

# Reconfiguration avec contraintes physiques dans les réseaux WDM

S. Belhareth, D. Coudert, D. Mazauric, N. Nisse, and I. Tahiri

MASCOTTE, INRIA, I3S (CNRS/Univ. Nice Sophia Antipolis), France

---

Dans un réseau WDM, utiliser une nouvelle longueur d'onde dans une fibre demande à recalibrer les autres longueurs d'ondes. Cela génère un coût (e.g., énergétique) qui dépend non linéairement du nombre de longueurs d'ondes utilisant la fibre. Lorsqu'un ensemble de requêtes doivent changer de chemins optiques dans le réseau (lors d'une opération de maintenance sur un lien du réseau), l'ordre dans lequel les requêtes sont déplacées influe sur le coût total de l'opération. Nous initions l'étude du problème d'optimisation correspondant. Nous prouvons que déterminer l'ordre de déplacements optimal est NP-complet pour un réseau de 2 nœuds. Nous donnons des bornes générales et identifions des classes d'instances faciles. Enfin, nous proposons et évaluons par simulations des heuristiques pour ce problème.

---

## 1 Contexte et motivation

Dans le contexte des réseaux tout optique à multiplexage en longueurs d'ondes (*Wavelength Division Multiplexing*, WDM), nous affectons à chaque requête de connexion  $d \in \mathcal{Y}$  un chemin optique, c'est-à-dire un chemin dans la topologie et une longueur d'onde de bout-en-bout sous la contrainte que deux chemins optiques empruntant une même fibre (un même lien de la topologie) ont des longueurs d'ondes distinctes. Le routage ainsi obtenu est appelé routage optique (*Routing and wavelength assignment*, RWA) [5, 3] ou configuration. Les réseaux WDM sont soumis à certaines dynamiques comme l'accroissement du trafic (nouvelles requêtes), des opérations de maintenance imposant d'éteindre un équipement, ou encore lors d'un malencontreux coup de pelleuse dans des canalisations contenant des fibres. Pour palier cette dynamique, le réseau doit parfois être *reconfiguré* : c'est-à-dire que de nouveaux chemins optiques doivent être déterminés et les demandes doivent être déplacées d'un chemin optique à un autre.

Le *problème de reconfiguration* est de déterminer la « meilleure » séquence (ordre) de déplacements des connexions pour passer de la configuration courante à une configuration cible pré-déterminée, sous la contrainte que les connexions sont déplacées une par une. Toutefois, le chemin optique cible d'une connexion  $d \in \mathcal{Y}$  peut emprunter une longueur d'onde sur une fibre qui est utilisée par le chemin optique initial d'une connexion  $d' \in \mathcal{Y}$ . Celle-ci doit donc être déplacée avant la connexion  $d$ . Ces contraintes sont modélisées par un *graphe de dépendances* qui a un sommet par connexion devant être déplacée et un arc de  $d$  vers  $d'$  si  $d'$  doit être déplacée pour permettre l'établissement du nouveau chemin optique de  $d$ . La difficulté du problème de la reconfiguration réside principalement dans l'existence de cycles de dépendances qui imposent d'interrompre temporairement certaines connexions (au grand dam des utilisateurs) pour permettre le déplacement d'autres connexions. Des travaux ont proposé d'utiliser des chemins temporaires pour éviter ces interruptions, mais ces solutions ne sont pas suffisantes et des interruptions restent nécessaires [1]. Le principal objectif étudié précédemment était donc de minimiser le nombre total ou simultané de connexions à interrompre (ou un compromis des deux) lors du calcul de la séquence de déplacements. Pour chacun de ces objectifs, le problème est NP-complet en général et difficile à approcher [1, 2].

Dans cet article nous abordons le problème de la reconfiguration sous un angle différent, qui est celui de la prise en compte de contraintes physiques liées à l'établissement d'un chemin optique. Nous cherchons à optimiser le coût induit par ces contraintes sans se soucier des inévitables interruptions (nous supposons que toutes les requêtes ont des longueurs d'ondes différentes). En effet, la transmission d'un signal optique dans une fibre est sujette à de très nombreux paramètres : largeur de bande, puissance d'émission, atténuation du signal imposant l'usage d'amplificateurs tous les 50-80km, décalages de phases liés à l'imperfection du laser et à la distorsion de la fibre, ou encore divers effets électro-magnétiques. Tout ceci demande des réglages

extrêmement fins pour assurer une bonne qualité de transmission, mais tout est à refaire (ou adapter) lorsqu'une nouvelle longueur d'onde est utilisée dans la fibre. Ainsi, établir un nouveau chemin optique dans un réseau a un coût (énergétique, temporel et/ou humain) dû aux recalibrages sur toutes les fibres empruntées par ce chemin et qui dépend de façon non linéaire des différentes longueurs d'ondes déjà présentes. De plus, ces modifications peuvent avoir des répercussions sur l'ensemble du réseau par propagation des corrections à effectuer. Voir [4] pour un exemple de prise en compte de ces effets dans le calcul du routage optique.

