe de réflectivité pour une configuration d'excitation de type de la structure 3.1(chap 3) pour un angle d'incidence  $\theta = 10^\circ$  .

Nous pouvons voir que pour une certaine longueur d'onde (de même pour un certain angle d'incidence), l'onde est fortement absorbée par l'onde plasmon. La valeur du minimum de réflectivité est fortement liée aux paramètres du réseau.

<sup>4</sup>La formule 3.41 va seulement nous permettre d'obtenir une valeur approchée puisque l'onde plasmon est perturbée par la périodicité du motifs métalliques. Pour obtenir la valeur exacte, il faut alors procéder à la recherche des pôles et des zéros du coefficient de réflexion [53] ( qui seront étudiés par la suite)

### 3.2.2.2 Caractérisation de la résonance : Saut de phase à la traversée de la résonance

La structure est éclairée par une onde plane en incidence conique. La figure 3.14 représente l'évolution du facteur de réflexion en fonction de la longueur d'onde. On constate l'existence du pic de la résonance d'absorption (environ 70%) pour une valeur de la longueur d'onde  $\lambda = 25.70\mu m$  et de l'angle d'incidence  $\theta = 20^\circ$ .

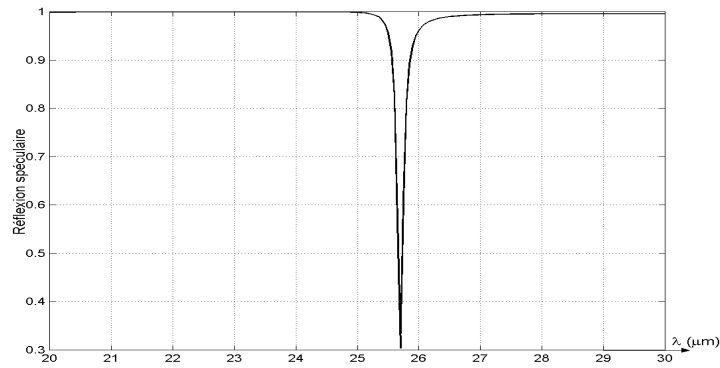


FIG. 3.14 – Réponse spectrale de réflexion de la structure 3.11 autour du pic de résonance. Les paramètres sont :  $\epsilon_1 = 10$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 10$ ,  $w = d/2$ ,  $h^1 = 1\mu m$ ,  $h^2 = 0.127\mu m$ ,  $\theta = 20^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$ ,  $\delta = 0^\circ$ ,  $\eta = 1$ ,  $M = 26$ .

La longueur d'onde de résonance est alors  $\lambda_r = 25.70\mu m$ . La figure 3.15 représente l'évolution du coefficient de réflexion en intensité en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ .

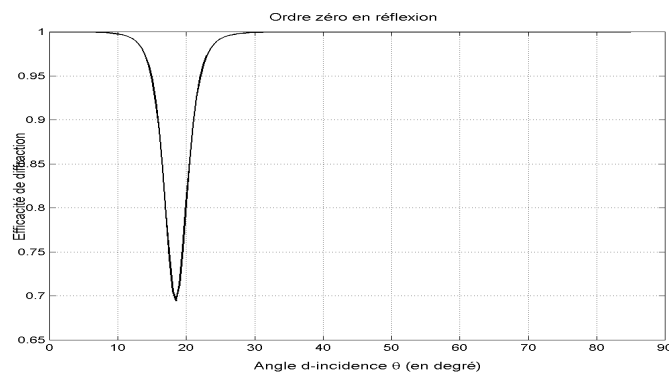


FIG. 3.15 – Spectre angulaire de réflexion de la structure 3.11 autour du pic de résonance. Les paramètres sont :  $\epsilon_1 = 10$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 10$ ,  $\lambda_r = 25.70\mu m$ ,  $w = d/2$ ,  $h^1 = 1\mu m$ ,  $h^2 = 0.127\mu m$ ,  $\phi = 180^\circ$ ,  $\delta = 0^\circ$ ,  $\eta = 1$ ,  $M = 26$ .

Les phénomènes de résonance consistent en l'excitation de modes propres du système

et s'accompagnent d'un changement de phase du facteur de réflexion. Un mode propre est une solution des équations de Maxwell sans terme excitateur. Les paramètres de la résonance sont donc les pôles des facteurs de réflexion et de transmission du système. Pour que les facteurs de réflexion et de transmission restent finis au voisinage de la résonance, à chaque pôle doit correspondre un zéro dont la partie réelle est proche de celle du pôle.

Au voisinage de la résonance de réflexion, une théorie phénoménologique (Petit 1980 [28]; Maystre et Nevière 1977 [53]) permet de retrouver l'allure du facteur de réflexion  $r(\alpha, \lambda)$  en amplitude en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ . Une résonance est ainsi caractérisée par un couple *a priori complexe* (pôle, zéro) =  $(\lambda_p, \lambda_z)$ , et dans notre cas, l'efficacité réfléchie de l'ordre N est donnée par,

$$R^N(\alpha, \lambda) = R_0^N(\alpha, \lambda) \left| \frac{\lambda - \lambda_z^N}{\lambda - \lambda_p} \right|^2 \quad (3.42)$$

où  $\lambda_z^N$  et  $\lambda_p$  sont respectivement le zéro et le pôle de  $R^N(\alpha, \lambda)$ .  $R_0^N(\alpha, \lambda)$  représente le " coefficient de réflexion " de l'ordre N en absence de résonance (facteur de réflexion de l'interface plane) et  $\alpha = \sin(\theta)$ ,  $\theta$  étant l'angle d'incidence. Pour chaque couple (pôle, zéro) =  $(\lambda_p, \lambda_z)$  [28, 53] le saut de phase à la résonance est au plus égal à  $\pi$ . Le facteur de réflexion  $R_0$  est complexe, c'est à dire :  $R_0 = r_0 + ir'_0$ . Sa phase  $\phi$  est donnée par :

$$\tan\phi = \frac{r'_0}{r_0} \quad \text{d'où} \quad \phi = \arctan\left(\frac{r'_0}{r_0}\right)$$

Ici (figure 3.16), nous avons tracé la phase du facteur de réflexion au voisinage de la résonance, pour la structure décrite par la figure 3.11, en fonction de l'angle d'incidence. Le saut de phase à la résonance est de  $\Delta\Phi = 3rad$ . Ce résultat n'est pas surprenant car le pic de la résonance d'absorption est inférieur à 100% (figure 3.14) de sorte que le zéro du facteur de réflexion n'est pas réel, et donc le déphasage est inférieur à  $\pi$ .

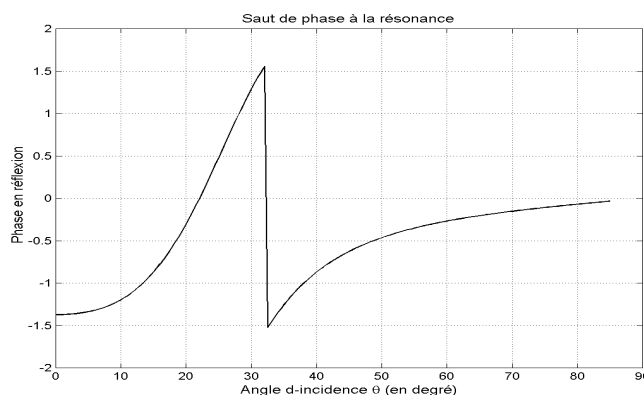


FIG. 3.16 – Déphasage du facteur de réflexion au passage de la résonance.

### 3.2.2.3 Calcul numérique des pôles de résonance en théorie de propagation

- **Résultats théoriques :**

Le phénomène de résonance " anormale " est complètement décrit par l'équation (3.27) du paragraphe précédent. Nous chercherons les pôles en  $\alpha$ .  $\lambda$  et  $\alpha$  sont liés par la condition d'accord de phase (formule du réseau). Un raisonnement analogue au cas du paragraphe (3.1.7) nous conduit aux résultats suivants.

- **Résultats numériques :**

A titre d'exemple, nous considérons une structure définie par les paramètres de la figure 3.11, éclairé en incidence conique, dont le pôle normalisé<sup>5</sup> en  $\alpha$  vaut  $\tilde{\alpha}_p = \frac{\alpha}{k_0}$ .

