Étude de la dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL et de ses cavités supraconductrices de type " triple spoke "

A. Ponton

▶ **To cite this version:**

A. Ponton. Étude de la dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL et de ses cavités supraconductrices de type " triple spoke ". Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. Français. NNT : . tel-00546137

HAL Id: tel-00546137

https://theses.hal.science/tel-00546137

Submitted on 13 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Paris Sud XI
Institut de Physique Nucléaire d'Orsay

Thèse

présentée en première version en vu d'obtenir le grade de Docteur,
spécialité « Physique »

par

Aurélien PONTON

Étude de la dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL et de ses cavités supraconductrices de type « triple spoke »

Thèse soutenue le 6 juillet 2009 devant le jury composé de :

M.	Étienne Augé	IN2P3 et Université Paris Sud XI	(Président)
M.	Patrick Bertrand	GANIL	(Rapporteur)
M.	Jean-Luc Biarrotte	IPN-Orsay	
M.	Romuald Duperrier	CEA-Saclay	
M.	Alex C. Mueller	IN2P3	(Directeur)
M.	Maurizio Vretenar	CERN	(Rapporteur)

À ma mère, Françoise, qui a toujours
été un modèle de courage et de persévérance.

Remerciements

Je voudrais tout d'abord exprimer mes sincères remerciements à Mme Dominique Guillemaud-Mueller, directrice de l'Institut de Physique Nucléaire d'Orsay (IPNO), pour m'avoir ouvert les portes de son laboratoire.

Je tiens également à remercier chaleureusement M. Alex C. Mueller qui est le premier à m'avoir fait confiance en acceptant d'être mon directeur de thèse.

Un grand merci à tous les membres de la Division Accélérateurs de l'IPNO et plus particulièrement à Sébastien Bousson, Jean-Luc Biarrotte et Guillaume Olry qui ont eu la lourde tâche d'encadrer mon travail de thèse.
Merci également à André Tkatchenko pour sa disponibilité et ses conseils avisés très appréciés sur le vaste sujet de la physique des accélérateurs.

Je n'oublie pas tous les « thésards » (ou « juniors ») pour tous les bons moments passés ensemble. Merci Antoine, David, Frédéric, Lucija, Matthieu, Mehdi et Nicolas.

Finalement, c'est aux membres de ma famille que j'aimerais témoigner ma plus profonde reconnaissance. Ce travail n'aurait pas abouti sans leur soutien constant durant toutes ces années.

Orsay, le 6 juillet 2009.

Table des matières

Table des matières **vi**

Liste des figures **ix**

Liste des tableaux **xiv**

Introduction **1**
- 0.1 Linacs comme injecteurs dans les grands collisionneurs 1
- 0.2 Linacs comme accélérateurs primaires . . . 3
  - 0.2.1 Physique du neutrino . . . 4
  - 0.2.2 Linacs comme sources de neutrons . . . 5
  - 0.2.3 Linacs comme sources de faisceaux d'ions exotiques intenses . . . 6
- 0.3 Organisation du mémoire . . . 9

1 Motivations et orientations du projet Eurisol **11**
- 1.1 Pourquoi des faisceaux intenses d'ions radioactifs ? . . 13
  - 1.1.1 La structure nucléaire dans des conditions extrêmes . . . 13
  - 1.1.2 Astrophysique nucléaire et nucléosynthèse . . . 14
  - 1.1.3 Interactions fondamentales et lois de symétrie . . . 14
- 1.2 Orientations technologiques . . . 15
  - 1.2.1 L'accélérateur primaire . . . 15
  - 1.2.2 Les cibles . . . 16
  - 1.2.3 La post-accélération . . . 17
- 1.3 Objectifs de la thèse dans le cadre d'EURISOL . . . 19

2 Notions fondamentales relatives à un linac **21**
- 2.1 Une particule chargée dans un champ électromagnétique . . . 23
- 2.2 La structure d'un linac . . . 24
  - 2.2.1 Les sources d'ions . . . 25
  - 2.2.2 Le quadripôle radio-fréquence . . . 27
  - 2.2.3 Les cavités accélératrices et les éléments magnétiques de focalisation . . . 28
  - 2.2.4 Transfert, conduite et guidage . . . 29
- 2.3 Les cavités accélératrices radio-fréquence . . . 31
  - 2.3.1 Étude électromagnétique . . . 31
  - 2.3.2 Supraconductivité . . . 41
- 2.4 Notions de dynamique des faisceaux . . . 48
  - 2.4.1 Émittance d'un faisceau et espace des traces . . . 50

2.4.2 Focalisation transverse et déviation dans un champ magnétique . . . 56
2.4.3 Dynamique longitudinale . . . 62
2.4.4 Transport des faisceaux . . . 70
2.5 La structure du linac primaire d'Eurisol . . . 73
2.5.1 Philosophie de conception . . . 73
2.5.2 Exemple d'un linac 352 *MHz* à protons . . . 74
2.5.3 Changement de fréquence et conséquences . . . 75
2.5.4 Résumé et remarques sur les limitations de la dynamique longitudinale . . . 77
2.5.5 Choix des cavités pour l'accélérateur primaire d'EURISOL 80
Conclusion . . . 90

3 Étude d'une cavité de type « triple spoke » 91
3.1 Conception électromagnétique . . . 93
3.1.1 Performances visées . . . 93
3.1.2 Forme de base. Points de départ . . . 93
3.1.3 Stratégie de conception . . . 96
3.1.4 Remarques sur la convergence des valeurs . . . 96
3.1.5 Conception électromagnétique . . . 99
3.2 Étude mécanique . . . 119
3.2.1 Tenue au vide . . . 119
3.2.2 Modes mécaniques . . . 119
3.3 Méthode pour l'accord en fréquence . . . 121
Conclusion . . . 125

4 Dynamique des faisceaux 127
4.1 Théorie de la dynamique des faisceaux avec charge d'espace . . . 129
4.1.1 Expression de la force de charge d'espace . . . 129
4.1.2 Équation d'enveloppe . . . 130
4.1.3 Linéarisation de la force de charge d'espace . . . 132
4.1.4 Mouvement non linéaire . . . 136
4.2 Règles pratiques pour la conception d'un linac . . . 148
4.2.1 Règles de conception . . . 148
4.2.2 Remarques sur le croisement des avances de phase . . . 149
4.3 Dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL . . . 150
4.3.1 Introduction et remarques . . . 150
4.3.2 La partie SARAF . . . 150
4.3.3 Les parties « spoke » et elliptiques . . . 166
4.3.4 Solution alternative pour la partie basse énergie . . . 171
Conclusion . . . 183

Conclusion générale 185

A Annexes 187
A.1 Développement des champs magnétiques autour de la trajectoire de référence . . . 189
A.1.1 Description générale des champs magnétiques pour les systèmes à symétrie polaire dans la région du faisceau . . 189

A.1.2 Systèmes magnétiques présentant une symétrie axiale . . 192
A.2 Défocalisation transverse dans une cavité accélératrice 192

Bibliographie **195**

Liste des figures

1 Le complexe accélérateurs du Fermilab. 2
2 Le complexe accélérateurs du CERN. 2
3 Faisceaux de neutrinos du CERN vers Gran Sasso. 5
4 Une réduction de toxicité en principe importante. 6
5 Vue schématique du linac d'EUROTRANS. 7
6 Schéma des méthodes de production ISOL et en vol (« in-flight »). 7
7 Vue schématique du complexe accélérateurs du projet FAIR à GSI. 8
8 Vue schématique du complexe accélérateurs du projet SPIRAL 2 à GANIL. 8

1.1 Le paysage nucléaire. 13
1.2 Vue schématique de la source MW 16
1.3 Vue schématique des aires experimentales. 17
1.4 Un schéma de référence du futur complexe accélérateurs d'EURISOL. 18

2.1 Schéma de fonctionnement d'une source de type « multi-cusp ». 26
2.3 Schéma d'une station d'épluchage pour le faisceau d'Hydrogène. 30
2.4 Distribution des champs électriques et magnétiques pour le mode TM_{010} dans une cavité « pill-box ». 32
2.5 Distribution des champs électriques pour la cavité « pill-box » avec ses tubes faisceau. 33
2.6 Schéma de fonctionnement d'une cavité elliptique 3-cellules. 34
2.7 Profil longitudinale du champ électrique pour une cavité 5 cellules. 37
2.8 Facteur de temps de transit pour une cavité 5 cellules. . . . 37
2.9 Facteur de temps de transit en fonction du nombre de cellules. 38
2.10 Résistance électrique en fonction de la température. 41
2.11 Effet Meissner. 42
2.12 Champ magnétique en fonction de la tempéature pour un supraconducteur 43
2.13 Courbe de magnétisation en fonction du champ magnétique. 43
2.14 Ellipses de concentration. 53
2.15 Distribution bi-gaussienne pour un faisceau continu. 54
2.16 Stabilité en phase. 63
2.17 Mouvement synchrotron. 67
2.18 Quelques types de cavités supraconductrices moyen β. . . . 76
2.19 Phase synchrone pour le faisceau de D^+. 79

2.20 Avance de phase longitudinale par mètre pour le faisceau de D^+. 79
2.21 Avance de phase longitudinale par période pour le faisceau de D^+. 80
2.22 Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 0 » . . . 82
2.23 Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 3. 87
2.24 Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 4 ». . . . 88
2.25 Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 5 ». . . . 89
2.26 Schéma d'une période « triple spoke ». 89

3.1 Cavité dans sa forme initiale. 94
3.2 Profil de E_z sur l'axe facteur de temps de transit. 94
3.3 Champs électriques dans le plan (x, z). 95
3.4 Champs magnétiques dans le plan (x, z) pour $x = 60\ mm$. . 95
3.5 Diagramme établissant la stratégie de conception de l'étape 2. 97
3.6 Rapport E_{pk}/E_{acc} en fonction de la taille d'une maille. . . . 98
3.7 Rapport B_{pk}/E_{acc} en fonction de la taille d'une maille. . . . 98
3.8 Vers une forme ronde pour les flasques. 99
3.9 Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour $R_{bas} = 40\ mm$ en fonction de R_{haut}. 100
3.10 Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour $R_{bas} = 50\ mm$ en fonction de R_{haut}. 100
3.11 Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour $R_{bas} = 60\ mm$ en fonction de R_{haut}. 101
3.12 Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour $R_{bas} = 70\ mm$ en fonction de R_{haut}. 101
3.13 Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour $R_{bas} = 80\ mm$ en fonction de R_{haut}. 102
3.14 Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour $R_{bas} = 90\ mm$ en fonction de R_{haut}. 102
3.15 Aperçu de la forme oblongue des barres au niveau de l'axe faisceau 104
3.16 Aperçu de la forme elliptique des barres au niveau de l'axe faisceau. 104
3.17 Coupe dans le plan (y, z) d'une barre latérale au niveau de l'axe faisceau. 104
3.18 Variation de E_{pk}/E_{acc} pour une forme oblongue près de l'axe faisceau pour $l_{long} = 40\ mm$ en fonction de l_{trans}. 106
3.19 Variation de E_{pk}/E_{acc} pour une forme elliptique près de l'axe faisceau pour $l_{long} = 40\ mm$ en fonction de l_{trans}. 106
3.20 Aperçu de la forme oblongue transverse des barres au niveau de la jonction au corps cylindrique. 107
3.21 Aperçu de la forme oblongue longidudinale des barres au niveau de la jonction au corps cylindrique. 107
3.22 Aperçu de la forme elliptique des barres au niveau de la jonction au corps cylindrique. 107
3.23 Coupe dans le plan (y, z) d'une barre latérale au niveau de la jonction au corps cylindrique. 108

3.24 Variation de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour une forme elliptique près de la jonction au corps cylindrique de la cavité pour $r_{trans} = 60\ mm$ en fonction de r_{long}. 109
3.25 Variation de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour une forme oblongue transverse près de la jonction au corps cylindrique de la cavité pour $r_{trans} = 110\ mm$ en fonction de r_{long}. 109
3.26 Vue d'une barre précisant les param 'etres $l_{barre,base}$ et $l_{barre,faisceau}$. 110
3.27 Variation de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} en fonction de $l_{barre,faisceau}$ entre 40 et 100 mm pour $l_{barre,base}$ fixée à 60 mm. 111
3.28 Variation de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} en fonction de $l_{barre,base}$ entre 10 et 80 mm pour $l_{barre,faisceau}$ optimisée à 70 mm. . . . 111
3.29 Densité d'énergie électrique sur la cavité « triple spoke ». . . 113
3.30 Densité d'énergie magnétique sur la cavité « triple spoke ». 113
3.31 Variation de E_{pk}/E_{acc} et de B_{pk}/E_{acc} en fonction du paramètre l_{ajust}. 114
3.32 Variation de E_{pk}/E_{acc} et de B_{pk}/E_{acc} en fonction du paramètre R_{haut}. 114
3.33 Variation de E_{pk}/E_{acc} et de B_{pk}/E_{acc} en fonction du paramètre $r_{trans,central}$. 115
3.34 Variation de E_{pk}/E_{acc} et de B_{pk}/E_{acc} en fonction du paramètre $l_{demi-cell}$. 115
3.35 Profil de E_z sur l'axe pour la géométrie finale. 118
3.36 Facteur de temps de transit (TTF) pour la géométrie finale. . 118
3.37 Répartition des contraintes (en MPa) sous vide de la cavité pour 3 mm d'épaisseur. 120
3.38 Répartition des contraintes (en MPa) sous vide de la cavité pour 5 mm et 4 mm d'épaisseur. 120
3.39 Vue de la cavité « nue ». 122
3.40 Vue de la cavité avec les anneaux de renfort. 122
3.41 Différentes vues de la cavité « triple-spoke » 123
3.42 Méthode d'accord en fréquence. 124
3.43 Système d'accord à froid. 125
3.44 Intégration de la cavité « triple spoke » dans le cryostat *CMo*. 126

4.1 Coefficient de charge d'espace pour différentes intensités. . 133
4.2 Coefficient de charge d'espace pour différentes tailles transverses. 134
4.3 Rapport des forces de charge d'espace et des forces de pression thermique. 134
4.4 Évolution d'un faisceau adapté dans un canal de forces linéaires. 139
4.5 Évolution d'un faisceau désadapté dans un canal de forces linéaires. 139
4.6 Évolution d'un faisceau adapté dans un canal de forces faiblement non-linéaires. 140
4.7 Évolution d'un faisceau désadapté dans un canal de forces faiblement non-linéaires. 140
4.8 Évolution d'un faisceau adapté dans un canal de forces très non-linéaires. 141

4.9 Évolution d'un faisceau désadapté dans un canal de forces très non-linéaires. 141
4.10 Caractérisation des modes propres des résonances cœur-cœur. 146
4.11 Diagramme de stabilité de Hofmann. 147
4.12 Partie SARAF sans espace inter-cryostats. 152
4.13 Partie SARAF avec espaces inter-cryostats. 152
4.14 Avances de phase par période pour les deutons dans la partie SARAF sans espace inter-cryostats. 153
4.15 Enveloppes multiparticulaires des faisceaux de deutons dans la partie SARAF. 154
4.16 Évolution des valeurs d'émittances des faisceaux de deutons dans la partie SARAF. 155
4.17 Évolution des paramètres de halo du faisceau de deutons dans la partie SARAF. 156
4.18 Évolution de la distribution du faisceau de deuton dans la partie SARAF selon l'axe $\hat{z}$. 157
4.19 Distribution initiale et distributions finales du faisceau de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF. . 158
4.20 Distributions finales des faisceaux de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF pour $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2\ \pi.mm.mrad$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.24\ \pi.mm.mrad$. 161
4.21 Distributions finales des faisceaux de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF pour $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2\ \pi.mm.mrad$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.30\ \pi.mm.mrad$. 161
4.22 Distributions finales des faisceaux de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF pour $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2\ \pi.mm.mrad$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.60\ \pi.mm.mrad$. 162
4.23 Évolution finale de la distribution des faisceaux de D^+ dans la partie SARAF selon l'axe $\hat{z}$. 163
4.24 Évolution finale des émittances des faisceaux de D^+ dans la partie SARAF. 163
4.25 Évolution de la distribution des faisceaux de $^3He^{2+}$ dans la partie SARAF selon l'axe $\hat{z}$. 164
4.26 Évolution de la distribution des faisceaux de H^- dans la partie SARAF selon l'axe $\hat{z}$. 164
4.27 Évolution du paramètre d'écart à l'adaptation à l'entrée de chaque cryostat SARAF pour le faisceau de D^+. 165
4.28 Trois quadripôles pour adapter un faisceau issu d'une section solénoïdale à une section quadripôlaire. 166
4.29 Évolution des valeurs des émittances dans la section d'adaptation à trois quadripôles. 167
4.30 Distribution du faisceau de D^+ selon l'axe $\hat{z}$. 168
4.31 Évolution des valeurs d'émittances pour le faisceau de D^+ dans les parties « spoke » et elliptiques. 168
4.32 Évolution des paramètres de halo pour le faisceau de D^+ dans les parties « spoke » et elliptiques. 169
4.33 Distributions finales du faisceau de D^+ dans les espaces de phases. 169
4.34 Avances de phase par période dans le linac de D^+. 170

4.35 Diagramme de stabilité de Hofmann pour le faisceau de D^+ dans les parties « spoke » et elliptique. 170
4.36 Évolution de l'enveloppe du faisceau de H^- dans l'espace nécessaire à l'extraction du faisceau de D^+. 172
4.37 Évolution des valeurs des émittances du faisceau de H^- dans l'espace nécessaire à l'extraction du faisceau de D^+ entre les deux premières sections elliptiques. 172
4.38 Distribution du faisceau de $^3He^{2+}$ selon l'axe $\hat{z}$. 173
4.39 Distribution du faisceau de H^- selon l'axe $\hat{z}$. 173
4.40 Périodes de la solution alternative. 174
4.41 Régalage des phases pour le faisceau de D^+ pour le linac périodique. 175
4.42 Diagramme de stabilité de Hofmann pour le faisceau de D^+ dans le linac périodique. 175
4.43 Évolution des paramètres de halo pour le faisceau de D^+ dans la partie solénoïdale du linac périodique. 176
4.44 Évolution des valeurs d'émittances pour le faisceau de D^+ dans la partie solénoïdale du linac périodique. 176
4.45 Évolution des valeurs d'émittances pour le faisceau de D^+ dans les partie « spoke » et elliptiques du linac périodique. . 176
4.46 Évolution des valeurs du paramètre de halo pour le faisceau de D^+ dans le linac périodique. 177
4.47 Enveloppe du faisceau de D^+ selon $\hat{z}$ dans le linac périodique. 177
4.48 Distribution du faisceau de D^+ selon $\hat{z}$ dans la partie solénoïdale du linac périodique. 177
4.49 Évolution de la distribution du faisceau de D^+ selon $\hat{z}$ dans le linac périodique. 178
4.50 Évolution des valeurs des émittances pour le faisceau de $^3He^{2+}$ dans le linac périodique. 179
4.51 Évolution des valeurs des paramètres de halo pour le faisceau de $^3He^{2+}$ dans le linac périodique. 179
4.52 Évolution des valeurs des émittances pour le faisceau de H^- dans le linac périodique. 180
4.53 Évolution des valeurs des paramètres de halo pour le faisceau de H^- dans le linac périodique. 180
4.54 Évolution de la distribution du faisceau de $^3He^{2+}$ selon $\hat{z}$ dans le linac périodique. 181
4.55 Évolution de la distribution du faisceau de H^- selon $\hat{z}$ dans le linac périodique. 181

Liste des tableaux

1.1 Nature des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL. 15

2.1 Quelques valeurs caractéristiques du niobium dans l'état supraconducteur. 46
2.2 Comparaison du fonctionnement des cavités chaudes et supraconductrices. 47
2.3 Caractéristiques d'un linac à protons 352.2 MHz. 75
2.4 Caractéristiques d'un linac à protons 176.1 et 352.2 MHz. . 75
2.5 Caractéristiques d'un linac à protons 176.1, 352.2 et 704.4 MHz. 77
2.6 Caractéristiques principales des cavités pour les différentes conceptions. 81
2.7 Conception « Linac 0 ». 81
2.8 Conception « Linac 1 ». 83
2.9 Performances expérimentales des cavités « spoke ». 84
2.10 Conception « Linac 2 ». 84
2.11 Conception « Linac 3 ». 87
2.12 Conception « Linac 4 ». 88
2.13 Conception « Linac 5 ». 89

3.1 Valeurs de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour différentes géométries oblongues et des orientations tranverse ou longidudinale . . 105
3.2 Valeurs optimisées des paramètres aprés l'étape 1. 112
3.3 Paramètres (anciens et nouveaux) pris en compte dans l'étape 2. 112
3.4 Valeurs de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} en fonction du paramètre $l_{demi-cell}$. 116
3.5 Valeurs optimisées des paramètres aprés l'étape 2. 117
3.6 Résumé des paramtres RF de la cavité « triple-spoke ». . . . 119
3.7 Modes mécaniques. 121

4.1 Émittances finales et grossissements d'émittances du faisceau de D^+ pour différents réglages dans la partie SARAF. 159
4.2 Paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo du faisceau de D^+ pour différents réglages dans la partie SARAF. 159
4.3 Émittances finales et grossissements d'émittances dans la partie SARAF pour $\epsilon_{nt} = 0.2\ \pi.mm.mrad$ et différentes valeurs d'émittances longitudinales. 160

4.4 Paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo dans la partie SARAF pour $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2\ \pi.mm.mrad$ et différentes valeurs d'émittances longitudinales. 160
4.5 Émittances finales et grossissements d'émittances, et paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo dans la partie SARAF pour les faisceau de $^3He^{2+}$ et de H^-. 165
4.6 Paramètres des quadriplôles d'adaptation pour le faisceau de D^+. 166
4.7 Émittances finales et grossissements d'émittances, et paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo pour le faisceau de D^+ à la fin du linac. 167
4.8 Émittances et grossissements d'émittances, et paramètres de halo et grossissements des paramètres de halo à la fin du linac pour les faisceau de $^3He^{2+}$ et de H^-. 171
4.9 Émittances et grossissements d'émittances, et paramètres de halo et grossissements des paramètres de halo à la fin du linac périodique pour le faisceau de D^+. 178
4.10 Émittances et grossissements d'émittances, et paramètres de halo et grossissements des paramètres de halo à la fin du linac périodique pour les faisceau de $^3He^{2+}$ et H^-. 182
4.11 Résumé des paramètres de transport comparant les linacs avec une partie de basse énergie de type SARAF ou périodique. 182

Introduction

Un interêt tout particulier pour les accélérateurs linéaires (linacs) de hadrons s'est développé dans les dernières décennies dans la communauté scientifique. La gamme d'applications très large de ce type de machine les rend effectivement très attractifs. Ils bénéficient également du développement de plus en plus fort de la technologie associée aux accélérateurs de particules en général (cavités accélératrices supraconductrices, sources de puissance, systèmes de contrôle du faisceau, ...).

Les linacs de hadrons sont soit utilisés comme injecteurs dans les grands collisionneurs soit délivrent des faisceaux primaires, sources d'intenses faisceaux secondaires d'ions radioactifs ou de neutrons. Avant de mettre en avant les objectifs de cette thèse et de détailler son organisation, nous allons passer en revue les principales applications des linacs de hadrons ainsi que les grands projets présents et futurs qui y sont rattachés.

0.1 Linacs comme injecteurs dans les grands collisionneurs

Les collisionneurs de hadrons sont entrés dans un monde où l'échelle est le *TeV* depuis la construction du *Tevatron* à Fermilab[1] achevée en 1983. Protons et antiprotons se percutent à une énergie de 1 *TeV* après avoir parcouru la moité des 6.3 *km* de l'anneau. Le 2 mars 1995, les physiciens du Fermilab annoncent la découverte du quark top, la dernière des particules de la famille des six quarks, prédite par la théorie du modèle stantard, encore jamais observée à cette date. Plus récemment, un premier faisceau de protons a circulé dans le *Large Hadron Collider* (LHC) au CERN[2] le 10 septembre 2008. Le plus grand accélérateur du monde à l'intérieur d'un tunnel de 27 *km* de circonférence va étudier la collision de protons de 7 *TeV* sur d'autres protons de 7 *TeV* soit 14 *TeV* dans le centre de masse ! Avec la mise en marche du LHC, notre compréhension de la physique des particules va s'affiner et les physiciens espèrent notamment découvrir le boson de Higgs, susceptible de rendre compte de l'existence de la masse dans la matière.

Que ce soit le Tevatron ou le LHC, la chaîne d'accélération commence toujours par un linac comme on peut le voir sur les Figs. 1 et 2. Avant d'entrer dans le « booster », le linac du Fermilab délivre des protons à 400 *MeV*. Au CERN, il y a deux accélérateurs linéaires qui fournissent les faisceaux d'ions aux « Proton Synchrotron Booster » (PSB) :

[1] Fermi National Accelerator Laboratory, Batavia, Illinois, États-Unis, `www.fnal.gov/`.
[2] Centre Européen pour la Recherche Nucléaire, Genève, Suisse, `www.cern.ch/`.

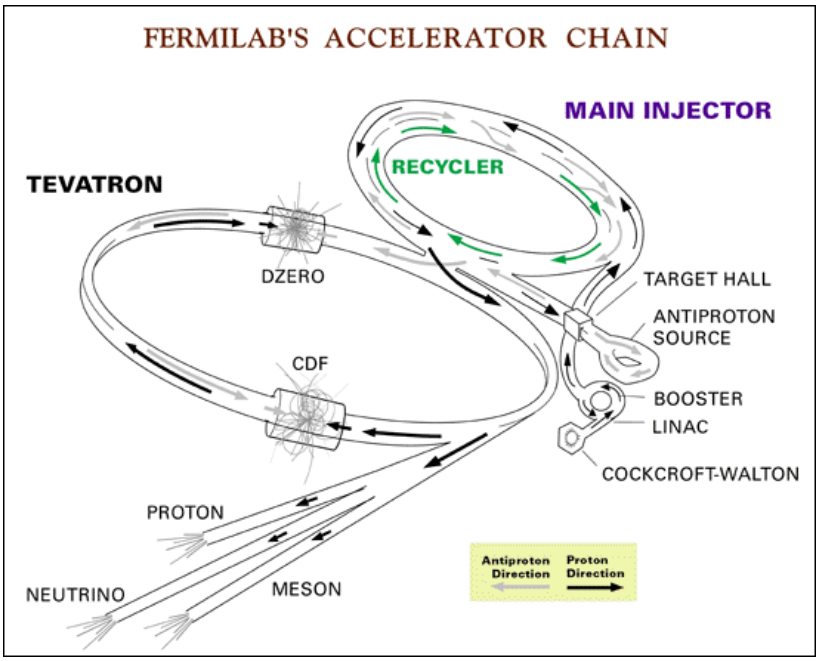

FIG. 1 – *Le complexe accélérateurs du Fermilab.*

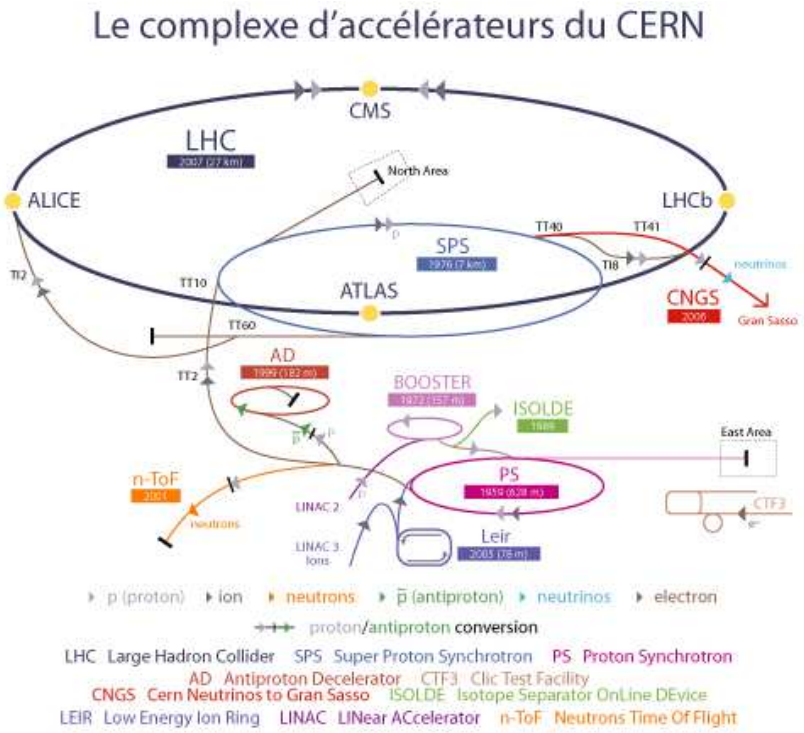

FIG. 2 – *Le complexe accélérateurs du CERN.*

- LINAC 2 fournit des protons de 50 MeV ;
- LINAC 3 fournit des ions lourds (notamment des Pb) de 4.2 MeV par unité de masse.

Dans les collisionneurs, la valeur de la luminosité est la caractéristique principale. Elle quantifie le nombre d'évènements et la précision des mesures. La luminosité s'écrit :

$$\mathcal{L} = f_R n_p \frac{N_1 N_2}{4\pi \cdot \sigma_x \sigma_y} \tag{1}$$

où :

- f_R est la fréquence de révolution ;
- n_p est le nombre de paquets dans l'anneau ;
- N_1 et N_2 sont respectivement le nombre de particules par paquet tournant dans le sens positif et négatif ;
- σ_x et σ_y sont les tailles moyennes transverses du faisceau.

En 2008, la luminosité du Tevatron atteignait $3.2 \cdot 10^{32}\ cm^{-2}.s^{-1}$. Dans le cas du LHC, on attend une valeur nominale de $10^{34}\ cm^{-2}.s^{-1}$. Pour atteindre de telles valeurs, il faut dès le début de l'accélération contrôler la taille, la qualité et l'intensité du faisceau. Le rôle du linac d'injection est alors primordial : c'est lui qui fournit le faisceau au reste de la chaîne d'accélération. Les qualités du faisceau ne pouvant s'améliorer dans sa propagation, la conception du linac doit être optimale. Il s'agit, par exemple, d'apporter un soin particulier à la modélisation des éléments électromagnétiques.

Afin d'augmenter la luminosité d'un facteur 10 dans le LHC pour atteindre $10^{35}\ cm^{-2}.s^{-1}$, en plus du changement des quadripôles focalisants et d'une augmentation de la puissance radio-fréquence (RF), une solution visant à accroître le flux de protons disponible est de remplacer LINAC 2. Ce nouvel accélérateur linéaire, appelé LINAC 4, a été étudié [1] pour délivrer 65 mA de faisceau de H^- jusqu'à une énergie de 160 MeV au PSB du CERN. Les linacs d'injection des grands collisionneurs de hadrons sont donc une composante essentielle dans la course aux luminosités, garantissant ainsi une connaissance toujours grandissante de l'infiniment petit.

0.2 Linacs comme accélérateurs primaires. Sources de faisceaux secondaires intenses

Les linacs sont capables de générer des faisceaux de fortes intensités qui sont généralement supérieures au mA (pour des protons en mode continu). Cette forte potentialité conduit à utiliser ces derniers comme accélérateurs primaires : sources d'intenses faisceaux secondaires [3]. S'appuient sur cette technique de nombreux champs de la physique moderne. Les linacs sont en effet des sources de :

- neutinos pour la physique des particules ;

[3] Les faiscaux primaires peuvent également être utilisés directement sur cible pour faire de la physique.

- neutrons pour l'étude de la matière condensée ou la production d'énergie et la transmutation des déchets radioactifs ;
- faisceaux d'ions radioactifs (RIBs pour « Radioactive Ion Beams ») pour la physique nucléaire.

Mentionnons à cette étape les atouts majeurs qui font des linacs[4] le choix technologique idéal pour l'exploration de ces domaines :

- ils permettent d'obtenir de fortes intensités moyennes avec un grand taux de répétition ou en mode continu ;
- leur coût tend à diminuer non seulement grâce à un haut niveau de conception mais également grâce aux progrès et à la maîtrise de la technologie supraconductrice qui garantissent de forts gradients accélérateurs par rapports à des structures chaudes (pour des faisceaux continus ou à fort cycle utile) ;
- ils offrent une grande flexibilité et fiabilité.

0.2.1 Physique du neutrino

Non satisfaits des flux de neutrinos provenant du soleil ou dégagé auprès des centrales nucléaires, les physiciens sont demandeurs d'expériences basées sur un complexe d'accélérateurs capable de fournir un très grand nombre de neutrinos. La probabilité de détection, du fait de la très faible interaction de ce type de particule avec la matière, serait alors décuplée. Le neutrino, si secret, pourrait-il alors nous dévoiler quelques données sur son caractère massique et son oscillante saveur ?

Il existe trois sources d'accélération pour la production des neutrinos :

- les faisceaux dits conventionnels basés sur la décroissance du pion, π, appelés super-faisceaux quand la puissance du faisceau primaire dépasse 1 MW ;
- les faisceaux de muons, μ, nécessitant un anneau de stockage et de décroissance, l'ensemble accélérateurs étant nommé usine à neutrinos ;
- les « Beta-Beams », concept suggéré par P. Zucchelli [2], où l'on utilise la désintégration β de faisceaux radioactifs intenses.

Dans tous les cas, un faisceau primaire issu d'un linac de protons ou H^- de plusieurs MW est nécessaire [3].

Il existe de nombreux projets de part le monde [4] destinés à l'étude des neutrinos. Citons par exemple l'expérience Neutrino du CERN vers le Gran Sasso (CNGS pour « Cern Neutrino to Gran Sasso ») dont le premier neutrino, sur des millions envoyés, a été photographié dans le détecteur OPERA du laboratoire souterrain de l'INFN[5] à Gran Sasso [5] le 23 octobre 2007. Les neutrinos sont générés par la désintégration du pion, π, et du kaon, K, après qu'ils ont été produits par la collision d'un faisceau de

[4] Les cyclotrons sont également utilisés pour produire des faisceaux primaires mais ils sont limités technologiquement à des puissances de 1 MW. C'est le cas par exemple du cyclotron utilisé à PSI : Paul Scherrer Institut, Villigen, Suisse, `http://www.psi.ch/`.

[5] Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Italie, `www.infn.it/`.

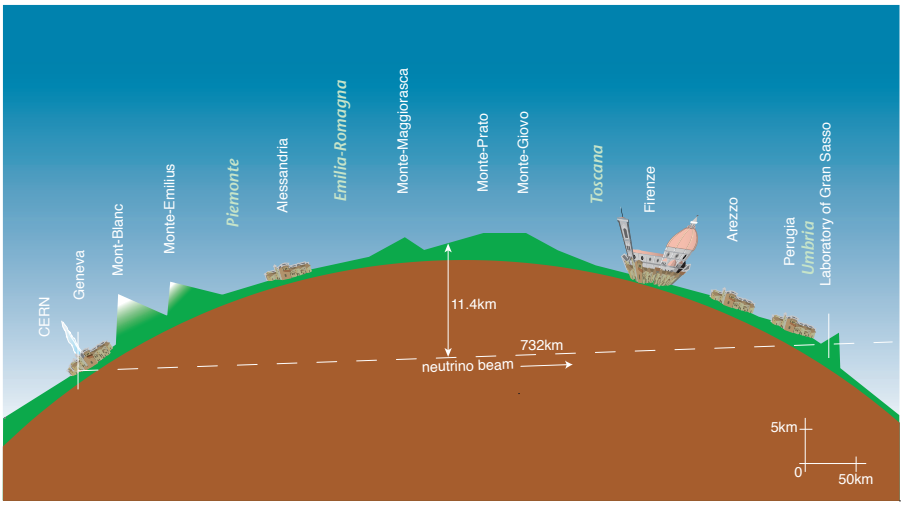

FIG. 3 – *Faisceaux de neutrinos du CERN vers Gran Sasso.*

protons de 400 *GeV* sur des barres de graphite. Le Super Proton Synchrotron (SPS) du CERN devrait fournir chaque année $4.5 \cdot 10^{19}$ protons pour la production des neutrinos qui parcourent un voyage de 732 *km* sous la croûte terrestre avant d'atteindre Gran Sasso (*cf.* Fig. 3).

Des expériences visant l'étude de l'oscillation des neutrinos sur grande distance sont également menées au Japon où les neutrinos parcourent 250 *km* du laboratoire KEK [6] au détecteur SUPERKAMIOKANDE. Aux États-Unis, Fermilab s'est engagé dans les préparatifs de l'établissement d'un faisceau de neutrinos de longue distance qui parcourra les 730 *km* qui séparent ce laboratoire dans l'Illinois et le laboratoire souterrain Soudan dans le Minnesota.

0.2.2 Linacs comme sources de neutrons

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, les linacs comme sources de neutrons permettent l'étude de la structure et de la dynamique des matériaux. Le linac de SNS (« Spallation Neutron Source ») de l'ORNL [7] fournit des protons de 1.3 *GeV* pour une puissance de 1.4 *MW* sur une cible de mercure : c'est actuellement le plus grand linac supraconducteur du monde [6]. En Europe, un projet du même type, ESS (« European Spallation Source »), est basé sur un linac à protons qui devra délivrer des faisceaux de 150 *mA* à 3 *GeV* [7].

La production de neutrons permet également de dégager une solution face à la forte demande mondiale d'énergie et aux problèmes environnementaux liés à l'effet de serre qui rend inconcevable de baser une telle

[6] High Energy Accelerator Research Organization, Tsukuba City, Japon, `www.kek.jp/intra-e/`.

[7] Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee , États-Unis, `www.ornl.gov/`.

production sur des sources fossiles. L'énergie nucléaire apparaît donc comme un des moyens de satisfaire la demande. Il faut cependant proposer un schéma de production qui englobe l'incinération ou la diminution du volume des déchets radioactifs inérant au fonctionnement des centrales nucléaires. Une solution tient dans le couplage d'un accélérateur de protons et d'un réacteur sous-critique : technologie qui pourrait conduire à produire de l'énergie nucléaire tout en diminuant notablement le volume et la dangerosité biologique des déchets radiotoxiques, notamment en transmuttant les actinides à vie longue. Ainsi, pour un réacteur à eau pressurisée (EPR) standard (produisant 800 *g* d'actinides par tonne d'uranium), la radiotoxicité diminue d'un facteur 1 000 en 200 ans contre plus de 50 000 ans sans transmutation (*cf.* Fig 4).

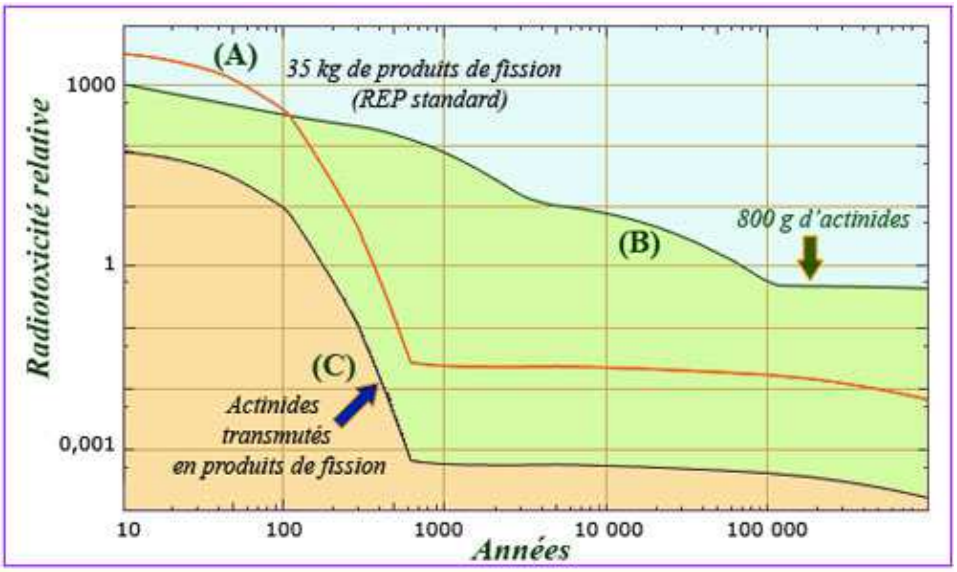

FIG. 4 – *Une réduction de toxicité en principe importante. La zone verte montre la réduction de toxicité obtenue en transmutant intégralement les actinides mineurs en produits de fission. La décroissance des actinides transmutés (courbe C) est obtenue en divisant la radioactivité des produits de fission de l'uranium et du plutonium (courbe A) par le rapport des masses présentes dans le combustible usé d'un réacteur REP (*35 *kg contre* 800 *g d'actinides par tonne d'uranium). La comparaison avec la décroissance des* 800 *g d'actinides montre que la réduction est de plusieurs ordres de grandeur [8].*

En Europe, une forte ambition repose sur le projet EUROTRANS [9] qui étudie la faisabilité d'un tel couplage[8]. Une vue schématique du linac et du concept est donnée sur la Fig. 5. Un effort important de R&D est mené sur les composants du linac qui doit mettre en avant une très grande fiabilité : moins de cinq arrêts faisceau de plus d'une seconde par an !

0.2.3 Linacs comme sources de faisceaux d'ions exotiques intenses

Au niveau européen apparaît une forte demande pour des faisceaux radioactifs dont les intensités seraient de trois ordres de grandeur au-dessus de celles fournies par les installations actuelles pour la physique nucléaire et la physique de l'état solide, pour la biophysique, pour l'astrophysique

[8]Il s'agit d'un démonstrateur qui n'a pas vocation à produire de l'énergie.

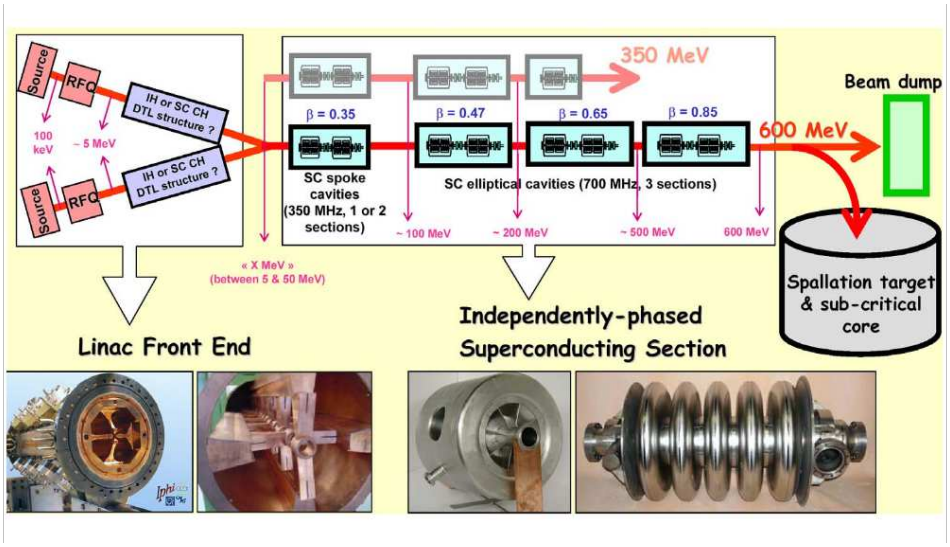

FIG. 5 – *Vue schématique du linac d'EUROTRANS.*

nucléaire, ... Deux programmes complémentaires [10] de grande ampleur sont donc à l'étude : FAIR [9] et EURISOL [10].

FAIR sera une installation basée sur la fragmentation des projectiles (*cf.* Fig. 6), méthode dite « en vol », qui permet de délivrer des faisceaux radioactifs de haute énergie loin de la stabilité mais avec généralement de qualités optiques dégradées. La construction de FAIR est prévue très prochainement sur le site de GSI [11] où les installations existantes seront utilisées (*cf.* Fig. 7). Un nouveau linac, UNILAC, est l'une des principales contributions à la mise en place de FAIR. Il doit fournir des intensité de 15 mA à 11.4 MeV/u pour l'ion uranium de référence $^{238}U^{28+}$ [11].

[9] Facility for Antiproton and Ion Research, `www.gsi.de/fair/`.

[10] European Isotope Separation On-Line radioactive ion beam facility, `www.eurisol.org/`.

[11] Gesellschaft für SchwerIonenforschung mbH, Darmstadt, Allemagne, `www.gsi.de/`.

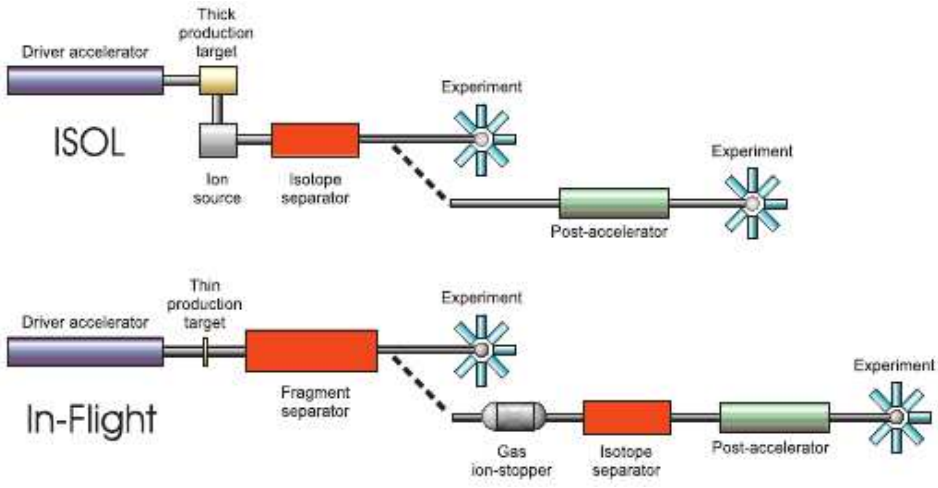

FIG. 6 – *Schéma des méthodes de production ISOL et en vol (« in-flight »).*

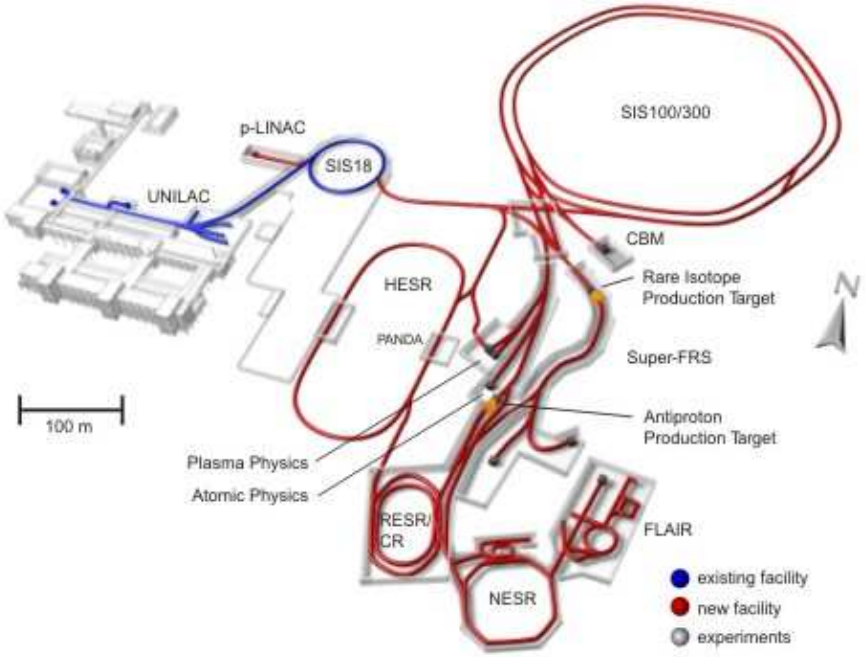

FIG. 7 – *Vue schématique du complexe accélérateurs du projet FAIR à GSI.*

EURISOL, comme son nom l'indique, est basé sur la séparation isotopique en ligne qui permet de produire des faisceaux d'excellente qualité. Cependant, ce concept n'est pas applicable à tous les éléments, notamment aux éléments à vie courte puisque, les ions étant produits au repos, une phase de post-accélération est nécessaire. Avant la mise en place du complexe EURISOL, on prévoit la construction de trois installations ISOL intermédiaires. Ce sont des machines de plus petite envergure (énergie

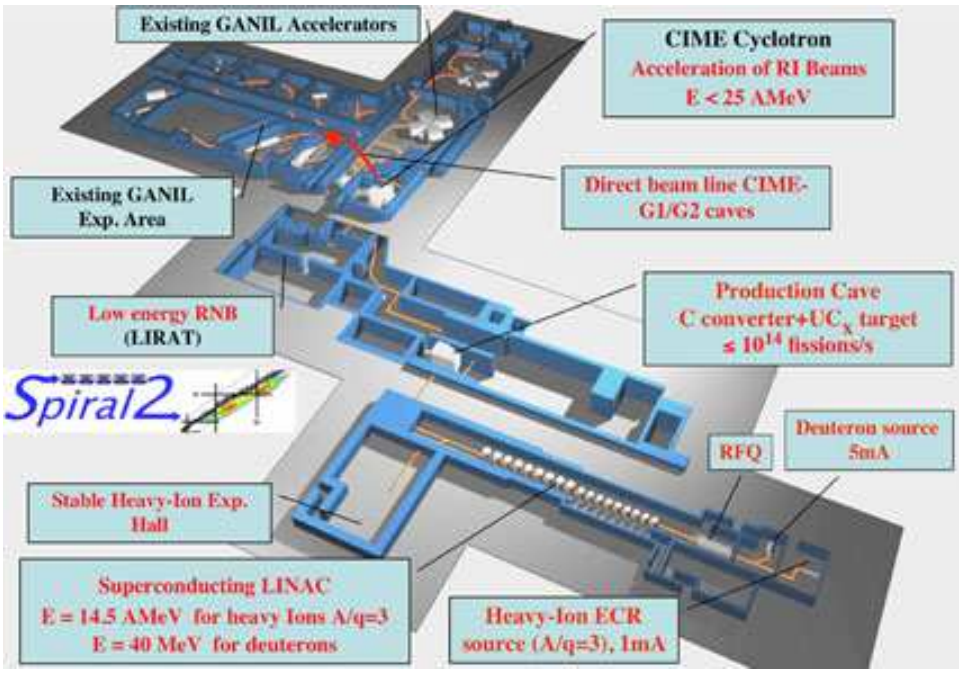

FIG. 8 – *Vue schématique du complexe accélérateurs du projet SPIRAL 2 à GANIL.*

plus faible) qui constituent une phase de pré-validation pour EURISOL. Il s'agit de :

- HIE-ISOLDE au CERN ;
- SPES à Legnaro ;
- SPIRAL 2 au GANIL [12] dont on donne une vue schématique sur la Fig. 8.

L'accélérateur primaire d'EURISOL doit fournir des faisceaux de protons, deutons et $^3He^{2+}$ à différentes cibles jusqu'à des puissances de 4 *MW*. Son étude et sa conception constitue le thème de ce mémoire qui s'organise autour de deux axes principaux :

- l'étude de la dynamique des faisceaux et la conception de la ligne accélératrice ;
- la conception d'une cavité accélératrice supraconductrice de type « triple spoke ».

Par la suite, sera détaillée l'organisation des chapitres de ce mémoire présentant la structure d'étude de ces deux axes.

0.3 Organisation du mémoire

Dans le *chapitre 1*, les enjeux scientifiques du projet EURISOL seront mis en avant. Seront ensuite présentées les composantes principales du complexe accélérateurs répondant aux exigences scientifiques qui auront été établies au préalable. Un accent particulier sera porté sur les choix technologiques dont a fait l'objet l'accélérateur linéaire primaire d'EURISOL.

Dans le *chapitre 2* seront abordées les notions fondamentales relatives à un linac. Nous parlerons de la structure d'un linac avant de souligner les fondamentaux des cavités accélératrices supraconductrices. Sera ensuite développée la théorie de la dynamique des faisceaux dans un linac : accélération, focalisation et stabilité du faisceau. Finalement, l'introduction de ces notions nous conduira à donner les premiers résultats de la dynamique des faisceaux figeant la structure du linac primaire d'EURISOL et présentant les avantages d'une cavité supraconductrice de type « triple spoke » dans une certaine gamme d'énergie.

Dans le *chapitre 3*, suite à l'introduction de la cavité « triple spoke » faite dans le *chapitre 2*, sera détaillée la conception électromagnétique de la cavité. Après avoir résumé les paramètres RF de la cavité, les calculs mécaniques seront également présentés.

Dans le *chapitre 4*, il s'agira tout d'abord à partir d'une approche théorique de la dynamique des faisceaux dans un linac de proposer une méthode pour la conception de ce type d'accélérateurs. Cette méthode prendra en compte les problèmes d'instabilités des faisceaux en présence de forces de charge d'espace (résonances et couplages) et tentera de résumer les points incontournables pour le concepteur de ces machines. Dans

[12] Grand Accélérateur national d'Ions Lourds, Caen, France, `www.ganil.fr/`.

la suite, nous appliquerons cette méthode aux faisceaux primaires d'EURISOL pour démontrer la faisabilité de l'accélérateur pour lequel seront soulignées les caratéristiques majeures.

1 Motivations scientifiques et orientations technologiques du projet Eurisol

Sommaire

1.1 Pourquoi des faisceaux intenses d'ions radioactifs ? . . 13
1.1.1 La structure nucléaire dans des conditions extrêmes . . . 13
1.1.2 Astrophysique nucléaire et nucléosynthèse 14
1.1.3 Interactions fondamentales et lois de symétrie 14
1.2 Orientations technologiques 15
1.2.1 L'accélérateur primaire 15
1.2.2 Les cibles 16
1.2.3 La post-accélération 17
1.3 Objectifs de la thèse dans le cadre d'EURISOL 19

Ce chapitre constitue un résumé des motivations scientifiques qui ont donné naissance au projet EURISOL. Il souligne les enjeux physiques et les applications portés par un tel projet et met également en avant les orientations technologiques quant à la construction future du complexe accélérateurs. Ainsi, sera dégagée une vision globale et synthétique du contexte dans lequel s'est conduite la rédaction de ce mémoire. Nous tenons à informer le lecteur qu'une partie de ce chapitre est largement inspirée d'un rapport de faisabilité du projet EURISOL [12] dont les points principaux sont ici étayés. Bien sûr, ce chapitre portera également une interrogation sur les enjeux et les motivations de cette thèse en mettant en lumière ses objectifs et ses difficultés.

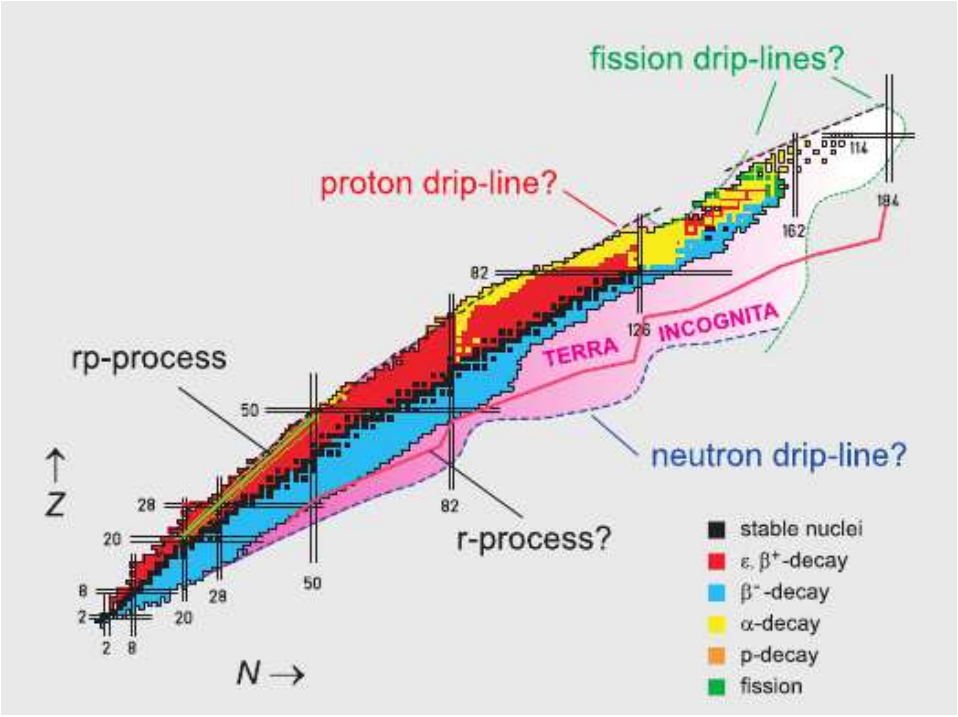

FIG. 1.1 – *Le paysage nucléaire.*

1.1 POURQUOI DES FAISCEAUX INTENSES D'IONS RADIOACTIFS ?

Regardons attentivement le paysage nucléaire présenté sur la Fig. 1.1. La première chose que l'on remarque est le nombre de points d'interrogation et la vaste région encore inconnue : la « *terra incognita* ». Que dégager de ce constat ? Que notre paysage nucléaire reste un monde encore peu connu et qu'il est nécessaire de l'explorer et d'en comprendre les mécanismes. Aujourd'hui, notre connaissance des noyaux est limitée à environ 2 500 sur les 6 000 combinaisons potentielles de protons et neutrons [10]. C'est pour cela qu'il existe une forte demande pour les faiseaux d'ions exotiques intenses et c'est donc dans ce cadre que s'inscrit le projet EURISOL dont nous voulons exposer ici les enjeux scientifiques majeurs.

1.1.1 La structure nucléaire dans des conditions extrêmes

Nous aimerions connaître l'étendu de notre paysage nucléaire en étudiant *les noyaux loin de la vallée de la stabilité*. Pour ce faire, les limites à partir desquelles les noyaux émettent spontanément un proton, « proton drip-lines », un neutron, « neutron drip-lines », ou fissionnent de façon spontanée, « fission drip-lines » pour les éléments lourds et super-lourds doivent être définies : elles sont les frontières dans la charte des nucléides. Cette excursion avec les faisceaux radioactifs intenses, même si elle ne pourra pas être complète, peut également permettre d'ajuster le modèle en couche et de rendre compte d'un phénomène de halo dans certains noyaux dans lesquels la densité nucléaire est anormalement faible mais s'étend loin du centre.

Les faisceaux d'ions très riches en neutrons peuvent déclencher des

réactions de fusion et produire des noyaux de *très forte valeur de spin*. Ces derniers acquièrent alors une vaste variété de formes : c'est la super-déformation, déjà observée, qui pourrait aller jusqu'à l'hyper-déformation pour des valeurs de spin autour de 70 $\hbar$ probablement atteintes dans le cas des faisceaux exotiques d'EURISOL.

Dans des conditions extrêmes de densité et de température, la matière nucléaire présente certaines analogies avec le comportement des fluides, liquides et gaz et elle est décrite par la fameuse équation d'état nucléaire. Avec des faisceaux d'énergie jusqu'à 100 *MeV* par nucléon, ce comportement pourrait être mieux compris.

1.1.2 Astrophysique nucléaire et nucléosynthèse

Presque tous les éléments dont nous sommes composés, mais également notre planète et le système solaire, ont été produits à travers des réactions nucléaires dans les étoiles ou durant des phases stellaires d'explosion. Une des priorités de l'astrophysique nucléaire est d'expliquer la chaîne nucléaire responsable de la présence de ces éléments c'est-à-dire de nous fournir une compréhension complète de la nucléosynthèse. Au-delà du groupe des isotopes du fer, il n'est plus énergétiquement favorable pour les noyaux de fusionner. Les noyaux plus lourds ont donc été formés à partir de captures rapides de neutrons ou « r-process » dans des flux intenses de neutrons (dans les supernovae de type II par exemple) ou par captures rapides de protons ou « rp-process ». Les noyaux sont alors devenus de plus en plus lourds et ont donné naissance, par cascades radioactives, aux éléments qui nous entourent. Aujourd'hui, les machines actuelles permettent uniquement des expériences mettant en jeu des noyaux très peu éloignés de la stabilité mais avec les prochaines générations d'installations, des forts courants d'ions exotiques loin de la stabilité vont permettre d'explorer plus largement ces phénomènes.

1.1.3 Interactions fondamentales et lois de symétrie

Les interactions fondamentales sont, à ce jour, décrites par le modèle standard. De nombreuses expériences en physique des hautes énergies sont prévues pour affiner ce modèle. Néanmoins, on peut également utiliser le noyau comme laboratoire de ces interactions fondamentales et leurs lois de symétrie. Ces expériences de précision demandent de forts courants d'ions exotiques accélérés sous quelques dizaines de *KeV* que la future génération d'installation ISOL pourrait fournir.

Finalement, pour résumer cette section, nous retiendrons que l'exploration en profondeur de notre paysage nucléaire, possible à patir des nouvelles générations d'installations capables de fournir trois ordres de grandeurs supplémentaires d'intensité d'ions exotiques par rapport aux machines actuelles est motivée par l'étude :

- de la structure nucléaire dans des conditions extrêmes ;
- de la nucléosynthèse ;

– des interactions fondamentales et leurs lois de symétrie.

D'autre part, on peut également mentionner que l'utilisation de faisceaux radioactifs a des applications en *physique du solide* (semi-conducteurs, matériaux sous irradiation, ...) et en *médecine* notamment en produisant des radio-isotopes pour la lutte contre le cancer. Il existe, de plus, une possible synergie entre l'utilisation des faisceaux radioactifs d'EURISOL et la mise en place d'une machine à neutrinos de type « Beta-Beams » [13].

1.2 Orientations technologiques

Une installation telle EURISOL vise à produire d'intenses faisceaux d'ions radioactifs. Pour ce faire, un certain nombre d'orientations technologiques se révèlent indispensables quant à la conception et la construction d'une telle machine aprés avoir décidé quels seront les isotopes produits et leur intensité. Ce paragraphe vise à souligner ces orientations pour les trois composantes principales du complexe accélérateurs :

– l'accélérateur primaire ;
– l'ensemble cibles et sources ;
– le post-accélérateur qui distribue les faisceaux radioactifs vers les aires expérimentales.

1.2.1 L'accélérateur primaire

L'accélérateur primaire sera un linac RF supraconducteur capable de fournir différents types d'ions à différentes énergies. Ces paramètres sont donnés dans le Tab. 1.1 mentionnant les dernières recommandations du groupe de calculs des intensités [14]. Le choix d'un linac est motivé par sa modularité (possibilité d'extraction en tout point de l'accélérateur et de rajouter des modules pour une éventuelle augmentation de l'énergie) et, également, par sa fiabilité. Le choix de la technologie supraconductrice, quant à lui, est une conséquence, d'une part, des fortes puissances requises et, d'autre part, de la structure temporelle du faisceau (en mode continu ou de fréquence supérieure à 50 Hz) nécessaire pour garantir le fort taux de production des atomes radioactifs. En plus de ces exigences, le linac devra également être capable de fournir des faisceaux à différentes cibles simultanément : c'est le mode multi-utilisateur.

Tab. 1.1 – *Nature des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL.*

Type d'ions	Intensités (mA)	Énergies finales totales (GeV)	mode multi-utilisateur	Puissances sur cibles
p ou H^-	6	1	oui	$1 \times 4\ MW$ et $3 \times 100\ kW$
D^+	5	0.250	non	$1 \times 1\ MW$
$^3He^{2+}$	0.100	2	non	$1 \times 200\ kW$

1.2.2 Les cibles

En ce qui concerne les *cibles* d'EURISOL, elles seront de deux types. Leur conception constitue un des défis majeurs du projet [15].
Le premier type est une cible dite de conversion recevant un faisceau primaire de protons ou H^- de 4 MW dont on donne un schéma sur la Fig. 1.2. Elle comprendra une première cible certainement constituée de mercure liquide pour la conversion des protons vers des neutrons autour de laquelle seront disposées plusieurs cibles de fission profitant d'un fort flux de neutrons. Les fragments de fissions obtenus par réactions nucléaires de neutrons thermiques sur ^{235}U ou rapides sur ^{238}U et ^{232}Th seront des noyaux généralement riche en neutrons. Un grand taux de fissions est attendu à partir de ces réactions : jusqu'à 10^{15} fissions par seconde pour ^{235}U par exemple.

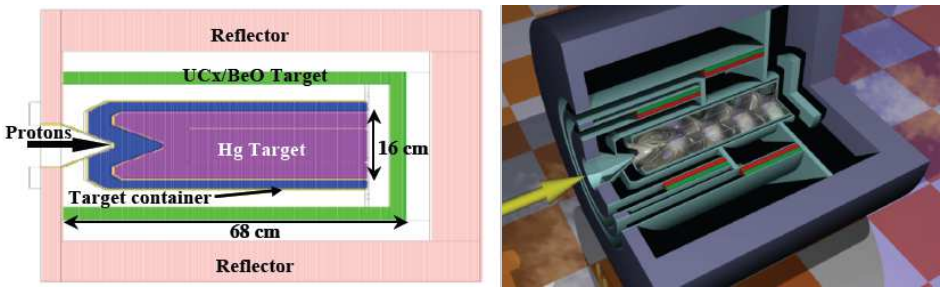

FIG. 1.2 – *Vue schématique de la source MW : (à gauche) dimensions et composantes ; (à droite) vue d'artiste.*

Le second type est constitué des trois ou quatre cibles, dites directes, d'une capacité de 100 kW chacune. Elles seront composées d'oxydes ou de carbures d'éléments à Z grand sous forme solide et l'une d'elle sera une cible de plomb liquide. Ces cibles sont destinées majoritairement à être des sources de noyaux riches en protons.

Les enjeux majeurs auxquels doit répondre la conception de ces cibles sont :
- leur efficacité ;
- leur rapidité d'extraction ;
- leur durée de vie ;
- la sûreté vis-à-vis de la radio-protection.

Avant de rentrer dans la phase de post-accélération, les atomes radioactifs ainsi produits doivent être rapidement et efficacement ionisés dans des sources d'ions dédiées juste à proximité des cibles. Un effort de R&D est donc nécessaire pour augmenter l'efficacité de ces sources et étudier leur tenue aux radiations. Une attente particulière est portée sur une nouvelle source de type ECR fonctionnant à 60 GHz actuellement en cours de développement au LPSC [1] [16].

[1] Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie, Grenoble, France, `www.lpsc.in2p3.fr/`.

1.2.3 La post-accélération

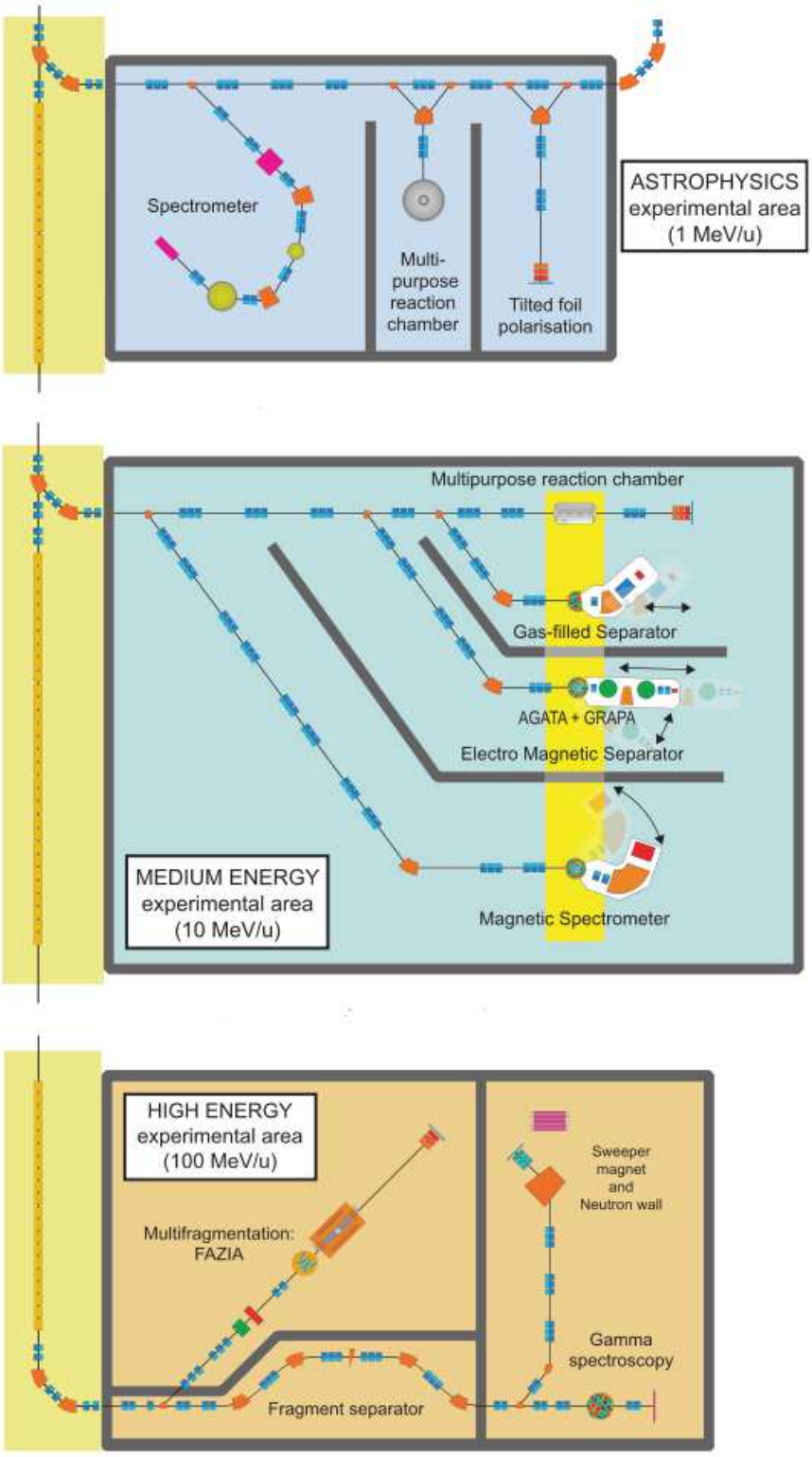

FIG. 1.3 – *Vue schématique des aires experimentales.*

Puisque les sources d'ions délivrent des faisceaux de masse et de charge différentes, la post-accélération demande dans un premier temps une phase de purification. Les faisceaux radioactifs sont ensuite accélérés puis distribués, selon la demande, aux différentes aires expérimentales dont une vue schématique est donnée sur la Fig. 1.3.

Tout comme l'accélérateur primaire, le post-accélérateur sera un linac RF supraconducteur. Trois raisons principales ont conduit à ce choix :
- le fort gradient accélérateur des cavités supraconductrices ;
- la possibilité d'accélérer plusieurs états de charge (changement des réglages du linac pour l'accélération de chaque état de charge ou bien accélération de plusieurs états de charge en même temps [17]) ;
- une haute transmission.

Ce linac devra générer des courants jusqu'à 300 μA pour des énergies allant jusqu'à 150 MeV/u pour le $^{132}Sn^{25+}$ par exemple. Une étude détaillée de ce linac est disponible dans [18].

Rappelons avant de donner dans quel contexte rentre le travail de cette thèse que, dans toute phase de conception d'un projet d'envergure comme EURISOL, de nouvelles recommandations peuvent apparaître de la part des physiciens expérimentateurs. La communauté des accélérateurs et des cibles doit proposer des solutions technologiques qui prennent en compte ces nouveaux défis. La conception d'un tel complexe repose donc sur une communication établie entre toutes les communautés scientifiques.

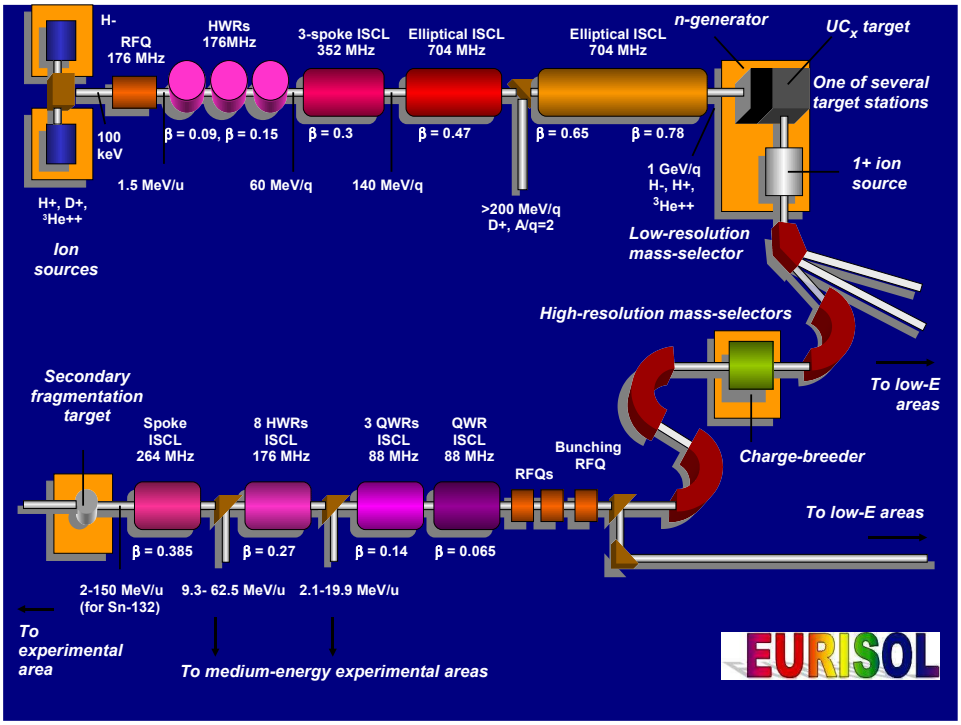

FIG. 1.4 – *Un schéma de référence du futur complexe accélérateurs d'EURISOL.*

1.3 Objectifs de la thèse dans le cadre d'EURISOL

Dans le cadre d'EURISOL, l'un des objectifs de la présente thèse est l'étude de l'accélérateur primaire.

L'étude qui va suivre doit tout d'abord démontrer la faisabilité d'un tel accélérateur en encadrant toutes les recommandations imposées par le projet : respect des intensités et des énergies pour toutes les espèces d'ions, extraction, mode multi-utilisateur... Un des buts de cette thèse a donc été de proposer une structure accélératrice en respectant le cahier des charges, d'en présenter les choix technologiques et finalement, d'en valider la conception par une étude complète de la dynamique des faisceaux.

Il existe de nombreux types de cavités RF dans la gamme des énergies moyennes (autour de 100 *MeV* équivalents proton). Une attention particulière a été apportée pour trouver la meilleure candidate en termes d'efficacité accélératrice. Une solution nouvelle et innovante est proposée dans ce mémoire : il s'agit des cavités de type « triple spoke » dont le prototype devra confirmer les attentes des performances accélératrices démontrées par simulations.

À titre de conclusion, un schéma de référence du futur complexe accélérateurs d'EURISOL est donné sur la Fig. 1.4.

Notions fondamentales relatives à un linac

2

Sommaire

2.1 Une particule chargée dans un champ électromagnétique . . . 23
2.2 La structure d'un linac . . . 24
2.2.1 Les sources d'ions . . . 25
2.2.2 Le quadripôle radio-fréquence . . . 27
2.2.3 Les cavités accélératrices et les éléments magnétiques de focalisation . . . 28
2.2.4 Transfert, conduite et guidage . . . 29
2.3 Les cavités accélératrices radio-fréquence . . . 31
2.3.1 Étude électromagnétique . . . 31
2.3.2 Supraconductivité . . . 41
2.4 Notions de dynamique des faisceaux . . . 48
2.4.1 Émittance d'un faisceau et espace des traces . . . 50
2.4.2 Focalisation transverse et déviation dans un champ magnétique . . . 56
2.4.3 Dynamique longitudinale . . . 62
2.4.4 Transport des faisceaux . . . 70
2.5 La structure du linac primaire d'Eurisol . . . 73
2.5.1 Philosophie de conception . . . 73
2.5.2 Exemple d'un linac 352 *MHz* à protons . . . 74
2.5.3 Changement de fréquence et conséquences . . . 75
2.5.4 Résumé et remarques sur les limitations de la dynamique longitudinale . . . 77
2.5.5 Choix des cavités pour l'accélérateur primaire d'EURISOL 80
Conclusion . . . 90

Dans ce chapitre, nous allons commencer par l'étude du comportement d'une particule chargée dans un champ éléctromagnétique afin de comprendre comment celui-ci peut guider et accélérer un faisceau de particules chargées dans la structure de l'accélérateur linéaire, depuis la source jusqu'à la cible-source d'EURISOL, dans laquelle sont produits les

atomes radioactifs. Nous montrerons comment fournir de l'énergie au faisceau et comment conserver ce dernier autour d'une trajectoire rectiligne de référence. Les composantes principales d'un linac seront alors présentées avant de mettre en avant les bases sur les cavités supraconductrices radio-fréquence. Une attention particulière sera apportée aux cavités de type « spoke » puisqu'il s'agit d'une bonne solution pour l'accélération des ions d'énergie intermédiaire (autour de 100 MeV équivalents proton) et dont l'étude constitue une grande partie de ce mémoire. Enfin, après avoir introduit les notions essentielles de la dynamique longitudinale et transverse d'un faisceau de particules chargées dans un linac, auxquelles nous ferons souvent référence par la suite, nous exposerons les premières simulations de la dynamique longitudinale fixant la structure de l'accélérateur primaire d'EURISOL.