## Notations

- $D = (V, A)$  est le multi-graphe orienté connexe modélisant le réseau physique ;
- $\Upsilon$  est l'ensemble des requêtes de connexions, et  $m = |\Upsilon|$  ;
- $R_d^{init}$  (resp.,  $R_d^{fin}$ ) est le chemin optique initial (resp. final ou cible) de  $d \in \Upsilon$  ;
- $S \subseteq \Upsilon$  est l'ensemble des connexions déjà reroutées à une étape donnée que nous notons également  $S$  ;
- $C^S$  est la configuration du réseau à l'étape  $S$ , définie par l'ensemble  $(R_d^S)_{d \in \Upsilon}$  des chemins optiques à cette étape avec  $R_d^S = R_d^{fin}$  si  $d \in S$  et  $R_d^S = R_d^{init}$  sinon. La configuration initiale est notée  $C^\emptyset$  ;
- $l^S(e)$  est la « charge » du lien  $e$  à l'étape  $S$ , c'est à dire le nombre de chemins optiques l'empruntant ;
- $D_{dep}$  est le graphe de dépendances dont les sommets sont  $\Upsilon$  et il y a un arc de  $d_1 \in \Upsilon$  vers  $d_2 \in \Upsilon$  si  $(A(R_{d_1}^{fin}) \setminus A(R_{d_1}^{init})) \cap (A(R_{d_2}^{init}) \setminus A(R_{d_2}^{fin})) \neq \emptyset$  (cette définition diffère de la définition classique [1, 2]).

## 2 Modélisation, complexité, bornes et instances simples

Pour prendre en compte les contraintes physiques décrites précédemment, nous définissons le coût du reroutage de  $d \in \Upsilon \setminus S$  vers la route  $R_d^{fin}$  lorsque le réseau est dans la configuration  $C^S$  par la somme (potentiellement non linéaire) de la puissance  $\alpha \geq 0$  de la charge à cet instant des liens empruntés par  $R_d^{fin}$  (on note abusivement  $0^\alpha = 0$ , pour tout  $\alpha \geq 0$ ), et donc du nombre de longueurs d'ondes à ajuster sur ces liens :

$$\text{cout}(d, C^S) = \sum_{e \in A(R_d^{fin}) \setminus A(R_d^{init})} (l^S(e))^\alpha = \sum_{e \in A(R_d^{fin}) \setminus A(R_d^{init})} |\{d' \in \Upsilon : e \in A(R_{d'}^S)\}|^\alpha$$

Il est important de noter que le coût du déplacement d'une requête ne dépend pas de l'ordre dans lequel les requêtes précédentes ont été déplacées, mais uniquement de l'ensemble  $S$  des requêtes déjà déplacées. Par ailleurs, le cas  $\alpha = 0$  est intéressant car le coût est borné par la longueur du chemin optique, i.e., par le nombre de liens du réseau sur lesquels une intervention est nécessaire, indépendamment de la charge.

**Problème 1** *Étant donné une topologie de réseau  $D$ , un ensemble  $\Upsilon$  de requêtes, et les routages optiques initiaux et finaux, le problème de reconfiguration consiste à trouver un ordre  $O = (d_1, d_2, \dots, d_m)$  sur les requêtes afin de minimiser  $\text{cout}(O) = \sum_{j \leq m} \text{cout}(d_j, C^{S_j})$ , où  $S_1 = \emptyset$  et  $S_j = \{d_1, \dots, d_{j-1}\}$  pour  $j > 1$ .*

Rappelons que nous ne considérons pas le problème du calcul du routage, i.e., les routes initiales et finales sont **données** comme entrées de notre problème qui consiste à ordonner le reroutage de chaque requête.