Afin de tester la convergence de notre méthode, prenons comme référence la valeur du pôle  $\Re(\alpha_p) = 0.3389$ . Cette valeur a été obtenue à partir de la formule :

$$\Re(\alpha_p) = \sqrt{\varepsilon_{eff}} = k_0 \sqrt{\varepsilon_r} \sin(\theta_c) \quad (3.43)$$

En utilisant l'algorithme de **Müller**, et en minimisant la plus petite des valeurs propres de  $S^{-1}$ , la valeur du pôle est  $\alpha_p = 0.3382 + 0.0004i$ .

La valeur du pôle trouvée par la méthode de **Cauchy** est  $\alpha_p = 0.338899 + 0.005122i$ . Le lacet utilisé pour ces intégrales est un triangle dont les sommets sont données par : 0.27, 0.37 et 0.37+0.1i.

La figure 3.17 présente l'évolution de l'erreur  $|\alpha_p - \alpha_{N,p}|$  en fonction du nombre de points de discrétisation.

---

<sup>5</sup>Le pôle normalisé est la constante de propagation normalisé définie par :  $\tilde{\alpha}_p = \frac{\alpha}{k_0}$

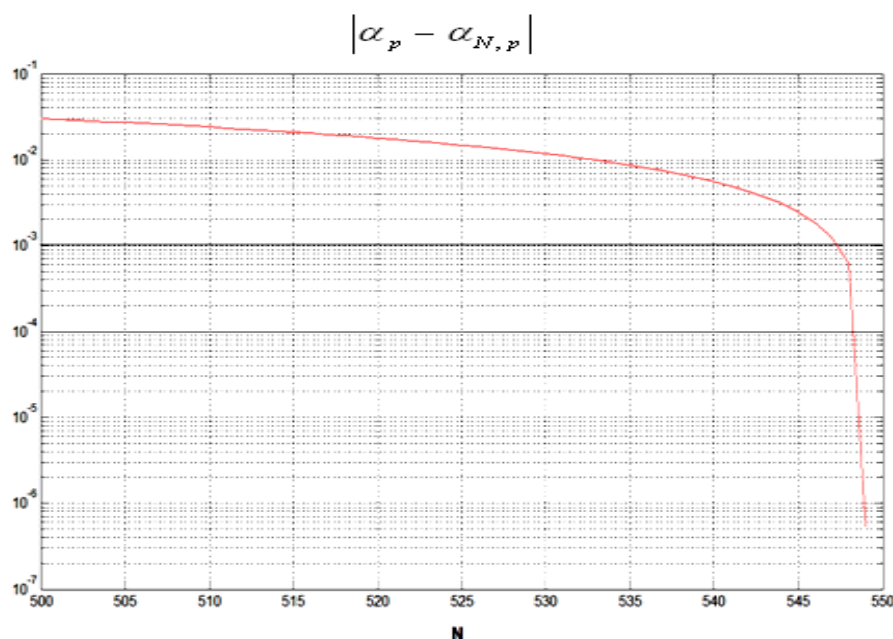


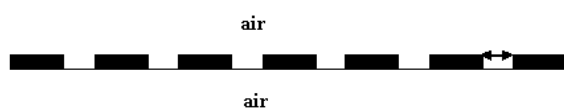
FIG. 3.17 – Convergence du pôle en fonction du nombre de points d'intégration.

On constate sur cette figure qu'à partir de  $N=547$ , la valeur du pôle semble constante et plus proche de la valeur de référence, c'est à dire que la convergence est obtenue à partir de  $N = 547$ , par exemple, quatre chiffres significatifs sont obtenus.

### 3.2.3 Les paramètres influençant la résonance

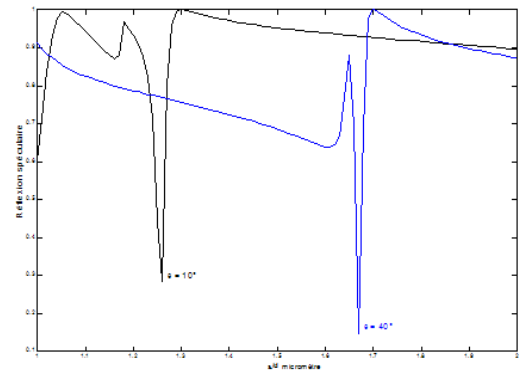
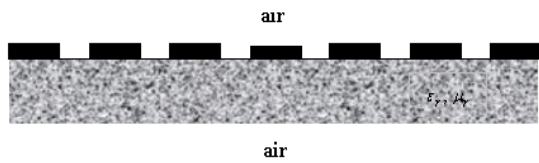
#### 3.2.3.1 Influence de la forme des structures sur le pic et la fréquence de résonance

Les structures résonnantes la meilleure est celle dont le taux d'absorption est maximum. Dans ce paragraphe nous comparons les courbes de résonance correspondant aux différentes structures étudiées dans ce travail.

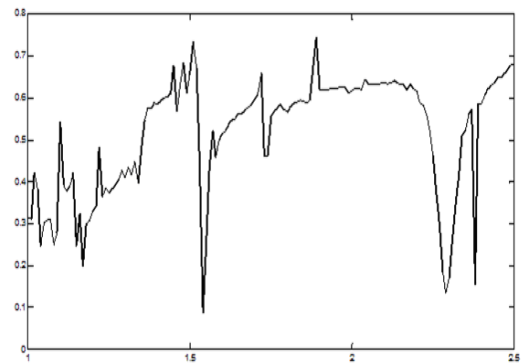
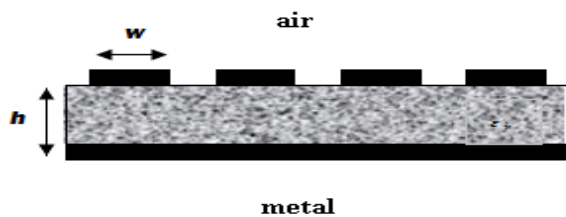


Sur cette structure, on n'obtient pas le phénomène de résonance. L'excitation du plasmon n'est pas possible pour le strip inséré dans la couche d'air.

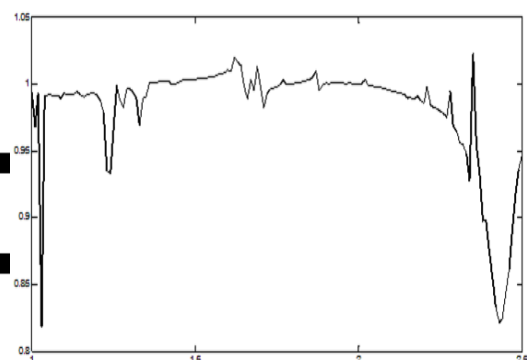
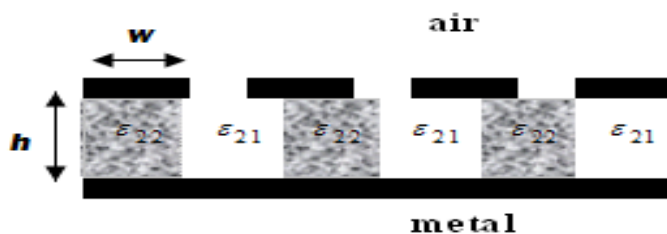
### 3.2. ETUDES PHYSIQUES DES PHÉNOMÈNES DE RESONANCE



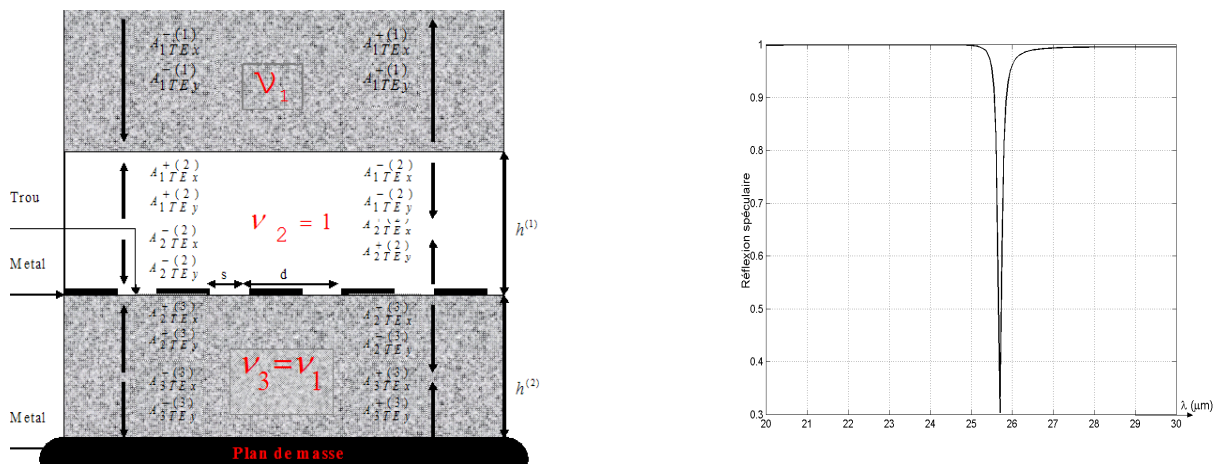
Pour cette structure, pour une valeur de l'angle d'incidence  $\theta$ , on observe une résonance à une longueur d'onde précise. Toutefois l'absorption n'est pas totalement nulle en dehors de cette résonance.



