HAL
open science

Cristaux Phononiques Magneto-élastiques

Olivier Bou Matar, J.F. Robillard, Jerome O. Vasseur, Anne-Christine Hladky, Abdelkrim Talbi, Nicolas Tiercelin, Pierre A. Deymier, Bahram Djafari-Rouhani, Philippe Pernod, Vladimir Preobrazhensky

To cite this version:

Olivier Bou Matar, J.F. Robillard, Jerome O. Vasseur, Anne-Christine Hladky, Abdelkrim Talbi, et al.. Cristaux Phononiques Magneto-élastiques. 10ème Congrès Français d'Acoustique, Apr 2010, Lyon, France. hal-00546843

HAL Id: hal-00546843

https://hal.science/hal-00546843

Submitted on 14 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

10ème Congrès Français d'Acoustique
Lyon, 12-16 Avril 2010

Cristaux phononiques magneto-élastiques

Olivier Bou Matar[1,2], Jean-François Robillard[3], Jérôme Vasseur[2], Anne-Christine Hladky-Hennion[2], Abdelkrim Talbi[1,2], Nicolas Tiercelin[1,2], Pierre Deymier[3], Barhan Djafari-Rouhani[2], Philippe Pernod[1,2], Vladimir Preobrazhensky[1,2]

[1]Joint European Laboratory LEMAC, Ecole Centrale de Lille, 59651 Villeneuve d'Ascq, France
[2]Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie, UMR CNRS 8520, Cité Scientifique, 59652 Villeneuve d'Ascq Cedex, France
[3]Department of Materials Science and Engineering, University of Arizona, Tucson, Arizona 85721, USA

Nous étudions les potentialités de contrôle et de modification des propriétés des cristaux phononiques, par l'application d'un champ magnétique externe, offertes par l'introduction dans celui-ci de matériaux magnéto-élastiques. Les propriétés de ces matériaux magnéto-élastiques sont en effet très sensibles à leur état magnétique et aux champs magnétiques externes. Dans cette étude, un des trois phénomènes physiques permettant d'obtenir une large variation des propriétés élastiques dans un matériaux magnétiques est considéré : la magnétostriction géante, comme par exemple dans le Terfenol-D. Les structures de bandes et les surfaces équifréquences sont calculées soit par une méthode de décomposition en ondes planes, soit par éléments finis. Dans les deux cas le couplage entre le comportement élastique et le champ magnétique externe est pris en compte à l'aide d'un modèle de matériaux piézomagnétiques équivalent, dont les tenseurs d'élasticité, de piézomagnétisme et de perméabilité magnétique varient en fonction de l'intensité et de l'orientation du champ magnétique externe. Des résultats d'accordabilité sans contact de cristaux phononiques sont présentés pour des cristaux composés de barreaux de Terfenol-D dans une matrice d'époxy. L'influence des différentes caractéristiques du cristal phononique, (comme le type de réseau, la forme des inclusions, et le taux de remplissage), et de l'amplitude et de l'orientation du champ magnétique externes a été explorée. Il est démontré que pour certaines configurations le cristal phononique magnéto-élastique se comporte comme un interrupteur pour la transmission des ondes élastiques lorsque l'amplitude du champ magnétique externe dépasse un seuil.

1 Introduction

Les cristaux phononiques sont des arrangements périodiques d'inclusions élastiques dans une matrice élastique. En jouant sur la géométrie ou les matériaux le constituant, il est possible d'obtenir un matériau possédant des propriétés de structure de bande unique, comme des bandes interdites absolues [1] ou des effets de réfraction négative [2]. De ce fait, les cristaux phononiques peuvent être utilisés à bon escient dans des systèmes de filtrage [3], de guides d'onde [4] ou de lentilles [5]. Cependant un des points bloquant pour leur application reste le manque d'accordabilité de leurs propriétés. En effet, une fois la géométrie et les matériaux constituant choisis, leurs propriétés sont généralement fixées. Quelques études ont démontré que les cristaux phononiques pouvaient cependant voir leurs caractéristiques modifiées par la modification de la géométrie des inclusions [6] ou par la variation des propriétés élastiques des matériaux constitutifs à l'aide d'une stimulation externe [7]. Il a été ainsi proposé d'utiliser des matériaux électrorhéologiques couplés à un champ électrique externe [8], ou l'influence de la température sur des matériaux piézoélectriques [9]. Dans tous les cas, il est nécessaire d'appliquer une stimulation externe de très forte amplitude afin d'obtenir des variations significatives. D'autres auteurs ont proposé d'exploiter les variations de structure des cristaux phononiques constitués d'inclusion d'air dans un polymère souple [10]. Cependant cette approche nécessite un contact physique avec le cristal phononique afin d'en modifier les propriétés.

Pour palier aux inconvénients des méthodes précédentes, nous avons proposé récemment d'utiliser des matériaux magnéto-élastiques comme un des constituant du cristal phononique [11]. Les propriétés élastiques des ces matériaux sont très sensibles à leur état magnétique et au champ magnétique externe appliqué. Par exemple, dans des matériaux présentant des propriétés de magnétostriction géante, comme le Terfenol-D, cette dépendance peut entraîner des variations des constantes élastiques de plus de 50%, y compris à des fréquences ultrasonores [12].