2.1 Une particule chargée dans un champ électromagnétique

Le mouvement d'une particule chargée dans un champ éléctromagnétique est décrit par l'équation (dans le référentiel du laboratoire) :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} = \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \tag{2.1}$$

où :
- $\vec{P}$ est le vecteur impulsion ;
- $\vec{F}$ est la force de Lorentz ;
- q et $\vec{v}$ sont la charge et la vitesse de la particule ;
- $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont respectivement le champ électrique et l'induction magnétique.

Multipliant chaque membre de l'Éq. 2.1 par $\vec{P}$, on obtient :

$$\vec{P} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{P}^2 = q(\vec{P} \cdot \vec{E}) \tag{2.2}$$

où $\vec{B}$ n'apparaît plus puisque $\vec{v}$ et $\vec{P}$ sont colinéaires.
En mécanique relativiste, l'énergie totale ε d'une particule est reliée à son impulsion, $\vec{P}$, et à sa masse au repos, m_0, par :

$$\varepsilon^2 = \vec{P}^2c^2 + m_0^2c^4. \tag{2.3}$$

On remarque alors que :

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{P}^2 = \frac{1}{2c^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon^2 = \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}. \tag{2.4}$$

De plus, nous savons également que $\varepsilon = \gamma m_0 c^2$ et $\vec{P} = \gamma m_0 \vec{v}$ (où γ est l'énergie réduite de la particule). En prenant en compte ces relations et le résultat de l'Éq. 2.4, l'Éq. 2.2 devient finalement :

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} = q(\vec{v} \cdot \vec{E}). \tag{2.5}$$

Cette équation régit le changement d'énergie d'une particule chargée soumise à un champ électromagnétique. Il est important de souligner que l'induction magnétique ne participe pas à la modification d'énergie de la particule comme nous l'avions remarqué dès l'Éq. 2.2. Seule l'application d'*un champ électrique dans la direction de propagation* du faisceau de particules peut participer à son *accélération* (dans cette direction) : il sera produit par des *cavités accélératrices*.

L'application d'un champ magnétique ou d'un champ électrique dans la direction transverse de propagation des particules, même si elle ne modifie pas leur vitesse longitudinale, peut, quant à elle, dévier le faisceau et guider son parcours dans le linac. Dans le cas de faisceaux de particules suffisamment rapides, ce sont préférentiellement des éléments magnétiques qui seront utilisés. En effet, les champs électriques sont limités technologiquement à environ 10 MV/m pour des champs statiques à cause

de problèmes d'arcs de décharge entre électrodes tandis que les champs magnétiques produits par des électro-aimants, par exemple, peuvent atteindre 2 T avant saturation du champ dans le fer. Ainsi, compte tenu de l'efficacité de la force électrique F_E et magnétique F_B :

$$\frac{F_E}{F_B} = \frac{vB}{E}, \tag{2.6}$$

il faudrait, pour une particule de vitesse réduite $\beta = 0.1$, produire un champ électrique de 60 MV/m pour égaler l'efficacité d'un champ magnétique de 2 T. De fait, pourront être aplliqués des champs électriques ou magnétiques jusqu'à des vitesses $\beta < 0.02$ mais seront appliqués uniquement des champs magnétiques au-delà. Dans notre cas, les particules pénètrent dans le linac après le RFQ (*cf.* paragraphe 2.2.2) avec une énergie de 1.5 MeV par unité de masse (soit $\beta = 0.0565$ pour les protons). Des solénoïdes ou des quadripôles magnétiques, parmi d'autres éléments, assureront alors la production du champ $\vec{B}$.

Un paquet de particules est soumis à plusieurs phénomènes lors de son trajet dans le linac qui peuvent le défocaliser c'est-à-dire étendre sa dimension radiale en donnant une composante transverse à la vitesse des particules. Les phénomènes principaux sont :

- la vitesse thermique transverse des particules du paquet ;
- les forces de charge d'espace qui traduisent la répulsion des particules de même charge ;
- la présence d'un champ électrique radial dans les cavités accélératrices (*cf.* Annexe A.2).

L'application d'*un champ magnétique de focalisation* est donc nécessaire pour *contrôler la propagation du faisceau* autour de la trajectoire rectiligne de référence. De plus, nous utiliserons également le champ magnétique de dipôles qualifiés alors de *champ magnétique de guidage* pour *l'extraction et le guidage* du faisceau vers les cibles ou les aires expérimentales.

Pour résumer ce paragraphe, nous retiendrons que :

- le champ électrique produit dans une cavité accélératrice fournit l'énergie au faisceau ;
- le champ magnétique guide le faisceau (focalisation et déviation) dans la ligne accélératrice mais ne modifie pas l'energie cinétique des particules.

2.2 La structure d'un linac

Il sera détaillé, dans les prochains paragraphes de ce chapitre, le fonctionnement d'une cavité accélératrice supraconductrice ainsi que les bases de la dynamique des particules chargées dans un accélérateur linéaire. Ainsi, nous fixerons la structure c'est-à-dire l'ensemble des éléments qui composeront le linac d'EURISOL. Il est donc justifié, dans un premier temps, d'énumérer les éléments principaux qui composent un linac, leur fonction et leur arrangement autour de la ligne accélératrice.

Le faisceau primaire, composé rappelons-le de H^-, D^+ ou $^3He^{2+}$, doit être acheminé jusqu'aux cible-sources d'EURISOL à partir desquelles les faisceaux secondaires d'ions exotiques vont se former. Pour satisfaire cet objectif, il faut :

- produire les ions dans une source appropriée et les extraire en respectant les impératifs d'intensité ;
- mettre en forme le faisceau en une succession de paquets de particules qui pourront alors être accélérés dans une structure radiofréquence ;
- accélérer les particules dans les cavités jusqu'à l'énergie souhaitée ;
- contrôler la propagation, la forme et la stabilité du faisceau ;
- extraire et distribuer les ions vers les cibles.

2.2.1 Les sources d'ions

En aucun cas il ne sera détaillé dans ce paragraphe une liste exhaustive des sources de particules chargées. Nous nous contenterons de décrire succintement les sources qui sont susceptibles d'engendrer les faisceaux primaires du projet. Le lecteur pourra cependant trouver une revue très détaillée de *l'art des sourciers* dans [19].

La source pour les particules chargées négativement

Nous nous sommes tournés, pour générer les faisceaux de particules négatives, H^-, vers une source de type « multicusp » utilisée avec succés à *TRIUMF*[1]. Cette source a en effet montré d'excellentes performances [20] qui satisfont nos exigences en termes d'intensité et d'émittance. La Fig. 2.1 montre le schéma de fonctionnement d'une telle source.

Dans une source « multicusp », les électrons primaires ionisants sont émis depuis un filament de tungstène qui forme la cathode tandis que les parois de la chambre forme l'anode. Ce type de source tient son nom du fait de la distribution des lignes de champ magnétique compte tenu de la disposition des aimants permanents qui entourent la chambre avec des pôles (N-S) alternés. Cette configuration permet de confiner efficacement les électrons à l'intérieur du dispositif. Du gaz, contenant des atomes d'hydrogène dans notre cas, est introduit à l'aide d'un petit clapet. Deux étapes sont alors nécessaires pour produire des ions négatifs avec une source de ce type :

- les électrons primaires issus du filament ionisent, par impacts électroniques, les atomes de gaz pour donner des ions positifs ;
- ces derniers sont attirés par la surface césiée, portée à un potentiel négatif, et les ions négatifs sont formés par ionisation de surface.

Le champ magnétique est suffisamment fort pour que les électrons ne quittent pas la chambre mais assez faible pour que les ions négatifs soient extraits avec le même potentiel. De plus, la courbure de la surface césiée a un effet focalisant sur le faisceau généré.

[1] Laboratoire national canadien pour la recherche en physique nucléaire et en physique des particules, Vancouver, Canada, `http://www.triumf.info/`.

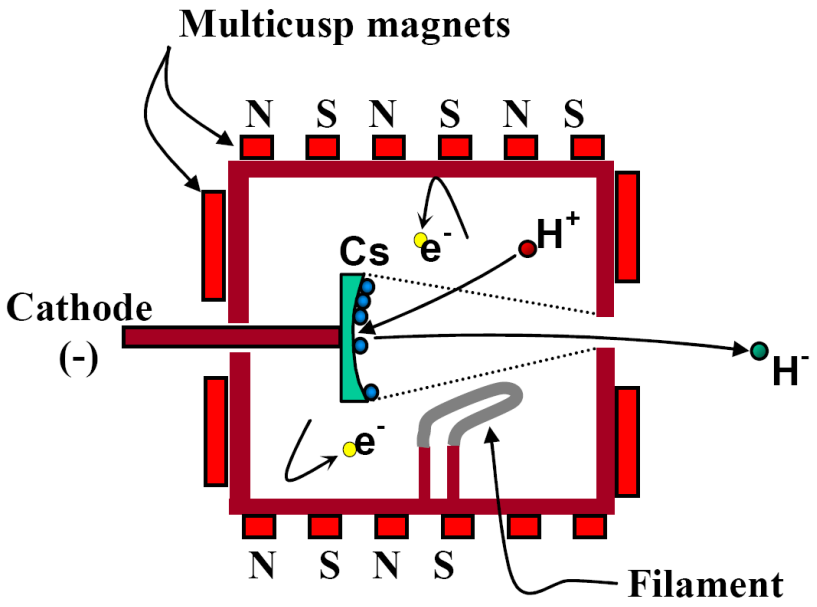

FIG. 2.1 – *Schéma de fonctionnement d'une source de type « multicusp ».*

La source pour les particules chargées positivement

Dans la plupart des accélérateurs et quelle que soit l'application, les particules chargées positivement sont produites à partir de sources basées sur la résonance cyclotronique électronique, sources ECR pour « Electron Cyclotron Resonance », dont le développement a été initié par R. Geller dans les années 1970. Ses travaux de recherche sur le sujet sont par ailleurs compilés dans [21].

Dans les sources ECR, un plasma dense, composé d'atomes neutres, d'ions et d'électrons, est confiné dans la chambre par l'action :

- d'un champ magnétique axial assuré par des solénoïdes situés de part et d'autre de la chambre qui produit un miroir magnétique ;
- d'un champ magnétique radial produit par des hexapôles.

Cette configuration magnétique fait apparaître une surface qui, sous l'action d'une onde électromagnétique haute fréquence de pulsation Ω_{HF}, vérifie la condition de résonance cyclotronique électronique :

$$\Omega_{HF} = \frac{|e|B}{m_e} \tag{2.7}$$

où e et m_e sont respectivement la charge et la masse de l'électron et B est l'induction magnétique locale. Les électrons sur cette surface sont alors chauffés par les micro-ondes et vont arracher étape par étape les électrons du cortège électronique des neutres et des ions déjà formés : ionisation pas à pas par impacts électroniques. Une anode dite d'extraction, portée à la masse par rapport à la chambre qui est sous haute tension ($V_{max} \simeq 100\ kV$), permet alors l'extraction et l'accélération d'un faisceau multi-espèce d'ions positifs. Un dipôle magnétique est alors nécessaire pour séparer les différentes espèces d'ions en fonction de leur rapport charge sur masse.

La maîtrise de la technologie des sources ECR est toujours plus grande avec une course aux fréquences et aux champs magnétiques (60 GHz et de 6 à 8 T prévus dans un avenir proche [22]) pour la production des ions lourds et aux intensités (*cf.* [23] par exemple) pour tous les ions. Il ne devrait donc pas y avoir de difficulté majeure pour atteindre les objectifs d'intensité pour l'accélérateur primaire d'EURISOL. Pour l'hélium, par exemple, les sources commerciales peuvent délivrer près de 1 mA de courant. Quant à la source utilisée au centre HIBMC [2], elle fournit une intensité de 1.65 mA [24]. Pourtant, même si l'hélium est largement utilisé en hadronthérapie, il s'agit très souvent, que ce soit dans les centres de traitement ou dans le commerce, de sources performantes pour produire des ions monochargés et il semble à ce jour difficile d'atteindre les objectifs d'intensités pour les $^3He^{2+}$ doublement chargés. Cependant, il est certain que ces impératifs seront atteignables dans un futur proche qui verra la construction du complexe accélérateurs d'EURISOL.

Quel que soit le faisceau, chargé positivement ou négativement, il est extrait à basse énergie et donc soumis à une force de répulsion très forte du fait de la charge d'espace qui tend à le défocaliser de façon notoire. Pour contrer cet effet, un doublet de solénoïdes est disposé sur la ligne avant l'entrée du faisceau dans le quadripôle radio-fréquence. Ce dispositif est appelé ligne de transport à basse énergie. Il est complété par un dipôle de déviation puisqu'il y a deux sources : une pour les particules chargées négativement et une pour les particules chargées positivement ; les particules déviées (généralement à 90 °) et les particules non déviées (qui vont tout droit) sont ainsi sur la même ligne accélératrice.

2.2.2 Le quadripôle radio-fréquence

Le quadripôle radio-fréquence, RFQ (pour « Radio-Frequency Quadrupole » en anglais), a plusieurs fonctions dans un linac :

- il groupe les particules en paquets à la fréquence de fonctionnement du RFQ ;
- il accélère le faisceau en minimisant les pertes, de 100 keV environ dans le cas d'EURISOL à quelques MeV ;
- il assure la focalisation transverse.

Rappelons ici que les faisceaux sont continus après les sources d'ions (même si leur tension peut également être pulsée afin d'obtenir un prédécoupage du faisceau) et que ce qualificatif est conservé pour les faisceaux dont les particules sont groupées en paquets dont le cycle utile est de 100 % comme c'est le cas pour EURISOL. Le cycle utile est défini comme :

$$\eta = \frac{L_{pulse}}{T_{pulse}} \tag{2.8}$$

[2] HIBMC, Hyogo Ion Beam Medical Center, est un centre médical de traitement du cancer par hadronthérapie (proton, hélium et carbone) situé à Hyogo au Japon, `www.hibmc.shingu.hyogo.jp/`.

FIG. 2.2 – *Quadripôle radio-fréquence du projet IPHI.*

où L_{pulse} est la durée d'une impulsion faisceau et T_{pulse} est la période de ces impulsions.

Le RFQ est un accélérateur linéaire inventé à la fin des années 1960 par I. M. Kapchinsky et V. A. Teplyakov [25] de l'ITEP [3]. D'importantes contributions pour le RFQ furent, par la suite, apportées par le LANL [4] [26] où un prototype fut construit et fonctionna en 1980. C'est la meilleure structure connue pour accélérer les ions à basse énergie (quelques *MeV* par nucléon).

Sur la Fig. 2.2 est présenté le RFQ d'IPHI [5]. L'alternance de la polarité à une certaine fréquence permet de focaliser le faisceau dans les deux plans transverses. La modulation spaciale des pôles, quant à elle, fait apparaître un champ électrique longitudinal qui groupe le faisceau en paquets et l'accélère. Cette mise en paquets permet au faisceau d'être par la suite accéléré dans la structure RF que composent les cavités radio-fréquence. Avant l'invention du RFQ, la mise en paquets était assurée par des groupeurs mais leur efficacité n'était que de 60 % contre près de 90 % pour les RFQ actuellement.

2.2.3 Les cavités accélératrices et les éléments magnétiques de focalisation

La ligne qui comprend les cavités accélératrices et les éléments magnétiques de focalisation est la partie la plus importante en termes de longueur d'un linac. En effet, l'ordre de grandeur de longueur pour l'ensemble sources et RFQ est d'environ une dizaine de mètres tandis qu'il faut près de 300 *m* typiquement pour amener des protons jusqu'à 1 *GeV* au vu des performances actuelles des cavités. Sur les 331 *m* du linac de

[3] Institut de Physique Expérimentale et Théorique de Moscou, Russie, `www.itep.ru/`.

[4] Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, Nouveau Mexique, USA, `www.lanl.gov/`.

[5] L'Injecteur de Protons à Haute Intensité, IPHI, est un prototype de la partie basse énergie des accélérateurs de future génération à fort courant de protons.

SNS, par exemple, 7.5 m sont occupés par l'ensemble sources et RFQ et 320 m par les cavités (170 m par la partie chaude composée de DTL et CCL qui accélèrent de 2.5 à 185 MeV et 150 m par la partie supraconductrice composée de cavités RF qui accélèrent de 185 MeV à 1 GeV) [27].

Le but de cette ligne est, d'une part, d'accélérer le faisceau jusqu'à l'énergie désirée et, d'autre part, de contrôler la propagation des particules autour de la trajectoire rectiligne de référence. La focalisation transverse est assurée par le champ magnétique produit par des solénoïdes ou des quadripôles magnétiques. Concernant les quadripôles, il convient de les grouper par paires puisqu'ils ont individuellement un effet focalisant dans un des plans transverses mais défocalisant dans l'autre. L'effet global d'un arrangement par paires d'un quadripôle focalisant et d'un quadripôle défocalisant est de grouper les particules du faisceau autour de l'axe. Le champ électrique développé dans les cavités, en plus d'accélérer le faisceau, permet également de satisfaire la focalisation dans le plan longitudinal. Nous trouverons plus de détails concernant la dynamique dans les éléments susmentionnés dans la section 2.4.
Finalement, la ligne accélératrice, depuis le RFQ jusqu'aux cible-sources sera un arrangement périodique composé :

- d'un élément magnétique c'est-à-dire soit un solénoïde soit un doublet de quadripôles ;
- d'un certain nombre de cavités accélératrices déterminé en fonction de l'étude de la dynamique du faisceau.

Comme nous allons le voir, les cavités accélératrices choisies pour EURISOL sont supraconductrices. Elles sont maintenues aux températures cryogéniques, leurs températures de fonctionnement, dans un cryostat. Les éléments de focalisation peuvent également être supraconducteurs, suivant des choix qui sont technologiques ou bien en fonction du coût de fonctionnement, et sont alors disposés à côté des cavités dans le même cryostat.

2.2.4 Transfert, conduite et guidage

Une fois l'énergie finale atteinte, il est nécessaire d'extraire le faisceau et de le distribuer vers les cibles. Dans tous les cas, la ligne accélératrice se termine par un système optique composé d'un arrangement de quadripôles et de dipôles pour former le faisceau avant qu'il ne frappe la cible : la taille du faisceau pour EURISOL doit être de 1 ou 3 cm (tache circulaire gaussienne) suivant que la cible soit directe ou qu'il s'agisse d'une cible pour la conversion neutronique.

Le faisceau de D^+ est extrait de la ligne principale, à 250 MeV, par une série de dipôles dont le premier est inséré à l'intérieur d'une période à la place des cavités accélératrices [6]. On montrera dans le Chap. 4 que ce dispositif a peu d'influence sur la dynamique des faisceaux de H^- et de $^3He^{2+}$. Il frappe ensuite une cible 1 MW qui lui est dédiée.
Pour les faisceaux de H^- et de $^3He^{2+}$, la situation est un peu différente.

[6] Une autre option consiste à laisser le faisceau se propager dans la ligne principale tout en contrôlant ses dimensions radiales et longitudinale.

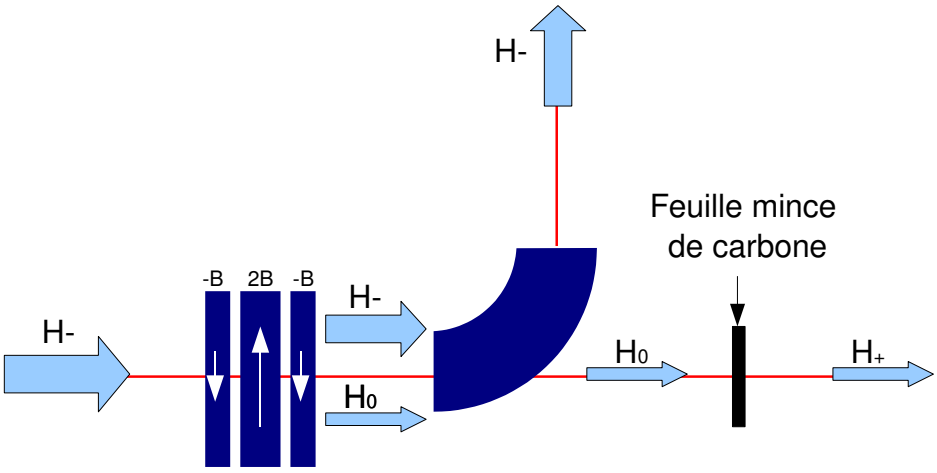

FIG. 2.3 – *Schéma d'une station d'épluchage pour le faisceau d'Hydrogène.*

On aimerait effectivement distribuer le faisceau de $^3He^{2+}$ vers une cible 100 kW dédiée alors que l'on voudrait également décomposer le faisceau de H^- pour l'extraire vers trois cibles 100 kW et une cible 4 MW simultanément. Pour satisfaire cet objectif, une fois le faisceau de H^- à 1 GeV, plusieurs stations d'épluchage (« stripping ») sont disposées sur le trajet final. Une de ces stations est représentée schématiquement sur la Fig. 2.3. Les faisceaux de $^3He^{2+}$, qui atteignent leur énergie finale après un trajet presque identique à celui des H^- ne sont pas affectés par ce dispositif (simplement éteint pour les $^3He^{2+}$ et en marche pour les H^-) : ils continuent donc leur trajectoire rectiligne.

La volonté de disposer en même temps de plusieurs faisceaux, option multi-utilisateur, justifie le choix d'un faisceau primaire d'ions négatifs H^-. En effet, le faisceau est facilement épluché et découpé en plusieurs faisceaux de H^+. L'épluchage et la distribution des faisceaux se font en plusieurs étapes dans chacune des stations[7] :

- une petite partie des H^- est convertie en H^0 par épluchage de Lorentz ;
- le faisceau de H^- non épluché est dévié par un dipôle magnétique tandis que le faisceau de H^0 continue tout droit ;
- une feuille mince de carbone transforme les neutres H^0 en protons H^+.

L'épluchage de Lorentz est un processus utilisé dans l'anneau de stockage à protons de LANSCE[8] qui a été suggéré dans de nombreux projets [28, 29, 30] et pour EURISOL par D. Berkovitz [31]. Il s'agit de produire une induction magnétique $B_\perp$ transverse à la direction de propagation du faisceau dans le référentiel du laboratoire. Ce champ magnétique est à l'origine d'un champ électrique $E_\perp$ dans le référentiel du faisceau, qui

[7] Pour EURISOL, trois stations comme celle de la Fig. 2.3 sont nécessaires.

[8] Los Alamos Neutron Science Center, Los Alamos, Nouveau Mexique, USA, `www.lansce.lanl.gov/`.

d'après la transformation de Lorentz est :

$$|E_\perp| = \beta\gamma \, |B_\perp|. \tag{2.9}$$

Ce champ électrique est alors capable d'ioniser une partie du faisceau incident. Dans le cas d'EURISOL, l'épluchage de Lorentz est assuré par un dispositif de trois dipôles de 30 mm de long ayant pour induction respective 0.32, -0.64 et 0.32 T ce qui permet de neutraliser 2 % du faisceau. La dernière étape d'ionisation se fait avec des feuilles minces de carbone dont la densité surfacique est estimée à 500 $\mu g/cm^2$. Pour plus de détails sur l'épluchage de Lorentz ainsi que sur les feuilles minces, le lecteur est invité à consulter la présentation de R. Paparella [32].

Dans cette partie sur la structure d'un linac, nous avons mis en avant les éléments qui vont composer l'accélérateur primaire d'EURISOL. Dans le prochain paragraphe, nous complèterons cette description en insistant sur les cavités accélératrices. Le paragraphe 2.4 portera, ensuite, sur la dynamique des faisceaux dans ces éléments.

2.3 Les cavités accélératrices radio-fréquence

Comme nous l'avons déjà évoqué, le champ accélérateur sera le champ électrique axial produit dans une cavité radio-fréquence. Dans ce paragraphe, nous allons donc commencer par une étude électrodynamique, en évoquant les champs électriques et magnétiques produits dans ces cavités, et en définissant les paramètres essentiels tels que la tension accélératrice et le facteur de qualité. Il sera également rappelé les bases de la supraconductivité RF, à partir desquelles nous pourrons montrer qu'il s'agit d'un avantage majeur en termes de consommation électrique pour des faisceaux intenses de particules en mode continu (ou à fort cycle utile). Il est important de souligner ici que les paragraphes suivants relatifs aux cavités RF supraconductrices donnent des bases et les éléments nécessaires à la compréhension de ce mémoire. Le lecteur pourra trouver des informations complémentaires d'une excellente qualité dans [33] et [34] ainsi que dans les actes des conférences internationales sur la supraconductivité RF (« International Workshop on RF Superconductivity », [35] en 2007).

2.3.1 Étude électromagnétique

Champs RF dans une cavité résonante

En combinant les quatre équations de Maxwell (voir par exemple [36]), nous pouvons obtenir l'équation d'onde :

$$\left(\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left\{ \begin{array}{c} \vec{E} \\ \vec{H} \end{array} \right\} = 0 \tag{2.10}$$

qui régit le comportement des champs électriques $\vec{E}$ et magnétiques $\vec{H}$ dans le vide. Dans une cavité, cette équation doit également satisfaire les conditions aux limites :

$$\hat{n} \wedge \vec{E} = 0 \qquad \text{et} \qquad \hat{n} \cdot \vec{H} = 0 \tag{2.11}$$

où $\hat{n}$ est le vecteur unité normal à la surface. Cette équation signifie que la composante tangentielle du champ électrique et normale du champ magnétique doivent s'annuler à la surface de la cavité. La condition électrique est appelée condition aux limites de Dirichlet et le nom de condition aux limites de Neumann est donné pour la condition magnétique. Ainsi, dans le cas d'une cavité à symétrie cylindrique telle la cavité « pill-box » (*cf.* Fig. 2.4), on obtient à partir de l'Éq. 2.10, un spectre discret de modes électromagnétiques que l'on groupe en deux classes :

- les modes transverses magnétiques (TM) où le champ magnétique est transverse à l'axe de symétrie ;
- les modes transverses électriques (TE) où c'est le champ électrique qui est transverse.

En ce qui concerne les cavités accélératrices, le champ éléctrique doit être colinéaire à la direction de propagation des particules (*cf.* Éq. 2.5) pour fournir de l'énergie (longitudinale) au faisceau : seuls les modes TM sont donc accélérateurs dans la cavité « pill-box ». De plus, ces modes sont classés en sous-groupes notés TM_{mnp} [9] où les entiers m, n et p représentent le nombre de changement de signe de E_z dans les directions θ, ρ et z respectivement. Seuls les modes TM_{0np} (n=1,2,3,... ; p=0,1,2,...) ont une composante électrique longitutinale sur l'axe qui ne s'annule pas. En général, le mode TM_{010} est utilisé dans la plupart des cavités, mode permettant effectivement la plus grande efficacité accélératrice. Sur la Fig. 2.4 sont représentés les champs électriques et magnétiques pour le mode TM_{010} dans la cavité « pill-box ».

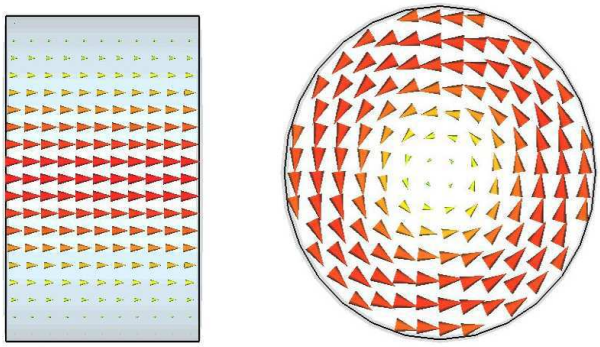

FIG. 2.4 – *Distribution des champs électriques et magnétiques pour le mode TM_{010} dans une cavité « pill-box » : E_z dans le plan (ρ, z) (à gauche) et H_θ dans le plan (ρ, θ) (à droite).*

L'adjonction d'ouvertures de part et d'autre de la cellule accélératrice pour laisser passer le faisceau ainsi que la géométrie complexe des cavités [10] rendent très difficile le calcul analytique des solutions propres de l'équation d'onde (Éq. 2.10). On peut voir, sur la Fig. 2.5, la modification du champ E_z en ajoutant des ouvertures faisceau par rapport à la Fig. 2.4.

Pour obtenir la distribution des champs dans la cavité pour des géométries réelles souvent complexes (*cf.* la géométrie de la cavité « triple

[9] La même notation est utilisée pour les modes TE.

[10] Les formes « pill-box » ne sont pas utilisées dans la pratique à cause du phénomène de « mutipacting ».

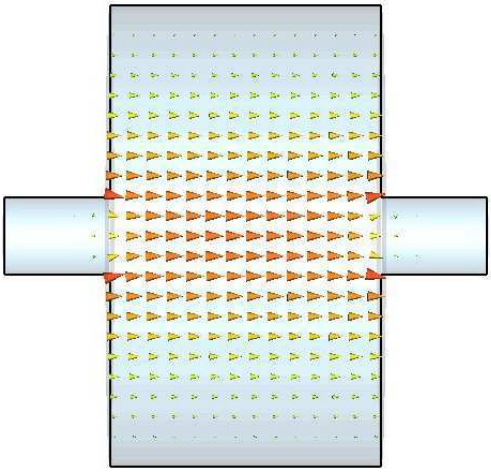

FIG. 2.5 – *Distribution des champs électriques pour la cavité « pill-box » avec ses tubes faisceau : E_z dans le plan (ρ, z).*

spoke » détaillée dans le Chap. 3), il faut alors faire appel à des simulations numériques avec des codes comme SUPERFISH [11] [38], MAFIA [39] ou CST MICROWAVE STUDIO [40]. De plus, il existe une composante finie de H_z sur l'axe de symétrie à cause de l'effet perturbatif des ouvertures faisceau. Pourtant, les principales caractéristiques des modes TM sont conservées et la classification TM_{mnp} est gardée pour décrire les modes propres d'une cavité accélératrice.

Dans le cas de cavités comportant plusieurs cellules accélératrices, il convient de rajouter un sous-groupe à la précédente classification. En effet, on peut montrer [41] qu'il existe, dans une cavité N-cellules, N fréquences de résonance sur le mode TM_{010} :

$$f_{q\pi/N} = f_0\sqrt{1 + K\left(1 - \cos\frac{q\pi}{N}\right)} \qquad \text{pour } q = 1, \ldots, N \tag{2.12}$$

où f_0 est la fréquence de résonance dans une cellule isolée et K est le facteur de couplage inter-cellules [12]. À chacune de ces fréquences correspond un mode accélérateur différent noté $q\pi/N$ pour lequel la composante E_z du champ vérifie, en amplitude et en signe, la loi de proportionalité :

$$E_z \propto \sin\left(\frac{2n-1}{2} q \frac{\pi}{N}\right) \qquad \text{pour } n = 1, \ldots, N. \tag{2.13}$$

On peut montrer à partir de l'Éq. 2.13, que le mode π, mode qui possède la plus haute fréquence, a à la fois la meilleure efficacité accélératrice et les plus faibles pertes RF. Le champ est alors, d'après l'Éq. 2.13, en opposition de phase dans chaque cellule, comme on peut le voir sur la Fig. 2.6, et également réparti dans chacune d'elles en termes d'amplitude. On utilisera finalement le mode noté $TM_{010-\pi}$ pour l'accélération des particules dans une cavité résonante

[11] Code originalement développé par K. Halbach et R. F. Holsinger [37].

[12] Plus K est élevé plus le transfert d'énergie entre cellules se fera rapidement et plus les modes seront éloignés.

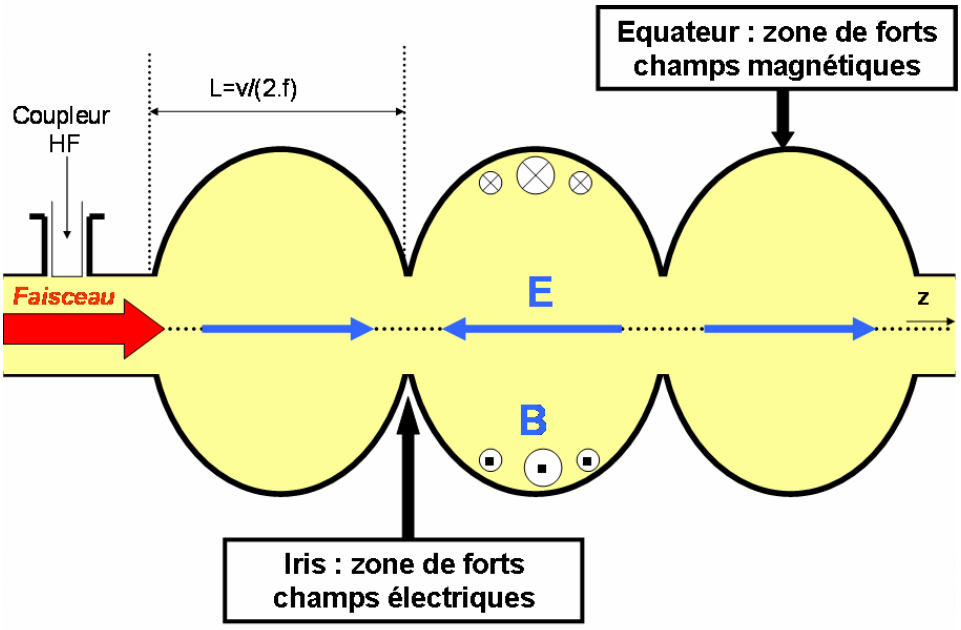

FIG. 2.6 – *Schéma de fonctionnement d'une cavité elliptique 3-cellules : le champ électrique est très fort près de l'axe de symétrie tandis que le champ magnétique se concentre au niveau de l'équateur.*

Champ accélérateur et facteur de temps de transit

Le champ électrique developpé sur l'axe de propagation $E_z(\rho = 0, z, t)$ est un champ oscillant à la pulsation ω_0 pour le mode considéré :

$$E_z(\rho = 0, z, t) = E_{z0}(\rho = 0, z)e^{j\omega_0 t}. \tag{2.14}$$

Le temps de passage des particules dans la cavité est donc une donnée fondamentale. C'est pourquoi on définit une fonction appelée facteur de temps de transit, $TTF(\beta)$ pour « Transit Time Factor » en anglais, qui est défini comme le rapport entre la tension $V_{acc}(\beta)$ vue par une particule de vitesse réduite β, que l'on appelle tension accélératrice, et la tension maximale V_{max} developpée dans la cavité. Par définition, on a :

$$TTF(\beta) = \frac{V_{acc}(\beta)}{V_{max}}. \tag{2.15}$$

La tension maximale, V_{max}, est donnée par :

$$V_{max} = \int_0^{L_{cav}} |E_{z0}| \mathrm{d}z \tag{2.16}$$

où L_{cav} est la longueur physique de la cavité.
On comprend à partir de l'Éq. 2.16 que tout se passe comme si une particule voyait toujours l'amplitude maximale du champ électrique (puisque le temps n'apparaît pas).
À présent, pour donner une définition de la tension accélératrice, $V_{acc}(\beta)$, reprenons l'Éq. 2.5 qui peut s'écrire sous la forme :

$$\Delta\varepsilon = q \int \vec{v} \cdot \vec{E} \mathrm{d}t = q \int E_{z0} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) v \mathrm{d}t \tag{2.17}$$

où $\Delta\varepsilon$ est le gain d'énergie dans une cavité et φ_0 est la phase RF quand la particule arrive.
Si de plus, on fait l'approximation que la vitesse est constante dans la cavité [13], alors l'Éq. 2.17 prend la forme :

$$\Delta\varepsilon = q\int_0^{L_{cav}} E_{z0}\cos\left(\frac{\omega_0 z}{\beta c}+\varphi_0\right)\mathrm{d}z. \tag{2.18}$$

En définissant, en notation complexe :

$$\widetilde{\Delta\varepsilon} = q\int_0^{L_{cav}} E_{z0}e^{j\left(\frac{\omega_0 z}{\beta c}+\varphi_0\right)}\,\mathrm{d}z, \tag{2.19}$$

le gain en énergie réel peut s'écrire :

$$\Delta\varepsilon = |\widetilde{\Delta\varepsilon}|\cos(\arg(\widetilde{\Delta\varepsilon})). \tag{2.20}$$

Écrivons le gain en énergie comme le produit :

$$\Delta\varepsilon = qV_{acc}\cos\phi_s, \tag{2.21}$$

dans lequel apparaît la phase synchrone moyenne, ϕ_s, on obtient alors :

$$V_{acc} = \frac{|\widetilde{\Delta\varepsilon}|}{q} = \left|\int_0^{L_{cav}} E_{z0}e^{j\left(\frac{\omega_0 z}{\beta c}+\varphi_0\right)}\,\mathrm{d}z\right| = \left|\int_0^{L_{cav}} E_{z0}e^{j\left(\frac{\omega_0 z}{\beta c}\right)}\,\mathrm{d}z\right| \tag{2.22}$$

pour la tension accélératrice et :

$$\phi_s = \arg(\widetilde{\Delta\varepsilon}) = \arctan\left(\frac{\int_0^{L_{cav}} E_{z0}\sin\left(\frac{\omega_O z}{\beta c}+\varphi_0\right)\mathrm{d}z}{\int_0^{L_{cav}} E_{z0}\cos\left(\frac{\omega_O z}{\beta c}+\varphi_0\right)\mathrm{d}z}\right) \tag{2.23}$$

pour la phase synchrone moyenne. Dans cette définition, ϕ_s représente la phase synchrone moyenne intégrée sur toute la cavité. Elle est valable quel que soit le nombre de cellules accélératrices.
Ainsi, on obtient pour l'expression du facteur de temps de transit :

$$TTF(\beta) = \frac{\left|\int_0^{L_{cav}} E_{z0}e^{j\left(\frac{\omega_0 z}{\beta c}\right)}\,\mathrm{d}z\right|}{\int_0^{L_{cav}} |E_{z0}|\mathrm{d}z} < 1 \tag{2.24}$$

La valeur maximale de cette fonction donne la vitesse réduite β_{opt} de la particule qui sera le plus efficacement accélérée dans la cavité tel que :

$$TTF(\beta_{opt}) = Max(TTF(\beta)). \tag{2.25}$$

Généralement, on préfère définir un champ accélérateur E_{acc} plutôt qu'une tension. On fait alors apparaître une longueur accélératrice L_{acc} pour relier ces deux notions que l'on définira ici comme (en mode π) :

$$L_{acc} = \frac{n_{gap}}{2}\beta_{opt}\lambda_{RF} \tag{2.26}$$

[13] En fait la vitesse réduite change très peu dans une cavité sauf à très basse énergie.

où n_{gap} est le nombre de cellules accélératrices et λ_{RF} est la longueur d'onde du mode considéré.
Le champ accélérateur est alors défini comme :

$$E_{acc} = \frac{V_{acc}}{L_{acc}}. \tag{2.27}$$

La définition de la longueur accélératrice n'est pas unique et diffère dans la littérature en fonction des types de cavités ou du laboratoire engagé dans le dévelopement de celles-ci. On voit, par exemple, L_{acc} définie comme la longueur physique de la cavité avec ou sans les tubes faisceau parmi d'autres définitions. L'Éq. 2.27 ne tient compte que de la longueur accélératrice efficace des cavités et permet de comparer les cavités en fonction de leur forme même si leur fréquence de fonctionnement, leur nombre de cellules ou leur β_{opt} sont différents. Dans la suite de ce mémoire, les valeurs des champs accélérateurs seront donc données en suivant cette définition.

On a remarqué sur la Fig. 2.6 que la longueur d'une cellule accélératrice, L_{cell}, est :

$$L_{cell} = \frac{\beta c}{2f}. \tag{2.28}$$

En effet, une particule de vitesse réduite β doit parcourir la longueur de la cellule accélératrice en une demi-période RF. Le champ électrique ne change alors pas de signe dans la cellule traversée mais s'inverse au moment où la particule arrive dans la cellule adjacente. La particule est alors accélérée efficacement sur le mode $TM_{010-\pi}$. En isolant β de l'Éq. 2.28, on définit le Bêta géométrique comme :

$$\beta_g = \frac{2f}{c} L_{cell}. \tag{2.29}$$

Dans le cas des cavités de type « pill-box », on a exactement $\beta_g = \beta_{opt}$ et ces deux facteurs sont également très similaires dans les cavités elliptiques. Par contre, lorsqu'il s'agit de géométries plus complexes, ils diffèrent sensiblement à cause du champ de fuite dans les tubes faisceau et il est souvent nécessaire de préciser la définition du Bêta géométrique c'est-à-dire la longueur prise en compte pour L_{cell} pour éviter toute confusion. Ainsi, dans le cas de la cavité « spoke » décrite dans [42], on a $\beta_g = 0.15$ et $\beta_{opt} = 0.20$. Il est également d'usage de désigner les cavités par leur Bêta géométrique : la cavité susmentionnée est donc une *Spoke* β0.15.

Afin d'illustrer certaines notions évoquées dans ce paragraphe, nous avons imaginé une cavité composée de cinq cellules possédant une composante longidutinale du champ électrique à profil sinusoïdal représentée sur la Fig. 2.7. La longueur de la cellule, L_{cell}, a été calculée avec l'Éq. 2.28 pour que le Bêta optimal soit proche de 0.3 pour une fréquence de résonance de 352.2 MHz. La Fig. 2.8 représente le facteur de temps de transit correspondant à ce profil de champ calculé grâce à l'Éq. 2.25. On peut voir que le Bêta optimal correspond à nos attentes. On voit apparaître

également un autre facteur : il s'agit de l'acceptance en vitesse $\Delta\beta$ qui correspond, dans cette définition, à la largeur en Bêta pour laquelle le TTF est supérieur à 0.5.

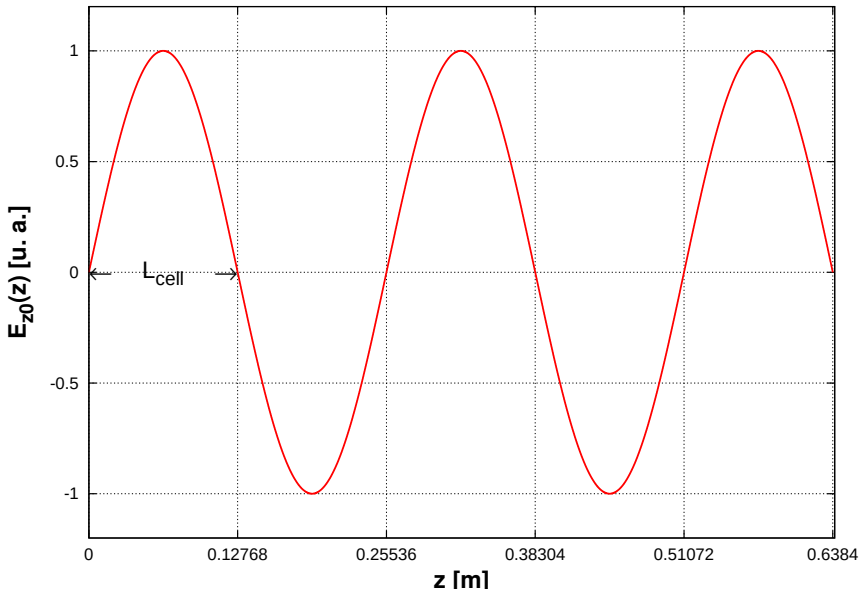

FIG. 2.7 – *Profil longitudinal du champ électrique pour une cavité 5-cellules.*

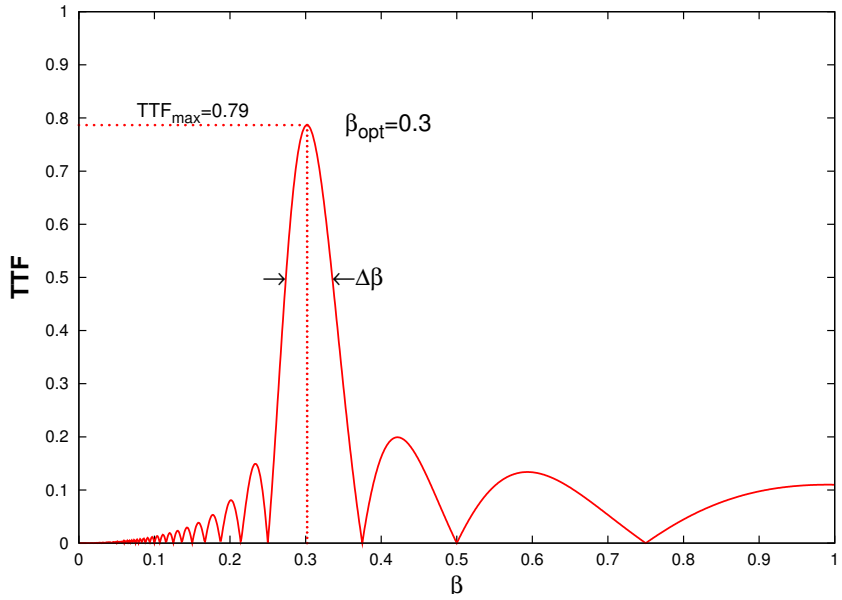

FIG. 2.8 – *Facteur de temps de transit pour une cavité 5 cellules.*

En gardant le même profil de champ que celui de la Fig. 2.7, mais en faisant varier le nombre de cellules, on voit sur la Fig. 2.9 que le facteur de temps de transit a un profil d'autant plus serré autour de β_{opt} que le nombre de cellules augmente. Cela implique qu'à basse énergie (β change alors très vite avec l'énergie), afin de limiter le nombre de types de cavités (avec différents β_{opt}), on travaillera de préférence avec des cavités courtes c'est-à-dire avec un petit nombre de cellules.

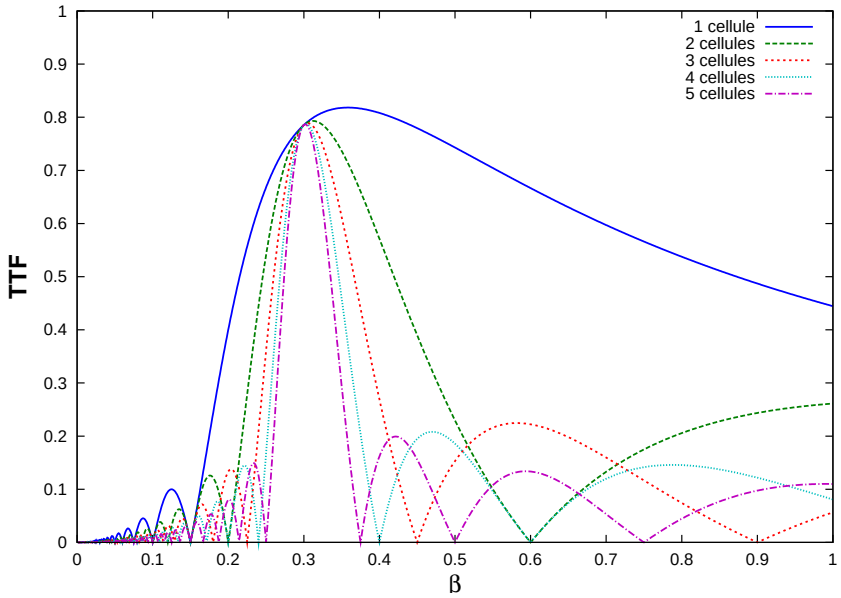

FIG. 2.9 – *Facteur de temps de transit en fonction du nombre de cellules : plus le nombre de cellules augmente et plus la gamme de vitesses des particules accélérées dans la cavité est réduite (reserrement du profil autour de β_{opt}).*

Champs maximaux de surface

Lorsque l'on évoque les limitations des cavités accélératrices supraconductrices, deux champs sont d'une importance majeure : le champ électrique maximal de surface, E_{pk}, et l'induction magnétique maximale de surface, B_{pk}. Dans le cas d'une cavité elliptique, les champs électriques et magnétiques se concentrent respectivement au niveau de l'iris et de l'équateur comme l'a montré la Fig. 2.6. Dans la plupart des cas, comme il en sera discuté dans le paragraphe suivant, ces champs de surface déterminent le champ accélérateur maximal que l'on peut atteindre dans les cavités supraconductrices.

Afin de garantir des performances accélératrices maximales, les rapports des champs maximaux de surface sur le gradient accélérateur doivent être minimisés. Ainsi, dans le cas de la cavité « triple spoke », dont l'étude sera détaillée dans le Chap. 3 , on doit respecter, pour ces rapports, les inéquations (valables pour la plupart des cavités dites « low-beta » [43]) :

$$\frac{E_{pk}}{E_{acc}} \leq 5 \tag{2.30}$$

$$\frac{B_{pk}}{E_{acc}} \leq 10\ mT/(MV/m). \tag{2.31}$$

Si l'on ne respecte pas ces inéquations, la valeur du champ électrique de surface E_{pk} peut devenir telle que des électrons sont arrachés de la surface par émission de champ. Sous certaines conditions de résonance, la population électronique croît alors jusqu'à consommer toute la puissance RF disponible dans la cavité : c'est le phénomène de « *multipacting* » .

De même, au-dessus d'une certaine valeur de l'induction magnétique de surface B_{pk}, la dissipation de chaleur dans les parois devient trop grande (*cf.* Éq. 2.32) et la supraconductivité peut être détruite : c'est le *quench*. Théoriquement, la valeur des rapports des champs maximaux de surface sur le gradient accélérateur à ne pas dépasser ne dépend que de la géométrie et de la qualité intrinsèque du matériau. Les phénomènes limitants, « multipacting » ou quench, peuvent cependant apparaître avant d'atteindre ces limites si la géométrie présente des défauts de surface : pointes, creux, poussières, mauvaises soudures, inclusions de matériaux peu ou pas supraconducteurs... La fabrication et la préparation de la cavité sont donc des étapes primordiales. Le nombre de soudures et la complexité de la gémétrie, par exemple, sont par conséquent des points pris en compte dès la conception électromagnétique.

Puissance dissipée et facteur de qualité

S'il existe des champs électromagnétiques dans la cavité, alors circulent également des courants électriques dans une fine couche des parois. Ces courants sont susceptibles de dissiper de la puissance si les parois sont résistives. Nous verrons dans le paragraphe suivant qu'un métal dans l'état supraconducteur dissipe une petite partie de l'énergie électromagnétique par effet Joule dans le domaine des radio-fréquences. Cette résistivité, tant pour les métaux conducteurs que supraconducteurs, est caractérisée par une résistance de surface, R_s, dépendant du matériau, et définie par la puissance dissipée par unité de surface, P_d, telle que :

$$\frac{\mathrm{d}P_d}{\mathrm{d}S} = \frac{1}{2} R_s |\vec{H}|^2 \tag{2.32}$$

où $\vec{H}$ est le champ magnétique de surface.

Directement associé à la puissance dissipée dans la cavité, le facteur de qualité, Q_0, est une donnée fondamendale définie comme :

$$Q_0 = \frac{\omega_0 U}{P_d} \tag{2.33}$$

U étant l'énergie stockée dans la cavité. Le Q_0 correspond à 2π fois le nombre de cycles RF nécessaires pour dissiper entièrement l'énergie stockée.

Quel que soit le mode considéré, l'énergie moyenne sur une période RF stockée par le champ électrique est égale à celle stockée par le champ magnétique. L'énergie totale est donc donnée par :

$$U = \frac{1}{2}\mu_0 \int_V |\vec{H}|^2 \mathrm{d}V = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int_V |\vec{E}|^2 \mathrm{d}V \tag{2.34}$$

où l'intégrale est prise sur le volume de la cavité. L'Éq. 2.32 donne pour la puissance dissipée :

$$P_d = \frac{1}{2} \int_S R_s |\vec{H}|^2 \mathrm{d}S \tag{2.35}$$

où l'intégration se fait sur la surface interne de la cavité. On remarque que R_s est maintenue à l'intérieur de l'intégrale car elle peut varier en fonction de la position. On peut alors réécrire le facteur de qualité comme :

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_0 \int_V |\vec{H}|^2 \mathrm{d}V}{\int_S R_s |\vec{H}|^2 \mathrm{d}S}. \tag{2.36}$$

Le Q_0 s'écrit également comme :

$$Q_0 = \frac{G}{\overline{R_s}} \tag{2.37}$$

où

$$G = \frac{\omega_0 \mu_0 \int_V |\vec{H}|^2 \mathrm{d}V}{\int_S |\vec{H}|^2 \mathrm{d}S} \tag{2.38}$$

est le facteur géométrique et :

$$\overline{R_s} = \frac{\int_S R_s |\vec{H}|^2 \mathrm{d}S}{\int_S |\vec{H}|^2 \mathrm{d}S} \tag{2.39}$$

est la résistance moyenne de surface.

Le facteur géométrique ne dépend pas de R_s comme le montre l'Éq. 2.38. Il ne dépend que de la géométrie de la cavité. Il s'agit donc d'un paramètre très important pour comparer des cavités de forme différente indépendamment de leur fréquence ou de la composition de leurs matériaux de surface (à différencier des matériaux à l'extérieur, pour la rigidification mécanique par exemple, qui ne rentrent pas en compte dans le bilan RF).

Tout comme G, le rapport de l'impédance « shunt » :

$$r_{shunt} = \frac{V_{acc}^2}{P_d} \tag{2.40}$$

sur le facteur de qualité ne dépend que de la forme des cavités. Il est noté (r/Q) et défini comme :

$$\left(\frac{r}{Q}\right) = \frac{V_{acc}^2}{\omega_0 U}. \tag{2.41}$$

Remarquons que plus G est grand, plus le facteur de qualité est important (*cf.* Éq.2.37). De même, plus le (r/Q) est conséquent est plus la tension accélératrice sera élevée pour une même énergie stockée (*cf.* Éq.2.41). On comprend bien que ces deux rapports sont à maximiser lors de la conception d'une cavité accélératrice.

Prenons l'exemple de la cavité « spoke » $\beta 0.15$ developpée à l'IPNO et dont les paramètres RF sont donnés dans [42]. La valeur du facteur géométrique est $G = 67\ \Omega$. Ainsi, en assumant une résistance résiduelle de surface, R_0 (voir paragraphe 2.3.2), de 10 $n\Omega$, l'auteur trouve un facteur de qualité de $1.4 \cdot 10^9$. La même cavité en cuivre (avec une résistance de surface d'environ 2 $m\Omega$ aux températures cryogéniques) aurait donc un Q_0

d'environ $3.35 \cdot 10^4$. On voit donc immédiatement l'avantage d'utiliser des cavités supraconductrices puisque l'on peut gagner un facteur 10^5 sur le Q_0 et donc sur les pertes par effet Joule dans les parois de la cavité. Dans le paragraphe suivant seront développées les bases de la supraconductivité RF et les avantages de ce phénomène seront également mis en lumière.

2.3.2 Supraconductivité

Les matériaux qui, en deçà d'une température critique notée T_c, perdent l'essentiel de leur résistivité électrique sont qualifiés de supraconducteurs. Le phénomène de la *supraconductivité* a été observé pour la première fois par K. Onnes en 1911 sur un échantillon de Mercure [44]. La Fig. 2.10 montre ses premiers résultats expérimentaux.

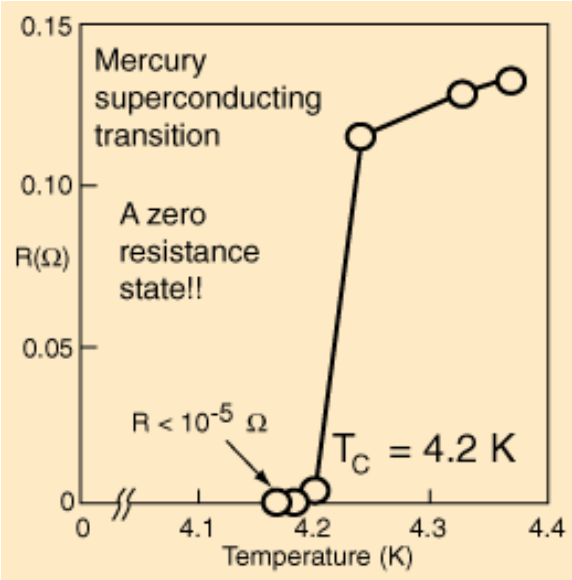

FIG. 2.10 – *Résistance électrique en fonction de la température : mesures effectuées par K. Onnes en 1911 sur un échantillon de mercure.*

En 1935, H. & F. London développent une théorie classique de la supraconductivité [45]. Puis en 1950, V. L. Ginzburg and L. D. Landau mettent au point une théorie phénoménologique très puissante [46] qui explique de nombreuses propriétés. Mais c'est en 1957 qu'une théorie microscopique basée sur la mécanique quantique expliquant le mieux les propriétés de l'état supraconducteur est mise au point par J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer [47] : la théorie BCS du nom de ces trois inventeurs.

Observation expérimentale

W. Meissner et R. Ochsenfeld observent en 1933 qu'en refroidissant un supraconducteur en dessous de sa température critique dans un champ magnétique, celui-ci expulse les lignes d'induction magnétique à la transition [48]. Cet effet, appelé effet Meissner, est représenté sur la Fig. 2.11. Le supraconducteur se comporte alors comme un diamagnétique parfait.

La supraconductivité ne dépend pas uniquement de la température. En effet, pour une température donnée $T < T_c$, le champ magnétique

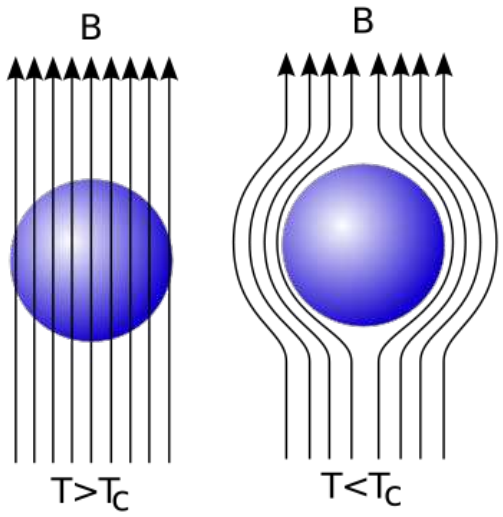

FIG. 2.11 – *Effet Meissner dans une sphère supraconductrice refroidie dans un champ magnétique constant. En passant sous la température critique, les lignes d'induction $\vec{B}$ sont expulsées de la sphère.*

pénètre à nouveau l'échantillon quand il atteint une valeur critique H_c et l'échantillon redevient alors un conducteur normal. Ce champ magnétique critique diminue avec la température suivant la loi :

$$H_c(T) = H_c(T = 0\ K)\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right). \tag{2.42}$$

En fait, il existe deux types de supraconducteurs pour lesquels l'effet Meissner se traduit de façon différente. La Fig. 2.12 représente les courbes de champ magnétique en fonction de la température pour les deux types de supraconducteurs.

L'effet Meissner est total dans le cas des supraconducteurs de type I. La magnétisation s'oppose totalement au champ magnétique lorsque le champ appliqué est en dessous du champ critique H_c et s'annule brusquement quand il l'atteint. Les supraconducteurs de type I n'ont en général que peu d'applications (*cf.* cavités supraconductrices en plomb par exemple) à cause d'un champ magnétique critique H_c très bas.

En ce qui concerne les supraconducteurs de type II, l'effet Meissner n'est pas total entre deux champs magnétiques critiques H_{c1} et H_{c2} avec $H_{c1} < H_{c2}$:

- la magnétisation s'oppose totalement au champ magnétique appliqué H_a quand $H_a < H_{c1}$;
- entre H_{c1} et H_{c2} l'effet Meissner est imcomplet car le supraconducteur est traversé par des lignes de flux magnétique à travers des « vortex » ;
- au dessus de H_{c2}, l'état supraconducteur est détruit.

Sur la Fig. 2.13, on peut observer la courbe de magnétisation en fonction du champ magnétique appliqué pour un supraconducteur de type II.

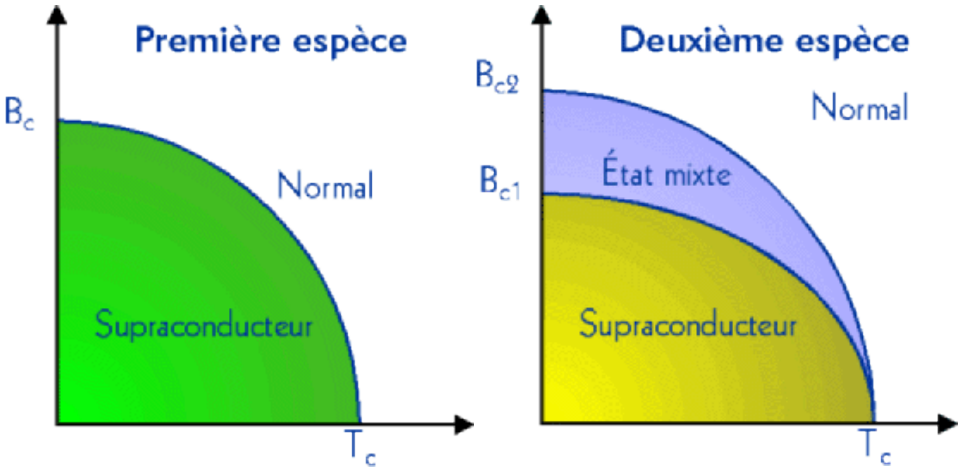

FIG. 2.12 – *Champ magétique en fonction de la tempéature pour un supraconducteur de type I (à gauche) et pour un supraconducteur de type II (à droite).*

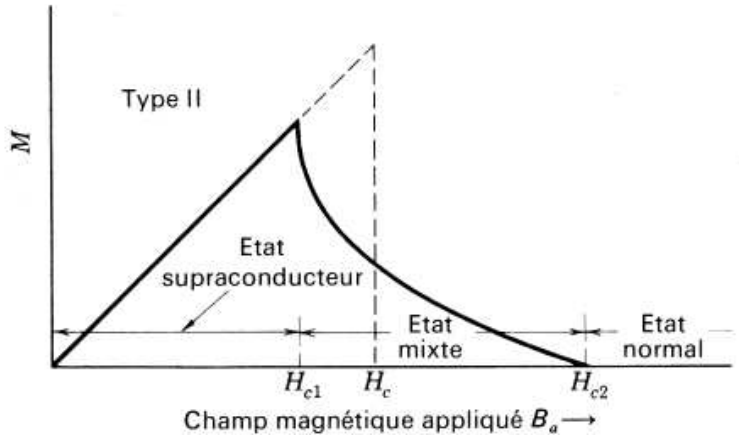

FIG. 2.13 – *Courbe de magnétisation en fonction du champ magnétique appliqué pour un supraconducteur de type II.*

Théorie BCS de la supraconductivité

D'après la théorie BCS, il est énergétiquement favorable pour des électrons dans un supraconducteur de s'apparier en paires dites paires de Cooper pour former une pseudo-particule bosonique. Il s'agit d'une interaction électron-électron *via* les phonons du réseau cristallin. Les ions du réseau sont attirés par le passage d'un électron et forment alors localement une zone électriquement positive. Un deuxième électron profite de cette déformation pour se lier au premier électron et former une paire d'électrons de quantité de mouvement et de spin opposés.
L'énergie de liaison, par électron, d'une paire de Cooper, $\Delta(T)$, est donnée par la théorie BCS à $T = 0\ K$ par :

$$2\Delta(T = 0\ K) = 2 \times (\alpha k_b T_c) \quad \text{avec } \alpha \simeq 1.76 \tag{2.43}$$

où k_b est la constante de Boltzmann. Cette énergie de liaison crée une bande d'énergie interdite autour de l'énergie de Fermi ε_F de largeur $E_g = 2\Delta$: les électrons sont alors soit dans un état apparié supraconducteur (d'énergie inférieure à $\varepsilon_F - \Delta$), soit dans leur état normal (d'énergie supérieure à $\varepsilon_F + \Delta$).

En réalité, à $T = 0\ K$, tous les électrons de conduction sont appariés en paires de Cooper. Mais à température finie $T < T_c$, il y a toujours une probabilité pour qu'une paire soit brisée par excitation thermique. Cette probabilité est du type Boltzmann et le rapport entre la densité d'électrons normaux, n_n, et la densité d'électrons appariés supraconducteurs, n_s, s'écrit :

$$\frac{n_n}{n_s} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\Delta(T)}{k_b T}\right)}. \tag{2.44}$$

Pour $T < T_c/2$, l'Éq. 2.44 devient :

$$\frac{n_n}{n_s} \simeq \exp\Big(-\frac{\Delta(T)}{k_b T}\Big). \tag{2.45}$$

À des températures $T < T_c/2$, l'énergie de liaison est très proche de sa valeur à $T = 0\ K$. En vertu de l'Éq. 2.43, on peut réécrire l'Éq. 2.45 comme :

$$\frac{n_n}{n_s} \simeq \exp\Big(-\alpha\frac{T_c}{T}\Big). \tag{2.46}$$

Les paires de Cooper, par leur caractère bosonique, transportent le courant sans aucune perte puisqu'elles ne subissent globalement pas les collisions avec le réseau cristallin. D'autre part, en court-circuitant tous les champs dans le supraconducteur, les électrons normaux ne voient jamais de champ électrique et ne dissipent pas d'énergie.

La théorie de la supraconductivité BCS permet de retrouver les résultats fondamentaux de l'équation de London et des équations de Ginzburg et Landau. Ainsi la longueur de pénétration de London (ou BCS) est définie comme :

$$\lambda_L = \left(\frac{\varepsilon_0 m_e c^2}{n_s e^2}\right)^{1/2}. \tag{2.47}$$

La longueur de pénétration definit la longueur caractéristique de pénétration du champ magnétique dans un supraconducteur.
De même, on définit la longueur de cohérence BCS comme :

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi\Delta} \tag{2.48}$$

où v_F est la vitesse de Fermi et $\hbar$ est la constante de Planck. La longueur de cohérence définit la distance moyenne séparant deux électrons appariés.

Le rapport sans dimension de la longueur de pénétration de London sur la longueur de cohérence :

$$\kappa_{GL} = \frac{\lambda_L}{\xi_0} \tag{2.49}$$

est le paramètre de Ginsburg-Landau (G-L). C'est un paramètre important de la théorie de la supraconductivité. La valeur $\kappa_{GL} = 1/\sqrt{2}$ permet de séparer les supraconducteurs de type I ($\kappa_{GL} < 1/\sqrt{2}$) des supraconducteurs de type II ($\kappa_{GL} > 1/\sqrt{2}$).
Les expressions de la longueur de pénétration de London, λ_L, donnée par l'Éq.2.47 et de la longueur de cohérence, ξ_0, donnée par l'Éq. 2.48 ne sont

valables que pour $T = 0\ K$ et pour des matériaux purs. Dans le cas où la température n'est pas nulle le paramètre de G-L devient :

$$\kappa_{GL} = \frac{\lambda_{GL}}{\xi_{GL}} \tag{2.50}$$

où λ_{GL} est la longueur de pénétration de G-L et ξ_{GL} est la longueur de cohérence de G-L. V. L. Ginzburg and L. D. Landau ont montré [46] que ces paramètres dépendent de la pureté du matériau ou de manière équivalente du libre parcours moyen des électrons, ℓ [14].

La résistance de surface

On a vu que l'écrantage des champs par les paires de Cooper empêche les électrons à l'état normal de voir un quelconque champ électrique et ainsi de dissiper de l'énergie. Ceci est strictement vrai dans le cas continu mais la situation est différente dans le cas d'un matériau soumis à un champ RF. Les paires de Cooper n'écrantent pas totalement les champs externes et les électrons de conduction à l'état normal sont accélérés sous l'action du champ électrique et dissipent de l'énergie. D'après l'Éq. 2.46, on voit que le nombre d'électrons non appariés décroît exponentiellement avec la température qui diminue. La résistance de surface suit le même comportement et on peut montrer à l'aide du modèle à deux fluides (voir par exemple le Chap. 4 de [33]) que :

$$R_s \propto \omega^2 \exp\left(-\alpha \frac{T_c}{T}\right). \tag{2.51}$$

Des mesures expérimentales sur des supraconducteurs ont montré que la résistance de surface est en fait donnée par (voir par exemple [33]) :

$$R_s = A_s \frac{\omega^2}{T} \exp\left(-\alpha \frac{T_c}{T}\right) + R_0 = R_{BCS} + R_0. \tag{2.52}$$

Ici A_s est une constante qui dépend du matériau au travers de la longueur de cohérence ξ_0, la longueur de pénétration de London λ_L et du libre parcours moyen des électrons ℓ. Le premier terme est la résistance BCS, qui est similaire à la résistance donnée par l'Éq. 2.51. Le deuxième terme de l'Éq. 2.52 est la *résistance résiduelle* indépendante de la température. On ne comprend pas totalement sa nature mais elle dépend des impuretés, du flux magnétique piégé dans le matériau et des gaz absorbés. Pour des cavités bien préparées [15], la résistance résiduelle varie typiquement de quelques $n\Omega$ à une dizaine de $n\Omega$.

Dans le cas du Niobium, on obtient la formule semi-empirique pour la résistance BCS :

$$R_{BCS} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{T} \left(\frac{f}{1.5}\right)^2 \exp\left(-\frac{17.67}{T}\right) \tag{2.53}$$

où f est la fréquence en GHz.

[14] Les supraconducteurs sont dits *propres* si $\ell \gg \xi_0$ et *sales* si $\ell \ll \xi_0$.

[15] La résistance résiduelle dépend beaucoup des qualités intrinsèques du Nb mais également de la chimie et du blindage magnétique mais pas d'une préparation de type HPR, « High Pressure Rincing » (*Cf.* [49], par exemple, pour plus de détails sur les techniques de préparation d'une cavité supraconductrice).

TAB. 2.1 – *Quelques valeurs caractéristiques du Niobium dans l'état supraconducteur.*

Paramètres	Symboles	Valeurs
Température critique	T_c	9.2 K
Champ magnétique critique thermodynamique	H_c	200 mT
Champs magnétiques critiques	H_{c1}	170 mT
	H_{c2}	240 mT
Longueur de London	λ_L	39 nm
Longueur de cohérence	ξ_0	39 nm
Énergie de liaison d'une paire de Cooper	$2\Delta(T = 0\ K)$	3.05 meV

Le niobium

Alors que certaines cavités supraconductrices ont été construites en plomb par le passé (coût élevé du niobium), elles sont aujourd'hui toutes en niobium. En effet, les caractéristiques fondamentales que doit fournir le matériau destiné à la construction d'une cavité sont une haute température critique et de forts champs RF critiques. Parmi les matériaux supraconducteurs purs, le niobium s'impose comme le plus attractif pour les accélérateurs. Ce matériau fait donc le succès des accélérateurs de particules RF supraconducteurs qu'il s'agisse de cavités massives en niobium ou de cavités en cuivre à l'intérieur desquelles une mince couche de niobium a été déposée. Les valeurs caractéristiques du niobium dans l'état supraconducteur sont indiquées dans le Tab. 2.1. La valeur de la température critique du niobium ($T_c = 9.2\ K$) est compatible et contraint à un fonctionnement à l'hélium liquide ($T = 4.2\ K$). Le champ magnétique critique limite en principe le gradient accélérateur possible. En régime RF, cette limite peut néanmoins être repoussée théoriquement jusqu'au champ magnétique dit de surchauffe H_{sh} supérieur au champ magnétique critique [50].

Attractivité de la supraconductivité

Il existe une forte attraction pour les cavités supraconductrices dans les accélérateurs qui fonctionnent en mode continu ou à fort cycle utile (> 1 %). En effet, l'efficacité RF dans les cavités supraconductrices est proche de 100 % : la *quasi* totalité de la puissance RF est transmise au faisceau. Au contraire, une grande partie de la puissance disponible est dissipée dans les parois des cavités en cuivre fonctionnant à température ambiante. La dissipation est telle que l'utilisation de la technologie supraconductrice devient incontournable pour de tels fonctionnements RF à forts cycles utiles. Pour illustration, le Tab. 2.2 compare les cavités en cuivre fonctionnant à température ambiante (appelées cavités chaudes) et les cavités supraconductrices, en niobium, pour des tensions accélératrices de 1 et 3 MV. Les données des cavités dans ce tableau sont tirées de [51] qui résume les paramètres des cavités en cuivre LEP 1 et supraconductrices LEP 2 [16].

[16] Avec un gradient accélérateur de 5 MV/m (contre 1.5 MV/m pour les cavités LEP 1), les cavités supraconductrices LEP 2 ont permis d'augmenter l'énergie des faisceaux d'e^-/e^+ dans le colisionneur LEP.

TAB. 2.2 – *Puissance nécessaire (en plus de la puissance fournie au faisceau) pour le fonctionnement des cavités chaudes et supraconductrices à* 350 *MHz pour une tension accélératrice de* 1 *et* 3 *MV.*

Options	Cavités supraconducrices	Cavités chaudes
Q_0	$3 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^4$
(r/Q)	469 Ω	1385 Ω
P_d pour $V_{acc} = 1\ MV$	0.7 W	18.1 kW
pour $V_{acc} = 3\ MV$	6.4 W	162.5 kW
P_{perdue} pour $V_{acc} = 1\ MV$	0.9 kW	36.2 kW
pour $V_{acc} = 3\ MV$	2.2 kW	325 kW

La puissance dissipée a été calculée à partir des Éqs. 2.36 et 2.41. Elle se met sous la forme :

$$P_d = \frac{V_{acc}^2}{\left(\frac{r}{Q}\right) Q_0}. \tag{2.54}$$

On voit que la puissance perdue, P_{perdue}, c'est-à-dire nécessaire au fonctionnement de la cavité mais non fournie au faisceau, est 30 fois plus importante pour une tension accélératrice de 1 MV dans le cas d'une cavité chaude et même 150 fois plus pour atteindre une tension de 3 MV. Pour les cavités chaudes, la puissance perdue, P_{perdue}, est la puissance fournie par un klystron dont l'efficacité, η_k, est de l'ordre de 50 %. Elle est donnée par :

$$P_{perdue} = \frac{P_d}{\eta_k}. \tag{2.55}$$

En ce qui concerne les cavités supraconductrices, il s'agit, puisque la *quasi* totalité de la puissance RF est fournie au faisceau, de la puissance nécessaire pour maintenir la cavité à la température de l'hélium liquide (4.2 K dans cet exemple) : pertes statiques ; et celle nécessaire pour évacuer les pertes dans les parois : pertes dynamiques. On a estimé les pertes statiques, P_s, à 3 W pour un fonctionnement normal et les pertes dynamiques sont indiquées dans le Tab. 2.2 : par exemple, elles sont de 6.4 W pour $V_{acc} = 3\ MV$. La puissance perdue prend en compte l'efficacité de la réfrigération, η_{ref}, qui est le produit de l'efficacité technologique (typiquement de l'ordre de 20 à 40 %) et du rendement théorique de Carnot entre 300 K et une température donnée T soit :

$$\eta_{ref} = 0.3 \times \frac{T}{300 - T} \tag{2.56}$$

en moyenne. Ainsi l'efficacité n'est que de 0.0043 pour $T = 4.2\ K$. On peut garder en mémoire que 1 W dissipé dans l'hélium liquide c'est environ 250 W dépensés ! La puissance perdue pour les cavité supraconductrices s'écrit :

$$P_{perdue} = \frac{P_d}{\eta_k} + \frac{P_d + P_s}{\eta_{ref}} \simeq \frac{P_d + P_s}{\eta_{ref}}. \tag{2.57}$$

Pourtant, pour des applications demandant de fortes tensions continues, comme l'accélérateur primaire d'EURISOL, l'utilisation de cavités

supraconductrices devient clairement nécessaire. En mode continu, la tension accélératrice des cavités chaudes reste en dessous de 1 MV environ, d'une part, parce que la consommation électrique devient trop importante, mais également, parce que la puissance dissipée ($> 90\ W/cm^2$) provoque une augmentation rapide de la température, malgré un système de refroidissement, qui cause une dégradation du vide et une fatigue extrême due à l'expension thermique entre autres phénomènes. Dans les cavités supraconductrices, on atteint facilement aujourd'hui 10 MV/m pour des $\beta_g > 0.5$ [17]. Rappelons que de très forts champs accélérateurs ($> 50\ MV/m$) sont atteints dans des cavités en cuivre, mais seulement pendant quelques micro-secondes avant que la puissance RF ne cause des dommages irréversibles.

Nous savons (*cf.* Éq. 2.37) que le facteur de qualité est inversement proportionnel à la résistance de surface. Cette dernière prend typiquement des valeurs de 10^4 à 10^5 fois supérieures dans le cas des cavités chaudes aux fréquences micrométriques : le facteur de qualité est alors 10^4 à 10^5 fois supérieur pour des cavités supraconductrices. Cette valeur intrinsèque à ce type de cavité permet un relâchement des contraintes RF sur le rapport (r/Q). C'est pourquoi on observe dans le Tab. 2.2 des valeurs de (r/Q) de l'ordre de 3 fois inférieures dans le cas supraconconducteur par rapport au cas chaud. Un rapport plus faible traduit une ouverture des tubes faisceau plus grande. Pouvoir choisir de larges ouvertures faisceau signifie un gain en sûreté puisque le risque d'activation des structures par le faisceau est minimisé.

