

Milieu granulaire soumis à des vibrations horizontales : simulations numériques

Sébastien Nadler^a, Olivier Bonnefoy^a, Jean-Marc Chaix^b, Jean-Louis Gelet^c et Gérard Thomas^a

^a Centre SPIN-LPMG, ENSMSE, UMR 5148, 158 Cours Fauriel Saint-Etienne 42023 Cedex, France

^b SIMAP, Grenoble INP-CNRS, UMR 5266, 1130 rue de la Piscine, BP75-Domaine Universitaire, F-38402 Saint-Martin d'Hères, France

^c Ferraz-Shawmut, 6 rue de Vaucanson, 69720 Saint-Bonnet de Mure, France

Résumé

Dans cette étude, une boîte rectangulaire contenant un milieu granulaire est soumise à des vibrations horizontales sinusoïdales. On simule ce phénomène en utilisant un logiciel basé sur la Méthode des Eléments Discrets. Le logiciel calcule la position et la vitesse de chaque grain à chaque instant, c'est-à-dire avec un point de vue Lagrangien. Après un post-traitement des données, cette approche est transformée en une approche Eulérienne où chaque variable (vitesse, compacité, pression) est associée à une zone fixe dans une repère lié à la boîte.

Nous présentons tout d'abord les mouvements globaux (convection) dans le milieu soumis à des vibrations. L'existence d'un état stationnaire où le champ de vitesse demeure constant est ensuite mise en évidence. Enfin, nous étudions l'influence de l'accélération sur la vitesse de déplacement des grains et la compacité du milieu. Quand cela est possible, nous comparons nos résultats numériques avec des résultats expérimentaux issus de la littérature afin de déterminer la pertinence et les limites de notre modèle.

Introduction

La densification par vibration est un procédé bien connu de l'industrie : dans le génie civil par exemple, on utilise un rouleau vibrant pour compacter et stabiliser le sol. De nombreuses études expérimentales ont déjà été entreprises sur les vibrations verticales [1,2], quelques-unes décrivent le comportement d'un milieu soumis à des vibrations horizontales [3].

Les recherches sur la compaction du sable par vibration dans le laboratoire SPIN de l'ENSM-SE ont été initiées par l'entreprise Ferraz-Shawmut, un des leaders dans la production de fusibles de forte intensité. Ces recherches se sont tout d'abord portées sur l'influence de vibrations verticales [4], puis horizontales [5, 6, 7, 8]. Les fusibles sont constitués de lames d'argent ou de cuivre contenues dans une enveloppe en céramique (Figure 1) pouvant présenter différentes formes : parallélépipédique, cylindrique... Le fusible contient du sable (quartz à structure hexagonale pour plus de 99%) dont la distribution granulométrique est présentée Figure 2 (distribution en nombre). L'objectif de cette étude est de mieux comprendre le processus de compaction par vibration afin d'optimiser le procédé industriel de remplissage des fusibles.

Un outil permettant d'enrichir la compréhension de la densification par vibration est la Méthode des Eléments Discrets (DEM). D'autres études numériques, comme celle [9] qui utilise un modèle 2D, hybride entre la théorie des sphères dures et la dynamique moléculaire, ont déjà été entreprises pour décrire le comportement d'un milieu granulaire soumis à des vibrations horizontales. L'intérêt de la DEM tient à la facilité d'accès des données comme la vitesse à l'intérieur de l'empilement de grains, ou encore la compacité locale dans le milieu granulaire, paramètres qui sont difficilement mesurables dans l'expérience.

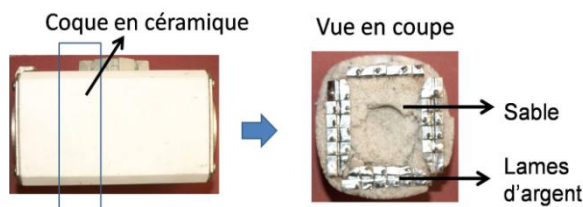


Figure 1. Photos d'un fusible de 750 V, 500 A (source Ferraz-Shawmut). Volume total $\sim 1600 \text{ cm}^3$.

