HAL open science

Discrete element model : from multibody problems to complex dynamics problems

Ivan Iordanoff, Damien Andre, Jean-Luc Charles, Philippe Viot

To cite this version:

Ivan Iordanoff, Damien Andre, Jean-Luc Charles, Philippe Viot. Discrete element model : from multibody problems to complex dynamics problems. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592673

HAL Id: hal-00592673

https://hal.science/hal-00592673

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Méthode des éléments discrets : des problèmes multi-corps aux problèmes d'endommagement dynamique complexes.

I. Iordanoff[1], D. André [1]J.L. Charles[1], P. Viot[1]

[1] *Arts et métiers ParisTech, Institut de Mécanique et d'Ingénierie – Bordeaux, (UMR 5295), Esplanade des arts et métiers, 33405 TALENCE Cedex*

Résumé — La méthode des éléments discrets est présentée comme une alternative aux approches de type mécanique des milieux continus pour aborder certains aspects liés aux problèmes dynamiques, notamment la multi fracturation de matériaux fragiles. Des exemples liés à l'usinage des composites et au surfaçage du verre sont présentés. Une extension de la méthode pour étudier le comportement des mousses est ensuite proposée et imagée par des premiers résultats.
Mots clefs — Discrete Element method (DEM), mousses, fracturation, matériaux fragiles.

1 Introduction

Il est important de commencer par rappeler une évidence : la méthode des éléments discrets est basée sur la description de l'état physique (vitesse, position, température, moment magnétique, potentiel électrique …) d'un grand nombre d'éléments discrets qui forment le milieu étudié. Cette méthode n'est pas basée sur une description continue de la matière. Elle est donc particulièrement bien adaptée pour décrire l'évolution d'un milieu subissant des phénomènes discontinus :

- comportement d'un matériau naturellement discret comme le sable, les poudres, les granulats …,

- prise en compte des hétérogénéités et des anisotropies des matériaux, composites, mousses …,

- problème de multi fracturation comme l'abrasion, les impacts de glace, l'usinage des composites, la rupture des matériaux fragiles,

- génération de débris et prise en compte du rôle des débris dans les problèmes d'usure, d'avalanche de neige ou de roches …

Il existe plusieurs types de méthodes par éléments discrets. On présente brièvement les différentes approches. Puis on détaillera particulièrement une approche basée sur des éléments discrets sphériques, des lois d'interactions régulières et une résolution explicite des équations de Newton. On montrera pourquoi cette approche est particulièrement bien adaptée pour aborder les problèmes dynamiques cités plus haut. Une extension de la méthode pour aborder le comportement dynamique des mousses sera ensuite présentée.

2 Méthodes des éléments discrets.

La méthode des éléments discrets consiste à simuler un matériau comme un assemblage d'un grand nombre d'éléments en interaction. La méthode la plus simple à mettre en œuvre est la méthode du réseau de ressort ou 'lattice method' qui consiste à connecter un nuage de nœuds par des liaisons au comportement connu. On peut citer les travaux de Schlangenet al [1], Van Mier et al [2] ou Cusatis et al. [3] sur la fracture des bétons. Généralement, les nœuds n'ont pas de masse et ces approches sont mal adaptées aux aspects dynamiques. D'autre part, la rupture ne génère pas de surface libre. Il n'est donc pas possible de gérer les éventuels contacts générés par la création des fissures. Une version plus complexe consiste à décrire la matière comme un ensemble de particules ayant des interactions de contact (liaisons unilatérales) et/ou des liaisons bilatérales. Les particules ont des formes sphériques [4][5], ou polygonales [6][7]. La gestion des contacts peut se faire par des lois d'interaction régulières

[4][5][6][7] ou non régulières [8]. La méthode développée pour aborder les problèmes de rupture dynamique est basée sur une description par éléments discrets sphériques, des lois d'interaction régulières et un algorithme de résolution explicite des équations de Newton. Cette approche permet :

- de prendre en compte les effets d'inertie (par rapport aux méthodes lattice),
- de gérer très facilement les contacts (simplicité de la recherche des contacts entre sphères),
- de prendre en compte simplement la déformation des matériaux (lois d'interaction régulières),
- de résoudre efficacement des problèmes aux petites échelles de temps (résolution explicite),

Elle s'est montrée très efficace pour aborder des problèmes tribologiques complexes tel que l'usure ou le comportement thermo mécanique des interfaces. Cette méthode va être brièvement décrite.