Cette figure représente la variation de l'efficacité diffractée de l'ordre 0 en fonction de la longueur d'onde en incidence conique pour une couche de hauteur  $h = 0.12\mu m$ . Le troisième milieu est un métal parfaitement conducteur. Nous constatons que par rapport à la précédente il n'y a pas d'amélioration du comportement à la résonance.



Cette figure représente la variation de l'efficacité diffractée de l'ordre 0 en fonction de la longueur d'onde en incidence conique pour une structure de forme lamellaire. Le troisième milieu est un métal parfaitement conducteur. On a les mêmes remarques que précédemment.



Cette figure montre que c'est cette structure qui permet d'observer la résonance quasi-parfaite : onde incidente presque totalement absorbées (70%), largeur spectral presque nulle, grande sélectivité ( $\lambda_r = 25.70\mu m$ ) et absorption nulle en dehors de la résonance.

### 3.2.3.2 Effet de l'influence de l'épaisseur de la couche sur la fréquence de résonance

Nous pouvons aller plus loin dans l'analyse de l'allure des pics de résonance en fonction des paramètres optogéométriques. Les comportements de la résonance en fonction de la hauteur de la couche est donné par la figure 3.18.

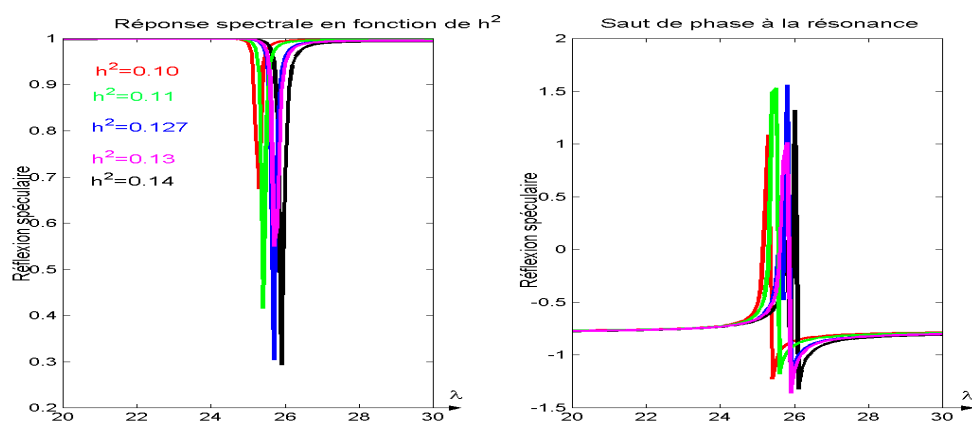


FIG. 3.18 – Influence de la hauteur du couche sur le pics des résonances et sur la phase du facteur de réflexion. Les paramètres sont :  $\epsilon_1 = 10$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 10$ ,  $h^1 = 1\mu m$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$ ,  $\delta = 0^\circ$ ,  $d = 15\mu m$ ,  $w = d/2$ .

Sur cette figure, nous constatons que pour une hauteur  $h^2 = 0.12\mu m$ , l'absorption est forte et la position de résonance est indépendante de la hauteur de la couche.

## 3.2. ETUDES PHYSIQUES DES PHÉNOMÈNES DE RÉSONANCE

### 3.2.3.3 Effet de l'influence du facteur de remplissage sur la fréquence de résonance

Le fill factor  $f_d = \frac{w}{d}$ , représente le pourcentage de la période occupé par le ruban métallique de la structure.

L'influence du fill factor sur la réponse spectrale de la résonance (pic de résonance) lorsque la période est de l'ordre ou plus faible que la longueur d'onde incidente est illustrée sur la figure 3.19.

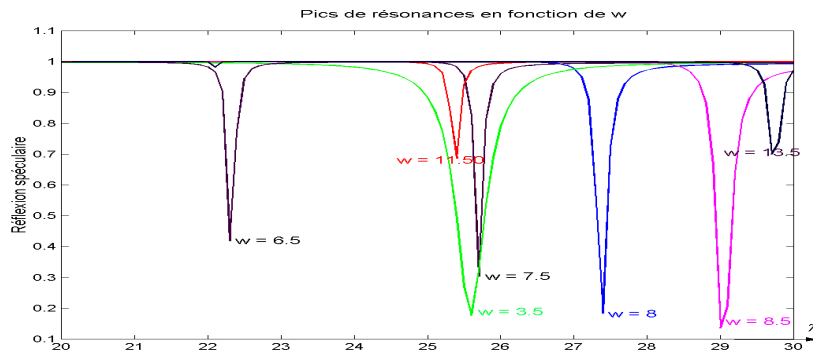


FIG. 3.19 – Influence du fill factor sur le pics des résonances. Les paramètres sont :  $\epsilon_1 = 10$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 10$ ,  $h^1 = 1\mu m$ ,  $h^2 = 0.127\mu m$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$ ,  $\delta = 0^\circ$ ,  $d = 15\mu m$ .

### 3.2.3.4 Effet de l'influence de la polarisation $\delta$ sur la fréquence de résonance

Le déplacement de minimum de la courbe de réflexion en fonction de l'angle de polarisation  $\delta$  est illustré sur la figure 3.20.

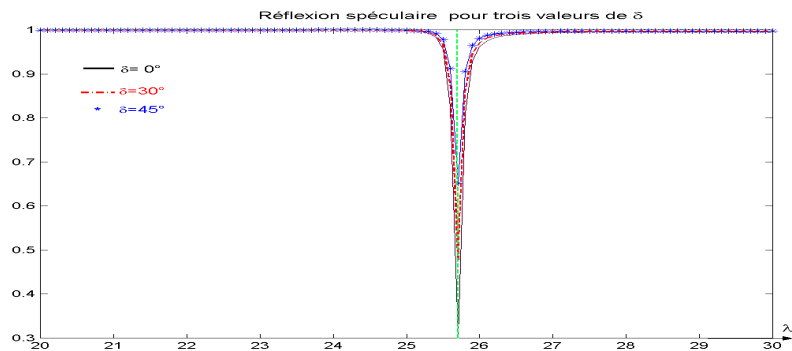


FIG. 3.20 – Variation de la réflectivité en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  pour trois valeurs de l'angle de polarisation  $\delta$ . Les paramètres de la structure sont :  $\epsilon_1 = 10$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 10$ ,  $h^1 = 1\mu m$ ,  $h^2 = 0.127\mu m$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$ ,  $w = d/2$ .

Pour une même longueur d'onde, la réflectivité varie en fonction de l'angle de polarisation  $\delta$  (voir trait vertical sur la figure 3.20). Si nous traçons uniquement la réflectivité à cette longueur d'onde pour laquelle l'absorption a été calculée, nous obtenons la figure (Fig.3.21).

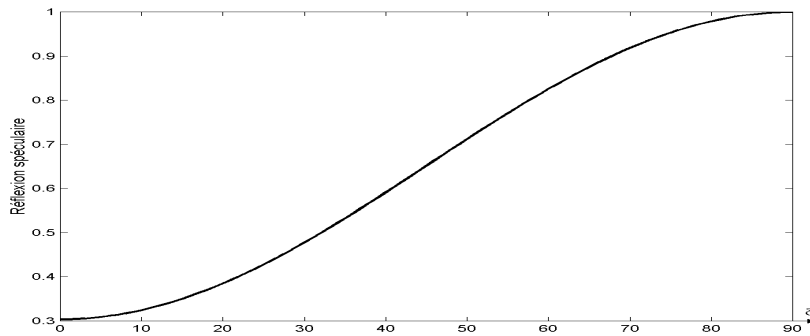


FIG. 3.21 – Variation de la réflectivité pour la longueur d'onde de résonance  $\lambda_r = 25.70\mu m$  en fonction de l'angle de polarisation  $\delta$  (par conséquent de l'absorption ou atténuation). Les paramètres de la structure sont :  $\epsilon_1 = 10$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_3 = 10$ ,  $h^1 = 1\mu m$ ,  $h^2 = 0.127\mu m$ ,  $\theta = 26^\circ$ ,  $\phi = 180^\circ$ ,  $w = d/2$ .