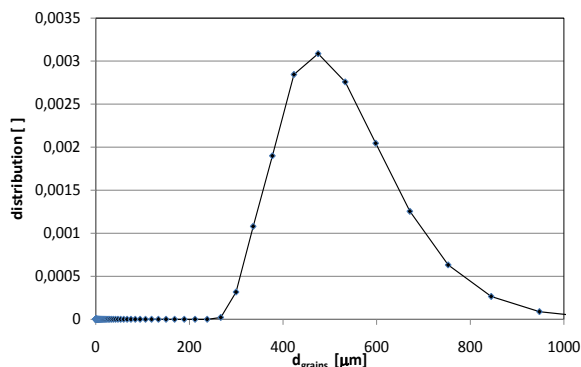


Figure 2. Distribution granulométrique en nombre du sable utilisé industriellement : $\langle d_{\text{grains}} \rangle \approx 500 \mu\text{m}$.

Méthode

La DEM consiste à calculer les forces qui s'exercent sur les grains à chaque pas de temps et d'en déduire l'accélération, la vitesse et la position des grains à chaque instant en utilisant la relation fondamentale de la dynamique. Les grains sont soumis à leur poids et, lors des chocs grain-grain et grain-paroi, à des forces de contact supplémentaires. Lorsque deux grains sont en contact, ils sont modélisés par un système de type « ressort-amortisseur » (voir Figure 3). Dans ce modèle, les grains subissent une force de répulsion (ressort) dépendant de la

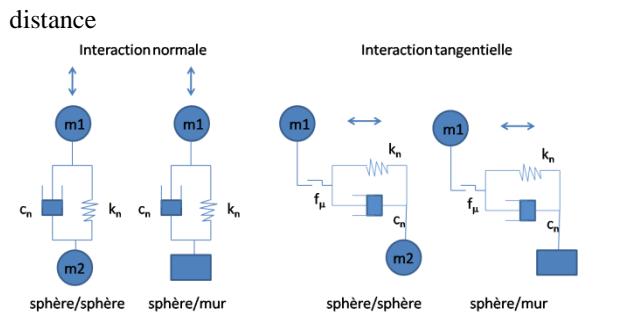


Figure 3. Représentation schématique des interactions physiques s'exerçant sur les particules lors d'un contact normal et tangentiel.

d'interpénétration et de la rigidité des particules ($F_r = k \cdot \delta^{3/2}$ où k est la rigidité des particules et δ la distance d'interpénétration) et une force visqueuse (amortisseur) s'exerçant proportionnellement et dans le sens opposé à la vitesse de déplacement des grains. Cette dernière force est une astuce numérique couramment utilisée pour rendre compte de la dissipation d'énergie mécanique lors d'une collision. L'état de glissement/adhésion des grains est déterminé par le critère de Coulomb. Il n'y a pas de glissement si le rapport des forces tangentielle et normale F_t/F_n est inférieur strictement au coefficient de frottement μ . Lorsque ce rapport est égal à μ , le glissement peut être observé.

Le pas de temps dt dépend principalement de la rigidité des grains et de la taille des particules. Il est choisi pour être petit devant la période propre T_{vib} de vibration des particules : $dt \ll T_{vib} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, où m est la masse d'une particule [10]. Notons que le temps de calcul est inversement proportionnel au pas de temps et approximativement proportionnel au nombre de particules considérées. Dans notre étude, nous utilisons le logiciel PFC3D de l'entreprise Itasca.

Système étudié

Les simulations ont pour objectif de reproduire le comportement d'un milieu granulaire vibré dans une boîte parallélépipédique de dimensions (L_x, L_y, L_z). Afin de faciliter la description du problème, on appellera les différentes faces de la boîte Nord, Sud, Est et Ouest. Les systèmes expérimental et modélisé sont présentés Figure 4.