Dans la présente étude nous présentons les potentialités de contrôle et de modification des propriétés de ces cristaux phononiques magnéto-élastiques, par l'application d'un champ magnétique externe.

2 Modèle mathématique

Il a été démontré que, dans le cas où les interactions magnétiques dipolaires étaient négligeables, la description d'un matériau magnéto-élastique homogène pouvait être faite à l'aide de constantes élastiques effectives [13]. La prise en compte des interactions magnétiques dipolaires, dans le cas d'une onde plane élastique, introduit l'apparition dans les constantes effectives d'une dépendance en fonction de la direction de propagation [14]. Cette dépendance compromet l'utilisation des constantes élastiques effectives obtenues pour le calcul des structures de bandes par les méthodes classiques, comme la décomposition en onde plane (PWE en anglais) ou les éléments finis. Pour cette raison, nous proposons d'obtenir un modèle de milieu piézomagnétique équivalent du matériau magnéto-élastique

autour d'un point de polarisation. Dans ce cas, les constantes élastiques C_{ijkl}, piezomagnétiques q_{lij} et la perméabilité magnétique μ_{ij} dépendent uniquement du champ magnétique externe appliqué. Il est alors possible d'utiliser ces propriétés effectives dans la méthode PWE développée pour le calcul des structures de bande de cristaux phononiques. Nous considérons ici le cas d'un cristal phononique constitué de barreau de matériau magnéto-élastique dans une matrice élastique.

2.1 Matériaux piézomagnétique équivalent

On considère une onde magneto-élastique se propageant dans un matériau ferromagnétique magnétisé à saturation. Dans ce cas l'amplitude de l'aimantation $\boldsymbol{M}$ est une constante M_s. Les équations couplées des systèmes mécanique et magnétique, *e.g.* l'équation du mouvement et les équations de Landau-Lifshitz s'écrivent [15] :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t} = -\gamma \mu_0 \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{H}_{eff}, \qquad (2)$$

où γ est le rapport gyromagnétique, μ_0 est la perméabilité du vide, u_i est la $i^{\text{ème}}$ composante du déplacement particulaire, et x_i les coordonnées Eulériennes. Le champ magnétique interne effectif H_{eff} et le tenseur des contraintes T_{ij} sont donnés par :

$$\boldsymbol{H}_{eff} = \boldsymbol{H} - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{M}}, \qquad (3)$$

$$T_{ij} = \frac{\partial U}{\partial E_{ij}}, \qquad (4)$$

où $\boldsymbol{H}$ est le champ magnétique vérifiant les équations de Maxwell, et E_{kl} le tenseur des déformations :

$$E_{kl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k}\right). \qquad (5)$$

Ici, U est la densité d'énergie interne qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$U = U_{an} + U_{me} + U_e, \qquad (6)$$

où l'énergie d'anisotropie magnétocristalline U_{an}, l'énergie de couplage magnéto-élastique U_{me}, et l'énergie élastique U_e sont données par :

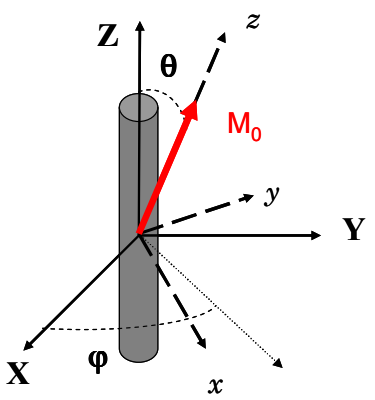

Figure 1 : Schéma présentant le système de coordonnées sphériques utilisées pour le calcul.

$$U_{an} = K_{ij}\alpha_i\alpha_j + K_{ijkl}\alpha_i\alpha_j\alpha_k\alpha_l, \qquad (7)$$

$$U_{me} = b_{ijkl}\alpha_i\alpha_j E_{kl}, \qquad (8)$$

$$U_e = \frac{1}{2}C_{ijkl}E_{ij}E_{kl}, \qquad (9)$$

où $\alpha_i = M_i/M_s$ sont les cosinus directeurs de $\boldsymbol{M}$ par rapport aux axes de symétrie du cristal, K_{ij} and K_{ijkl} les constantes d'anisotropie magnétique, b_{ijkl} les constantes magneto-élastiques, et C_{ijkl} les constantes élastiques du deuxième ordre. Dans le cas d'un cristal ferromagnétique cubique, comme le Terfenol-D, la densité d'énergie interne peut, dans le système de coordonnées défini par les axes cristallographiques, être écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} U = {} & K_1\left(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2\right) \\ & + b_1\left(E_{11}\alpha_1^2 + E_{22}\alpha_2^2 + E_{33}\alpha_3^2\right) \\ & + b_2\left(E_{12}\alpha_1\alpha_2 + E_{13}\alpha_1\alpha_3 + E_{23}\alpha_2\alpha_3\right) \\ & + \frac{C_{11}}{2}\left(E_{11}^2 + E_{22}^2 + E_{33}^2\right) \\ & + C_{12}\left(E_{11}E_{22} + E_{11}E_{33} + E_{22}E_{33}\right) \\ & + 2C_{44}\left(E_{12}^2 + E_{13}^2 + E_{23}^2\right) \end{aligned} \qquad (10)$$

où K_1 est la constante d'anisotropie magnétique, et b_1 et b_2 les constantes magnéto-élastiques.