En modifiant l'angle  $\delta$ , on change essentiellement le minimum du pic de résonance. Il est donc nécessaire de choisir une valeur de  $\delta$  tel que le minimum de réflexion soit le plus faible possible. Lorsqu'on est au sommet de la courbe de réflectivité, le phénomène de résonance associé à l'excitation du mode guidé est très intense si le minimum de ce pic est faible (Taux d'absorption maximum). On vérifié que la résonance est la meilleure en polarisation TM ( $\delta = 0$ )

### 3.2.4 Synthèse : Conception de la structure optimale

Pour optimiser la courbe de résonance du guide et limiter ces "pertes", il convient de ne conserver qu'un seul ordre réfléchi et transmis. La longueur d'onde n'est pas un paramètre ajustable dans la conception du guide puisqu'on désire réaliser un guide fonctionnant à une longueur d'onde choisie, c'est à dire  $\lambda$  étant fixé. C'est sur la période  $d$ , qu'il va falloir jouer pour n'avoir que le seul ordre spéculaire. En effet, il faut choisir sa période  $d$  suffisamment petite pour que le guide ne supporte que l'ordre spéculaire, c'est à dire toujours plus petite que la longueur d'onde de résonance  $\lambda_r$ .

A la résonance aiguë, le champ est plus intense qu'à la résonance large ce qui est une signature d'un facteur de qualité très grand. La conception du guide avec un facteur de qualité très grand nécessite une structure multicouche (figure 3.11) dont la hauteur du couche diélectrique en dessous des rubans métallique est environ  $0,127\mu m$  (résonance quasi parfaite, absorption environ 70%, largeur spectral presque nulle et grande sélectivité).

## 3.2. *ETUDES PHYSIQUES DES PHÉNOMÈNES DE RESONANCE*

La position des résonances peut être ajustée au moyen du fill factor. Pour obtenir un guide optimisé, c'est-à-dire, très fin spectralement et résonant dans la longueur d'onde de résonance choisie, il convient de prendre un fill factor légèrement supérieure à 50%.

L'angle de polarisation  $\delta$  est choisi de telle façon que le minimum de réflexion soit le plus faible possible. Nous avons trouvé (figure 3.21) que la résonance est très marquée en polarisation TM( $\delta = 0$ ).

### 3.2.5 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons montré que les ondes de surface sur les réseaux des strips métalliques plans permettent d'observer un effet de réflexion résonante et nous parvenons en outre à retrouver la valeur du coefficient de réflexion. Nous avons ensuite montré que ce pic de résonance est dû au couplage des ondes de surface et l'onde incidente. En effet, nous avons observé l'amplification résonante, ainsi qu'un saut de phase du facteur de réflexion au passage de la résonance.

Dans la seconde partie, nous avons présenté deux méthodes numériques permettant de calculer les modes et les pôles de résonance : la méthode de Müller et la méthode d'intégrale de Cauchy. D'après les résultats numériques, nous avons constaté que le résultat obtenu par la méthode d'intégrale de Cauchy est plus proche de la valeur de référence.

Notre formalisme est relativement simple à mettre en oeuvre. Il s'applique à toutes les structures multicouches quelles que soient leurs épaisseurs, leurs indices optiques et leurs formes. Elle nous a permis aussi de prendre en main et de comprendre les principaux phénomènes mis en jeu lors de l'optimisation du réseau de strips métallique plan, de façon à mieux aborder la conception du guide.

---

## Conclusion générale et perspective

---

Dans ce manuscrit, nous avons montré que l'on pouvait exciter les ondes de surface sur les réseaux de strips métalliques de la même façon qu'en plasmonique. Un des avantages d'utiliser les réseaux des strips métalliques est que la fréquence correspondant à l'excitation résonante des ondes de surface peut être modulée (ajustée) en fonction des paramètres du réseau et que les matériaux (couche guidante) utilisés sont des diélectriques présentant peu de pertes par rapport aux strips et le plan de masse.

Dans le premier chapitre, des méthodes efficaces pour améliorer la vitesse de convergence ont été présentées. Nous avons démontré que les problèmes du champ sur les matériaux métalliques sont résolues grâce à l'utilisation de ces méthodes, ce qui allège la complexité des calculs.

Ce chapitre est consacré aux améliorations de la méthode MMFE et la méthode C . Nous avons montré le progrès obtenu avec la discrétisation spatiale adaptative et les techniques de la méthode CBCM. L'utilisation des coordonnées adaptatives a permis d'améliorer la convergence de la méthode et d'assurer sa stabilité numérique.

La méthode adaptative est basée sur le resserrement des lignes de coordonnées au voisinage des points de discontinuité du profil du réseau et sur un échantillonnage adaptées à la géométrie de la structure (géométrie du réseau).

L'idée principale de la méthode CBCM est de combiner dans une seule équation les continuités de composantes tangentiels du champ électrique et magnétique.

La méthode C consiste à utiliser une transformation de coordonnées. Ce système de coordonnées est choisi de façon à ce que les surfaces de coordonnées coïncident avec les surfaces limites du réseau. L'écriture des conditions de continuité des composantes tangentiels du champ sur ces surfaces est alors très facile.

Le chapitre 2 traite le problème de la diffraction des réseaux de strips métallique éclairés

en incidence oblique par une onde plane, certains calculs étant détaillés. La résolution est ramenée à celle d'un seul système de deux équations pour les deux types de polarisation (TE et TM).

Les résultats nous ont permis par la suite (chap3) de trouver la structure et d'optimiser afin d'obtenir le meilleur guide surfacique.

Dans le dernier chapitre, nous avons appliqué ces méthodes pour caractériser les résonances dues aux ondes de surface. Tout d'abord, nous avons mis en évidence le phénomène de résonance sur les facteurs de réflexion et nous avons expliqué le mécanisme responsable de cette résonance en montrant qu'elle était due au couplage de l'onde de surface et de l'onde incidente.

Nous avons étudié le phénomène de résonance sur les facteurs de réflexion dans le cas d'une structure multicouche. Cette structure permet d'obtenir la résonance très marquée. Nous appuyant sur la théorie phénoménologique de Maystre, nous avons retrouvé le profil des facteurs de réflexion et constaté l'existence d'un déphasage à la résonance. Les techniques des méthodes ASR et CBCM nous a permis de calculer l'amplitude de tous les ordres évanescents exaltés correspondant à l'onde de surface. Elles nous ont aussi permis de calculer le champ électromagnétique à la résonance, mettant ainsi en évidence le confinement et l'amplification du champ dans l'interface. Elle a également permis d'examiner les propriétés de ces structures en étudiant et calculant les pôles complexes de la matrice de diffraction.

Enfin, l'étude des paramètres optogéométriques de la structure nous a permis de concevoir une guide d'onde de surface à partir des réseaux des strips métalliques.

Dans cette thèse, nous avons montré qu'un réseau de strips métalliques inséré dans une structure multicouche permet d'obtenir des effets de résonances très marqués : largeur spectral très faible, longueur d'onde précise. Ces effets peuvent être utilisés dans diverses applications : filtre, guide sélectif.

En perspectives, l'extension de cette étude au cas 2D voire 3D devrait conduire à, de résultats intéressants en vue de nouvelles applications.