Pour réduire le temps de calcul, on utilise des conditions aux limites périodiques selon l'axe transverse y . Ceci se justifie par l'observation expérimentale que, assez loin des parois Est et Ouest, les mouvements granulaires sont invariants par translation selon l'axe y .

Les vibrations appliquées au récipient sont modélisée par une force horizontale sinusoïdale : $x=A \cdot \sin(\omega t)$. On note Γ l'accélération crête maximale adimensionnée par la pesanteur : $\Gamma = \frac{A \cdot \omega^2}{g} = \frac{a}{g}$. Les principaux paramètres de la simulation sont listés dans le Tableau 1. De manière à avoir un temps de calcul raisonnable, certains paramètres prennent des valeurs différentes dans les expériences et dans les simulations. Notamment, dans la simulation, le rayon des grains est doublé et la rigidité des particules est divisée par 1000.

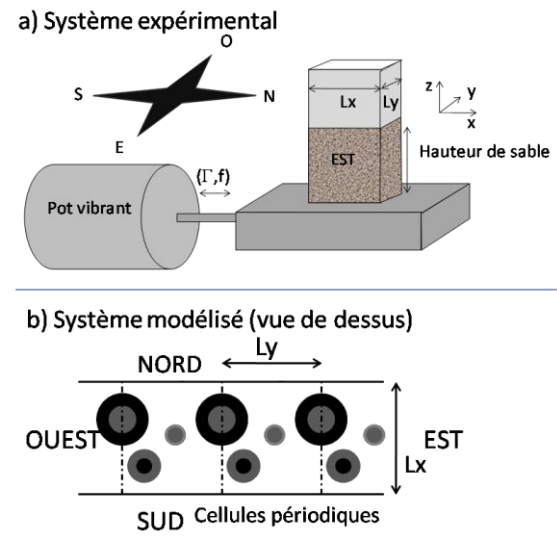


Figure 4. Représentation schématique du système physique et du système modélisé.

Paramètre	Valeur physique	Valeur numérique	Commentaire
r : rayon moyen en nombre [μm]	≈ 250 ,	≈ 450	Rayon du modèle plus grand*
k : rigidité [$\text{N} \cdot \text{m}^{-3/2}$]	$2 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^5$	Rigidité du modèle plus faible*
m : masse volumique [kg m^{-3}]	2700	2700	
τ : cisaillement [Pa]	$400 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^7$	Coefficient de cisaillement # module d'Young*
ν : poisson [-]	0.2-0.4	0.3	Coefficient de Poisson de la silice
Coef. friction : $\mu_{\text{mur/grain}}$ [-]	0.3	0.3	Mesuré avec un rhéomètre à poudre
Coef. friction : $\mu_{\text{grain/grain}}$ [-]	0.7	0.7	Mesuré avec un rhéomètre à poudre
L_x [mm]	40	40	
L_y [mm]	80	∞	Modèle : $L_y = 10$ mm, périodique $\Rightarrow L_y \approx \infty$
Nombre de grains	$\text{max} \approx 10^7$	$\text{max} \approx 5 \cdot 10^5$	*
*Valeurs numériques choisies afin de minimiser le temps de calcul			

Tableau 1. Liste des paramètres et de leurs valeurs.

Résultats et discussions

I. Observations générales

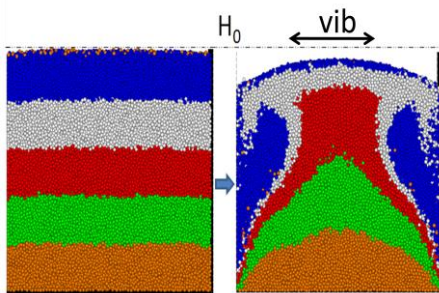


Figure 5. Déformation du milieu granulaire due aux vibrations. A gauche : état initial. A droite : après 14 secondes de vibrations à $\Gamma=3$ et $f=50$ Hz.