Comme nous nous intéressons à la propagation d'une onde acoustique, nous pouvons simplement considérer des faibles perturbations dynamiques autour d'une position d'équilibre :

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}^0 + \boldsymbol{h},\ \boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}^0 + \boldsymbol{m},\ \text{et}\ \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}^0 + \boldsymbol{\varepsilon}., \qquad (11)$$

$\boldsymbol{H}^0$ est le champ interne, *e.g.* la somme du champ externe appliqué et du champ de démagnétisation, $\boldsymbol{E}^0$ est la déformation spontanée créée par la magnétostriction, et $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$ le champ magnétostatique, l'aimantation et la déformation engendrés par l'onde magnéto-élastique, respectivement. De plus, $\boldsymbol{h}$ vérifie les équations de la magnétostatique :

$$\nabla \times \boldsymbol{h} = 0, \qquad (12)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{b} = \nabla \cdot (\boldsymbol{h} + \boldsymbol{m}) = 0 \qquad (13)$$

où $\boldsymbol{b}$ est l'induction magnétique dynamique.

Dans un premier temps, les valeurs d'équilibre $\boldsymbol{M}^0$ et $\boldsymbol{E}^0$ sont obtenues en minimisant l'énergie totale du système magnéto-élastique $U_T = U - \mu_0 \boldsymbol{M}.\boldsymbol{H}$. Afin de pouvoir considérer des champs magnétiques externe $\boldsymbol{H}^{ext}$ dans une direction quelconque, nous utilisons la méthode des coordonnées sphériques introduite pour l'étude des résonances ferromagnétiques dans des matériaux anisotropes [16]. Le matériau étant considéré magnétisé à saturation, deux variables θ et φ, comme l'indique la figure 1, à la place des trois composantes M_i sont suffisantes. La position d'équilibre est alors donnée par θ_0 et φ_0.

Les équations de Landau-Lifshitz sont réécrites en utilisant ces coordonnées sphériques :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\gamma}{M_s \sin\theta}\frac{\partial U}{\partial \varphi} + \gamma\mu_0 H^{\varphi}, \qquad (14)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\gamma}{M_s \sin\theta}\frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{\gamma}{\sin\theta}\mu_0 H^{\theta}, \qquad (15)$$

où

$$H^{\varphi} = -H_x \sin\varphi + H_y \cos\varphi\,, \qquad (16)$$

et

$$H^{\theta} = H_x \cos\theta\cos\varphi + H_y \cos\theta\sin\varphi - H_z \sin\theta\,, \quad (17)$$

La perturbation acoustique fait tourner l'aimantation vers une nouvelle orientation θ et φ, où $\theta = \theta_0+\delta\theta$ et $\varphi = \varphi_0+\delta\varphi$, avec $\delta\theta$, $\delta\varphi$ $<<1$. L'énergie est alors développée autour de la position d'équilibre :

$$\begin{aligned} U &= U_0 + U_\theta\delta\theta + U_\varphi\delta\varphi + U_{\theta\theta}/2\,\delta\theta^2 \\ &+ U_{\varphi\varphi}/2\,\delta\varphi^2 + U_{\theta\varphi}\delta\theta\delta\varphi + U_{\theta\varepsilon_{ij}}\delta\theta\varepsilon_{ij} + U_{\varphi\varepsilon_{ij}}\delta\varphi\varepsilon_{ij} \end{aligned} \qquad (18)$$

où les notations U_x et U_{xy} traduisent les dérivées de U du premier et second ordre par rapport à x ou x-y, respectivement. Dans le domaine de fréquence des ondes élastiques, $\omega << \omega_S$ où ω_S est la fréquence naturelle des ondes de spin, le sous système magnétique a le temps de suivre les variations du sous système élastique. Cela implique que $\partial U_T/\partial(\delta\theta) = 0$ et $\partial U_T/\partial(\delta\varphi) = 0$. Ces conditions permettent de réécrire $\delta\theta$, $\delta\varphi$ et U, en fonction de $\boldsymbol{\varepsilon}$ et $\boldsymbol{h}$:

$$\begin{aligned} \delta\theta &= \frac{\mu_0}{D} M_s U'_{\varphi\varphi}\, h^{\theta} - \frac{\mu_0}{D} M_s \sin\theta_0 h^{\varphi} U'_{\theta\varphi} \\ &+ \frac{1}{D}\left(U'_{\theta\varphi}\, U_{\varphi\varepsilon_{ij}} - U'_{\varphi\varphi}\, U_{\theta\varepsilon_{ij}}\right)\varepsilon_{ij} \end{aligned} \qquad (19)$$