**Théorème 1** *Si  $\alpha = 0$ , le problème de reconfiguration est NP-complet sur un réseau WDM à 2 nœuds.*

**Esquisse de preuve** Soit le réseau à 2 nœuds  $u$  et  $v$  et l'ensemble  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  de liens de  $u$  vers  $v$ . Soit un ensemble de  $m$  requêtes de  $u$  à  $v$  ayant chacune un lien pour route initiale et un lien différent pour route finale. Sans perte de généralité, nous supposons que chaque lien est la route finale d'au moins une requête.

Comme  $\alpha = 0$ , remarquons que le reroutage d'une requête ne coûte rien si elle est déplacée sur un lien vide, et 1 sinon. Plus précisément, étant donné un lien  $a \in A$  qui est la route finale de  $c(a) \geq 1$  requêtes, la contribution de ce lien au coût total de la reconfiguration est de  $c(a) - 1$  ou  $c(a)$  selon que ce lien est vide ou non lorsque la première requête l'ayant pour route finale est déplacée. En d'autres termes, quel que soit l'ordre  $O$  adopté,  $m - n = \sum_{i \leq n} (c(a_i) - 1) \leq \text{cout}(O) \leq \sum_{i \leq n} c(a_i) = m$ .

Considérons le graphe auxiliaire  $G_{aux}$  dont  $A$  est l'ensemble des sommets et il y a autant d'arcs  $a_i a_j$  que de requêtes dont la route initiale est  $a_i$  et la route finale  $a_j$ . On peut montrer que le coût optimal de

la reconfiguration vaut  $m - n + MFVS(G_{aux})^\dagger$ . Pour conclure la preuve, il est trivial de montrer que tout graphe orienté  $G$ , il existe une instance de notre problème où  $G_{aux} = G$ .  $\square$

Bien que le problème soit NP-complet en général, il existe des instances où il peut être résolu efficacement. Entre autre, nous proposons un algorithme linéaire optimal pour un anneau orienté symétrique si  $\alpha = 1$ . Nous commençons avec des bornes générales.

Notons  $I(a) = |\{d \in \Upsilon : a \in A(R_d^{init}) \setminus A(R_d^{fin})\}|$ ,  $F(a) = |\{d \in \Upsilon : a \in A(R_d^{fin}) \setminus A(R_d^{init})\}|$  et  $P(a) = |\{d \in \Upsilon : a \in A(R_d^{fin}) \cap A(R_d^{init})\}|$  le nombre de requêtes utilisant le lien  $a$  respectivement uniquement dans leur route initiale, finale, de façon permanente. Enfin, soit  $A' \subseteq A$ , l'ensemble des liens  $a$  tels que  $F(a) > 0$ . Les bornes suivantes sont très simples à obtenir (on note abusivement  $\sum_{i=x}^y i^\alpha = 0$  si  $y < x$ ).

**Lemme 1** Pour tout  $\alpha \geq 0$  et pour tout ordre  $O$  de déplacement des requêtes,

$$\sum_{a \in A'} \sum_{i=P(a)}^{P(a)+F(a)-1} i^\alpha \leq \text{cout}(O) \leq \sum_{a \in A'} \sum_{i=P(a)+I(a)}^{P(a)+I(a)+F(a)-1} i^\alpha.$$

En particulier, si  $I(a) = 0$  pour tout  $a \in A'$ , le coût optimal est atteint pour n'importe quel ordre de déplacement des requêtes. Plus généralement,

**Théorème 2** Pour tout  $\alpha \geq 0$ . Si le graphe de dépendances  $D_{dep}$  de l'instance de reconfiguration est acyclique. Alors tout ordre « d'effeuillage »<sup>‡</sup> de  $D_{dep}$  est optimal de coût  $\sum_{a \in A'} \sum_{i=P(a)}^{P(a)+F(a)-1} i^\alpha$ .

Soit  $O = \{d_1, \dots, d_m\}$  un ordre sur les requêtes et  $O'$  l'ordre obtenu de  $O$  en inversant les  $i^e$  et  $i+1^e$  requêtes. Insistons sur le fait que la différence de coût des 2 ordres dépend uniquement de  $S_i = \{d_1, \dots, d_{i-1}\}$  :

$$\text{cout}(O) - \text{cout}(O') = \text{cout}(d_i, C^{S_i}) + \text{cout}(d_{i+1}, C^{S_{i+1}}) - \text{cout}(d_{i+1}, C^{S_i}) - \text{cout}(d_i, C^{S_i \cup \{d_{i+1}\}}).$$

**Théorème 3** Soit un anneau orienté symétrique et un ensemble de demande à déplacer  $\{d_1, \dots, d_m\}$  rangées par ordre décroissant de la longueur de leur route initiale. Cet ordre est optimal pour la reconfiguration.