Finalement, grâce à une résistance de surface très faible et donc une dissipation minime dans les parois, l'utilisation des cavités supraconductrices permet :

- un gain en coût de fonctionnement (à fort cycle utile) ;
- d'accélérer des faisceaux continus ou à fort cycle utile (> 1 %) tout en assurant des champs accélérateurs très élevés et en garantissant leur stabilité ;
- un gain en sécurité en relachant les contraintes RF et de fait laissant le choix de larges ouvertures faisceau ;
- un fort potentiel en terme de fiabilité (fonctionnement aux températures cryogéniques) et de flexibilité (cavités généralement courtes et modulaires qui peuvent être réglées indépendamment en phase).

Après avoir décrit la structure d'un linac et insisté sur les cavités supraconductrices RF, la prochaine partie va traiter de la dynamique d'un faisceau de particules dans ce type d'accélérateurs.

2.4 Notions de dynamique d'un faisceau de particules chargées dans un linac

Nous allons dans cette partie étudier la dynamique d'un faisceau d'ions dans un linac après le RFQ. Il est donc nécessaire dans un premier temps

[17] Le record est $E_{acc} = 59\ MV/m$ pour une cavité réentrante [52].

de définir le repère dans lequel on pourra décrire facilement le mouvement des particules. Dans un linac, *la trajectoire de référence est une ligne droite :* c'est l'axe principal défini par la structure de la machine. Il s'agit de l'axe de symétrie des champs électromagnétiques pour des structures à symétrie cylindrique (cavités accélératrices [18] et solénoïdes) et l'intersection entre les plans de symétrie dans les systèmes multipolaires (quadripôles). Concernant les dipôles, la trajectoire de référence est une courbe de rayon de courbure $\rho = P_{z,s}/(qB)$ où $P_{z,s}$ [19] est la quantité de mouvement du centroïde et B est l'induction magnétique verticale. Dans un cas idéal, le centroïde ou centre de masse du paquet se déplace le long de cette référence. On définit donc une abscisse curviligne z sur cette référence qui marque la position longitudinale de chaque particule. Le plan orthogonal à l'axe principal en z est le plan transverse. Dans ce plan, on définit deux nouvelles coordonnées x et y telles que (x, z) soit le plan vertical et (y, z) soit le plan horizontal. Le vecteur unitaire $\hat{z}$, dont le sens est celui de la propagation des particules, est tangent à la trajectoire de référence et le repère $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ est un repère orthonormé direct. La position $\vec{r}$ de chaque particule est alors définie dans ce repère mobile par :

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}. \tag{2.58}$$

Le paragraphe suivant va donner la définition de l'émittance et de l'espace des traces. On étudiera ensuite la dynamique transverse et longitudinale d'un faisceau de particules qui n'interagissent pas entre elles : on néglige l'effet de la charge d'espace et chaque particule se déplace donc individuellement dans un champ de forces extérieures. De plus, on se place dans l'hypothèse de paraxialité c'est-à-dire dans l'optique de Gauss où la vitesse longitudinale est grande devant la vitesse radiale des particules :

$$v_z \gg v_x \quad \text{et} \quad v_z \gg v_y. \tag{2.59}$$

Ainsi on a :

$$v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2} \approx v_z. \tag{2.60}$$

Cette hypothèse permet de traiter séparément la dynamique transverse et longidudinale puisque les mouvements dans ces deux plans sont alors découplés.

On fera également l'hypothèse que les forces extérieures sont linéaires c'est-à-dire proportionnelles à la position des particules. Cela suppose que les particules ne s'éloignent pas trop de la courbe de référence. On pourra alors représenter la dynamique de façon matricielle.

Ces simplifications permettent d'introduire rapidement les notions fondamentales de la dynamique d'un faisceau de particules dans un linac en étudiant *la dynamique linéaire sans charge d'espace*. Une description plus complète incluant la charge d'espace sera donnée au Chap. 4.

[18] Dans certains types de cavités, il n'y a pas, à proprement parler de symétrie cylindrique et l'axe est défini par la droite qui relie les centres des diamètres des tubes faisceau.

[19] L'indice $(_s)$ fait référence à la particule synchrone (*cf.* 2.4.1) dans les cavités. Dans les éléments magnétiques, il faut comprendre cette indice comme une référence à la trajectoire du centroïde.

Afin de pas alourdir la lecture de cette partie, certaines notions importantes mais non nécessaires à la compréhension de ce mémoire ont été renvoyées en annexe. Le lecteur pourra donc trouver :

- le développement des champs magnétiques en série pour des systèmes présentant une symétrie cylindrique ou multipolaire dans l'annexe A.1 ;
- la défocalisation transverse dans une cavité RF dans l'annexe A.2.

2.4.1 Émittance d'un faisceau et espace des traces

L'émittance est une grandeur physique qui définit la qualité d'un faisceau de particules. Elle est reliée à la projection dans un espace à deux dimensions du volume occupé par l'ensemble des particules dans l'espace des phases à six dimensions repérées par leurs coordonnées canoniques (q_i, p_i).

Émittances transverses

Dans le repère précédemment défini, le mouvement individuel de chaque particule est complétement défini par ses trois coordonnées d'espace (x, y, z) et les trois composantes de sa quantité de mouvement (P_x, P_y, P_z). La divergence angulaire associée à la trajectoire d'une particule, puisque nous sommes dans l'hypothèse de paraxialité, est donc donnée par :

$$w' = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} = \frac{\dot{w}}{\dot{z}} \approx \frac{P_w}{P_z} \tag{2.61}$$

où $w = x$ ou y. On remarque que le symbole $(')$ remplace $\mathrm{d}/\mathrm{d}z$ et il sera fréquemment utilisé par la suite : z est la *variable d'évolution*. On se place alors dans l'espace (w, w'), appelé espaces des traces, pour décrire le mouvement transverse des particules. Notons que cet espace est parfois appelé improprement espace des phases dans le milieu des accélérateurs. Chaque particule représente un point dans l'espace des traces (w, w') pour toute position z le long de l'axe de propagation. L'aire $\mathcal{A}_{ww'}$ qui englobe tous les points représentant les particules :

$$\mathcal{A}_{ww'} = \iint \mathrm{d}w\mathrm{d}w' \tag{2.62}$$

est reliée mais ne représente pas totalement (dans notre définition) l'émittance du faisceau. Il n'existe malheureusement pas de définition unique de l'émittance et les expérimentateurs définissent souvent l'aire de l'espace des traces $\mathcal{A}_{ww'}$ comme l'émittance du faisceau.
On notera :

$$\epsilon_{ww'} = \frac{\mathcal{A}_{ww'}}{\pi} \tag{2.63}$$

l'émittance géométrique ou totale du faisceau.
Cette définition ne distingue cependant pas un faisceau de bonne qualité se propageant dans un canal de forces linéaires et un faisceau occupant la même aire mais filamenté à cause des effets non linéaires.

À cette définition, on préfère donc une définition statistique qui prend en compte les moments d'ordre deux de la fonction de distribution du faisceau à savoir $\overline{w^2}$, $\overline{w'^2}$ et $\overline{ww'}^2$ [20] pour définir *la valeur moyenne quadratique de l'émittance* (émittance RMS [21] pour « Root Mean Square » en anglais) $\widetilde{\epsilon}_{ww'}$ comme :

$$\widetilde{\epsilon}_{ww'} = \left(\overline{w^2} \cdot \overline{w'^2} - \overline{ww'}^2\right)^{1/2}. \tag{2.64}$$

On peut également écrire l'Éq. 2.64 en fonction de la dimension RMS, $\widetilde{w}$, la divergence RMS, $\widetilde{w'}$, et le terme de corrélation RMS, $\widetilde{ww'}$, qui sont définis comme :

$$\widetilde{w} = \overline{w^2}^{1/2} \tag{2.65}$$

$$\widetilde{w'} = \overline{w'^2}^{1/2} \tag{2.66}$$

$$\widetilde{ww'} = \overline{ww'}^{1/2}. \tag{2.67}$$

Dans les Éqs. 2.64, 2.65, 2.66 et 2.67, on a supposé un faisceau centré à l'origine de l'espace des traces (w, w') c'est-à-dire que $\overline{w} = 0$ et $\overline{w'} = 0$. Dans le cas d'un faisceau décentré, on redéfinit les valeurs RMS comme :

$$\widetilde{w} = \overline{(w - \overline{w})^2}^{1/2} \tag{2.68}$$

$$\widetilde{w'} = \overline{(w' - \overline{w'})^2}^{1/2} \tag{2.69}$$

$$\widetilde{ww'} = \overline{(w - \overline{w}) \cdot (w' - \overline{w'})}. \tag{2.70}$$

L'émittance RMS du faisceau décentré, qui reste bien sûr valable pour le faisceau centré, est alors donnée par ce nouveau jeu de valeurs comme :

$$\widetilde{\epsilon}_{ww'} = \left(\widetilde{w}^2 \cdot \widetilde{w'}^2 - \widetilde{ww'}^2\right)^{1/2}. \tag{2.71}$$

En vertu du théoréme de Liouville (voir par exemple [53] pour une définition du théorème de Liouville appliqué aux accélérateurs), l'hypervolume dans l'espace des phases à six dimensions, qui contient toute les particules, ainsi que l'aire de la surface définie par la projection de cet hypervolume sur les plans (q_i, p_i) c'est-à-dire dans les espaces des phases à deux dimensions est conservé le long du transport pour des particules qui n'interagisent pas entre elles et soumises à des forces linéaires en q_i. Il s'agit donc d'un système Hamiltonien conservatif où les particules oscillent dans un potentiel harmonique. On peut généraliser ce théorème de l'espace des phases à l'espace des traces (si les mouvements sont découplés dans les deux plans transverses) en remarquant la dépendance de $\mathcal{A}_{ww'}$ en énergie. En effet, on remarque à partir de l'Éq. 2.61 que w' est inversement proportionnel à P_z. De même, $\mathcal{A}_{ww'} \propto 1/P_z$ d'après l'Éq. 2.62. Ainsi, la quantité conservée dans l'espace des traces est :

$$\mathcal{A}_{ww',n} = \beta_s \gamma_s \mathcal{A}_{ww'}. \tag{2.72}$$

[20] La moyenne est prise sur l'ensemble des particules du faisceau. Pour un système de N particules, la valeur moyenne d'une grandeur X est $\overline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i$ où X_i est la valeur associée à la particule i.

[21] C'est l'aire divisée par π qui comprend 39 % des particules dans le cas d'un faisceau de distribution gaussienne.

$\mathcal{A}_{ww',n}$ est l'aire occupée par les particules dans l'espace des traces normalisée par les facteurs relativistes de Lorentz β_s et γ_s moyens du faisceau c'est-à-dire les facteurs du centre de masse. De même, l'émittance RMS normalisée donnée par :

$$\widetilde{\epsilon}_{ww',n} = \beta_s \gamma_s \widetilde{\epsilon}_{ww'} \tag{2.73}$$

est conservée lors d'un tranport linéaire. L'Éq. 2.73 décrit bien la qualité du faisceau : $\widetilde{\epsilon}_{ww',n}$ augmentera de façon significative si le faisceau filamente même si l'aire occupée dans l'espace des traces reste globalement identique. Par contre cette définition donne beaucoup de poids aux particules externes, loin de l'axe principal : $\widetilde{\epsilon}_{ww',n}$ diminuera sensiblement si certaines particules éloignées percutent les parois de la chambre à vide (et sont éliminées de la statistique) bien que la fraction d'intensité perdue soit minime. Dans certains cas, on présentera alors une émittance géométrique plutôt que statistique.

Dans le cas d'un canal de forces linéaires, il est intéressant de définir une ellipse centrée sur l'origine des axes qui contient une fraction définie des particules du faisceau. L'interêt de ce choix réside dans le fait qu'une ellipse reste une ellipse lors d'une transformation linéaire. Considérons l'ellipse dont l'aire vérifie :

$$\mathcal{A}_{ww'} = \pi \widetilde{\epsilon}_{ww'}. \tag{2.74}$$

Cette ellipse a pour équation :

$$\gamma w^2 + 2\alpha w w' + \beta w'^2 = \widetilde{\epsilon}_{ww'} \tag{2.75}$$

où les coefficients caractéristiques de l'ellipse sont les paramètres de Twiss donnés par :

$$\alpha = -\frac{\overline{ww'}}{\widetilde{\epsilon}_{ww'}} \tag{2.76}$$

$$\beta = \frac{\overline{w^2}}{\widetilde{\epsilon}_{ww'}} \tag{2.77}$$

$$\gamma = \frac{\overline{w'^2}}{\widetilde{\epsilon}_{ww'}} \tag{2.78}$$

qui vérifient la condition :

$$\beta\gamma - \alpha^2 = 1. \tag{2.79}$$

La fraction des particules contenue dans cette ellipse dépend bien entendu de la distribution du faisceau. On peut donc tracer toutes les ellipses dont les coefficients caractéristiques sont les paramètres de Twiss dont certaines sont tracées sur la Fig. 2.14, en précisant la fraction des particules englobées par ces dernières. Ces ellipses sont appelées *ellipses de concentration*.

Prenons maintenant l'exemple d'un faisceau continu et axisymétrique dont la fonction de distribution, $f(r, r')$, est une bi-gaussienne d'écarts types r_0 et r'_0 donnée par :

$$f(r, r') = \frac{\mathrm{d}^2 N}{A} e^{-\left(\frac{r}{2r_0} + \frac{r'}{2r'_0}\right)} \tag{2.80}$$

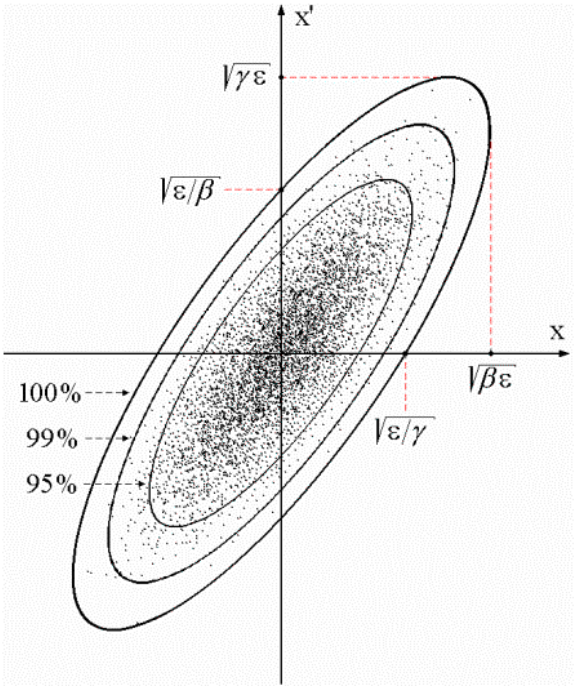

FIG. 2.14 – *Ellipses de concentration dans l'espace* (x, x') *qui contiennent* 90, 95 *et* 100 % *des particules. On remarque que la taille maximale du faisceau est* $\sqrt{\beta\epsilon}$ *où* ϵ *est l'émittance géométrique totale.*

pour $r \in [-nr_0; +nr_0]$ et $r' \in [-nr'_0; +nr'_0]$ où :
- r et r' sont l'extension et la divergence angulaire radiales respectivement ;
- d^2N représente le nombre de particules contenu dans une tranche δz du faisceau.
- A est un facteur de normaliation ;
- n est le nombre de troncature.

A doit vérifier la condition :

$$\int_{r=-nr_0}^{+nr_0}\int_{r'=-nr'_0}^{+nr'_0} f(r,r')\mathrm{d}r\mathrm{d}r' = \mathrm{d}^2N. \tag{2.81}$$

Ainsi, pour $n = \infty$, la fonction de distribution s'écrit :

$$f(r,r') = \frac{\mathrm{d}^2N}{2\pi r_0 r'_0} e^{-\left(\frac{r}{2r_0}+\frac{r'}{2r'_0}\right)}. \tag{2.82}$$

La Fig. 2.15 fait référence aux notions introduites dans ce paragraphe pour la distribution bi-gaussienne.

L'unité de l'émittance est le *m.rad*. Cependant, puisque l'extension et la divergence sont faibles, on a l'habitude de l'exprimer en *mm.mrad*. De plus, puisque l'on caractérise les faisceaux dans l'espace des traces avec une ellipse (*cf.* Éq. 2.75), on voit souvent apparaître un facteur π dans la valeur de l'émittance. Ainsi, si a et b sont les axes principaux de l'ellipse, on écrira l'émittance comme :

$$\epsilon_{ww'} = a \cdot b \ (\pi.mm.mrad) \tag{2.83}$$

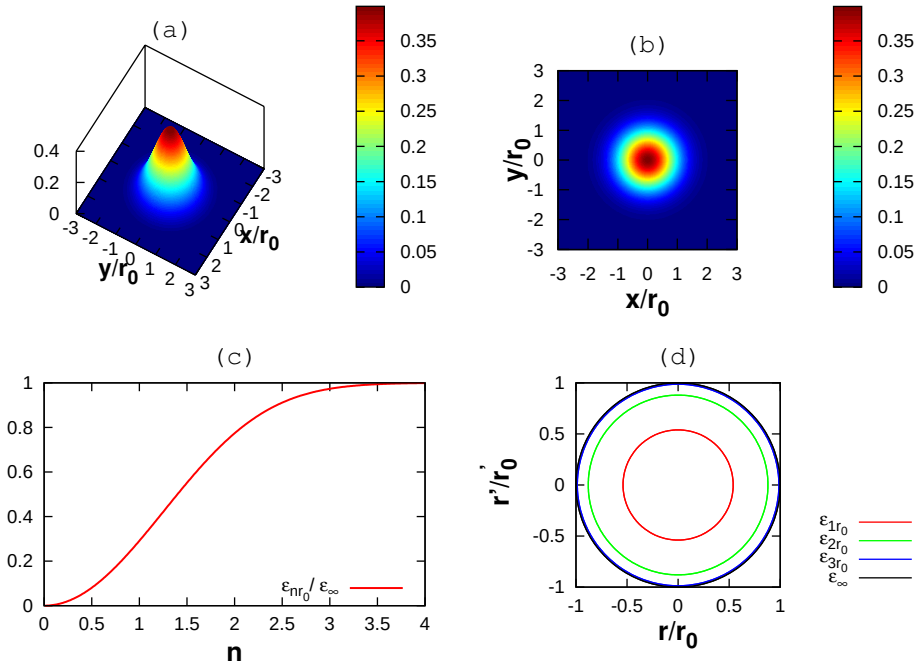

FIG. 2.15 – *Distribution bi-gaussienne pour un faisceau continu : (a) fonction de distribution dans le plan (x,y) ; (b) projection sur (x,y) de la fonction de distribution ; (c) évolution de l'émittance RMS normalisée à l'émittance RMS pour $n = \infty$ en fonction du nombre de troncatures ; (d) ellipses de Twiss RMS pour $n = 1,2,3,\infty$. On remarque que pour $n = \infty$, c'est un cercle de rayon unité.*

et l'aire de l'ellipse comme :

$$\mathcal{A}_{ww'} = a \cdot b \cdot \pi \ (mm.mrad) \tag{2.84}$$

où π est tantôt unité et tantôt nombre.

Dans le cas d'un faisceau axisymétrique continu et si les champs possèdent également une symétrie de révolution autour de l'axe de propagation, on peut se satisfaire d'une description de la dynamique dans un des plans transverses. Cependant, les mouvements sont découplés en x et en y dans les quadripôles et il est alors nécessaire d'écrire les équations du mouvement dans les deux plans. Prenons maintenant le cas de l'accélérateur primaire d'EURISOL. Le faisceau est découpé en paquets et il faut donc également prendre en compte le comportement des particules dans le plan longitudinal.

Émittance longitudinale

Pour décrire la dynamique longitudinale, on introduit la notion de particule synchrone. Il s'agit en fait d'une particule fictive qui décrit le mouvement du centroïde du faisceau. Son nom vient du fait qu'elle doit vérifier une condition de synchronisme dans les cavités RF pour garantir la stabilité du faisceau. On décrira cette condition dans le paragraphe 2.4.3. On établit alors la dynamique longitudinale en fonction des valeurs portées par la particule synchrone. Si z_s et $v_{z,s}$ sont respectivement la position et la vitesse longitudinale de cette particule, alors on introduit les variables

Δz et $\Delta z'$ telles que :

$$\Delta z = z - z_s \tag{2.85}$$

et

$$\Delta z' = \frac{v_z - v_{z,s}}{v_{z,s}}. \tag{2.86}$$

On voit également souvent apparaître la variable δ telle que :

$$\delta = \frac{P_z - P_{z,s}}{P_{z,s}} \tag{2.87}$$

soit l'écart relatif en moments par rapport à la particule synchrone.

L'espace des traces longitudinal est donc le plan $(\Delta z, \Delta z')$ ou le plan $(\Delta z, \delta)$.

Cependant, il est très fréquent dans les accélérateurs RF d'utiliser l'espace des phases longitudinal $(\Delta\phi, \Delta W)$ où :

$$\Delta\phi = \phi - \phi_s \tag{2.88}$$

est l'écart en phase (en fonction de la fréquence des cavités RF dans l'accélérateur) entre une particule de phase ϕ et la particule synchrone de phase ϕ_s appelée aussi phase synchrone et :

$$\Delta W = W - W_s \tag{2.89}$$

est la différence d'énergie cinétique entre une particule d'énergie W et la particule synchrone d'énergie W_s. L'espace $(\Delta\phi, \Delta W)$ est effectivement un véritable espace des phases puisque $\Delta\phi$ et ΔW sont des variables canoniquement conjuguées (si la fréquence est constante) au sens Hamiltonien c'est-à-dire qui vérifient les équations de Hamilton. Ainsi, le théorème de Liouville est pleinement satisfait dans cet espace pour des forces linéaires en $\Delta\phi$ sans normalisation et l'aire qui contient l'ensemble des point représentatifs des particules est conservée pendant le transport.

Quel que soit le plan utilisé, l'espace des traces $(\Delta z, \Delta z')$ ou $(\Delta z, \delta)$, ou l'espace des phases $(\Delta\phi, \Delta W)$, les définitions de l'émittance, des valeurs RMS et des paramètres de Twiss du paragraphe 2.4.1 restent valables en remplaçant w et w' par Δz et $\Delta z'$, Δz et δ ou $\Delta\phi$ et ΔW mais les normalisations sont différentes.
β_s et γ_s étant la vitesse réduite et l'énergie réduite du faisceau, λ_{RF} la longueur d'onde RF dans le vide et m_0c^2 l'énergie de masse, on obtient les relations suivantes entre les paramètres :

$$\Delta\phi = -\frac{2\pi}{\beta_s\lambda_{RF}} \cdot \Delta z \quad \text{si } \Delta\phi \text{ est en radians,} \tag{2.90}$$

$$\Delta\phi = -\frac{360}{\beta_s\lambda_{RF}} \cdot \Delta z \quad \text{si } \Delta\phi \text{ est en degrés} \tag{2.91}$$

et :

$$\Delta W = \beta_s^2\gamma_s^3 m_0c^2 \cdot \Delta z' = \beta_s^2\gamma_s m_0c^2 \cdot \delta. \tag{2.92}$$

Puisque les variables $\Delta\phi$ et ΔW sont canoniquement conjuguées, l'émittance définie dans le plan $(\Delta\phi, \Delta W)$ (exprimée en $rad.eV$ ou $^\circ.eV$) est

une quantité conservée lors d'un transport linéaire et ne nécessite pas de normalisation. Par contre, dans les plans $(\Delta z, \Delta z')$ et $(\Delta z, \delta)$, qui ne sont pas de véritables espaces des phases, on définit les quantités normalisées $\epsilon_{\Delta z \Delta z', n}$ et $\epsilon_{\Delta z \delta, n}$ comme :

$$\epsilon_{\Delta z \Delta z', n} = \beta_s \gamma_s^3 \epsilon_{\Delta z \Delta z'} \tag{2.93}$$

et

$$\epsilon_{\Delta z \delta, n} = \beta_s \gamma_s \epsilon_{\Delta z \delta} \tag{2.94}$$

Remarquons à cette étape que, par simplicité d'écriture, on voit souvent $\epsilon_{xx'}$ notée comme ϵ_x, $\epsilon_{yy'}$ comme ϵ_y et $\epsilon_{\Delta z \Delta z'}$ comme ϵ_z.

2.4.2 Focalisation transverse et déviation dans un champ magnétique

Dans ce paragraphe, nous allons décrire le mouvement transverse d'une particule individuelle dans un champ magnétique. Nous prendrons les termes linéaires du développement du champ magnétique décrit dans l'annexe A.1 à partir desquels nous établirons les équations du mouvement dans les deux plans transverses. Pour chaque élément magnétique sera alors introduite la matrice de transfert associée.

Équations du mouvement et matrices de transfert

Si l'on s'intéresse aux mouvements transverses de faible amplitude, les équations du mouvement peuvent être linéarisées. Dans le cas où les équations sont découplées en x et y ou x_L et y_L, les coordonnées dans le référentiel de Larmor que l'on introduit plus loin dans ce paragraphe, l'équation du mouvement s'écrit sous la forme [54] :

$$w'' + K_w(z) w = 0 \tag{2.95}$$

où w représente x ou y, x_L ou y_L.

L'Éq. 2.95 décrit le mouvement des particules dans l'espace transverse : c'est l'*équation bétatron* où $K_w(z)$ représente la focalisation dans le plan (w, z). On définit $k_w = \sqrt{K_w}$ comme la fréquence des oscillations bétatron ou avance de phase bétatron par unité de longueur. La solution de cette équation est donnée, en fonction des conditions initiales w_0 et w'_0 à $z = z_0$, par :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} w(z) & = & w_0 C(z) + w'_0 S(z) \\ w'(z) & = & w_0 C'(z) + w'_0 S'(z) \end{array} \right. \tag{2.96}$$

où $C(z)$ et $S(z)$ sont deux solutions linéairement indépendantes qui vérifient :

$$\begin{pmatrix} C(z_0) & S(z_0) \\ C'(z_0) & S'(z_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.97}$$

On peut exprimer les coordonnées w et w' en tout point z de l'accélérateur en fonction des coordonnées w_0 et w'_0 en z_0 sous forme matricielle comme :

$$\begin{pmatrix} w \\ w' \end{pmatrix}_z = M_w \begin{pmatrix} w_0 \\ w'_0 \end{pmatrix}_{z_0} \tag{2.98}$$

où :

$$M_w = \begin{pmatrix} C(z) & S(z) \\ C'(z) & S'(z) \end{pmatrix} \tag{2.99}$$

est la *matrice de transfert* entre z_0 et z.

Une propriété remarquable est que la matrice de tranfert d'un système optique composé de plusieurs sous-systèmes est obtenue par multiplication des matrices de transfert de chaque sous-système. Ainsi si $M_{i\to j}$ est la matrice de tranfert pour passer de $z = z_i$ à $z = z_j$ tel que $z_j > z_i$ alors la matrice de tranfert, $M_{0\to n}$, peut être obtenue par l'expression :

$$M_{0\to n} = M_{(n-1)\to n} \cdot M_{(n-2)\to(n-1)} \cdot \quad \cdots \quad \cdot M_{1\to 2} \cdot M_{0\to 1}. \tag{2.100}$$

Matrices de transfert des éléments magnétiques d'un linac

Avant de donner les matrices de transfert pour certains éléments magnétiques, introduisons la longueur magnétique, ℓ_m, qui représente la longueur sur laquelle le champ magnétique ou le gradient peut être représenté par une fonction créneau d'amplitude B_{max} ou G_{max}, l'induction magnétique maximale au centre des dipôles et des solénoïdes ou le gradient maximale au centre des quadripôles. Elle est définie par :

$$\ell_m = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B(z)\mathrm{d}z}{B_{max}} \tag{2.101}$$

pour les dipôles et les solénoïdes, et par :

$$\ell_m = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} G(z)\mathrm{d}z}{G_{max}} \tag{2.102}$$

pour les quadripôles. Il s'agit d'une notion importante dans le formalisme matriciel du premier ordre qui suit, où les champs de fuite sont ignorés ou alors s'établissent sur une longueur nulle comme dans le cas du solénoïde que nous allons étudier à la fin ce paragraphe.

Résolvons maintenant l'Éq. 2.95. On obtient [54] :

$$K_x(z) \begin{cases} 0 \\ 0 \\ \frac{G}{(B\rho)} \end{cases} \quad \text{et} \quad K_y(z) = \begin{cases} 0 & \text{pour une section sans champ,} \\ \frac{1}{\rho^2} & \text{pour un dipôle droit,} \\ -\frac{G}{(B\rho)} & \text{pour un quadripôle droit} \end{cases} \tag{2.103}$$

où :

- $\rho = P_z/(qB)$ est le rayon de courbure de l'orbite de référence ;
- G est le gradient du quadripôle en (T/m) ;
- $(B\rho) = P_z/q$ est la rigidité magnétique de la particule en $(T.m)$.

Section sans champ

Pour une section sans champ de longueur L, on obtient les matrices de transfert :

$$M_x = M_y = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.104}$$

Dipôle

Pour un dipôle, les matrices sont :

$$M_x = \begin{pmatrix} \cos\theta & \rho\sin\theta \\ -\frac{\sin\theta}{\rho} & \cos\theta \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_y = \begin{pmatrix} 1 & \ell_m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.105}$$

où $\theta = \frac{\ell_m}{\rho}$.

L'aimant est focalisant dans le plan horizontal ($M_{x,21} < 0$) et il se comporte comme une section sans champ dans le plan vertical. Remarquons que l'on a considéré un dipôle à faces droites dans lequel se propagent des particules qui ont toutes la même impulsion $P_z = P_{z,s}$. Dans ce cas, l'orbite de référence est confondue avec l'orbite de référence de la particule synchrone. Si la dispersion en énergie n'est plus négligée, l'équation du mouvement vertical est inchangée mais l'équation du mouvement horizontal devient :

$$x'' + K_x(z)x = \frac{1}{\rho}\delta \tag{2.106}$$

où $\delta = \frac{P_z - P_{z,s}}{P_{z,s}}$ est l'écart en moments relatif à la particule synchrone. Dans ce cas, la matrice de transfert qui fait passer le vecteur $(x, x', \delta)_e$ en entrée au vecteur $(x, x', \delta)_s$ en sortie du dipôle telle que :

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \delta \end{pmatrix}_s = M_x \begin{pmatrix} x \\ x' \\ \delta \end{pmatrix}_e \tag{2.107}$$

est :

$$M_x = \begin{pmatrix} \cos\theta & \rho\sin\theta & \rho(1-\cos\theta) \\ -\frac{\sin\theta}{\rho} & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.108}$$

En règle générale, pour les systèmes optiques qui prennent en compte le moment de chaque particule, les matrices de transfert prennent un forme 3×3 comme précédemment. Les termes M_{13} et M_{23} sont notés $D(z)$ et $D'(z)$. La fonction $D(z)$ caractérise les propriétés chromatiques du système optique : on l'appelle fonction dispersion.

Quadripôle

Dans le cas du quadripôle, on obtient :

$$M_x = \begin{pmatrix} \cos\phi & \frac{1}{\sqrt{K}}\sin\phi \\ -\sqrt{K}\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_y = \begin{pmatrix} \cosh\phi & \frac{1}{\sqrt{K}}\sinh\phi \\ \sqrt{K}\sinh\phi & \cosh\phi \end{pmatrix} \tag{2.109}$$

avec $K = \frac{G}{(B\rho)}$ et $\phi = \sqrt{K}\ell_m$.

On a étudié ici le cas $G > 0$. Ce cas correspond à un quadripôle focalisant horizontalement ($M_{x,21} < 0$) et défocalisant verticalement ($M_{y,21} > 0$). On aurait l'inverse pour $G < 0$.

Il est parfois utile, pour dégrossir des problèmes d'adaptation des faisceaux, de remplacer un quadripôle épais par deux sections sans champ

de longueur $\ell_m/2$ encadrant une lentille mince de longueur nulle. Les matrices de transfert de cette lentille sont obtenues à partir de celles du quadripôle épais en faisant tendre ℓ_m vers 0 tout en conservant le produit $(K\ell_m)$ constant. Il vient alors :

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K\ell_m & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K\ell_m & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \tag{2.110}$$

avec $f = \frac{(B\rho)}{G\ell_m}$ qui est la distance focale de la lentille.

Puisqu'un quadripôle est focalisant dans un plan mais défocalisant dans l'autre plan, on utilise un jeu d'un quadripôle focalisant et défocalisant pour focaliser un faisceau dans son mouvement transverse. La disposition la plus utilisée est appelée maille FODO, où sur la ligne accélératrice sont disposés :

- un quadripôle focalisant ;
- une section sans champ ;
- un quadripôle défocalisant ;
- une section sans champ.

Ainsi pour des quadripôles assimilés à des lentilles minces de même distance focale f et des sections sans champ de même longueur L, la matrice de transfert d'une maille FODO s'écrira en vertu de l'Éq. 2.100 :

$$M_{FODO} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \tag{2.111}$$

soit :

$$M_{FODO} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{L}{f} - \frac{L^2}{f^2} & 2L + \frac{L^2}{f} \\ -\frac{L}{f^2} & \frac{L}{f} + 1 \end{pmatrix} \tag{2.112}$$

On remarque qu'il s'agit d'un système focalisant puisque $M_{FODO,21} < 0$, avec une distance focale qui s'exprime, en fonction de la longueur totale du doublet $L_{doublet}$ ($L_{doublet} = 2L$) comme :

$$f_{FODO} = \frac{2f^2}{L_{doublet}} = \frac{8(B\rho)^2}{G^2 L_{doublet}^3}. \tag{2.113}$$

Solénoïde

Pour le solénoïde, la situation est un peu plus complexe que dans les cas précédents puisque la composante longitudinale du champ magnétique a pour effet de coupler les mouvements horizontaux et verticaux. Pour trouver la matrice de transfert, on décompose le solénoïde en trois régions :

- l'entrée ;
- la zone centrale de longueur ℓ_m ;
- la sortie.

Dans la zone centrale, on fait l'hypothèse qu'il existe uniquement, pour un solénoïde parfait, une composante longitudinale, B, du champ magnétique. Alors, en posant $K = B/(B\rho)$, on obtient pour les équations du mouvement [55] :

$$\begin{cases} x'' - Ky' &= 0 \\ y'' + Kx' &= 0 \end{cases}. \tag{2.114}$$

Le système 2.114 est couplé. Pour le résoudre, on introduit les variables complexes : $\xi = y + jx$ et $\eta = y - jx$. Ces dernières vérifient le système :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \xi'' - jK\xi' & = & 0 \\ \eta'' + jK\eta' & = & 0 \end{array} \right. \tag{2.115}$$

dont les solutions sont données en fonction des conditions initales, (ξ_0, ξ'_0) et (η_0, η'_0), par :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \xi & = & \xi_0 + \frac{\xi'_0}{jK}(e^{jKz} - 1) \\ \xi' & = & \xi'_0 e^{jKz} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{rcl} \eta & = & \eta_0 + \frac{\eta'_0}{jK}(1 - e^{-jKz}) \\ \eta' & = & \eta'_0 e^{-jKz} \end{array} \right. . \tag{2.116}$$

On obtient donc pour le mouvement horizontal et vertical en fonction des conditions initales, (x_0, x'_0) et (y_0, y'_0) :

$$\left\{ \begin{array}{rcccccccc} x(z) & = & x_0 & + & \frac{x'_0}{K}\sin(Kz) & & & + & \frac{y'_0}{K}(1 - \cos(Kz)) \\ x'(z) & = & & + & x'_0\cos(Kz) & & & + & y'_0\sin(Kz) \\ y(z) & = & & - & \frac{x'_0}{K}(1 - \cos(Kz)) & + & y_0 & + & \frac{y'_0}{K}\sin(Kz) \\ y'(z) & = & & - & x'_0\sin(Kz) & & & + & y'_0\cos(Kz) \end{array} \right. . \tag{2.117}$$

La matrice de transfert pour la zone centrale s'écrit donc :

$$M_c = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{K}\sin(K\ell_m) & 0 & \frac{1}{K}(1 - \cos(K\ell_m)) \\ 0 & \cos(K\ell_m) & 0 & \sin(K\ell_m) \\ 0 & -\frac{1}{K}(1 - \cos(K\ell_m)) & 1 & \frac{1}{K}\sin(K\ell_m) \\ 0 & -\sin(K\ell_m) & 0 & \cos(K\ell_m) \end{pmatrix} . \tag{2.118}$$

À l'entrée $z = z_e$ et à la sortie $z = z_s = z_e + \ell_m$ du solénoïde, le champ longitudinal passe brusquement d'une valeur $B_z = B$ à une valeur $B_z = 0$ sur une distance supposée nulle. La dérivée du champ, B', par rapport à la coordonnée longitudinale est donc (δ étant la fonction de Dirac) :

$$B' = B\delta(z - z_e) \qquad \text{à l'entrée,} \tag{2.119}$$

$$B' = B\delta(z - z_s) \qquad \text{à la sortie.} \tag{2.120}$$

Comme nous savons (*cf.* A.1) que $B_x = -\frac{x}{2}B'$ et que $B_y = -\frac{y}{2}B'$, les composantes de l'induction magnétique dans le plan horizontal et vertical sont données en intégrant les Éqs. 2.119 et 2.120 sur la discontinuité de B_z et conduisent aux équations du mouvement [55] :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x' - x'_e & = & \frac{K}{2}y \\ y' - y_e\prime & = & -\frac{K}{2}x \end{array} \right. \text{à l'entrée et} \quad \left\{ \begin{array}{rcl} x' - x_s\prime & = & -\frac{K}{2}y \\ y' - y_s\prime & = & \frac{K}{2}x \end{array} \right. \text{à la sortie.} \tag{2.121}$$

Ces équations permettent d'obtenir les matrices de transfert, M_e pour l'entrée et, M_s pour la sortie, telles que :

$$M_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & +\frac{K}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K}{2} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{K}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ +\frac{K}{2} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \tag{2.122}$$

La matrice totale, M, est donc donnée d'après l'Éq. 2.100 par :

$$M = M_s \cdot M_c \cdot M_e \tag{2.123}$$

soit :

$$M = \begin{pmatrix} C^2 & \frac{2}{K}SC & SC & \frac{2}{K}S^2 \\ -\frac{K}{2}SC & C^2 & -\frac{K}{2}S^2 & SC \\ -SC & -\frac{2}{K}S^2 & C^2 & \frac{2}{K}SC \\ \frac{K}{2}S^2 & -SC & -\frac{K}{2}SC & C^2 \end{pmatrix} \tag{2.124}$$

avec $C = \cos\theta$ et $S = \sin\theta$, $\theta = \frac{B\ell_m}{2(B\rho)} = \frac{K\ell_m}{2}$.

Afin de découpler les équations dans les plans transverses, on introduit le plan de Larmor (x_L, y_L) qui tourne par rapport au plan cartésien d'un angle θ_L, dit angle de Larmor, défini par :

$$\theta_L = \int_0^z \frac{Bz}{2(B\rho)} \mathrm{d}z. \tag{2.125}$$

Le plan de Larmor a donc tourné de $\theta_L = \theta$ sur la longueur du solénoïde. La matrice R qui permet de passer des coordonnées de Larmor au coordonnées cartésiennes telle que :

$$\begin{pmatrix} x_L \\ x'_L \\ y_L \\ y'_L \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix} \tag{2.126}$$

est donnée par :

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta_L & 0 & -\sin\theta_L & 0 \\ 0 & \cos\theta_L & 0 & -\sin\theta_L \\ \sin\theta_L & 0 & \cos\theta_L & 0 \\ 0 & \sin\theta_L & 0 & \cos\theta_L \end{pmatrix}. \tag{2.127}$$

La matrice de transfert dans le plan de Larmor, M_L, est la matrice qui permet de passer des coordonnés en entrée définies par le vecteur $(x_L, x'_L, y_L, y'_L)_e$ aux coordonnées en sortie du solénoïde définies par le vecteur $(x_L, x'_L, y_L, y'_L)_s$. Puisque le plan de Larmor coïncide avec le plan cartésien à l'entrée du solénoïde (zone sans champ), alors on a :

$$\begin{pmatrix} x_L \\ x'_L \\ y_L \\ y'_L \end{pmatrix}_s = M_L \begin{pmatrix} x_L \\ x'_L \\ y_L \\ y'_L \end{pmatrix}_e = R \cdot M \begin{pmatrix} x_L \\ x'_L \\ y_L \\ y'_L \end{pmatrix}_e. \tag{2.128}$$

La matrice de transfert est donc donnée par le produit de R par M qui conduit à :

$$M_L = \begin{pmatrix} CS^2 + C^3 & \frac{2}{K}(S^3 + SC^2) & 0 & 0 \\ -\frac{K}{2}(S^3 + SC^2) & CS^2 + C^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & CS^2 + C^3 & \frac{2}{K}(S^3 + SC^2) \\ 0 & 0 & -\frac{K}{2}(S^3 + SC^2) & CS^2 + C^3 \end{pmatrix} \tag{2.129}$$

et qui, une fois simplifiée, prend la forme :

$$M_L = \begin{pmatrix} C & \frac{2}{K}S & 0 & 0 \\ -\frac{K}{2}S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & \frac{2}{K}S \\ 0 & 0 & -\frac{K}{2}S & C \end{pmatrix} \tag{2.130}$$

Les mouvements sont découplés et identiques en x_L et y_L. Il suffit alors d'étudier le mouvement en fonction d'une des variables de Larmor qui correspond en fait à la coordonnées polaire ρ.

De la même façon que pour le quadripôle, le solénoïde peut être considéré comme une lentille mince [22] de longueur nulle entourée par deux sections sans champ de longueur $\ell_m/2$. La matrice de la lentille s'écrit alors (en faisant tendre ℓ_m vers 0 tout en gardant le produit $(K\ell_m)$ constant) :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{f} & 0 \end{pmatrix} \tag{2.131}$$

où f est la distance focale donnée par :

$$\frac{1}{f} = \frac{K^2\ell_m}{4} = \Big(\frac{B}{2(B\rho)}\Big)^2 \ell_m. \tag{2.132}$$

Dans la pratique, le champ magnétique maximal pour des solénoïdes est d'environ 5 T et leur efficacité ne permet pas de focaliser des faisceaux dont l'énergie est supérieure à 100 MeV équivalents proton.

2.4.3 Dynamique longitudinale

Condition de synchronisme. Stabilité en phase

Le champ électrique dans une cavité varie en fonction du temps selon une loi en $E_0\cos(\omega_{RF}t)$ [23]. Supposons qu'à $t = 0$, le champ est maximal avec qE_0 positif où q est la charge de la particule. Si une particule passe dans la cavité (supposée ici ponctuelle par simplicité), elle subira un champ électrique :

$$E_0\cos(\omega_{RF}t_p) = E_0\cos\phi_p \tag{2.133}$$

où ϕ_p est la phase de la particule (relative à la phase du champ RF) lorsqu'elle traverse la cavité (on retrouve la notion de phase synchrone introduite dans le paragraphe 2.3.1).
Pour accélerer une particule de charge q, il faut que sa phase soit telle qu'elle voit la fonction $qE_0\cos\phi_p$ positive. On a donc la *condition d'accélération* :

$$\phi_p \in \Big[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\Big]. \tag{2.134}$$

[22] À condition que le solénoïde soit long devant son ouverture

[23] Souvent, on utilise la convension cosinus lorsqu'il s'agit d'un accélérateur linéaire et la convention sinus pour un accélérateur circulaire.

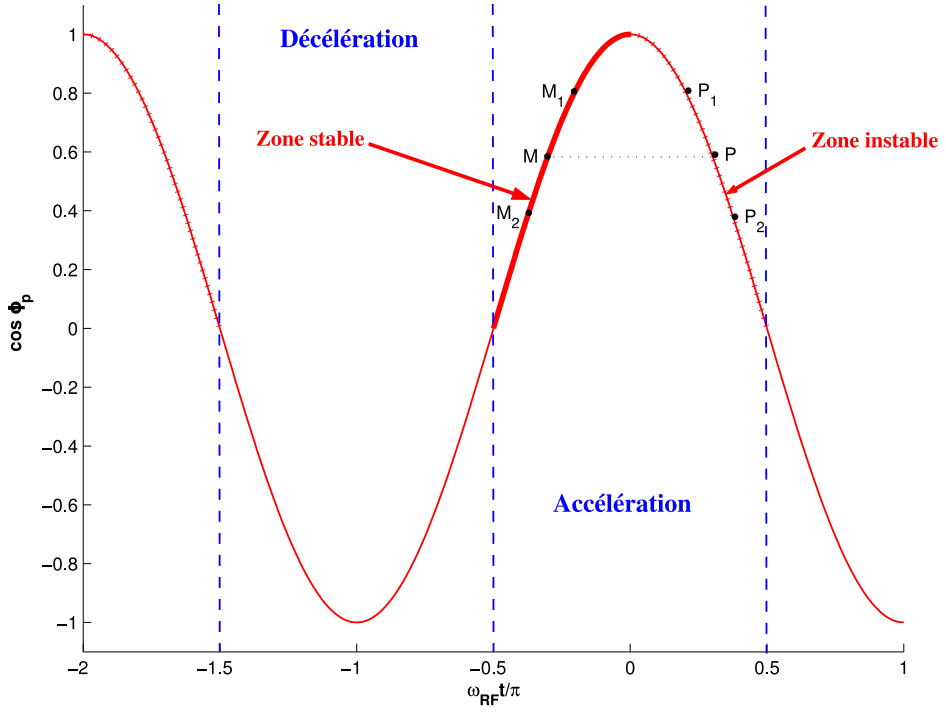

FIG. 2.16 – *Champ accérérateur en fonction du temps. Stabilité en phase.*

Pour que l'accélération soit stable, il faut également vérifier la *condition de stabilité* :

$$\phi_p \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0 \right]. \tag{2.135}$$

Observons en effet la Fig. 2.16. Une particule en retard (M_1) par rapport à la particule synchrone (M), $\phi_p > \phi_s$, ressentira un champ plus fort. Ce gain en énergie lui permettra de rattraper la particule synchrone. Au contraire, une particule en avance (M_2), $\phi_p < \phi_s$, recevra moins d'énergie et rejoindra également la particule synchrone. Les particules ont donc tendance à osciller en phase autour de la particule synchrone. Si ϕ_p vérifie la condition d'accélération mais que $\phi_p > 0$, alors les particules se trouvent dans une zone de phase instable et s'éloignent de la particule synchrone. La particule en avance (P_1) gagnera plus d'énergie que la particule en retard (P_2) et toutes deux s'éloigneront progressivement du centroïde (P).

Le réglage de la phase synchrone est un mécanisme important puisque l'on veut la plus grande efficacité accélératrice possible (ϕ_s proche de 0) tout en assurant à toutes les particules d'être dans une zone de phase stable c'est-à-dire en gardant une acceptance en phase suffisante.

Établissement des équations synchrotron

Considérons une cellule accélératrice ponctuelle caractérisée par :
- sa longueur (nulle) δz ;
- son gradient accélérateur $E_0 T$ (où T est le TTF) ;
- sa fréquence angulaire ω_{RF}.

Une particule de phase ϕ_{n-1} et d'énergie cinétique W_{n-1} à l'entrée de la cellule sort de la cellule avec les variables ϕ_n et W_n. De plus, la vitesse

d'entrée est $\beta_{n-1}c$ et celle de sortie $\beta_n c$. On fera l'hypothèse que la vitesse est constante dans la cellule de valeur $\beta_{n-1}c$.

Écart en phase

Le changement de phase dans la cellule vérifie la relation :

$$\Delta\phi_n = \phi_n - \phi_{n-1} = \omega_{RF}\frac{\delta z}{\beta_{n-1}c}. \tag{2.136}$$

Par rapport à la particule synchrone, l'Éq. 2.136 devient :

$$\Delta(\phi - \phi_s)_n = \omega_{RF}\frac{\delta z}{c}\Big(\frac{1}{\beta_{n-1}} - \frac{1}{\beta_{s,n-1}}\Big) \tag{2.137}$$

$$\Delta(\phi - \phi_s)_n = \omega_{RF}\frac{\delta z}{c}\Big(\frac{1}{\beta_{s,n-1} + \delta\beta_{n-1}} - \frac{1}{\beta_{s,n-1}}\Big) \tag{2.138}$$

où $\delta\beta_{n-1} = \beta_{n-1} - \beta_{s,n-1}$. Si l'écart en vitesse est faible par rapport à la particule synchrone, c'est-à-dire si $\delta\beta_{n-1} \ll 1$, alors l'Éq. 2.138 devient :

$$\Delta(\phi - \phi_s)_n \simeq -\frac{\omega_{RF}}{c}\frac{\delta\beta_{n-1}}{\beta^2_{s,n-1}}\delta z. \tag{2.139}$$

Avec la relation :

$$\beta = \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{W}{m_0c^2}\right)^2 - 1}}{1 + \frac{W}{m_0c^2}}, \tag{2.140}$$

on montre, en différenciant, que :

$$\delta\beta_{n-1} = \frac{\Delta(W - W_s)_{n-1}}{m_0c^2\beta_{s,n-1}\gamma^3_{s,n-1}}. \tag{2.141}$$

L'Éq. 2.136 devient finalement :

$$\Delta(\phi - \phi_s)_n = -\frac{\omega_{RF}\delta z}{m_0c^3\beta^3_{s,n-1}\gamma^3_{s,n-1}}\Delta(W - W_s)_{n-1}. \tag{2.142}$$

Changement en énergie

Le changement d'énergie d'une particule dans la cellule accélératrice vérifie :

$$\Delta W_n = W_n - W_{n-1} = qE_0\delta z\cos\phi_{n-1}. \tag{2.143}$$

Par rapport à la particule synchrone, l'Éq. 2.143 devient :

$$\Delta(W - W_s)_n = qE_0T\delta z(\cos\phi_{n-1} - \cos\phi_{s,n-1}). \tag{2.144}$$

Équations synchrotron

Afin d'obtenir une description continue de la dynamique longitudinale, on considère que les particules traversent une succession de cavités ponctuelles de champ accélérateur constant E_0T.

De plus, on notera $\Delta\phi$ et ΔW l'écart par rapport à la particule synchrone relativement en phase et en énergie. Les Éqs. 2.142 et 2.144 conduisent donc au couple d'équations :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Delta\phi &= -\dfrac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}\Delta W \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Delta W &= qE_0T[\cos(\phi_s+\Delta\phi)-\cos\phi_s]. \end{cases} \tag{2.145}$$

Les équations différentielles du premier ordre couplées 2.145 sont appelées *les équations synchroton*. Elles décrivent le mouvement des particules dans un accélérateur dans l'espace longitudinal. Pour une fréquence angulaire ω_{RF} constante, les variables $\Delta\phi$ et ΔW sont canoniquement conjuguées.

En différenciant selon $\mathrm{d}z$ la première équation de 2.145 et en utilisant les résultats de la seconde, on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(\beta_s^3\gamma_s^3\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Delta\phi\right) = -\frac{\omega_{RF}}{m_0c^3}qE_0T[\cos(\phi_s+\Delta\phi)-\cos\phi_s] \tag{2.146}$$

soit encore :

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\Delta\phi + \frac{3}{\gamma_s\beta_s}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}(\gamma_s\beta_s)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Delta\phi + \frac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}qE_0T[\cos(\phi_s+\Delta\phi)-\cos\phi_s] = 0. \tag{2.147}$$

Il s'agit de l'équation d'un oscillateur harmonique non linéaire amorti. Cette équation ne se résout pas analytiquement mais certaines simplifications vont nous permettre de tirer le maximum d'informations sur le mouvement longitudinal.

Trajectoire dans l'espace des phases

Considérons que l'accélération est nulle ou varie très lentement sur $\hat{z}$, alors l'Éq. 2.147 devient avec, rappelons-le, $' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}$:

$$\Delta\phi'' + \frac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}qE_0T[\cos(\phi_s+\Delta\phi)-\cos\phi_s] = 0. \tag{2.148}$$

Cette équation est équivalente à :

$$\mathrm{d}\Delta\phi' + \frac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}qE_0T[\cos(\phi_s+\Delta\phi)-\cos\phi_s]\mathrm{d}z = 0. \tag{2.149}$$

Avec $\mathrm{d}z = \frac{\mathrm{d}\Delta\phi}{\Delta\phi'}$ et en multipliant l'Éq. 2.149 par $\Delta\phi'$, on a :

$$\Delta\phi'\mathrm{d}\Delta\phi' = -\frac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}qE_0T[\cos(\phi_s+\Delta\phi)-\cos\phi_s]\mathrm{d}\Delta\phi \tag{2.150}$$

qui après intégration conduit à :

$$\underbrace{\frac{\Delta W^2}{2}}_{E_c} + \underbrace{\frac{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}{\omega_{RF}}qE_0T[\sin(\phi_s+\Delta\phi)-\Delta\phi\cos\phi_s-\sin\phi_s]}_{U(\Delta\phi)} = \underbrace{\mathcal{H}}_{\text{Énergie totale}}. \tag{2.151}$$

$\mathcal{H}$ est une constante d'intégration : il s'agit du Hamiltonien du mouvement ajusté pour que $\mathcal{H}(\Delta\phi = 0, \Delta W = 0) = 0$. Celui-ci traduit la conservation de l'énergie totale : somme d'une énergie cinétique E_c et potentielle $U(\Delta\phi)$ variables. À partir de l'expression du Hamiltonien de l'Éq. 2.151 et des équations de Hamilton pour les variables $(\Delta\phi, \Delta W)$, on peut retrouver les équations synchrotron 2.145.
Puisque $\mathcal{H}$ est invariant, les particules se déplacent dans l'espace des phases longitudinal sur des courbes d'équation :

$$\mathcal{H}(\Delta\phi, \Delta W) = \mathcal{H}(\Delta\phi_0, \Delta W_0), \tag{2.152}$$

$\Delta\phi_0$ et ΔW_0 étant les conditions initiales. Les trajectoires dans l'espace des phases ainsi que l'énergie potentielle sont tracées sur la Fig. 2.17. Les particules se déplacent dans le sens positif dans l'espace des phases puisqu'une particule en retard par rapport à la particule synchrone gagnera plus d'énergie. Il existe deux points d'équilibre sur la courbe d'énergie potentielle : un point d'équilibre instable $(-2\phi_s, U(-2\phi_s))$ et un point d'équilibre stable $(0, 0)$. Dans l'espace des phases, on observe alors un point fixe stable pour $\Delta\phi = 0$ et un point fixe instable pour $\Delta\phi = -2\phi_s$. Tant que l'énergie cinétique reste inférieure à $U_{max} = U(-2\phi_s)$, les particules oscillent autour de la particule synchrone. Au-delà de cette limite, les particules quittent la zone de stabilité et sont perdues. La courbe rouge dans l'espace des phases de la Fig. 2.17 est la séparatrice : elle sépare la zone des phases stables et la zone des phases instables. L'aire contenue à l'intérieur de la séparatrice est appelée « bucket ». L'extension maximale du « bucket » en $\Delta\phi$ et ΔW correspond à l'acceptance en phase et en énergie respectivement.

La borne supérieure de l'acceptance en phase est $\Delta\phi_{max} = -2\phi_s$ car $U_{max} = U(-2\phi_s)$. La borne inférieure doit vérifier :

$$U(\Delta\phi_{min}) = U(\Delta\phi_{max}) \tag{2.153}$$

soit d'après l'Éq. 2.151 :

$$\sin(\phi_s + \Delta\phi_{min}) - \Delta\phi_{min}\cos\phi_s - \sin\phi_s = -2\phi_s. \tag{2.154}$$

La solution de cette équation n'est pas simple analytiquement mais on approche de près la vraie valeur avec $\Delta\phi_{min} \simeq \phi_s$. Le bucket s'étend donc en phase sur environ $3|\phi_s|$. On peut également exprimer la largeur du bucket en temps :

$$\Delta t = \frac{3|\phi_s|}{\omega_{RF}}. \tag{2.155}$$

L'acceptance en énergie, qui est la différence d'énergie maximale que peut avoir une particule piégée dans le bucket avec la particule synchrone, est donnée par :

$$\Delta W_{max} = \pm 2\sqrt{\frac{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3 q E_0 T}{\omega_{RF}}(\phi_s\cos\phi_s - \sin\phi_s)}. \tag{2.156}$$

On remarque que plus la phase synchrone est proche de $-\pi/2$ et plus on peut accepter de dispersion en phase et en énergie, au détriment bien sûr, de l'efficacité d'accélération.

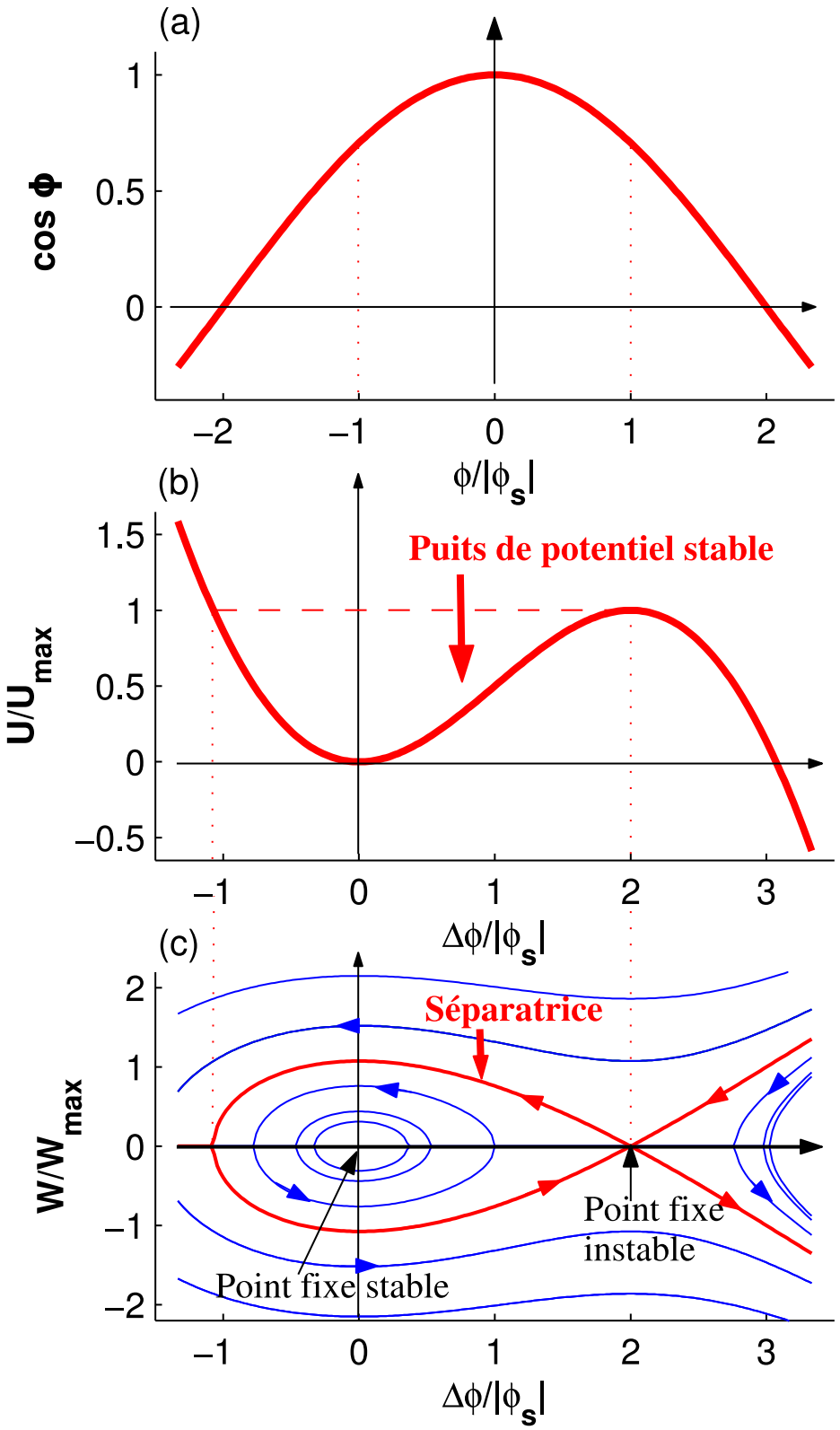

FIG. 2.17 – *Mouvement synchrotron pour $\phi_s = -\pi/4$: (a) champ accélérateur ; (b) fonction potentielle ; (c) portrait de phase.*

Étude à faibles amplitudes

Pour de faibles excursions en phase, $\Delta\phi \ll 1$, la fonction cosinus dans l'Éq. 4.54 peut être linéarisée selon :

$$\cos(\phi_s + \Delta\phi) - \cos\phi_s \simeq -\sin\phi_s \Delta\phi. \tag{2.157}$$

On obtient un nouveau couple d'équations synchrotron pour les faibles amplitudes :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Delta\phi &= -\dfrac{\omega_{RF}}{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3}\Delta W \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\Delta W &= -qE_0 T \sin\phi_s \Delta\phi. \end{cases} \tag{2.158}$$

Ainsi, de la même façon que dans 2.4.3, on obtient une équation différentielle du second degré pour la phase :

$$\Delta\phi'' - \frac{\omega_{RF}}{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3} qE_0 T \sin\phi_s \Delta\phi = 0 \tag{2.159}$$

où :

$$k_\ell = \sqrt{-\frac{\omega_{RF}}{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3} qE_0 T \sin\phi_s} \tag{2.160}$$

est la fréquence angulaire des oscillations synchrotron appelée aussi avance de phase synchrotron par unité de longueur. L'Éq. 2.159 est très similaire à l'Éq. 2.95. On peut donc trouver une matrice de transfert dans le plan longidutinal. Cette matrice a la même forme que la matrice du quadripôle focalisant (*cf.* Éq.2.109). Pour une cavité de longueur L et de gradient accélérateur moyen $E_0 T$, si l'on note :

$$K = -\frac{\omega_{RF}}{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3} qE_0 T \sin\phi_s, \tag{2.161}$$

alors on a :

$$\begin{pmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\phi' \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{K}L & \frac{1}{\sqrt{K}}\sin\sqrt{K}L \\ -\sqrt{K}\sin\sqrt{K}L & \cos\sqrt{K}L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\phi' \end{pmatrix}_e \tag{2.162}$$

où $(\Delta\phi, \Delta\phi')_e$ et $(\Delta\phi, \Delta\phi')_s$ sont les coordonnées respectivement en entrée et en sortie de la cavité. D'après la première équation de 2.158, qui relie $\Delta\phi'$ à ΔW et en notant :

$$\chi = -\frac{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3}{\omega_{RF}}, \tag{2.163}$$

la matrice M qui donne les coordonnées $(\Delta\phi, \Delta W)_s$ en sortie en fonction des coordonnées $(\Delta\phi, \Delta W)_e$ en entrée est telle que :

$$M = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{K}L & \dfrac{1}{\chi\sqrt{K}}\sin\sqrt{K}L \\ -\chi\sqrt{K}\sin\sqrt{K}L & \cos\sqrt{K}L \end{pmatrix}. \tag{2.164}$$

Dans l'approximation de la lentille mince, cette matrice devient :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{L}{\chi} \\ -\chi KL & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.165}$$

Remarque : Dans une cavité RF, il faut également prendre en compte l'effet de défocalisation transverse dû à la présence d'un champ électrique radiale qui est présenté dans l'annexe A.2.

Amortissement adiabatique des oscillations

À partir du couple d'Éqs. 2.158, on peut, en éliminamt dz et en intégrant, obtenir l'expression :

$$\frac{\Delta\phi^2}{\left(\frac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}\right)} + \frac{\Delta W^2}{(-qE_0T\sin\phi_s)} = C \tag{2.166}$$

où C est une constante d'intégration. Il s'agit de l'équation d'une ellipse dont l'aire $\mathcal{A}$ vérifie :

$$\mathcal{A} = \pi C\sqrt{-\frac{\omega_{RF}qE_0T\sin\phi_s}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}}. \tag{2.167}$$

Tout comme $\mathcal{H}$, $\mathcal{A}$ est une constante du mouvement. Dans ce cas, la constante d'intégration peut s'écrire :

$$C = \text{constante} \times (\beta_s\gamma_s)^{3/2} \tag{2.168}$$

si ω_{RF}, ϕ_s et E_0T sont constants. On peut alors exprimer l'extension maximale du faisceau en phase :

$$\Delta\phi_{max} = \sqrt{C\frac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}} \tag{2.169}$$

comme :

$$\Delta\phi_{max} = \frac{\text{constante}}{(\beta_s\gamma_s)^{3/4}} \tag{2.170}$$

et l'extension maximale du faisceau en énergie :

$$\Delta W_{max} = \sqrt{-CqE_0T\sin\phi_s} \tag{2.171}$$

comme :

$$\Delta W_{max} = \text{constante} \times (\beta_s\gamma_s)^{3/4} \tag{2.172}$$

De même si ces quantités, à savoir la fréquence angulaire RF, la phase synchrone et le gradient accélérateur varient lentement devant une période d'oscillation synchrotron (condition d'adiabaticité), alors les relations des Éqs. 2.170 et 2.172 restent valables.
Ce résultat traduit une diminution de l'amplitude en phase et une augmentation de la dispersion en énergie pendant l'accélération des particules dans un linac. On appelle ce phénomène *l'amortissement adiabatique des oscillations*.

Ainsi, si l'on connaît les conditions initiales $\Delta\phi_{0,i}$ et $\Delta W_{0,i}$, pour une vitesse réduite $\beta_{s,i}$ et une énergie réduite $\gamma_{s,i}$, on peut déduire en tout point de l'accélérateur les quantités $\Delta\phi_0$ et ΔW_0 en fonction des données de l'accélération β_s et γ_s en ce point grâce aux expressions :

$$\frac{\Delta\phi_0}{\Delta\phi_{0,i}} = \left[\frac{(\beta_s\gamma_s)_i}{\beta_s\gamma_s}\right]^{3/4} \tag{2.173}$$

et :

$$\frac{\Delta W_0}{\Delta W_{0,i}} = \left[\frac{\beta_s\gamma_s}{(\beta_s\gamma_s)_i}\right]^{3/4}. \tag{2.174}$$

2.4.4 Transport des faisceaux

Nous avons vu que dans le cas des faibles amplitudes, les équations du mouvement peuvent toujours se mettre sous la forme d'une équation de Hill qui s'écrit, en omettant les indices pour simplifier :

$$w''(z) + K(z)w(z) = 0 \tag{2.175}$$

où w représente la coordonnée position dans un des plans.

Dans la suite, on va voir comment le faisceau est transporté dans la structure. En effet, pour l'instant, on s'est attaché à décrire le mouvement individuel d'une particule. On va s'intéresser maintenant au transport collectif des particules du faisceau.

Invariant de Courant et Snyder

En 1958, E.D. Courant et H.S. Snyder [56] ont montré qu'il existe un invariant du mouvement dans le plan transverse pour chaque particule dont l'équation du mouvement se met sous la forme de l'Éq. 2.175. Ce résultat se généralise également dans le plan longitudinal. On montre alors [54] que chaque particule se déplace dans l'espace des phases sur une ellipse d'équation :

$$\gamma w(z)^2 + 2\alpha(z)w(z)w'(z) + \beta(z)w'^2(z) = U = \text{Constante} \tag{2.176}$$

où U est l'invariant de Courant et Snyder qui est identique au Hamiltonien $\mathcal{H}$ dans le plan longitudinal (*cf.* 2.4.3). Cette expression signifie qu'en tout point z de l'accélérateur, les point figuratifs (w, w') sont distribués dans l'espace des traces transverse ou dans l'espace des phases longitudinal sur une ellipse caractérisée par ses coefficient α,β et γ et dont l'aire vaut πU. Les positions se répartissent sur une sinusoïde d'amplitude $\sqrt{\beta U}$.
La matrice de transfert T d'un système optique peut se mettre en fonction des paramètres α_e et β_e en entrée et α_s et β_s en sortie qui vérifient l'invariance de Courant et Snyder (*cf.* Éq. 2.176) sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_s}{\beta_e}}(\cos\Delta\varphi + \alpha_e \sin\Delta\varphi) & \sqrt{\beta_e\beta_s}\sin\Delta\varphi \\ -\dfrac{[(\alpha_s - \alpha_e)\cos\Delta\varphi + (1 + \alpha_e\alpha_s)\sin\Delta\varphi]}{\sqrt{\beta_e\beta_s}} & \sqrt{\frac{\beta_e}{\beta_s}}(\cos\Delta\varphi - \alpha_s\sin\Delta\varphi) \end{pmatrix}. \tag{2.177}$$

avec $\Delta\varphi$, l'avance de phase entre la sortie et l'entrée, définie par : $\cos\Delta\varphi = \dfrac{T_{11} + T_{22}}{2}$.

À partir de la matrice de transfert du système optique, on peut calculer le transport des coefficients caractéristiques de l'ellipse par :

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} T_{11}^2 & -2T_{11}T_{12} & T_{12}^2 \\ -T_{11}T_{21} & T_{11}T_{22} + T_{12}T_{21} & -T_{12}T_{22} \\ T_{21}^2 & -2T_{21}T_{22} & T_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix}_e. \tag{2.178}$$

Stabilité du mouvement périodique. Faisceau adapté

Dans le cas d'une structure périodique de période L, $K(z+L) = K(z)$, l'ellipse définie par l'Éq.2.176 se répète identique à elle même à chaque période si $\alpha(z+L) = \alpha(z)$ et $\beta(z+L) = \beta(z)$. La matrice de transfert d'une période est alors telle que :

$$\begin{pmatrix} w(z+L) \\ w'(z+L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\sigma_0 + \alpha\sin\sigma_0 & \beta\sin\sigma_0 \\ -\gamma\sin\sigma_0 & \cos\sigma_0 - \alpha\sin\sigma_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w(z) \\ w'(z) \end{pmatrix} \tag{2.179}$$

où :

$$\sigma_0 = \int_z^{z+L} \frac{\mathrm{d}z}{\beta(z)} \tag{2.180}$$

est l'avance de phase bétatron dans les plans transverses ou synchrotron dans le plan longitudinal par période.

Le mouvement est stable si $\cos\sigma_0$ est compris entre -1 et 1 soit, T étant la matrice de transfert, si $|Tr(T)| \leq 2$. Les paramètres α, β et γ de l'ellipse qui reste invariante sont alors donnés par :

$$\alpha = \frac{1}{2}\frac{T_{11} - T_{22}}{\sin\sigma_0} \tag{2.181}$$

$$\beta = \frac{T_{12}}{\sin\sigma_0} \tag{2.182}$$

$$\gamma = -\frac{T_{21}}{\sin\sigma_0}. \tag{2.183}$$

La matrice définie par l'Éq. 2.179 est appelée matrice de Twiss. Si à l'entrée d'une période les paramètres de Twiss définis par les Éqs. 2.76, 2.77 et 2.78, caratéristiques du faisceau, sont équivalents aux paramètres α, β et γ de l'ellipse qui reste invariante définis par par les Éqs. 2.181, 2.182 et 2.183, caratéristiques de la structure, alors le faisceau est dit adapté à la structure et le mouvement des particules sera stable et périodique dans l'accélérateur.

L'équation de l'ellipse de Twiss (*cf.* Éq. 2.75) peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$1 = W^t \sigma^{-1} W \tag{2.184}$$

avec :

$$W = \begin{pmatrix} w \\ w' \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad W^t = (w, w') \quad \text{son vecteur transposé.}$$

On introduit ainsi la matrice σ appelée matrice faisceau qui s'écrit :

$$\sigma = \widetilde{\epsilon} \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{pmatrix}. \tag{2.185}$$

Si l'on peut alors définir la matrice faisceau en tout point de l'accélérateur, on connaît complètement les caractéristiques du faisceau. Dans certaines définitions de la matrice σ, $\widetilde{\epsilon}$ est remplacée par l'émittance géométrique ε ou par $4\widetilde{\epsilon}$ ou $5\widetilde{\epsilon}$. $4\widetilde{\epsilon}$ et $5\widetilde{\epsilon}$ faisant référence à l'émittance totale

d'un faisceau de densité uniforme continu ou groupé respectivement. On préfèrera garder ici une définition statistique de la qualité d'un faisceau avec la définition 2.185 da la matrice faisceau. La matrice faisceau en sortie, σ_s, d'un système optique de matrice de transfert T est donnée en fonction de σ_e en entrée par :

$$\sigma_s = T \cdot \sigma_e \cdot T^t. \tag{2.186}$$

Enveloppe du faisceau

Afin d'obtenir l'équation de l'enveloppe du faisceau, commençons par effectuer une moyenne sur la position des particules et les seconds moments de la distribution :

$$\widetilde{w} = \sqrt{\overline{w^2}} \tag{2.187}$$

$$\widetilde{w}' = \frac{\overline{ww'}}{\widetilde{w}} \tag{2.188}$$

$$\widetilde{w}'' = \frac{\overline{ww''}}{\widetilde{w}} + \frac{\overline{w'^2}}{\widetilde{w}} - \frac{\overline{ww'}^2}{\widetilde{w}} = \frac{\overline{ww''}}{\widetilde{w}^3} + \frac{\overline{w^2}\,\overline{w'^2}}{\widetilde{w}^3} - \frac{\overline{ww'}^2}{\widetilde{w}^3}. \tag{2.189}$$

En utilisant l'expression de l'émittance RMS (*cf.* Éq. 2.64), l'Éq. 2.189 se simplifie en :

$$\widetilde{w}'' = \frac{\overline{ww''}}{\widetilde{w}} + \frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{w}^3}. \tag{2.190}$$

Avec l'équation du mouvement donné par Éq. 2.175, on a :

$$\overline{ww''} = -\overline{w^2}K(z). \tag{2.191}$$

À présent, en remplaçant le terme $\overline{ww''}$ de l'Éq. 2.190 avec le résultat de l'Éq. 2.191, il vient :

$$\widetilde{w}'' \underbrace{+K(z)\widetilde{w}}_{(1)} \underbrace{-\frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{w}^3}}_{(2)} = 0 \tag{2.192}$$

qui est l'équation de l'enveloppe RMS du faisceau où l'on observe :

- un terme de focalisation extérieure (1) qui est le même que dans l'équation du mouvement ;
- en terme de déconfinement engendrée par l'émittance (2).

Cette équation a été pour la première fois introduite en 1959 par I. M. Kapchinsky et V. Vladimirsky [57] pour un faisceau continu (en charge d'espace) et on en référe toujours comme *les équations (x, y et z) d'enveloppe KV*. À partir de l'enveloppe du faisceau, on a une autre définition équivalente du faisceau adapté : on dit que celui-ci est adapté à la structure accélératrice si son rayon d'enveloppe est une fonction périodique dont la période est la périodicité de la structure. Pour simplifier les problèmes, on peut assimiler un canal de focalisation périodique à un canal de focalisation continu de dynamique identique (*cf.* par exemple [58]). Dans ce cas, la force de focalisation est constante ($K(z) \to K$) et le rayon d'enveloppe adapté, $\widetilde{w}_a$, invariant selon z est donné par :

$$\widetilde{w}_a = \sqrt{\frac{\widetilde{\epsilon}}{k}} \tag{2.193}$$

où $k = \sqrt{K}$ est l'avance de phase par mètre sans courant.

2.5 La structure du linac primaire d'Eurisol

Dans cette section, nous allons présenter les premiers résultats de la dynamique des faisceaux qui va permettre de figer la structure du linac primaire d'EURISOL. Pour ce faire, nous avons utilisé le code GenlinWin [59], qui permet, *en étudiant la dynamique d'accélération de la particule synchrone notamment en réglant l'avance de phase longitudinale, de générer la structure accélératrice*. L'interêt que nous avons apporté aux cavités de type « triple spoke » sera également souligné.

2.5.1 Philosophie de conception

Pour concevoir un linac, qui propulsera les ions depuis 1.5 MeV/u à la sortie du RFQ jusqu'à leur énergie finale, il faut faire des choix et respecter certaines règles. Dans le cas de l'accélérateur primaire d'EURISOL, qui doit faire passer et fournir de l'énergie à plusieurs types d'ions, le premier choix a été d'avoir des cavités à grande acceptance en vitesse réglées indépendamment en phase et d'écarter les structures à profil de β unique de type DTL ou CCL.

Ce sont ensuite des choix gouvernés par les technologiques disponibles au moment de la conception :

- performances des éléments focalisants et accélérateurs ;
- longueur des cryomodules et nombre de cavités par cryomodule.

Il s'agit également de choix dictés par la volonté du concepteur :

- types de maille et nombre de famille de cavités (β_g) ;
- technologie conventionnelle ou avancée.