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= -\frac{\mu_0}{D} M_s U'_{\theta\varphi}\, h^{\theta} + \frac{\mu_0}{D} M_s \sin\theta_0 h^{\varphi} U'_{\theta\theta} \\ &+ \frac{1}{D}\left(U'_{\theta\varphi}\, U_{\theta\varepsilon_{ij}} - U'_{\theta\theta}\, U_{\varphi\varepsilon_{ij}}\right)\varepsilon_{ij} \end{aligned} \qquad (20)$$

où $D = U'_{\theta\theta}U'_{\varphi\varphi}-U'^{\,2}_{\theta\varphi}$, et les notations suivantes ont été introduites :

$$U'_{\theta\varphi} = U_{\theta\varphi} - \mu_0 M_s \cos\theta_0 H_0^{\varphi} \qquad (21)$$

$$U'_{\varphi\varphi} = U_{\varphi\varphi} + \mu_0 M_s \sin\theta_0\left(H_x \cos\varphi_0 + H_y \sin\varphi_0\right) \quad (22)$$

$$U'_{\theta\theta} = U_{\theta\theta} + \mu_0 M_s \begin{pmatrix} H_x \sin\theta_0 \cos\varphi_0 \\ + H_y \sin\theta_0 \sin\varphi_0 + H_z \cos\theta_0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

En introduisant ces expressions dans l'aimantation dynamique on obtient :

$$m_i = \frac{q_{ikl}}{\mu_0}\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \chi_{il} h_l \qquad (24)$$

avec le tenseur des susceptibilités dynamiques définit par :

$$\chi_{11} = \frac{\mu_0 M_s^2}{D}\begin{pmatrix} \sin^2\theta_0 \sin^2\varphi_0 U'_{\theta\theta} \\ + \cos^2\theta_0 \cos^2\varphi_0 U'_{\varphi\varphi} \\ + \frac{1}{2}\sin 2\theta_0 \sin 2\varphi_0 U'_{\theta\varphi} \end{pmatrix} \qquad (25)$$

$$\chi_{12} = \frac{\mu_0 M_s^2}{2D}\begin{pmatrix} -\sin^2\theta_0 \sin 2\varphi_0 U'_{\theta\theta} \\ + \cos^2\theta_0 \sin 2\varphi_0 U'_{\varphi\varphi} \\ + \sin 2\theta_0\left(\sin^2\varphi_0 - \cos^2\varphi_0\right) U'_{\theta\varphi} \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$\chi_{13} = -\frac{\mu_0 M_s^2}{D}\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sin 2\theta_0 \cos\varphi_0 U'_{\varphi\varphi} \\ + \sin^2\theta_0 \sin\varphi_0 U'_{\theta\varphi} \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\chi_{22} = \frac{\mu_0 M_s^2}{D}\begin{pmatrix} \sin^2\theta_0 \cos^2\varphi_0 U'_{\theta\theta} \\ + \cos^2\theta_0 \sin^2\varphi_0 U'_{\varphi\varphi} \\ - \frac{1}{2}\sin 2\theta_0 \sin 2\varphi_0 U'_{\theta\varphi} \end{pmatrix} \qquad (28)$$

$$\chi_{23} = \frac{\mu_0 M_s^2}{D}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sin 2\theta_0 \sin\varphi_0 U'_{\varphi\varphi} \\ + \sin^2\theta_0 \cos\varphi_0 U'_{\theta\varphi} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\chi_{33} = \frac{\mu_0 M_s^2}{D}\sin^2\theta_0 U'_{\varphi\varphi} \qquad (30)$$

et les coefficients piézomagnétiques :

$$q_{mij} = -\frac{b_{ijkl}}{M_s^2}\left(M_k^0 \chi_{lm} + M_l^0 \chi_{km}\right) \qquad (31)$$

Il est maintenant nécessaire d'obtenir la deuxième équation constitutive du milieu piézomagnétique effectif. En considérant la définition du tenseur des contraintes :

$$T_{ij} = \frac{\partial U}{\partial E_{ij}} = C_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_{me}}{\partial\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right)} \qquad (32)$$

et en utilisant encore une fois la méthode des approximations successives, on obtient la composante dynamique de ce tenseur sous la forme :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{b_{ijkl}}{M_s^2}\left(M_k^0 m_l + M_l^0 m_k\right) \qquad (33)$$

En introduisant dans l'équation (33) les expressions (24), les équations du matériau piézomagnétiques équivalent s'écrivent finalement :