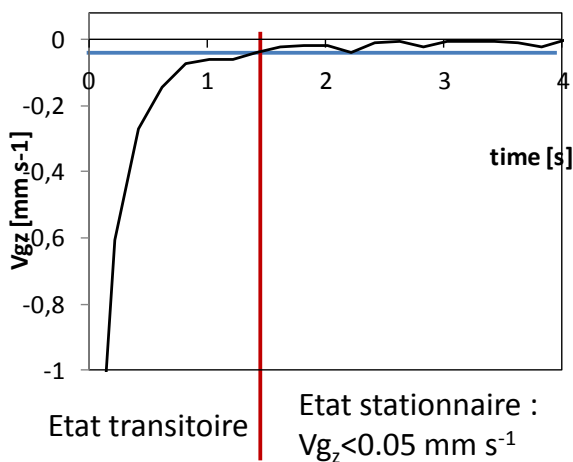


Figure 6. Evolution temporelle de la composante verticale de la vitesse du centre de gravité des grains (simulation).

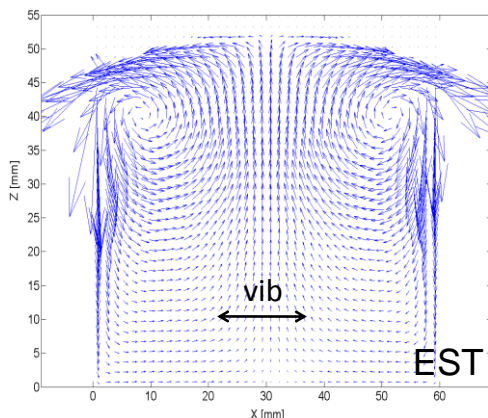


Figure 7. Flux de masse moyenné en régime stationnaire sur les cycles 300 à 700 (8 secondes), $\Gamma=3$, $f=50$ Hz. Vitesse caractéristique des grains \mathbf{V} : $0-20$ mm s⁻¹. A chaque point, on a associé le vecteur $\rho\mathbf{V}$ où ρ désigne la masse volumique apparente locale.

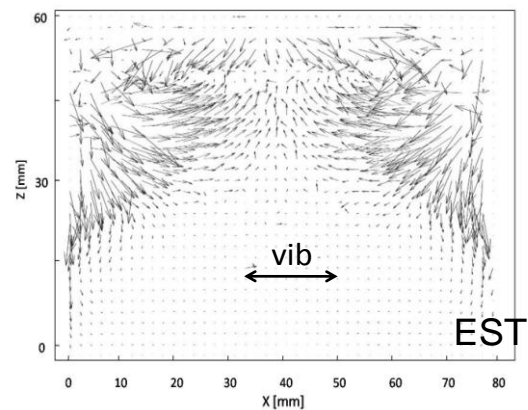


Figure 8. Champ de vitesse mesuré par une technique PIV (Particle Image Velocimetry). On observe deux rouleaux de convection contra-rotatifs. Ici, $\Gamma=4.2$, $f=50$ Hz. Vitesse caractéristique des grains $0-30$ mm s⁻¹ [11].

Sur la Figure 5, on peut voir que le milieu granulaire se compacte sous l'effet des vibrations. On peut aussi visualiser l'apparition d'un dôme qui accompagne les mouvements de convection granulaire, localisés essentiellement dans la partie supérieure.

Le milieu granulaire met un certain temps avant d'atteindre un état stationnaire. Sur la Figure 6 est représentée l'évolution de la vitesse du centre de gravité projetée selon z en fonction du temps. Dès après l'application des vibrations ($t=0$), la vitesse du centre de gravité est négative (orientée vers le bas), ce qui traduit une compaction. Cette compaction est très forte pendant les deux premières secondes puis s'atténue rapidement. Au delà de 1.5 s, V_{gz} devient inférieur à 0.05 mm s⁻¹. Il s'agit alors d'un état stationnaire où nous admettrons que la compacité du milieu, et d'autres paramètres comme les flux ou les vitesses, demeurent constants.