Ces choix relèvent de l'expérience et de l'appréciation du concepteur, et du savoir-faire du laboratoire dans lequel il conduit ses travaux, qui doit être en mesure de les justifier et de les défendre quand plusieurs conceptions sont proposées.

Il faut également respecter des règles imposées par la théorie de la dynamique des faisceaux. Il s'agit notamment de savoir régler les avances de phase afin d'assurer la stabilité du faisceau. En effet, le faisceau n'est jamais parfaitement adapté : les valeurs de l'émittance et de l'intensité sont susceptibles d'accuser de petites variations. De même, l'adaptation est fortement influencée par des défauts éventuels de positionnement ou de champs des éléments qui composent le linac. Finalement, l'adaptation des faisceaux dans les différentes composantes de l'accélérateur est un des problèmes les plus difficiles dans la conception de ce type de machines. Dans le cas d'une focalisation périodique, les particules du faisceau peuvent entrer en résonance soit avec la périodicité de la structure soit avec les modes d'enveloppe d'un faisceau désadapté (nous trouverons plus de détails dans le Chap.4). J. Struckmeier et M. Reiser ont néanmoins démontré [60] par un calcul analytique et par des simulations numériques que les résonances de structure disparaissent pour des valeurs d'avances de phase par période (sans courant) inférieures à 90°. Une des règles les plus importantes sera donc de *conserver l'avance de phase par période inférieure à* 90° dans tous les plans (dans le plan longitudinal pour l'étude

présentée dans ce chapitre). Pour limiter l'impact de la variation de courant, on prendra soin également de *conserver la continuité de l'avance de phase par mètre*.

2.5.2 Exemple d'un linac 352 MHz à protons

Nous allons présenter ici les paramètres d'un linac fonctionnant à la fréquence de 352.2 MHz (fréquence historique du LEP [24]) qui accélère des protons depuis 1.5 MeV jusqu'à 1 GeV. Cette exemple nous permettra de souligner certaines notions de conception avant de présenter la structure du linac primaire d'EURISOL.

Afin de concevoir ce linac, nous nous sommes fixer certaines limites.

1. Tout d'abord, la phase synchrone a été fixée à -45° au début du linac et son évolution vérifie une acceptance longitudinale constante et la continuité de l'avance de phase par mètre. La valeur de -45° provient d'un compromis entre l'efficacité d'accélération et l'acceptance en phase : généralement, il s'agit d'une valeur acceptable pour ce type de linac (protons ou ions légers) mais c'est bien sûr la valeur de l'extension en phase et même de l'émittance longitudinale à l'entrée du linac qui détermine ce choix.
2. On a ensuite choisi de se limiter à six familles de cavités différentes (en termes de β_g ou β_{opt}). Ces cavités, groupées par quatre maximum dans un même cryomodule, possèderont toutes un gradient accélérateur maximal de 5 MV/m. Cette valaur de gradient est très conservative notamment pour les cavités de haut β. Il s'agit, ici, de donner un exemple simple d'un linac fonctionnant à 352.2 MHz. En ce qui concerne le nombre de cellules, afin de limiter la taille des cavités et conserver une certaine acceptance, elles seront comprises entre deux et cinq.
3. La focalisation sera assurée par des doublets de quadripôles chauds dont le gradient ne dépassera pas 10 T/m : technologie conventionnelle bien maîtrisée.

Le Tab. 2.3 résume les caractéristiques simulées obtenues en prenant en compte les recommandations précédentes et en minimisant la longueur du linac que l'on considère (dans une approche simple) proportionnelle au coût de la machine.

On observe, d'après les résultats du Tab. 2.3, que les périodes sont courtes au début du linac (par exemple, on a une seule cavité composée de deux cellules dans la première famille) et longues dans la partie haute énergie (quatre cavités cinq-cellules par cryostat dans la sixième et dernière famille).
Les contraintes sur l'avance de phase, inférieure à 90° par période et continue par mètre, sont à l'origine d'une *accélération qualifiée de douce* au début

[24] Le LEP (Large Electron Positron collider) était un collisionneur e^-/e^+ du CERN se tenant dans l'actuel tunnel du LHC qui a notamment mise en évidence les bosons Z et W. Sa fréquence de fonctionnement, 352.2 MHz, est une fréquence liée aux développement des radars pendant la deuxième guerre mondiale.

TAB. 2.3 – *Caractéristiques d'un linac à protons* 352.2 *MHz : gradients accélérateurs de* 5 *MV/m et profils de champ sinusoïdaux .*

Famille	β_{opt}	Cellules/ cavités	Cavités/ cryomodules	Longueur période (m)	Énergie (MeV)
1	0.08	2/25	1/25	1.05	4.92
2	0.20	2/51	3/17	1.86	23.61
3	0.34	4/36	4/9	3.78	91.46
4	0.52	5/24	4/6	5.79	200.04
5	0.65	5/28	4/7	6.93	373.67
6	0.82	5/80	4/20	8.51	1016.35
Total			244/84	345.32	

TAB. 2.4 – *Caractéristiques d'un linac à protons* 176.1 *et* 352.2 *MHz et comparaison par rapport au linac de référence* 352.2 *MHz.*

Famille	Fréquence (MHz)	Cavités/ cryomodules	Longueur période (m)	Énergie de transition (MeV)	Gain longueur (m)	Gain cavités/ cryostats
1	176.1	1/13	1.09	4.83	-12.07	-12/-12
2	176.1	3/11	2.16	27.57	-7.77	-18/-6
3	352.2	4/8	3.78	85.58	-4.43	-4/-1
4	352.2	4/6	5.79	194.21	0	0/0
5	352.2	4/7	6.93	370.86	0	0/0
6	352.2	4/20	8.51		0	0/0
Total		210/65	321.62	1015.32	-23.70	-34/-19

du linac et conduisent donc à obtenir des sections courtes dans cette partie. Les limitations sur la dynamique longitudinale des faisceaux tendent *à minimiser la longueur des périodes*. Soulignons le fait que le faisceau, au début des linacs (gamme d'énergie $\beta < 0.2$ et intensité $I > 1\ mA$), est soumis à une forte force de charge d'espace (*cf.* Chap. 4) : il est donc nécessaire d'avoir des périodes courtes pour assurer une bonne focalisation transverse.
Dans la partie haute énergie du linac, la dynamique longitudinale n'impose pas de longueur maximale pour les périodes en termes de nombre de cavités par cryostat ou de nombre de cellules accélératrices. C'est donc *la technologie des sections froides* qui va déterminer *la longueur des cryomodules et des périodes*.

2.5.3 Changement de fréquence et conséquences

Pouvons-nous gagner en longueur en travaillant sur une harmonique de fréquence inférieure ? Le Tab. 2.4 présente les résultats d'une simulation où l'on a simplement modifié la fréquence des deux premières familles de cavités de 352.2 MHz à 176.1 MHz [25].

On remarque que travailler à une fréquence plus basse réduit sensiblement la longueur du linac et le nombre de cavités. Il est préférable à basse énergie de travailler sur une fréquence inférieure à 352.2 MHz,

[25]On comprend facilement que, dans un accélérateur RF, il convient de travailler sur une fréquence multiple de la plus basse fréquence qui donne le profil longitudinal au faisceau.

FIG. 2.18 – *Quelques types de cavités supraconductrices moyen β : (en haut à gauche) réentrant, (en haut à droite) CH, (en bas à gauche) ladder et (en bas à droite) spoke.*

ce qui permet d'augmenter la longueur effective (puisque $L_{cav} \propto 1/f_{RF}$) et le temps de passage des particules dans chaque cavité résultant en une meilleure efficacité d'accélération. Ainsi, pour des valeurs de vitesse réduite allant de 0.03 à 0.2, ce sont des structures qui fonctionnent autour d'une fréquence de 100 MHz, cavités quart-d'onde 88 MHz pour Spiral 2 par exemple [61], tandis que des structures autour de $300 - 400$ MHz prennent plutôt place dans des gammes de $0.1 < \beta < 0.5$ environ [62]. Il s'agit de cavités de type réentrant [63], CH [64], Ladder [65], demi-onde [66] ou « spoke » (*cf.* par exemple [67] pour les cavités IPN) dont on donne une représentation sur la Fig. 2.18.

En reprenant l'équation fondamentale de la dynamique pour une particule soumise à un champ électrique constant, E, dans sa direction de propagation, on peut montrer que l'intervalle de temps Δt pour gagner une énergie $\Delta(\beta\gamma)$ (donnée en fonction des facteurs relativistes de Lorentz) est régi par l'équation :

$$\Delta t = \frac{m_0 c}{q} \frac{\Delta(\beta\gamma)}{E}. \tag{2.194}$$

L'intervalle de temps nécessaire pour monter en énergie est donc proportionnel au rapport masse sur charge, A/q. Ainsi, plus une particule possède d'inertie, plus le temps de passage dans une cavité devra être long et en conséquence la fréquence de fonctionnement faible. Dans le cas de l'accélérateur RF de Spiral 2 qui doit accélérer des paricules jusqu'à $A/q = 6$, la fréquence de référence est donc de 88 MHz tandis que pour

TAB. 2.5 – *Caractéristiques d'un linac à protons* 176.1, 352.2 *et* 704.4 MHz *et comparaison par rapport au linac de référence* 352.2 MHz.

Famille	Fréquence (MHz)	Cavités/ cryomodules	Longueur période (m)	Énergie de transition (MeV)	Gain longueur (m)	Gain cavités/ cryostats
1	176.1	1/13	1.09	4.83	-12.07	-12/-12
2	176.1	3/11	2.16	27.57	-7.77	-18/-6
3	352.2	4/8	3.78	85.58	-4.43	-4/-1
4	704.4	4/13	3.83	190.02	+15.05	+28/+7
5	704.4	4/14	4.46	365.15	+13.93	+28/+7
6	704.4	4/40	5.36		+44.20	+80/+20
Total		210/65	394.80	1008.2	+49.48	+102/+15

EURISOL, dont la particule possédant le plus d'inertie est le deuton de $A/q = 2$, un rapport préliminaire de conception du linac a montré qu'il était préférable de travailler sur une fréquence basse de 176.1 MHz [68]. L'Éq. 2.194 traduit également le fait que dans la conception d'un linac devant accélérer plusieurs type d'ions, donc plusieurs A/q, il faut toujours prendre en compte les rapports masse sur charge les plus élevés.

À plus haute énergie ($\beta > 0.5$), ce sont des cavités de type elliptique fonctionnant à $700 - 1000$ MHz qui prennent place à la fin du linac. Pourtant, il semble d'après les résultats du Tab. 2.5 que la longueur du linac ne diminue pas en faisant travailler les trois dernières familles de cavités à 704.4 MHz : nous verrons dans le prochain paragraphe que travailler à plus haute fréquence permet de bénéficier de gradients accélérateurs plus grands et diminue sensiblement la longueur du linac.

Cependant, avant de présenter le choix de cavités pour l'accélérateur primaire d'EURISOL, il est nécessaire à cette étape de mentionner que le changement de fréquence dans un linac n'a quasiment pas d'influence (conservation de l'acceptance longitudinale) si l'on opte pour une des métodes décrites par R. Duperrier et al. dans [69] à savoir :

- conservation de l'énergie potentielle ;
- continuité de l'acceptance en phase ;
- continuité de l'acceptance et de l'avance de phase par mètre (méthode choisie dans ce mémoire).

2.5.4 Résumé et remarques sur les limitations de la dynamique longitudinale

Reprenons, avant de continuer l'étude qui va fixer la structure du linac primaire d'EURISOL, les limitations de la dynamique longitudinale des faisceaux. GenlinWin [59] se base (selon le choix de l'utilisateur), en effet, sur ces limitations pour générer les composantes d'un linac en :

- limitant l'avance de phase (sans courant) inférieure à 90° par période ;
- gardant constante l'acceptance en phase ;
- gardant la continuité de l'avance de phase par mètre (notamment entre chaque section).

L'avance de phase, pour une période de longueur L, s'écrit, d'après l'Éq. 2.160 :

$$\sigma_\ell = \sqrt{-\frac{\omega_{RF}}{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3} q (E_0 T)_{\text{maille}} \sin\phi_s}\ L. \tag{2.195}$$

où $(E_0T)_{\text{maille}}$ est le champ accélérateur moyen sur une période (ou maille).
Au début du linac (β_s et γ_s faibles), on comprend, à partir de cette équation, qu'il faut limiter la longueur des périodes pour conserver $\sigma_\ell < 90^\circ$ (pour une valeur fixe de $(E_0T)_{\text{maille}} \sin\phi_s$). À plus haute énergie, cette contrainte sur la longueur des périodes disparaît puisque $(\beta_s^3\gamma_s^3)$ devient le terme dominant de l'Éq. 2.195.

Nous savons depuis le paragraphe 2.4.3 que l'acceptance en phase est $\Delta\phi \simeq 3|\phi_s|$. De plus, puisqu'il y a amortissement adiabatique des oscillations, l'extension en phase du faisceau, $\Delta\phi_{max}$, suit une loi en $(\beta_s\gamma_s)^{-3/4}$ (*cf.* Éq. 2.170). Ainsi, l'acceptance en phase est conservée si la phase synchrone obéit à :

$$\phi_s = \phi_{s,i}\Big[\frac{(\beta_s\gamma_s)_i}{\beta_s\gamma_s}\Big]^{3/4} \tag{2.196}$$

où l'indice $_i$ fait référence aux conditions d'entrée du linac. Remarquons que c'est le choix de la phase synchrone initiale qui fixe l'acceptance dans tout le linac.

Lorsqu'il y a un changement de fréquence, l'acceptance en phase doit également être conservée. Puisque, d'après l'Éq. 2.155, la largeur temporelle du « bucket » vérifie :

$$\Delta t \propto \frac{|\phi_s|}{\omega_{RF}}, \tag{2.197}$$

il faudra, pour conserver cette valeur, ajuster la phase synchrone. Si l'on passe d'une fréquence angulaire ω_1 à une fréquence angulaire ω_2 telle que :

$$\omega_2 = 2\omega_1, \tag{2.198}$$

alors la phase synchrone, $\phi_{s,2}$, au début de la section de plus haute fréquence sera :

$$\phi_{s,2} = \frac{\phi_{s,1}}{2} \tag{2.199}$$

où $\phi_{s,1}$ est la phase synchrone finale de la section de plus basse fréquence.

Le dernier point sur les limitations de la dynamique longitudinale concerne la continuité de l'avance de phase par mètre. Celle-ci impose entre deux sections (référencées par les indices $_1$ et $_2$), d'après l'Éq. 2.160, que le rapport des gradients accélérateurs soit :

$$\frac{(E_0T)_1}{(E_0T)_2} = \frac{\omega_{RF,2}\sin\phi_{s,2}}{\omega_{RF,1}\sin\phi_{s,1}}. \tag{2.200}$$

Cette contrainte impose de limiter le gradient accélérateur de la section 2 (qui est généralement supérieur pour des cavités de plus haut β).

Enfin, pour illustrer ces limitations, nous présentons, pour le faisceau de D^+ correspondant à la conception finale du paragraphe 2.5.5 :

– la phase synchrone sur la Fig. 2.19 ;
– l'avance de phase par mètre sur la Fig. 2.20 ;
– l'avance de phase par période sur la Fig. 2.21.

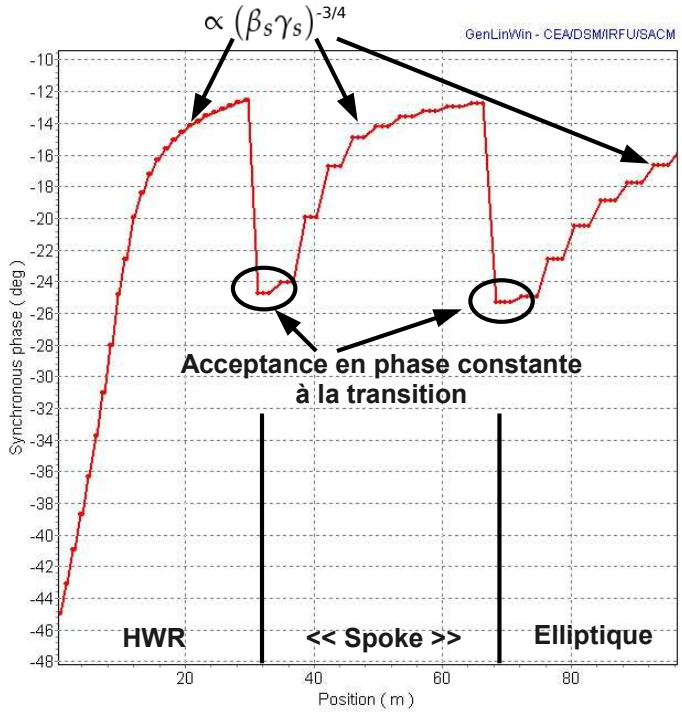

FIG. 2.19 – *Phase synchrone pour le faisceau de D^+.*

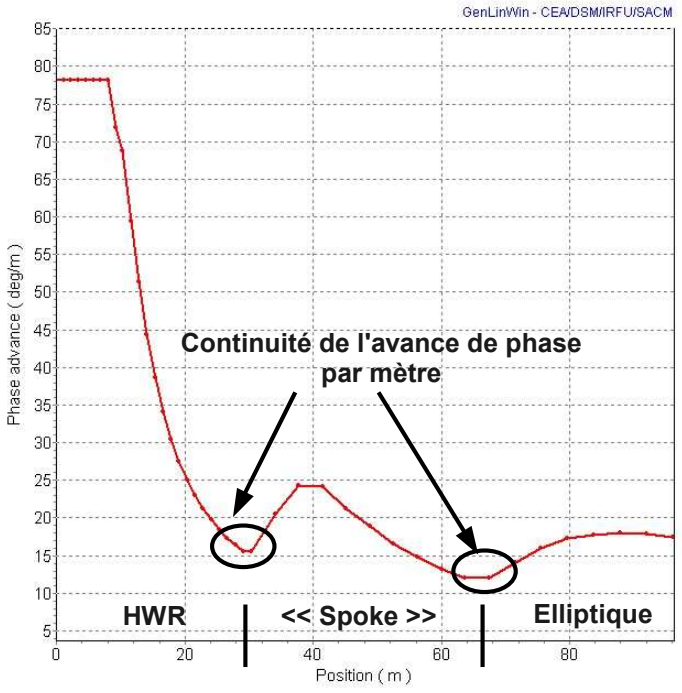

FIG. 2.20 – *Avance de phase longitudinale par mètre pour le faisceau de D^+.*

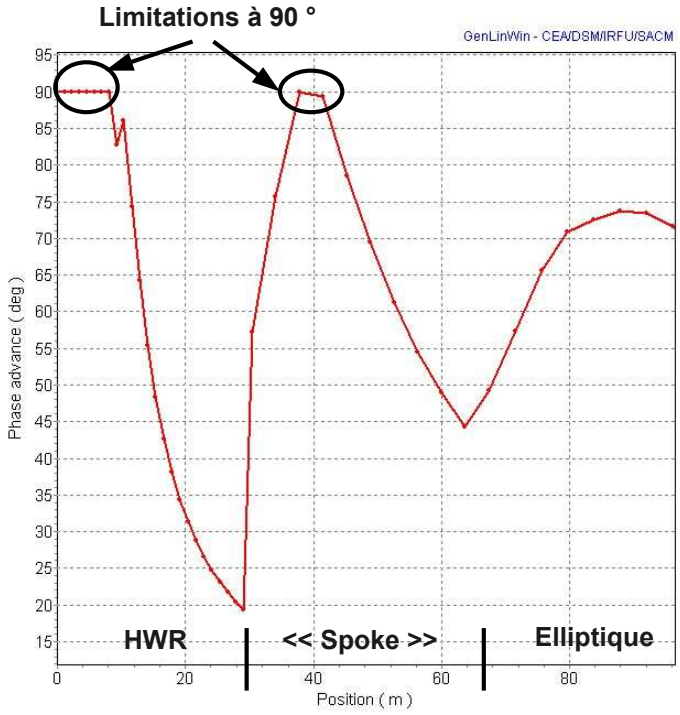

FIG. 2.21 – *Avance de phase longitudinale par période pour le faisceau de D^+.*

2.5.5 Choix des cavités pour l'accélérateur primaire d'EURISOL

Comme nous l'avons déjà indiqué plus haut, le linac sera composé de trois sections travaillant à une fréquence différente. Dans ce paragraphe, nous allons détaillé les motivations qui nous ont conduit à choisir des cavités de type demi-onde, « spoke » et elliptique pour les sections basse, moyenne et haute énergie respectivement. Nous présentons donc tout d'abord les caractéristiques des cavités dans le Tab. 2.6 qui sont à l'origine de plusieurs conceptions de linac qui sont comparées par la suite. La focalisation transverse est assurée par des solénoïdes froids dans la section 176.1 MHz et par des doublets de quadripôles chauds dans des mailles de type FDO dans les sections 352.2 MHz et 704.4 MHz. Chaque linac a été conçu en respectant les règles de la dynamique longitudinale avec pour énergie 1.5 MeV/A et phase synchrone $-45\,^\circ$ en début d'accélération. Le linac correspondant à la conception « Linac 0 » est présentée dans le Tab. 2.7 et les gradients accélérateurs développés sont donnés sur la Fig.2.22 : il s'agit du linac auquel on fera référence dans l'étude suivante.

Section basse énergie

La conception du linac primaire, pour couvrir la gamme de basse énergie ($\beta < 0.3$), s'appuie sur le développement du projet SARAF[26] [70], actuellement en construction en Israël. SARAF est basé sur un linac RF supraconducteur visant à accélérer des faisceaux continus de deutons et protons jusqu'à 40 MeV pour une intensité maximale de 2 mA afin de satisfaire des applications comme l'astrophysique nucléaire ou pour la

[26]Soreq Applied Research Accelerator Facility, Soreq NRC, Yavne, Israël.

TAB. 2.6 – *Caractéristiques principales des cavités pour les différentes conceptions.*

Conception	Famille	Type de cavités	Fréquence (MHz)	β_{opt}	E_{acc} (MV/m)
Linac 0	1	demi-onde	176.1	0.093	4.5
	2	demi-onde	176.1	0.153	5.5
	3	triple-spoke	352.2	0.3	8
	4	elliptique 5-cellules	704.4	0.512	8
	5	elliptique 5-cellules	704.4	0.655	10.2
	6	elliptique 5-cellules	704.4	0.81	15.6
Linac 1	1	demi-onde	176.1	0.093	4.5
	2	demi-onde	176.1	0.153	5.5
	3	demi-onde	352.2	0.3	8
	4	elliptique 5-cellules	704.4	0.512	8
	5	elliptique 5-cellules	704.4	0.655	10.2
	6	elliptique 5-cellules	704.4	0.81	15.6
Linac 2	1	demi-onde	176.1	0.093	4.5
	2	demi-onde	176.1	0.153	5.5
	3	double-spoke	352.2	0.3	8
	4	elliptique 5-cellules	704.4	0.512	8
	5	elliptique 5-cellules	704.4	0.655	10.2
	6	elliptique 5-cellules	704.4	0.81	15.6
Linac 3	1	demi-onde	176.1	0.093	4.5
	2	demi-onde	176.1	0.153	5.5
	3	triple-spoke	352.2	0.3	8
	4	triple-spoke	352.2	0.5	8
	5	triple-spoke	352.2	0.61	8
Linac 4	1	demi-onde	176.1	0.093	4.5
	2	demi-onde	176.1	0.153	5.5
	3	triple-spoke	352.2	0.3	8
	4	triple-spoke	352.2	0.5	8
	5	elliptique 5-cellules	704.4	0.655	10.2
	6	elliptique 5-cellules	704.4	0.81	15.6
Linac 5	1	demi-onde	176.1	0.093	4.5
	2	demi-onde	176.1	0.153	5.5
	3	triple-spoke	352.2	0.3	8
	4	elliptique 5-cellules	704.4	0.512	12
	5	elliptique 5-cellules	704.4	0.655	18
	6	elliptique 5-cellules	704.4	0.81	18

TAB. 2.7 – *Conception « Linac 0 ». Les deutons atteignent leur énergie finale après neuf périodes de la 4e famille.*

Famille	Nb cavités	Nb cryostats	Longueur (m)	Énergie (MeV)		
				D^+	$^3He^{2+}$	H^-
1	18	3	7.84	11.43	19.99	8.25
2	32	4	15.10	52.57	100.24	46.12
3	39	13	48.07	170.07	311.63	130.67
4	52	13	53.30	255.52	628.74	270.27
5	28	7	34.06		981.63	454.41
6	44	11	58.68		2036.91	1013.60
Total	213	51	217.05			

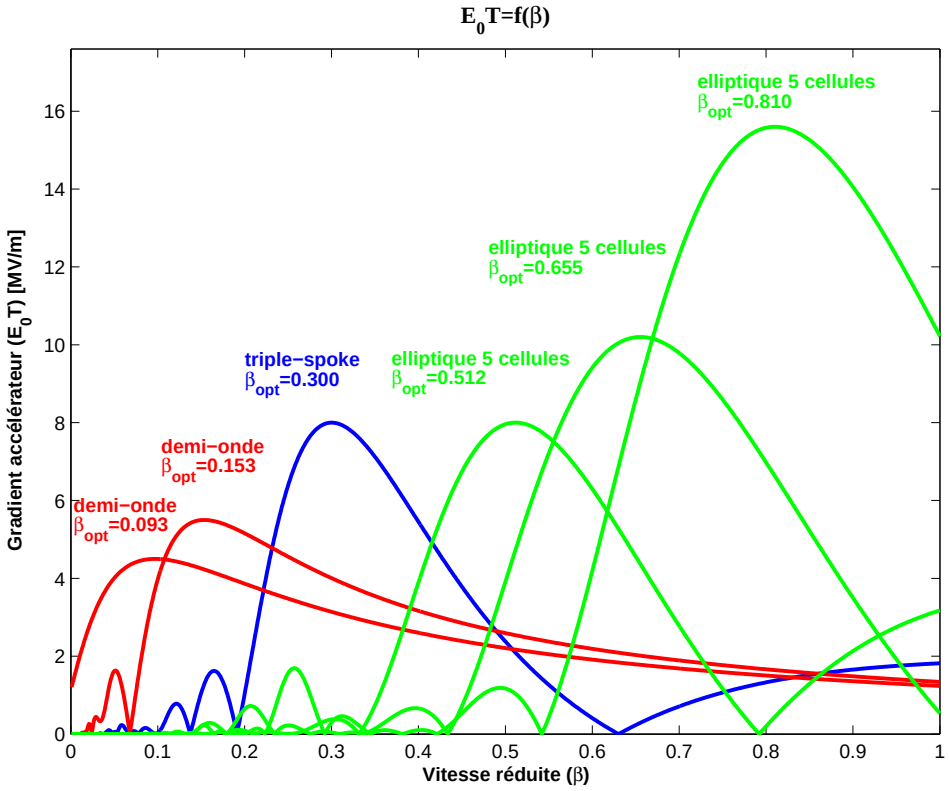

FIG. 2.22 – *Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 0 ».*

production d'isotopes d'interêt pharmaceutique. Ce linac est composé de deux familles de cavité de type demi-onde fonctionnant à une fréquence de 176.1 MHz pour des β_g de 0.09 et 0.15 dont les performances expérimentales permettent d'envisager un fonctionnement nominal à $E_{acc} = 4.5$ et 5.5 MV/m respectivement [71]. La focalisation, quant à elle, est assurée par des solénoïdes supraconducteurs avec une induction maximale de 6 T (environ 3.5 T nécessaires). Cavités et solénoïdes sont groupés dans des cryostats pour un fonctionnement à 4.2 K : il y a six cavités et trois solénoïdes par cryostat pour la famille β0.09 et, huit cavités et quatre solénoïdes par cryostat pour la famille β0.15.

Choisir de se baser sur un projet comme SARAF permet, dans la conception d'un linac comme celui d'EURISOL, de :

- minimiser les risques et les coûts technologiques liés au prototypage de nouveaux systèmes ;
- évaluer les coûts de fonctionnement ;
- acquérir une expérience de conception et de construction d'un linac notamment en relation avec des industriels [72].

Section moyenne énergie

En ce qui concerne la section de moyenne énergie ($0.2 < \beta < 0.5$), nous nous sommes orientés vers des cavités de type « spoke ». Ce choix est dans un premier temps motivé par la possibilité qu'offrent les cavités de type « spoke » de posséder un nombre de cellules accélératrices supérieure à

TAB. 2.8 – *Conception « Linac 1 ». Les deutons atteignent leur énergie finale après douze périodes de la 4e famille.*

Famille	Nb cavités	Nb cryostats	Longueur (m)	Énergie (MeV) D^+	$^3He^{2+}$	H^-
1	18	3	7.84	11.43	19.99	8.25
2	32	4	15.10	52.57	100.24	46.12
3	45	15	44.09	138.85	273.65	129.84
4	64	16	69.77	278.71	633.72	290.87
5	28	7	34.69		995.58	462.07
6	44	11	61.54		2053.24	1015.66
Total	231	56	233.03			

deux, ce qui n'est pas le cas pour des cavités demi-onde fonctionnant à la même fréquence et ayant des performances similaires [73].

En effet, on peut montrer qu'utiliser des cavités demi-onde dans cette gamme d'énergie est synonyme d'une augmentation du nombre de cavités (+18) et de cryomodules (+5) et de la longueur totale du linac (+16 m) par rapport au linac de référence (*cf.* conception « Linac 1 » du Tab. 2.8). Cependant, le plus important à souligner concerne l'énergie des ions après la section 352.2 MHz. En effet, après un parcours presque similaire, l'énergie est de 139 et 274 MeV respectivement pour les deutons et les ions $^3He^{2+}$ contre 170 et 312 MeV concernant le linac de référence avec des cavités « triple spoke ». Par contre, pour les protons, l'énergie après cette section est équivalente dans les deux cas : 130 et 131 MeV.

Ces premiers résultats nous poussent donc à utiliser des cavités « spoke » multi-cellules. D'autres avantages ont également motivé ce choix :

- une dizaine de prototypes dans le monde présentant de bonnes performances accélératrices (*cf.* Tab. 2.9) ;
- une large ouverture faisceau (> 50 mm contre > 30 mm pour les cavités demi-onde) limitant, de fait, la probabilité d'activation des structures ;
- des cavités capables de couvrir une gamme d'énergie suffisante pour les types d'ions considérés (ions légers) et donc très adaptées pour l'application au linac primaire d'EURISOL.

Il faut également souligner que, depuis la première cavité de type « spoke » développée à l'IPN [81], la thématique liée aux activités autour des cavités de type « spoke » a trouvé un fort écho dans le laboratoire. Ainsi, l'IPN dispose de deux prototypes de cavités spoke, auquel s'ajoute un équipement développé dans le but de les tester en se rapprochant le plus possible d'une configuration accélérateur [82] :

- cryostat horizontal de test complètement équipé dédié à l'étude des cavités « spoke » ;
- coupleur de puissance et amplificateur à état solide ;
- système d'accord à froid avec un système bas niveau digital ;

Ainsi l'expérience acquise à l'IPN s'ajoute aux performances de ces cavi-

TAB. 2.9 – *Performances expérimentales des cavités « spoke ». Valeurs moyennes : $E_{acc\ max} = 8\ MV/m$, $E_{pk} = 38\ MV/m$, $B_{pk} = 100\ mT$*

Laboratoires	type de « spoke »	β_g/β_{opt}	$E_{acc\ max}$ (MV/m)	E_{pk} (MV/m)	B_{pk} (mT)	Réf.
IPN Orsay	simple	0.15/0.20	4.77	32	69	[42]
	simple	0.35/0.36	8.15	38	104	[74]
ANL	simple	0.29/0.29	8.46	40	106	[75]
	simple	0.40/0.40	7.57	46	123	[76]
	double	0.40/0.40	8.60	40	79	[77]
	triple	0.50/0.50	7.65	28	88	[78]
	triple	0.63/0.63	8.61	34	104	[79]
LANL	simple	0.175/0.21	7.50	38	99	[80]

TAB. 2.10 – *Conception « Linac 2 ». Les deutons atteignent leur énergie finale après neuf périodes de la 4e famille.*

Famille	Nb cavités	Nb cryostats	Longueur (m)	Énergie (MeV) D^+	$^3He^{2+}$	H^-
1	18	3	7.84	11.43	19.99	8.25
2	32	4	15.10	52.57	100.24	46.12
3	45	15	49.71	173.19	331.21	148.37
4	48	12	49.20	260.33	625.29	244.61
5	28	7	34.06		987.11	462.07
6	44	11	58.68		2046.87	1000.81
Total	215	52	214.59			

tés et conforte notre choix sur les cavités multi-cellules « spoke » comme étant les meilleures candidates pour le projet EURISOL fonctionnant à un gradient accélérateur malgré tout ambitieux de 8 MV/m.

Pour connaître lesquelles des « double spoke » ou « triple spoke » seront les meilleures candidates pour la section de moyenne énergie, le Tab. 2.10 donne les caractéristiques de la conception « Linac 2 » qui prend en compte des cavités de type « double spoke ». On remarque que, par rapport à la conception « Linac 0 » composée de cavités « triple spoke » de même β_{opt}, il n'y a aucune réelle différence entre les deux conceptions que ce soit en termes de nombre de cavités ou de cryostats, en termes de longueur totale ou encore en termes d'énergie. Nous avons décidé de prendre une cavité « triple spoke » pour couvrir la gamme des énergies moyennes.

Section haute énergie

Pour la partie haute énergie du linac, les performances des cavités elliptiques utilisées à SNS [83] et les développements technologiques liés à la collaboration TESLA [27] (notamment dans le traitement des surfaces) qui a permis d'atteindre des gradients accélérateurs supérieurs à 35 MV/m [84] nous incitent à choisir ce type de cavité dans cette gamme d'énergie.

[27] La mission de la collaboration technologique TESLA est la R&D sur la supraconductivité RF pour les accélérateurs afin de satisfaire la grande diversité des applications scientifiques associées, `http://tesla-new.desy.de`.

Cependant, des études récentes concernant la conception de l'accélérateur primaire du projet RIA [28] [85] ont montré qu'il été possible de baser l'accélération des ions sur des cavités « spoke » multi-cellule jusqu'à leur énergie finale [86, 87]. Avant de présenter une étude comparant ces deux possibilités, tentons, dans un premier temps, de mettre en avant les avantages et les inconvénients de telle ou telle conception.

1. *Fréquence de fonctionnement.* Dans notre cas, les cavités « spoke » travaillent à 352.2 MHz tandis que les cavités elliptiques résonent à 704.4 MHz. Fonctionner plus bas en fréquence permet d'avoir une longueur accélératrice effective plus grande pour le même β_{opt}. Par contre, pour le même nombre de cellules, les cavités sont environ deux fois plus grandes : cela limite le nombre de cellules à quatre dans le cas des cavités « spoke » pour garder une longueur raisonable et augmente la probabilité d'un défaut de surface qui pourrait limiter les performances. De plus, d'après les Éqs. 2.155 et 2.156, le saut en fréquence de 352.2 MHz vers 704.4 MHz a pour conséquence de réduire l'efficacité accélératrice des premières cavités elliptiques à cause de la conservation de l'acceptance longitudinale : la valeur de la phase synchrone est en effet ajustée et donc diminuée à la transition pour respecter cette règle. La fréquence de fonctionnement a également un effet sur la résistance de surface ($R_s \propto f^2$, *cf.* Éq. 2.52) ce qui a une influence directe sur la température. Malgré tout, la fréquence de fonctionnement, à elle seule, ne permet pas de dégager un avantage en faveur d'une des deux cavités.
2. *Température de fonctionnement.* À cause d'une plus haute résistance de surface, les cavités elliptiques sont refroidies à 1.9 K. Les cavités « spoke » peuvent fonctionner à 1.9 K ou 4.2 K mais les gradients accélérateurs semblent atteindre les mêmes limites [88]. Même si un fonctionnement subatmosphérique à 1.9 K complique sensiblement l'infrastructure cryogénique, il semble que quelle que soit la température, le coût diffère peu [89] : haute conductivité thermique de l'hélium et fort Q_0 des cavités compensent les coûts de fonctionnement entre les deux températures. De plus, l'hélium superfluide réduit les fluctuations de pression et donc les vibrations microphoniques associées. En effet, grâce a une grande conductivité thermique l'hélium ne bout pas à 1.9 K ce qui n'est pas le cas à 4.2 K : les cavités « spoke », en dissipant de la puissance dans le liquide, provoquent un fort dégagement de vapeur qui peut dégrader la stabilité mécanique du système. Cependant, le comportement mécanique dépend de la forme des cavités qui est un avantage dans le cas des « spoke » et spécialement autour de $\beta 0.5$. Tout comme la fréquence de fonctionnement, la température n'est pas un argument fort ni pour les cavités « spoke » ni pour les cavités elliptiques.
3. *Géométrie des cavités.* De part leur géométrie, les cavités « multi-spoke » sont peu sensibles aux microphonies donc il n'y pas de pro-

[28] RIA (Rare Isotope Accelerator) fut un projet américain mainteneant abandonné visant à produire des faisceaux d'ions radioactifs en combinant les méthode ISOL et « in-flight ». Un projet de même type, FRIB (Facility for Rare Isotope Beams), lui succède et va être construit à MSU.

blème de fonctionnement à 4.2 K. Leur forme leur confère également une certaine robustesse mécanique contrairement aux cavités elliptiques qui ont des tolérances mécaniques très importantes, les erreurs affectant significativement le profil du champ axial. Leur géométrie permet également un fort couplage inter-cellules diminuant le nombre de modes piégés possible lors du passage du faisceau. Par contre, la forme plus compliquée des cavités « spoke » demande une grand quantité de niobium, plus de soudures au faisceau d'électrons et une machinerie plus complexe ce qui a une forte incidence sur le prix de construction. Pour des faisceaux continus comme dans le cas d'EURISOL, la stabilité mécanique[29] est d'une importance moindre que dans le cas d'un fonctionnement pulsé (puisqu'il n'y a presque pas de changement des forces de Lorentz dans la cavité une fois le faisceau établi). Considérant uniquement la forme des cavités, l'avantage revient au cavités « spoke » à cause du fort couplage inter-cellules mais on ne prend alors pas en compte leur coût de fabrication.

4. *Ouverture faisceau.* L'ouverture des tubes faisceau est supérieure à 50 et 70 mm respectivement dans le cas des cavités « spoke » et elliptiques. L'acceptance transverse est donc plus large pour ces dernières.
5. *Performances.* Concernant les champs maximaux de surface, ils ont des valeurs similaires dans la gamme $0.5 < \beta < 0.6$ [90]. Pourtant les cavités elliptiques, grâce à des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} plus faibles, présentent de très forts gradients accélérateurs (pour les mêmes champs maximaux de surface) : des valeurs maximales de 16.4 et 18.7 MV/m pour les cavités β0.61 et β0.81 de SNS [83] et 16 MV/m pour la cavité β0.47 développée pour RIA. Les prototypes spoke (*cf.* Tab. 2.9) ont un champ accélérateur moyen maximal de 8 MV/m.

Après ces quelques considérations, il semble que le critère le plus significatif soit la performance accélératrice des cavités très favorable aux cavités elliptiques.

Le Tab. 2.11 présente les résultats de simulations d'un linac basé sur des cavités « triple spoke » à haute énergie où les gradients ont la valeur ambitieuse de 8 MV/m comme on peut le voir sur la Fig. 2.23 .

Il y a 13 cavités en moins mais 8 cryostats en plus pour la conception basée sur l'utilisation de cavités « triple spoke » à haute énergie (conception « Linac 3 ») par rapport au linac de référence. Il faut néanmoins remarquer qu'il n'y a que cinq familles (les cavités « triple spoke » ayant un encombrement trop important au dessus de $\beta_{opt} = 0.61$, $L_{cav} \geq\sim 1.5\ m$). Il ne s'agit que d'un exemple avec des cavités « triple spoke » jusqu'à l'énergie finale qui montre une solution intéressante et assez compacte jusqu'à $\beta_{opt} = 0.5$: la 4e famille a une longueur de 38 m contre 49 m pour la conception « Linac 0 » pour des énergies de sortie assez similaires.

[29] La stabilité mécanique est de toute façon améliorée par rigidification des parties les plus sensibles quel que soit le type de cavité : « spoke » ou elliptique.

TAB. 2.11 – *Conception « Linac 3 ». Les deutons atteignent leur énergie finale après six périodes de la 4e famille.*

Famille	Nb cavités	Nb cryostats	Longueur (m)	Énergie (MeV) D^+	$^3He^{2+}$	H^-
1	18	3	7.84	11.43	19.99	8.25
2	32	4	15.10	52.57	100.24	46.12
3	30	10	36.98	148.76	284.70	121.99
4	24	8	37.86	250.50	577.85	254.48
5	96	32	168.70		2017.10	901.73
Total	200	57	266.48			

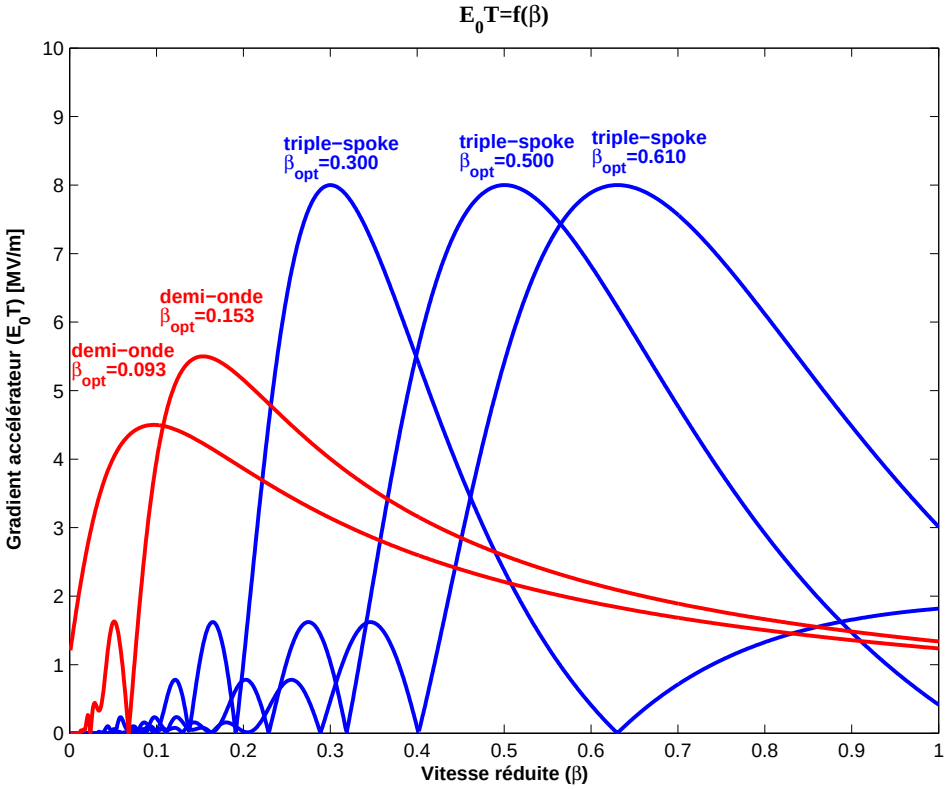

FIG. 2.23 – *Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 3.*

Qu'en est-il d'une solution avec des cavités « triple spoke » jusqu'à $\beta_{opt} = 0.5$ et elliptiques au delà. La conception « Linac 4 » dont les caractéristiques sont présentés dans le Tab. 2.12 et sur la Fig. 2.24 répond à cette question.

Avec la conception « Linac 4 », même si l'on gagne peu en termes de distance (-10 m par rapport à la conception « Linac 0 »), le nombre des cavités est réduit de 25 et celui des cryostats de 6. Il semble donc que cette conception avec des cavités multi-cellule « spoke » jusqu'à $\beta_{opt} = 0.5$ soit le meilleur compromis pour satisfaire les besoins du linac primaire d'EURISOL.

Cependant, nous avons jusque là considéré des valeurs conservatives pour les cavités elliptiques alors que des valeurs ambitieuses de gradients accélérateurs ont été assumées pour les cavités « spoke ». En prenant des

TAB. 2.12 – *Conception « Linac 4 ». Les deutons atteignent leur énergie finale après six périodes de la 4e famille.*

Famille	Nb cavités	Nb cryostats	Longueur (m)	Énergie (MeV) D^+	$^3He^{2+}$	H^-
1	18	3	7.84	11.43	19.99	8.25
2	32	4	15.10	52.57	100.24	46.12
3	30	10	36.98	148.76	284.70	121.99
4	18	6	28.39	250.50	500.187	220.245
5	48	12	54.55		983.10	465.92
6	44	11	61.54		2042.70	1022.12
Total	190	46	204.40			

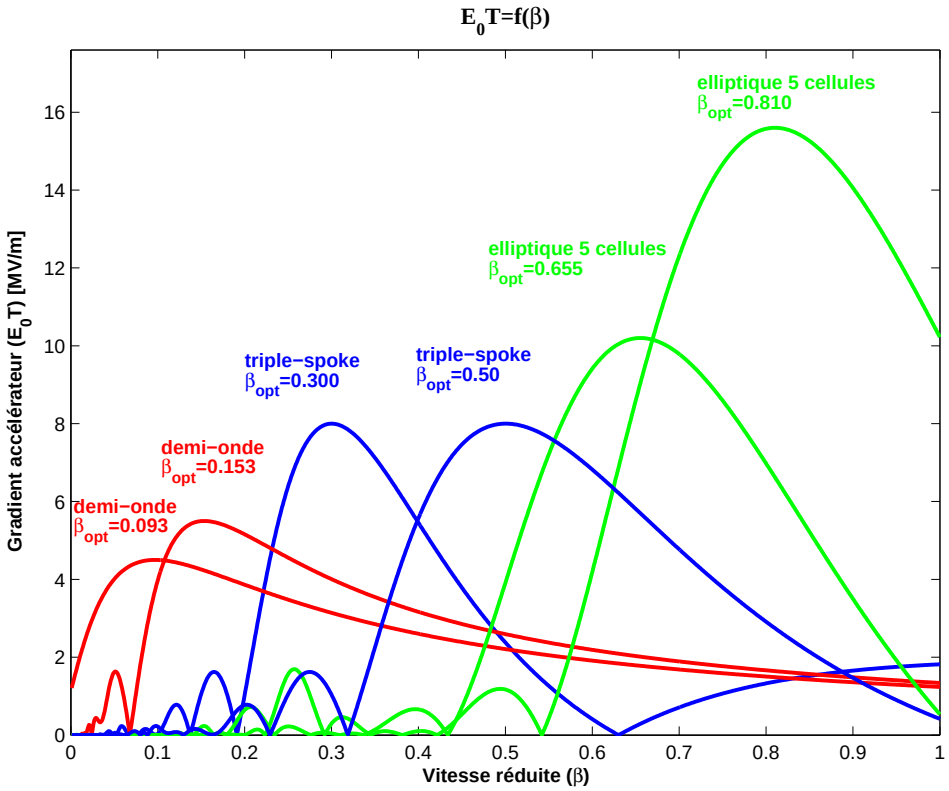

FIG. 2.24 – *Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 4 ».*

valeurs plus ambitieuses pour les cavités elliptiques de 12, 18 et 18 MV/m respectivement pour $\beta_{opt} = 0.512$, 0.655 et 0.81, on obtient des résultats très favorables pour cette conception qui sera celle retenue pour EURISOL.

Conception finale. Structure du linac primaire

Le Tab. 2.13 et la Fig. 2.25 présentent les caractéristiques de la conception « Linac 5 », conception finale qui fige la structure du linac primaire d'EURISOL qui sera composé :

- d'une section 176.1 MHz de basse énergie comprenant 3 cryostats β0.09 et 4 cryostats β0.15 de type SARAF pour un total de 50 cavités ;
- d'une section 352.2 MHz de moyenne énergie comprenant 30 cavités « triple spoke » de $\beta_{opt} = 0.30$ regroupées dans 10 cryostats

TAB. 2.13 – *Conception « Linac 5 ». Les deutons atteignent leur énergie finale après neuf périodes de la 4e famille et les $^3He^{2+}$ après six périodes de la 6e famille (2192.23 MeV sur la totalité du linac) : une période supplémentaire est nécessaire pour que les H^- atteignent leur énergie finale sans modifier leur phase synchrone initiale.*

Famille	Nb cavités	Nb cryostats	Longueur (m)	Énergie (MeV) D^+	$^3He^{2+}$	H^-
1	18	3	7.84	11.43	19.99	8.25
2	32	4	15.10	52.57	100.24	46.12
3	30	10	36.98	148.76	284.70	121.99
4	36	9	36.90	258.93	536.64	236.61
5	36	9	42.27		1349.86	609.00
6	28	7	37.34		2069.65	1016.81
Total	180	42	176.43			

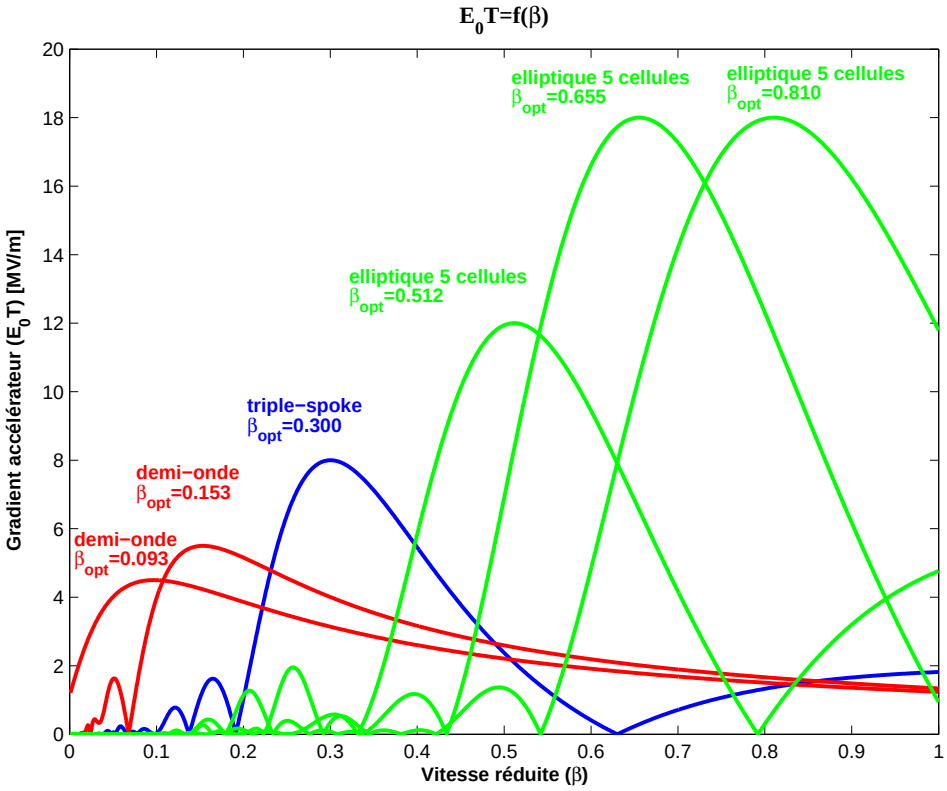

FIG. 2.25 – *Gradients accélérateurs pour la conception « Linac 5 ».*

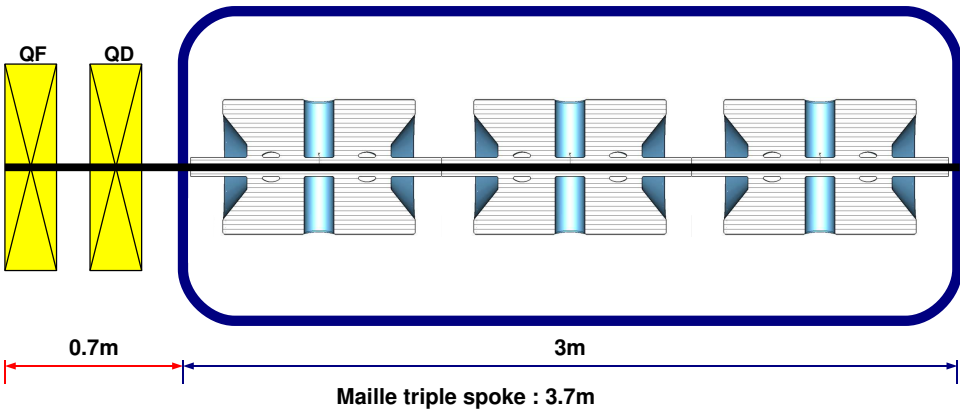

FIG. 2.26 – *Schéma d'une période « triple spoke ».*

avec une focalisation par doublet de quadripôles chauds de type FDO (*cf.* Fig. 2.26 sur laquelle est schématisée une période « triple spoke ») ;
– d'une section 704.4 MHz de haute énergie comprenant 3 familles de cavités 5-cellules elliptiques de $\beta_{opt} = 0.512$, 0.655 et 0.810 regroupées par 4 dans 25 cryostats dont la focalisation est du même type que pour la section de moyenne énergie.

Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord montré comment fournir de l'énergie à un faisceau de particules chargées et comment garder celui-ci autour d'une trajectoire rectiligne de référence : les cavités RF produisent un champ électrique axial qui accélère le faisceau tandis que des éléments magnétiques contrôlent l'extension radiale. Ensuite, la théorie de la supraconductivité RF a été développée et a permis de souligner l'attractivité des cavités supraconductrices dans le cas de faisceaux continus de forte intensité comme les faisceaux de l'accélérateur primaire d'EURISOL. Finalement, après avoir introduit les notions de base relatives à la dynamique des faisceaux dans les linacs, le choix des cavités a été présenté et les premières simulations de dynamique des faisceaux ont permis de figer la structure accélératrice du linac. On a notamment démontré que les cavités de type « triple spoke » de $\beta_{opt} = 0.30$ fonctionnant à 352.2 MHz étaient une solution très intéressante pour la section de moyenne énergie. Leur conception constitue le corps du chapitre suivant.

Étude d'une cavité de type « triple spoke »

3

Sommaire

3.1 Conception électromagnétique 93
3.1.1 Performances visées 93
3.1.2 Forme de base. Points de départ 93
3.1.3 Stratégie de conception 96
3.1.4 Remarques sur la convergence des valeurs 96
3.1.5 Conception électromagnétique 99
3.2 Étude mécanique 119
3.2.1 Tenue au vide 119
3.2.2 Modes mécaniques 119
3.3 Méthode pour l'accord en fréquence 121
Conclusion 125

Dans le chapitre précédent, nous avons mis en évidence la structure du linac primaire d'EURISOL faisant apparaître une section de moyenne énergie basée sur l'utilisation de cavités de type « triple spoke » résonant à 352.2 MHz pour un gradient accélérateur de 8 MV/m à $\beta_{opt} = 0.3$. L'étude menée dans le présent chapitre consiste donc à définir les caractéristiques HF et mécaniques de cette cavité en vu d'un futur prototypage qui devra démontrer les performances visées et établies par simulations numériques. Avant de donner les résultats mécaniques, nous allons donc dans un premier temps présenter les étapes de simulations qui nous ont permis d'établir une conception électromagnétique complète.

3.1 Conception électromagnétique

La conception électromagnétique de la cavité « triple spoke » a été menée avec le logiciel MICROWAVE STUDIO (MWS) [40]. Chaque étape de calcul sera présentée dans cette section pour finalement fournir un résumé des caractériques HF de la cavité. Au préalable, il nous semble nécessaire de mettre en avant les performances visées et leurs conséquences sur la conception ainsi que de souligner les points essentiels qui constituent la stratégie de conception.

3.1.1 Performances visées

La conception électromagnétique d'une cavité supraconductrice consiste à optimiser la géométrie afin de minimiser le rapport des champs maximaux de surface sur le gradient accélérateur. Dans notre cas, on vise un gradient nominal de 8 MV/m. En se laissant une marge de 25 % sur cette valeur, soit $E_{acc,max} = 10\ MV/m$, et en tablant sur des champs maximaux de surface de 50 MV/m et 100 mT pour le champ électrique et l'induction magnétique respectivement, alors les rapports pour la conception doivent vérifier :

$$\frac{E_{pk}}{E_{acc}} \leq 5 \tag{3.1}$$

et :

$$\frac{B_{pk}}{E_{acc}} \leq 10\ mT/(MV/m). \tag{3.2}$$

Remarquons qu'à la vue des valeurs du Tab.2.9, la valeur de E_{pk} paraît ambitieuse tandis que 100 mT pour B_{pk} est une valeur plus couramment atteinte. Nous parions, il est vrai, sur de fortes valeurs de champs de surface.

3.1.2 Forme de base. Points de départ

La forme géométrique de départ est une cavité cylindrique centrée en $(0,0,0)$ dans un repère orthonormé (x,y,z) dont la hauteur est confondue avec l'axe $\hat{z}$: la direction longitudinale (rappelons qu'il s'agit de la trajectoire rectiligne de référence que suivent les particules). Trois barres, tout d'abord de forme cylindrique, prennent place à l'intérieur de cette cavité :

- deux barres dont la hauteur est confondue avec l'axe $\hat{x}$ situées à $z = -\beta_{opt}\lambda_{RF}/2$ (barre gauche) et $z = +\beta_{opt}\lambda_{RF}/2$ (barre droite) ;
- une barre centrale dont la hauteur est confondue avec l'axe $\hat{y}$ située à $z = 0$.

Au niveau des flasques, c'est-à-dire des parties frontales de la cavité, on choisit une forme réentrante comme on le distingue sur la Fig. 3.1 . Ainsi, les tubes faisceau joindrons le corps de la cavité à $z = -(3/4)\beta_{opt}\lambda_{RF}$ et $z = +(3/4)\beta_{opt}\lambda_{RF}$ pour le tube gauche et droit respectivement et le corps de la cavité proprement dit, sans les tubes faisceau, s'étendra de $-\beta_{opt}\lambda_{RF} < z < +\beta_{opt}\lambda_{RF}$. Notons que la longueur des tubes faisceau est fixée à 150 mm, soit trois fois leur ouverture, ce qui permet d'annuler complètement la composante z du champ électrique sur l'axe. Ainsi, si l'on note $E_{z,max}$ la composante longitudinale maximale du champ électrique sur l'axe de la cavité, la composante longidudinale sur l'axe prend les

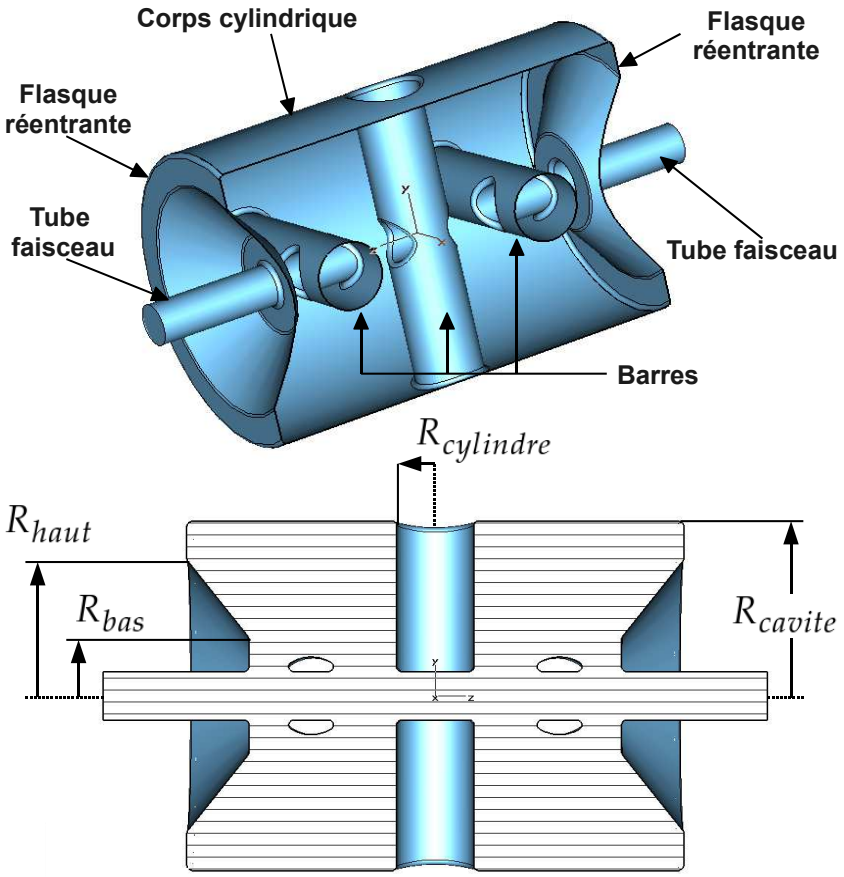

FIG. 3.1 – *Vue de l'intérieur de la cavité dans sa forme initiale (en haut) et coupe dans le plan (x, z) (en bas). Avec, en mm, $R_{cavite} = 180$, $R_{haut} = 140$, $R_{bas} = 60$ et $R_{cylindre} = 40$, la cavité résone à 350 MHz.*

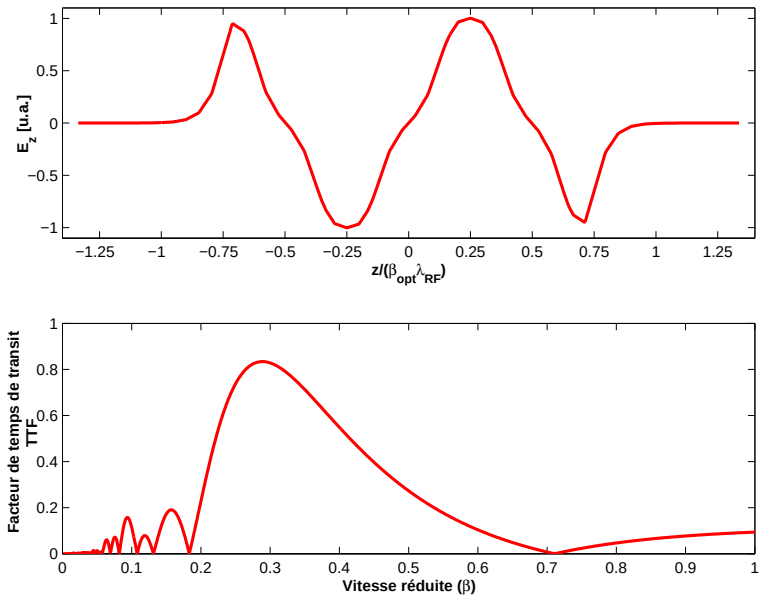

FIG. 3.2 – *Profil de E_z sur l'axe (en haut) et facteur de temps de transit pour la cavité présentée sur la Fig. 3.1 (en bas).*

valeurs : $0.7 \times |E_{z,max}|$ au début (côté flasque), $1.6 \cdot 10^{-3} \times |E_{z,max}|$ au milieu et $< 1 \cdot 10^{-7} \times |E_{z,max}|$ à la fin du tube faisceau (pour la cavité présentée sur la Fig. 3.1).

Le choix de la forme réentrante permet d'assurer une amplitude de champ électrique similaire dans tous les espaces accélérateurs et de garantir un TTF maximal autour d'une vitesse réduite de 0.3 c'est-à-dire d'avoir effectivement $\beta_{opt} = 0.3$ (*cf.* Fig. 3.2).

Concernant la longueur $\beta_{opt}\lambda_{RF}$, de valeur numérique $\simeq 255.5\ mm$, on remarque que c'est elle qui fixe toutes les dimensions longitudinales.

Après une première simulation, on voit sur la Fig. 3.3 que le champ électrique se concentre sur les éléments proches de l'axe faisceau. C'est donc à ce niveau-là, sur les flasques et sur les barres, que se concentrera notre attention pour diminuer le rapport E_{pk}/E_{acc}. La Fig. 3.4 nous montre, quant à elle, que le champ magnétique est le plus présent autour de la jonction barre-corps cylindrique. On optimisera donc le rapport B_{pk}/E_{acc} en jouant dans ces zones sur les géométries.

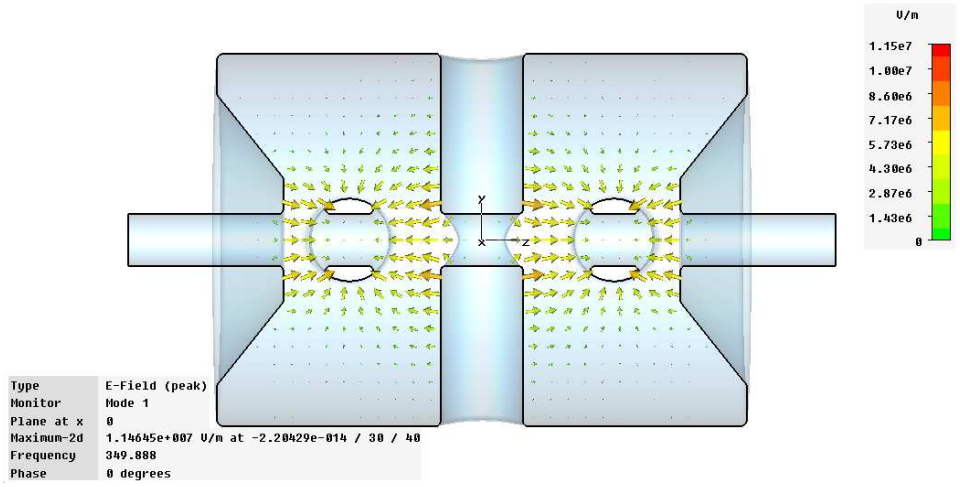

FIG. 3.3 – *Champs électriques dans le plan* (x, z).

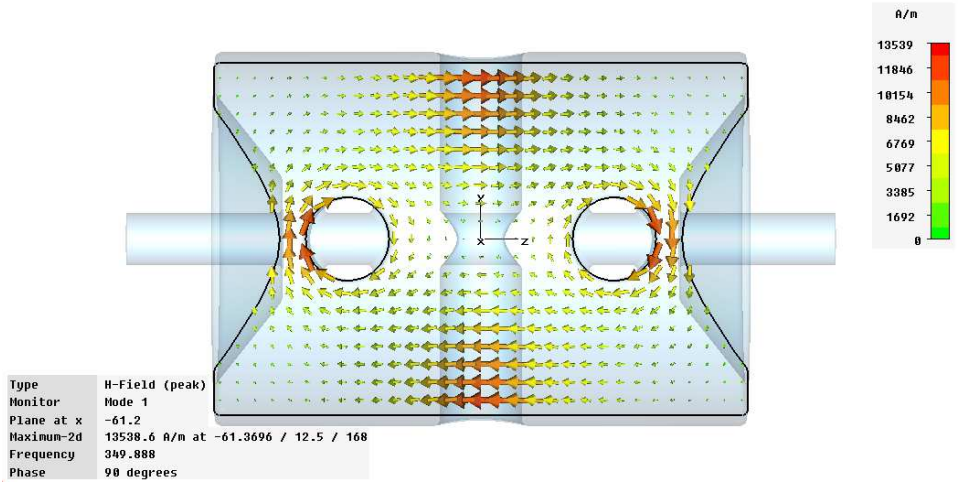

FIG. 3.4 – *Champs magnétiques dans le plan* (x, z) *pour* $x = 60\ mm$.

Nous savons à présent quels sont les objectifs de la conception électromagnétique. Nous avons également construit une forme géométrique de départ à partir de laquelle les difficultés de la simulation ont été ciblées. Il nous reste donc à établir une stratégie de conception et présenter nos résultats.

3.1.3 Stratégie de conception

La stratégie de conception pour la cavité « triple spoke » se décompose en trois étapes.

1. *Étape 1.* À l'aide d'un maillage grossier (1 *cm* maximum par maille), on désire affiner la forme de départ afin de déterminer la forme optimale des barres et des flasques. Ainsi, on obtient des valeurs moyennes pour la géométrie qui constituent la base d'une étude plus complète définie dans la prochaine étape.
2. *Étape 2.* On définit et on liste, dans un premier temps, tous les paramètres géométriques susceptibles d'avoir une influence sur les champs de surface. On suit ensuite la méthode établit par le diagramme de la Fig. 3.5 jusqu'à une taille de maille suffisante pour être dans une zone de convergence des valeurs auxquelles on attribue un fort taux de confiance (*cf.* paragraphe 3.1.4). On obtient alors une géométrie finale pour la cavité.
3. *Étape 3.* À partir de la forme finale, on résume tous les paramètres HF de la cavité en assumant une certaine valeur de la résistance résiduelle de surface et pour un fonctionnement à 4 *K*.

3.1.4 Remarques sur la convergence des valeurs

Observons les Figs. 3.6 et 3.7 où sont reportées les valeurs des rapports E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} en fonction de la longueur maximale d'une maille calculées sur une barre latérale, la barre centrale ou sur la cavité toute entière pour une géométrie quelconque.

Le premier point à mentionner est le fait qu'il existe une zone de convergence des valeurs à partir d'une taille de maille inférieure au *cm*. Au-delà du *cm*, les valeurs de E_{pk}/E_{acc} sont largement sous-estimées tandis que les valeurs de B_{pk}/E_{acc} sont largement sur-estimées. En dessous d'une taille de 5 *mm* apparaît une zone de confiance même s'il existe un point qui prend une valeur extrême sur les deux graphiques.

Une deuxième remarque concerne la disparité des valeurs calculées sur une composante de la cavité (ici une des barres) et sur la cavité toute entière. Pour la géométrie étudiée dans ce paragraphe, on sait que le champ électrique se concentre sur les barres latérales tandis que la valeur maximale du champ magnétique se trouve sur la barre centrale. Sur les deux graphiques, on voit qu'une fois dans la zone de confiance, l'écart entre les valeurs est *quasi* constant et vaut environ 5 % sur toute cette plage. Du fait de cette écart faible et afin d'accélérer les calculs, il convient donc d'effectuer les simulations sur une composante uniquement.

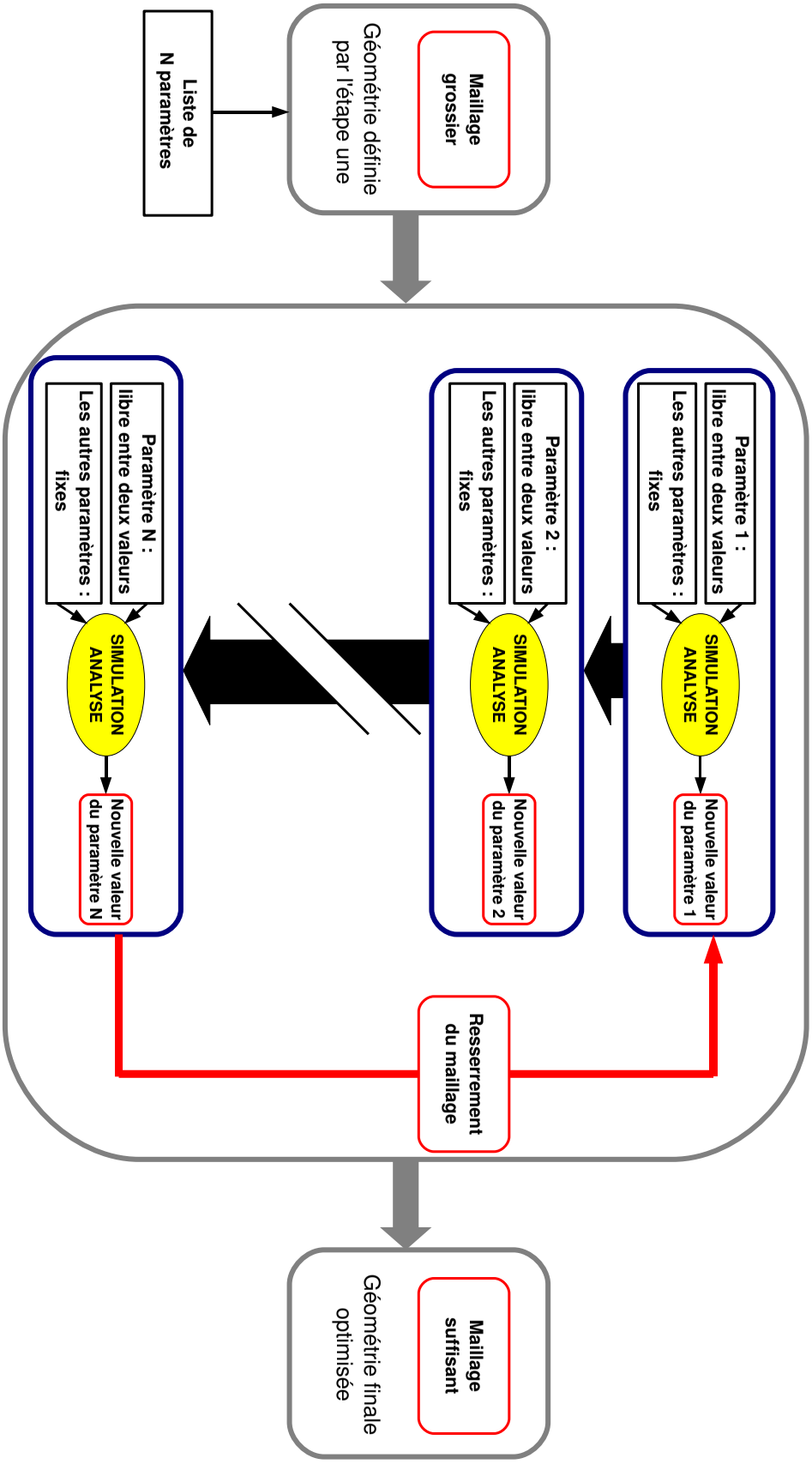

FIG. 3.5 – *Diagramme établissant la stratégie de conception de l'étape 2.*

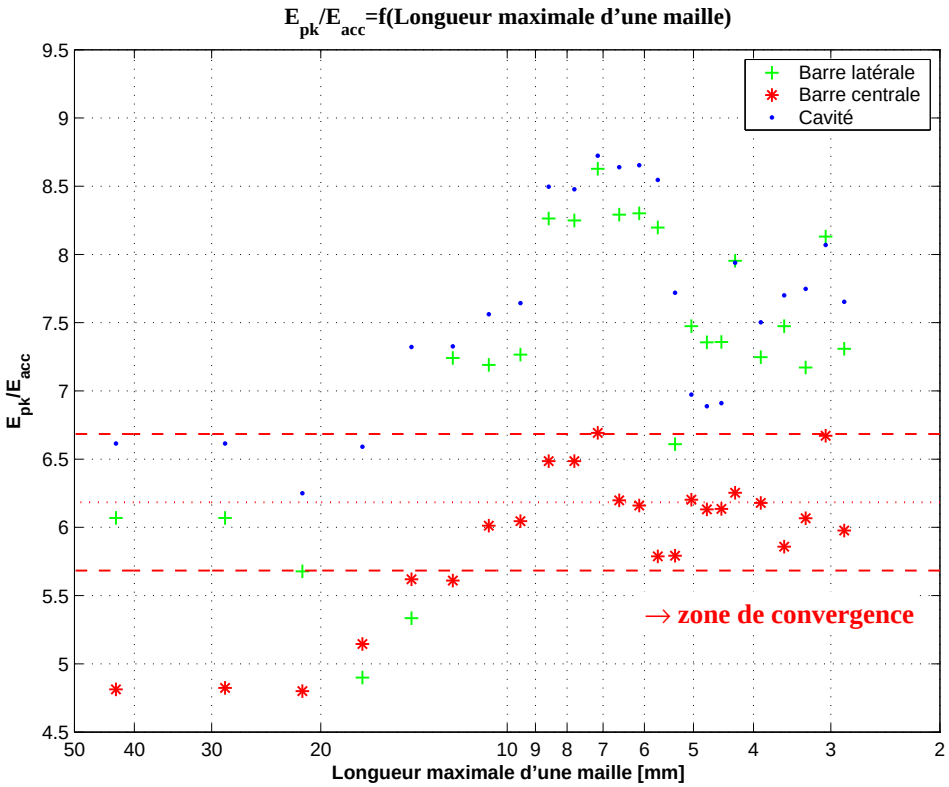

FIG. 3.6 – *Rapport E_{pk}/E_{acc} en fonction de la taille d'une maille.*

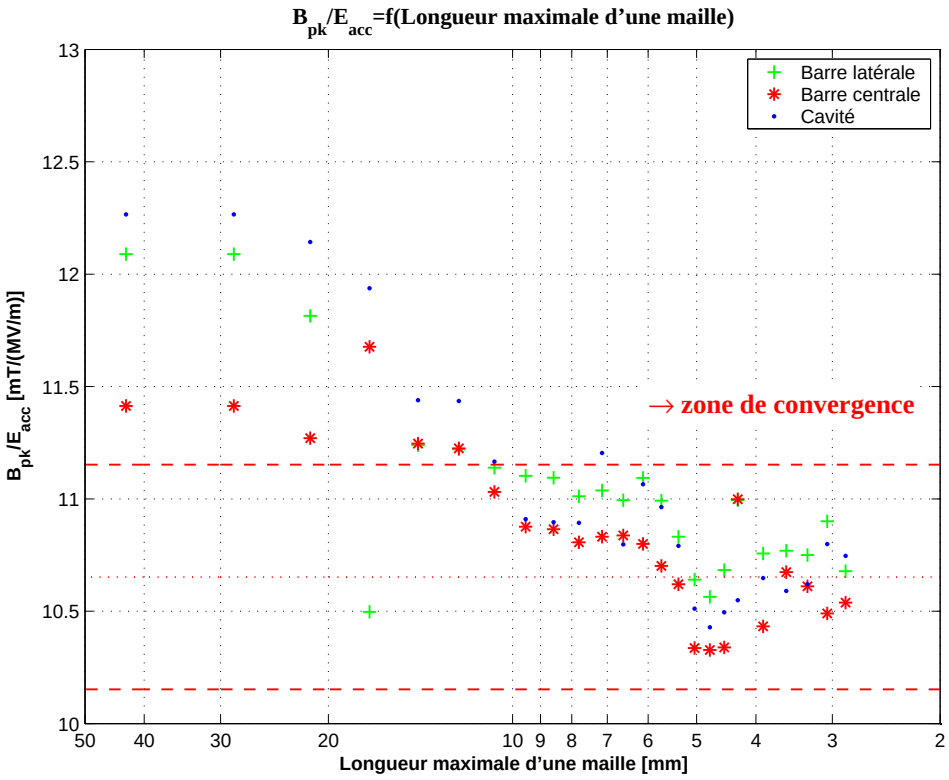

FIG. 3.7 – *Rapport B_{pk}/E_{acc} en fonction de la taille d'une maille.*

On retiendra enfin que tous les points (barre latérale, barre centrale ou cavité) suivent le même profil en fonction de la longueur d'une maille qui, de fait, rend possible la comparaison de plusieurs géométries même si l'on ne se trouve pas dans la zone de confiance en considérant bien sûr un maillage identique.