## EQUATIONS DE MAXWELL SOUS FORME COVARIANTE

### A.1 Les équations de Maxwell sous forme covariante tridimensionnelle

Nous nous intéressons à des champs électromagnétiques en régime harmonique de pulsation  $\omega$ . Aussi adoptons nous la notation complexe en faisant correspondre à toute composante réelle  $\bar{U}(r, t)$  d'un vecteur du champ son amplitude complexe  $U(r)$  associée au facteur multiplicatif  $\exp(i\omega t)$  :

$$[\bar{U}(r, t) = \Re [U(r)\exp(i\omega t)]] \quad (\text{A.1})$$

Quel que soit le système de coordonnées  $(x^1, x^2, x^3)$  de l'espace tridimensionnel, en utilisant la notation d'Einstein, les équations de Maxwell-Minkowski s'écrivent :

$$\begin{cases} \xi^{ijk} \partial_j E_k = -i\omega B^i \\ \partial_i B^i = 0 \\ \xi^{ijk} \partial_j H_k = i\omega \frac{\partial D^i}{\partial t} + J^i \\ \partial_i D^i = \rho \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$\{i, j, k\} \in \{1, 2, 3\}$  et  $\xi^{ijk}$  désigne l'indicateur de Levi-Civita<sup>1</sup> défini par :

$$\xi^{ijk} = \begin{cases} 0 \\ +1 \\ -1 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Pour tout système de coordonnées au repos, le champ électrique E, le champ magnétique H sont des vecteurs covariants, tandis que l'excitation électrique D, l'excitation magnétique B et la densité de courant J sont des pseudo-vecteurs contravariants. Dans un changement<sup>2</sup> de coordonnées tel que  $x^{i'} = x^{i'}(x^i)$ , ces grandeurs se transforment donc de la façon

<sup>1</sup> $\xi^{ijk}=0$  si deux indices sont égaux,  $\xi^{ijk}=+1$  si deux indices sont dans un ordre obtenu au moyen d'un nombre pair de permutations à partir de  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\xi^{ijk}=-1$  pour un nombre impair de permutations.

<sup>2</sup> Le changement de coordonnées est holonôme, et on note  $\Delta$  le déterminant de la matrice de changement de base  $A_i^{i'}$  :  $\Delta = \det [A_i^{i'}]$

suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{i'} = A_{i'}^i E_i \\ H_{i'} = A_{i'}^i H_i \\ J_{i'} = |\Delta|^{-1} A_{i'}^i J_i \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} B^{i'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} B^i \\ D^{i'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} D^i \\ \rho' = |\Delta|^{-1} \rho \end{array} \right. \quad (\text{A.4})$$

$$\{i, i'\} \in \{1, 2, 3\}$$

## A.2 Les relations du milieu

En régime harmonique, les relations précédentes s'accompagnent des relations du milieu où elles dépendent du système de coordonnées :

$$\left\{ \begin{array}{l} D^i = \varepsilon^{ij} E_j \\ B^i = \mu^{ij} H_j \end{array} \right. \quad (\text{A.5})$$

Pour un milieu homogène, isotrope de permittivité  $\varepsilon$  et de perméabilité  $\mu$ , les pseudo-tenseurs de milieu  $\varepsilon^{ij}$  et  $\mu^{ij}$  s'écrivent simplement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^{ij} = \varepsilon \delta^{ij} \\ \mu^{ij} = \mu \delta^{ij} \end{array} \right.$$

Un milieu non homogène et isotrope est un milieu pour lequel, la permittivité ou la perméabilité, sont fonctions des variables d'espace. Les relations précédentes deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^{ij} = \varepsilon(x, y, z) \delta^{ij} \\ \mu^{ij} = \mu(x, y, z) \delta^{ij} \end{array} \right. \quad (\text{A.7})$$

Enfin un milieu non isotrope est caractérisé par un tenseur<sup>3</sup> de perméabilité ou de permittivité. Le tableau des valeurs de  $\varepsilon^{ij}$  ou  $\mu^{ij}$  n'est plus proportionnel à un scalaire. Quelque soit la nature du milieu et quelque soit le système de coordonnées, les relations de milieu s'écrivent ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} D^i = \varepsilon^{ij} E_j \\ B^i = \mu^{ij} H_j \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^{ij} = \varepsilon \sqrt{g} g^{ij} \\ \mu^{ij} = \mu_0 \sqrt{g} g^{ij} \end{array} \right. \quad (\text{A.8})$$

Il peut être utile d'inverser ces relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = \eta_{ij} D^j \\ H_i = \chi_{ij} B^j \end{array} \right. \quad (\text{A.9})$$

Dans le changement de coordonnées  $x^{i'} = x^{i'}(x^i)$  les nouveaux tenseurs de milieux se transforment ainsi :

<sup>3</sup> Les  $g^{ij}$  sont les composantes contravariantes du tenseur métrique du système de coordonnées et  $g$  le déterminant de ce même tenseur métrique.

$$\begin{cases} \varepsilon^{i'j'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} A_j^{j'} \varepsilon^{ij} \\ \mu^{i'j'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} A_j^{j'} \mu^{ij} \\ \eta_{i'j'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} A_j^{j'} \eta_{ij} \\ \chi_{i'j'} = |\Delta|^{-1} A_i^{i'} A_j^{j'} \chi_{ij} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

### A.3 Equations de Maxwell harmonique

Nous considérons des champs électromagnétiques qui sont des fonctions harmoniques du temps et nous adoptons la notation complexe avec :

$$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega \quad (\text{A.11})$$

A partir des équations de Maxwell et des relations du milieu, il est possible d'écrire les relations suivantes entre les amplitudes complexes des composantes covariantes des champs E et H :

$$\begin{cases} \xi^{ijk} \partial_j E_k = -ik \sqrt{g} g^{ij} Z H_j \\ \xi^{ijk} \partial_j Z H_k = ik \sqrt{g} g^{ij} E_j \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

avec,

$$\begin{cases} Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \Re(Z) \succ 0 \\ k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon, \Re(k) \succ 0 \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

#### Remarque

Lorsque le milieu est un métal de conductivité  $\sigma$  et de permittivité relative  $\varepsilon_r$ , la méthode des amplitudes complexes permet de conserver le système (A.12) à condition d'introduire la permittivité complexe ainsi définie :

$$\varepsilon = \varepsilon_r - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \quad (\text{A.14})$$

---

## RÈGLES DE FACTORISATION DE LI ET CONVENTIONS

---

Nous rappellerons dans ce paragraphe les résultats établis par Li [54] qui ont pour objet le produit de deux séries de Fourier.

### B.1 Énoncé

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions périodiques en  $x$  de période  $d$ , et  $h$  la fonction résultant de leur produit. Si  $f$  et  $g$  sont continues, les coefficients de Fourier de  $h$  s'obtiennent en faisant le produit de convolution des coefficients de Fourier de  $f$  par ceux de  $g$ . Cependant, lorsque ces fonctions sont discontinues cette règle n'est plus toujours vérifiée.

L'extension des règles de factorisations au cas de fonctions de deux variables n'a été faite que dans un cas particulier pour lequel la justification mathématique n'est pas complètement achevée [54]. Nous avons ici utilisé des règles, inspirées par celles de cas 1D, pour lesquelles la seule justification est l'incidence positive sur la convergence numérique.  $f$  et  $g$  sont deux fonctions de deux variables  $x^1$  et  $x^2$ ,  $h$  est la fonction produit de  $f$  et  $g$ . Des résultats établis par Lifeng Li nous conduisent à déduire les deux règles suivantes :

1.  $f$  ou  $g$  est continue par rapport à  $x^1$  : on applique la règle de Laurent [55, 56] pour  $x^1$ , c'est-à-dire,

$$h_n = \sum_m f_{n-m} g_m, \quad (\text{B.1})$$

où  $h_n$ ,  $f_{n-m}$  et  $g_m$  représentent le  $n^{iEme}$ ,  $(n-m)^{iEme}$  et  $m^{iEme}$  coefficient de la série de  $h$ ,  $f$  ou  $g$ . En effet soit l'autre fonction est discontinue auquel cas cette règle doit être appliquée, soit elle est continue auquel cas c'est indifférent.

2.  $h$  est continue par rapport à  $x^1$  : on applique la règle inverse,

$$h_n = \sum_m [\tilde{f}_{n-m}]^{-1} g_m, \quad (\text{B.2})$$

où  $[\tilde{f}_{n-m}]^{-1}$  représente l'élément situé à  $n^{iEme}$  ligne et à la  $m^{iEme}$  colonne de la matrice Toeplitz du coefficient du Fourier de la fonction  $1/f$ . En effet soit  $f$  et  $g$  présentent des

discontinuités qui se compensent auquel cas il faut appliquer cette règle, soit  $f$  et  $g$  sont toutes les deux continues et on peut utiliser indifféremment l'une ou l'autre façon de factoriser.