**Esquisse de preuve** Considérons un ordre  $O$  quelconque et l'ordre  $O'$  obtenu de  $O$  en inversant deux demandes consécutives  $d$  et  $d'$ . L'argument clé (dû à la linéarité de la fonction) est que la différence de coût entre les deux ordres ne dépend que de  $d$  et  $d'$  (inutile de connaître l'ensemble des requêtes précédent  $d$  et  $d'$ ). Plus précisément, si  $d$  et  $d'$  n'ont pas le même sens dans le routage initial ( $\text{cout}(O) = \text{cout}(O')$  sinon),  $\text{cout}(O) - \text{cout}(O') = |A(R_d^{init}) \cap A(R_{d'}^{fin})| - |A(R_{d'}^{init}) \cap A(R_d^{fin})|$  ce qui, dans un anneau, vaut  $|A(R_d^{init})| - |A(R_{d'}^{init})|$ . Permuter successivement les requêtes dans  $O$  jusqu'à obtenir un ordre décroissant pour la longueur des routes initiales n'augmente donc pas le coût. Le coût obtenu est donc optimal.  $\square$

### 3 Heuristiques et simulations

Le problème de reconfiguration étant NP-complet même sur des instances physiques extrêmement simples (Théorème 1), nous proposons donc d'aborder sa résolution par le biais de trois heuristiques.

**Matrice de coûts.** Étant donnée une configuration  $C^S$ , avec  $S = \{d_1, \dots, d_{t-1}\} \subseteq \Upsilon = \{d_1, \dots, d_m\}$ , la matrice de coûts correspondante  $M(C^S)$  est définie de la façon suivante.  $M(C^S) = M[i][j]_{t \leq i, j \leq m}$  avec

$$M_{ij} = \text{cout}(d_j, C^{S \cup \{d_i\}}) - \text{cout}(d_j, C^S) \text{ si } i \neq j \text{ et } M_{ii} = 0$$

$M_{ij}$  compare donc le coût du déplacement de  $d_j$  dans la configuration courante au coût du déplacement de  $d_j$  si la requête  $d_i$  a été déplacée au préalable (le coût du déplacement de  $d_i$  n'est pas pris en compte). Intuitivement, si il existe  $k \in \{t, \dots, m\}$  tel que, pour tout  $\ell \in \{t, \dots, m\}$ ,  $M_{k\ell} \leq 0$ , alors localement (dans la configuration courante) rerouter la requête  $d_k$  avant toutes les autres se fait à moindre coût.

<sup>†</sup>. Rappelons que déterminer  $MFVS(G_{aux})$ , la taille d'un *minimum feedback vertex set* dans  $G_{aux}$ , est NP-complet

<sup>‡</sup>. Étant donné un graphe acyclique, un ordre d'effeuillage de ses sommets (resp., arcs) débute par les feuilles (resp., les arcs entrants dans les feuilles) et se poursuit ainsi récursivement

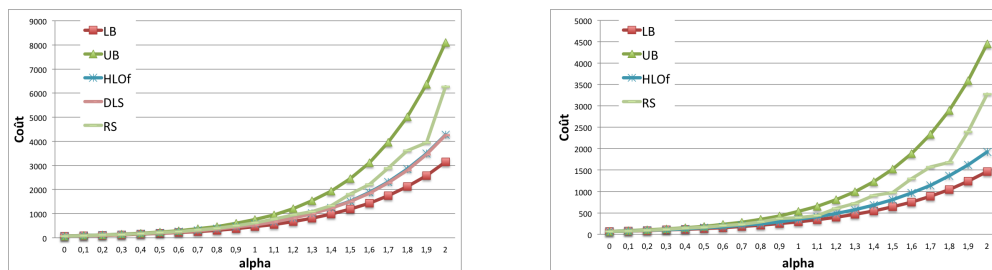


FIGURE 1: Résultats des simulations sur l'anneau orienté symétrique (gauche) et le réseau à 2 nœuds (l'autre gauche)