3.1.5 Conception électromagnétique

Étape 1

Flasques

Tout d'abord, nous avons voulu définir une forme pour les flasques en gardant la même géométrie cylindrique pour les barres ($R_{cylindre} = 40\ mm$) et pour une cavité de même rayon ($R_{cavite} = 180\ mm$) comme cela a déjà été présenté. Une forme complètement ronde a été choisie pour cette partie de la cavité ; d'une part, parce qu'elle assure une certaine stabilité mécanique et, d'autre part, parce que cela limite à deux le nombre de degrés de liberté que constituent les paramètres R_{haut} et R_{bas} (*cf.* Fig.3.8).

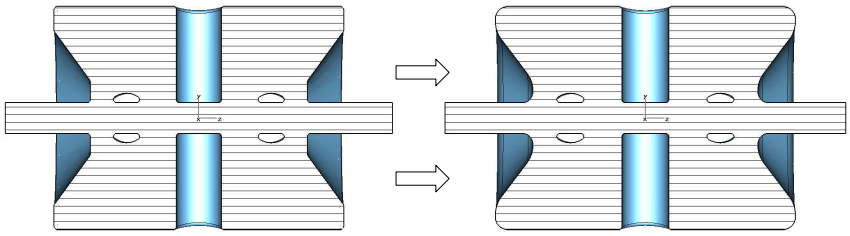

FIG. 3.8 – *Vers une forme ronde pour les flasques.*

Dans ce qui suit, nous avons fait varier R_{haut} sur neuf valeurs entre 90 et 170 mm et ceci pour six valeurs fixes de R_{bas} entre 40 et 90 mm. Nous présentons donc les résultats de 54 simulations sur les Figs. 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13 et 3.14 [1].

Si l'on observe tout d'abord les valeurs de B_{pk}/E_{acc}, on remarque que :
- ces valeurs augmentent linéairement pour tout R_{bas} avec R_{haut} mais restent proche de leur valeur moyenne (pente très faible) ;
- elles augmentent également avec R_{bas} sur les flasques, en moyenne sur toute une gamme de R_{haut}, mais restent relativement identiques sur la cavité en considérant la même variation ;
- les valeurs sur les flasques sont très en-deçà des valeurs calculées sur toute la cavité.

De ces points, on retiendra que la géométrie des flasques n'a que très peu d'influence sur les valeurs maximales du rapport B_{pk}/E_{acc} et ce sont donc les valeurs de E_{pk}/E_{acc} qui vont déterminer le choix de la géométrie pour cette zone de cavité.

En ce qui concerne les valeurs du rapport E_{pk}/E_{acc}, on remarque immédiatement sur tous les graphiques qu'elles sont fortement influencées

[1] Dans ce chapitre, les courbes d'ajustement (polynomial ou exponentiel) des données simulées qui apparaissent sur les figures sont celles qui ont donné les meilleurs résidus (méthode des moindres carrés).

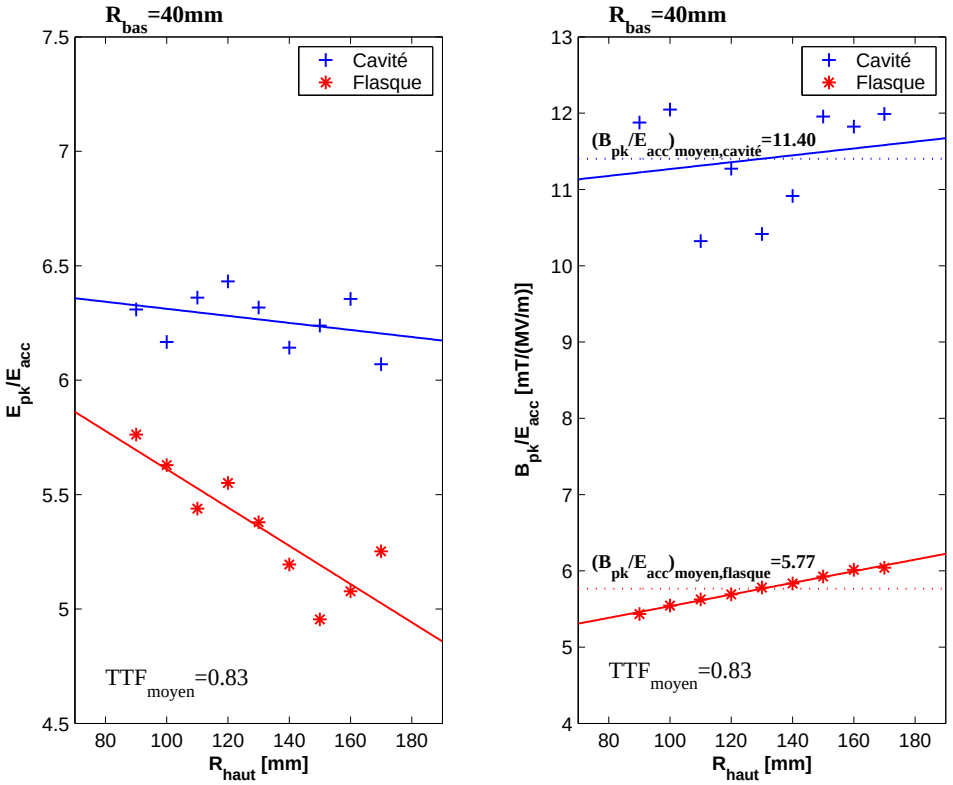

FIG. 3.9 – *Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} (gauche) et B_{pk}/E_{acc} (droite) pour R_{bas} = 40 mm en fonction de R_{haut}.*

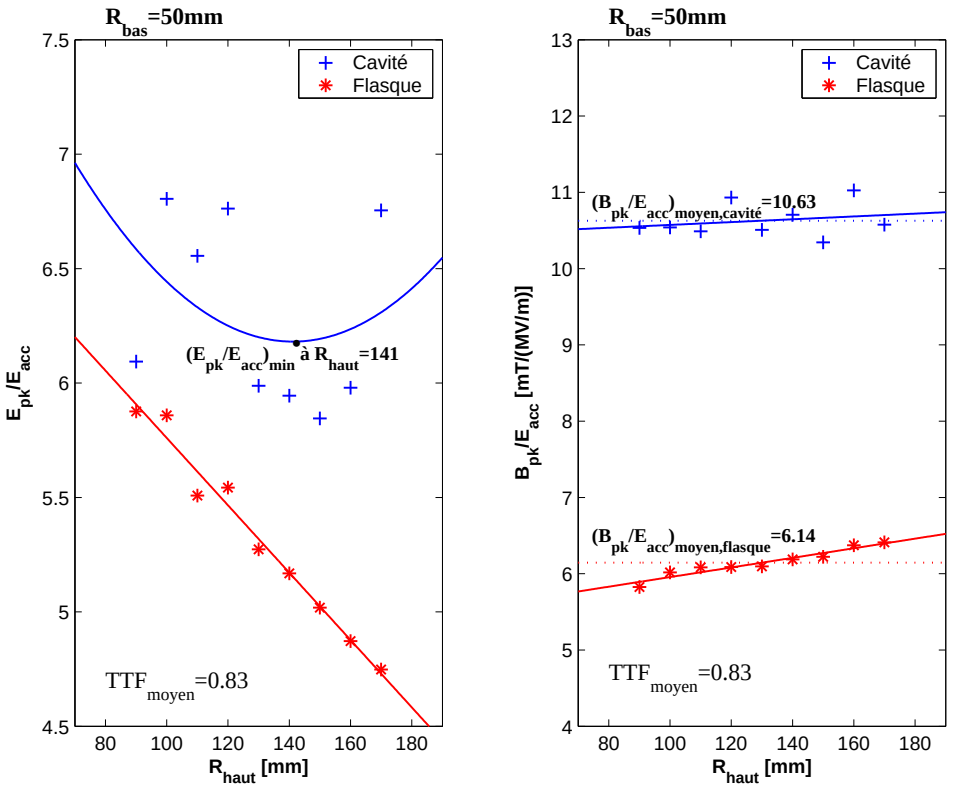

FIG. 3.10 – *Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} (gauche) et B_{pk}/E_{acc} (droite) pour R_{bas} = 50 mm en fonction de R_{haut}.*

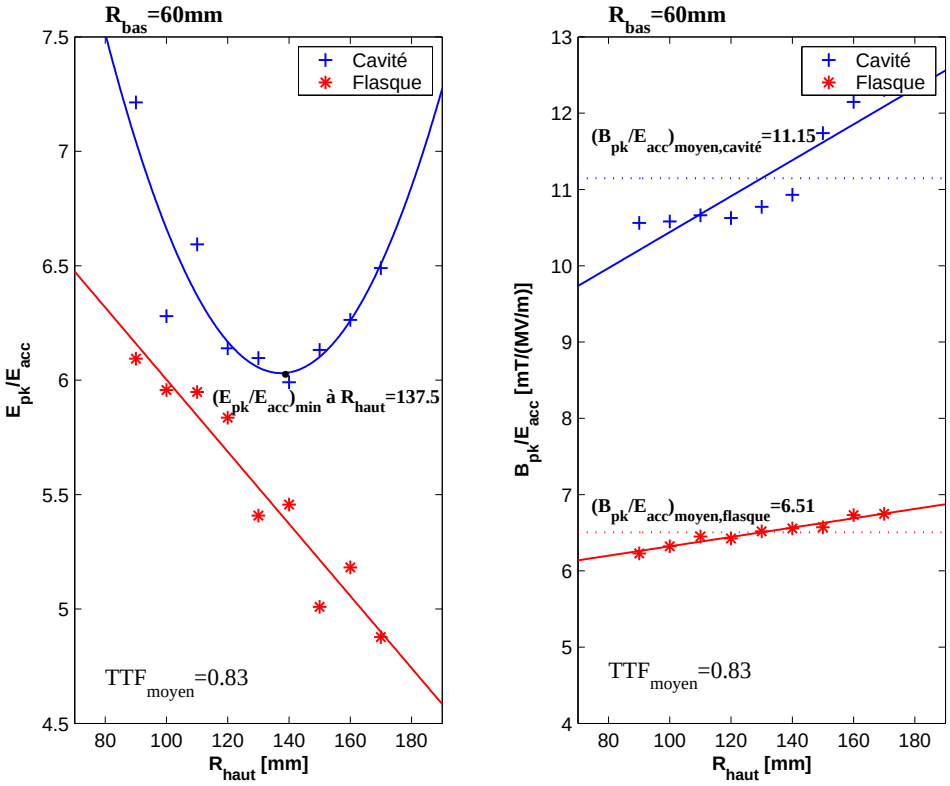

FIG. 3.11 – *Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} (gauche) et B_{pk}/E_{acc} (droite) pour R_{bas} = 60 mm en fonction de R_{haut}.*

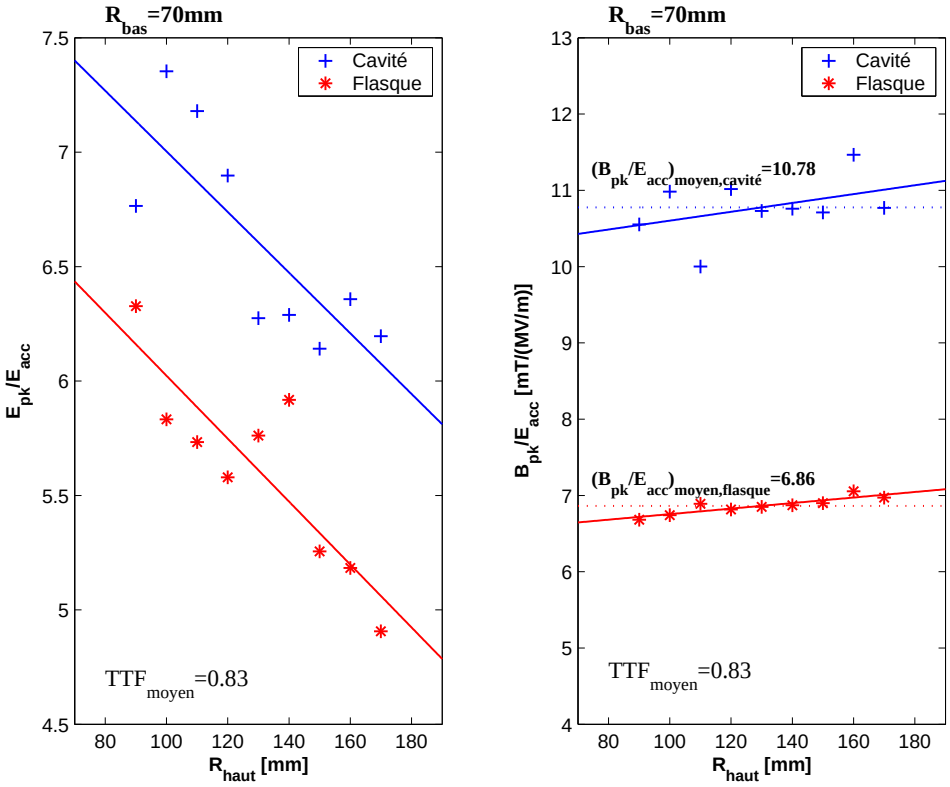

FIG. 3.12 – *Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} (gauche) et B_{pk}/E_{acc} (droite) pour R_{bas} = 70 mm en fonction de R_{haut}.*

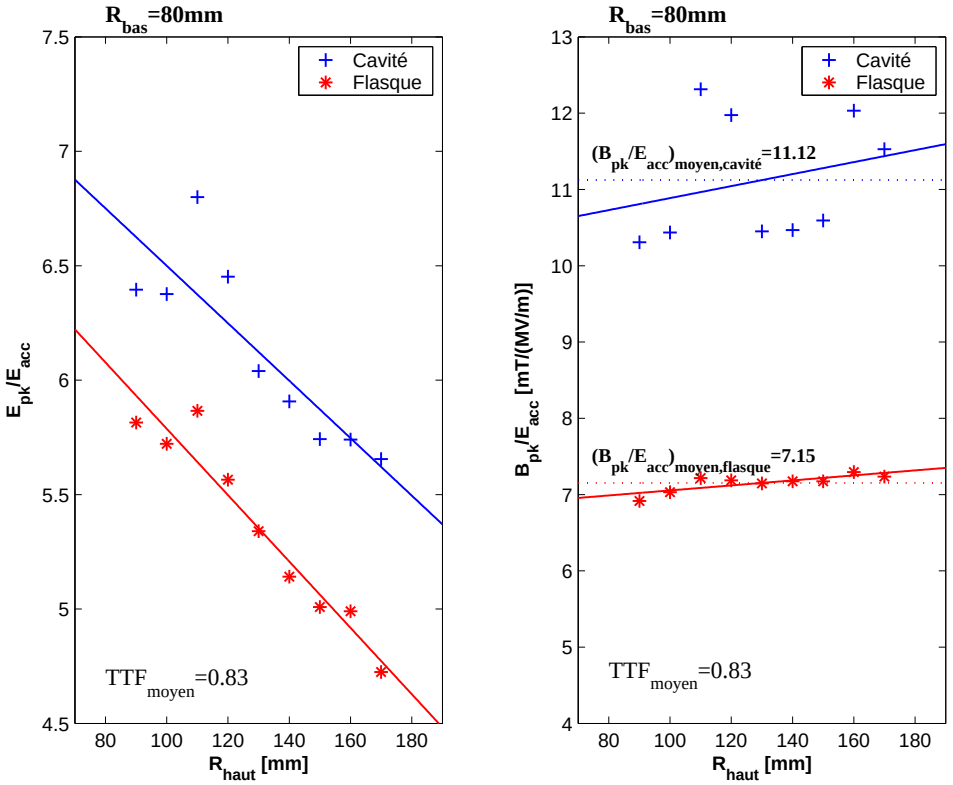

FIG. 3.13 – *Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} (gauche) et B_{pk}/E_{acc} (droite) pour R_{bas} = 80 mm en fonction de R_{haut}.*

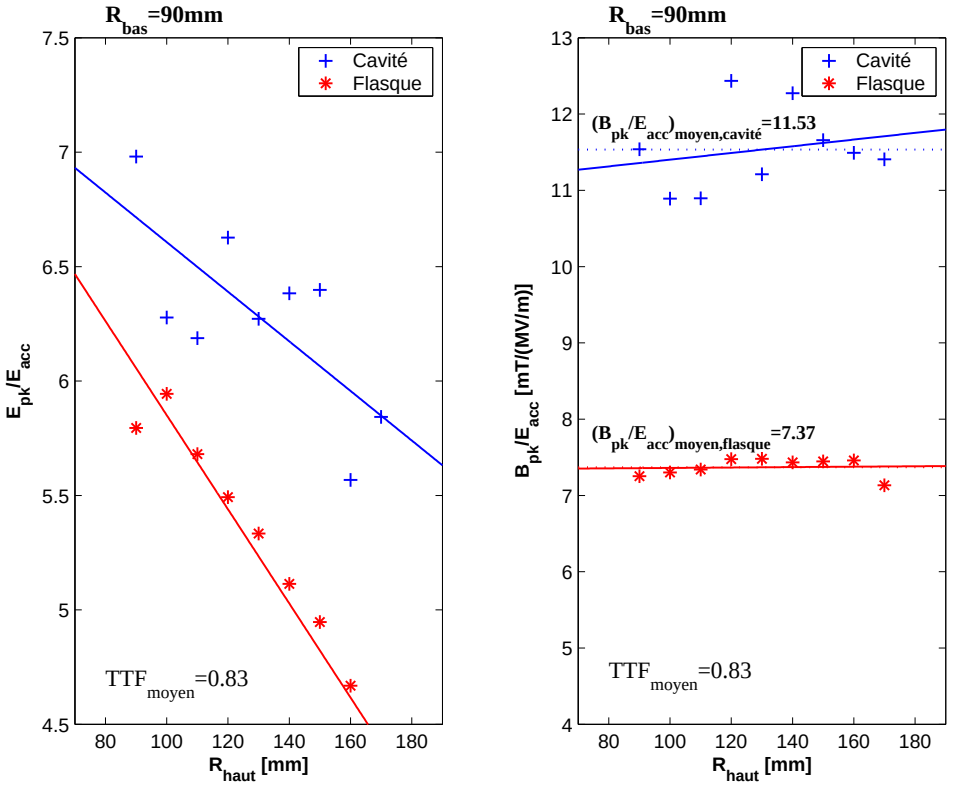

FIG. 3.14 – *Variation des rapports E_{pk}/E_{acc} (gauche) et B_{pk}/E_{acc} (droite) pour R_{bas} = 90 mm en fonction de R_{haut}.*

que ce soit par une variation de R_{bas} ou une variation de R_{haut}. Les valeurs sur les flasques restent en dessous des valeurs sur la cavité que l'on regarde donc prioritairement. Dans tous les cas, le minimum du rapport prend une valeur proche de 6. Pour des raisons mécaniques (forme la plus ronde possible), nous ne retiendrons pas les valeurs trop élevées de R_{haut} ou trop basses de R_{bas} qui alors donnent une forme « pointue » aux flasques. Notre choix s'est donc porté sur $R_{bas} = 60\ mm$ à R_{haut} proche de 140 mm où les valeurs sont confinées autour d'un minimum.

On a donc, en fonction de la dimension principale de référence R_{cavite}, dans la direction transverse : $R_{bas} = 0.33R_{cavite}$ et $R_{haut} = 0.78R_{cavite}$.

Dans les calculs qui viennent d'être présentés, une taille maximale de 10 mm par maille sur toute la cavité a été considérée. À présent, nous nous intéressons à la géométrie des barres pour lesquelles ont été prises en compte des mailles de 10 mm maximum sur la cavité et fixes de 10 mm au niveau des barres sur lesquelles on sait que se concentrent et le champ électrique et le champ magnétique. Cela représente environ 170 000 mailles sur $1/8^e$ de la surface interne de la cavité considérée pour les simulations [2].

Barres.

C'est tout d'abord sur la partie proche de l'axe faisceau que s'est portée notre attention et c'est pourquoi seuls les rapports de E_{pk}/E_{acc} ont été relevés. À ce niveau, nous avons considéré deux géométries : une géométrie oblongue dite aussi « race-track » et une géométrie elliptique. Pour une cavité avec $R_{cavite} = 200\ mm$ [3], la géométrie considérée s'étend, dans la direction $\hat{x}$ pour les barres latérales et dans la direction $\hat{y}$ pour la barre centrale, jusqu'à $2/3R_{cavite}$. À leurs extremités, se trouve un cylindre de 40 mm de rayon pour une hauteur de 30 mm relié à la forme oblongue ou elliptique par un objet dont on a fixé le lissage [4] à une valeur de 0.1. Les Figs. 3.15 et 3.16 nous donnent un aperçu de la géométrie considérée pour les barres dans leur forme oblongue et elliptique respectivement tandis que la Fig. 3.17 fournit une définition des paramètres l_{long} et l_{trans} pour ces formes. Pour chaque option, on a fait varier l_{trans} entre 60 et 210 mm pour des valeurs fixes de l_{long} entre 30 et 80 mm.

En moyenne, sur toute une gamme de l_{trans}, les valeurs les plus faibles de champs électriques s'observent pour $l_{long} = 40\ mm$ pour les deux géométries. Ainsi, comparons sur les Figs. 3.18 et 3.19 les valeurs de E_{pk}/E_{acc} pour l_{long} fixé à 40 mm. On remarque qu'il y a une variation beaucoup plus importante des données simulées dans le cas de la forme elliptique. Ainsi, même si les minima (représentés par un point plein sur les courbes d'ajustement) sont plus faibles, une confiance plus grande est accordée à l'ajustement (exponentiel d'ordre 2) dans le cas oblong. On note, de plus, que ces minima sont localisés autour de $l_{trans} = 90\ mm$ ce qui facilite notre

[2] Tous les plans (y,z), (x,z) et (x,y) sont des plans de symétrie magnétique sur lesquels la composante transverse du champ magnétique s'annule. Ainsi, les calculs sur $1/8^e$ de la cavité sont suffisants.

[3] Le paramètre R_{cavite} est ajusté après chaque étape de simulation pour retrouver une valeur de fréquence autour de 350 MHz.

[4] Le lissage est une fonction incluse dans MWS qui permet de créer des objet liant deux surfaces, avec des formes plus ou moins lisses, paramétrée entre 0 et 1 (0 correspondant à un objet sans lissage).

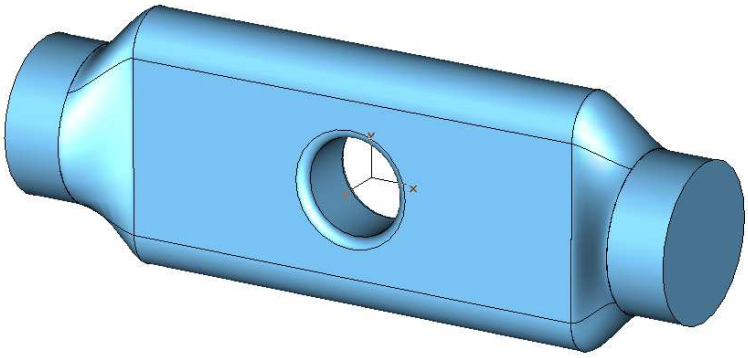

FIG. 3.15 – *Aperçu de la forme oblongue des barres au niveau de l'axe faisceau.*

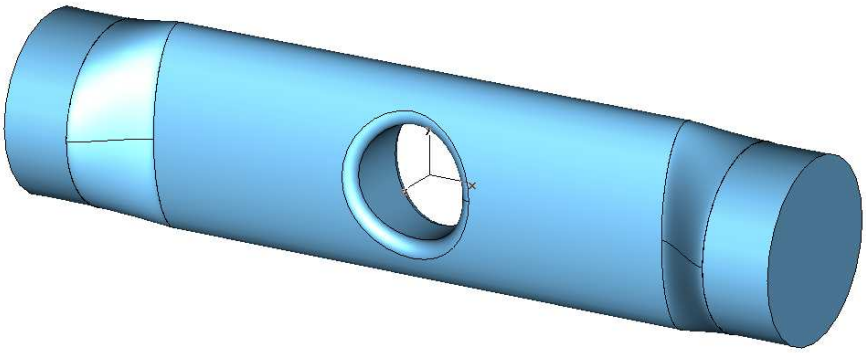

FIG. 3.16 – *Aperçu de la forme elliptique des barres au niveau de l'axe faisceau.*

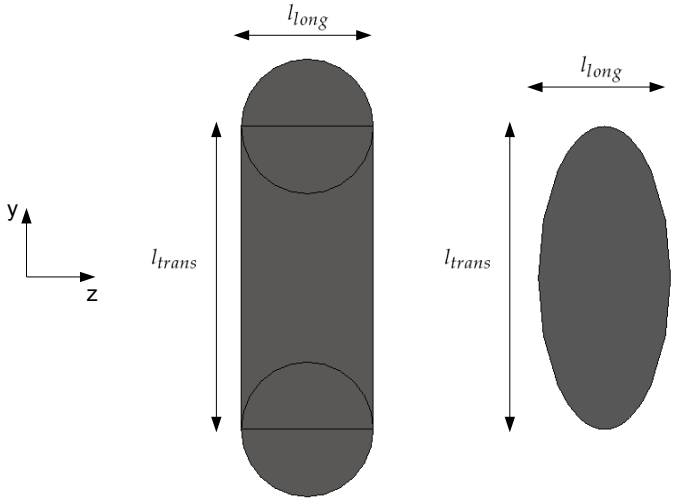

FIG. 3.17 – *Coupe dans le plan (y, z) d'une barre latérale au niveau de l'axe faisceau montrant la forme oblongue (à gauche) ou elliptique (à droite). On définit également sur cette figure les paramètres l_{long} et l_{trans}.*

choix. Finalement, on choisit une forme oblongue pour la zone des barres située près de l'axe faisceau avec $l_{long} = 40\ mm$ et $l_{trans} = 90\ mm$.

Après avoir optimisé la forme des barres au niveau de l'axe faisceau, on s'est interessé à la géométrie des barres au niveau de leurs jonctions au corps cylindrique. Pour $R_{cavite} = 180\ mm$, la forme oblongue déjà optimisée s'étend sur $-60\ mm < x < +60\ mm$ pour les barres latérales et $-60\ mm < y < +60\ mm$ pour la barre centrale tandis que la forme à optimiser a une hauteur de 60 mm à partir de la jonction au corps cylindrique de la cavité. Chacune de ces parties se joint, comme précédemment, par un lissage d'une valeur de 0.1.

Comme avant, ce sont sur des formes oblongues et elliptiques que s'est portée notre attention. Deux orientations se sont offertes pour la géométrie oblongue : une géométrie oblongue transverse et une géométrie oblongue longidudinale. Un aperçu des différentes options est donné sur les Figs. 3.20, 3.21 et 3.22 et les paramètres pris en compte sont définis sur la Fig. 3.23. On a donc voulu trouver tout d'abord la meilleure orientation en simulant plusieurs géométries dont les résultats sont présentés dans le Tab. 3.1. Outre des valeurs de E_{pk}/E_{acc} plus faibles dans le cas d'une orientation transverse, c'est sur les valeurs de B_{pk}/E_{acc} que les différences sont les plus nettes : en moyenne, les valeurs de B_{pk}/E_{acc} sont de 10.99 pour la forme oblongue longitudinale contre 8.46 seulement pour la barre oblongue transverse (5.45 contre 4.62 pour E_{pk}/E_{acc}). Ces différences nous conduisent donc à étudier l'option oblongue transverse pour la comparer à une option elliptique.

Tab. 3.1 – *Valeurs de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} pour différentes géométries oblongues et des orientations tranverse ou longidudinale.*

		Forme oblongue transverse		Forme oblongue longitudinale	
r_{long} (mm)	r_{trans} (mm)	E_{pk}/E_{acc}	B_{pk}/E_{acc} $(mT/(MV/m))$	E_{pk}/E_{acc}	B_{pk}/E_{acc} $(mT/(MV/m))$
60	100	4.98	8.68	5.57	11.23
80	100	4.53	8.73	5.51	12.63
100	100	5.89	7.85	5.47	11.22
80	120	4.46	8.74	5.57	10.54
80	80	5.40	8.29	5.12	9.31

Après quelques simulations qui ont permis de déterminer une zone de recherche pour ces deux options, les investigations se sont conduites autour de :

- $75 < r_{trans} < 105\ mm$ et $75 < r_{long} < 105\ mm$ pour l'option elliptique ;
- $100 < r_{trans} < 140\ mm$ et $50 < r_{long} < 150\ mm$ pour l'option oblongue transverse.

Nous avons remarqué que le comportement des rapports de champs était sensiblement similaire quel que soit r_{trans} en fonction de r_{long} pour les deux options. Les valeurs suivent une courbe parabolique avec un minimum autour de $r_{long} = 85\ mm$ et $r_{long} = 100\ mm$ pour le rapport E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} respectivement concernant la forme elliptique et $r_{long} = 90\ mm$

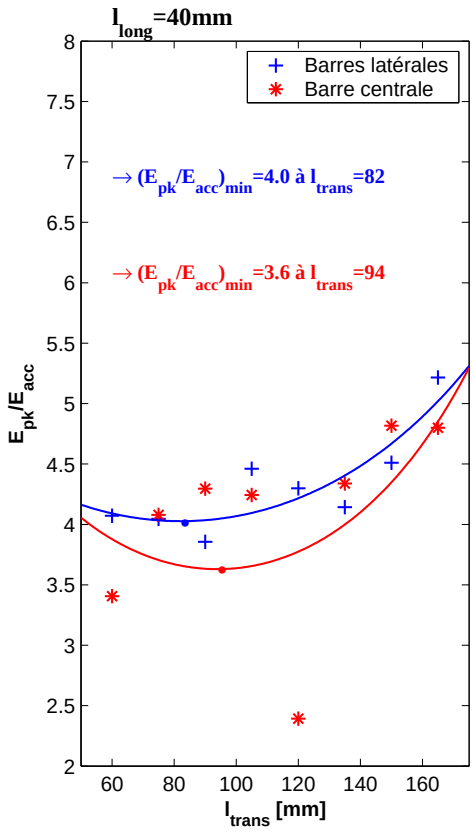

FIG. 3.18 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} pour une forme oblongue près de l'axe faisceau pour $l_{long} = 40$ mm en fonction de l_{trans}.*

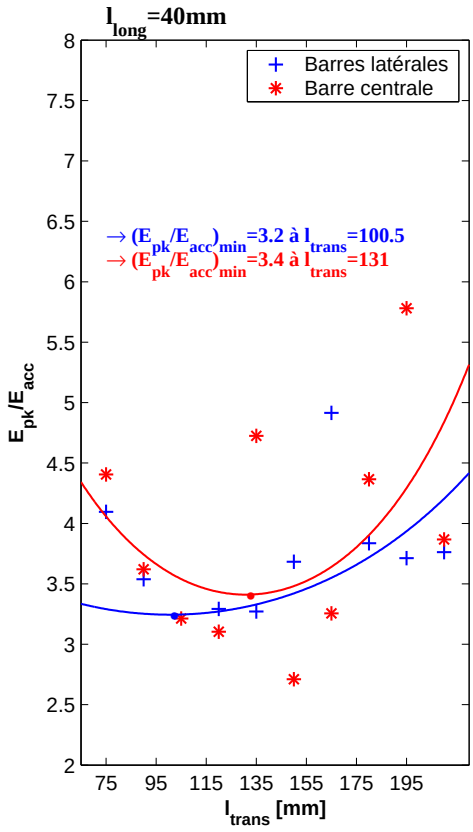

FIG. 3.19 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} pour une forme elliptique près de l'axe faisceau pour $l_{long} = 40$ mm en fonction de l_{trans}.*

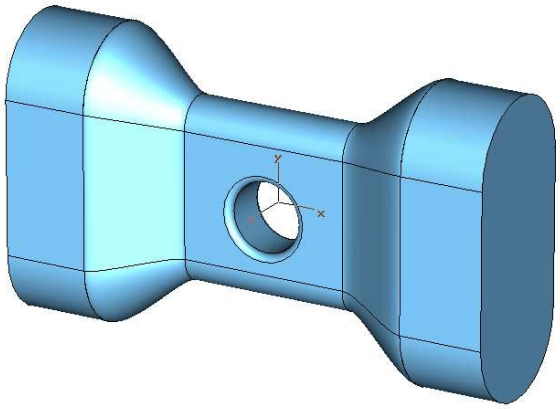

FIG. 3.20 – *Aperçu de la forme oblongue transverse des barres au niveau de la jonction au corps cylindrique.*

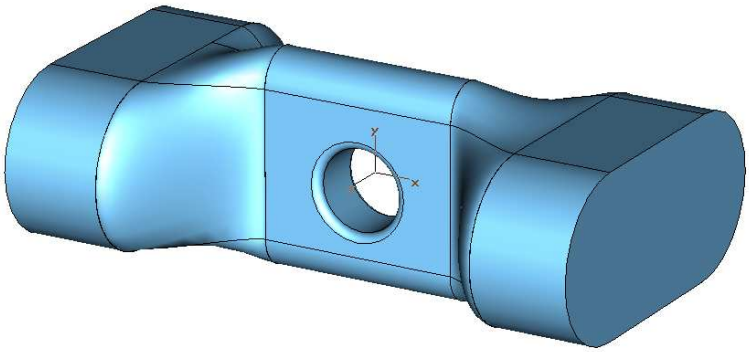

FIG. 3.21 – *Aperçu de la forme oblongue longidudinale des barres au niveau de la jonction au corps cylindrique.*

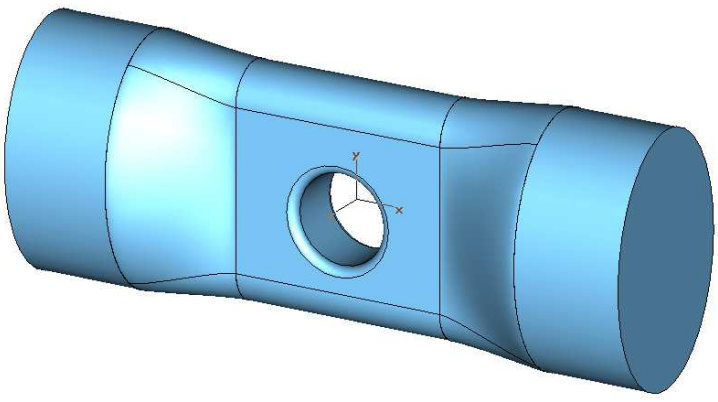

FIG. 3.22 – *Aperçu de la forme elliptique des barres au niveau de la jonction au corps cylindrique.*

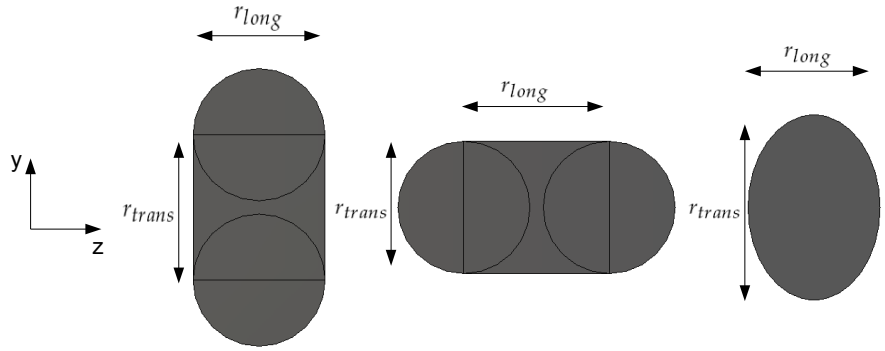

FIG. 3.23 – *Coupe dans le plan (y, z) d'une barre latérale au niveau de la jonction au corps cylindrique montrant la forme oblongue transverse (à gauche), oblongue longitudinale (au milieu) et elliptique (à droite). On définit également sur cette figure les paramètres r_{long} et r_{trans}.*

et $r_{long} = 120\ mm$ pour le rapport E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} respectivement concernant la forme oblongue transverse. Ces minima sont les plus bas dans le cas de $r_{long} = 60\ mm$ et $r_{long} = 110\ mm$ pour l'option elliptique et oblongue. Les Figs. 3.24 et 3.25 de la page 109 représentent les valeurs des rapports de champs pour ces deux options.

En examinant ces deux figures, on remarque que le minimum du rapport E_{pk}/E_{acc} est légérement supérieur à 4.5 dans le cas elliptique alors qu'il est très proche de 4.25 dans le cas oblong. De même, concernant le champ magnétique, le minimum du rapport, pour la forme elliptique, est un peu supérieur à 12 $mT/(MV/m)$ alors qu'il passe sous la barre des 11 $mT/(MV/m)$ pour l'autre option (valeurs prises sur la courbe d'ajustement). Suite à ces observations, on se tourne encore une fois vers une option oblongue pour l'extremité des barres : on choisit $r_{trans} = 110\ mm$ pour $r_{long} = 105\ mm$ (point médian entre les deux minima des rapports de champs).

Un dernier point concernant la géométrie des barres concerne la hauteur que prend chaque forme oblongue, proche de l'axe faisceau et au niveau de la connexion avec le corps cylindrique de la cavité, par rapport au rayon de la cavité ($R_{cavite} = 200\ mm$). On a donc fait varier deux paramètres (*cf.* Fig. 3.26) : tout d'abord $l_{barre,faisceau}$ pour $l_{barre,base} = 60\ mm$ puis $l_{barre,base}$ pour la valeur optimisée de $l_{barre,faisceau}$. La première série de simulations pour ces paramètres est reportée sur la Fig. 3.27. Un ajustement exponentiel d'ordre -1 a été effectué pour les valeurs E_{pk}/E_{acc} tandis que la trop grande disparité des données pour B_{pk}/E_{acc} n'a pu permettre un ajustement suffisamment fiable. On note que le champ électrique diminue fortement lorsque les valeurs de $l_{barre,faisceau}$ augmentent : à partir de $l_{barre,faisceau} < 63.5\ mm$, les valeurs passent sous le seuil de 5 qui, rappelons-le, est notre limite. Le rapport pour le champ magnétique

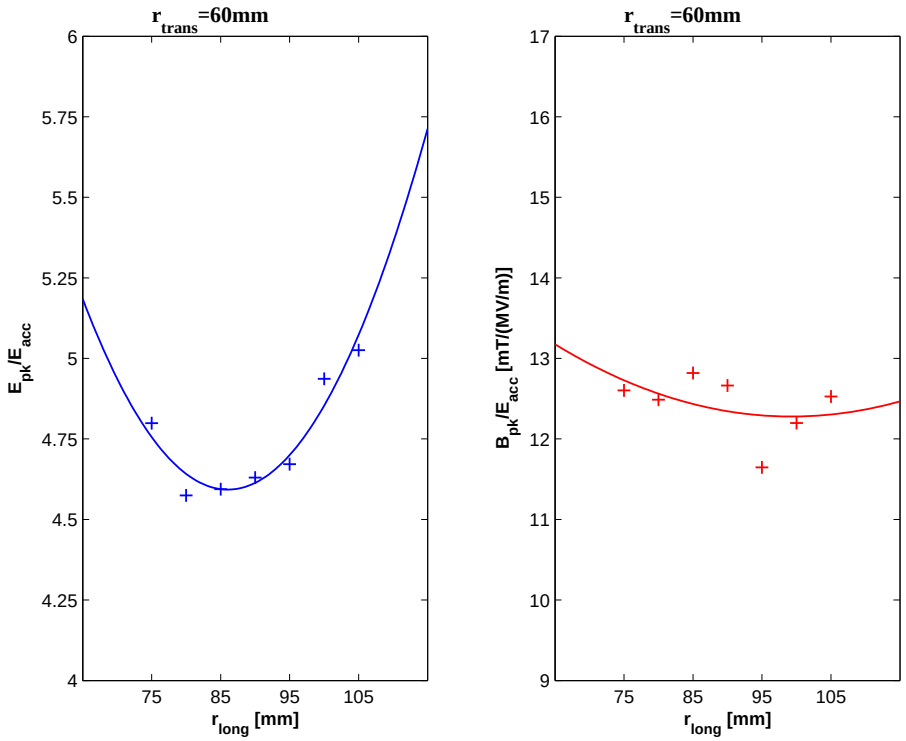

FIG. 3.24 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} (à gauche) et B_{pk}/E_{acc} (à droite) pour une forme elliptique près de la jonction au corps cylindrique de la cavité pour $r_{trans} = 60$ mm en fonction de r_{long}.*

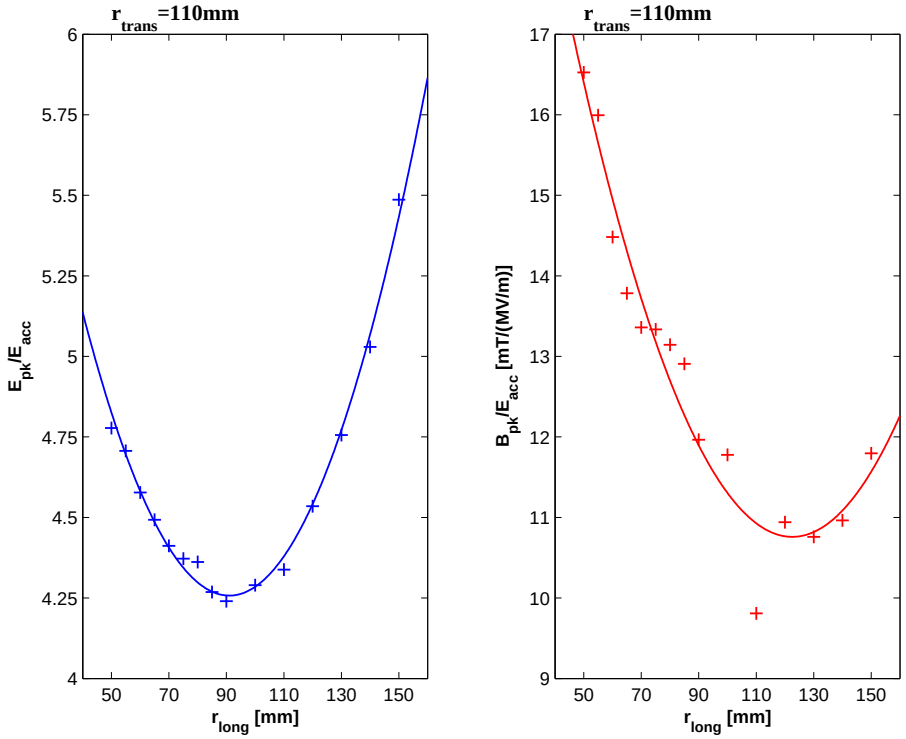

FIG. 3.25 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} (à gauche) et B_{pk}/E_{acc} (à droite) pour une forme oblongue transverse près de la jonction au corps cylindrique de la cavité pour $r_{trans} = 110$ mm en fonction de r_{long}.*

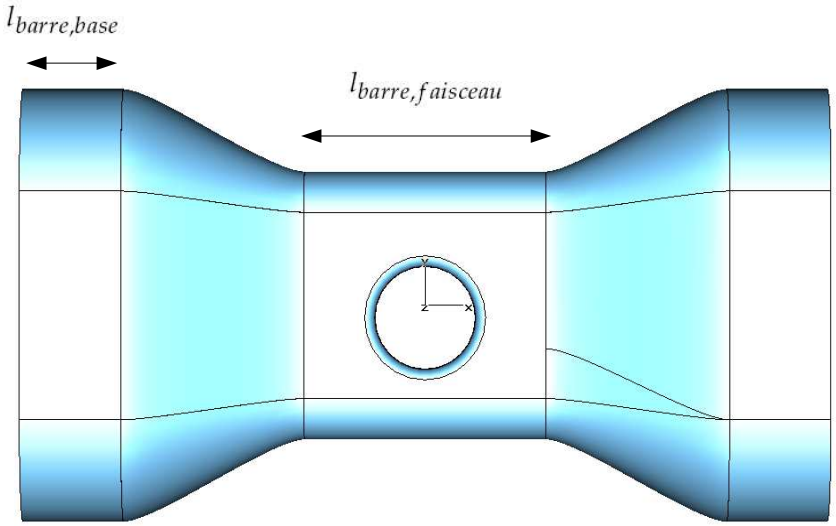

FIG. 3.26 – *Vue d'une barre précisant les param 'etres* $l_{barre,base}$ *et* $l_{barre,faisceau}$.

s'établit autour d'une valeur de 10 $mT/(MV/m)$ dans toute la gamme de $l_{barre,faisceau}$. Ces observations nous pousseraient donc à choisir une valeur élevée de $l_{barre,faisceau}$. Cependant, afin de limiter les surfaces parallèles en vis-à-vis et donc s'affranchir le plus possible du phénomène de « multipacting », nous choisissons de nous placer relativement proche de la limite de $E_{pk}/E_{acc} < 5$ avec $l_{barre,faisceau} = 70\ mm$ en espérant que le paramètre $l_{barre,base}$ joue un rôle prépondérant sur les valeurs des rapports de champs. Ainsi, la Fig. 3.28 représente la variation de ces rapports pour $l_{barre,faisceau}$ optimisée à 70 mm en fonction de $l_{barre,base}$ et leur ajustement parabolique. On remarque que le rapport B_{pk}/E_{acc} est fortement influencé par la variation de $l_{barre,base}$ et prend une valeur minimale de 9.48 $mT/(MV/m)$ pour $l_{barre,base} = 33.5\ mm$ tandis que $E_{pk}/E_{acc} = 4.66$ au même point.

L'étape 1 est donc une étape primordiale pour l'optimisation de la géométrie de la cavité, en vu de la prochaine étape, qui a permis de fixer les valeurs des six paramètres résumées dans le Tab. 3.2.

Avant de continuer l'optimisation électromagnétique de la géométrie de la cavité « triple spoke », il semble nécessaire de discuter des valeurs des rapports des champs maximaux de surface sur le gradient accélérateur. En effet, on remarque que ces derniers prennent des valeurs se situant au-dessous de nos objectifs de 5 pour E_{pk}/E_{acc} et de 10 $mT/(MV/m)$ pour B_{pk}/E_{acc} dans les simulations que nous avons déjà présentées. Or, la variation des paramètres géométriques a un fort impact sur la fréquence de résonance de la cavité. Ainsi, on a $f = 392\ MHz$ pour la dernière géométrie présentée. En réajustant le rayon de la cavité, R_{cavite}, pour que la fréquence soit à 350 MHz, les valeurs des rapports deviennent les suivants :

- $E_{pk}/E_{acc} = 5.47$;
- $B_{pk}/E_{acc} = 11.31\ mT/(MV/m)$.

Cette remarque montre que l'analyse des données simulées permet de

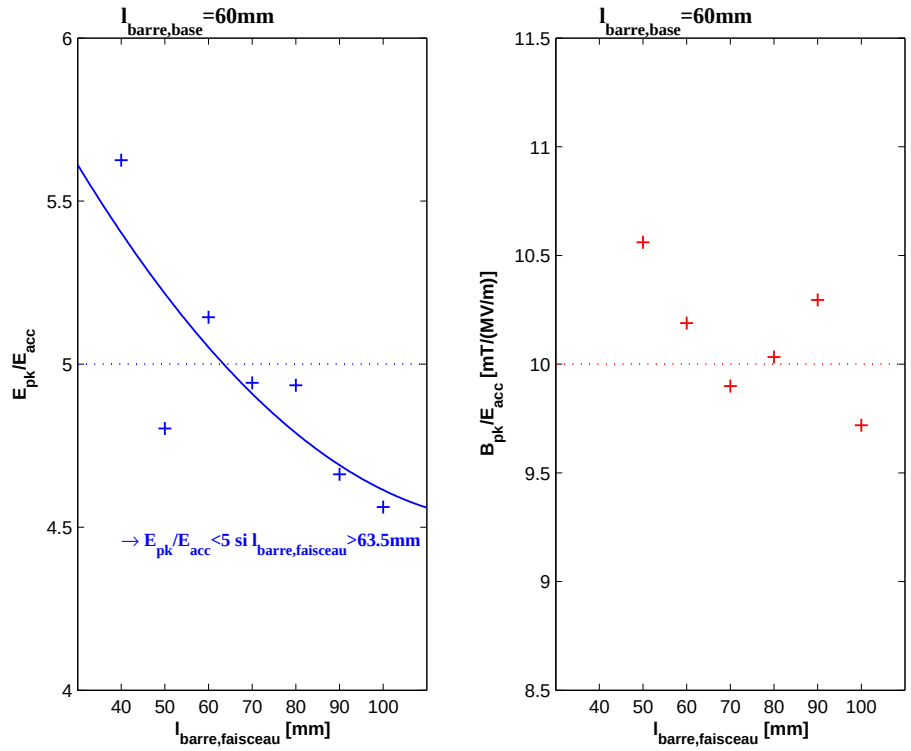

FIG. 3.27 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} (à gauche) et B_{pk}/E_{acc} (à droite) en fonction de $l_{barre,faisceau}$ entre 40 et 100 mm pour $l_{barre,base}$ fixée à 60 mm.*

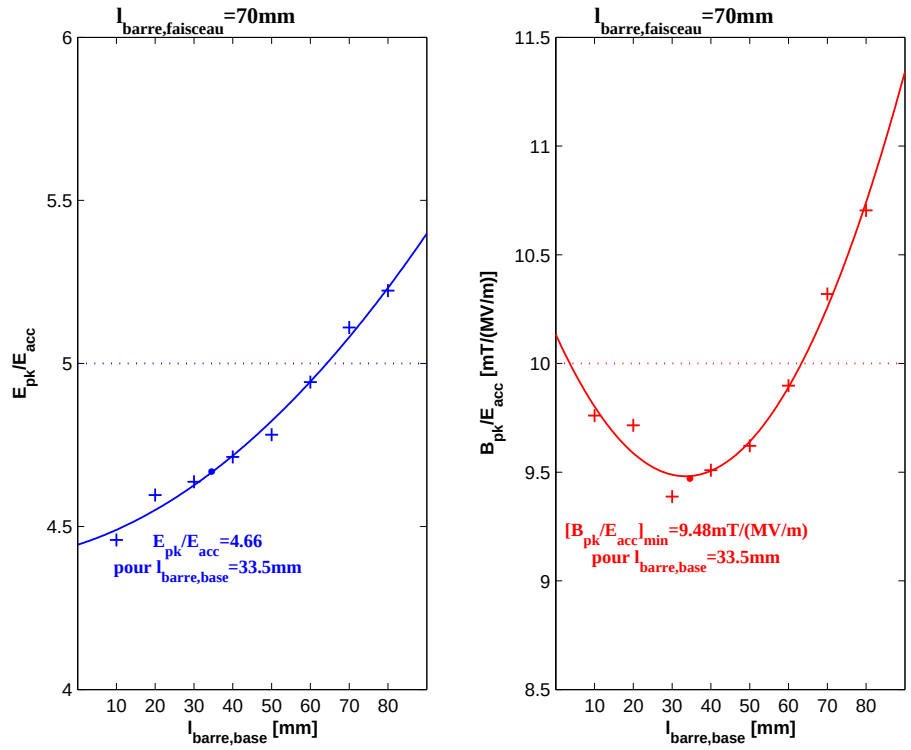

FIG. 3.28 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} (à gauche) et B_{pk}/E_{acc} (à droite) en fonction de $l_{barre,base}$ entre 10 et 80 mm pour $l_{barre,faisceau}$ optimisée à 70 mm.*

trouver les meilleurs paramètres géométriques (en choisissant par exemple les minima des ajustements paraboliques) mais peut tromper le lecteur avec des rapports se situant en dessous des objectifs. On tient donc ici à souligner le fait que ces valeurs remontent très souvent au-dessus des objectifs fixés dès lors que la fréquence est réajustée à 350 MHz.

Tab. 3.2 – *Valeurs optimisées des paramètres aprés l'étape 1.*

Paramètres	Dimension
R_{haut}	$0.78R_{cavite}$
R_{bas}	$0.33R_{cavite}$
l_{long}	40 mm
l_{trans}	90 mm
r_{long}	105 mm
r_{trans}	110 mm
$l_{barre,faisceau}$	$0.35R_{cavite}$
$l_{barre,base}$	$0.17R_{cavite}$

Étape 2

Paramètres (anciens et nouveaux) pris en compte

L'étape 1 nous a permis de construire une géométrie globale de la cavité « triple spoke » avec six paramètres. D'autres paramètres sont susceptiples d'avoir une influence directe sur E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc}. Ainsi, le Tab. 3.3 dresse un inventaire des paramètres pris en compte dans l'étape 2. À l'issu de l'étape 1, certains paramètres sont maintenant figés. Il s'agit de :

- l_{long} et l_{trans} pour toutes les barres ;
- $l_{barre,faisceau}$ et $l_{barre,base}$ pour toutes les barres ;
- r_{trans} et r_{long} pour les barres latérales uniquement.

Tab. 3.3 – *Paramètres (anciens et nouveaux) pris en compte dans l'étape 2.*

R_{haut}	*idem* étape 1
$r_{trans,central}$	*idem* étape 1 mais uniquement pour la barre centrale
$r_{long,central}$	*idem* étape 1 mais uniquement pour la barre centrale
l_{ajust}	longueur ajoutée à $\beta_{opt}\lambda_{RF}/4$ qui augmente la profondeur des flasques
$l_{demi-cell}$	longueur ajoutée à $\beta_{opt}\lambda_{RF}/4$ qui augmente la dimension des cellules accélératrices latérales

Dans la suite ne sont présentés que les résultats des dernières simulations où la taille maximale d'une maille varie de 1 à 10 mm sur la cavité et est fixée à 5 mm sur les barres ce qui représente environ 300 000 mailles sur $1/8^e$ de la surface interne de la cavité. Encore pour cette étape, on focalise notre attention sur les champs électriques et magnétiques au niveau des barres où les valeurs atteintes sont les plus fortes comme le démontrent les Figs. 3.29 et 3.30 sur lesquelles on peut observer la densité d'energie électrique et magnétique respectivement.

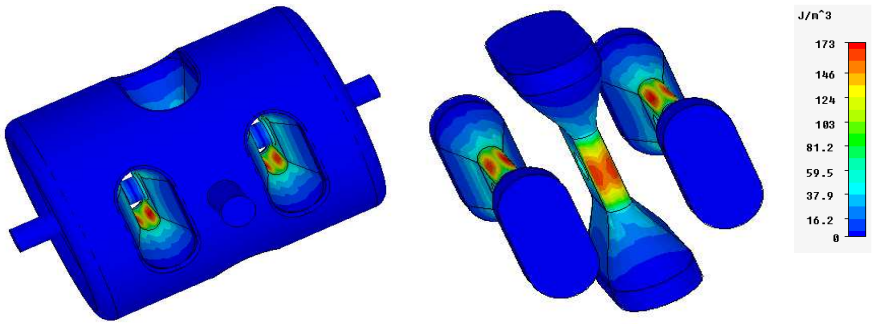

FIG. 3.29 – *Densité d'énergie électrique sur la cavité « triple spoke ».*

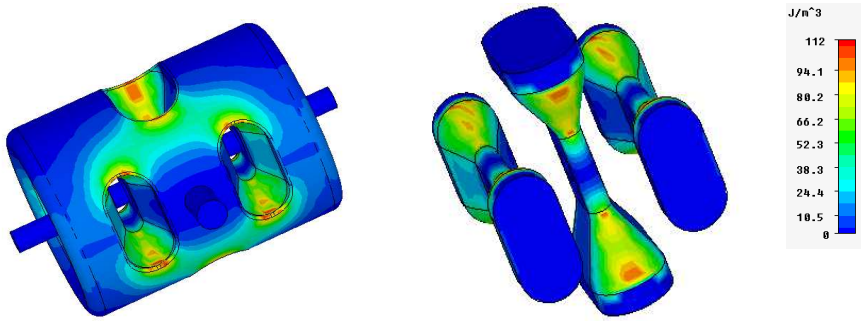

FIG. 3.30 – *Densité d'énergie magnétique sur la cavité « triple spoke ».*

Optimisation

Sur la Fig. 3.31 sont représentées les variations des rapports en fonction du paramètre l_{ajust} et leur ajustement parabolique. Au contraire des valeurs de E_{pk}/E_{acc} qui augmentent sensiblement avec l_{ajust}, les valeurs de B_{pk}/E_{acc} sont de plus en plus faibles. La limite de $E_{pk}/E_{acc} < 5$ est atteinte quand $l_{ajust} < 15\ mm$ tandis que $B_{pk}/E_{acc} < 10\ mT/(MV/m)$ dès lors que $l_{ajust} > 12\ mm$. On retient donc une valeur médiane entre ces deux données géométriques et donc un paramètre $l_{ajust} = 0.05283\beta_{opt}\lambda_{RF}$.

Puisque l_{ajust} change la profondeur des flasques, il est naturel d'optimiser R_{haut} (R_{bas}, n'ayant pas beaucoup d'influence sur les champs, a gardé sa valeur initiale de $0.17R_{cavite}$). Ainsi la variation de E_{pk}/E_{acc}, pour laquelle on a effectué un ajustement linéaire, et B_{pk}/E_{acc}, avec un ajustement parabolique, est donnée sur la Fig. 3.32 en fonction du rapport R_{haut}/R_{cavite}. Alors que ce dernier paramètre n'a quasiment aucun impact sur le champ électrique qui garde à peu près la même valeur sur toute la gamme, on observe un minimum de B_{pk}/E_{acc} pour une valeur optimisée de $R_{haut} = 0.74R_{cavite}$.

C'est sur la barre centrale et ses dimensions au niveau de la jonction au corps cylindrique de la cavité que se porte maintenant notre attention. Après une série de simulations, on a constaté que, pour $r_{long,central} = 130\ mm$, les champs sont les plus faibles. On présente donc sur la Fig. 3.33 la variation des rapports des champs pour une valeur fixe de $r_{long,central}$ en fonction du paramètre $r_{trans,central}$ variant de 110 à 140 mm. En observant cette figure, on remarque que lorsque le champ ma-

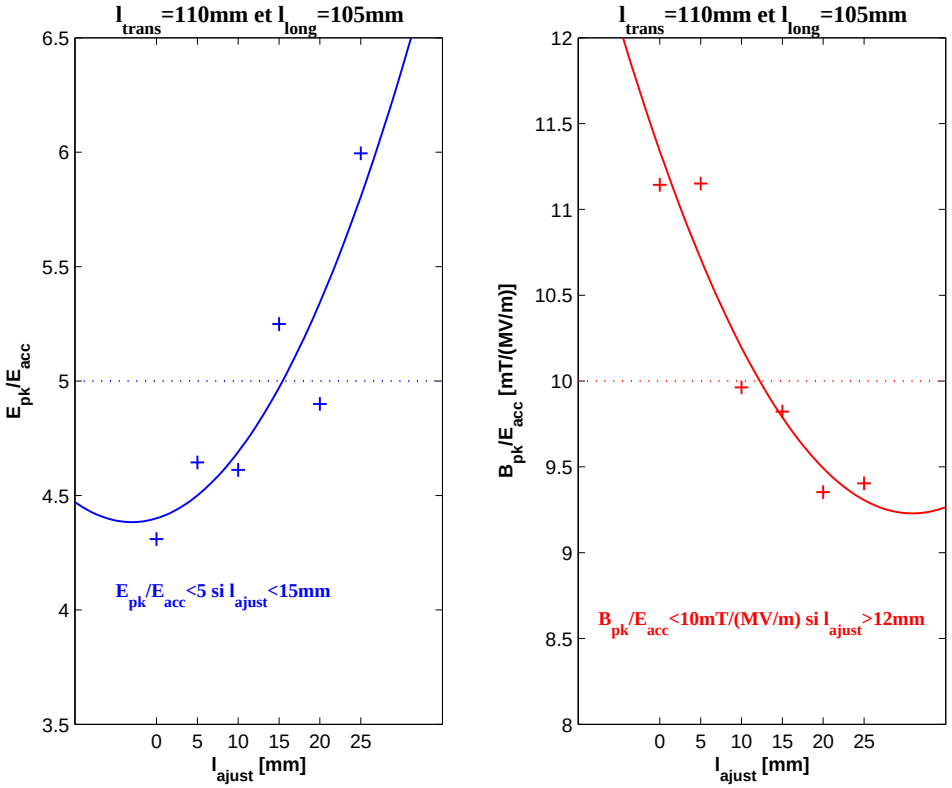

FIG. 3.31 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} (à gauche) et de B_{pk}/E_{acc} (à droite) en fonction du paramètre l_{ajust}.*

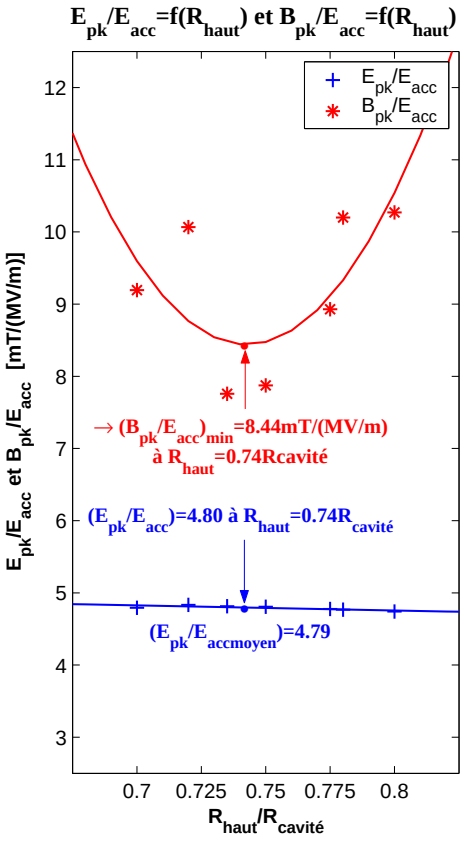

FIG. 3.32 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} et de B_{pk}/E_{acc} en fonction du paramètre R_{haut}.*

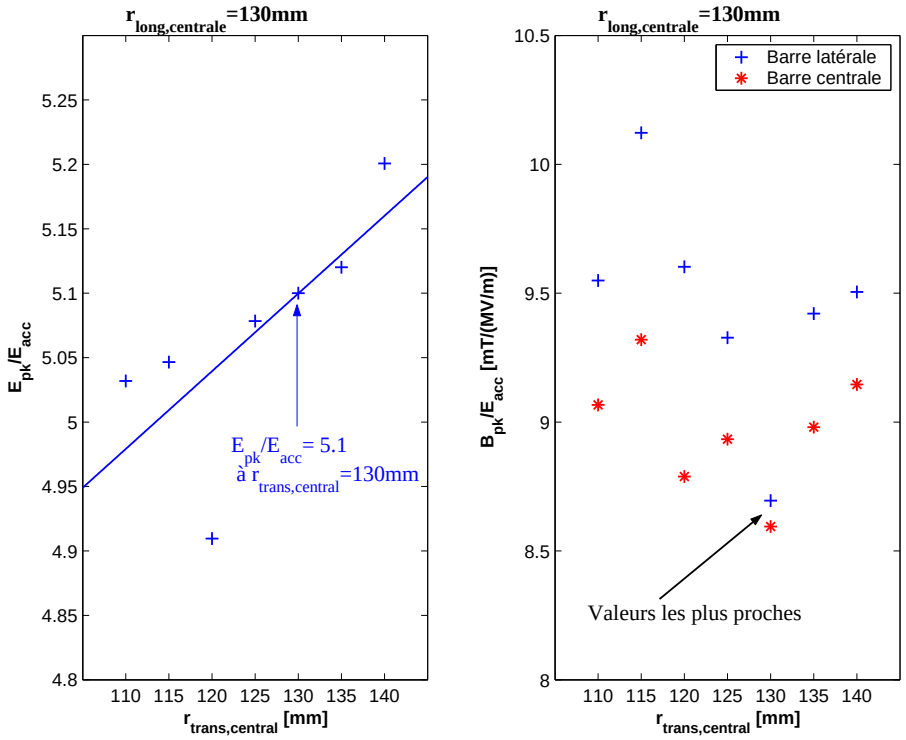

FIG. 3.33 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} (à gauche) et de B_{pk}/E_{acc} (à droite) en fonction du paramètre $r_{trans,central}$.*

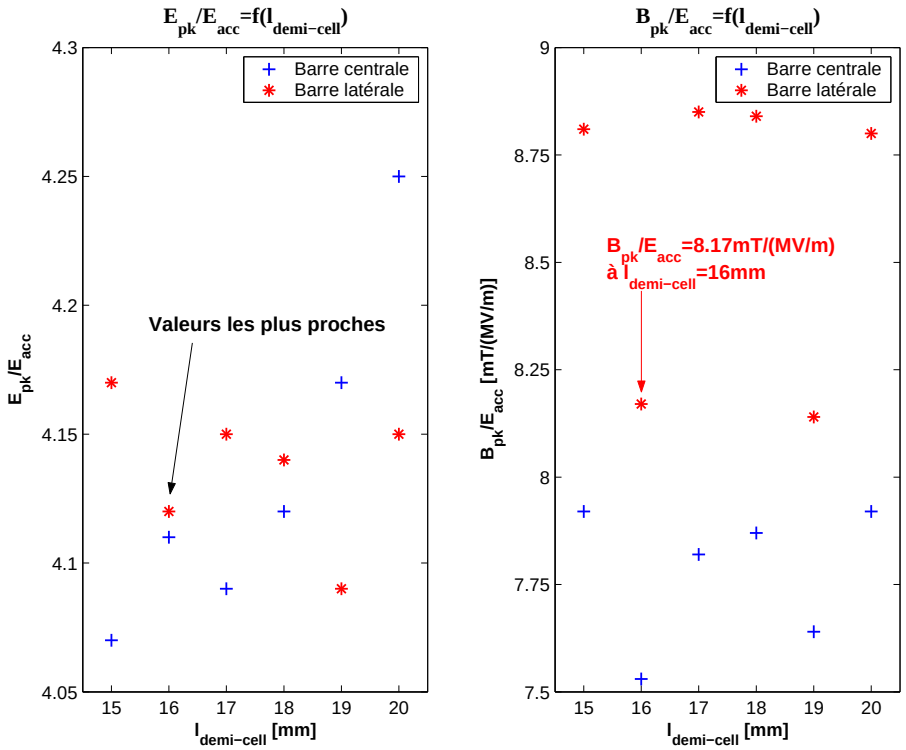

FIG. 3.34 – *Variation de E_{pk}/E_{acc} (à gauche) et de B_{pk}/E_{acc} (à droite) en fonction du paramètre $l_{demi-cell}$.*

TAB. 3.4 – *Valeurs de E_{pk}/E_{acc} et B_{pk}/E_{acc} en fonction du paramètre $l_{demi-cell}$.*

$l_{demi-cell}$	E_{pk}/E_{acc} sur la barre		B_{pk}/E_{acc} $[mT/(MV/m)]$ sur la barre		β_{opt}	$\frac{\lvert E_{z,\ell}\rvert - \lvert E_{z,c}\rvert}{Max(\lvert E_{z,\ell}\rvert, \lvert E_{z,c}\rvert)}$
$[mm]$	latérale	centrale	latérale	centrale		
5	4.68	3.87	8.72	7.14	0.296	0.24
10	4.38	4.03	8.07	7.21	0.302	0.16
15	4.17	4.07	8.81	7.92	0.308	0.07
20	4.15	4.25	8.80	7.92	0.314	-0.02
25	4.12	4.66	7.83	7.83	0.319	-0.11

gnétique est également réparti sur les barres (valeurs les plus proches sur le graphique), le rapport B_{pk}/E_{acc} est le plus faible. Ainsi, on prend une valeur optimisée de $r_{trans,central} = 130\ mm$. Ce choix permet de nous placer assez largement en dessous de 10 $mT/(MV/m)$ même si $E_{pk}/E_{acc} = 5.1$ pour cette valeur du paramètre $r_{trans,central}$. Cependant, le prochain paramètre à optimiser, $l_{demi-cell}$, permet de baisser sensiblement E_{pk}/E_{acc} et n'a que peu de conséquences sur B_{pk}/E_{acc}. En choisissant cette valeur de 130 mm pour $r_{trans,central}$ avec B_{pk}/E_{acc} juste au dessus de 8.5 $mT/(MV/m)$, on se garde donc une certaine marge sur la variation de ce dernier rapport.

À présent, nous nous intéressons au paramètre $l_{demi-cell}$ qui augmente l'espace accélérateur latéral. Il sera le dernier à être optimisé. Tout d'abord, nous présentons dans le Tab. 3.4 les valeurs des données simulées pour ce dernier variant de 5 à 20 mm, par pas de 5 mm. Nous allons ainsi pouvoir interpréter les conséquences d'une variation de celui-ci sur les champs maximaux de surface et également sur le β_{opt} (sur lequel il est nécessaire de mesurer l'influence puisque $l_{demi-cell}$ est responsable d'un changement dans la taille longitudinale de la cavité). Notons dans ce tableau que $E_{z,c}$ et $E_{z,\ell}$ représentent respectivement les valeurs de la composante z du champ électrique sur l'axe prises au centre de l'espace accélérateur central (indice $_c$) et latéral (indice $_\ell$).

On remarque que les valeurs de champs magnétiques restent sur toute la gamme de variation de $l_{demi-cell}$ nettement en dessous de notre limite de 10 $mT/(MV/m)$. Quant aux valeurs de E_{pk}/E_{acc}, elles sont les plus faibles pour des valeurs de $l_{demi-cell}$ comprises entre 15 et 20 mm. Dans ce cas, le champ E est également réparti sur toutes les barres (comme dans le cas du champ magnétique de la Fig.3.33). On poursuit donc les investigations électromagnétiques plus précisément entre ces deux valeurs. Avant de poursuivre, remarquons cependant que $l_{demi-cell}$ a une certaine influence sur le β_{opt}. Néanmoins, β_{opt} reste très proche de sa valeur de conception, 0.3, et cela n'aura aucune conséquence sur la dynamique du faisceau [5].
La Fig. 3.34 présente les données simulées pour $l_{demi-cell}$ variant de 15 à 20 mm par pas de 1 mm. Les valeurs les plus proches de E_{pk}/E_{acc} sont les plus faibles pour $l_{demi-cell} = 16\ mm$ tandis que le rapport B_{pk}/E_{acc} prend la valeur de 8.17 $mT/(MV/m)$ à cette même abscisse.

[5] En fait si l'on désirait absolumment avoir une valeur stricte $\beta_{opt} = 0.3$, il faudrait diminuer légèrement la valeur que l'on a attribuée à la longueur de référence $\beta_{opt}\lambda_{RF}$.

À la fin de l'étape 2, nous voici avec une géométrie complètement optimisée du point de vue électromagnétique. Ainsi, avec une fréquence de résonance ajustée à 352.2 MHz avec $R_{cavite} = 223\ mm$, les valeurs finales des rapports de champs maximaux de surface sur le gradient accélérateur sont les suivants :

- $\frac{E_{pk}}{E_{acc}} = 4.12$;
- $\frac{B_{pk}}{E_{acc}} = 9.05\ mT/(MV/m)$;

Ces résultats nous placent donc bien en dessous des objectifs fixés avec -18 % pour E_{pk}/E_{acc} et -10 % pour B_{pk}/E_{acc} ce qui nous laisse une marge suffisante.

Pour conclure cette étape, le Tab. 3.5 dresse un résumé des données géométriques optimisées pendant les simulations.

Tab. 3.5 – *Valeurs optimisées des paramètres aprés l'étape 2.*

Paramètres	Dimension
R_{cavite}	223 mm
R_{haut}	$0.78R_{cavite}$
R_{bas}	$0.33R_{cavite}$
l_{long}	40 mm
l_{trans}	90 mm
r_{long}	105 mm
r_{trans}	110 mm
$r_{long,central}$	130 mm
$r_{trans,central}$	130 mm
$l_{barre,faisceau}$	$0.35R_{cavite}$
$l_{barre,base}$	$0.17R_{cavite}$
l_{ajust}	13.5 mm $(0.05283\beta_{opt}\lambda_{RF})$
$l_{demi-cell}$	16 mm $(0.0625\beta_{opt}\lambda_{RF})$

Étape 3

Maintenant la géométrie de la cavité établie, il est nécessaire de définir les paramètres RF principaux que sont : le facteur de qualité Q_0, les facteurs géométriques G et (r/Q) et le Bêta optimal β_{opt} dont on a déjà présenté la définition et le calcul dans le Chap. 2. Ces paramètres sont résumés dans le Tab. 3.6 qui rappelle également les valeurs des rapports des champs afin de dresser un bilan RF complet de la cavité « triple spoke ». La valeur pour la résistance de surface résiduelle prise dans les calcul est $R_{res} = 10\ n\Omega$ soit $R_s = 53\ n\Omega$ à 352 MHz ce qui correspond à un champ résiduel inférieur à 10 mG (0.1 μT). Sur les Figs. 3.35 et 3.36, on présente le profil du champ électrique sur l'axe et le facteur de temps de transit respectivement. Remarquons sur la Fig.3.36 que le Bêta optimal prend la valeur 0.300 après ajustement de la fréquence.