2.1 Modèle mécanique

Les lois d'interaction définissent les propriétés mécaniques du matériau à étudier. Elles sont divisées en deux familles (Figure 1) : 1. Les joints cohésifs, qui agissent de façon bilatérale et qui représentent la cohésion d'un matériau solide non endommagé ; 2. Les lois de contact, qui agissent lorsque les deux particules en contact n'ont pas (plus) d'interaction de type joint cohésif.

2.1.1 Joint cohésif

Pour simuler le comportement mécanique d'un matériau, un joint cohésif entre les particules est créé. Le comportement de ce joint cohésif peur être plus ou moins complexe. Un joint cohésif de type micro poutre permet par exemple de retrouver de façon assez aisée le comportement mécanique statique et dynamique d'un matériau élastique. Ceci est détaillé par les travaux de D. André présentés dans ce même colloque [11]. Les exemples détaillés dans cet article considèrent un joint cohésif plus simple, avec une composante normale F_1 (Figure 1b) et une composante tangentielle F_2 (Figure 1c). Le joint est créé initialement au point de contact des éléments discrets lorsque le matériau n'est pas sollicité. Le joint a une raideur tangentielle k et une raideur normale K. Dans cette étude, on considère une rupture fragile des joints cohésifs : un joint est rompu seulement lorsque la force équivalente F_{eq} atteint une force critique F_{rt} (en traction) ou F_{rc} (en compression) avec

$$F_{eq} = \sqrt{F_1^2 + 3F_2^2}$$

2.1.2 Force de contact

La force de contact est divisée en trois contributions : répulsion, adhésion (les deux forces sont conservatives en énergie) et dissipation. La connaissance de l'interaction géométrique δ permet le calcul de la force de contact. La force de répulsion F_r est simulée par un ressort élastique de raideur K, la force d'adhésion est caractérisée par une constante γ, l'énergie dissipée par le contact est représentée par une force visqueuse F_d Avec α le coefficient d'amortissement, $\dot{\delta}$ la vitesse d'impact et M_{ij} la masse équivalente des deux éléments en contact.

$$F_r = K * \delta \qquad F_a = \gamma \qquad F_d = 2\alpha\sqrt{K.M_{ij}} * \dot{\delta}$$

2.2 Intégration numérique

Un algorithme d'intégration explicite doit être utilisé pour aborder les problèmes de dynamique. L'algorithme choisi est un algorithme de Verlet vitesse qui permet une conservation de l'énergie.

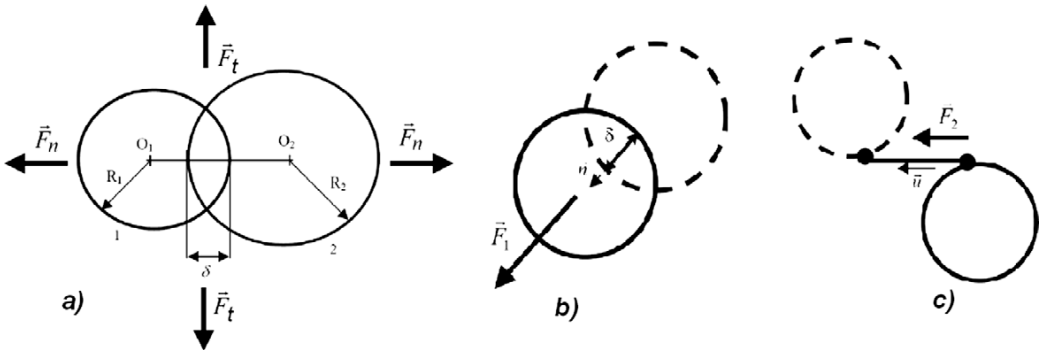

FIG. 1 – forces de contact et joints cohésifs

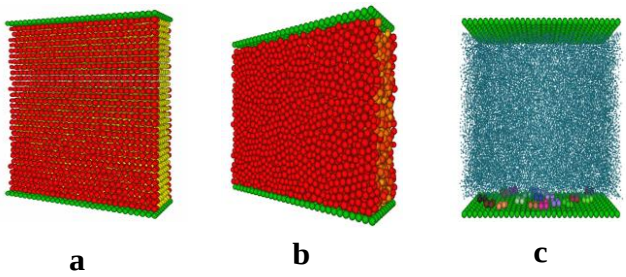

Fig. 2 – génération du domaine, a : domaine initial sans contacts, b : domaine compacté, c : création des joints