On procède de la même façon par rapport à la variable  $x^2$ . La dualité des variables et des règles de factorisation implique 4 cas possibles. Par convention, on écrit :

- $(f)$  : règle de Laurent par rapport à  $x^1$  et  $x^2$
- $\left(\frac{1}{f}\right)^{-1}$  : règle inverse par rapport à  $x^1$  et  $x^2$
- $\left(\frac{1}{f}\right)_1^{-1}$  : règle inverse par rapport à  $x^1$  et règle de Laurent par rapport à  $x^2$
- $\left(\frac{1}{f}\right)_2^{-1}$  : règle inverse par rapport à  $x^2$  et règle de Laurent par rapport à  $x^1$

## B.2 Application aux équations constitutives du milieu

La méthode que nous avons choisie, la MMFE, nous conduit à développer les champs et la permittivité en série de Fourier puis d'en former le produit. Dans la couche réseau, la permittivité est discontinue et nous devons appliquer les règles de factorisation.

Nous avons pris le parti de distinguer les fonctions conduisant à des produits de type 1 ou 2, afin de faciliter, par la suite, l'application des règles de factorisation. Ainsi, la notation  $[f]$  signifie qu'on devra, lorsque la fonction sera développée en série de Fourier, multiplier par la matrice toeplitz des coefficients de Fourier de  $f$ , et la notation  $\left[\frac{1}{f}\right]^{-1}$  par l'inverse de la matrice toeplitz des coefficients de Fourier de la fonction  $\left(\frac{1}{f}\right)$ .

Dans la couche réseau, les composantes tangentielles de  $E$  et  $H$  et les composantes normales de  $D$  et  $B$  doivent être continues. La permittivité étant variable,  $\varepsilon$  varie en fonction de  $x$ ;  $E_y$ ,  $D_x$ ,  $E_z$  sont continus. et  $\varepsilon(x)$ ,  $D_y$ ,  $E_x$ ,  $D_z$  sont discontinus. L'application de règles de factorisation conduit à écrire les équations constitutives dans la couche réseau de la façon suivante,

$$\begin{cases} D_x = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]^{-1} E_x \\ D_y = [\varepsilon] E_y \\ D_z = [\varepsilon] E_z \end{cases}, \text{ avec } \begin{cases} B_x = \mu_0 H_x \\ B_y = \mu_0 H_y \\ B_z = \mu_0 H_z \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

---

**MATRICE S**


---

### C.1 Définition

La diffraction d'une onde plane par une couche diélectrique peut être analysée en terme de matrice S, concept couramment utilisé dans la théorie des circuits hyperfréquences. On assimile chaque face de la couche à une jonction à  $4N$  accès avec  $N=2M+1$ ,  $M$  étant l'ordre de troncature des séries de Fourier généralisées à partir desquelles on exprime le champ. La matrice S est une matrice traduisant les couplages des différentes ondes. Elle dépend de la polarisation, du profil de l'interface et des indices de part et d'autre de celle-ci. Elle s'obtient à partir des conditions aux limites vérifiées par le champ électromagnétique sur l'interface. Dans notre cas, elles relient, comme le montre la figure C.1, les coefficients des champs entrants aux coefficients des champs sortants soit,

$$\begin{bmatrix} B_1^{+(1)} \\ B_1^{-(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S]_{11}^{(12)} & [S]_{12}^{(12)} \\ [S]_{21}^{(12)} & [S]_{22}^{(12)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^{-(1)} \\ B_1^{+(2)} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

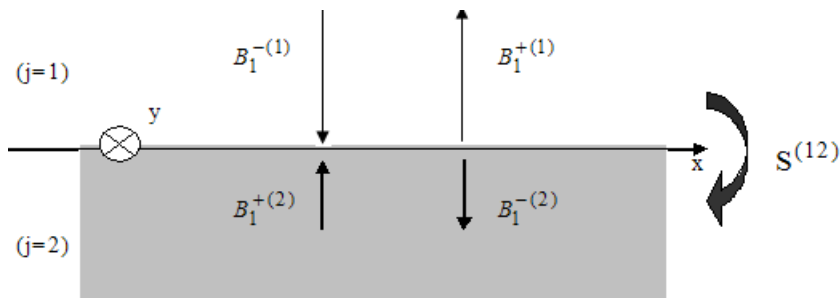


FIG. C.1 – Description de la matrice  $[S]^{(12)}$

avec  $B_i^{\pm(j)} = \begin{bmatrix} A_{iTM}^{\pm(j)} \\ A_{iTE}^{\pm(j)} \end{bmatrix}$  représente le vecteur colonne constitué des coefficients des champs électrique et magnétique et (i) note l'interface, (j) le milieu où sont calculés les coefficients.

## C.2 Algorithme de Récursion

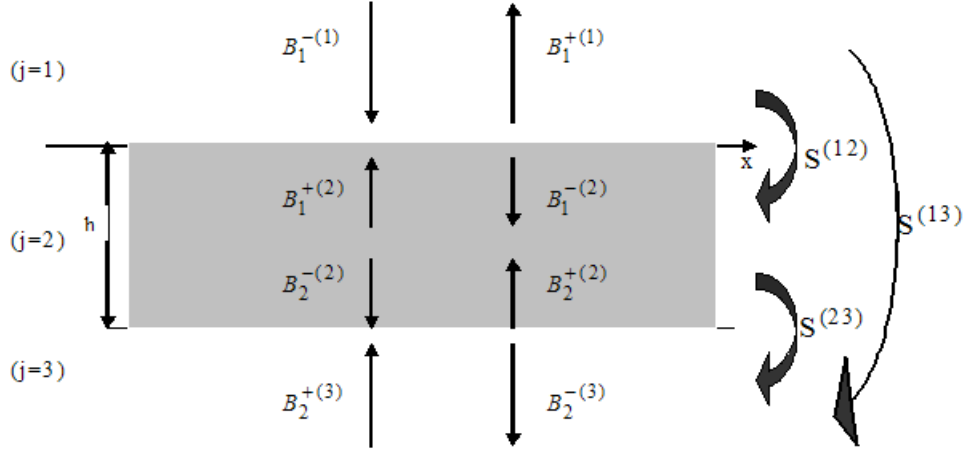


FIG. C.2 – Cascadage des matrices S

Chaque interface, comme le montre la figure C.2, est décrite par une matrice S,

$$\begin{bmatrix} B_1^+(1) \\ B_1^-(2) \end{bmatrix} = [S]^{(12)} \begin{bmatrix} B_1^-(1) \\ B_1^+(2) \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

$$\begin{bmatrix} B_2^+(2) \\ B_2^-(3) \end{bmatrix} = [S]^{(23)} \begin{bmatrix} B_2^-(2) \\ B_2^+(3) \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

où  $B_i^{\pm(2)}$  désigne les coefficients des champs de la couche (2) calculés à l'interface supérieure,  $i=1$ , ou inférieure,  $i=3$ . Ces coefficients sont reliés par la relation :

$$\begin{bmatrix} B_1^+(2) \\ B_2^-(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & [\phi^{(2)}] \\ [\phi^{(2)}] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^-(2) \\ B_2^+(2) \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

et

$$[\phi^{(2)}] = \begin{bmatrix} [\phi_{TM}^{(2)}] & 0 \\ 0 & [\phi_{TE}^{(2)}] \end{bmatrix} \quad (\text{C.5})$$

avec  $[\phi_{TM}^{(2)}]$  et  $[\phi_{TE}^{(2)}]$  définies par

$$\begin{cases} \phi_{TM}^{(2)} = \exp(-ik\gamma_{TM}^{(2)}h) \\ \phi_{TE}^{(2)} = \exp(-ik\gamma_{TE}^{(2)}h) \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