**Heuristique gloutonne par matrices.** L'heuristique que nous proposons débute par le calcul de la matrice  $M(C^0)$ . Puis, une requête  $d_k \in \Upsilon$  à rerouter est choisie selon une fonction de choix  $f(M(C^0))$  dépendant uniquement de la matrice. La requête  $d_k$  est ainsi reroutée et la matrice  $M(C^{\{d_k\}})$  correspondante à la configuration suivante est calculée. Après que les requêtes de l'ensemble  $S \subset \Upsilon$  ont été reroutées, la requête déplacée ensuite est  $d_\ell$ , avec  $\ell = f(M(C^S))$ , et la matrice  $M(C^{S \cup \{d_\ell\}})$  est calculée. Dans ce travail préliminaire,  $f(M)$  est l'indice  $k$  de la ligne de  $M$  telle que  $\sum_{j \leq m} M_{kj}$  est minimum.

**Cas d'une fonction de coût linéaire ( $\alpha = 1$ ).** La complexité des heuristiques dépend de la complexité de la fonction de choix (dans notre cas  $O(m^2)$ ) et de celle de la mise à jour de la matrice. La définition de la matrice de coûts rend cette dernière opération particulièrement facile dans les cas  $\alpha = 1$ . Dans ce cas,  $M_{ij} = |A(R_{d_j}^{fin}) \cap A(R_{d_i}^{fin})| - |A(R_{d_j}^{fin}) \cap A(R_{d_i}^{ini})|$  ce qui est complètement indépendant de la configuration courante du réseau. Ainsi, pour  $\alpha = 1$ , seule  $M(C^0)$  est calculée initialement (simplement) et, après reroutage de la requête  $d_k$ , la mise à jour consiste seulement en la suppression de la ligne et de la colonne.

**Heuristique par optimisation locale.** Un ordre étant donné, l'heuristique par optimisation locale consiste « simplement » à, tant que cela est possible, inverser 2 requêtes consécutives si cela diminue le coût. Plus généralement,  $k \geq 3$  étant fixé, il est possible d'effectuer cette optimisation locale en prenant  $k$  requêtes consécutives et choisissant le coût minimum parmi les  $k!$  ordres.

**Simulations.** Nous considérons les 2 topologies étudiées dans la Section 2 : l'anneau orienté symétrique (10 sommets, 60 requêtes) et le réseau à 2 sommets avec multi-arcs (5 arcs, 20 requêtes). Nos simulations sont codées en SAGE et les résultats sont présentés dans la Figure 1. En abscisse,  $\alpha$  varie de 0 à 2 par pas de 0,1, et en ordonnée, le coût total de la reconfiguration est représenté. Nous avons simulé l'heuristique par optimisation locale en partant des ordres obtenus par l'heuristique par matrices (HLOf). Nous comparons les coûts des ordres obtenus avec ceux d'ordres aléatoires (RS), ainsi que le coût du reroutage des requêtes par ordre décroissant des longueurs dans le cas de l'anneau (DLS). Notons que DLS et RS sont équivalents dans le cas de la seconde instance. Nous comparons également ces résultats avec les bornes générales (LB et UB) données par le Lemme 1. Notre heuristique (HLOf) donne des résultats proches de la borne inférieure (LB) et bien meilleurs que ceux correspondant à des ordres aléatoires, dans les deux topologies. En particulier, HLOf se superpose à DLS dans le cas de l'anneau (optimal pour  $\alpha = 1$  d'après le Théorème 3).

## Références

- [1] N. Cohen, D. Coudert, D. Mazauric, N. Nepomuceno, and N. Nisse. Tradeoffs when optimizing Lightpaths Reconfiguration in WDM networks. In *FUN*, volume 6099 of *LNCS*, pages 121–132, 2010.
- [2] D. Coudert, S. Perennes, Q-C. Pham, and J-S. Sereni. Rerouting requests in wdm networks. In *AlgoTel*, pages 17–20, Presqu'île de Giens, France, 2005.
- [3] B. Jaumard, C. Meyer, and B. Thiongane. Comparison of ILP formulations for the RWA problem. *Optical Switching and Networking*, 4(3-4) :157–172, 2007.
- [4] K. Manousakis, K. Christodouloupolos, E. Kamitsas, I. Tomkos, and E. Varvarigos. Offline impairment-aware routing and wavelength assignment algorithms in translucent WDM optical networks. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology*, 27(12) :1856–1877, 2009.
- [5] B. Mukherjee. WDM-based local lightwave networks-P. II : Multi-hop systems. *IEEE Network*, 6(4) :20–32, 1992.