2.3 Obtention de l'échantillon géométrique

Dans le cas de la fracturation des composites (par usinage), les fibres sont construites géométriquement grâce à des alignements d'éléments discrets sphériques. Lorsqu'on veut simuler un matériau isotrope, il est important de considérer un domaine d'éléments discrets le plus compact possible afin d'éviter les vides artificiels générés par un empilement de sphères. De plus, les éléments discrets sphériques doivent avoir une taille différente de façon à éviter les effets de structuration cristalline. Une répartition de taille de 15% autour d'une taille moyenne est la limite inférieure qui permet d'éviter toute organisation [12]. Il n'existe pas d'algorithme géométrique qui permettent d'obtenir directement un tel domaine. La méthode utilisée ici consiste à générer un domaine d'éléments discrets sans contacts. Puis de cisailler sous pression le domaine afin de le compacter à la compacité voulue et enfin de créer les joints cohésifs qui permettent de créer le matériau (Figure 2)

3 Applications.

3.1 Etude des dommages en sous surface créés par le procédé de doucissage de la silice.

Le matériau étudié est la silice utilisée pour réaliser les optiques des lasers de puissance. Les détails de cette étude sont présentés dans [13]. La silice est modélisée par un ensemble d'éléments discrets liés par des joints cohésifs comme sur la figure 2.c. Les particules abrasives sont formées de quatre éléments discrets qui forment une plaquette. L'outil est modélisé par une paroi rigide formée par une couche d'éléments discrets. Les données matériaux utilisées sont données tableau 1. Une pression normale de 1KPa est appliquée sur la surface supérieure de la silice et une vitesse de $1ms^{-1}$ est imposée sur l'outil. La taille des éléments discrets formant les particules abrasives est égale à la taille moyenne des éléments discrets formant la silice (petites particules) ou égale au double de cette taille (grosses

particules). La surface simulée de l'outil est de 30 éléments discrets dans le sens de l'écoulement et de 10 éléments discrets dans le sens transverse. Le nombre et la taille des abrasifs testés sont résumés dans le tableau 2. Le calcul est mené jusqu'à ce qu'une demi-couche de silice (150 éléments discrets) soit usée par l'opération d'abrasion. Les joints cassés dans le volume de la silice sont alors comptés en fonction de la profondeur où ils se trouvent. La courbe figure 4 gauche montre que le nombre de joints cassés (de fissures) dans le cas d'une couche de petit grains d'abrasifs (CPA) est dix fois plus faible que dans le cas de l'abrasion menée avec peu de gros grains (PGA). L'influence de l'abrasif et la décroissance exponentielle des défauts dans la profondeur est qualitativement en adéquation avec les résultats expérimentaux de Sutatwala et al. [14] (figure 4 droite). Ce premier exemple montre la capacité de l'outil par éléments discrets à générer et étudier les réseaux de fissures.

TAB. 1 – données matériau

Masse volumique	2201Kg/m^3
Module d'Young	7,25 10^{10} N/m^2
Contrainte limite de rupture en traction	50 10^6 N/m^2

TAB. 2 – description de l'abrasif

	Nombre de grains abrasifs
peu de gros abrasif : PGA	6
une couche de petit abrasif : CPA	39
peu de petit abrasif : PPA	19
Cas une couche de gros abrasif :	24