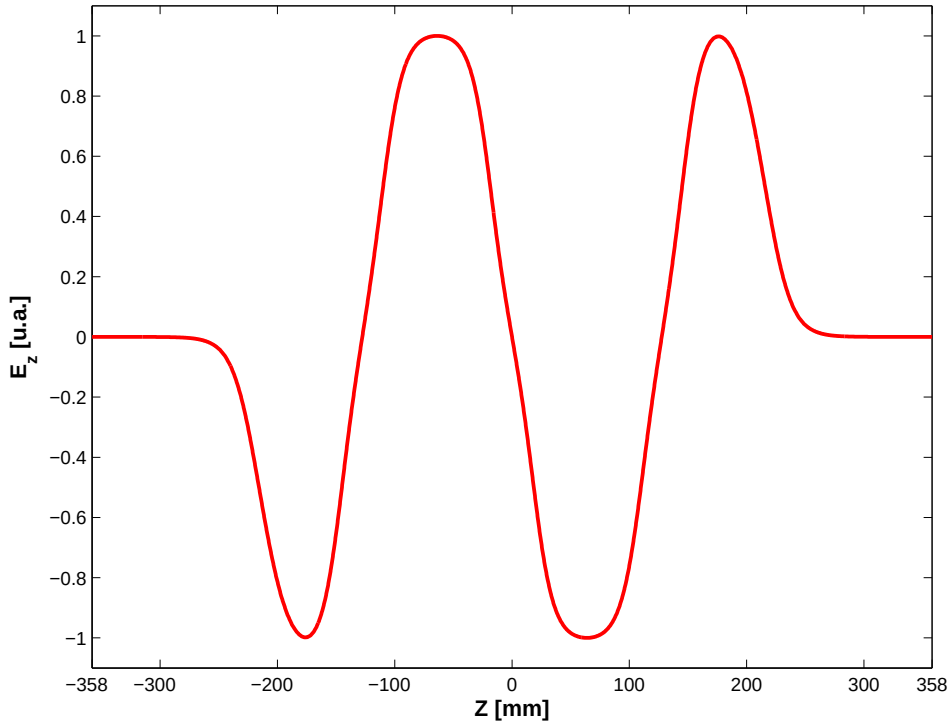

FIG. 3.35 – *Profil de E_z sur l'axe pour la géométrie finale.*

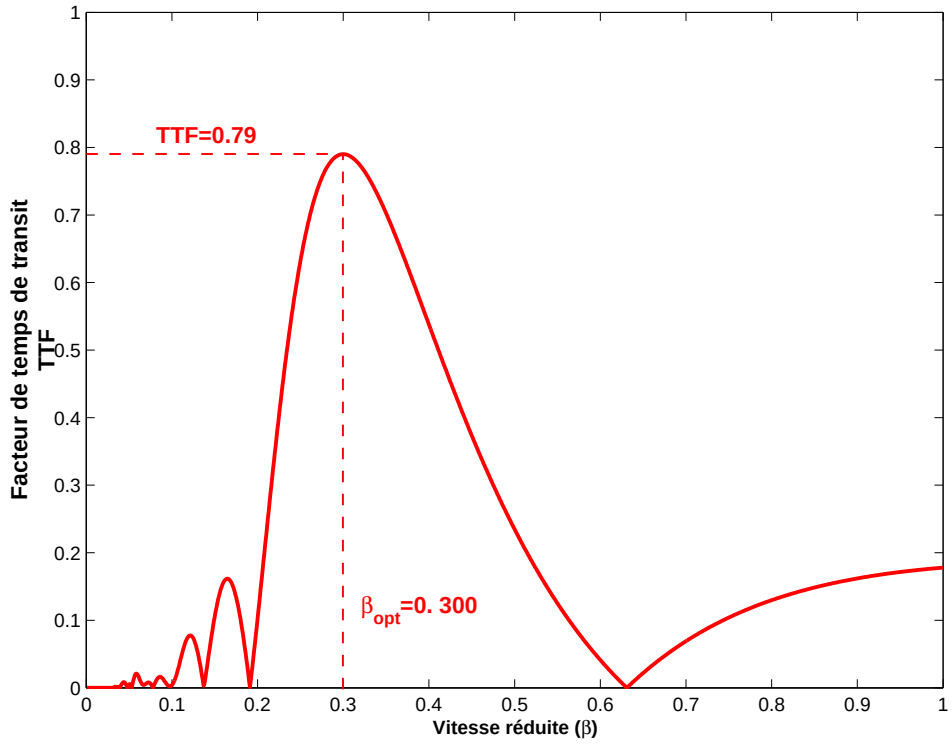

FIG. 3.36 – *Facteur de temps de transit (TTF) pour la géométrie finale.*

Tab. 3.6 – *Résumé des paramètres RF de la cavité « triple spoke ».*

Paramètres	Valeurs
Température de fonctionnement T	4.2 K
Champ accélérateur E_{acc}	8 MV/m
$\frac{E_{pk}}{E_{acc}}$	4.12
$\frac{B_{pk}}{E_{acc}}$	9.05 $mT/(MV/m)$
facteur de qualité Q_0	$1.7 \cdot 10^9$
facteur géométrique G	91 Ω
$\left(\frac{r}{Q}\right)$	388 Ω

3.2 Étude mécanique

La conception électromagnétique nous a permis de fixer la géométrie interne de la cavité « triple spoke ». Il faut à présent tenir compte également de considérations mécaniques. Dans le cas d'un fonctionnement en mode continu, l'étude mécanique comprend deux points principaux :

- l'optimisation de l'épaisseur de la cavité ;
- la mise en place éventuelle de rigidificateurs et l'optimisation du tank hélium de la cavité.

L'étude mécanique de la cavité « triple spoke » fait d'ailleurs l'objet d'un rapport de travail [91].

3.2.1 Tenue au vide

Afin de déterminer l'épaisseur minimale de niobium nécessaire à sa tenue au vide, une pression extérieure de 1 *bar* est appliquée sur la paroi.

Sur la Fig.3.37 sont présentés les résultats d'une simulation mécanique pour une épaisseur de 3 *mm* correspondant à celle choisie pour les cavités β0.15 et β0.35 de l'IPN. Les efforts se concentrent principalement sur les flasques, parties frontales de la cavité, et les contraintes dépassent largement la limite élastique du niobium à température ambiante soit 50 *MPa*.

Les simulations mécaniques montrent qu'une épaisseur de 5 *mm* est nécessaire sur les flasques et les tubes faisceau de la cavité tandis que 4 *mm* sont suffisants pour le corps cylindrique et les barres. Rappelons que le coût élevé du niobium justifie le choix de construire le corps cylindrique avec une épaisseur moindre que celle des flasques. Ainsi, avec cette configuration, les contraintes, que l'on peut observer sur la Fig. 3.38, prennent une valeur maximale de 32 *MPa* soit deux fois moins par rapport à la cavité de 3 *mm*.

3.2.2 Modes mécaniques

D'éventuelles sollicitations des vibrations extérieures sont susceptibles d'amoindrir la stabilité mécanique de la cavité. Afin de s'affranchir de

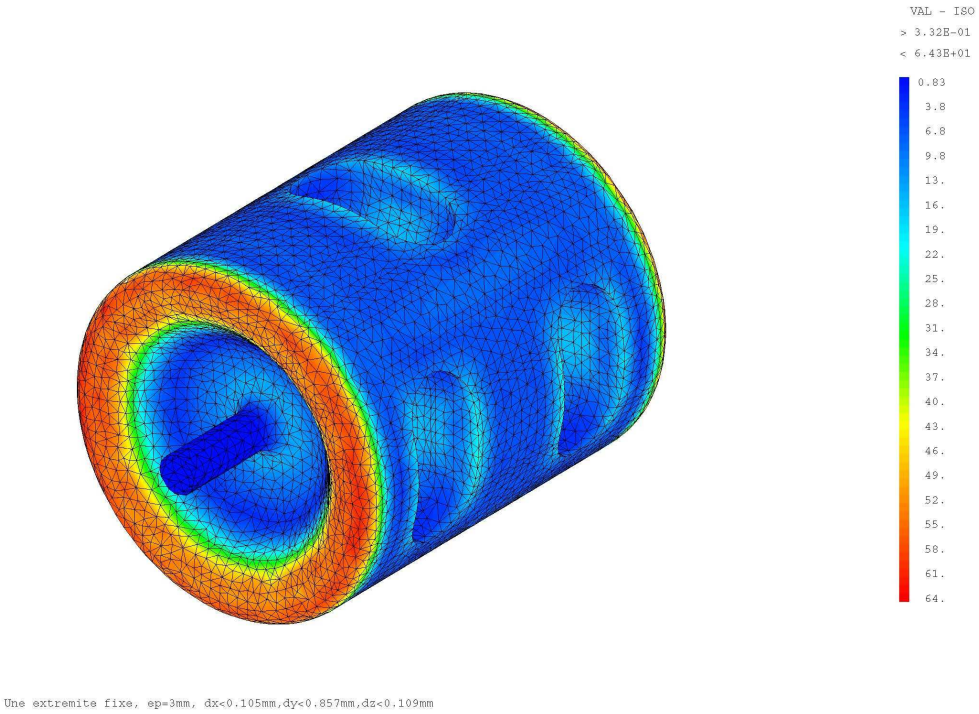

FIG. 3.37 – *Répartition des contraintes (en MPa) sous vide de la cavité pour* 3 *mm d'épaisseur.*

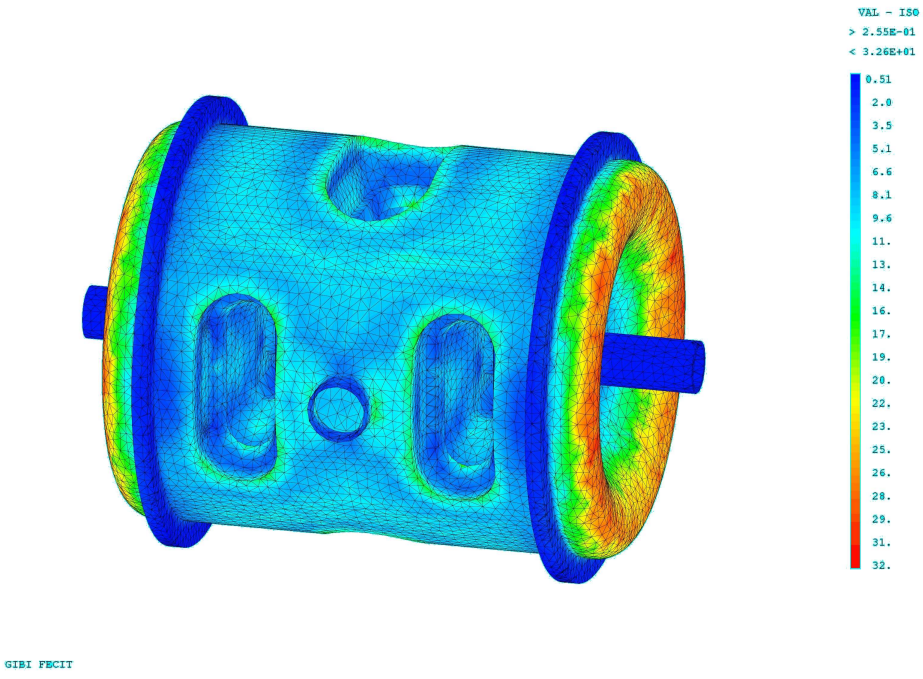

FIG. 3.38 – *Répartition des contraintes (en MPa) sous vide de la cavité pour* 5 *mm et* 4 *mm d'épaisseur.*

cette sensibilité aux vibrations, le premier mode mécanique doit se situer à une fréquence supérieure à 100 Hz. Comme nous pouvons le voir dans le Tab. 3.7, la cavité libre, présentée sur la Fig. 3.39 ne répond pas à ces exigences. Des anneaux de rigidification ainsi qu'une fixation du tank sur la cavité sont nécessaires.

Tab. 3.7 – *Modes mécaniques.*

modes	Fréquence (Hz)		
	tube faisceau fixé	anneaux fixés	anneaux fixés au tank
1	5.02	61.10	296.50
2	14.91	61.12	361.12
3	14.97	67.27	492.28
4	16.01	67.75	505.33
5	16.16	67.78	541.68

Le tank, en titane, destiné à contenir l'hélium liquide nécessaire pour un fonctionnement à 4.2 K, sera donc fixé sur le corps cylindrique grâce à ces deux anneaux. Aux niveau des tubes faisceau, le tank est soudé d'un côté et donc fixe alors qu'un « coulissement » longitudinal de l'autre côté est permis entre le tube faisceau et le tank grâce à l'ajout d'un soufflet (*cf.* Fig.3.41 de la page 123). Ce dernier est nécessaire pour l'accord en fréquence de la cavité avec un système d'accord à froid (SAF). Nous discutons de la méthode d'accord dans la prochaine section.

3.3 Méthode pour l'accord en fréquence

Après réception de la cavité, celle-ci subit une préparation en vu d'un test cryogénique. Cette préparation comprend :

- un polissage des parois internes par action chimique d'acides destiné à gommer les défauts éventuels de surface ;
- un rinçage haute pression avec de l'eau ultra-pure ou HPR pour « High Pressure Rincing ».

Le polissage chimique retire environ 200 μm à la surface interne et modifie de fait la fréquence de résonance de la cavité. La mise à froid, de la température ambiante (300 K) à la température de l'hélium liquide (4.2 K), provoque une contraction, qui réduit le volume, et donc modifie également la fréquence. Afin de viser une fréquence finale de 352.2 MHz, il faut établir une méthode d'accord qui va déterminer une plage de fréquences admissibles à la réception de la cavité. Cette méthode est présentée par le diagramme de la Fig. 3.42.

Les surlongueurs mentionnées sur le diagramme correspondent à un cylindre de 5 mm de hauteur rajouté de chaque côté du corps cylindrique par rapport à la conception électromagnétique. Elles sont destinées à corriger la fréquence, en ajustant leur dimension entre 0 et 5 mm avant de souder les parties frontales au corps de la cavité. Au maximum (supression totale des surlongueurs), la fréquence diminue de 1.5 MHz.

De même, le SAF (*cf.* Fig. 3.43), conçu initialement pour la spoke β0.15 [92], permet de gagner environ 0.250 MHz (action présentée sur la Fig. 3.41)

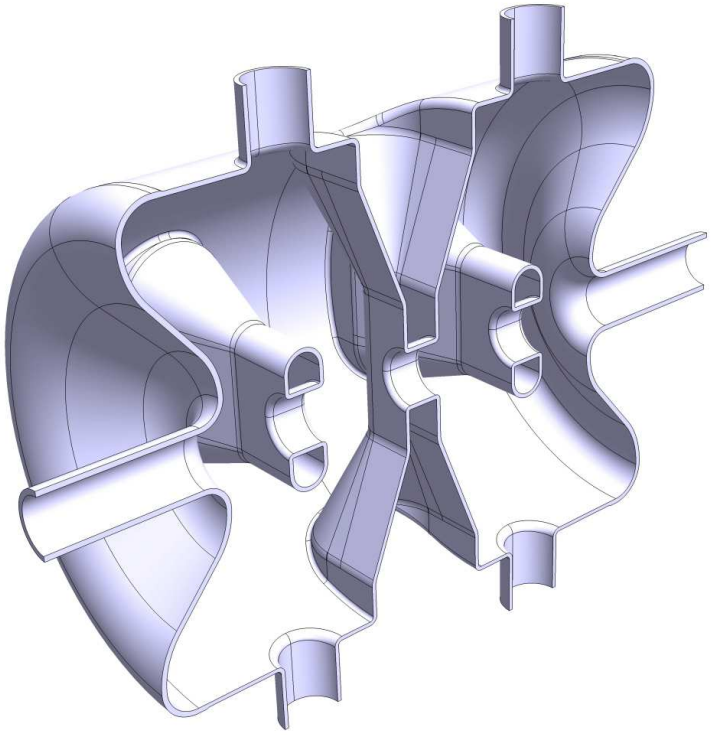

FIG. 3.39 – *Vue de la cavité « nue ».*

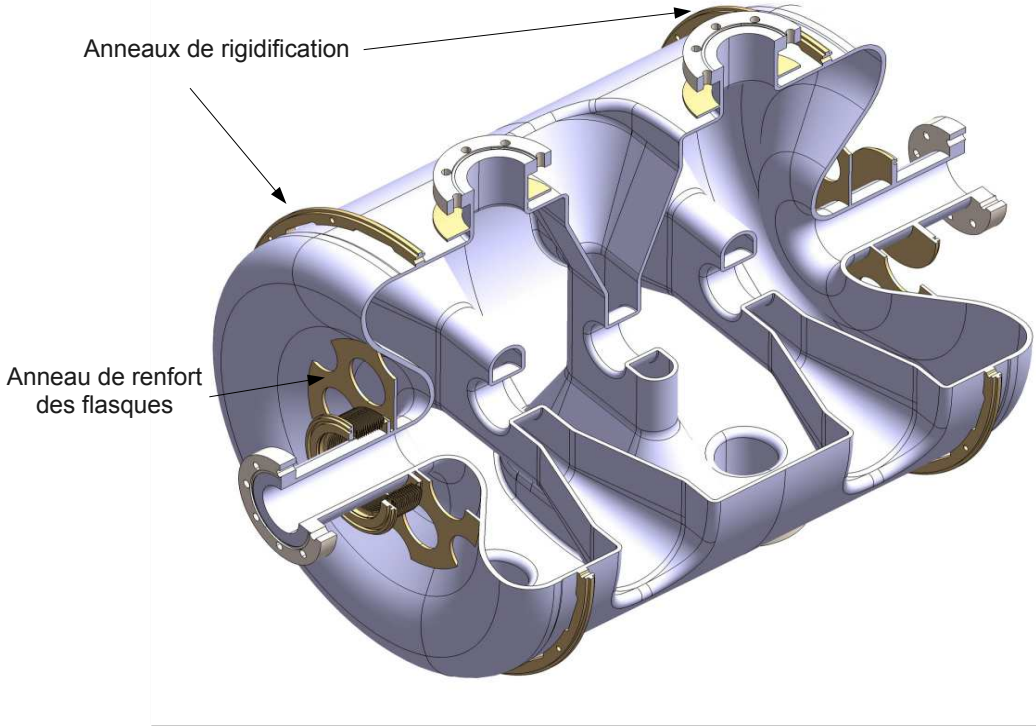

FIG. 3.40 – *Vue de la cavité avec les anneaux de renfort.*

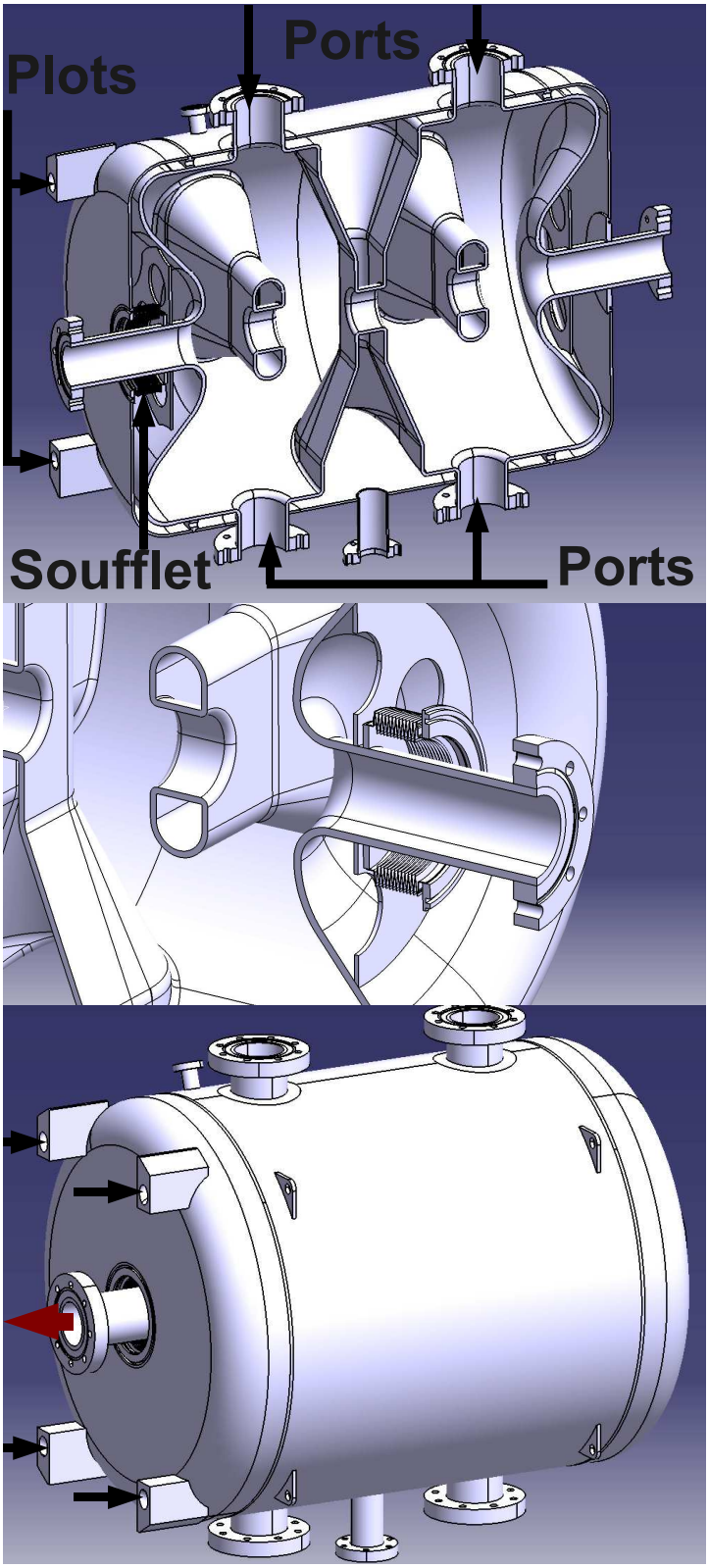

FIG. 3.41 – *Différentes vues de la cavité « triple spoke » : (en haut) vue éclatée de la cavité avec son tank ; (au milieu) détails du soufflet ; (en bas) vue extérieure du tank avec action du SAF sur le tank (flèches noires) et la contre-réaction du tube faisceau (fèche rouge).*

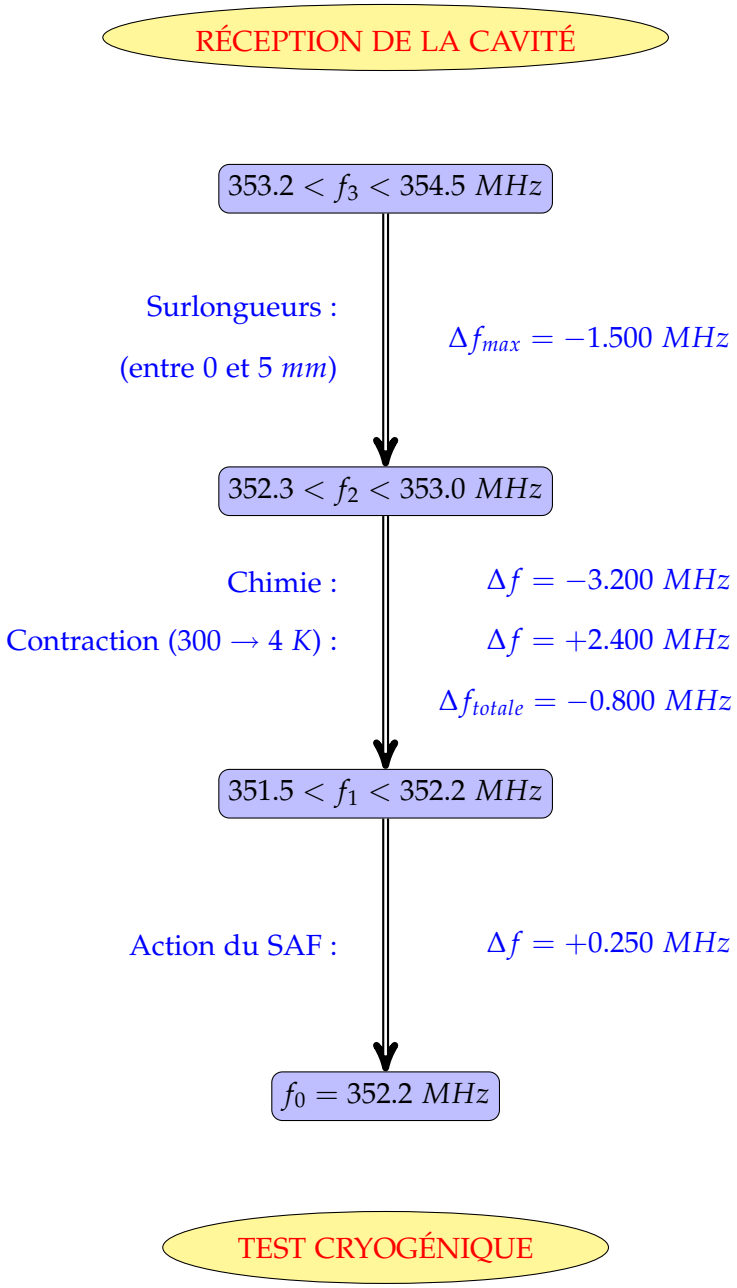

FIG. 3.42 – *Méthode d'accord en fréquence.*

sur la fréquence après que la cavité a subi le polissage chimique et s'est contractée.

Finalement, la fréquence à reception doit se situer entre 353.2 et 354.5 MHz. Nous avons calculé, avec un rayon de cavité de 222.5 mm, une fréquence théorique à reception de 355 MHz. Celle-ci se situe donc en dehors ($+0.5\ MHz$) de la plage de fréquences recommandée pour pouvoir avoir une fréquence finale à 352.2 MHz. Nous préférons nous placer légèrement au-dessus parce que nous savons que l'action du SAF a été sous-estimée et que d'autres polissages chimiques (d'action négative sur la fréquence) pourront éventuellement corriger une fréquence trop haute.

FIG. 3.43 – *Système d'accord à froid (SAF) monté sur la cavité spoke β0.15 de l'IPN.*

Conclusion du chapitre

Nous avons dans ce chapitre détaillé la conception électromagnétique d'une cavité « triple spoke ». Cette étude a conduit à des valeurs des rapports de champs maximaux de surface sur le champ accélérateur répondant aux cahier des charges. En effet, nous avons obtenu :

$$\frac{E_{pk}}{E_{acc}} = 4.12 \tag{3.3}$$

et :

$$\frac{B_{pk}}{E_{acc}} = 9.05\ mT/(MV/m). \tag{3.4}$$

Avec un champ accélérateur nominal d'une valeur maximale de 8 MV/m, nous nous attendons donc à $E_{pk} \simeq 33\ MV/m$ et $B_{pk} \simeq 72\ mT$. La conception d'un linac assumant ce gradient accélérateur permet de rester très en dessous des limites technologiques de la supraconductivité RF. Les performances visées pour les composantes de l'accélérateur primaire d'EURISOL s'appuient donc sur *une technologie avérée des cavités de type « spoke »* .

Ensuite, une étude mécanique nous a permis de fixer l'épaisseur de niobium : 5 mm pour les parties frontales et les tubes faisceau et 4 mm pour le corps cylindrique et les barres. Une option pour le tank en titane a été proposée. Celle-ci consiste à fixer le tank à la cavité au niveau des anneaux de rigidification et sur un des tubes faisceau. Pour l'autre tube faisceau, l'ajout d'un soufflet permet un mouvement longitudinal induit par l'action d'un système d'accord à froid qui s'appuit sur les quatre plots du tank (*cf.* Fig. 3.41).

Finalement, nous avons listé les actions susceptibles de modifier la fréquence de résonance depuis la réception jusqu'au test cryogénique de

la cavité. Une méthode d'accord en fréquence a donc été suggérée.

La cavité « triple spoke » a également été l'objet d'une étude d'intégration dans le cryostat de test horizontal *CMo*. Nons tenons donc, pour conclure ce chapitre, à présenter la Fig. 3.44 qui fournit une réponse positive quant à la perspective future d'un test cryogénique dans le cryostat *CMo*.

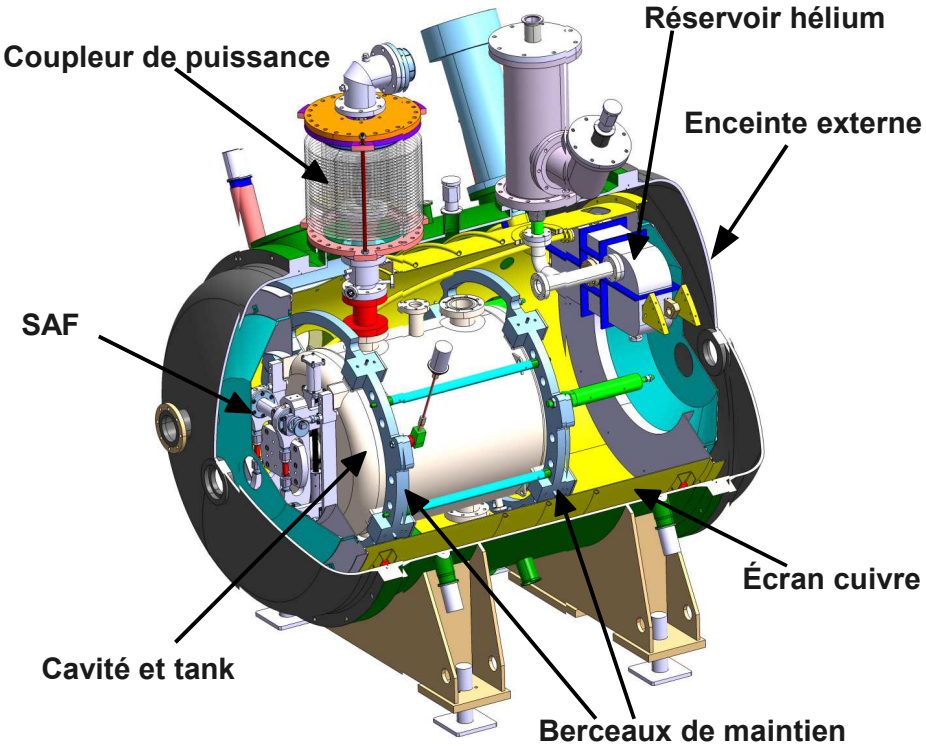

FIG. 3.44 – *Intégration de la cavité « triple spoke » dans le cryostat* CMo.

Dynamique des faisceaux

4

Sommaire

4.1 Théorie de la dynamique des faisceaux avec charge d'espace . . . 129
4.1.1 Expression de la force de charge d'espace . . . 129
4.1.2 Équation d'enveloppe . . . 130
4.1.3 Linéarisation de la force de charge d'espace . . . 132
4.1.4 Mouvement non linéaire . . . 136
4.2 Règles pratiques pour la conception d'un linac . . . 148
4.2.1 Règles de conception . . . 148
4.2.2 Remarques sur le croisement des avances de phase . . . 149
4.3 Dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL . . . 150
4.3.1 Introduction et remarques . . . 150
4.3.2 La partie SARAF . . . 150
4.3.3 Les parties « spoke » et elliptiques . . . 166
4.3.4 Solution alternative pour la partie basse énergie . . . 171
Conclusion . . . 183

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord donner une approche théorique de la dynamique des faisceaux en présence de charge d'espace. Il s'agira d'analyser les phénomènes susceptibles de dégrader la qualité du faisceau pendant sa propagation et de présenter les règles de conception d'un linac à hadrons de forte intensité. Nous appliquerons ensuite cette méthode à l'accélérateur primaire d'EURISOL pour lequel sera proposé un réglage qui limite l'augmentation d'émittance et la formation de halo.

4.1 Théorie de la dynamique des faisceaux en présence de forces de charge d'espace

Dans le Chap. 2, seules les forces de focalisation extérieures ont été prises en compte [1]. Pourtant, il existe une force de déconfinement engendrée par les particules du faisceau sur elles-mêmes (« self-force ») : *la force de charge d'espace*. Celle-ci est d'autant plus forte que l'intensité est grande et que l'énergie du faisceau est faible. L'objectif de cette section est de présenter une interprétation physique des effets de la charge d'espace sur le faisceau.

4.1.1 Expression de la force de charge d'espace

Partons de l'équation de Newton, qui, dans le cas relativiste, est :

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} = \gamma m_0 \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{dt} + m_0 \vec{v} \frac{\mathrm{d}\gamma}{dt}. \tag{4.1}$$

Pour des forces longitudinales, parallèles à la direction de propagation du faisceau, l'Éq. 4.1 pour le plan longitudinal est :

$$F_{\parallel} = \frac{\mathrm{d}P_{\parallel}}{dt} = \gamma m_0 \frac{\mathrm{d}v_{\parallel}}{dt} + m_0 v_{\parallel} \frac{\mathrm{d}\gamma}{dt} \tag{4.2}$$

qui devient, en utilisant la relation $\dfrac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = \beta\gamma^3 \dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t}$:

$$F_{\parallel} = \gamma^3 m_0 \frac{\mathrm{d}v_{\parallel}}{dt}. \tag{4.3}$$

Pour le mouvement transverse, le second terme à droite de l'Éq. 4.1 s'annule et on obtient :

$$F_{\perp} = \gamma m_0 \frac{\mathrm{d}v_{\perp}}{dt}. \tag{4.4}$$

À partir de l'équation de Lorentz qui, pour une particule de charge q, s'écrit :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}), \tag{4.5}$$

on obtient, pour la force longitudinale :

$$F_z = qE_z \tag{4.6}$$

et pour la force radiale (transverse) :

$$F_r = q(E_r + v_z B_\theta) = qE_r(1 - \beta^2) = \frac{qE_r}{\gamma^2}. \tag{4.7}$$

En combinant les expressions des Éqs. 4.3 et 4.6 et les expressions des Éqs. 4.4 et 4.7, on peut écrire de la même façon l'accélération transverse et longitudinale comme :

$$\frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{dt}} = \frac{qE_i}{\gamma^3 m_0} \quad \text{avec } i = x, y, \Delta z. \tag{4.8}$$

[1] Plus précisément, rappelons que seule la partie linéaire du développement des champs avait été considérée.

Passant maintenant des dérivées temporelles aux dérivées d'espace en utilisant :

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \beta^2c^2\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}z^2} = \beta^2c^2x'', \tag{4.9}$$

on peut alors exprimer le terme de force de charge d'espace, $F_{ce,i}$, qui apparaîtra dans les équations d'enveloppe, comme :

$$F_{ce,i} = \frac{qE_i}{\beta^2\gamma^3m_0c^2}. \tag{4.10}$$

Ici, E_i est le champ électrique créé par l'ensemble des particules du paquet. Notons également que la force de charge d'espace, notée $F_{ce,i}$, est en fait un terme proportionnel à la vraie force exprimée en N.

4.1.2 Équation d'enveloppe

Équation générale

Considérons un canal de transport périodique de période L, dans lequel les forces agissent continûment sur les particules. Cette hypothèse permet d'alléger le formalisme des calculs et ne retire pas le caractère général de la dynamique des faisceaux en présence de charge d'espace.
En présence de la force de charge d'espace, l'équation du mouvement d'une particule individuelle devient, en omettant les indices pour simplifier :

$$w'' + Kw - F_{ce} = 0 \tag{4.11}$$

où il apparaît le terme supplémentaire, F_{ce} (dans chaque direction), par rapport à l'équation du mouvement sans charge d'espace (*cf.* Éq. 2.175). En appliquant la même méthode qu'au paragraphe 2.4.4, c'est-à-dire en moyennant sur la position des particules et les seconds moments de la distribution, l'Éq. 2.190 s'écrit toujours :

$$\widetilde{w}'' = \frac{\overline{ww''}}{\widetilde{w}} + \frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{w}^3}. \tag{4.12}$$

En dérivant $\overline{ww'}$, on trouve, en vertu de l'Éq. 4.11 :

$$\overline{ww'}' = \overline{w'^2} + \overline{ww''} = \overline{w'^2} - \overline{w^2}K + \overline{wF_{ce}} \tag{4.13}$$

soit :

$$\overline{ww''} = -\overline{w^2}K + \overline{wF_{ce}}. \tag{4.14}$$

On peut alors écrire l'équation d'enveloppe KV dans chaque plan comme :

$$\widetilde{w}'' \underbrace{+K\widetilde{w}}_{(1)} \underbrace{-\frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{w}^3}}_{(2)} \underbrace{-\frac{\overline{wF_{ce}}}{\widetilde{w}}}_{(3)} = 0 \tag{4.15}$$

dans laquelle il apparaît un terme supplémentaire (3) de déconfinement lié à la charge d'espace par rapport à l'Éq. 2.192.

Les propriétés du faisceau portées par ses quantités RMS sont très importantes. En effet, F. J. Sacherer a montré [93] que l'évolution des dimensions RMS était très peu dépendante de la distribution du faisceau : le coefficient de linéarisation (*cf.* paragraphe 4.1.3) de la charge d'espace est *quasi* identique quelle que soit la distribution. On parle alors de faisceaux dits équivalents pour des faisceaux qui portent le même courant (faisceaux continus) ou la même charge (faisceaux groupés) et qui ont les mêmes dimensions RMS. Dans le cas de faisceaux groupés, il est alors intéressant d'associer un faisceau de distribution quelconque à un faisceau ellipsoïdal de densité de charge uniforme pour lequel les forces de charge d'espace sont linéaires.

Faisceau ellipsoïdal de densité uniforme

Dans le cas d'un faisceau groupé de forme ellipsoïdal et de densité de charges uniforme, P. M. Lapostolle a calculé les expressions suivantes pour le champ électrique (en assumant des dimensions transverses équivalentes) [94] :

$$\begin{cases} E_{ce,x}(z) &= \dfrac{3I\lambda_{RF}[1-f(z)]}{4\pi\varepsilon_0 c(r_x+r_y)r_z r_x}x &\simeq& \dfrac{3I\lambda_{RF}[1-f(z)]}{8\pi\varepsilon_0 c r_x r_y r_z}x \\ E_{ce,y}(z) &= \dfrac{3I\lambda_{RF}[1-f(z)]}{4\pi\varepsilon_0 c(r_x+r_y)r_z r_y}y &\simeq& \dfrac{3I\lambda_{RF}[1-f(z)]}{8\pi\varepsilon_0 c r_x r_y r_z}y \\ E_{ce,\Delta z}(z) &= \dfrac{3I\lambda_{RF}f(z)}{4\pi\varepsilon_0 c r_x r_y r_z}\Delta z \end{cases} \tag{4.16}$$

avec (r_x, r_y, r_z) les demi-axes de l'ellipsoïde, I le courant moyen sur une période RF et λ_{RF} la longueur d'onde RF. D'après l'Éq. 4.10, ces expressions montrent bien que la force de charge d'espace est linéaire dans ce cas.
Le terme $f(z)$ est le facteur de forme ellipsoïdale qui dépend du rapport des dimensions de l'ellipsoïde. D'après [94], lorsque les trois dimensions de l'ellipse sont du même ordre, ce terme s'approxime comme :

$$f(z) \simeq \frac{\sqrt{\widetilde{x}\widetilde{y}}}{3\gamma\widetilde{\Delta z}}. \tag{4.17}$$

Les dimensions de l'ellipsoïde sont reliées aux quantité RMS par [94] :

$$r_i = \sqrt{5}\widetilde{x}_i. \tag{4.18}$$

À partir de l'Éq. 4.10, on peut alors exprimer le terme de déconfinement lié à la force de charge d'espace de l'Éq. 4.15 comme :

$$\begin{cases} \dfrac{\overline{xF_{ce,x}}}{\widetilde{x}} &= \dfrac{\kappa[1-f(z)]}{2\widetilde{y}\widetilde{\Delta z}} \\ \dfrac{\overline{yF_{ce,y}}}{\widetilde{y}} &= \dfrac{\kappa[1-f(z)]}{2\widetilde{x}\widetilde{\Delta z}} \\ \dfrac{\overline{\Delta z F_{ce,\Delta z}}}{\widetilde{\Delta z}} &= \dfrac{\kappa f(z)}{\widetilde{x}\widetilde{y}} \end{cases} \tag{4.19}$$

avec κ un terme tridimensionnel de charge d'espace, qui s'écrit :

$$\kappa = \frac{3qI\lambda_{RF}}{20\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 m_0 c^3 \beta^2 \gamma^3}. \tag{4.20}$$

Les équations d'enveloppe dans le cas particulier du faisceau ellipsoïdal uniformément chargé s'écrivent finalement :

$$\begin{cases} \widetilde{x}'' + K_x \widetilde{x} - \dfrac{\widetilde{\epsilon}_x^2}{\widetilde{x}^3} - \dfrac{\kappa[1-f(z)]}{2\widetilde{y}\widetilde{\Delta z}} &= 0 \\ \widetilde{y}'' + K_y \widetilde{y} - \dfrac{\widetilde{\epsilon}_y^2}{\widetilde{y}^3} - \dfrac{\kappa[1-f(z)]}{2\widetilde{x}\widetilde{\Delta z}} &= 0 \\ \widetilde{\Delta z}'' + K_{\Delta z} \widetilde{\Delta z} - \dfrac{\widetilde{\epsilon}_z^2}{\widetilde{\Delta z}^3} - \dfrac{\kappa f(z)}{\widetilde{x}\widetilde{y}} &= 0. \end{cases} \tag{4.21}$$

4.1.3 Linéarisation de la force de charge d'espace. Concepts de base

Même si la charge d'espace est une force non linéaire, sa linéarisation permet, d'une part, d'introduire certains concepts de base, mais également, de décrire de façon relativement précise le comportement moyen du faisceau (enveloppe et caractéristiques RMS). Ainsi, dans la conception d'un linac à l'aide d'un code de calcul, la première étape consiste souvent à transporter le faisceau de manière linéaire : transport des ellipses d'émittance dans un sytème de matrices (gain en temps de calcul). Un calcul multiparticulaire vient ensuite confirmer et affiner les réglages et rendre compte des effets non linéaires.

Linéarisation

Le coefficient de linéarisation de la force de charge d'espace s'écrit :

$$\widetilde{K}_{ce} = \frac{\overline{wF_{ce}}}{\widetilde{w}^2}. \tag{4.22}$$

L'Éq. 2.192 devient alors :

$$\widetilde{w}'' + (K_0 - \widetilde{K}_{ce})\widetilde{w} - \frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{w}^3} = 0 \tag{4.23}$$

où lindice $_0$ a été rajouté pour la focalisation extérieure (zéro courant).
Le rapport entre la force de charge d'espace et la force de pression thermique due à l'émittance est alors donné par :

$$\xi = \widetilde{w}^4 \frac{\widetilde{K}_{ce}}{\widetilde{\epsilon}^2}. \tag{4.24}$$

Si $\xi \gg 1$, le faisceau est dominé par la charge d'espace. Par contre, si $\xi \ll 1$, alors le faisceau est dominé par l'émittance.

Reprenons les équations du faisceau équivalent de forme ellipsoïdal. Les coefficients de linéarisation de la force de charge d'espace se mettent

alors sous la forme, d'après l'Éq.4.21 :

$$\begin{cases} \widetilde{K}_{ce,x} &= \dfrac{\kappa[1-f(z)]}{2\widetilde{x}\widetilde{y}\widetilde{\Delta z}} \\ \widetilde{K}_{ce,y} &= \dfrac{\kappa[1-f(z)]}{2\widetilde{x}\widetilde{y}\widetilde{\Delta z}} \\ \widetilde{K}_{ce,\Delta z} &= \dfrac{\kappa f(z)}{\widetilde{x}\widetilde{y}\widetilde{\Delta z}}. \end{cases} \tag{4.25}$$

De même, le rapport des forces de charge d'espace sur les forces de pression thermique est donné par :

$$\begin{cases} \zeta_{ce,x} &= \dfrac{\kappa[1-f(z)]\widetilde{x}^3}{2\widetilde{y}\widetilde{\Delta z}\widetilde{\epsilon}_x^2} \\ \zeta_{ce,y} &= \dfrac{\kappa[1-f(z)]\widetilde{y}^3}{2\widetilde{x}\widetilde{\Delta z}\widetilde{\epsilon}_y^2} \\ \zeta_{ce,\Delta z} &= \dfrac{\kappa f(z)\widetilde{\Delta z}^3}{\widetilde{x}\widetilde{y}\,\widetilde{\epsilon}_z^2}. \end{cases} \tag{4.26}$$

En prenant le cas particulier où la dimension longitudinale est deux fois la dimension transverse de l'ellipse et ou les dimension transverses sont équivalentes :

$$\widetilde{x} = \widetilde{y} = r \qquad \text{et} \qquad \widetilde{\Delta z} = 2r, \tag{4.27}$$

on obtient pour les plans transverses les graphiques des Fig. 4.1 et 4.2 pour un faisceau de protons à 176.1 MHz pour lesquels on voit clairement la dépendance du coefficient en intensité et en dimension, et en énergie.

Le rapport des forces de charge d'espace sur les forces d'émittance, dans les plans transverses, est également présenté sur la Fig.4.3 pour des

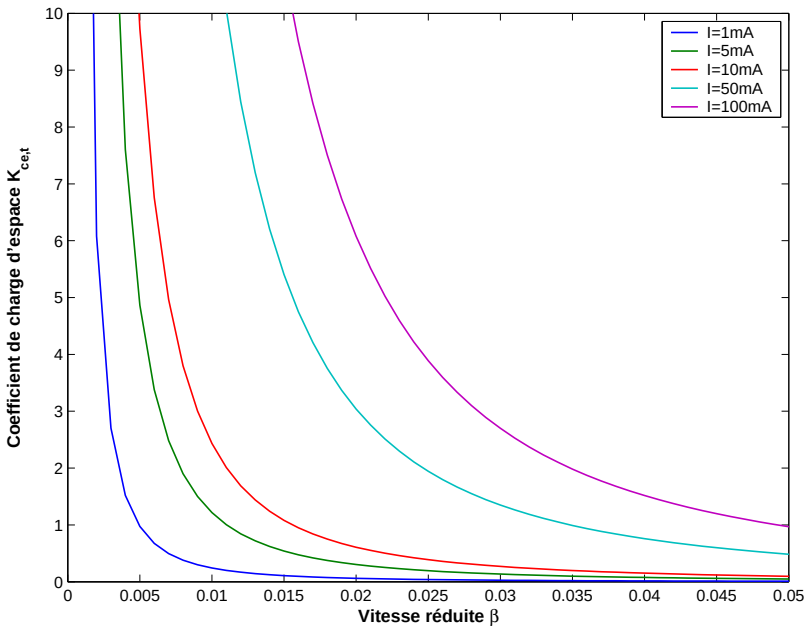

FIG. 4.1 – *Coefficient de charge d'espace transverse en fonction de β pour des protons à 176.1 MHz avec $r = 5$ mm.*

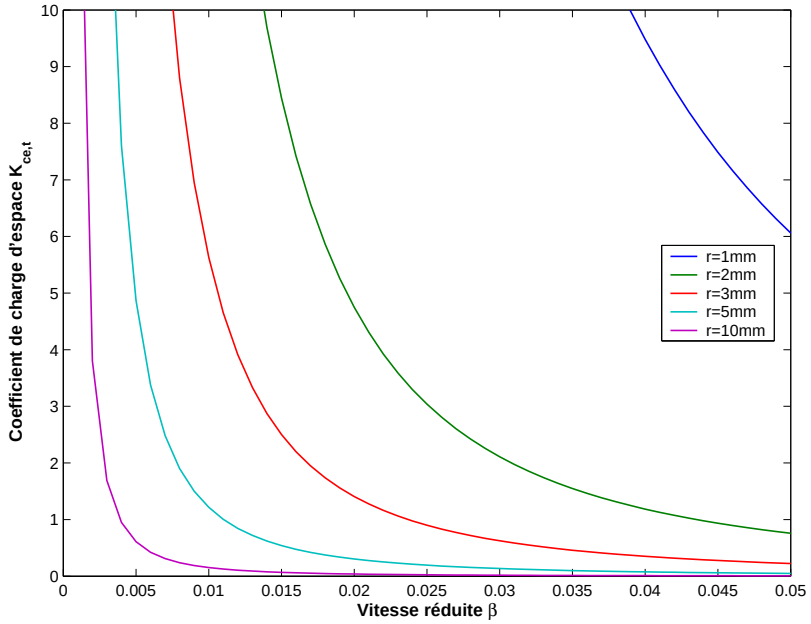

FIG. 4.2 – *Coefficient de charge d'espace transverse en fonction de β pour des protons à* 176.1 *MHz avec* $I = 6\ mA$.

faisceaux de protons à 176.1 MHz avec les valeurs : $I = 6\ mA$, $r = 3\ mm$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2\ \pi.mm.mrad$. On remarque alors que pour les caractéristiques mentionnées, qui correspondent à ceux des faisceaux de l'accélérateur primaire d'EURISOL (*cf.* 4.3), forces de charge d'espace et forces d'émittance sont du même ordre de grandeur.

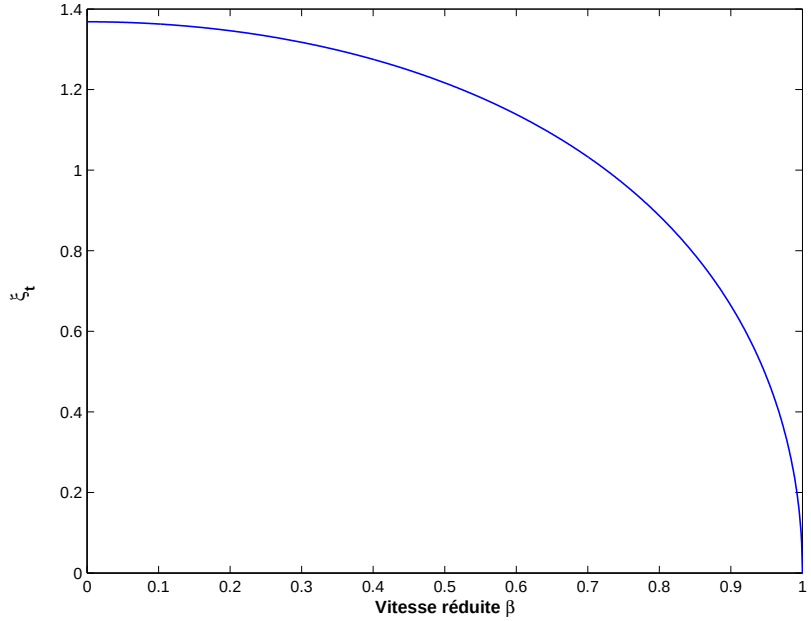

FIG. 4.3 – *Rapport des forces de charge d'espace et des forces de pression thermique transverses en fonction de β pour des protons à* 176.1 *MHz avec* $I = 6\ mA$, $r = 3\ mm$ *et* $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2\ \pi.mm.mrad$.

Dépression de charge d'espace

En l'absence de charge d'espace, les particules oscillent toutes dans l'espace des phases à la même fréquence k_0 (avance de phase par mètre) donnée par :

$$k_0 = \frac{\sigma_0}{L} = \sqrt{K_0} \tag{4.28}$$

où σ_0 est l'avance de phase par période.
Lorsque que l'on ajoute la charge d'espace, la force de confinement est alors réduite et l'avance de phase RMS par mètre en charge d'espace est :

$$\widetilde{k} = \sqrt{K_0 - K_{ce}} = \widetilde{\eta} k_0 \tag{4.29}$$

où :

$$\widetilde{\eta} = \frac{\widetilde{k}}{k_0}. \tag{4.30}$$

Le terme $\widetilde{\eta}$ est appelé *la dépression de charge d'espace* et donne le rapport entre l'oscillation moyenne des particules du faisceau et la fréquence qu'aurait une particule individuelle dans le canal ou évoluant loin du cœur (et qui ne subirait pas les effets de la charge d'espace induits par les autres particules).

Adaptation

En fonction du paramètre $\widetilde{\eta}$, l'équation d'enveloppe peut s'écrire :

$$\widetilde{w}'' + \widetilde{\eta}^2 k_0^2 \widetilde{w} - \frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{w}^3} = 0. \tag{4.31}$$

Le rayon d'enveloppe $\widetilde{w}_a$ adapté au canal de focalisation continu est constant et donné par :

$$\widetilde{w}_a = \sqrt{\frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{\eta} k_0}}. \tag{4.32}$$

En fait, il s'agit là d'une *adaptation RMS*. Adapter parfaitement un faisceau supposerait un contrôle totale de la distribution du faisceau : les courbes (ou surfaces) d'iso-densité du faisceau seraient également les courbes (ou surfaces) iso-hamiltoniennes.

Transport

Lorsque le mouvement est linéarisé, le transport du faisceau, représenté par ses dimensions RMS, peut être calculé :

- soit en résolvant les équations d'enveloppe du deuxième ordre ;
- soit à l'aide du formalisme matriciel (matrices *sigma* [2]).

Résoudre les équations d'enveloppe ou transporter la matrice sigma sont deux méthodes équivalentes. Il est cependant plus facile de transporter la matrice sigma que de résoudre les équations d'enveloppe. C'est donc le formalisme matriciel qui est le plus souvent utilisé dans les codes

[2] Généralisation 6D de la matrice sigma de l'Éq. 2.185 puisque la charge d'espace, même linéarisée, peut dépendre des dimensions du faisceau dans les trois directions et couple le mouvement (*cf.* Éq. 4.21).

de transport linéaire. TraceWin [59], code que nous allons utilisé dans la troisième section de ce chapitre, utilise cette méthode de calcul.

Approximer le mouvement réel des particules à un mouvement linéaire repose sur l'hypothèse de conservation de l'émittance RMS : on parle alors de *dynamique liouvilliène du faisceau*. Pour rendre compte de l'augmentation probable de l'émittance du faisceau, il faut donc inclure *les effets non linéaires engendrés par la charge d'espace*. C'est pourquoi, après un calcul linéaire, la conception d'un linac repose toujours sur des simulations multiparticulaires. Dans la suite de cette section, nous avons voulu mettre en évidence les effets non linéaires de la charge d'espace sur le faisceau avant de proposer des règles générales de conception d'un linac à hadrons de haute intensité.

4.1.4 Mouvement non linéaire

La prise en compte des non-linéarités de la force de charge d'espace permet d'expliquer les phénomènes d'augmentation de l'émittance RMS, d'apparition de halo autour du cœur du faisceau et d'échange d'émittances entre les plans transverses et le plan longitudinal.

Le paramètre de halo, h_w, est défini en fonction des moments de la distribution selon [95]. Si les mouvements sont découplés dans les plans de phase, alors les quantités suivantes sont des invariants cinématiques du mouvement :

$$I_2^w \equiv \overline{q_w^2}\ \overline{p_w^2} - \overline{q_w p_w}^2 \tag{4.33}$$

et :

$$I_4^w = \overline{q_w^4}\ \overline{p_w^4} + 3\overline{q_w^2 p_w^2}^2 - 4\overline{q_w p_w^3}\ \overline{q_w^3 p_w}. \tag{4.34}$$

On définit alors le paramètre de halo dans chaque plan comme :

$$h_w = \frac{\sqrt{3I_4^w}}{2I_2^w}. \tag{4.35}$$

Dispersion de la fréquence

Dans un canal de forces non linéaires, la fréquence d'oscillation des particules dépend de leur amplitude. La fréquence, k_p, d'une particule de grande amplitude qui ne ressent presque pas la force de charge d'espace, tend vers la fréquence d'une particule individuelle (zéro courant) :

$$k_p(\hat{w} \to \infty) = k_0. \tag{4.36}$$

Cette fréquence, pour une particule de très faible amplitude, devient :

$$k_p(\hat{w} \to 0) = \eta_c k_0 \tag{4.37}$$

où η_c est la dépression de charge d'espace au cœur du faisceau.
En règle générale, les faisceaux réels ont une densité plus forte au cœur et donc une dépression de charge d'espace qui décroît avec le rayon du faisceau. La fréquence d'une particule du faisceau, quelle que soit son amplitude, vérifie donc :

$$\eta_c k_0 \leq k_p \leq k_0 \tag{4.38}$$

L'Éq. 4.38 traduit le phénomène de *dispersion de la fréquence ou de l'avance de phase*.

Quelle que soit la distribution des faisceaux, leurs profils transverses s'homogénéisent vers une densité constante lors de leur propagation dans un canal de forces dominé par la charge d'espace [96]. Dans ce cas, le faisceau est composé transversalement d'un cœur dans lequel les particules oscillent toutes à la même fréquence :

$$k_c \simeq \widetilde{\eta} k_0 \tag{4.39}$$

et d'un halo dont les particules oscillent autour du cœur à la fréquence k_p telle que :

$$\widetilde{\eta} k_0 \leq k_p \leq k_0. \tag{4.40}$$

Effets de la désadaptation d'un faisceau

• *Augmentation d'émittance RMS et filamentation d'un faisceau désadapté dans un canal de forces non linéaires*

Le Hamiltonien[3] d'une particule individuelle soumise aux forces de charge d'espace s'écrit :

$$\mathcal{H}(w, w', z) = \frac{1}{2} w'^2 + \phi_0(w, z) + \phi_{ce}(w, z) \tag{4.41}$$

où :
- $\frac{1}{2} w'^2$ est un terme cinétique ;
- ϕ_0 est le potentiel de confinement de la focalisation extérieure qui vaut $\frac{1}{2} K_0 w^2$;
- ϕ_{ce} est le potentiel coulombien de déconfinement dû à la charge d'espace qui vérifie $F_{ce} = -\frac{\partial \phi_{ce}}{\partial \mathrm{w}}$.

Les particules se déplacent dans l'espace des phases sur des courbes isohamiltoniennes d'équation :

$$\mathcal{H}(w, w', z) = \text{Constante}. \tag{4.42}$$

On se propose, dans ce paragraphe, d'étudier l'évolution d'un faisceau en fonction du paramètre ϕ_{ce}. Pour cela, on considère un faisceau de section elliptique dans l'espace des phases. Celui-ci sera adapté au canal de transport si :

$$\widetilde{w} = \widetilde{w}_a \tag{4.43}$$

avec $\widetilde{w}_a$ le rayon adapté et :

$$\widetilde{w'} = \widetilde{w'}_a \tag{4.44}$$

avec $\widetilde{w'}_a$ la divergence adaptée.
Dans le cas d'un faisceau désadapté, de facteur de désadaptation M, alors :

$$\widetilde{w} = M \widetilde{w}_a \tag{4.45}$$

[3] Remarquons que les forces de couplage entre les plans ne sont ici pas prises en compte.

et :

$$\widetilde{w'} = \frac{\widetilde{w'}_a}{M}. \tag{4.46}$$

L'observation de l'évolution du profil des faisceaux se fera dans le plan normalisé (W, W') tels que :

$$W = \frac{w}{\widetilde{w}_a} \tag{4.47}$$

et :

$$W' = \frac{w'}{\widetilde{w'}_a}. \tag{4.48}$$

Dans la suite, le mouvement a été classé en trois gatégories :

- le mouvement est *linéaire* si la force de charge d'espace est nulle ;
- le mouvement est *faiblement non-linéaire* si ϕ_{ce} a peu d'influence (en termes de non-linéarités) sur le Hamiltonien ($\xi \ll 1$) ;
- le mouvement est *fortement non-linéaire* si ϕ_{ce} a beaucoup d'influence sur le Hamiltonien ($\xi \gg 1$).

Mouvement linéaire

Si le mouvement est linéaire, toutes les particules se déplacent sur des cercles de centre $(0, 0)$ avec une vitesse angulaire indépendante du rayon du cercle.
La forme du *faisceau adapté* est invariante dans le temps (*cf.* Fig. 4.4).
Le *faisceau désadapté* tourne dans l'espace des phases sans changer de forme : il n'y a donc pas d'augmentation de l'émittance (*cf.* Fig. 4.5).

Mouvement faiblement non-linéaire

Les courbes iso-hamiltoniennes sont toujours des cercles mais la vitesse de rotation des particules dépend maintenant de leur amplitude.
Le *faisceau adapté* a quasiment le même comportement que dans le cas du mouvement linéaire (*cf.* Fig. 4.6).
À cause des différentes vitesses de rotation des particules, le faisceau injecté désadapté commence à *filamenté* (t_1) pour finalement *se dilluer* dans tout l'espace des phases (t_2) (*cf.* Fig. 4.7).

Mouvement fortement non-linéaire

Les courbes iso-hamiltoniennes ne sont plus des cercles mais peuvent être approximées par des ellipses dont la forme dépend de l'amplitude des particules. Ainsi, pour un faisceau dont la densité est une fonction décroissante de w, les particules de faible amplitude se déplacent sur des ellipses dont le grand axe se trouve dans la dimension W tandis que pour des particules de grande amplitude, le mouvement s'appuie sur des ellipses dont le grand axe se trouve dans la dimension W' (*cf.* par exemple [97]). Dans ce cas, la vitesse de rotation est une fonction croissante de l'amplitude des particules.
L'aire occupée par un *faisceau adapté* (RMS) dans un canal de forces fortement non-linéaires augmentera légèrement ainsi que l'émittance RMS (*cf.* Fig. 4.8).

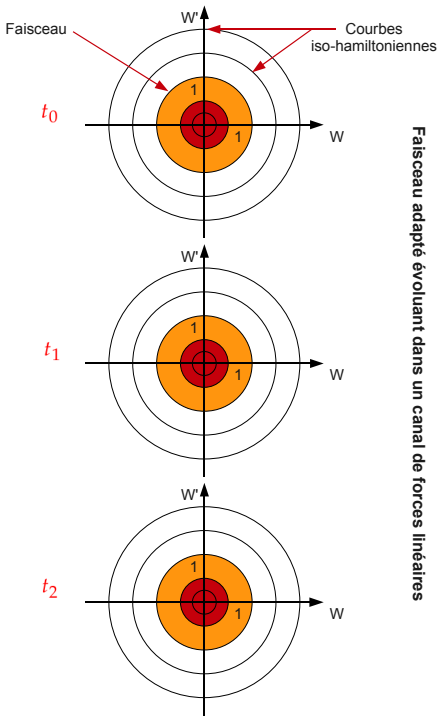

FIG. 4.4 – *Évolution d'un faisceau adapté dans un canal de forces linéaires.*

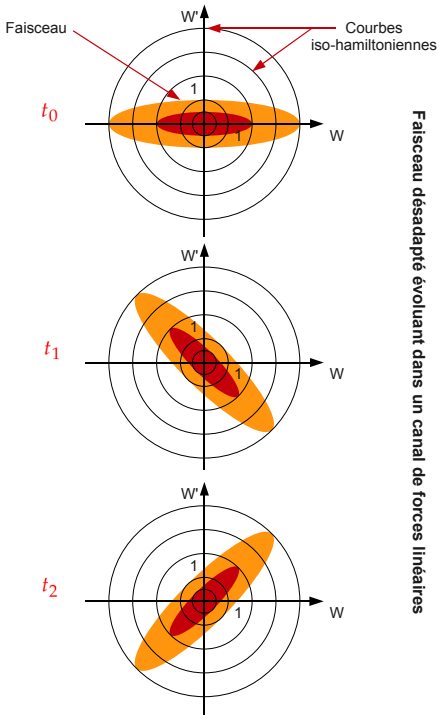

FIG. 4.5 – *Évolution d'un faisceau désadapté dans un canal de forces linéaires.*

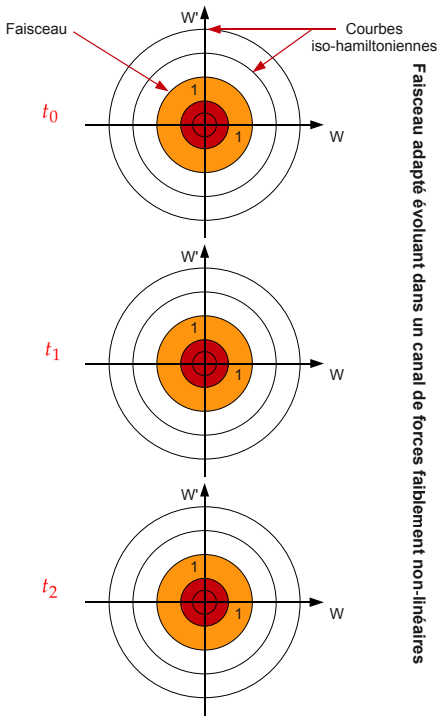

FIG. 4.6 – *Évolution d'un faisceau adapté dans un canal de forces faiblement non-linéaires.*

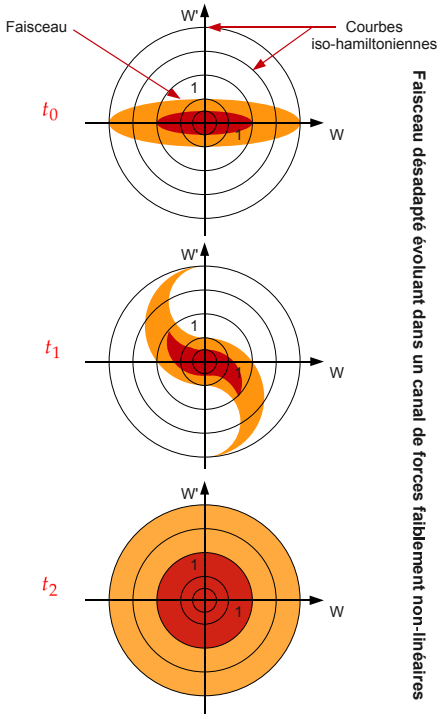

FIG. 4.7 – *Évolution d'un faisceau désadapté dans un canal de forces faiblement non-linéaires.*

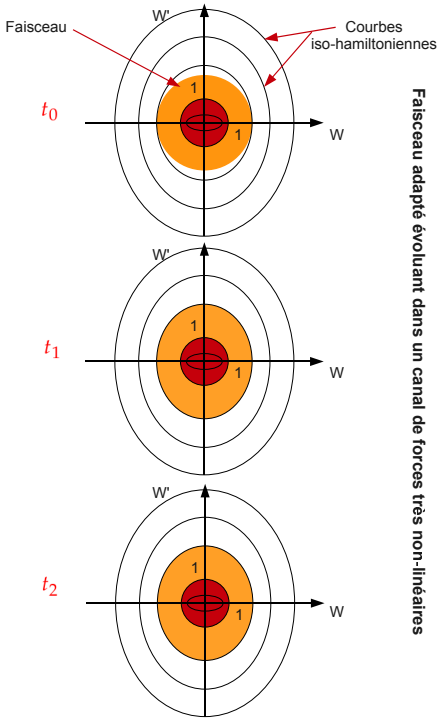

FIG. 4.8 – *Évolution d'un faisceau adapté dans un canal de forces très non-linéaires.*

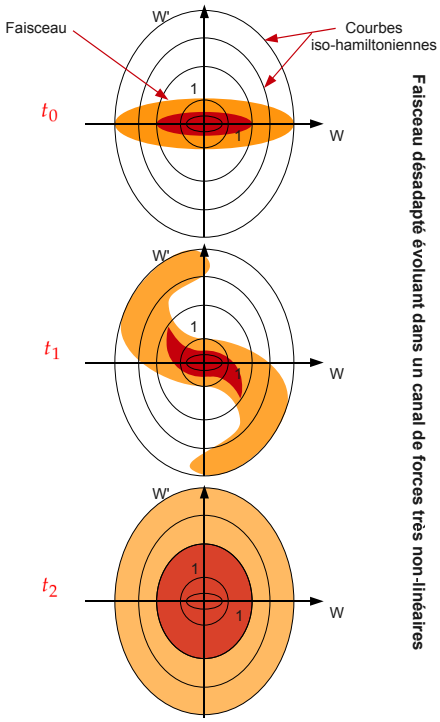

FIG. 4.9 – *Évolution d'un faisceau désadapté dans un canal de forces très non-linéaires.*

Dans le cas d'un *faisceau désadapté*, on observe tout d'abord le phénomène de filamentation avant que le faisceau ne se dilue dans tout l'espace des phases comme dans le cas du mouvement faiblement non-linéaire (*cf.* Fig. 4.9).

Dans le cas de forces de charge d'espace, même faiblement non-linéaires, on observe un phénomène de filamentation pour les faisceaux désadaptés qui se traduit par une dégradation des qualités optiques du faisceau et une grande augmentation de l'émittance. Lorsque ces forces sont très non-linéaires, l'émittance d'un faisceau adapté RMS subit également une légère augmentation.

• *Interactions résonantes entre une particule et l'enveloppe d'un faisceau désadapté*

Une particule unique peut entrer en résonance soit avec la périodicité de la structure soit avec les battements d'enveloppe d'un faisceau initialement désadapté au canal de transport. Pour $\sigma_0 < 90^\circ$, cependant, seules les résonances particule-enveloppe (ou particule-cœur) peuvent être excitées [60]. Ce phénomème est connu comme étant une cause majeure du développement de halo.

La charge d'espace induit un étalement large des fréquences des particules du faisceau et augmente donc notablement la probabilité d'une particule d'entrer en résonance avec le cœur du faisceau désadapté.

Modes de désadaptation d'enveloppe

Dans un canal de focalisation périodique de période L, les solutions de l'équation d'enveloppe donnée par l'Éq. 4.15 sont adaptées si elles vérifient :

$$\widetilde{w}(z+L) = \widetilde{w}(z). \tag{4.49}$$

Un faisceau désadapté va osciller autour de sa solution adaptée à une période différente de celle de la focalisation extérieure. Puisque cette oscillation concerne les trois plans, trois modes d'oscillation sont attendus (modes propres) avec trois fréquences propres. De plus, puisque les équations d'enveloppe sont couplées (dans les plans transverses et le plan longidutinal d'après l'Éq. 4.21) par la force de charge d'espace, on s'attend également à trouver des solutions couplées conduisant à des oscillations dans les trois plans.

Considérons de petites perturbations, $\Delta\widetilde{w}$, autour du rayon d'enveloppe adapté, $\widetilde{w}_a$, telles que :

$$\widetilde{w}(z) = \widetilde{w}_a(z) + \Delta\widetilde{w}(z). \tag{4.50}$$

En assumant des rayons adaptés identiques en x et y ($\widetilde{x}_a = \widetilde{y}_a$) et en injectant les solutions désadaptées de l'Éq. 4.50 dans l'Éq. 4.15, K. Bongardt et M. Bast [98] ont approximé analytiquement les modes de désadaptation d'enveloppe reportés ci-après.

1. *Mode quadripolaire* :

$$\sigma_{env,Q} = 2 \cdot \widetilde{\sigma}_t \tag{4.51}$$

avec les solutions propres :

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta\widetilde{x}}{\widetilde{x}} & = & A_m \cos\left(\sigma_{env,Q}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \\ \dfrac{\Delta\widetilde{y}}{\widetilde{y}} & = & -A_m \cos\left(\sigma_{env,Q}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \\ \dfrac{\Delta(\widetilde{\Delta z})}{\widetilde{\Delta z}} & = & 0. \end{cases} \tag{4.52}$$

2. *Mode haute-fréquence ou mode rapide ou mode respirant (« breathing »)* :

$$\begin{aligned} \sigma_{env,H} \;=\; & \sigma_{t0}^2 + \widetilde{\sigma}_t^2 + \tfrac{1}{2}\sigma_{\ell 0}^2 + \tfrac{3}{2}\widetilde{\sigma}_\ell^2 \\ & + \sqrt{\left(\sigma_{t0}^2 + \widetilde{\sigma}_t^2 - \tfrac{1}{2}\sigma_{\ell 0}^2 - \tfrac{3}{2}\widetilde{\sigma}_\ell^2\right)^2 + 2\cdot(\sigma_{t0}^2 - \widetilde{\sigma}_t^2)\cdot(\sigma_{\ell 0}^2 - \widetilde{\sigma}_\ell^2)} \end{aligned} \tag{4.53}$$

avec les solutions propres :

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta\widetilde{x}}{\widetilde{x}} & = & A_m \cos\left(\sigma_{env,H}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \\ \dfrac{\Delta\widetilde{y}}{\widetilde{y}} & = & A_m \cos\left(\sigma_{env,H}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \\ \dfrac{\Delta(\widetilde{\Delta z})}{\widetilde{\Delta z}} & = & \dfrac{A_m}{g_H}\cos\left(\sigma_{env,H}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \qquad \text{avec} \quad g_H > 0. \end{cases} \tag{4.54}$$

3. *Mode basse-fréquence ou mode lent* :

$$\begin{aligned} \sigma_{env,L} \;=\; & \sigma_{t0}^2 + \widetilde{\sigma}_t^2 + \tfrac{1}{2}\sigma_{\ell 0}^2 + \tfrac{3}{2}\widetilde{\sigma}_\ell^2 \\ & - \sqrt{\left(\sigma_{t0}^2 + \widetilde{\sigma}_t^2 - \tfrac{1}{2}\sigma_{\ell 0}^2 - \tfrac{3}{2}\widetilde{\sigma}_\ell^2\right)^2 + 2\cdot(\sigma_{t0}^2 - \widetilde{\sigma}_t^2)\cdot(\sigma_{\ell 0}^2 - \widetilde{\sigma}_\ell^2)} \end{aligned} \tag{4.55}$$

avec les solutions propres :

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta\widetilde{x}}{\widetilde{x}} & = & A_m \cos\left(\sigma_{env,L}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \\ \dfrac{\Delta\widetilde{y}}{\widetilde{y}} & = & A_m \cos\left(\sigma_{env,L}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \\ \dfrac{\Delta(\widetilde{\Delta z})}{\widetilde{\Delta z}} & = & \dfrac{A_m}{g_L}\cos\left(\sigma_{env,H}\dfrac{z}{L} + \phi\right) \qquad \text{avec} \quad g_L < 0. \end{cases} \tag{4.56}$$

Les modes et solutions propres de l'enveloppe d'un faisceau désadapté sont donnés en fonction :

- des avances de phase transverses ($\widetilde{\sigma}_t$ et σ_{t0}) sans et avec charge d'espace ;
- des avances de phase longitudinales ($\widetilde{\sigma}_\ell$ et $\sigma_{\ell 0}$) sans et avec charge d'espace ;
- de l'amplitude transverse des oscillations (A_m) ;
- de la phase des oscillations (ϕ) ;
- des facteurs de forme (g_H et g_L).

Ces facteurs de formes obéissent aux équations :

$$g_H = \frac{\sigma_{t0}^2 - \widetilde{\sigma}_t^2}{\sigma_{env,H}^2 - 2 \cdot (\sigma_{t0}^2 + \widetilde{\sigma}_t^2)} \tag{4.57}$$

et :

$$g_L = \frac{\sigma_{t0}^2 - \widetilde{\sigma}_t^2}{\sigma_{env,L}^2 - 2 \cdot (\sigma_{t0}^2 + \widetilde{\sigma}_t^2)}. \tag{4.58}$$

Considérons les caractéristiques de chaque mode pour en comprendre la nomenclature.
Le mode quadripolaire concerne des oscillations du rayon d'enveloppe autour de son rayon adapté en opposition de phase dans les deux plans transverses. Ce mode n'affecte pas la dimension longitudinale.
Le mode rapide génère des battements d'enveloppe dans les trois plans avec la même phase mais des amplitudes différentes dans les plans transverses et le plan longitudinal. On peut remarquer d'après les solutions propres qu'il s'agit du mode de plus haute fréquence.
Le mode lent couple également les trois directions et provoque des oscillations en opposition de phase dans les plans transverses par rapport au plan longitudinal.

Excitation des résonances paramétriques

Du fait de la charge d'espace, les particules d'un faisceau explorent un large domaine en fréquence qui va de la fréquence au cœur, σ_c, à la fréquence sans courant, σ_0. À cause des oscillations du rayon d'enveloppe RMS non adapté, les particules peuvent ressentir des résonances paramétriques. Ces résonances sont excitées si :

$$\frac{\sigma_{t,\ell}^p}{\sigma_{env}} = \frac{m}{n} \qquad (m \text{ et } n \text{ entiers}) \tag{4.59}$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \sigma_{c,t} & \leq & \sigma_t^p \leq \sigma_{t0} \\ \sigma_{c,\ell} & \leq & \sigma_\ell^p \leq \sigma_{\ell 0} \end{array} \right. \tag{4.60}$$

où σ_{env} est l'avance de phase d'un des trois modes de désadaptaion d'enveloppe et $\sigma_{t,\ell}^p$ est l'avance de phase d'une particule.
Si $m = 1$ et $n = 2$, alors on désigne la résonance par $(1:2)$.

Une particule qui vérifie la condition de résonance de l'Éq. 4.59 gagne une quantité d'énergie des oscillations du cœur qui l'emmène dans le halo. Ce phénomène peut s'expliquer par le *modèle particule-cœur* [99, 100] où une particule se propage dans le champ créé par l'enveloppe d'un faisceau désadapté.

De nombreuses études ont été réalisées sur ce phénomène tant par des simulations utilisant le modèle particule-cœur [101, 100, 102, 103, 104] que par des simulations multiparticulaires [105, 106]. Chacune de ses études s'accorde à dire que les résonances paramétriques, notamment d'ordre le moins élevé $(2:1)$ qui ont la plus large amplitude d'oscillation, provoquent une formation importante du halo transverse et longitudinal

dans un linac.

Dans les linacs à hadrons de forte intensité, la dépression de charge d'espace se situe généralement entre $0.5 < \widetilde{\eta} < 0.8$***. Les particules du faisceau occupent donc une large gamme de fréquences qui, si le faisceau est désadapté, sont susceptibles d'entrer en résonance avec les modes d'enveloppe que nous avons calculés. Ces résonances paramétriques sont connues comme étant une source majeure de halo qu'il faut éviter si l'on veut limiter les pertes à*** $1\ W/m$ ***généralement admises dans les linacs modernes*** [4]***.***

Résonances de couplage. Échange d'émittances

• *Équipartition. Concept d'énergie*

Un faisceau satisfait la condition d'équipartition dans les trois plans si [53] :

$$\widetilde{\sigma}_x\widetilde{\epsilon}_{n,x} = \widetilde{\sigma}_y\widetilde{\epsilon}_{n,y} = \widetilde{\sigma}_z\widetilde{\epsilon}_{n,z}. \tag{4.61}$$

Généralement, les mouvements dans les deux plans transverses sont *quasi* identiques et l'Éq. 4.61 se simplifie comme :

$$\widetilde{\sigma}_t\widetilde{\epsilon}_{n,t} = \widetilde{\sigma}_\ell\widetilde{\epsilon}_{n,\ell}. \tag{4.62}$$

Les expressions de l'Éq. 4.62 sont souvent considérées comme des termes énergétiques ($W = \widetilde{\sigma}\widetilde{\epsilon}_n$). Il est alors possible qu'une certaine quantité d'énergie soit tranférée d'un plan chaud vers un plan plus froid dans le cas d'un faisceau anisotropique pour finalement conduire vers un faisceau qui vérifie la condition d'équipartition.

Ce phénomène fut expliqué par I. Hoffmann [107] comme une instabilité cohérente due à la charge d'espace. Des simulations numériques effectuées par I. Hofmann [108], I. Hofmann et O. Boine-Frankenheim [109], et R. A. Jameson [110] ont souligné l'importance de ces instabilités qui doivent être prises en compte et evitées dans la conception des linacs à hadrons de haute intensité [111, 112].