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \qquad (34)$$

$$\frac{\partial b_i}{\partial x_i} = \frac{\partial\left(\mu_0\left(h_i + m_i\right)\right)}{\partial x_i} = 0 \qquad (35)$$

$$\sigma_{ij} = \left(C_{ijkl} + \Delta C_{ijkl}\right)\varepsilon_{kl} - q_{lij} h_l \qquad (36)$$

$$b_i = q_{ikl}\varepsilon_{kl} + \mu_{il} h_l \qquad (37)$$

où les perméabilités magnétiques et les constantes élastiques effectives sont données par :

$$\mu_{il} = \mu_0\left(\delta_{il} + \chi_{il}\right) \qquad (38)$$

$$C_{ijkl}^H = C_{ijkl} + \Delta C_{ijkl} = C_{ijkl} + \frac{b_{ijmn}}{\mu_0 M_s^2}\left(M_n^0 q_{mkl} + M_m^0 q_{nkl}\right) \quad (39)$$

2.2 Méthode de calcul des structures de bande des cristaux phononiques magnéto-élastiques

Dans l'approximation quasi-statique, un potentiel φ dont le champ magnétique dérive peut être introduit. En utilisant ce potentiel magnétique dans les équations (36)-(37), les

équations constitutives du matériau piézomagnétique équivalent deviennent :

$$\sigma_{ij} = \left(C_{ijkl} + \Delta C_{ijkl}\right)\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + q_{lij}\frac{\partial \varphi}{\partial x_l} \qquad (40)$$

$$b_i = q_{ikl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l} - \mu_{il}\frac{\partial \varphi}{\partial x_l} \qquad (41)$$

Cette formulation, similaire à celle classiquement utilisée pour les matériaux piézoélectriques, permet une transposition directe de la méthode PWE développée pour le calcul des propriétés (structures de bandes, courbes équifréquences, …) des cristaux phononiques piézoélectriques [17]. En considérant le théorème de Bloch-Floquet, le vecteur des déplacements particulaires et le potentiel magnétique peuvent être développés en une série de Fourier infinie :

$$u_i(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\boldsymbol{G}} u^i_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G}} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}.\boldsymbol{r} - \boldsymbol{G}.\boldsymbol{r})} \qquad (42)$$

$$\varphi(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\boldsymbol{G}} \varphi_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{G}} e^{j(\omega t - \boldsymbol{k}.\boldsymbol{r} - \boldsymbol{G}.\boldsymbol{r})} \qquad (43)$$

où $\boldsymbol{r} = (x,y,z)$ est le vecteur position, ω la pulsation, $\boldsymbol{G}$ les vecteurs du réseau réciproque et $\boldsymbol{k}$ le vecteur d'onde. D'autre part, du fait de la périodicité, les constantes du matériau $\rho(\boldsymbol{r})$, $C_{ijkl}(\boldsymbol{r})$, $q_{lij}(\boldsymbol{r})$ et $\mu_{ij}(\boldsymbol{r})$ peuvent aussi être décomposées en série de Fourier :

$$\alpha(\boldsymbol{r}) = \sum_{\boldsymbol{G}} \alpha_{\boldsymbol{G}} e^{-j\boldsymbol{G}.\boldsymbol{r}} \qquad (44)$$

En introduisant ces décompositions dans les équations (34)-(35) et (40)-(41), en utilisant la propriété d'orthogonalité des composantes des séries de Fourier, en limitant l'ordre du développement, et en regroupant les termes, on obtient le système d'équations aux valeurs propres suivant [17] :

$$\omega^2 \widetilde{R}\widetilde{U} = \Gamma_i \widetilde{A}_{il} \Gamma_l \widetilde{U} \qquad (45)$$

où $\widetilde{U}$ est un vecteur regroupant les amplitudes de Fourier du déplacement généralisé $u = (u_1,u_2,u_3,\varphi)$, $\widetilde{R}$, $\widetilde{A}_{il}$ des matrices $4N \times 4N$ ne dépendant que des constantes des matériaux, et Γ_i des matrices diagonales dépendant du vecteur d'onde et des vecteurs d'onde de Bloch. Les expressions détaillées de ces matrices peuvent être trouvées dans la référence [17]. En résolvant l'équation (45) pour ω en fonction du vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$ dans la première zone Brillouin du réseau considéré, la structure de bande peut être calculée. Le système (45) peut être réécrit en fonction de ω et de la direction du vecteur d'onde, permettant ainsi d'obtenir un système aux valeurs propres pour le nombre d'onde k [18]. Cela permet de calculer simplement les surfaces équifréquences ou les structures de bandes complexes du cristal phononique.

3 Résultats et discussion

3.1 Matériaux piézomagnétique équivalent

La figure 2 présente l'évolution des constantes élastiques et piézomagnétiques, et de la perméabilité magnétique effectives pour un barreau de Terfenol-D en fonction de l'amplitude du champ magnétiques externe appliqué suivant l'axe du barreau, la direction Z.