La matrice de passage entre le milieu (1) et (3),  $[S]^{(13)}$ , est donnée par,

$$[S]^{(13)} = \begin{bmatrix} [S]_{11}^{(13)} & [S]_{12}^{(13)} \\ [S]_{21}^{(13)} & [S]_{22}^{(13)} \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

avec,

$$\begin{cases} [S]_{11}^{(13)} = [S]_{11}^{(12)} + [S]_{12}^{(12)} [\phi^{(2)}] [D_2]^{-1} [S]_{11}^{(23)} [\phi^{(2)}] [S]_{21}^{(12)} \\ [S]_{12}^{(13)} = [S]_{12}^{(12)} [\phi^{(2)}] [D_2]^{-1} [S]_{12}^{(23)} \\ [S]_{21}^{(13)} = [S]_{21}^{(23)} [\phi^{(2)}] [D_1]^{-1} [S]_{21}^{(12)} \\ [S]_{22}^{(13)} = [S]_{22}^{(23)} + [S]_{21}^{(23)} [\phi^{(2)}] [D_1]^{-1} [S]_{22}^{(12)} [\phi^{(2)}] [S]_{12}^{(23)} \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

et,

$$\begin{cases} [D_1] = [I] - [S]_{22}^{(12)} [\phi^{(2)}] [S]_{11}^{(23)} [\phi^{(2)}] \\ [D_2] = [I] - [S]_{11}^{(23)} [\phi^{(2)}] [S]_{22}^{(12)} [\phi^{(2)}] \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

### C.3 Calcul des Coefficients des couches internes

Pour une structure à une couche, cf figure C.1, le calcul des efficacités nécessite l'évaluation de  $[S]^{(12)}$ ,  $[\phi^{(2)}]$  et  $[S]^{(23)}$  puis le calcul de  $[S]^{(13)}$  qui relie les champs entrants aux champs diffractés et transmis. Malheureusement, cette opération ne permet pas l'évaluation des coefficients de la couche(2) nécessaires au calcul du champ dans cette zone. Ces coefficients, afin d'éviter toute instabilité numérique, doivent être calculés de la façon suivante,

$$\begin{cases} B_2^{+(2)} = \left(1 - [S]_{11}^{(23)} [\phi^{(2)}] [S]_{22}^{(12)} [\phi^{(2)}]\right)^{-1} \left([S]_{11}^{(23)} [\phi^{(2)}] [S]_{21}^{(12)} B_1^{-(1)} + [S]_{12}^{(23)} B_2^{+(3)}\right) \\ B_1^{+(2)} = [\phi^{(2)}] B_2^{+(2)} \\ B_2^{-(2)} = [S]_{21}^{(12)} B_2^{-(2)} + [S]_{22}^{(12)} B_1^{+(2)} \\ B_1^{-(2)} = [\phi^{(2)}] B_2^{-(2)} \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

Si la structure possède plus d'une couche, cf figure C.2, on réitère le processus en commençant par les couches inférieures et en utilisant les matrices S intermédiaires. Ainsi, pour une structure à deux couches, on obtient les coefficients de la couche (3) à partir de  $[S]^{(13)}$ , puis ceux de (2) grâce à  $[S]^{(12)}$  et aux coefficients de (3) que l'on vient de déterminer.

---

## Bibliographie

---

- [1] A. Bossavit, G.Griso, B.Miara, " Modélisation de structures électromagnétiques périodiques. Matériaux bianisotropiques avec mémoire." C.R.Acad. Sci. Paris.
- [2] A.Bossavit, "Homogenizing spatially periodic materials with respect to Maxwell equations : chiral materials by mixing simple ones", ISEM, Cardiff, 1995.
- [3] F. Montiel and M. Nevière, "Electromagnetic study of the diffraction of light by a mask used in photolithography," Opt. Commun. **101**, 151-156 (1993).
- [4] F. Montiel and M. Nevière, "Perfectly conducting gratings : a new approach using infinitely thin strips," Opt. Commun. **144**, 82-88 (1997).
- [5] B. Guizal and D. Felbacq,"Electromagnetic beam diffraction by a finite strip grating" Opt. Commun. **165**, 1-6 (1999).
- [6] B. Guizal and D. Felbacq,"Numerical computation of the scattering matrix of an electromagnetic resonator," Phys. Rev. E **66**, 026602 (2002).
- [7] J. Chandezon, M. T. Dupuis, G. Cornet, and D. Maystre, "Multicoated gratings : a differential formalism applicable in the entire optical region," J. Opt.Soc. Am. **72**, 839-846 (1982).
- [8] G. Granet, J. P. Plumey, and J. Chandezon, "Scattering by a periodically corrugated dielectric layer with non-identical faces," Pure Appl. Opt. **4**, 1-5 (1995).
- [9] G. Granet, "Analysis of diffraction by crossed gratings using a non-orthogonal coordinate system," Pure Appl. Opt. **4**, 777-793 (1995).
- [10] G.Granet, " Reformulation of the lamellar grating problem through the concept of adaptive spatial resolution", J. Opt. Soc. Am. A **16**, October 1999.
- [11] G.Granet, J.Chandezon, J.P.Plumey, K.Raniriharinosy, " Reformulation of the coordinate transformation method through the concept of adaptive spatial resolution. Application to trapezoidal gratings", J. Opt. Soc. Am. A **18**, pp. 2102-2108(2001).
- [12] G.Granet and Guizal," Analysis of strip gratings using a parametric modal method by Fourier expansions," Opt.Comm. **255**,1-11 (2005).

- [13] J.P. Plumey, G. Granet, and J. Chandezon, "Differential covariant formalism for solving Maxwell's equations in curvilinear coordinates : oblique scattering from lossy periodic surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.* **43**, 835-842 (1995).
- [14] J. Chandezon, " Les équations de Maxwell sous forme covariante. Application à l'étude de la propagation dans les guides périodiques et à la diffraction par des réseaux" thèse no **261**, Université de Clermont-Ferrand II, 1979.
- [15] L. Li. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modelling layered diffraction gratings. *J. Opt. soc. Am. A*, **13**(5) :pp 1024-1035, May 1996.
- [16] J.W Goodman. *Introduction To Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York, second edition, 1996
- [17] L. Li and J. Chandezon. Improvement of the coordinate transformation method for surface-relief gratings with sharp edges. *J. Opt. Soc. Am. A*, **13**(11) : pp 2247-2255, November 1996.
- [18] L. Li. Multilayer-coated diffraction gratings : differential method of Chandezon et al. revisited. *J. opt. Soc. Am. A*, **11**(11) : pp 2816-2828, November 1994.
- [19] L.Li, J. Chandezon, G. Granet, and J-P. Plumey. Rigorous and efficient grating-analysis method made easy for optical engineers. *Applied Optics*, **38**(2) : pp 304-313, January 1999.
- [20] G. Granet, *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 2510(1999).
- [21] S. Panin, A.Ye. Poyedinchuk, " The plane wave diffraction by a grating over chiral medium" *Telecommunication and Radio Engineering . V.53*, 4-5, pp.98-109, 1999.
- [22] U. Fano, The theory of anomalous diffraction gratings and of quasi-stationary waves on metallic surfaces (Sommerfeld's waves), *J.Opt.Soc.Am.***31**, 213-222(1941).
- [23] L.Li, "Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures", *J. Opt.Soc.Am.A*, Vol.**13**, No.9, 1870-1876 (1986).
- [24] R.W. Wood. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum. *Philos.Mag.*,**4** : pp 396-402, 1902.
- [25] Lord Rayleigh. On the dynamical theory of gratings. *Proc.Roy.Soc.*, A **79** : pp 399-416, 1907
- [26] U. Fano. Zur theorie der intensitätsanomalien der beugung. *Ann. Phy.*, Vol.**32**, No.5,393-443(July 1938).
- [27] A. Hessel and A.A. Onliner, A new theory of Wood's anomalies on optical gratings *Appl. Opt.*, Vol.**4**, No.10,1275-1297(1965).
- [28] R. Petit, *Electromagnetic Theory of Gratings*, Springer-Verlag(Berlin, 1980).
- [29] G.A. Golubenko, A.S. Svakhin, V.A. Sychugov, and A.V. Tishchenko. Total reflection of light from a corrugated surface of a dielectric waveguide. *Sov. J. Quantum Elec.*,**15** :pp 886-887, 1985.