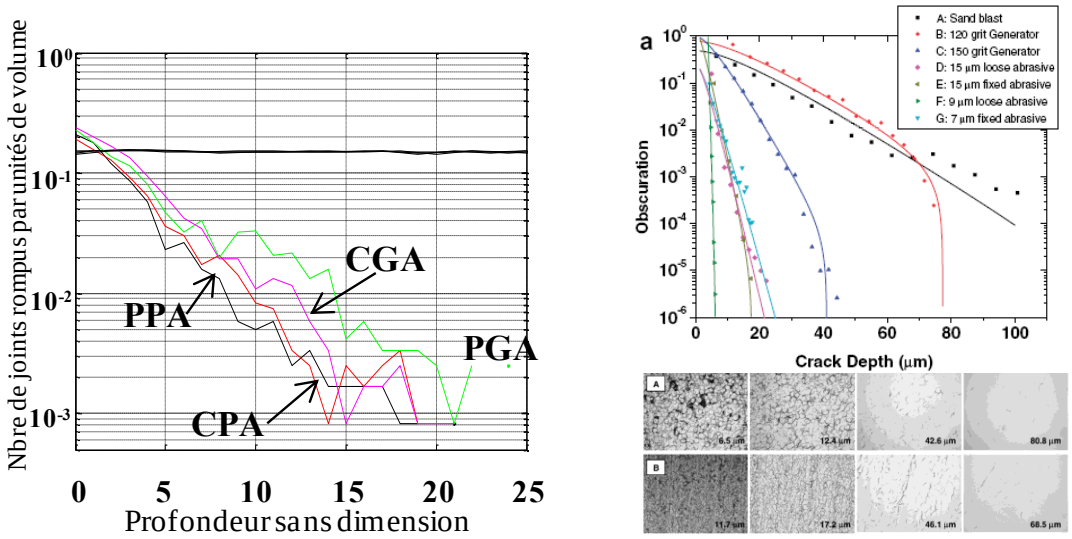

FIG. 4 – décroissance exponentielle des défauts dans la profondeur de la silice. Influence de l'abrasif.

3.2 Usinage des composites à fibres longues

L'usinage des composites à fibres de carbone s'apparente plus à un processus de fracturation fragile qu'à la formation de copeaux sous l'effet de cisaillement plastique intense (cas classique des alliages ductiles). Pour modéliser les fibres de carbone avec le modèle simple présenté, on considère deux rangées d'éléments discrets par fibre ce qui permet de prendre en compte la flexion de la fibre. La matrice n'est représentée que par des joints cohésifs liants les éléments discrets représentant les fibres. L'outil est lui aussi modélisé par éléments discrets. Les détails de cette étude sont donnés dans [15]. Les propriétés de l'outil, des fibres et de la matrice sont données dans le tableau 3. Le matériau composite étudié est monodirectionnel. On étudie l'influence de l'orientation des fibres par rapport à la direction de coupe. Les résultats numériques sont comparés à une étude expérimentale menée sur une raboteuse instrumentée. Le procédé est filmé à l'aide d'une caméra rapide.

TAB. 3 – propriétés des matériaux.

	H13A Tool	T300 fiber	914 Epoxy matrix	T300/914 UD composite
Young modulus, E (GPa)	620	230	3.9	136.6 (E_{11}) 9.6 (E_{22})
Shear modulus, G (GPa)		8.96	1.4	5.2 (G_{12})
Poisson's ratio, ν	0.26	0.2	0.4	0.29 (ν_{12})
Density, ρ (kg/m^3)	14,700	1770	1290	1578
Tensile strength (MPa)		3200	47.7	
Compressive strength (MPa)		2000	180	
Thermal conductivity (W/mK)	100			
Hardness (GPa)	13			

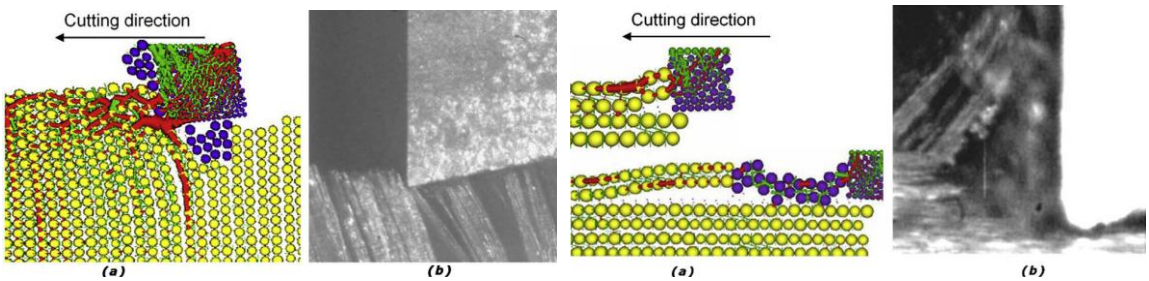

FIG. 5 – coupe à 90° et coupe à 0°, comparaison numérique-expérience.