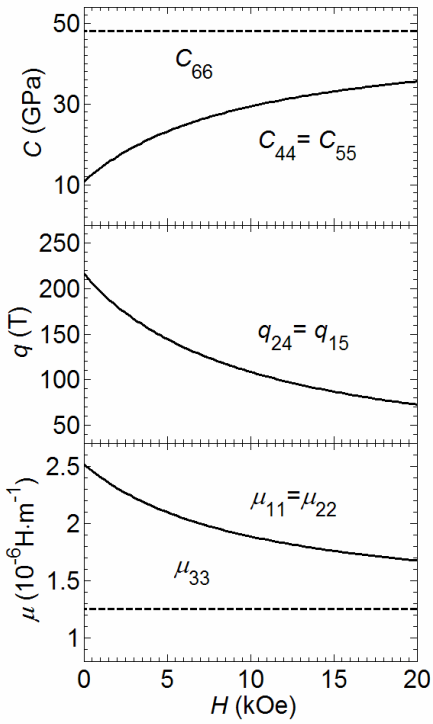

Figure 2 : Evolution des constantes élastiques, piézomagnétiques et de la perméabilité magnétique effectives pour un barreau de Terfenol-D en fonction du champ magnétiques externe appliqué suivant la direction Z.

Les paramètres du Terfenol-D utilisés correspondent à ceux d'échantillons commerciaux : ρ = 9210 kg/m^3, Ms = 800 kA/m, $K_1 = 4\ 10^5$ J/m^3, $B_1 = b_{1111} = -2\ 10^7$ J/m^3 et $B_2 = b_{1212} = -3.456\ 10^8$ J/m^3, et C_{11} = 82 GPa, C_{12} = 40 GPa, et C_{44} = 48 GPa. Le champ magnétique externe étant appliqué suivant l'axe Z, seulement deux constantes élastiques C_{44} et C_{55}, et deux constantes piézomagnétiques q_{24} et q_{15} présentent de fortes variations en fonction de l'amplitude du champ magnétique externe. L'ordre de grandeur des variations des constantes élastiques transverses prédites par le modèle sont en bonnes correspondance avec celles mesurées pour du Terfenol-D dans la référence [12]. Les variations des composantes de la diagonale de la matrice effective des perméabilités magnétiques sont aussi présentées sur la figure 2.

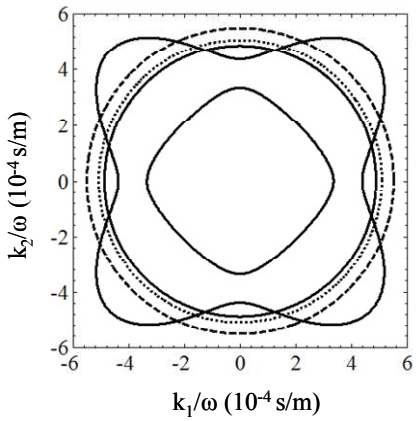

Figure 3 : Courbes de lenteur pour un barreau de Terfenol-D pour un champ magnétique externe, appliqué suivant la direction Z, de 1 kOe (pointillés), 10 kOe (points) et 20 kOe (trait plein).

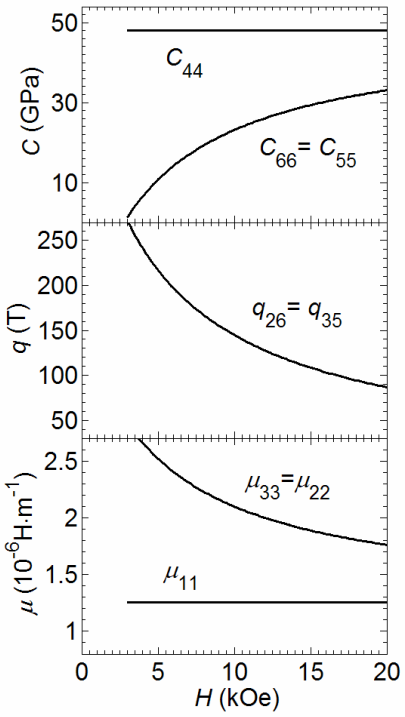

Figure 4 : Evolution des constantes élastiques, piézomagnétiques et de la perméabilité magnétique effectives pour un barreau de Terfenol-D en fonction du champ magnétiques externe appliqué suivant la direction X.

Les courbes de lenteurs calculées, pour des ondes se propageant dans le plan XY, à partir des paramètres du matériau piézomagnétique pour des amplitudes du champ de 1kOe (pointillés), 10 kOe (points) et 20 kOe (trait plein) sont présentées sur la figure 3. On constate que, dans cette configuration, seule l'onde transverse hors plan est affectée par le champ magnétique externe. On considère maintenant que le champ externe est appliqué dans une direction perpendiculaire au barreau de Terfenol D. L'évolution des constantes élastiques et piézomagnétiques, et de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique externe obtenue dans cette configuration est représentée sur la figure 4. Comme le montre la figure 5, présentant les courbes de lenteur, tous les modes sont maintenant affectés par le champ magnétique externe, même si l'influence reste faible pour le mode quasi-longitudinal.