- [30] I.A. Avrutskii, G.A. Golubenko, V.A. Sychugov, and A.V. Tishchenko. Spectral and laser characteristics of mirror with a corrugated waveguide on its surface. *Sov. J. Quantum Elec.*, vol. **16**, No.8, 1063-1065, August 1986.
- [31] L. Mashev and E. Popov. Zero order anomaly of dielectric coated gratings. *Opt. Comm.*, Vol. **55**, No.6, 377-380, October 1985.
- [32] G. Granet, D. Lacour, J.-P. Plumey and A.M. Ravaud. Resonant waveguide grating : Analysis of polarization independent filtering. *Optical and Quantum Electronics*, **33** :pp 451-470, 2001.
- [33] A. Sentenac, F. Lemarchand and H. Giovannini. Increasing the angular tolerance of resonant grating filters with doubly periodic structures. *Optics Letters*, **23**(15) :pp 1149-1151, August 1998.
- [34] Anne-Laure Fehrembach and Anne Sentenac. Study of waveguide grating eigenmodes for unpolarized filtering applications. *J. Opt Soc. Am. A*, **20**(3) :pp 481-488, March 2003.
- [35] Ebbesen, T.W., H.J. Lezec, H.F. Ghaemi, T. Thio, et P.A. Wolff . Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays. *Nature (London)* **391**, 667-669 (1998).
- [36] Porto J.A., F.J. Garcia-vidal, et J.B. Pendry (1999). Transmission resonances on metallic gratings with very narrow slits. *Phys.Rev.Lett.* **83**, 2845-2848.
- [37] Martin-Moreno, L., F.J. Garcia-Vidal, H.J. Lezec, K.M. Pellerin, T. Thio, J.B. Pendry et T.W. Ebbesen. Theory of extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays. *Phys.Rev.Lett.* **86**, 1114-1117(2001).
- [38] Popov, M. Nevière, S. Enoch, et R. Reinisch . Theory of light transmission through subwavelength periodic hole arrays. *Phys.Rev. B* **62**, 16100-16108(2000).
- [39] Baida, F.I. et D. Van Labeke . Light transmission by subwavelength annular aperture arrays in metallic films. *Opt.Comm.* **209**, 17-22(2002).
- [40] Cao, Q. et P. Lalanne . Negative role of surface plasmons in the transmission of metallic gratings with very narrow slits. *Phys.Rev.Lett.* **88**, 057403(2002).
- [41] Lalanne, P.C. Sauvan, J.P. Hugonin, J.C. Rodier, et P. Chavel . Perturbative approach for surface plasmon effects on flat interfaces periodically corrugated by subwavelength apertures. *Phys.Rev. B* **68**, 125404(2003).
- [42] Krishnan, A., T. Thio, T.J. Kim, H.J. Lezec, T.W. Ebbesen, P.A. Wolff, J. Pendry, L. Martin -Moreno, et F.J. Garcia. Vidal. Evanescently coupled resonance in surface plasmon enhanced transmission(2001).
- [43] R. B. Melrose, " Geometric scattering theory", Cambridge University Press, New-York, (1995).
- [44] M. Reed, B. Simon, "Methods of modern mathematical physics. Scattering theory", Academic Press, New-York, (1979).
- [45] F. Montiel and M. Nevière, *Optics Comm.* 144-82 (1997).

- [46] T. Tamir, S. Zhang, "Resonant scattering by multilayered dielectric gratings", *J.Opt.Soc.Am.A*, Vol.14, No.7, 1607-1616 (1997).
- [47] W.H.Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W. T. Vetterling, *Numerical Recipes (Fortran version)* p.262. Cambridge University Press, 1989.
- [48] P. Helluy, S. Maire, P. Ravel, "Intégration numérique d'ordre élevé de fonctions régulières ou singulières sur un intervalle", *C.R. Acad. Sci. Paris*, t. 327, Série I, 843-848 (1998).
- [49] Hassani S, " *Foundations of Mathematical Physics*". Prentice-Hall International.
- [50] Petit R. " *L'Outil mathématique*" 4ème édition MASSON
- [51] Didier Felbacq, " *Numerical computation of resonance poles in scattering theory*", *Physical Review E*. Vol.64. 2001.
- [52] C. Kittel. *Introduction à la physique de l'état solide*. Dunod, Paris, third edition, 1972.
- [53] D. Maystre, M. Neviere, *Sur une méthode d'étude théorique quantitative des anomalies de Wood des réseaux de diffraction : application aux anomalies de plasmons*, *J. Optis*, Vol.8, NO.3, 165-174 (1977).
- [54] L.Li, "Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures", *J.Opt.Soc.Am. A*, Vol.13, No.9, 1870-1876 (1996).
- [55] G.H. Hardy, " *Divergent Series*", Oxford U. Press (London, 1949).
- [56] A.Zygmund, " *Trigonometric Series*", Cambridge U. Press (Cambridge, 1977).

# Nanophotonique : Guidage d'ondes sur des surfaces structurées.

*Par*

*Faly Tinasoa ANDRIANANDRASANIRINA*

*Faculté des Sciences, Université de Fianarantsoa, Madagascar.*

*Email : afalytinassou@yahoo.fr*

## Résumé

Aujourd'hui le monde des télécommunications est en plein essor et le nombre de services proposés aux consommateurs augmente d'année en année. Les technologies employées font appel à l'optique. Le simple constat du nombre d'applications "sans fils" qui se développent permet de se rendre compte de l'importance des microondes dans l'ensemble des technologies modernes de communication. Cette thèse se situe dans ce cadre. Elle présente des techniques de modélisation de base pour concevoir et optimiser un guide d'onde de surface fonctionnant dans le domaine des microondes.

Dans le premier chapitre, des outils de simulation permettant de calculer la réponse de diffraction par les réseaux de strips métalliques ont été développés. Les méthodes rigoureuses qui ont été retenues sont la méthode MMFE, CBCM et la méthode C qui prennent en compte la nature vectorielle de la lumière. La difficulté de convergence des calculs numériques et le problème de discontinuité des champs sur les strips métalliques est mise en évidence. Pour traiter ces problèmes, un changement de coordonnées est proposé, c'est le système de " Coordonnées adaptative " qui permet de resserrer les lignes de coordonnées au voisinage des points des discontinuités. Il en résulte une diminution du saut de discontinuité en ces points et une amélioration de la convergence des calculs numériques. Dans le second chapitre, ces méthodes sont étendues au problème de la diffraction en incidence oblique encore appelé diffraction conique.

Dans le troisième chapitre, nous avons appliqué ces méthodes pour étudier et caractériser les réseaux de strips métalliques déposés sur une couche diélectrique. Nous avons mis en évidence le phénomène de résonance sur les facteurs de réflexion et nous avons pu montrer que ces effets des résonances sont dus au couplage de l'onde de surface et de l'onde plane incidente.

Afin d'analyser les couplages résultants qui existent entre le mode, nous avons étudié les pôles de la matrice S et déterminé la sensibilité et l'influence des paramètres optoélectronique sur le pic de résonance. Cette étude a permis de déterminer le triplet (hauteur, facteur de forme, l'angle de polarisation ) relatif à la structure pour que le guide soit optimisé.

### **Mots-cles :**

Diffraction, réseau de strip, méthode MMFE, méthode CBCM, méthode C, discrétisation, résolution spatiale adaptative, convergence, résonances, onde de surface, guide d'onde.

## Abstract

Today, the world of telecommunications is booming and the number of services offered to the consumers rises from year to year. Current Technologies call for optics. The simple report of the number of " wireless " which is increasing allows be aware of the importance of the microwaves in the whole world of modern communication technologies. This thesis is mainly in the same area. It presents tools of basic modeling to design and optimize surface waves guide that works in the field of microwaves.

In the first chapter, simulation tools allowing to calculate the answer of diffraction by the metallic strip grating were developed. The rigorous methods which were adopted are the MMFE, CBCM and the C method which take into account the vector nature of the light. The difficulty in convergence of numerical calculations and the problem of discontinuity of the fields on the metallic strips are highlighted. In order to deal with these problems, the change of co-ordinates is proposed, it is the system of " adaptive co-ordinates " which makes it possible to tighten the lines of co-ordinates in the vicinity of the point of discontinuities. It results from it a reduction from the jump of discontinuity in these points and an improvement of the convergence of numerical calculations.

In the second chapter, these methods are extended to the problem of diffraction in oblique, also called conical diffraction.

In the third chapter, we have applied these methods to study and characterize the metallic strip grating deposited to a dielectric layer. We highlighted the phenomenon of resonance on the factors of reflexion and we could shown that these effects of resonances are due to the coupling of the surface of waves and of the incidence plane waves.

So as to analyze the coupling results which exist between the modes we have studied the poles of the matrix S and determined the sensitivity and the influence of the optoelectronic parameters on the peak of resonance. This study made it possible to determine the triplet (height, fill Factor, the angle of polarization) relating to the structure so that the guide will be optimized.

**Key words :**

Diffraction, strip grating, MMFE, CBCM, C method, adaptive spatial resolution, convergence, resonances, surface wave, waves guide.