Pour rendre les observations présentées figure 5 plus quantitatives, nous avons calculé les champs de compacité et de vitesse, cette dernière étant définie à partir du déplacement des grains pendant une période de vibration. La Figure 7 représente, pour $\Gamma=3$ et $f=50$ Hz, le champ de flux de masse, défini comme le produit « compacité \times vitesse ». Ce flux a été moyenné sur 400 cycles de vibration en régime stationnaire (entre la 6^{ème} et la 14^{ème} seconde de vibration).

Comme l'illustre la Figure 8, ces résultats numériques sont en accord avec des résultats expérimentaux obtenus par vélocimétrie (PIV). L'expérience révèle en effet l'apparition de deux rouleaux de convection contrarotatifs [11] à partir d'une valeur critique $\Gamma \approx 1$ [6]. Il est important de noter que le comportement simulé du milieu est le même que celui constaté en réalité. Remarquons également que les vitesses numériques sont calculées à partir de déplacements de grains en 3D alors que les vitesses expérimentales sont calculées à partir d'images 2D de grains vus à travers une paroi transparente (plexiglas).

Résultats et discussions

II. Analyse de sensibilité

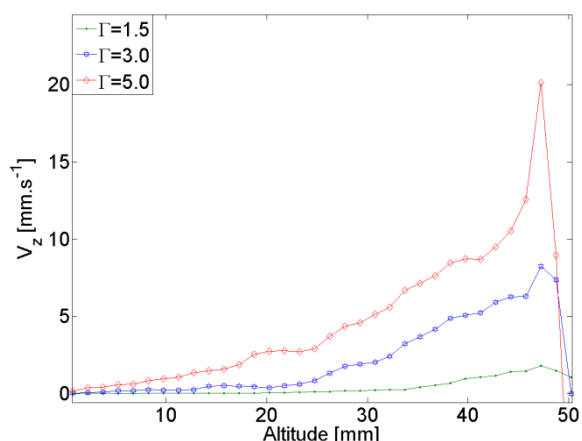


Figure 9. Profil vertical de vitesse en face Nord pour trois valeurs de Γ (simulations).

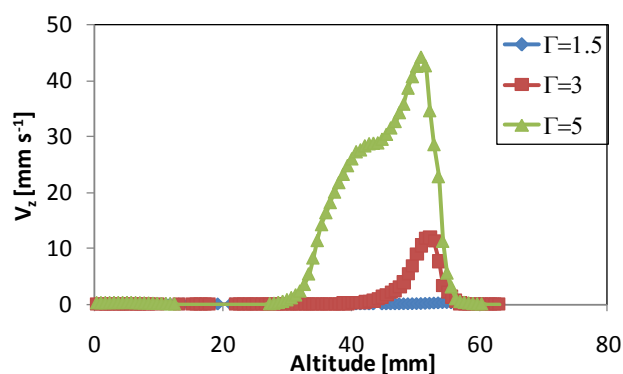


Figure 10. Profil vertical de vitesse en face Nord pour trois valeurs de Γ (interpolation de résultats expérimentaux issus de [5]).

L'étude de sensibilité consiste essentiellement en l'étude de l'influence de l'accélération sur la compacité du milieu granulaire et sur la vitesse de chute des grains le long de la face Nord. Les vitesses et compacités ont été déterminées en effectuant des moyennes sur les cycles 90 à 100, ce qui correspond à un état stationnaire.