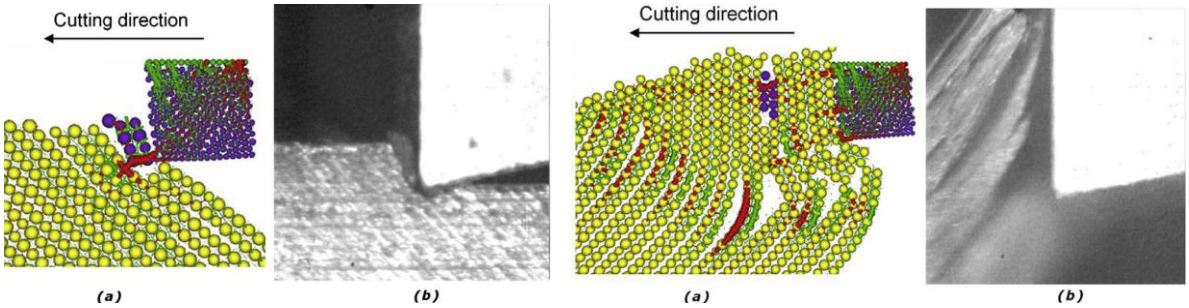

FIG. 6 – coupe à 45° et coupe à -45°, comparaison numérique-expérience.

Lorsque les fibres sont orientées à 90° (Figure 5 droite), la coupe s'effectue par flexion des fibres ce qui induit une profondeur de fissures entre les fibres très significative. Pour la coupe à 0°, le flambement des fibres conduit à des ruptures dans le sens de la coupe ce qui conduit à un bon état du matériau coupé. En revanche, les efforts sur l'outil en face de coupe sont très important (figure 5 gauche). La coupe à -45° s'effectue par flexion importante de paquets de fibres puis rupture bien en dessous de La coupe à 45° s'effectue par compression puis cisaillement des fibres (Figure 6 droite). Les débris formés sont très petits. Une légère flexion des fibres génère une usure par abrasion de l'outil en face de dépouille. la surface théorique de coupe (figure 6 gauche). Cette configuration est celle qui donne les plus mauvais états de surface liés à des défauts en profondeur. L'ensemble de ces résultats montrent la cohérence du modèle numérique avec les observations expérimentales. De nouveau, la complexité des phénomènes mis en jeu sont particulièrement bien captés par l'approche discrète.

3.3 Etude du comportement dynamique de matériaux alvéolaires.

L'endommagement de structures alvéolaires est un couplage complexe entre l'écrasement des cellules et la propagation de fissures dans le matériau. D'autre part, la structure alvéolaire inhomogène du matériau conduit à une hétérogénéité des contraintes qui participe aux phénomènes de localisation des déformations. Ces couplages dépendent bien sur des matériaux et de la géométrie de l'impacteur. Afin de prendre en compte l'écrasement des cellules, le modèle par éléments discrets à été étendu. Un élément discret représente une alvéole et doit avoir la propriété de s'écraser sous l'effet du chargement local.

3.3.1 Modèle 2D pour l'écrasement des cellules

Ce modèle présenté en détail dans [16] est basé sur le calcul d'un tenseur de force calculé sur chaque élément discret :

$$\Phi_p = \frac{1}{D}\begin{pmatrix} \sum F_x L_x & \sum F_x L_z \\ \sum F_z L_x & \sum F_z L_z \end{pmatrix}$$

F_x et F_z sont les composantes 2D de la force d'interaction entre deux éléments discrets, L_x et L_z les composantes du vecteur qui lie leurs centres, D le diamètre de l'élément discret considéré. A partir de ce tenseur, une force équivalente F_{eq}, similaire à une contrainte équivalente de Tresca est calculée et comparée à une force limite d'écrasement F_{ec}. Lorsque F_{eq} atteint F_{ec}, le diamètre de l'élément discret diminue jusqu'à obtenir l'équilibre $F_{eq} = F_{ec}$ où lorsque $D=D_{min}$, un diamètre minimum caractérisant la cellule complètement écrasée.

3.3.2 Influence de l'impacteur et du rapport force de rupture/force d'écrasement.

Dans cette étude qualitative, on travaille avec des données adimensionnelles afin de pouvoir comparer facilement les valeurs relatives des propriétés des matériaux. Les données physiques de référence sont le rayon moyen, la masse moyenne et la raideur des éléments discrets. Le domaine étudié a une hauteur de 130. L'impacteur est triangulaire avec 3 angles différents. La vitesse d'impact est de 0.001 et le déplacement maximum de 100. Les données des six simulations sont résumées dans le tableau 4. Lorsque la force à rupture des joints cohésifs est faible devant la force limite d'écrasement des cellules, le matériau s'endommage par fissuration (figure 7). L'apparition de la fissure est d'autant plus précoce (déplacement DL=18) que l'impacteur est plat. La force maximum à l'impact est aussi obtenue pour l'impacteur le plus plat (figure 9 gauche). Lorsque la force à rupture des joints cohésifs est égale à la force limite d'écrasement des cellules, le matériau s'endommage par écrasement des cellules puis par fissuration (figure 8).