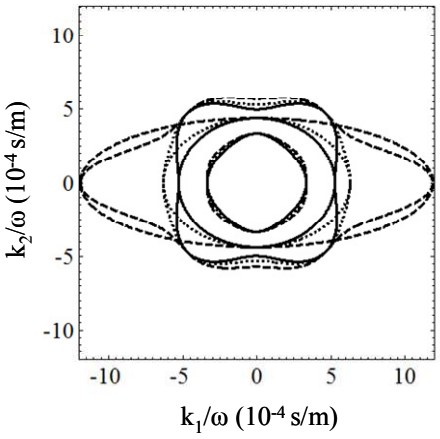

Figure 5 : Courbes de lenteur pour un barreau de Terfenol-D pour trois valeur du champ magnétiques externe appliqué suivant la direction X. 4kOe (pointillés), 10 kOe (points) et 20 kOe (trait plein).

3.2 Cristaux phononiques magnéto-élastiques

On considère un cristal phononique constitué d'un arrangement périodique de barreau de section carrée de Terfenol-D. La matrice est constituée de résine époxy, supposée isotrope et dont les paramètres sont les suivants : ρ =1142 kg/m^3, C_{11} = 7.54 GPa, et C_{44} = 1.48 GPa. 441 ondes planes ont été utilisées pour le calcul des structures de bande avec la méthode PWE. Une comparaison avec des résultats obtenus pas éléments finis a permis de vérifier que ce nombre d'ondes planes était suffisant pour assurer la convergence de la méthode. On étudie l'évolution des structures de bande, en fonction de l'amplitude et de l'orientation champ magnétique externe, induite par les variations des caractéristiques effectives du Terfenol-D présentées sur les figures 2 à 5. Les structures de bande de la figure 6 donne un exemple typique de l'influence du champ magnétique lorsque celui-ci est appliqué suivant l'axe des barreaux. En l'absence de champ extérieur, pour un taux de remplissage de f = 0.35, le cristal phononique considéré ne possède qu'une seule bande interdite dans la gamme de fréquence de 0 à 1 MHz. L'application d'un champ supérieur à 6 kOe augmente la largeur de cette première bande, et ouvre dans cette gamme de fréquence une deuxième bande interdite, comme le montre la figure 7(a). Ainsi, aucune onde élastique ne se propage dans le cristal phononique pour une fréquence de 0.8 MHz lorsque le champ devient supérieur à 10 kOe. Pour un taux de remplissage de 0.5 (figure 7(b)) c'est le phénomène inverse qui se produit : la deuxième bande interdite disparaît lorsque le champ externe augmente. Dans ces deux cas, le cristal phononique se comporte comme un interrupteur.

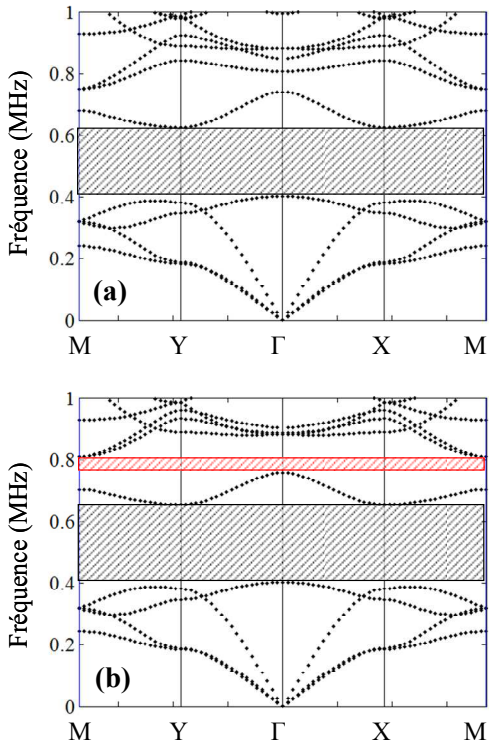

Figure 6 : Structure de bande d'un réseau carré de barreaux de section carrée de Terfenol-D dans une matrice d'Epoxy pour deux amplitudes du champ magnétique extérieur orienté suivant l'axe des barreaux : (a) H = 3 kOe et (b) H = 10kOe. Le facteur de remplissage est de f = 0.35.

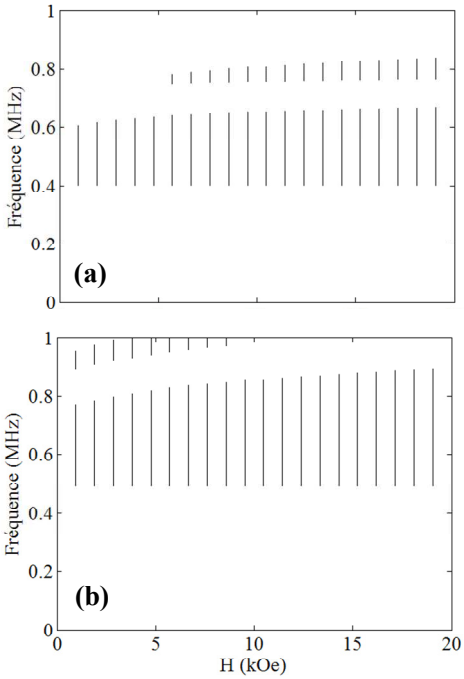

Figure 7 : Evolution des bandes interdites absolues en fonction du champ magnétique appliqué suivant l'axe Z, et pour un facteur de remplissage de (a) $f = 0.35$ et (b) $f = 0.5$.