II.a. Vitesse des grains

Les simulations nous indiquent que la vitesse de chute des grains augmente de manière importante avec Γ (Figure 9). La zone de surface (env. 5 mm d'épaisseur) est très mobile alors que la zone au fond de l'empilement reste très peu mobile, surtout pour les faibles valeurs de Γ . Nous pouvons comparer ces résultats avec ceux obtenus expérimentalement (Figure 10). Les tendances sont bien respectées, même si les écarts constatés entre les trois courbes sont plus importants dans l'expérience. L'expérience indique aussi qu'une zone solide apparaît au fond de l'empilement (vitesse), fait que la simulation ne reproduit pas (Figure 9 : vitesse non nulle au fond de l'empilement). Ces différences marquent les limites de notre outil de simulation. Celles-ci tiennent aux paramètres choisis pour effectuer la simulation, parfois éloignés de la réalité (notamment rigidité et taille des

grains). Toutefois, l'outil de simulation permet de retrouver tous les résultats qualitatifs sur la vitesse des grains (apparition des rouleaux, augmentation de la vitesse de ceux-ci avec Γ , zone solide au fond de l'empilement).

II.b. Compacité du milieu granulaire

La Figure 11 donne le profil vertical de compacité pour différentes valeurs de l'accélération et met en évidence trois domaines. Pour les faibles accélérations, le fond de l'empilement reste solide et sa compacité proche de sa valeur initiale. Pour des valeurs intermédiaires de Γ (entre 0.5 et 2), les couches de surface sont compactées et les couches du fond gardent une compacité proche de la compacité initiale. Enfin, pour des valeurs élevées de l'accélération ($\Gamma > 4$), les couches du fond sont compactées et les couches de surface ont une compacité faible à cause de la fluidisation de cette zone. La Figure 12, issue de [7], montre que l'on retrouve les mêmes comportements expérimentalement. Trois zones dépendant de l'accélération et de l'altitude sont observées : une zone solide, où la compacité reste égale à la compacité initiale, une zone intermédiaire où le milieu est compacté, une zone fluidisée où il y a une perte de compacité due à l'agitation très forte du milieu [11].

Remarquons encore une fois que les tendances de variation de la compacité sont retrouvées dans les simulations. Quant aux résultats quantitatifs, ils sont décalés mais évoluent de la même manière. Les compacités initiale (resp. maximale) sont de 57% (resp. 63%) dans le modèle et 61% (resp. 68%) dans l'expérience. Nous expliquons cet écart par le fait que nous simulons un milieu contenant des particules sphériques alors que les grains ont dans la réalité une forme plus complexe. De plus, la distribution en taille utilisée dans le modèle est uniforme alors que celle donnée dans l'expérience est proche d'une gaussienne.

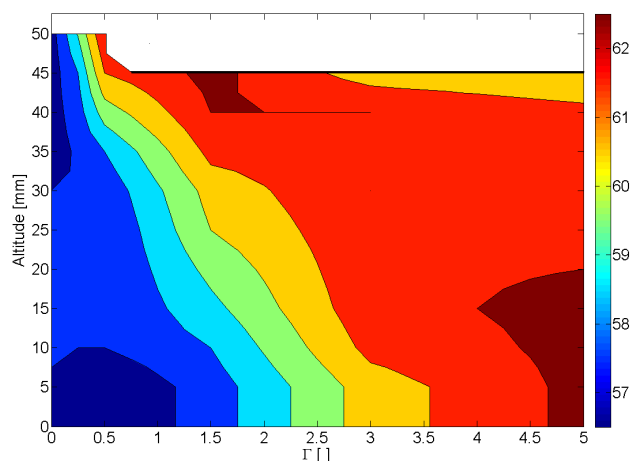


Figure 11. Profil vertical de compacité pour différentes valeurs de Γ (interpolation de résultats de simulation). Compacité initiale $\approx 57-58\%$.