Tab. 4 – DONNEES DES SIMULATIONS

Nom de la simulation	Forme de l'impacteur	f_{rt}	f_{ec}
punch-triangle30	Triangle 30° (0°=plat)	0.001	0.01
punch-triangle45	Triangle 45° (0°=plat)	0.001	0.01
punch-triangle60	Triangle 60° (0°=plat)	0.001	0.01
punch-triangle30-collapse	Triangle 30° (0°=plat)	0.001	0.001
punch-triangle45-collapse	Triangle 45° (0°=plat)	0.001	0.001
punch-triangle60-collapse	Triangle 60° (0°=plat)	0.001	0.001

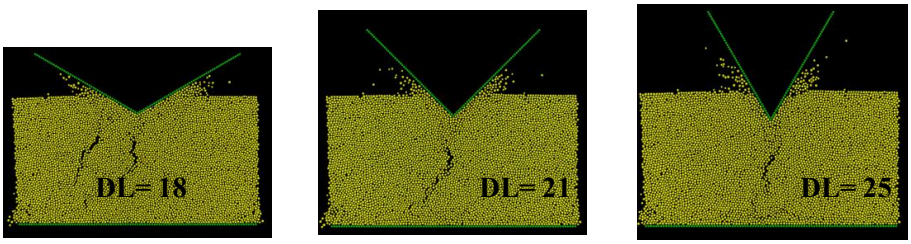

FIG. 7 – influence de la géométrie de l'impacteur pour un matériau à cellules ne s'écrasant pas

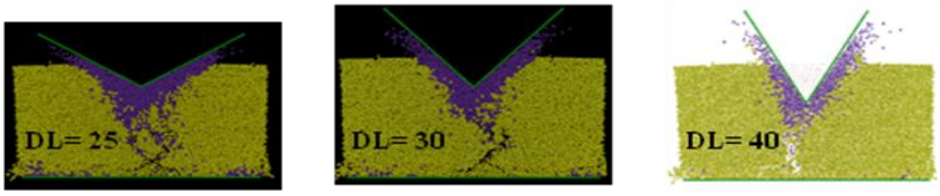

FIG.8 – influence de la géométrie de l'impacteur pour un matériau à cellules s'écrasant

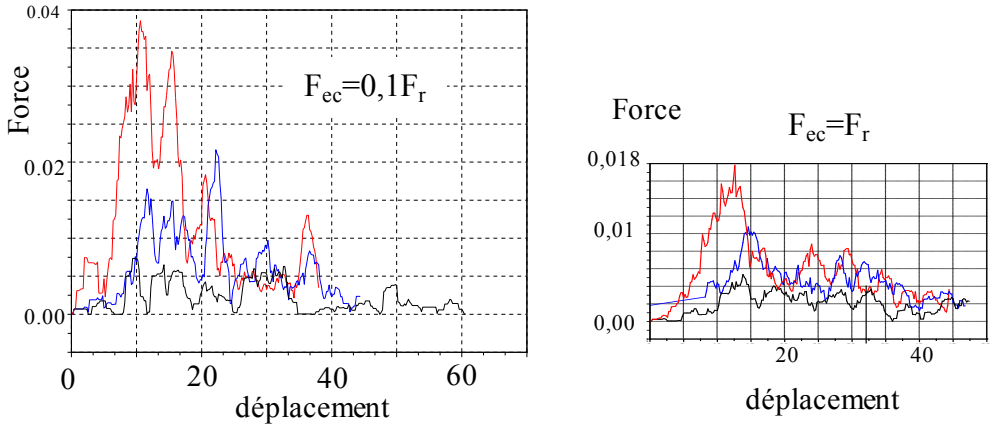

Fig. 9 – Force = f(DL) pour 30° (rouge), 45°(bleu), 60°(noir).

L'apparition de la fissure est d'autant plus précoce (déplacement DL=25) que l'impacteur est plat. La force maximum à l'impact est aussi obtenue pour l'impacteur le plus plat (figure 9 droite). Cependant, l'écrasement des cellules permet dans tous les cas de limiter la force maximale à l'impact et de retarder l'apparition de la fissuration.