Une étude plus détaillée des structures de bande de la figure 6 a montré que seuls les modes polarisés suivant l'axe Z étaient en fait influencés par le champ magnétique externe [11]. Lorsque le champ magnétique externe est appliqué suivant une direction perpendiculaire à l'axe des barreaux de Terfenol-D, l'évolution des bandes interdites absolues en fonction du champ magnétique extérieur, présentée sur la figure 8, présente des variations plus importantes que dans le cas où le champ est suivant Z.

4 Conclusion

Nous avons montré que la structure de bande d'un cristal phononique constitué de barreaux d'un matériau magnéto-élastique dans une matrice de résine pouvait être accordée par l'application d'un champ magnétique externe. L'introduction d'un matériau magnéto-élastique comme constituant permet ainsi de contrôler sans aucun contact les propriétés d'un cristal phononique. De plus, de nouvelles fonctionnalités, comme un interrupteur pour la propagation des ondes élastiques dans une bande de fréquence, peuvent être réalisées.

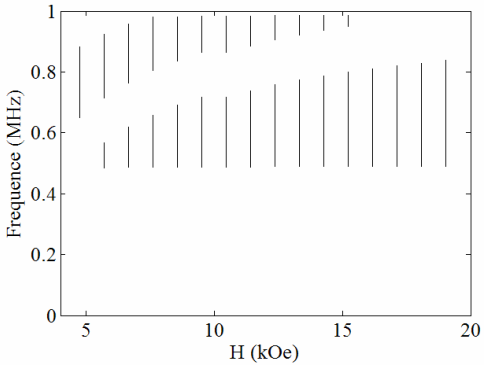

Figure 8 : Evolution des bandes interdites absolues en fonction du champ magnétique extérieur appliqué suivant l'axe X, et pour un facteur de remplissage de $f = 0.5$.

Il faut noter que l'utilisation de matériaux à magnétostriction géante, comme le Terfenol-D, n'est pas l'unique moyen d'obtenir d'importantes variations des propriétés élastiques d'un matériau magnéto-élastique lors de l'application d'un champ magnétique. En effet, il est aussi possible de considérer des effets de résonances magnétoacoustiques [14] ou de transition de réorientation de spin [19].

Références

[1] Vasseur J.O., Djafari-Rouhani B., Dobrzynski L., Kushwaha M.S., Halevi P., *Journal of Physics : Condensed Matter* 6, 8759 (1994).

[2] Yang S., Page J.H., Liu Z., Cowan M.L., Chan C.T., Sheng P., *Phys. Rev. Lett.* 93, 024301 (2004).

[3] Garcia-Pablos D., Sigalas M., Montero de Espinosa F.R., Torres M., Kafesaki M., Garcia N., *Phys. Rev. Lett.* 84, 4349 (2000).

[4] Miyashita T., Inoue C., *Jpn. J. Appl. Phys., Part 1*, 40, 3488 (2001).

[5] Sukhovich A., Merheb B., Muralidharan K., Vasseur J.O., Pennec Y., Deymier P.A., Page J.H., *Phys. Rev. Lett.* 102, 154301 (2009).

[6] Goffaux C., Vigneron J.P., *Phys. Rev. B* 64, 075118 (2001).

[7] Baumgartl J., Zvyagolskaya M., Bechinger C., *Phys. Rev. Lett.* 99, 205503 (2007).

[8] Yeh J.-Y., *Physica B* 400, 137 (2007).

[9] Huang Z.-G., Wu T.-T., *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.* 52, 365 (2005).

[10] Bertoldi K., Boyce M.C., *Phys. Rev. B* 77, 052105 (2008).

[11] Robillard J.-F., Bou Matar O., Vasseur J.O., Deymier P.A., Stippinger M., Hladky-Hennion A.-C., Pennec Y., Djafari-Rouhani B., *Appl. Phys. Lett.* 95, 124104 (2009).

[12] Cullen J.R., Rinaldi S., Blessing G.V., *J. Appl. Phys.* 49, 1960 (1978).

[13] LeCraw R.C., Comstock R.L., in *Physical Acoustics: Principles and Methods*, Vol. III, Part B: *Lattice Dynamics*, Ed. By W.P. Mason (Academic, New York, 1965).

[14] Mirsaev I.F., *Phys. Solid State* 40, 1884 (1998).

[15] Gurevich A.G., Melkov G.A., *Magnetization Oscillations and Waves*, (CRC Press, Boca Raton, 1996).

[16] Suhl H., Phys. Rev. 97(2), 555 (1955).

[17] Wilm M., Ballandras S., Laude V., Pastureaud T., *J. Acoust. Soc. Am.* 112 (3), 943 (2002).

[18] Laude V., Achaoui Y., Benchabane S., Khelif A., *Phys. Rev. B* 80, 092301 (2009).

[19] Ozhogin V.I., Preobrazhenskii V.L., *J. Magn. Magn. Mater.* 100, 544 (1991).