Références

- [1] P. Philippe, and D. Bideau, Physical Review letter, 2003, **91**, 104302
- [2] P.Rivière, P. Richard, D. Bideau and R. Delannay, European Physics journal, 2005, E **16(4)**, 415-420
- [3] H.M. J. Millica Medved, Damien Dawson and S.R. Nagel, Chaos, 1999, **9(3)**, 691-696
- [4] E. Rouèche, G. Thomas, J.-L. Gelet, and J. Missiaen, Powder&Grains, 2005, **2**, 1173-1176.
- [5] A. Raihane, O. Bonnefoy, J.-L. Gelet, J.-M. Chaix, and G. Thomas, Proceedings of the XVth International Congress on Rheology, 2008, 932-935
- [6] A. Raihane, O. Bonnefoy, J.-L. Gelet, J.-M. Chaix, and G. Thomas, Powder Technology, 2008, 190 (1-2), 252-257.
- [7] A. Raihane, O. Bonnefoy, J.M. Chaix, J. L. Gelet, G. Thomas, STPMF, 2009, 978-2-9528140-1-0
- [8] A. Raihane, O. Bonnefoy, S. Nadler, J.-L. Gelet, J.-M. Chaix and G. Thomas, Powders and Grains , 2009, 721-724
- [9] P. C. Kurt Liffman, Guy Metcalfe, Physical Review Letters 1997, 79;23
- [10] Itasca, PFC3D 4.0 manual, 2008, Theory and Background
- [11] S. Nadler, O. Bonnefoy, J.-L. Gelet, J.-M. Chaix, and G. Thomas, Powders and Grains, 2009, 725-728

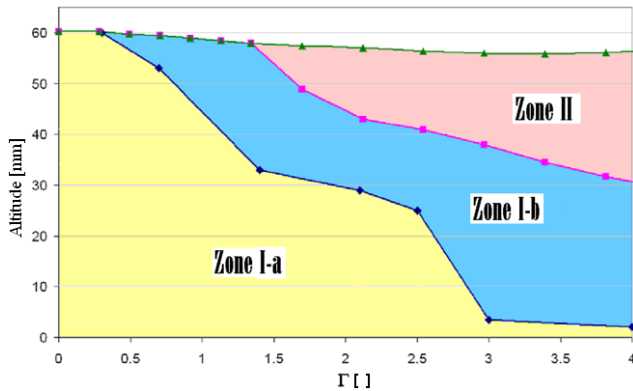


Figure 12. Champ de compacité obtenu expérimentalement dans [7] :

- I-a. Zone inférieure solide : $C=C_{\text{initiale}}$ (entre 61 et 68 % selon le protocole de remplissage).
- I-b. Zone intermédiaire : $C \approx 67-68 \%$.
- I-C. Zone supérieure fluidisée : $C < 64 \%$.

Conclusion et perspectives

L'outil de simulation par la Méthode des Éléments Discrets donne de bons résultats qualitatifs, en accord avec l'expérience. Si la puissance de calcul des ordinateurs limite la précision des résultats, et malgré le nombre élevé de paramètres de simulation à contrôler, les résultats quantitatifs obtenus sont en assez bon accord avec les données expérimentales établies dans notre laboratoire et publiées dans la littérature. Voici les principaux résultats de simulation validés par l'expérience :

- Existence des rouleaux de convection.
- Existence d'un dôme en surface.
- La vitesse de chute des grains augmente de manière importante avec l'accélération Γ .
- Existence d'une zone solide sur le fond de l'empilement pour des petites valeurs de Γ .
- Fluidisation du milieu en surface supérieure pour les fortes valeurs de Γ .

Des explications théoriques des tendances observées peuvent être apportées par l'outil de simulation. En particulier l'existence de zones solides peut être interprétée comme une résultante de la pression du milieu qui limite les effets des forces tangentielles imposées par la vibration et les maintient en dessous d'une fraction critique de la force normale qui permettrait le mouvement des grains (Loi de Coulomb). Nous développerons donc ces études théoriques par l'analyse des champs de contraintes. L'influence de la géométrie du récipient sur la compaction et la présence d'un obstacle au cœur de l'empilement sera aussi l'objet de nouvelles études expérimentales et numériques.