• *Résonances de couplage*

Le mécanisme d'échange d'émittances est un phénomène résonant de type cœur-cœur. La condition pour une résonance $(n : m)$ s'écrit :

$$mk_\ell + nk_t + \Delta\omega = 0 \qquad (m \text{ et } n \text{ entiers}) \tag{4.63}$$

où $(n + m)$ est l'ordre de la résonance et $\Delta\omega$ donne la largeur en fréquence des résonances. Cette largeur est d'autant plus grande que la dépression de charge d'espace est faible. Évaluer la largeur et la dangerosité des résonances cœur-cœur emmène à l'utilisation des diagrammes de stabilité.

[4] Cette limite permet à l'équipe technique d'intervenir directement sur la machine quelques heures après l'arrêt du faisceau : le seuil des radiations est alors suffisamment bas.

• *Diagrammes de stabilité*

La grande différence avec l'analyse des modes propres d'un faisceau désadapté est la prise en compte des variations d'émittances et de dimensions du paquet de particules. La volonté de mettre en évidence des résonances de type cœur-cœur a donc conduit I. Hofmann à intégrer l'équation de Vlasov pour une distribution KV en deux dimensions [113]. Son analyse fournit un jeu de modes propres 2D caractérisé par la Fig. 4.10.

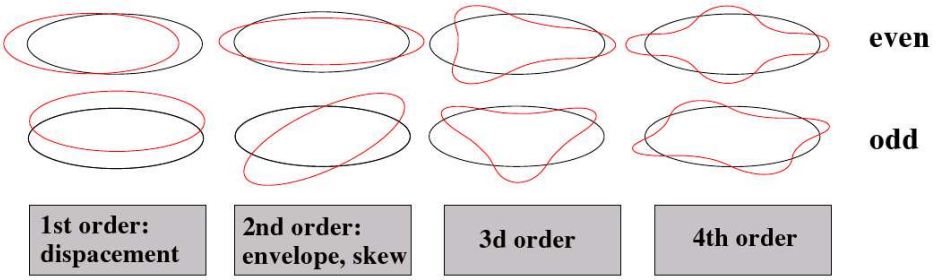

FIG. 4.10 – *Caractérisation des modes propres des résonances cœur-cœur par une analyse de Vlasov.*

Les modes pairs (« even ») sont symétriques par rapport à l'axe horizontal, symétrie que n'offrent pas les modes impairs (« odd »).
Les modes d'ordre 1 traduisent un déplacement du faisceau par rapport à son axe de propagation. La fréquence des ocillations est donnée par la fréquence bétatron sans courant. À l'ordre 2, les modes sont identiques à ceux d'un faisceau désadapté à l'exception de leur nombre puisque le traitement 2D n'admet que deux modes : le mode quadripolaire et le mode « respirant ». La véritable nouveauté tient dans les modes d'ordre 3 et 4 qui d'après leur configuration ne pouvait être obtenus qu'avec une approche mathématique incluant des faisceaux de section non elliptique.

Après une analyse purement analytique, des simulations multiparticulaires ont été employées pour évaluer l'effet des modes propres sur des distributions 2D KV et Waterbag [114]. Ces travaux montrent que la distribution KV est sensible aux modes oscillants comme aux modes non oscillants [5]. La distribution Waterbag, plus proche de la distribution d'un faisceau réel, n'est affectée que par les modes non oscillants. Les aires d'instabilité des résonances cœur-cœur d'ordre 3 et 4 sont alors représentés sur des *diagrammes d'instabilité de Hofmann* [114].

Même si l'analyse de Vlasov prend en compte des faisceaux continus 2D, I. Hofmann [113] suggère d'élargir le modèle pour des anisotropies entre le plan longitudinal et le plan transverse (*cf.* également [115]).

Sur la Fig. 4.11, un diagramme d'instabilité pour le rapport $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell}/\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 2$ est représenté. Dans le cas d'un faisceau groupé, l'ordonnée donne la dépression de charge d'espace dans le plan transverse tandis que l'abs-

[5] Un mode propre peut être caractérisé par une fréquence propre ω. La distribution du faisceau évolue dans le temps comme $e^{j\omega t}$. Si $\Re e(\omega) \neq 0$, on parle de mode oscillant, alors que pour $\Re e(\omega) = 0$, il s'agit de mode non oscillant.

cisse renseigne le rapport entre la fréquence synchrotron et la fréquence bétatron. La nuance de gris donne la rapidité du processus d'échange. On remarque que plus $\widetilde{\eta}$ est faible, plus le risque d'exciter une résonance est élevé. Pour des valeurs $\widetilde{\eta} < 0.4$, on observe même une *mer d'instabilités* alors que pour une charge d'espace dont l'effet est plus modéré, une zone de stabilité est permise. Autour de l'équipartition (ici pour $\widetilde{k}_z/\widetilde{k}_x = 0.5$), un large espace sans instabilité est possible. On peut également noter que la résonance $(2:2)$ est la plus dangereuse.

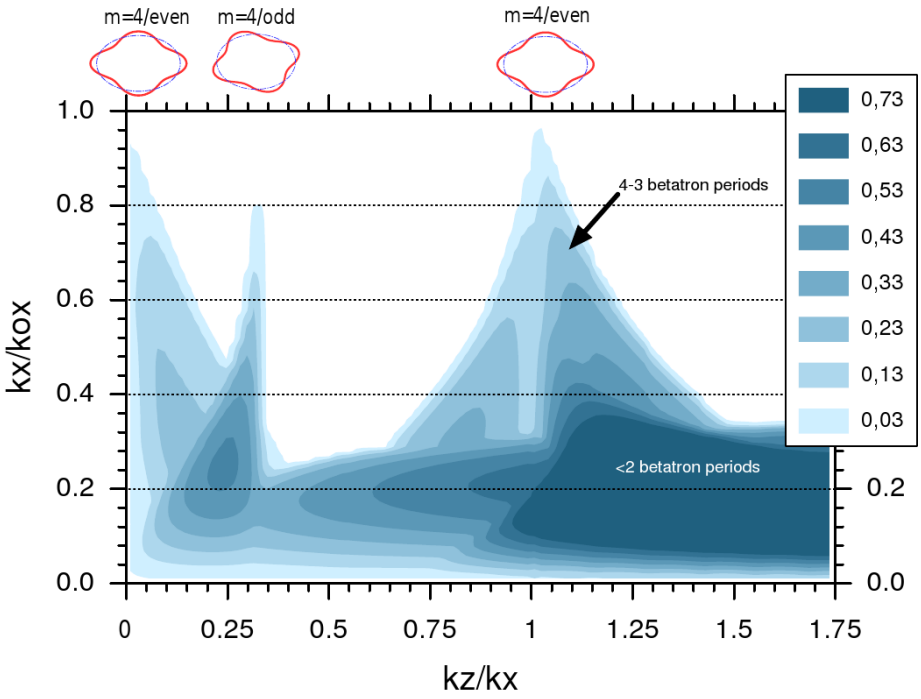

FIG. 4.11 – *Diagramme de stabilité de Hofmann pour* $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell}/\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 2$.

Les diagrammes de Hofmann sont aujourd'hui systématiquement utisés dans la conception des linacs à hadrons de forte intensité et toutes les simulations multiparticulaires ont confirmé leur potentialité : SNS [116], SPL [117], SNS, SPL et ESS [118].

Si la condition d'équipartition n'est pas satisfaite (températures transverse et longitudinale différentes), un échange d'émittances peut avoir lieu entre les plans si des résonances de couplage sont traversées. Plus la charge d'espace est forte et plus les bandes interdites (« stop-bands ») sont larges : l'échange est alors d'autant plus probable et rapide. L'équipartition n'est néanmoins pas une condition obligatoire pour garantir la stabilité du faisceau. Cette condition impose en effet de sévères restrictions sur le réglage d'un linac notamment pouvant induire de très faibles valeur de dépression de charge d'espace dans un des plans (suivant la valeur du rapport des émittances). Dans la conception d'un linac de haute intensité, les points de fonctionnement devront évoluer dans une zone de stabilité présente dans les diagrammes de Hofmann.

Remarque : Dans une cavité accélératrice, il existe une composante ra-

diale du champ électrique (*cf.* Annexe A.2). Cette composante a pour effet de défocaliser les particules du faisceau et introduit un terme de couplage dans l'équation du mouvement transverse. Sous certaines conditions de résonance, il peut y avoir échange d'émittances : ce mécanisme ne fait pas intervenir la charge d'espace. Le lecteur pourra trouver un développement de cette théorie par I. M. Kapchinsky dans [119]. R. Duperrier et D. Gorelov [120] ont ensuite démontré par des simulations de la dynamique des faisceaux appliquée au projet RIA que le processus d'échange d'émittances apparaissait bien dans les zones d'instabilités prédites par la théorie.

Nous avons dans cette section aborder de façon théorique la dynamique des faisceaux en présence de forces de charge d'espace. Cette approche a mis en évidence certains phénomènes susceptibles de dégrader les qualités optiques du faisceau. Il s'agit tout d'abord de l'augmentation de l'émittance RMS d'un faisceau adapté inhérente à sa propagation dans un canal de forces fortement non linéaires. Nous avons ensuite étudié les effets de filamentation et de dillution ainsi que les résonances paramétriques provoquées par la désadaptation d'un faisceau et conclu par les couplages entre les plans transverses et le plan longitudinal susceptibles de provoquer des échanges d'émittances. Filamentation, résonances paramétriques et échanges d'émittances sont très dépendants des réglages du linac dont nous essayons de proposer des règles pratiques dans la prochaine section. Il existe également d'autres manifestations physiques qui ont des conséquences sur la dynamique du faisceau et qui ne sont pas abordées dans la présente étude. Citons par exemple :

- la diffusion des particules du faisceau sur le gaz résiduel ;
- la diffusion des particules du faisceau sur elles-mêmes (« intrabeam-scattering »)
- les erreurs de positionnement des éléments de focalisation et des cavités ;
- les défauts, les variations (rapides ou lentes) et les non-linéarités des champs ;
- ...

4.2 Règles pratiques pour la conception d'un linac

Dans cette section, les *quatre règles principales* que doit respecter le concepteur d'un linac sont mentionnées. Quelques remarques générales sont ensuites présentées.

4.2.1 Règles de conception

Règle 1

Limiter la valeur maximale de l'avance de phase sans courant à 90° **dans tous les plans.**

Les résonances d'une particule individuelle avec la périodicité de la structure sont alors supprimées (*cf.* par exemple [60]).

Règle 2

Assurer l'avance de phase par mètre linéaire notamment entre chaque section.
Les réglages sont mois sensibles à une éventuelle variation de courant.

Règle 3

Adapter correctement le faisceau au canal de transport notamment entre chaque section.
L'augmentation RMS de l'émittance sera faible et l'apparition du halo sera limitée (*cf.* paragraphe 4.1.4 de la page 137).

Règle 4

Respecter les lois d'équipartition ou choisir un point de fonctionnement dans une zone de stabilité du diagramme de Hofmann.
En l'abscence de résonance de couplage, il n'y aura pas d'échanges d'émittances (*cf.* paragraphe 4.1.4 de la page 145).

4.2.2 Remarques sur le croisement des avances de phase

Ces remarques concernent l'évolution des avances de phase transverse et longitudinale. Réécrivons tout d'abord les avances de phase par mètre sans courant déjà présentées dans le Chap. 2. L'avance de phase par mètre (fréquence synchrotron) dans le plan longitudinal s'écrit :

$$k_{\ell 0} = \sqrt{-\frac{\omega_{RF}}{m_0 c^3 \beta_s^3 \gamma_s^3} q E_0 T \sin \phi_s} \tag{4.64}$$

et l'avance de phase transverse (fréquence bétatron) est donnée dans le cas d'un quadripôle par :

$$k_{t0} = \sqrt{\frac{B}{(B\rho)}}. \tag{4.65}$$

À basse énergie (au début du linac où β_s et γ_s sont faibles), on comprend, à parir de l'Éq. 4.64, que limiter l'avance de phase à 90 ° par période signifie restreindre la valeur du gradient accélérateur disponible. Malgré cette restriction, on désire profiter de la plus forte accélération possible ($E_0 T$ grand) : c'est-à-dire réduire la longueur et donc le coût du linac. C'est pourquoi, l'avance de phase longitudinale est fixée à 90 ° au début du linac. Afin de respecter la première règle pratique de conception et pour éviter les résonances de couplage, on devrait observer au début du linac :

$$\begin{cases} \sigma_{\ell 0} & = & 90\,^\circ \\ \dfrac{\widetilde{\sigma}_\ell}{2} & < & \widetilde{\sigma}_t \quad < \quad \widetilde{\sigma}_\ell. \end{cases} \tag{4.66}$$

Lors de la montée en énergie, l'avance de phase longitudinale décroît rapidement puisque ($\beta_s^3 \gamma_s^3$) devient le terme dominant de l'Éq. 4.64. Dans un linac comme l'accélérateur primaire d'EURISOL où l'énergie finale est

grande (1 *GeV* pour les H^-), le *croisement des avances de phase*, pour que $\widetilde{\sigma}_t > \widetilde{\sigma}_\ell$, est inévitable afin de conserver une focalisation transverse suffisante (*cf.* Éq. 4.65). Néanmois, ceci peut conduire à un échange d'émittances non négigeable. Nous allons voir dans la prochaine section qu'il est parfois préférable de choisir $\sigma_{t0} > \sigma_{\ell 0}$ au début du linac et de conserver ce choix pendant le transport. L'avance de phase transverse est alors supérieure à 90° sur quelques périodes.

4.3 Dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL

4.3.1 Introduction et remarques

Avant de rentrer dans les détails des simulations effectuées avec le logiciel Tracewin/Partran [59], nous tenons, dans cette introduction, à souligner quelques remarques. Celles-ci concernent l'organisation de la présente section tant sur la méthodologie qui a été suivie que sur la façon de présenter les résultats.

Les objectifs de l'étude de la dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL sont de proposer un réglage du linac, en respectant les règles précédemment établies, pour tous les types d'ions. Nous allons nous attacher à décrire avec le plus de précisions possibles les choix effectués pour le faisceau de D^+. Par la suite, seuls les résultats finaux pour les faisceaux de H^- et $^3He^{2+}$ seront mis en avant. Le but de cette simplification est de ne pas alourdir la lecture de ce mémoire puisqu'il ne nous semble pas nécessaire de répéter pour chaque type d'ions la méthode employée qui reste sensiblement similaire dans les trois cas.

Les optimisations ont tout d'abord été abordées par un calcul linéaire. Nous avons ensuite confirmé ces premiers résultats avec une simulation multiparticulaire. 50 000 macro-particules ont été transportées avec une distribution initiale gaussienne tronquée à $4\,\sigma$ dans chaque plan de phases.

Après ces quelques remarques qui fixent la manière de présenter les résultats, nous pouvons, à présent, décrire la dynamique des faisceaux primaires du projet EURISOL.

4.3.2 La partie SARAF

Depuis la sortie du RFQ jusqu'à l'entrée dans la section « spoke », les ions sont accélérés dans un linac de type SARAF. Cette partie est composée de trois cryostats $\beta 0.09$, comprenant dans chacun d'eux six cavités et trois solénoïdes, et de quatre cryostats $\beta 0.15$, comprenant huit cavités et six solénoïdes. Dans un premier temps, nous avons calculé le faisceau adapté dans ce linac sans les espace inter-cryostats. Il s'agit alors d'un linac « périodique » avec des périodes $\beta 0.09$ et des périodes $\beta 0.15$: chaque période étant composée d'une cavité suivie d'un solénoïde puis d'une cavité (*cf.* Fig. 4.12). Nous avons ensuite inséré les espaces inter-cryostats

(*cf.* Fig. 4.13) et nous avons tenté d'imposer les paramètres de Twiss, fournis par la précédente simulation, à l'entrée de chaque cryostat (après l'espace inter-cryostats pour être plus précis).

Choix des avances de phases transverses et des valeurs d'émittances

Le choix des avances de phase transverses (l'avance de phase longitudinale ayant été fixée dans le paragraphe 2.5) et des valeurs des émittances à l'entrée du linac a constitué la première étape de l'étude de dynamique des faisceaux.

En prenant, tout d'abord, pour les deutons, des valeurs $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.3\ \pi.mm.mrad$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.3\ \pi.mm.mrad$ pour l'émittance longidudinale et les émittances transverses, cinq linacs (avec et sans espace inter-cryostats) ont été simulés avec des avances de phases transverses différentes. Ces simulations ont conduits aux réglages d'avances de phase sans espace inter-cryostats présentées sur la Fig. 4.14 [6].

Chacun de ces réglages a fourni les paramètres de Twiss pour effectuer des simulations des linacs de type SARAF avec les espaces inter-cryostats. Les résultats peuvent être observés sur [7] :

- la Fig. 4.15 pour les enveloppes multiparticulaires ;
- la Fig. 4.16 pour l'evolution des valeurs des émittances ;
- la Fig. 4.17 pour l'évolution des paramètres du halo ;
- la Fig. 4.18 pour l'évolution de la distribution selon l'axe $\hat{z}$;
- la Fig. 4.19 pour la distribution initiale et les distributions finales des faisceaux dans les espaces de phases.

Les enveloppes des faisceaux nous indiquent clairement qu'il est très difficile d'adapter le faisceau notamment longitudinalement à l'entrée de chaque cryostat.
On remarque également un transfert important d'émittances du plan longitudinal vers les plans transverses pour les quatre derniers réglages.
Il semblerait donc que le réglage 0, avec des avances de phase transverses supérieures à l'avance de phase longitudinale, soit le meilleur choix pour EURISOL.

Pour confirmer cette hypothèse, les Tabs. 4.1 et 4.2 de la page 159 reportent respectivement le grossissement d'émittances et des paramètres de halo pour chacun des réglages. L'augmentation d'émittances transverses est effectivement la moins forte pour le réglage 0 ($+13$ % en (x, x') et $+10$ % en (y, y')). En ce qui concerne les paramètres de halo, ils augmentent d'un peu plus de 30 % dans tous les plans pour ce réglage. Seul le réglage 4 permet d'avoir une plus faible évolution des paramètres de halo mais il s'agit du réglage qui conduit à la plus forte augmentation

[6] Nous ne présenterons les avances de phase que pour la partie SARAF sans espace inter-cryostats puisque l'ajout de ces espaces rompt la périodicité de la structure.

[7] Chacune des conceptions est notée « SARAF_Deuton_n » sans espace inter-cryostats et « SARAF_Deuton_n_DS » (DS pour « drift space ») avec espaces inter-cyostat avec n le numéro de réglage.

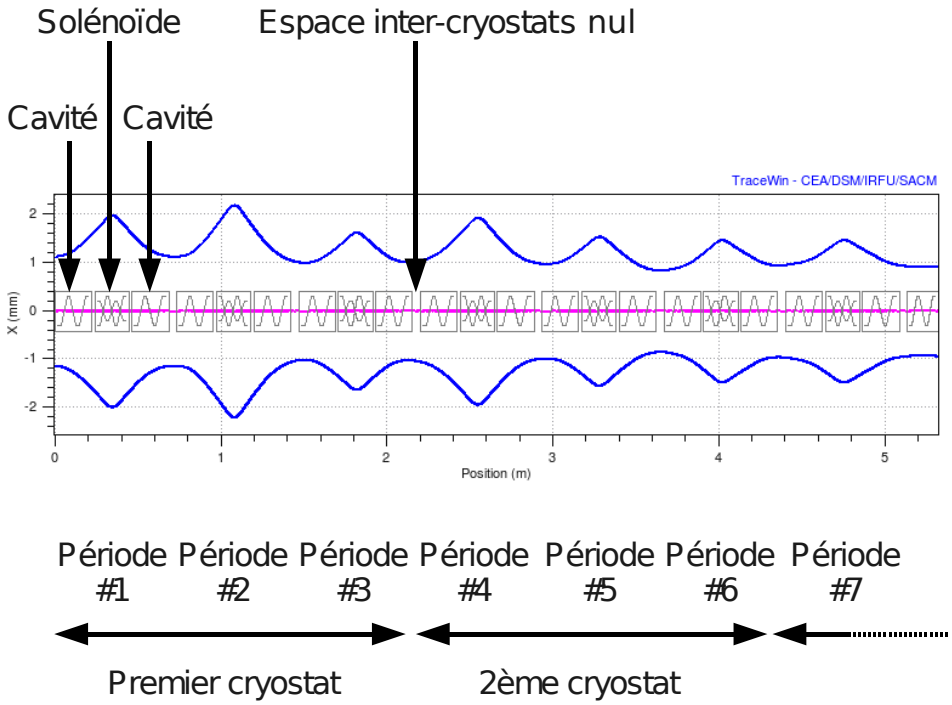

FIG. 4.12 – *Partie SARAF sans espace inter-cryostats.*

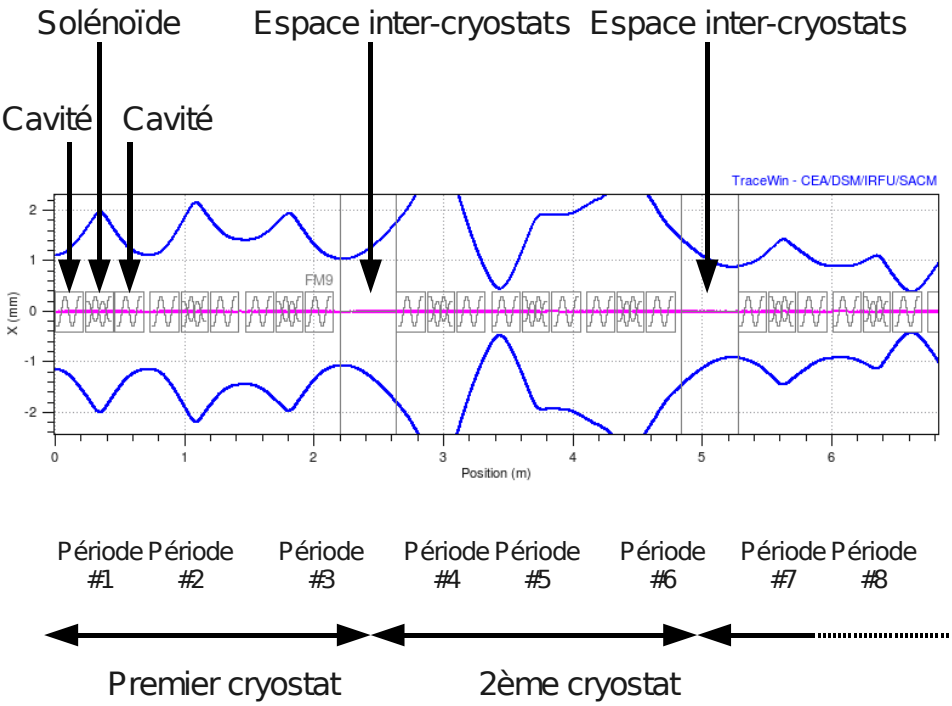

FIG. 4.13 – *Partie SARAF avec espaces inter-cryostats.*

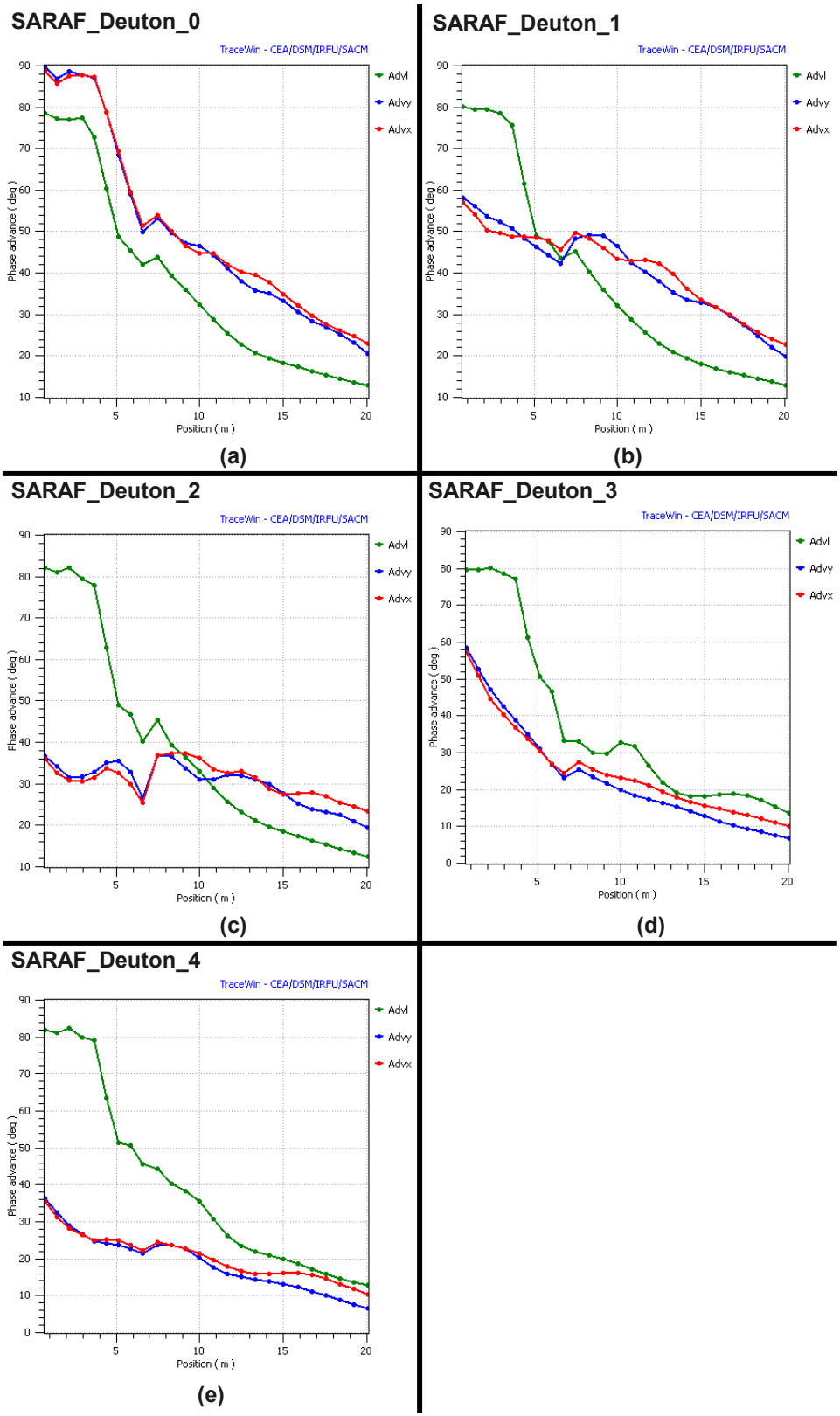

FIG. 4.14 – *Avances de phase par période pour les deutons dans la partie SARAF sans espace inter-cryostats.*

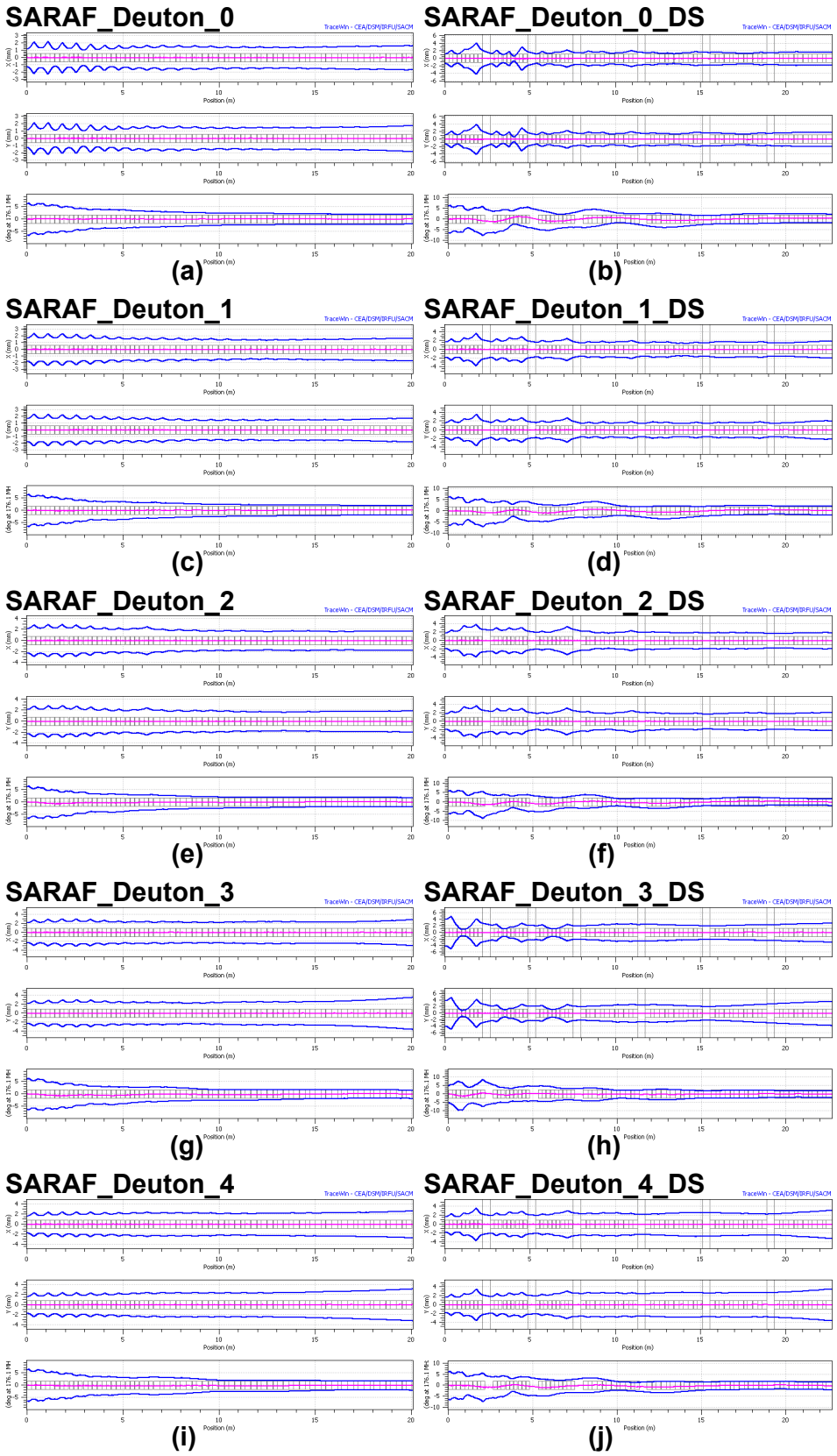

FIG. 4.15 – *Enveloppes multiparticulaires des faisceaux de deutons dans la partie SARAF.*

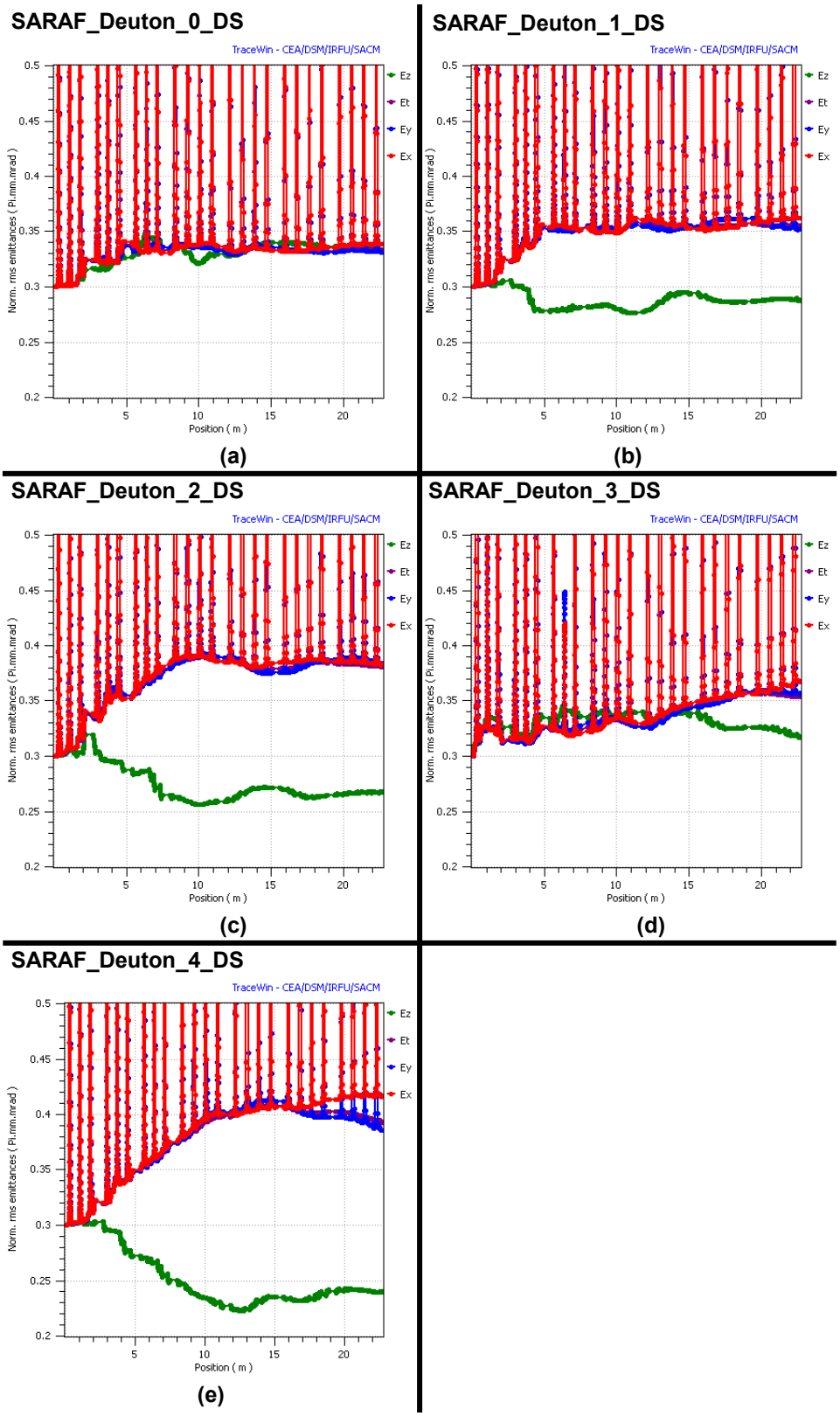

FIG. 4.16 – *Évolution des valeurs d'émittances des faisceaux de deutons dans la partie SARAF.*

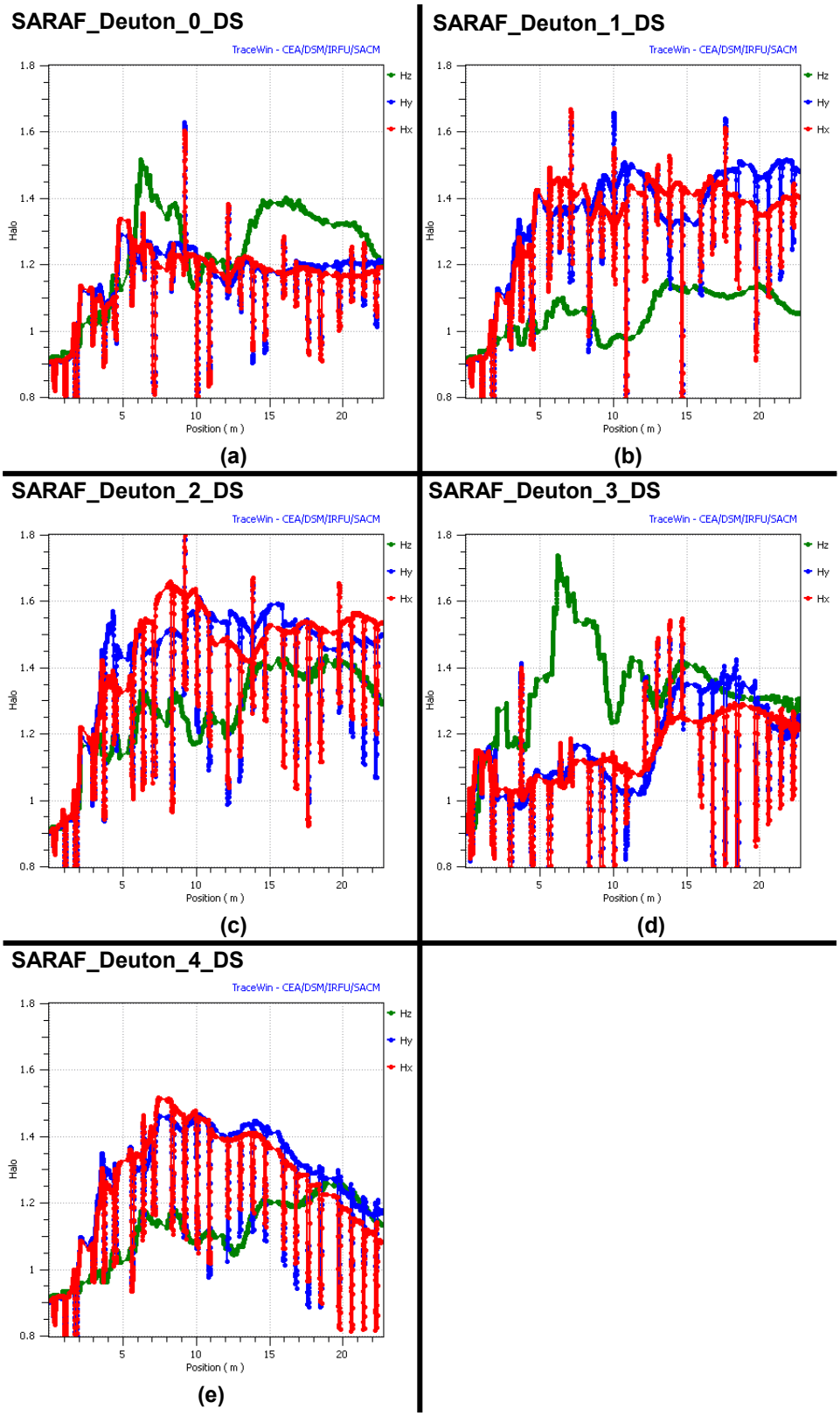

FIG. 4.17 – *Évolution des paramètres de halo du faisceau de deutons dans la partie SARAF.*

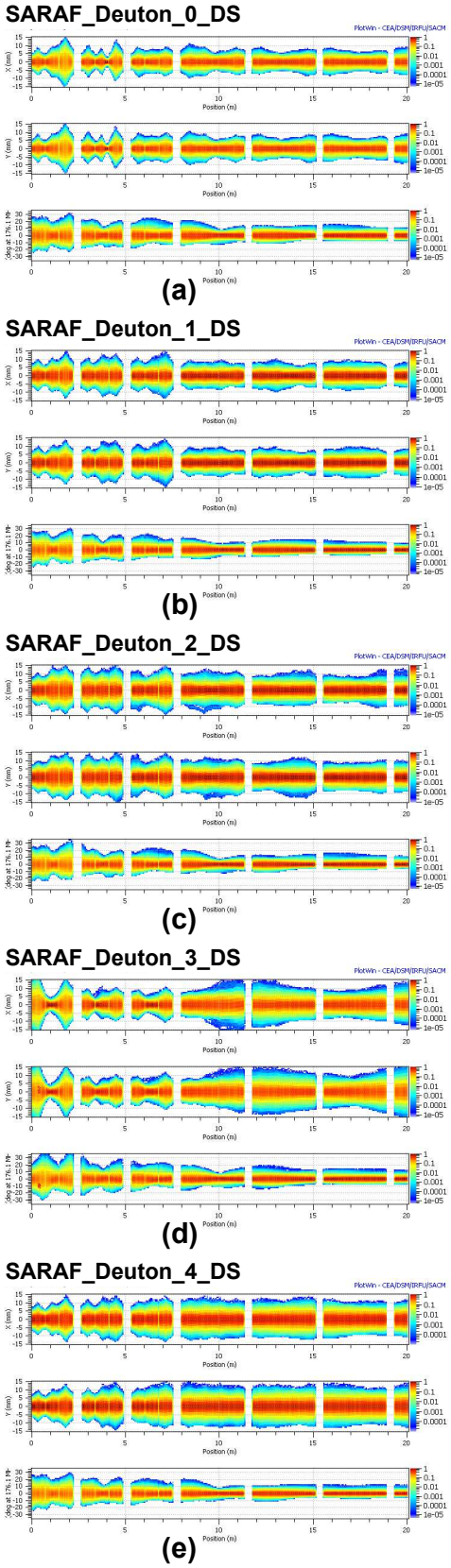

FIG. 4.18 – *Évolution de la distribution du faisceau de deuton dans la partie SARAF selon l'axe ẑ.*

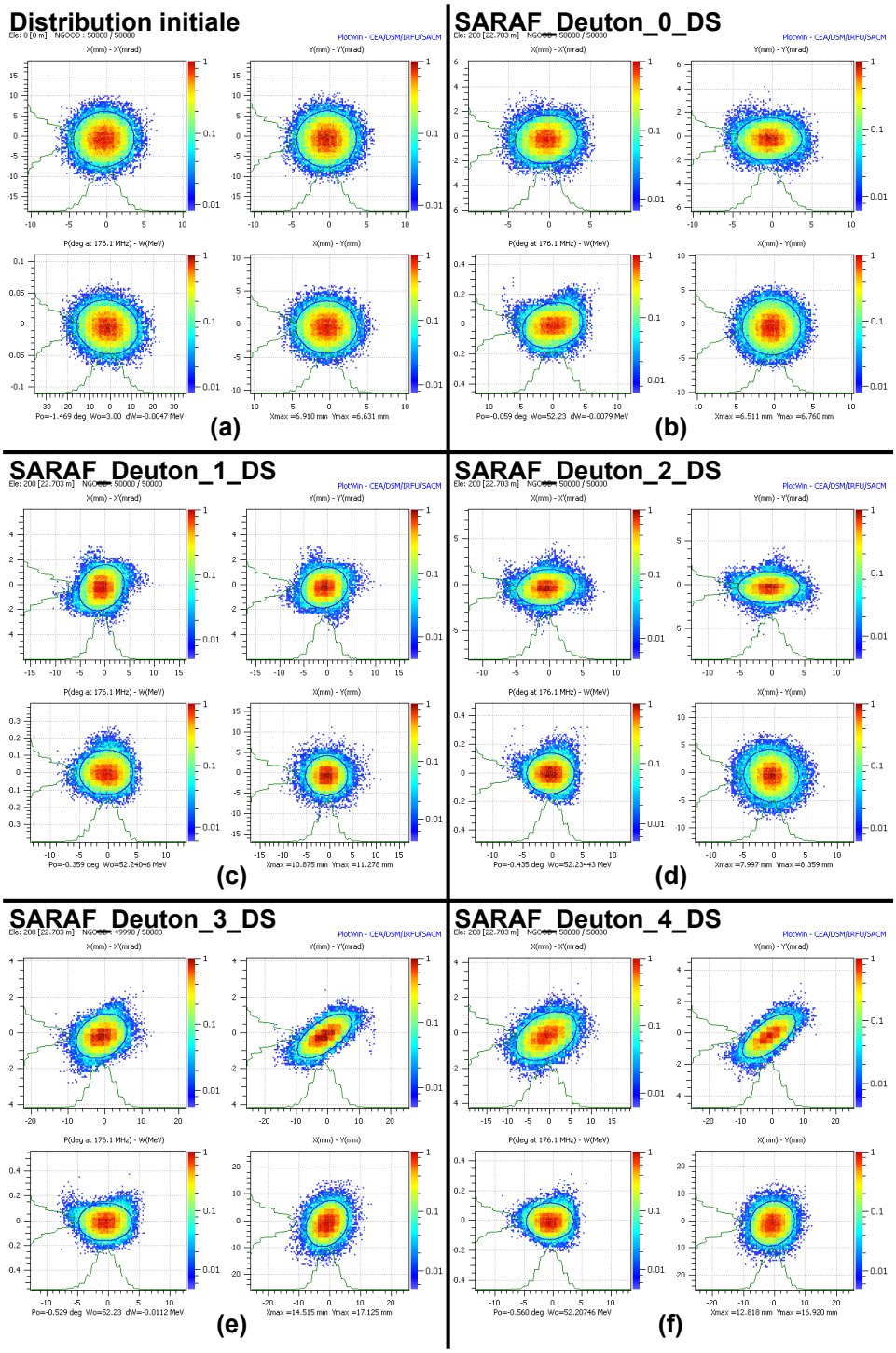

FIG. 4.19 – *Distribution initiale et distributions finales du faisceau de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF.*

TAB. 4.1 – *Émittances finales et grossissements d'émittances du faisceau de D^+ pour différents réglages dans la partie SARAF.*

Réglages	Émittances finale (en $\pi.mm.mrad$)			Grossissements d'émittances (en %)		
	$\widetilde{\epsilon}_{n,x}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,y}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,z}$	(x,x')	(y,y')	(z,z')
Deuton_saraf_0	0.306	0.303	0.302	2	1	<1
Deuton_saraf_0_DS	0.339	0.331	0.332	13	10	11
Deuton_saraf_1	0.309	0.304	0.297	3	1	-1
Deuton_saraf_1_DS	0.362	0.352	0.255	21	17	-15
Deuton_saraf_2	0.354	0.351	0.255	18	17	-15
Deuton_saraf_2_DS	0.383	0.384	0.267	28	28	-11
Deuton_saraf_3	0.403	0.391	0.222	34	30	-26
Deuton_saraf_3_DS	0.368	0.357	0.317	23	19	6
Deuton_saraf_4	0.336	0.322	0.287	12	11	-4
Deuton_saraf_4_DS	0.417	0.386	0.299	39	29	>-1

TAB. 4.2 – *Paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo du faisceau de D^+ pour différents réglages dans la partie SARAF.*

Réglages	Paramètres de halo finaux			Grossissements (en %)		
	h_x	h_y	h_z	(x,x')	(y,y')	(z,z')
Deuton_saraf_0	0.952	0.946	0.918	6	4	<1
Deuton_saraf_0_DS	1.193	1.212	1.194	32	34	31
Deuton_saraf_1	0.930	0.916	0.943	3	1	4
Deuton_saraf_1_DS	1.403	1.481	1.053	56	63	16
Deuton_saraf_2	1.233	1.193	0.951	37	32	5
Deuton_saraf_2_DS	1.536	1.500	1.293	70	66	42
Deuton_saraf_3	1.180	1.252	0.907	31	38	<1
Deuton_saraf_3_DS	1.225	1.257	1.273	36	39	40
Deuton_saraf_4	0.895	0.960	0.963	>-1	6	6
Deuton_saraf_4_DS	1.084	1.178	1.134	20	30	25

des émittances transverses. On choisit donc le réglage 0 pour optimiser le transport des faisceaux dans le linac. Il faut souligner ici que l'avance de phase transverse sans courant est de 100 ° par période pour ce réglage au début du linac. Cependant, on se situe au dessus de 90 ° seulement pendant quelques périodes et la dépression du nombre d'onde est telle que l'avance de phase (avec courant) reste en dessous de 90 ° par période.

Une autre phénomène en faveur du réglage 0 serait l'évolution du profil radial du faisceau selon $\hat{z}$. En effet, grâce à de fortes valeurs d'avances de phase transverses, le faisceau est mieux confiné en x et en y. Le rayon maximal reste inférieur à 15 mm (*cf.* Fig. 4.18) sauf au tout début du linac autour de $z = 2$ m. Les cavités SARAF ayant une ouverture faisceau de 30 mm, ceci conduit à reconsidérer les valeurs des émittances transverses à l'entrée du linac.

Nous avons donc simulé un linac de deutons avec $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.3$ $\pi.mm.mrad$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2$ $\pi.mm.mrad$ et nous obtenons les profils transverses présentés sur la Fig. 4.23. Il apparaît que le rayon maximal du

TAB. 4.3 – *Émittances finales et grossissements d'émittances dans la partie SARAF pour* $\epsilon_{nt} = 0.2$ $\pi.mm.mrad$ *et différentes valeurs d'émittances longitudinales.*

$\widetilde{\epsilon}_{n,\ell}$ (en $\pi.mm.mrad$) en entrée	Émittances finales (en $\pi.mm.mrad$)			Grossissements d'émittances (en %)		
	$\widetilde{\epsilon}_{n,x}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,y}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,z}$	(x,x')	(y,y')	(z,z')
0.24	0.225	0.219	0.267	13	10	11
0.3	0.231	0.227	0.315	16	14	5
0.6	0.227	0.222	0.672	14	11	12

TAB. 4.4 – *Paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo dans la partie SARAF pour* $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2$ $\pi.mm.mrad$ *et différentes valeurs d'émittances longitudinales.*

$\widetilde{\epsilon}_{n,\ell}$ (en $\pi.mm.mrad$) en entrée	Paramètres de halo finaux			Grossissements (en %)		
	h_x	h_y	h_z	(x,x')	(y,y')	(z,z')
0.24	1.111	1.116	1.458	23	23	60
0.3	1.215	1.250	1.128	64	66	24
0.6	1.175	1.164	1.596	62	61	75

faisceau est toujours inférieur à 15 mm même autour de $z = 2$ m . Il s'agit donc d'une valeur suffisante pour les émittances transverses.

Concernant la valeurs de l'émittance longitudinale, nous avons également simulé plusieurs linacs avec des jeux de valeurs différents. La valeur des émittances transverses est fixée à 0.2 $\pi.mm.mrad$ et la valeur de l'émittance longitudinale sera de 0.24, 0.3 et 0.6 $\pi.mm.mrad$. Nous avons tenu à garder un plan longitudinal plus chaud avec des valeurs d'émittances dans ce plan plus élevées. Les résultats sur l'evolution des valeurs d'émittances et des paramètres de halo sont résumés dans les Tabs. 4.3 et 4.4 tandis que l'on peut observer les distributions finales dans les espaces de phases sur les Figs. 4.20, 4.21 et 4.22.

Pour $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.3$ $\pi.mm.mrad$, l'augmentation d'émittances transverses est légèrement supérieure en comparaison des deux autres valeurs d'entrée des émittances longitudinales. Par contre, l'augmentation dans le plan longitudinal est deux fois moindre avec cette valeur. Si l'on regarde, maintenant, les paramètres du halo, même si en pourcentage les données sont très différentes dans les plans transverses, elles restent toutefois très similaires en valeurs. Encore une fois, la plus grosse différence se trouve dans le plan longidudinal. Il apparaît en effet clairement que $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.3$ $\pi.mm.mrad$ est le meilleur choix pour ce plan. Il semblerait qu'il y ait une résonance de type particule-cœur (*cf.* Fig. 4.20) dans le plan $(\Delta z, \Delta z')$ qui pourrait s'expliquer par la difficulté d'adaptation à cause d'une plus forte charge d'espace pour $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.24$ $\pi.mm.mrad$. Dans ce même plan, le faisceau a filamenté pour $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.60$ $\pi.mm.mrad$ (*cf.* Fig. 4.22). L'explication est l'extension du faisceau en phase plus grande pour cette valeur : les particules en queue et tête de faisceau ressentent alors fortement les effets non linéaires du champ accélérateur. Pour $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.30$ $\pi.mm.mrad$ (*cf.* Fig. 4.21), le transport du faisceau de D^+ est meilleur dans le plan longitudinal. Devant la difficulté d'adaptation dans ce plan et parce que les pertes particulaires les plus dangereuses

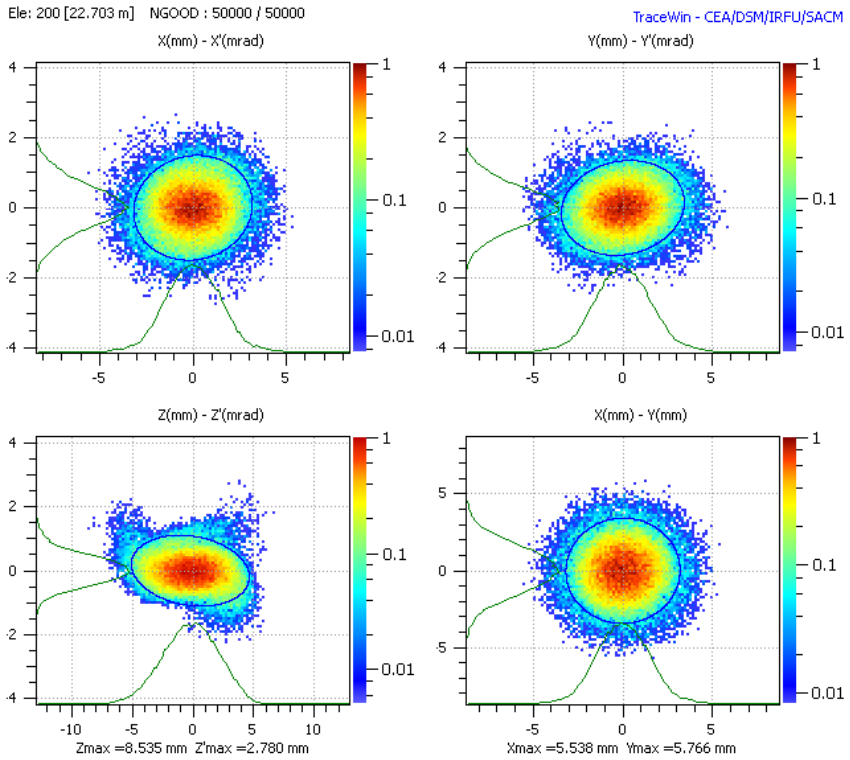

FIG. 4.20 – *Distributions finales des faisceaux de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF pour* $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2$ $\pi.mm.mrad$ *et* $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.24$ $\pi.mm.mrad$.

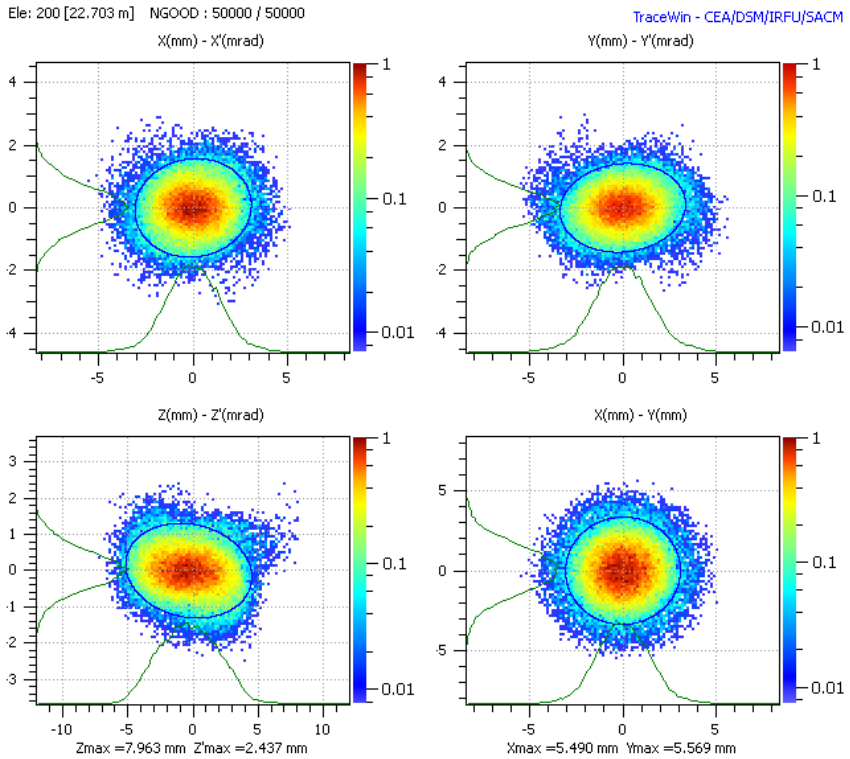

FIG. 4.21 – *Distributions finales des faisceaux de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF pour* $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2$ $\pi.mm.mrad$ *et* $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.30$ $\pi.mm.mrad$.

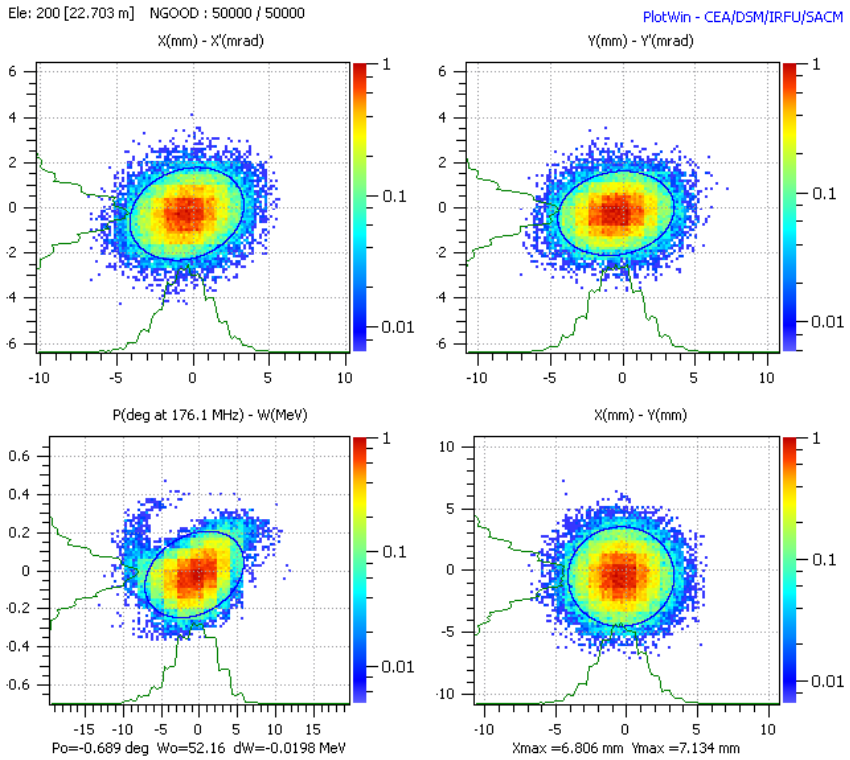

FIG. 4.22 – *Distributions finales des faisceaux de deutons dans les espaces de phases dans la partie SARAF pour* $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2$ $\pi.mm.mrad$ *et* $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.60$ $\pi.mm.mrad$.

sont dues au décrochage en phase des particules de haute énergie, nous avons décidé de priviligier la valeur de $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.30$ $\pi.mm.mrad$ dans la suite des calculs.

Pour résumer, reprenons les trois points abordés dans ce paragraphe.

1. Nous avons choisi un réglage avec des avances de phase transverses supérieures à l'avance de phase longitudinale.
2. $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.20$ $\pi.mm.mrad$ permet de maintenir la dimension radiale inférieure à l'ouverture faisceau des cavités SARAF.
3. $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.30$ $\pi.mm.mrad$ est le meilleur compromis pour le transport longitudinal.

Il convient toutefois de mentionner que les valeurs des émittances sont determinées par la source d'ions, le RFQ et la section d'adaptation entre le RFQ et le début du linac. Les valeurs proposées ici sont donc une suggestion pour faciliter le transport des faisceaux dans le linac.

Pour conclure sur le transport des D^+ dans la partie SARAF, nous présentons l'évulution de la distribution du faisceau sur la Fig. 4.23 et des valeurs d'émittances sur la Fig. 4.24.

Les faisceaux de $^3He^{2+}$ et H^-

Intéressons nous aux faisceaux de $^3He^{2+}$ et de H^-. Pour ces faisceaux, nous avons gardé le même réglage ($k_t > k_\ell$) et les mêmes valeurs d'émittances ($\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.20$ $\pi.mm.mrad$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.30$ $\pi.mm.mrad$). Conserver les

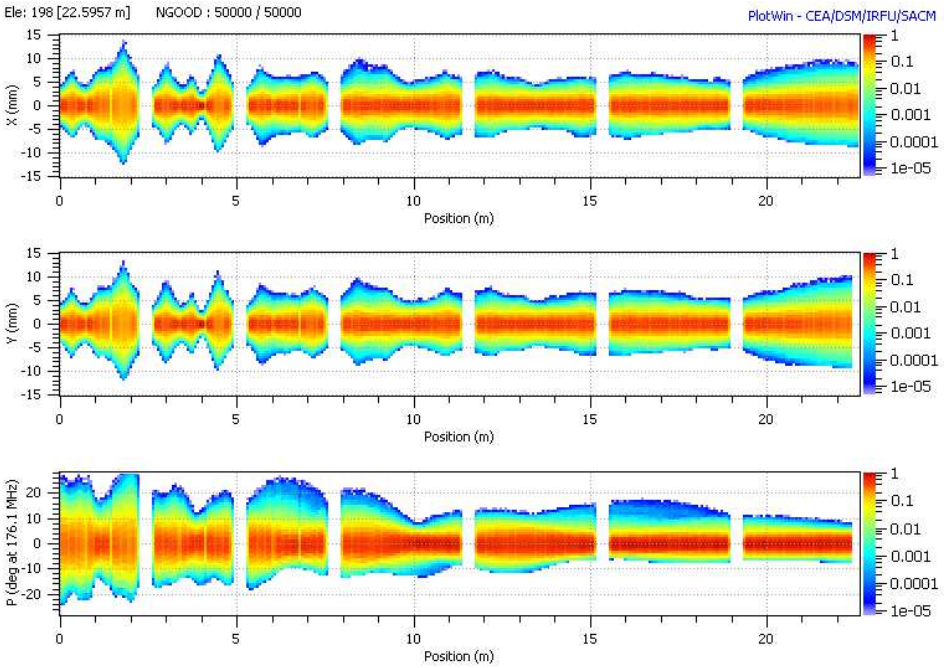

FIG. 4.23 – *Évolution finale de la distribution des faisceaux de D^+ dans la partie SARAF selon l'axe ẑ.*

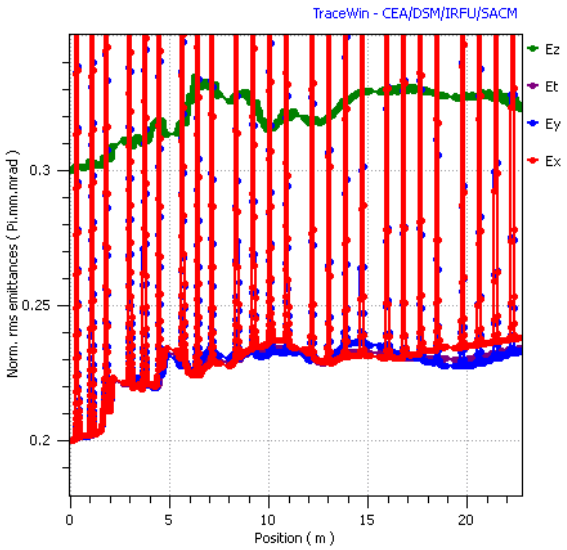

FIG. 4.24 – *Évolution finale des émittances des faisceaux de D^+ dans la partie SARAF.*

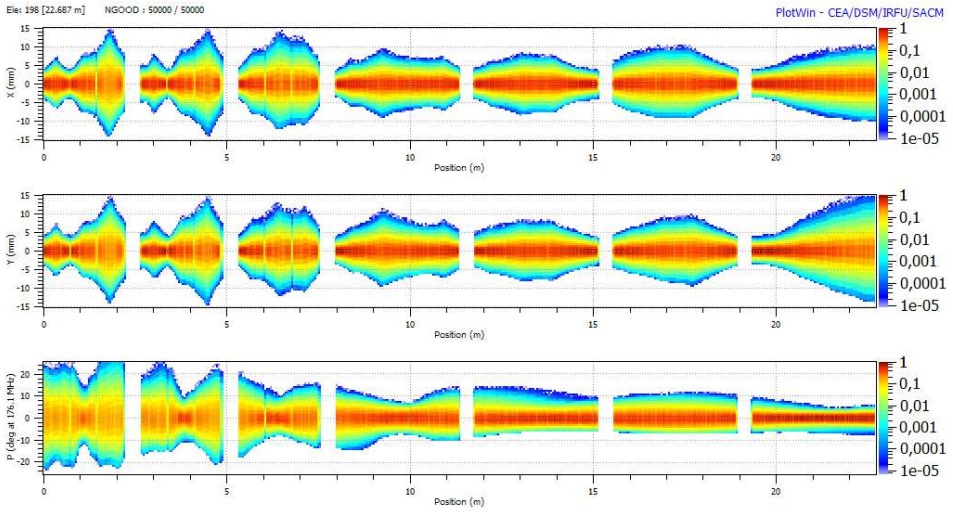

FIG. 4.25 – *Évolution de la distribution des faisceaux de $^3He^{2+}$ dans la partie SARAF selon l'axe $\hat{z}$.*

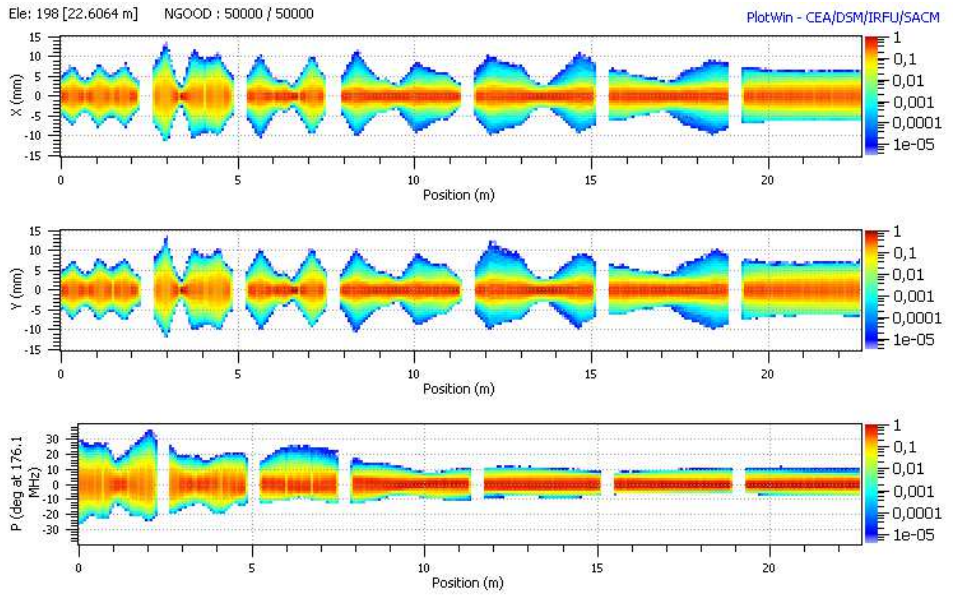

FIG. 4.26 – *Évolution de la distribution des faisceaux de H^- dans la partie SARAF selon l'axe $\hat{z}$.*

TAB. 4.5 – *Émittances finales et grossissements d'émittances, et paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo dans la partie SARAF pour les faisceau de $^3He^{2+}$ et de H^-.*

Faisceaux	Émittances finales (en $\pi.mm.mrad$)			Grossissements d'émittances (en %)		
	$\widetilde{\epsilon}_{n,x}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,y}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,z}$	(x,x')	(y,y')	(z,z')
$^3He^{2+}$	0.225	0.219	0.267	13	10	11
H^-	0.231	0.227	0.315	16	14	5

	Paramètres de halo finaux			Grossissements (en %)		
	h_x	h_y	h_z	(x,x')	(y,y')	(z,z')
$^3He^{2+}$	1.111	1.116	1.458	23	23	60
H^-	1.215	1.250	1.128	64	66	24

valeurs d'émittances pour le faisceau de H^- est justifié puisque le courant est presque identique : $I_{D^+} = 5\ mA$ et $I_{H^-} = 6\ mA$. Pour les $^3He^{2+}$, l'intensité est nettement inférieure ($I_{^3He^{2+}} = 0.1\ mA$) et la problématique liée à la charge d'espace est donc moins importante. Le Tab. 4.5 donne les résultats des simulations pour les faisceau de $^3He^{2+}$ et H^- et leur distribution selon $\hat{z}$ est présentée sur la Fig. 4.25 pour les $^3He^{2+}$ et sur la Fig. 4.26 pour les H^-.

Conclusion sur la partie SARAF

Nous avons remarqué que l'insertion des espaces inter-cryostats rend très difficile l'adaptation du faisceau spécialement dans le plan longitudinal. Nous pouvons voir le facteur de désadaptation du faisceau de D^+ à l'entrée de chaque cryostat sur la Fig. 4.27.

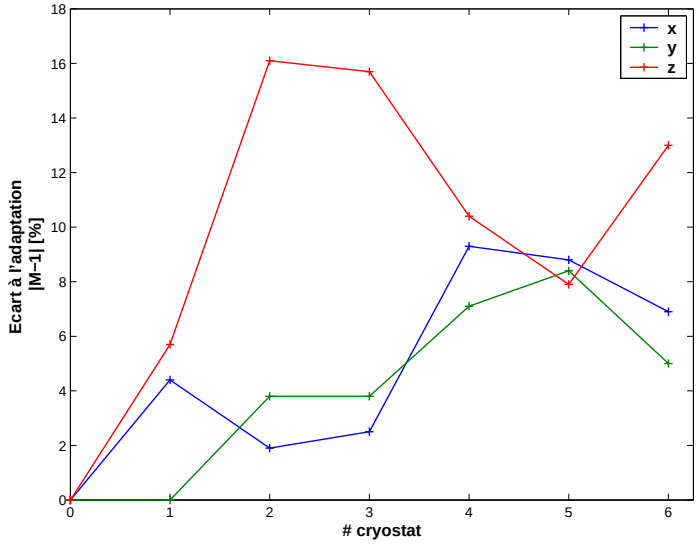

FIG. 4.27 – *Évolution du paramètre d'écart à l'adaptation à l'entrée de chaque cryostat SARAF pour le faisceau de D^+.*

Cette désadaptation est responsable d'un fort grossissement d'émittances dans les trois plans et également de l'apparition de halo : ces phénomènes sont beaucoup plus marqués que dans le cas sans espace inter-cryostats (*cf.* Tabs. 4.1 et 4.2).

4.3.3 Les parties « spoke » et elliptiques

Le faisceau de D^+

Avant de transporter le faisceau dans les parties « spoke » et elliptiques, il faut adapter le faisceau qui provient d'une section à focalisation solénoïdale à une section de type FDO. Pour cela, on modifie la première période « spoke » en lui rajoutant un quadripôle comme indiqué sur la Fig. 4.28.

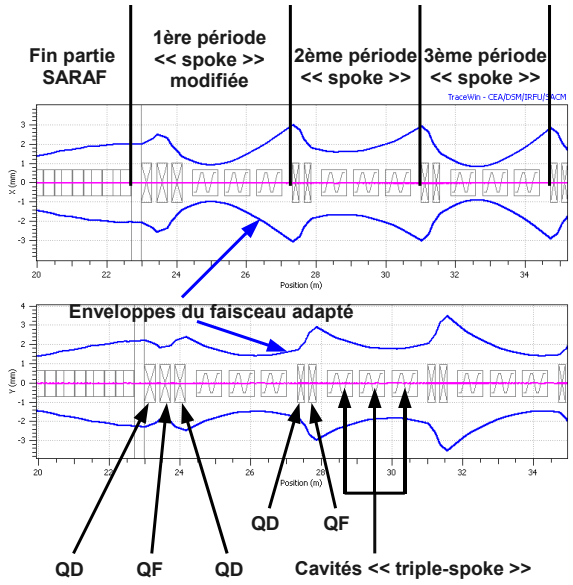

FIG. 4.28 – *Trois quadripôles pour adapter un faisceau issu d'une section solénoïdale à une section quadripôlaire.*

Cette disposition de trois quadripôles permet de découpler le faisceau dans les plans transverses (couplés par l'action des solénoïdes : *cf.* paragraphe 2.4.2) et d'adapter le faisceau dans des mailles FDO : un quadripôle pour découpler et deux quadripôles pour adapter les paramètres de Twiss. Le Tab. 4.6 donne les caractéristiques de ces quadripôles qui, il est important de le noter, sont les mêmes que dans la section elliptique. Nous pouvons observer l'évolution des valeurs des émittances dans cette section d'adaptation sur la Fig. 4.29. On remarque que cette section d'adaptation n'a pas d'influence sur la valeur des émittances (augmentation < 1 % dans tous les plans).

TAB. 4.6 – *Paramètres des quadriplôles d'adaptation pour le faisceau de D^+.*

Longueur (en mm)			Gradient (en T/m)		
Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3
30	30	30	-5.72	10.29	-5.72

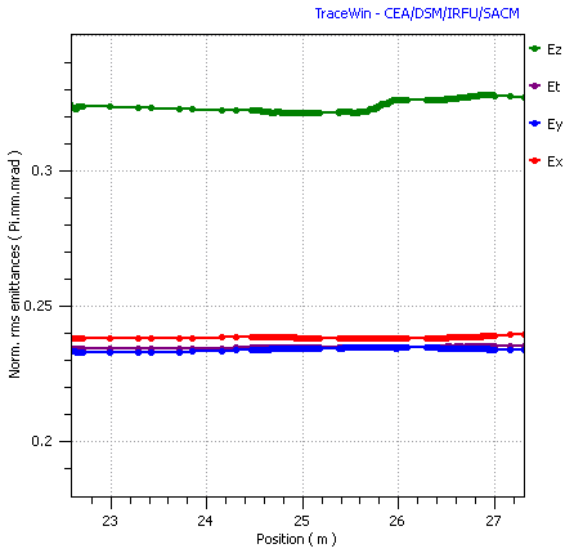

FIG. 4.29 – *Évolution des valeurs des émittances dans la section d'adaptation à trois quadripôles.*

Nous avons ensuite transporter le faisceau de D^+ dans les parties « spoke » et elliptiques en l'adaptant à chaque transition. Les résultats finaux sont présentés :

- sur la Fig. 4.30 pour la distribution selon l'axe $\hat{z}$;
- sur la Fig. 4.31 pour l'évolution des valeurs d'émittances ;
- sur la Fig. 4.32 pour l'évolution des paramètres de halo ;
- sur la Fig. 4.33 pour les distributions finales dans les espaces de phases ;
- sur la Fig. 4.34 pour le réglage des phases.

Dans le Tab. 4.7, nous trouvons les valeurs finales pour les émittances et les paramètres de halo et leur taux d'accroissement par rapport aux valeurs d'entrée du linac.

TAB. 4.7 – *Émittances finales et grossissements d'émittances, et paramètres de halo finaux et grossissements des paramètres de halo pour le faisceau de D^+ à la fin du linac.*

Émittances finales (en $\pi.mm.mrad$)			Grossissements d'émittances (en %)		
$\widetilde{\epsilon}_{n,x}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,y}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,z}$	(x,x')	(y,y')	(z,z')
0.253	0.251	0.332	27	26	11

Paramètres de halo finaux			Grossissements (en %)		
h_x	h_y	h_z	(x,x')	(y,y')	(z,z')
1.476	1.381	1.499	64	52	65

On remarque sur la Fig. 4.31 que le faisceau ne ressent pas de résonance de couplage. Les réglages des avances de phase (*cf.* Fig. 4.34) et la valeur relativement haute de la dépression de charche d'espace (presque toujours au-dessus de 0.8) permettent effectivement de rester assez loin des conditions de résonances comme le confirme le diagramme de Hofmann de la Fig. 4.35.