4 Conclusion

Cette article présente les spécificités de la méthode des éléments discrets et développe plus particulièrement une méthode basée sur des éléments discrets sphériques. On montre comment la gestion de joints cohésifs et de contact permet d'étudier des phénomènes complexes liés à la multi fracturation. Enfin, une proposition est faite pour adapter ce modèle afin de modéliser des matériaux alvéolaires. Dans tous les cas étudiés, les résultats qualitatifs correspondent bien aux observations expérimentales. Cette étude montre donc la capacité des modélisations par éléments discrets à aborder des problèmes pour lesquels la mécanique continue est confrontée à des difficultés de modélisation. Un effort important doit maintenant être fait afin de caractériser correctement les paramètres micromécaniques du modèle qui permettront d'obtenir des résultats plus quantitatifs donc réellement prédictifs. C'est là un des enjeux majeur qui permettra à cette méthode d'apporter une réelle alternative aux méthodes continus pour la classe de problèmes présentés dans cet article.

Références

[1] Schlangen, E[a] , Garboczi, E.J., *Fracture simulations of concrete using lattice models: computational aspects,* Engineering Fracture Mechanics, Volume 57, Issue 2-3, May 1997, Pages 319-332

[2] Van Mier, J.G.M., Van Vliet, M.R.A. , Wang, T.K., *Fracture mechanisms in particle composites: Statistical aspects in lattice type analysis,* Mechanics of Materials, Volume 34, Issue 11, November 2002, 705-724

[3] Cusatis, G., Bažant, Z.P., Cedolin, L., *Confinement-shear lattice model for concrete damage in tension and compression: II. Computation and validation,* Journal of Engineering Mechanics, Volume 129, Issue 12, December 2003, 1449-1458

[4] Cundall, P.A., Strack, O.D.L., *discrete numerical model for granular assemblies,* Geotechnique, Volume 29, Issue 1, March 1979, Pages 47-65

[5] Donze, F., Magnier, S.-A., *Formulation of a 3-D numerical model of brittle behaviour,* Geophysical Journal International, Volume 122, Issue 3, 1995, Pages 790-802

[6] Kun, F., Herrmann, H.J., *Fragmentation of colliding discs,* International Journal of Modern Physics C Volume 7, Issue 6, December 1996, Pages 837-855

[7] Delaplace, A., Desmorat, R., *Discrete 3D model as complimentary numerical testing for anisotropic damage,* International Journal of Fracture, Volume 148, Issue 2, November 2007, Pages 115-128

[8] Jean, M., *The non-smooth contact dynamics method,* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 177, Issue 3-4, 20 July 1999, Pages 235-257

[9] Richard, D. , Iordanoff, I. , Renouf, M. , Berthier, Y., *Thermal study of the dry sliding contact with third body presence,* Journal of Tribology, Volume 130, Issue 3, July 2008

[10] Fillot, N., Iordanoff, I., Berthier, Y., *Modelling third body flows with a discrete element method-a tool for understanding wear with adhesive particles,* Tribology International, Volume 40, 6, June 2007, 973-981

[11] D. André, I. Iordanoff, J. L. Charles, *Modèle par éléments discrets pour l'étude du comportement dynamique d'un matériau élastique. Méthodologie de quantification des paramètres microscopiques*, colloque CSMA Giens 2011.

[12] T. Poschel, S. Luding, *Granular Gases*, Vol 564 of Lecture notes in Physics, Ed Poschel, Thorsten, Luding, Stefan, 2001.

[13] Iordanoff, I., Battentier, A., Néauport, J., Charles, J.L., *A discrete element model to investigate sub-surface damage due to surface polishing*, Tribology International 41 (11), pp. 957-964

[14] T. Sutatwala, L. Wong, P. Miler, M. D. Feity, J. Menapace, R. Steele, P. Davis and D. Walmer, *Sub-surface mechanical damage distribution during grinding of fused silica*, J. Non Crys. Sol. 352 (2006) 5601-5617

[15] Iliescu, D., Gehin, D., Iordanoff, I., Girot, F., Gutiérrez, M.E., *A discrete element method for the simulation of CFRP cutting*, Composites Science and Technology 70 (1), pp. 73-80

[16] Viot, P., Iordanoff, I., Bernard, D., Multiscale description of polymeric foam behavior: A new approach based on discrete element modeling, Polymer Science - Series A 50 (6), pp.