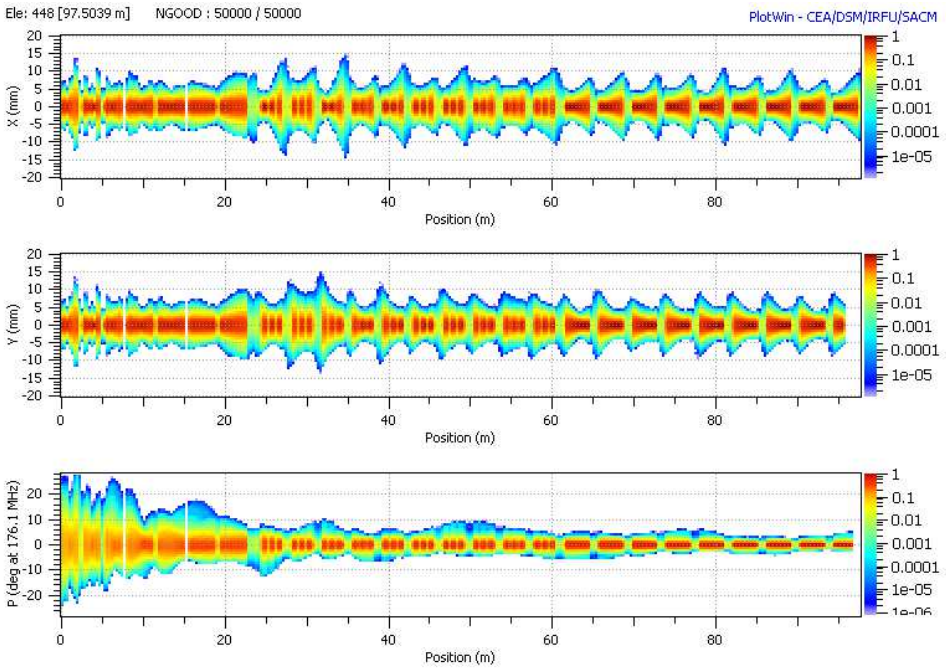

FIG. 4.30 – *Distribution du faisceau de D^+ selon l'axe ẑ.*

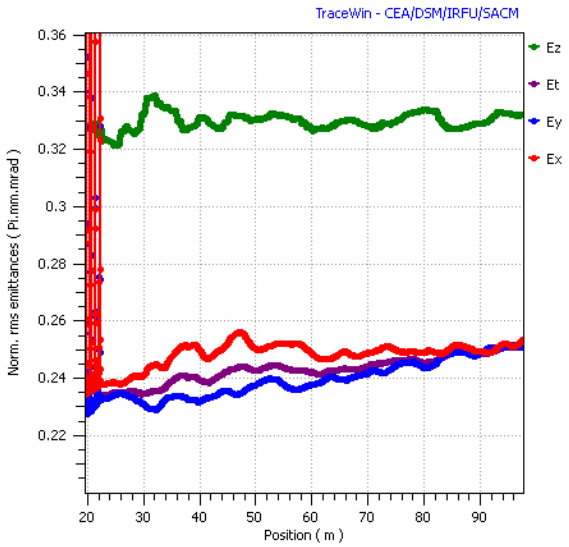

FIG. 4.31 – *Évolution des valeurs d'émittances pour le faisceau de D^+ dans les parties « spoke » et elliptiques.*

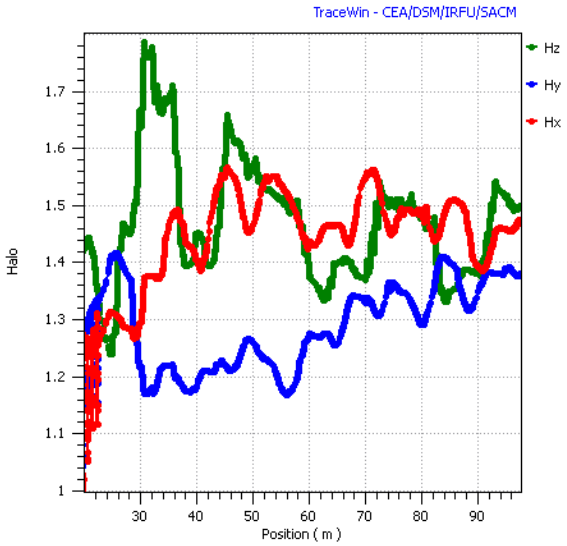

FIG. 4.32 – *Évolution des paramètres de halo pour le faisceau de D^+ dans les parties « spoke » et elliptiques.*

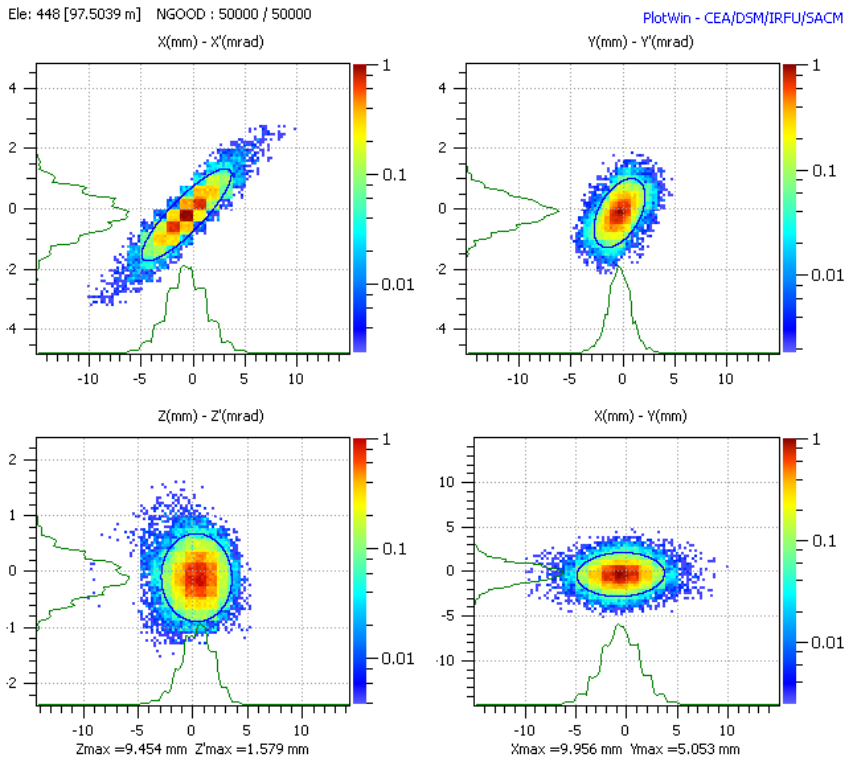

FIG. 4.33 – *Distributions finales du faisceau de D^+ dans les espaces de phases.*

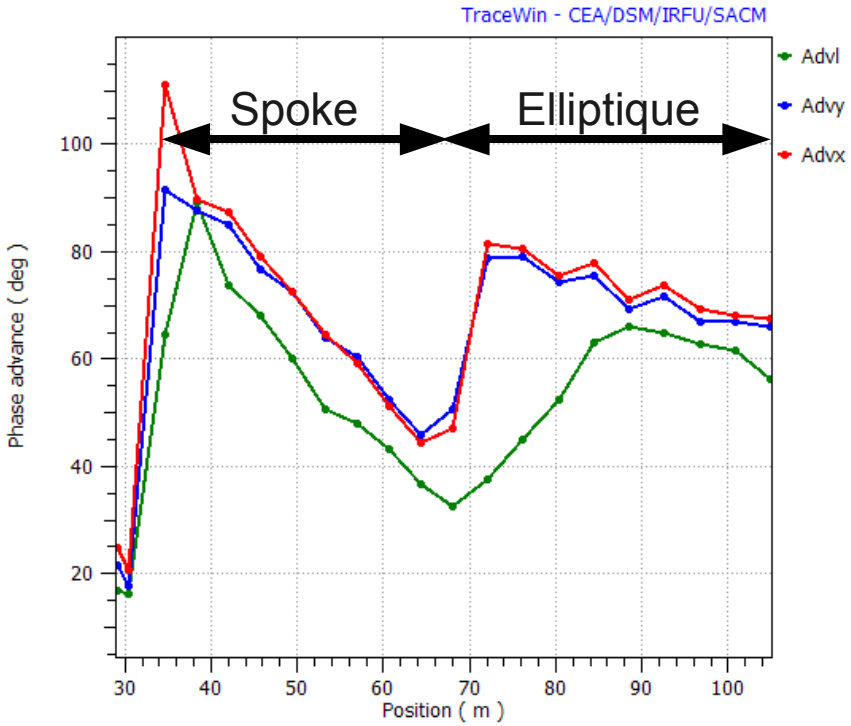

FIG. 4.34 – *Avances de phase par période dans le linac de D^+.*

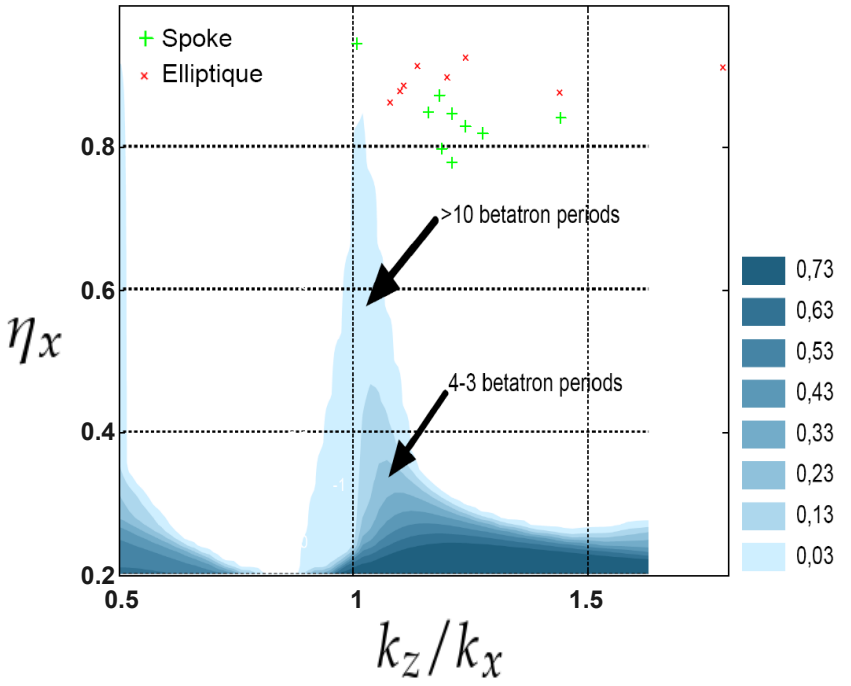

FIG. 4.35 – *Diagramme de stabilité de Hofmann pour le faisceau de D^+ dans les parties « spoke » et elliptique (source I. Hofmann).*

Les faisceaux de $^3He^{2+}$ et H^-

Le faisceau de deutons, une fois son énergie finale atteinte, est extrait du linac par une série de dipôles [121]. L'encombrement des dipôles nécessite de repousser la première période de la deuxième famille elliptique. Il y aura donc une période « vide de cavité » entre les deux premières sections elliptiques. Nous pouvons observer l'évolution de l'enveloppe du faisceau de H^- entre les deux sections sur la Fig. 4.36 avec au centre l'espace laissé libre pour les dipôles d'extraction du faisceau de D^+. Comme le montre la Fig. 4.37 qui prend l'exemple du faisceau de H^-, cette période vide a peu d'influence sur les valeurs des émittances.

Comme dans le cas des D^+, il n'y a pas d'échange d'émittances dans le transport des faisceaux de $^3He^{2+}$ et H^-. Les Fig. 4.38 et 4.39 présentent l'évolution de la distribution respectivement des faisceaux de $^3He^{2+}$ et de H^- et le Tab. 4.8 résume les paramètres finaux pour ces faisceaux.

TAB. 4.8 – *Émittances et grossissements d'émittances, et paramètres de halo et grossissements des paramètres de halo à la fin du linac pour les faisceau de $^3He^{2+}$ et de H^-.*

Faisceaux	Émittances finales (en $\pi.mm.mrad$)			Grossissements d'émittances (en %)		
	$\widetilde{\epsilon}_{n,x}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,y}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,z}$	(x,x')	(y,y')	(z,z')
$^3He^{2+}$	0.243	0.250	0.361	22	25	17
H^-	0.287	0.323	0.445	44	62	48

	Paramètres de halo finaux			Grossissements (en %)		
	h_x	h_y	h_z	(x,x')	(y,y')	(z,z')
$^3He^{2+}$	1.123	1.574	2.516	25	74	176
H^-	4.034	3.835	2.421	347	323	321

Dans chacun des plans, et pour tous les faisceaux, il y a un fort grossissement des valeurs d'émittances. Pour le faisceau de H^-, l'émittance transverse dans le plan (y,y') atteint même 0.323 $\pi.mm.mrad$ soit une augmentation de 62 % par rapport à sa valeur initiale. Il y a également beaucoup de halo formé dans ce linac. Dans la partie basse énergie, nous avions déjà vu dans le cas du faisceau de D^+ que *l'apériodicité de la structure* était responsable de *l'augmentation d'émittances et des paramètres de halo*. Dans le prochain paragraphe, nous proposons *une solution alternative périodique pour la partie basse énergie* différente du linac de type SARAF afin de dégager quels sont les avantages d'une telle structure périodique.

4.3.4 Solution alternative pour la partie basse énergie

La structure du linac pour la solution alternative est composée des mêmes cavités et des mêmes solénoïdes que dans la partie SARAF mais disposés dans des cryostats plus courts ($\sim$ 1 m soit trois fois plus courts que les cryostats β0.09 et quatre fois plus courts que les cryostats β0.15 de SARAF). Chaque cryostat comprend un solénoïde suivi par deux cavités et la périodicité est conservée (*cf.* Fig. 4.40). Ceci a pour conséquence

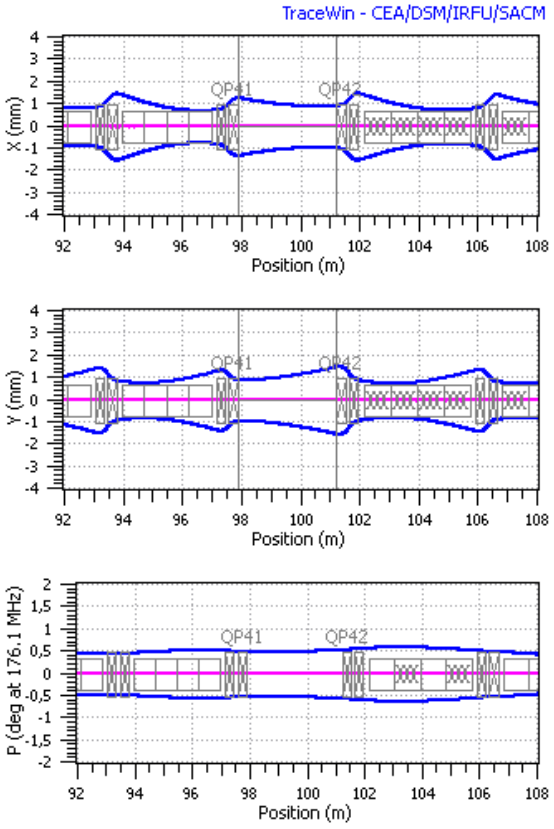

FIG. 4.36 – *Évolution de l'enveloppe du faisceau de H^- dans l'espace nécessaire à l'extraction du faisceau de D^+.*

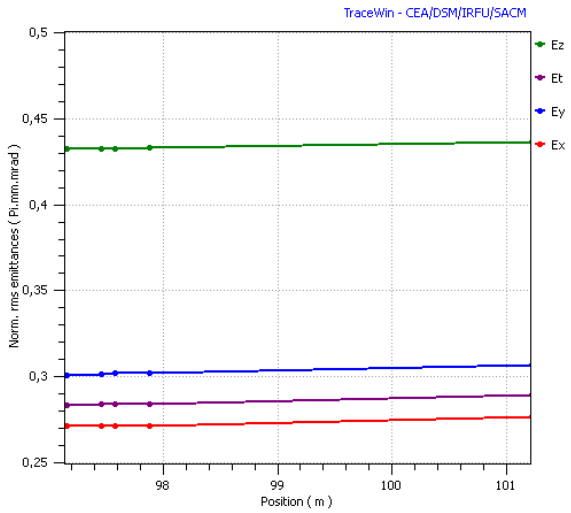

FIG. 4.37 – *Évolution des valeurs des émittances du faisceau de H^- dans l'espace nécessaire à l'extraction du faisceau de D^+ entre les deux premières sections elliptiques.*

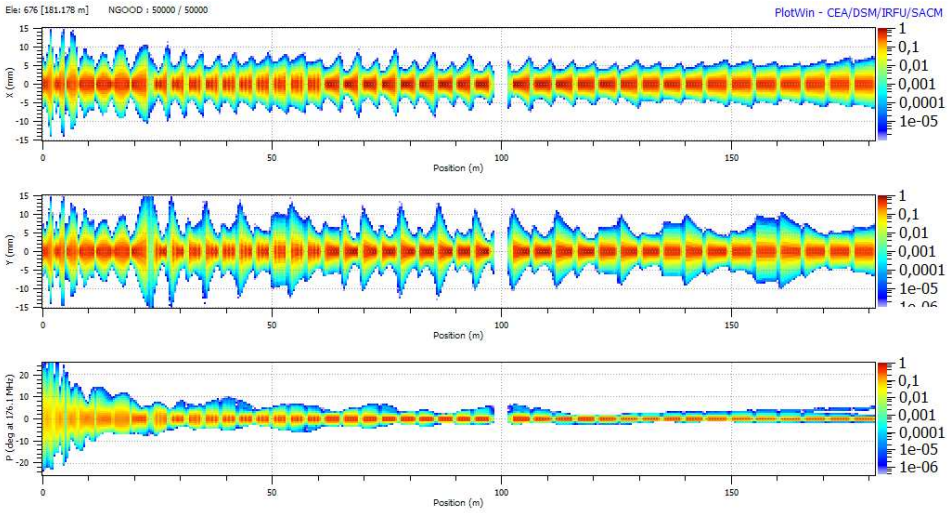

FIG. 4.38 – *Distribution du faisceau de $^3He^{2+}$ selon l'axe ẑ. L'aire en bleu ne concerne que les particules du halo : c'est l'aire en rouge qui concentre la majorité des particules du faisceau.*

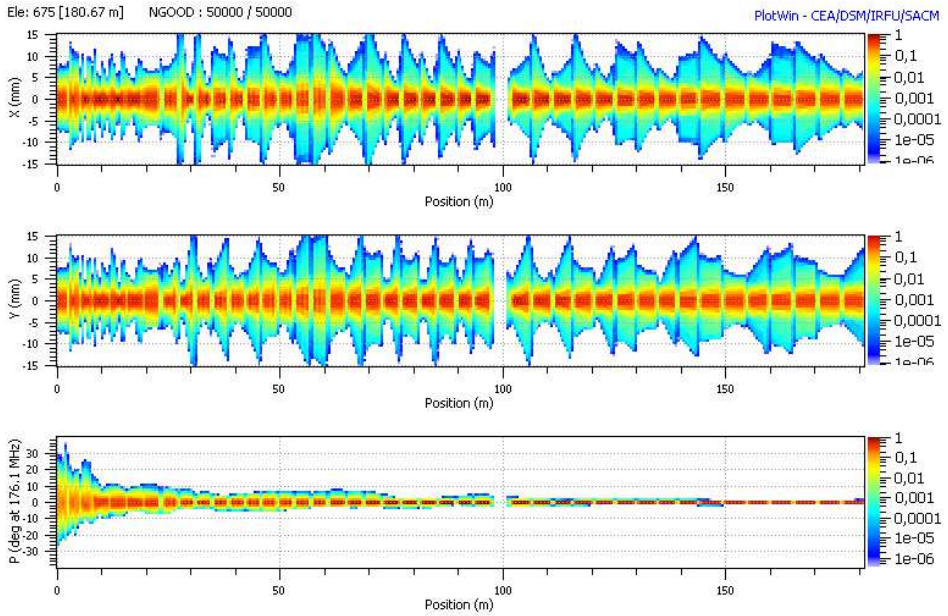

FIG. 4.39 – *Distribution du faisceau de H^- selon l'axe ẑ. L'aire en bleu ne concerne que les particules du halo : c'est l'aire en rouge qui concentre la majorité des particules du faisceau.*

d'augmenter la longueur de la partie basse énergie (et la longueur totale du linac) d'environ 10 m soit une augmentation de près de 50 % de la partie solénoïdale mais moins de 6 % sur la totalité du linac (193 contre 183 m).

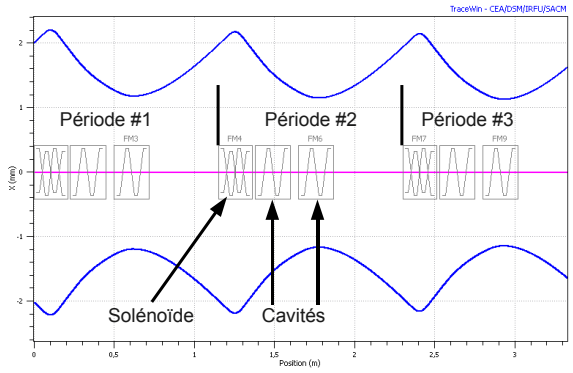

FIG. 4.40 – *Périodes de la solution alternative.*

Le nombre de cavités reste le même dans chaque section et les parties « spoke » et elliptiques sont inchangées. En ce qui concerne les valeurs des émittances, elles sont toujours de $\widetilde{\epsilon}_{n,\ell} = 0.3\ \pi mm.mrad$ et $\widetilde{\epsilon}_{n,t} = 0.2\ \pi mm.mrad$.

Le faisceau de D^+

Le réglage des avances de phase pour le faisceau de D^+ est présenté sur la Fig. 4.41. Comme dans le cas précédent, les avances de phase transverses sont supérieures à l'avance de phase longitudinale. Grâce à ce réglage, nous n'observons pas d'échange d'émittances entre les plans puisque nous restons dans une aire stable dans le diagramme de stabilité de Hofmann comme le montre la Fig. 4.42 où la section comprenant les cavités demi-onde apparaît (« HWR »).

On remarque sur la Fig. 4.43 que la formation du halo est très modérée dans cette nouvelle partie solénoïdale. Pour le paramètre longitudinale, la valeur se situe autour de 1.05 tandis que pour les paramètres transverses, nous trouvons environ 0.95. Dans la partie SARAF ces valeurs étaient de 1.215, 1.250 et 1.128 respectivement pour h_x, h_y et h_z (*cf.* Tab. 4.4 deuxième ligne).

Avec cette solution périodique, l'augmentation d'émittances est également moindre si l'on observe la Fig. 4.44 par comparaison avec la Fig. 4.24.

Dans les parties « spoke » et elliptiques, la valeur de l'émittance longitudinale est presque constante par contre on peut observer une légère augmentation des valeurs transverses comme le montre la Fig.4.45. Quant au halo, on observe qu'il se forme principalement dans la section d'adaptation à trois quadripôles autour de $z = 30\ m$ comme le montre la Fig.4.48.

L'enveloppe du faisceau donnée sur la Fig. 4.47 est régulière dans la partie solénoïdale et dans les parties quadripôlaires. Cette régularité

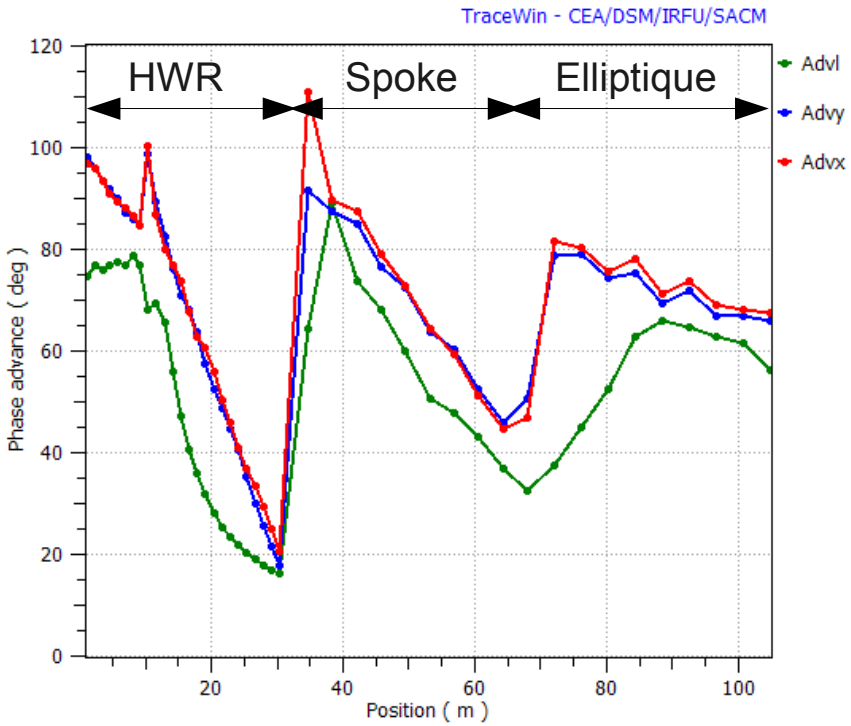

FIG. 4.41 – *Régalage des phases pour le faisceau de D^+ pour le linac périodique.*

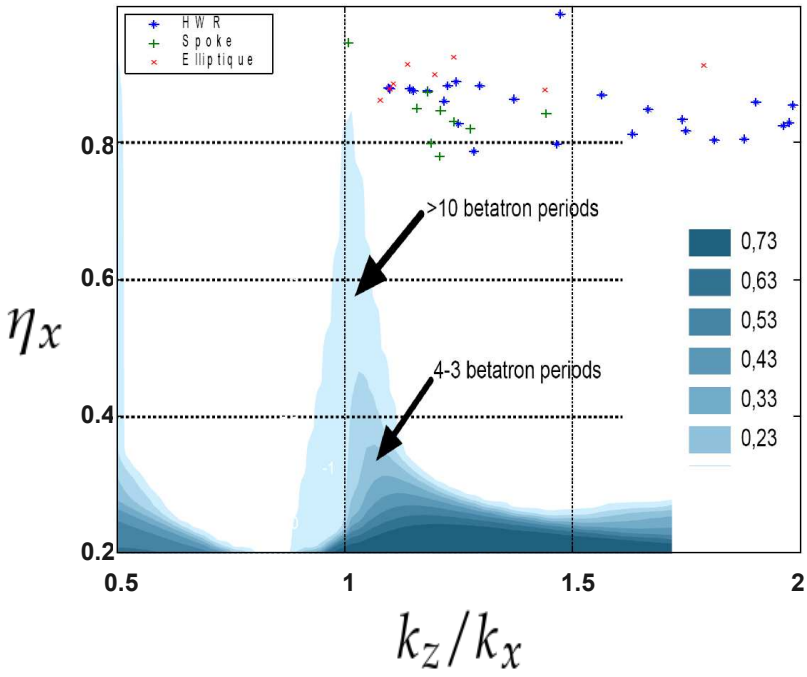

FIG. 4.42 – *Diagramme de stabilité de Hofmann pour le faisceau de D^+ dans le linac périodique (source I. Hofmann).*

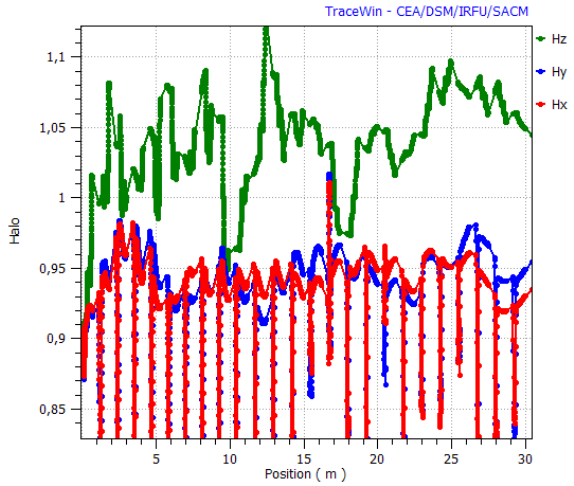

FIG. 4.43 – *Évolution des paramètres de halo pour le faisceau de D^+ dans la partie solénoïdale du linac périodique.*

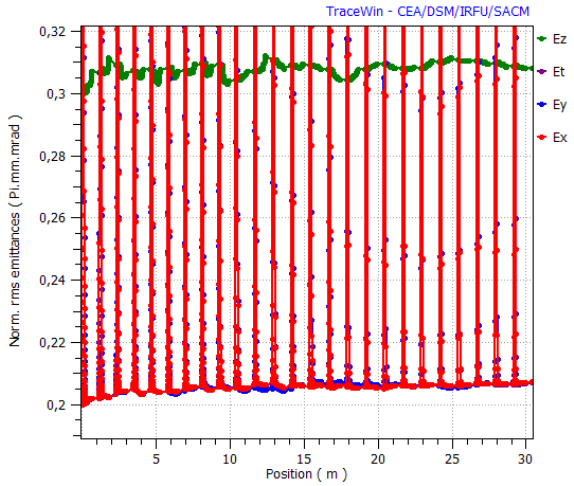

FIG. 4.44 – *Évolution des valeurs d'émittances pour le faisceau de D^+ dans la partie solénoïdale du linac périodique.*

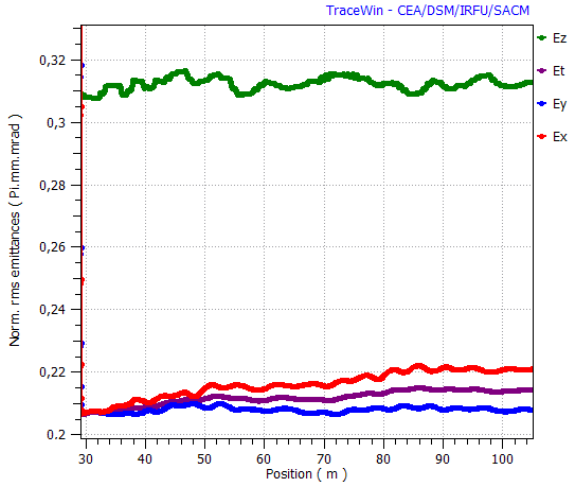

FIG. 4.45 – *Évolution des valeurs d'émittances pour le faisceau de D^+ dans les partie « spoke » et elliptiques du linac périodique.*

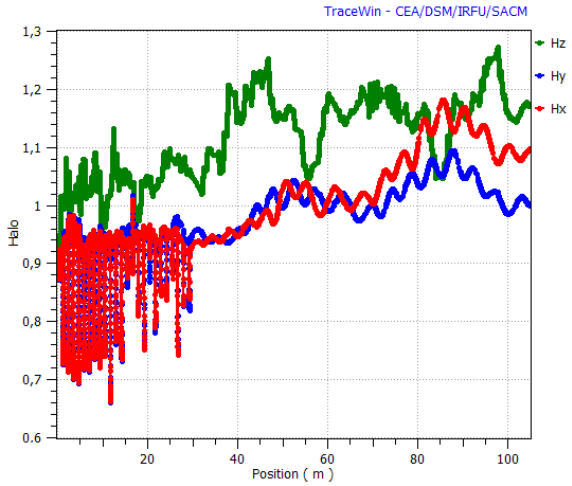

FIG. 4.46 – *Évolution des valeurs du paramètre de halo pour le faisceau de D^+ dans le linac périodique.*

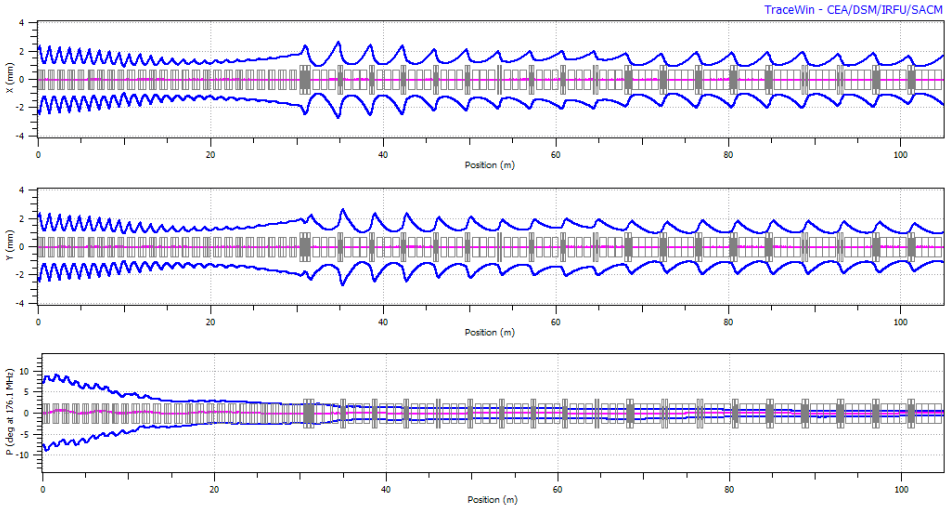

FIG. 4.47 – *Enveloppe du faisceau de D^+ selon $\hat{z}$ dans le linac périodique.*

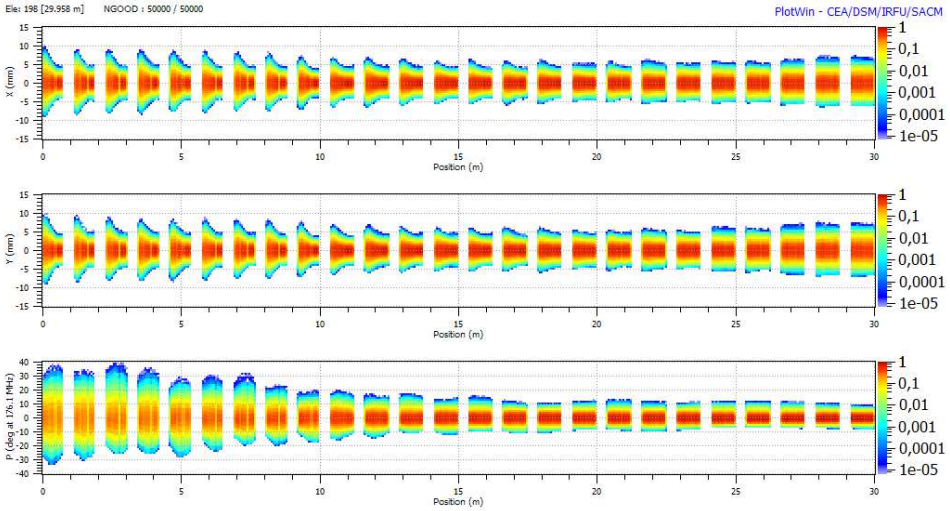

FIG. 4.48 – *Distribution du faisceau de D^+ selon $\hat{z}$ dans la partie solénoïdale du linac périodique.*

est permise grâce à la périodicité de la solution alternative : il n'est plus nécessaire d'adapter le faisceau à l'entrée de chaque cryostat. Ceci réduit considérablement l'apparition du halo (zone bleue sur la Fig. 4.48). De plus, on peut observer sur cette même figure (Fig. 4.48) que l'extension radiale du faisceau est contenue sous 10 mm. Cette solution représente donc moins de danger quant à l'activation des structures.

TAB. 4.9 – *Émittances et grossissements d'émittances, et paramètres de halo et grossissements des paramètres de halo à la fin du linac périodique pour le faisceau de D^+.*

Émittances finales (en $\pi.mm.mrad$)			Grossissements d'émittances (en %)		
$\widetilde{\epsilon}_{n,x}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,y}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,z}$	(x,x')	(y,y')	(z,z')
0.221	0.214	0.313	11	7	4
Paramètres de halo finaux			Grossissements (en %)		
h_x	h_y	h_z	(x,x')	(y,y')	(z,z')
1.098	1.001	1.173	22	10	29

Finalement, le Tab. 4.9 résume les paramètres du faisceau de D^+ du transport dans le linac périodique tandis que la distribution de ce faisceau selon l'axe $\hat{z}$ est représentée sur la Fig. 4.49.

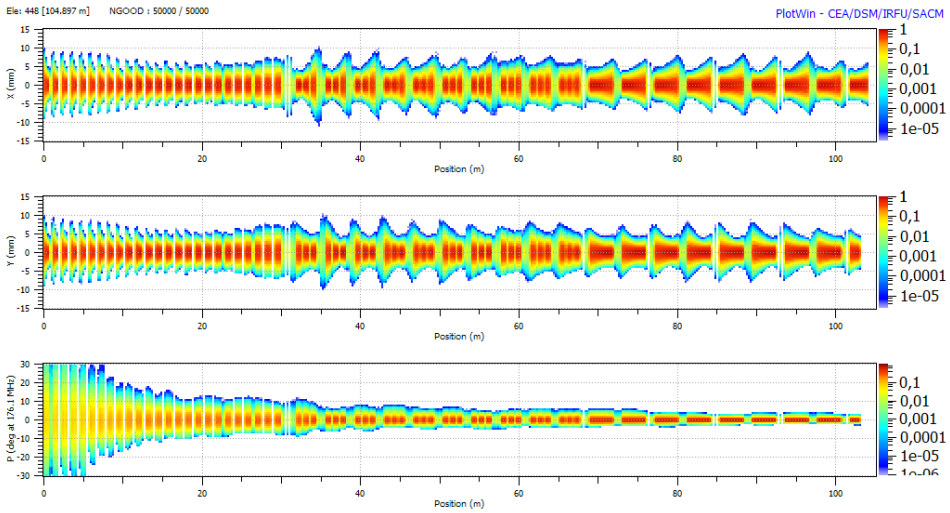

FIG. 4.49 – *Évolution de la distribution du faisceau de D^+ selon $\hat{z}$ dans le linac périodique.*

Les faisceaux de $^3He^{2+}$ et de H^-

Pour le faisceau de $^3He^{2+}$, l'augmentation d'émittances se fait ressentir principalement dans la section d'adaptation à trois quadripôles dans les trois plans. Au niveau de l'espace laissé libre pour les dipôles d'extraction du faisceau de D^+ ($z = 110\ m$), il y a également une augmentation de l'émittance longitudinale d'environ 6 %. L'évolution des valeurs des émittances pour ce faisceau est disponible sur la Fig. 4.50. Dans le cas de cette solution périodique, le halo transverse est formé principalement dans la section d'adaptation à trois quadripôles tandis que le halo longitudinal

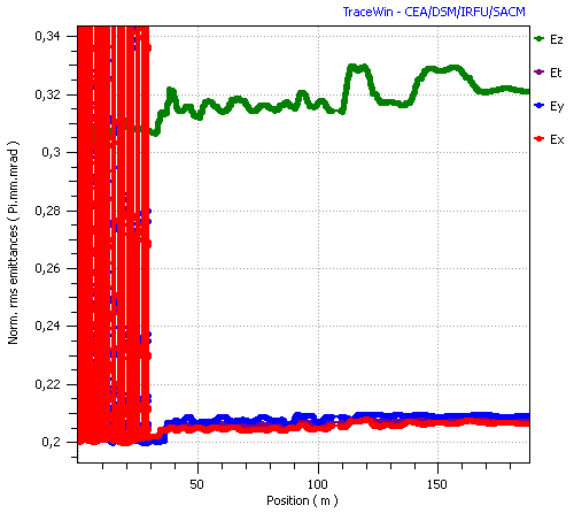

FIG. 4.50 – *Évolution des valeurs des émittances pour le faisceau de* $^3He^{2+}$ *dans le linac périodique.*

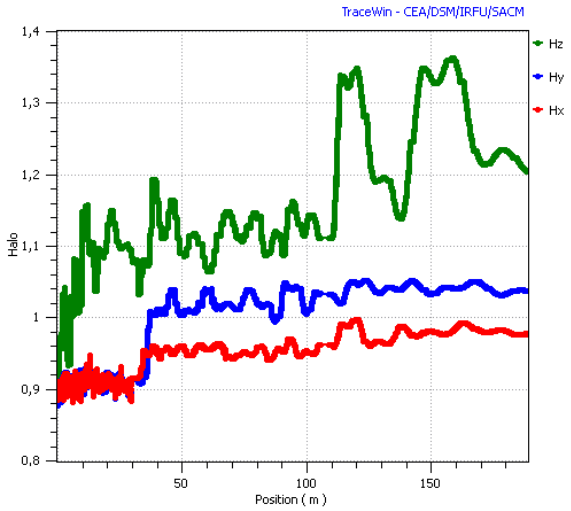

FIG. 4.51 – *Évolution des valeurs des paramètres de halo pour le faisceau de* $^3He^{2+}$ *dans le linac périodique.*

apparaît majoritairement à partir de la période « vide de cavité » comme le montre la Fig. 4.51.

Pour le faisceau de H^-, pour lequel les valeurs des emittances et des paramètres de halo sont données sur la Fig. 4.52 et sur la Fig. 4.53 respectivement, nous observons les mêmes caractéristiques de transport que pour le faisceau de $^3He^{2+}$. Soulignons le fait que, dans le cas du linac avec une section basse énergie de type SARAF, l'augmentation constante des valeurs des émittances et des paramètres de halo n'a pas permis d'identifier clairement la section d'adaptation à trois quadripôles et la période vide comme des sources d'augmentation.

Finalement, nous donnons l'évolution de la distribution selon $\hat{z}$ pour les $^3He^{2+}$ sur la Fig. 4.54 et sur la Fig. 4.55 pour les H^-. On remarque alors visuellement que les faisceaux transportent beaucoup moins de halo (aires en bleu sur les figures) dans le cas périodique (à comparer avec les

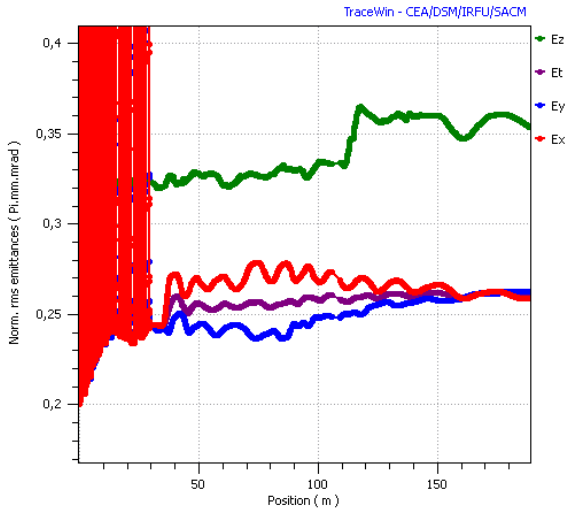

FIG. 4.52 – *Évolution des valeurs des émittances pour le faisceau de H^- dans le linac périodique.*

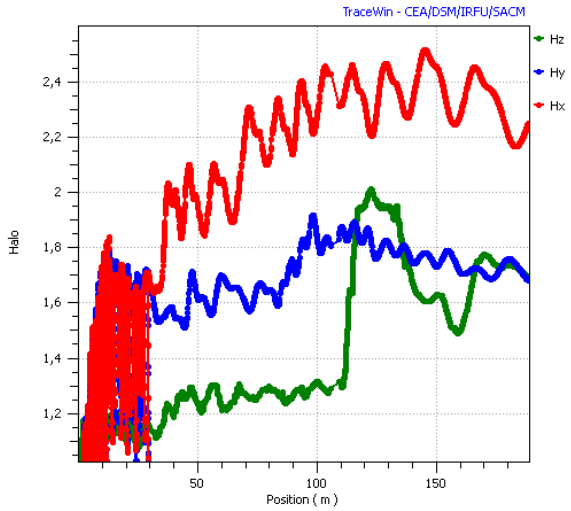

FIG. 4.53 – *Évolution des valeurs des paramètres de halo pour le faisceau de H^- dans le linac périodique.*

Figs. 4.38 et 4.39). Le Tab. 4.10 donne les paramètres finaux de ces deux faisceaux.

Conclusion sur la solution alternative

Pour comparer les deux conceptions, à savoir une conception avec une partie basse énergie de type SARAF et une conception avec une partie basse énergie périodique, nous avons résumé tous les paramètres finaux des transports pour les trois types d'ions dans le Tab. 4.11. Les valeurs indiquées indiquent clairement *les avantages de conserver la périodicité de la structure d'un linac* : l'augmention des valeurs d'émittances est en effet beaucoup plus faible et il en est de même pour les paramètres de halo. L'augmentation des valeurs des émittances et l'apparition du halo dans le cas périodique se limitent aux sections d'adaptation. Dans le cas de la partie basse énergie basée sur le linac de SARAF, ces phénomènes sont

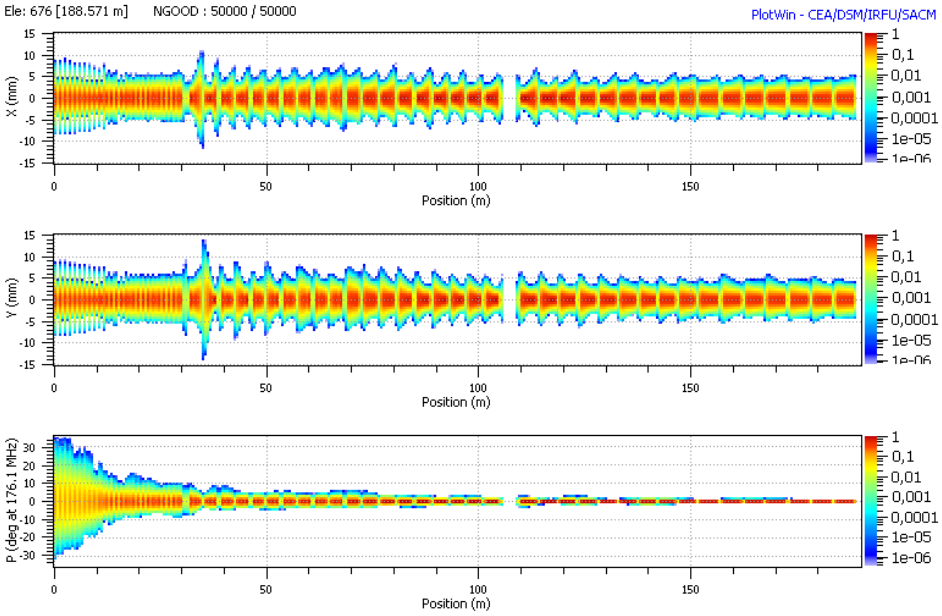

FIG. 4.54 – *Évolution de la distribution du faisceau de $^3He^{2+}$ selon $\hat{z}$ dans le linac périodique.*

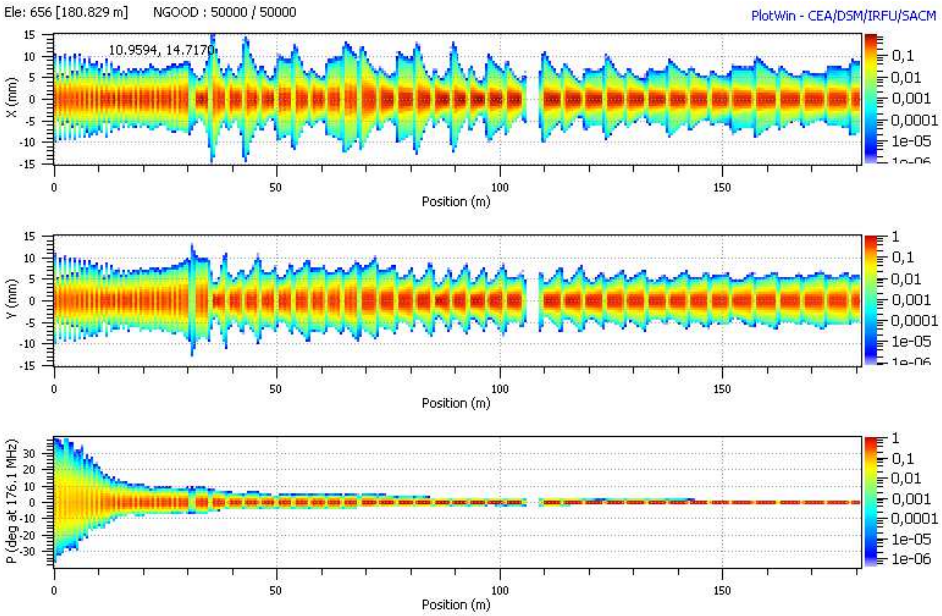

FIG. 4.55 – *Évolution de la distribution du faisceau de H^- selon $\hat{z}$ dans le linac périodique.*

TAB. 4.10 – *Émittances et grossissements d'émittances, et paramètres de halo et grossissements des paramètres de halo à la fin du linac périodique pour les faisceau de $^3He^{2+}$ et H^-.*

Faisceaux	Émittances finales (en $\pi.mm.mrad$)			Grossissements d'émittances (en %)		
	$\widetilde{\epsilon}_{n,x}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,y}$	$\widetilde{\epsilon}_{n,z}$	(x,x')	(y,y')	(z,z')
$^3He^{2+}$	0.207	0.209	0.321	4	5	7
H^-	0.259	0.263	0.354	30	32	18

	Paramètres de halo finaux			Grossissements (en %)		
	h_x	h_y	h_z	(x,x')	(y,y')	(z,z')
$^3He^{2+}$	0.978	1.038	1.205	1	15	32
H^-	2.250	1.681	1.692	149	86	86

présents dès le début de l'accélération et s'amplifient pendant la propagation des faisceaux sur toute la longueur du linac. Le linac périodique présente néanmoins le désavantage de multiplier les transitions chaudes et froides : il y a neuf cryostats $\beta 0.09$ et seize cryostats $\beta 0.15$ pour la solution périodique contre seulement trois cryostats $\beta 0.09$ et quatre cryostats $\beta 0.15$ pour la solution SARAF. Toutefois, ceci permet de disposer des diagnostiques faisceau entre chaque cryostat et donc entre chaque période. Pour des linacs courts comme celui de SARAF où les deutons sont accélérés jusqu'à 40 MeV, la compacité d'une telle structure est certainement un réel avantage. Pour des linacs plus longs, comme celui du projet EURISOL, où les ions parcourent près de 200 m avant d'atteindre leur énergie finale (pour les $^3He^{2+}$ et les H^-), les résultats présentés dans ce chapitre invitent à réfléchir à une solution alternative et périodique pour la partie basse énergie.

TAB. 4.11 – *Résumé des paramètres de transport comparant les linacs avec une partie de basse énergie de type SARAF ou périodique.*

Faisceaux	Partie basse énergie de type SARAF			Partie basse énergie périodique		
	Grossissements d'émittances (en %)					
	(x,x')	(y,y')	(z,z')	(x,x')	(y,y')	(z,z')
D^+	27	26	11	11	7	4
$^3He^{2+}$	22	25	17	4	5	7
H^-	44	62	48	30	32	18

	Grossissements des paramètres de halo (en %)					
	(x,x')	(y,y')	(z,z')	(x,x')	(y,y')	(z,z')
D^+	64	52	65	22	10	29
$^3He^{2+}$	25	74	176	1	15	32
H^-	347	323	321	149	86	86

Conclusion du chapitre

Après avoir présenté les phénomènes susceptibles de dégrader les qualités optiques d'un faisceau par un traitement théorique de la dynamique, nous avons proposé des règles pratiques de conception d'un linac à hadrons de forte intensité.

La dynamique des trois types d'ions a ensuite été simulée dans le linac primaire du projet EURISOL basé sur une partie basse énergie de type SARAF. Les phénomènes de grossissements d'émittances et d'apparition de halo étant relativement conséquents, une solution alternative et périodique pour la partie basse énergie a été proposée. Celle-ci montre que dans le cas d'un linac de la longueur de celui d'EURISOL, il peut être très intéressant de conserver la périodicité de la structure du linac.

Conclusion générale

Le projet EURISOL a pour objectif l'étude du comportement des noyaux loin de la vallée de la stabilité. Avec des faisceaux d'ions radioactifs dont l'intensité serait jusqu'à trois ordres de grandeur supérieure à celle fournie par les machines actuelles ou prévues dans un avenir proche, EURISOL constituera la nouvelle génération des machines de production d'ions exotiques basées sur la méthode de séparation isotopique en ligne (méthode ISOL). Cette production repose sur quatre composantes principales d'un grand complexe accélérateurs :

- le linac primaire ;
- les ensembles cibles et sources dans lesquels sont produits et ionisés les atomes radioactifs ;
- le linac de post-accélération qui accélère et distribue les faisceaux radioactifs ;
- les aires expérimentales.

Dans le but d'atteindre le fort taux de production requis et cela pour une large gamme de noyaux instables, le linac primaire devra délivrer des faisceaux continus de D^+, $^3He^{2+}$ et H^- avec une puissance maximale de 4 MW pour les H^-. *Cet accélérateur est un linac supraconducteur radio-fréquence et son étude constitue le cœur de la thèse qui vient d'être présentée.*

Après avoir souligné les notions fondamentales relatives à un linac, nous avons proposé une structure pour l'accélérateur primaire d'EURISOL capable d'atteindre les énergies finales pour tous les types d'ions. *La dynamique de l'accélération de la particule synchrone a démontré que l'utilisation de cavités de type « triple spoke » était une solution efficace et prometteuse dans la partie du linac dite de moyenne énergie* ($0.2 < \beta < 0.4$). Cette cavité accélératrice devra fonctionner à un gradient accélérateur nominal de 8 MV/m à $\beta_{opt} = 0.3$ et à une fréquence de 352.2 MHz.

À partir de cette première étude de dynamique de la particule synchrone génératrice, nous avons mené *la conception électromagnétique complète de la cavité « triple spoke ».* Nous avons fixé les champs maximaux de surface à une valeur maximale ambitieuse de 50 MV/m pour le champ électrique et à une valeur maximale plus couramment atteinte de 100 mT pour l'induction magnétique. De nombreuses géométries ont alors été simulées pour limiter les rapports des champs maximaux de surface sur le champ accélérateur en respectant : $E_{pk}/E_{acc} < 5$ et $B_{pk}/E_{acc} < 10\ mT/(MV/m)$. Les résultats obtenus montrent que les minima des rapports apparaissent quand les champs sont également répartis sur chacune des barres. *Une géométrie originale* a donc été trouvée avec une forme oblongue pour les barres et une ouverture plus grande pour la barre centrale. Finalement, nous obtenons *des valeurs très encourageantes*

de 4.12 *pour* E_{pk}/E_{acc} *et* 9.05 $mT/(MV/m)$ *pour* B_{pk}/E_{acc}. Avec un gradient nominal accélérateur de 8 MV/m, il vient $E_{pk,max} \simeq 33\ MV/m$ et $B_{pk,max} \simeq 72\ mT$. L'accélérateur primaire d'EURISOL comprendra donc des cavités « triple spoke » dont le fonctionnement repose sur *une technologie avérée de la supraconductivité RF.* Actuellement, des discussions sont en cours pour la construction de ce prototype dont les tests sont prévus dans le cryostat horizontal $CM0$ dans une configuration très proche de celle d'un accélérateur.

Dans le dernier chapitre, nous avons tenu à donner *une approche théorique la dynamique des faisceaux en présence de forces de charge d'espace*. Nous avons alors pu proposer *des règles pratiques pour la conception des linacs à hadrons de forte intensité*. En appliquant ces recommandations, nous avons transporté les faisceaux dans le linac primaire d'EURISOL. Les simulations ont montré que *l'apériocité de la structure* de la partie basse énergie était responsable *d'un fort grossissement des émittances et de l'apparition de halo*. Une solution alternative et périodique a donc été proposée pour prendre place dans cette partie. Il apparaît qu'il est très avantageux de *conserver la périodicité de la structure* tout le long du linac si l'on veut conserver les qualités optiques des faisceaux et ce notamment dans un linac de la longueur d'EURISOL où les faisceaux de $^3He^{2+}$ et H^- parcourent près de 200 m avant d'atteindre leur énergie finale.

Annexes

A

Sommaire

A.1 Développement des champs magnétiques autour de la trajectoire de référence 189
A.1.1 Description générale des champs magnétiques pour les systèmes à symétrie polaire dans la région du faisceau . . 189
A.1.2 Systèmes magnétiques présentant une symétrie axiale . . 192
A.2 Défocalisation transverse dans une cavité accélératrice 192

A.1 Développement des champs magnétiques autour de la trajectoire de référence

Puisque nous nous sommes placés dans l'optique de Gauss pour décrire la dynamique du faisceau, il est possible d'approximer les champs en effectuant un développement de ces derniers autour de l'axe de propagation. Dans ce qui suit, nous allons donner ces développements pour des systèmes magnétiques à symétrie polaire et axiale. En prenant alors les termes du premier ordre pour le champ magnétique, on peut trouver les équations simplifiées de la dynamique qui nous conduisent au formalisme matricielle du premier ordre (*cf.* paragraphe 2.4 à la page 21).

A.1.1 Description générale des champs magnétiques pour les systèmes à symétrie polaire dans la région du faisceau

Typiquement, pour les aimants utilisés dans les accélérateurs de particules, la longueur est beaucoup plus grande que l'espace entre les pôles. Les champs dits idéaux ne s'étendent donc que sur une longueur effective appelée longueur magnétique et notée ℓ_m (*cf.* 2.4.2). Ils sont indépendants de z et les champs de fuite sont ignorés.

Dans la région du faisceau, on a :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{0} \tag{A.1}$$

et :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{0}. \tag{A.2}$$

Il existe donc un potentiel scalaire magnétique noté ϕ qui satisfait l'équation de Laplace :

$$\vec{\nabla}^2 \phi = 0. \tag{A.3}$$

Pour des champs idéaux, ce potentiel scalaire est indépendant de z et il est une fonction uniquement des variables x et y. Dans ce cas, la solution générale de l'équation de Laplace en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \tag{A.4}$$

peut s'écrire :

$$\phi(x, y) = \Re e \sum_{m=0}^{\infty} C_m (x + jy)^m \tag{A.5}$$

où C_m est une constant complexe déterminée par les conditions aux limites.
Le potentiel vecteur $\vec{A}$ ne dépend alors que d'une composante et s'écrit :

$$A_z(x, y) = \Re e \sum_{m=0}^{\infty} jC_m (x + jy)^m. \tag{A.6}$$

On peut alors donner les composantes du champ magnétique sur x et y qui sont :

$$\begin{cases} B_x = -\dfrac{\partial \phi}{\partial x} = -\Re e \sum_{m=1}^{\infty} mC_m(x+jy)^{m-1} \\ B_y = -\dfrac{\partial \phi}{\partial y} = -\Re e \sum_{m=1}^{\infty} jmC_m(x+jy)^{m-1} \end{cases} \tag{A.7}$$

et peuvent être combinées dans l'expression :

$$B_x + jB_y = -\sum_{m=1}^{\infty} jmC_m(x+jy)^{m-1}. \tag{A.8}$$

Il s'agit du développement général multipolaire pour un champ magnétique de deux dimensions dans une zone sans courant.
Puisque :

$$-jmC_m = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{\partial^{m-1}B_y}{\partial x^{m-1}}\Big|_{x=y=0} + \frac{\partial^{m-1}B_x}{\partial y^{m-1}}\Big|_{x=y=0}\right], \tag{A.9}$$

on peut écrire :

$$B_y + jB_x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!}(B^{(m)} + j\tilde{B}^{(m)})(x+jy)^m \tag{A.10}$$

où :

$$\begin{cases} B^{(0)} = B_0 & \tilde{B}^{(0)} = \tilde{B}_0 \\ B^{(1)} = B' = \dfrac{\partial B_y}{\partial x}\Big|_{x=y=0} & \tilde{B}^{(1)} = \tilde{B}' = \dfrac{\partial B_x}{\partial x}\Big|_{x=y=0} \\ B^{(2)} = B'' = \dfrac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}\Big|_{x=y=0} & \tilde{B}^{(2)} = \tilde{B}'' = \dfrac{\partial^2 B_x}{\partial x^2}\Big|_{x=y=0} \\ \vdots & \\ B^{(m)} = \dfrac{\partial^m B_y}{\partial x^m}\Big|_{x=y=0} & \tilde{B}^{(m)} = \dfrac{\partial^m B_x}{\partial x^m}\Big|_{x=y=0} \end{cases} \tag{A.11}$$

En utilisant cette notation, on obtient pour le vecteur potentiel :

$$A_z(x,y) = -\Re e \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m!}(B^{(m-1)} + j\tilde{B}^{(m-1)})(x+jy)^m. \tag{A.12}$$

Écrivons les premiers termes du développement du champ magnétique sur ses deux composantes :

$$\begin{cases} B_y = B_0 + B'x - \tilde{B}'y + \dfrac{B''}{2}(x^2-y^2) - \tilde{B}''xy + \cdots \\ B_x = \tilde{B}_0 + \tilde{B}'x + B'y + \dfrac{\tilde{B}''}{2}(x^2-y^2) + B''xy + \cdots \end{cases} \tag{A.13}$$

Les termes sans tilde sont appelés coefficients multipolaires droits et les termes avec tilde sont appelés coefficients multipolaires tournés. Le premier coefficient est le terme dipolaire, les coefficients linéaires sont les

termes quadripolaires, les quadratiques sont les termes sextupolaires, etc., ...

Maintenant que nous connaissons le développement du champ magnétique, nous allons donner les premiers termes de ce développement pour les dipôles et les quadripôles magnétiques.

Champ magnétique du dipôle

Évaluons $\oint \vec{H} \cdot \vec{\mathrm{d}\ell} = I$ (où I est l'intensité « enfermée ») sur le chemin d'intégration. Dans un premier temps, on considère que la permitivité du fer tends vers l'infini. On a alors :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \to \vec{0} \tag{A.14}$$

dans le fer de l'aimant. Dans l'entrefer, on peut donc écrire :

$$H = \frac{2NI}{g} \tag{A.15}$$

soit :

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{2NI}{g} \tag{A.16}$$

où NI est le nombre d'Ampère-tours et g est la hauteur de l'entrefer. Une relation utile pour trouver rapidement la valeur du champ est :

$$B[\mathrm{T}] = 2.52 \frac{NI[\text{kA-tours}]}{g[\text{mm}]}. \tag{A.17}$$

Si B est positif (suivant $\hat{y}$), le dipôle a pour effet de couber la trajectoire d'une particule de charge positive vers la gauche.

Champ magnétique du quadripôle

De la même façon que dans le cas du dipôle, on suppose que $H \to 0$ dans le fer. Dans l'espace entre les pôles, on peut donc écrire :

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{\mathrm{d}\ell} = \frac{1}{\mu_0} \int_0^R G r \mathrm{d}r = \frac{GR^2}{2\mu_0} NI. \tag{A.18}$$

On a donc :

$$G = \mu_0 \frac{2NI}{R^2} \tag{A.19}$$

qui est appelé le gradient du quadripôle avec R le rayon de gorge.
Une relation numérique pratique pour le gradient du quadripôle est :

$$G[\mathrm{T/m}] = 2.51 \frac{NI[\text{A-tours}]}{R^2[\text{mm}^2]}. \tag{A.20}$$

L'induction magnétique du quadripôle sera donc donnée dans les deux directions transverses par :

$$\begin{cases} B_x &= Gy \\ B_y &= -Gx \end{cases}. \tag{A.21}$$

Les expressions de l'induction magnétique B du dipôle et du gradient G du quadripôle correspondent aux premiers termes du développement des champs (*cf.* Eq. A.13). On retrouve ces expressions dans le Chap. 2 dans la section traitant de la focalisation transverse (*cf*. 2.4.2 page 56).

A.1.2 Systèmes magnétiques présentant une symétrie axiale

Nous nous limiterons dans ce paragraphe à donner l'expression des champs de fuite et leurs effets pour des systèmes optiques produisant un champ magnétique de composante principale sur $\hat{z}$ et variable le long de ce même axe. Les champs de fuite transverses, sur les bords du solénoïde, sont d'une importance majeure pour l'effet focalisant sur le faisceau. Les champs idéaux ne peuvent donc pas ignorer la présence de ces champs de fuite.

Connaissant la composante sur $\hat{z}$ du champ $\vec{B}$, les équations de Maxwell nous conduisent vers (divergence nulle dans une zone sans courant) :

$$B_x = -\frac{1}{2}\frac{\partial B_z}{\partial z}x \tag{A.22}$$

et :

$$B_y = -\frac{1}{2}\frac{\partial B_z}{\partial z}y. \tag{A.23}$$

La variation de B_z sur l'axe du solénoïde conduit à la présence de composantes transverses B_x et B_y qui ont un effet focalisant sur le faisceau (*cf.* paragraphe sur le solénoïde de la section 2.4.2). L'étude de la dynamique du faisceau doit prendre en compte ces effets et permettre d'évaluer l'impact de ces champs.

D'une manière générale, la valeurs des champs est donnée par les codes de calcul. On peut néanmoins l'approximer par :

$$B_z = \mu_0 \frac{NI}{L} \tag{A.24}$$

ou en pratique par :

$$B_z[\mathrm{T}] = 1.26 \times 10^{-3} \frac{NI[\text{kA-tours}]}{L[\mathrm{m}]} \tag{A.25}$$

pour des solénoïdes long devant leur ouverture (L est la longueur du solénoïde).

A.2 Défocalisation transverse dans une cavité accélératrice

Le champ électrique développé sur l'axe d'une cavité accélératrice augmente pendant le passage des particules. Cette variation temporelle conduit à l'apparition d'une composante radiale du champ électrique et d'une composante azimutale du champ magnétique qui ont pour conséquence de défocaliser le faisceau.

À partir de l'expression de la force de Lorentz, l'équation du mouvement transverse s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}P_\rho = q(E_\rho - \beta c B_\theta). \tag{A.26}$$

Les composantes des champ ressentis par une particule de phase ϕ sont [122] :

$$E_\rho = -\gamma_s E_0 T I_1\Big(\frac{\omega_{RF}}{c}\frac{\rho}{\gamma_s\beta_s}\Big)\sin\phi \tag{A.27}$$

$$B_\theta = -\frac{\gamma_s\beta_s}{c}E_0 T I_1\Big(\frac{\omega_{RF}}{c}\frac{\rho}{\gamma_s\beta_s}\Big)\sin\phi \tag{A.28}$$

avec I_1 la fonction de Bessel modifiée et, β_s et γ_s, les facteurs relativistes de la particule synchrone. En assumant un écart faible en vitesse avec la particule synchrone soit $\beta \approx \beta_s$, alors la force de défocalisation transverse peut s'écrire comme :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}P_\rho = -qE_0 T I_1\Big(\frac{\omega_{RF}}{c}\frac{\rho}{\gamma_s\beta_s}\Big)\sin\phi. \tag{A.29}$$

De même, pour de faibles extensions en phase, soit $\phi \approx \phi_s$, alors l'Éq. A.29 devient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}P_\rho = -qE_0 T I_1\Big(\frac{\omega_{RF}}{c}\frac{\rho}{\gamma_s\beta_s}\Big)\sin\phi_s. \tag{A.30}$$

Finalement, avec :

$$P_\rho = m_0 c\gamma\beta\dot{\rho} \tag{A.31}$$

et :

$$\mathrm{d}z = \beta c\mathrm{d}t, \tag{A.32}$$

et en assumant une valeur approchée de la fonction de Bessel telle que $I_1(z) \approx z/2$, on obtient l'équation du mouvement :

$$\frac{1}{\beta\gamma}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}(\beta\gamma\rho') + \frac{\omega_{RF}}{2m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}qE_0 T\sin\phi_s\rho = 0. \tag{A.33}$$

Si l'accélération est faible, alors l'Éq. A.33 se simplifie en :

$$\rho'' + \frac{\omega_{RF}}{2m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}qE_0 T\sin\phi_s\rho = 0 \tag{A.34}$$

soit :

$$\rho'' + \frac{k_{\ell,0}^2}{2}\rho = 0 \tag{A.35}$$

avec :

$$k_{\ell,0} = \sqrt{\frac{\omega_{RF}}{m_0c^3\beta_s^3\gamma_s^3}qE_0 T\sin\phi_s} \tag{A.36}$$

la fréquence synchrotron sans courant (*cf.* Éq. 2.160). Dans l'approximation de la lentille mince, les matrices de transverses d'une cavité, de longueur L, s'écrivent alors :

$$M_x = M_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{f_{cav}} & 1 \end{pmatrix} \tag{A.37}$$

avec :

$$\frac{1}{f_{cav}} = \frac{k_{\ell,0}^2}{2}L. \tag{A.38}$$

Bibliographie

[1] A. Lombardi et al. End-to-end beam dynamics for CERN LINAC 4. 39th *ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on High Intensity High Brightness Hadron Beams (ICFA-HB-2006)*, 2006. (Cité page 3.)

[2] P. Zucchelli. A novel concept for a $\overline{\nu}_e/\nu_e$ neutrino factory : the beta-beam. *Physics Letters B*, 532 :166–172, 2002. (Cité page 4.)

[3] K. Bongardt et al. High intensity H^- injector linacs. *NIM A*, 451 :287–293, 2000. (Cité page 4.)

[4] M. S. Zisman. Neutrino factories and beta-beams. *EPAC'06*, 2006. (Cité page 4.)

[5] Des neutrinos envoyés du CERN à Genève « photographiés » au laboratoire du Gran Sasso après un voyage de 730 *km* dans la croûte terrestre. *gazettelabo (CNRS)*, 2007. PRESSCUT-H-2007-230. (Cité page 4.)

[6] N. Holtkamp. Status of the SNS linac : an overview. *LINAC'04*, 2004. (Cité page 5.)

[7] R. Entparantza et al. Baseline design of the ESS Bibao linac. *EPAC'08*, 2008. (Cité page 5.)

[8] `www.laradioactivite.com/`. (Cité page 6.)

[9] A. C. Mueller. Accelerator studies for an ADS within the European project EUROTRANS. 3rd *International Workshop on Nuclear Fission and Fission-Product Spectroscopy. AIP Conference Proceedings*, 798 :334–344, 2005. (Cité page 6.)

[10] `www.nupecc.org/pub/NuPECC_Roadmap.org`. (Cité pages 7 et 13.)

[11] W. Barth et al. The GSI-UNILAC-A MegaWatt beam injector for FAIR. *Problems of atomic science and technology*, 47(3) :37–39, 2006. Series : Nuclear Physics Investigation. (Cité page 7.)

[12] The EURISOL report. *publié par GANIL*, 2003. (Cité page 11.)

[13] M. Lindroos. Future options for the beta-beam with a focus on production issues. *NUFACT'07*, 2007. (Cité page 15.)

[14] EURISOL Task 11 : Beam-intensity calculations, `www-w2k.gsi.de/eurisol-t11/`. (Cité page 15.)

[15] E. Noah et al. Driver beam-led EURISOL target design constraints. *EPAC'o8*, 2008. (Cité page 16.)

[16] T. Thuillier et al. High frequency ECR source (60 GHz) in pre-glow mode for bunching of beta-beam isotopes. *NUFACT'o8*, 2008. (Cité page 16.)

[17] P. N. Ostroumov and K. W. Shepard. Multiple-charge beam dynamics in an ion linac. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 3 :30101, 2000. (Cité page 18.)

[18] J.-L. Biarrotte and P. Bertrand. A new conceptual baseline design for the EURISOL post-accelerator. *EURISOL-Task 6 Internal technical note*, 2006. (Cité page 18.)

[19] J. Arianer. Les sources de particules chargées. *IPNO-97-01*, 1997. (Cité page 25.)

[20] T. Kuo et al. Further development for the Triumf H^-/D^- multicusp source. *Rev. Sc. Inst.*, 69(2), 1998. (Cité page 25.)

[21] R. Geller. Electron Cyclotron Resonance Ion Source and ECR plasmas. *CRC Press*, 1996. (Cité page 26.)

[22] T. Thuillier. État de l'art des sources ECR. *Présentation donnée aux Journées Accélérateurs de la SFP, Roscoff, France*, 2007. (Cité page 27.)

[23] R. Gobin et al. High intensity ECR ion source developments at CEA-Saclay. *Rev. Sc. Inst.*, 73 :222–224, 2002. (Cité page 27.)

[24] K. Sawada et al. Performance test of electron cyclotron resonance ion sources for the Hyogo ion beam medical center. *Rev. Sc. Inst.*, 71(2), February 2000. (Cité page 27.)

[25] I. M. Kapchinsky and V. A. Teplyakov. Linear ion accelerator with spacially homogeneous strong focusing. *Prib. Tekh. Eksp.*, 2, 1970. (Cité page 28.)

[26] K. R. Crandall et al. Radio Frequency Quadrupole beam dynamics design studies. *LINAC'79*, 1979. (Cité page 28.)

[27] Liste des paramètres de SNS. *Disponible à l'adresse* `neutrons.ornl.gov/APGroup/Params/Parameters.htm`. (Cité page 29.)

[28] U. Gastaldi and M. Placentino. Injection via H^- Lorentz and laser stripping into the hadron accumulator and compressor for a neutrino factory and muon collider. *NIM A*, 451 :318–326, 2000. (Cité page 30.)

[29] I. Yamane. H^- charge-exchange injection without hazardous stripping foils. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 1 :053501, 1998. (Cité page 30.)

[30] V. Danilov. Three-step H^- charge exchange injection with a narrow-band laser. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 6 :053501, 2003. (Cité page 30.)

[31] D. Berkovitz. An overview of ion beam splitters for the EURISOL driver accelerator. *Présentation donnée à EURISOL Task 7&8 Joint Meeting, SOREQ NRC, Yavne , Israël*, 2006. (Cité page 30.)

[32] R. Paparella. Beam splitters. *Présentation donnée à EURISOL Task 7&8 Joint Meeting, IPN, Orsay, France*, 2007. (Cité page 31.)

[33] H. Padamsee. *RF superconductivity for accelerators*. Wiley Series in Beam Physics and Accelerator Technology, 1998. (Cité pages 31 et 45.)

[34] *CERN 95-06 v 1, CAS - CERN Accelerator School : 5th Advanced Accelerator Physics Course, Rhodes, Greece, 1993*. (Cité page 31.)

[35] *Proceedings of the 13th International Workshop on RF Superconductivity, SRF'07, Beijing, China*. (Cité page 31.)

[36] J. D. Jackson. *Classical electrodynamics*. John Wiley and Son. (Cité page 31.)

[37] K. Halbach and R. F. Holsinger. SUPERFISH - A computer program for evaluation of RF cavities with cylindrical symmetry. *Particle Accelerators 7*, pages 213–222, 1976. (Cité page 33.)

[38] Los Alamos Accelerator code group `http://laacg.lanl.gov/`. POISSON/SUPERFISH reference manual. *Los Alamos National Laboratory*. (Cité page 33.)

[39] The MAFIA collaboration. MAFIA user guide. *Los Alamos National Laboratory*. (Cité page 33.)

[40] CST Computer Simulation Technology `www.cst.com/`. Microwave Studio. (Cité pages 33 et 93.)

[41] J.-L. Biarrotte. *Étude de cavités supraconductrices pour les accélérateurs de protons de forte puissance*. PhD thesis, Université Paris 11, 2000. (Cité page 33.)

[42] G. Olry et al. Development of spoke cavities for the EURISOL and EUROTRANS projects. *Physica C*, 441 :201–204, 2006. (Cité pages 36, 40 et 84.)

[43] G. Olry. SRF developments for ion acceleration. *LINAC'08*, 2008. (Cité page 38.)

[44] H. K. Onnes. The resistance of pure mercury at helium temperatures. *Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden*, 12 :120, 1911. (Cité page 41.)

[45] F. London and H. London. The electromagnetic equations of the supraconductor. *Proc. R. Soc. London*, A 149 (866) :71–88, 1935. (Cité page 41.)

[46] V. L. Ginzburg and L. D. Landau. On the theory of superconductivity. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 20 :1064, 1950. (Cité pages 41 et 45.)

[47] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, 108 (5) :1175–1205, 1957. (Cité page 41.)

[48] W. Meissner and R. Ochsenfeld. Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit. *Naturwiss*, 21 (44) :787–788, 1933. (Cité page 41.)

[49] K. Saito. Techniques of SC cavity preparation for high gradient. *LINAC'02*, 2002. (Cité page 45.)

[50] C. Thomas. *Mesure du gradient accélŕateur maximum dans des cavités supraconductrices en régime impulsionnel à* 3 *GHz*. PhD thesis, Université Paris Sud XI, 2000. (Cité page 46.)

[51] P. Bernard et al. Superconducting RF cavities for LEP. *EPAC'88*, 1988. (Cité page 46.)

[52] R. L. Geng. High gradient studies for ILC with single-cell re-entrant shape and elliptical shape cavities made of fine-grain and large-grain niobium. *PAC'07*, 2007. (Cité page 48.)

[53] M. Reiser. *Theory and design of charged particle beams*. Wiley Series in Beam Physics and Accelerator Technology, 2004. (Cité pages 51 et 145.)

[54] A. Tkatchenko. Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique (courbure et focalisation transverse). *Master de Physique Spécialité Rayonnements et Énergie, Université Paris 11*. (Cité pages 56, 57 et 70.)

[55] A. Tkatchenko. Le solénoïde. *Notes personnelles*. (Cité pages 59 et 60.)

[56] E. D. Courant and H. S. Snyder. Theory of the alternating-gradient synchrotron. *Annals of physics*, 281 :360–408, 2000. (Cité page 70.)

[57] I. M. Kapchinsky and V. Vladimirsky. Limitations of proton beam current in a strong focusing linear accelerator associated with beam space charge. *Proc. Snd Conf. High Energy Acc., CERN*, 1959. (Cité page 72.)

[58] N. Pichoff. Dynamique des faisceaux de particules chargées en présence de charge d'espace. *Master de Physique Spécialité Rayonnements et Énergie, Université Paris 11*. (Cité page 72.)

[59] R. Duperrier, N. Pichoff, and D. Uriot. CEA Saclay codes review for high intensity linacs. *ICCS conference, Amsterdam, Pays-Bas*, 2002. (Cité pages 73, 77, 136 et 150.)

[60] J. Struckmeier and M. Reiser. Theoretical studies of envelope oscillations and instabilities of mismatched intense charged-particle beams in periodic focusing channels. *Part. Accel.*, 14, 1984. (Cité pages 73, 142 et 148.)

[61] P. Bernardin et al. Design of the low-beta, quater-wave resonator and its cryomodule for the SPIRAL 2 project. *EPAC'04*, 2004. (Cité page 76.)

[62] A. Facco. Low and medium beta SC cavities. *EPAC'04*, 2004. (Cité page 76.)

[63] A. Facco et al. RF testing of the TRASCO superconducting reentrant cavity for high intensity proton beams. *EPAC'02*, 2002. (Cité page 76.)

[64] A. Sauer et al. Beam dynamics design of a superconducting 175 MHz CH linac for IFMIF. *EPAC'02*, 2002. (Cité page 76.)

[65] V. Andreev et al. Study of a novel superconducting structure for the very low beta part of high current linacs. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 6 :40101, 2003. (Cité page 76.)

[66] A. Facco et al. Construction and testing of the $\beta = 0.31$, 352 MHz superconducting half wave resonator for the SPES project. *EPAC'04*, 2004. (Cité page 76.)

[67] G. Olry et al. Development of SRF spoke cavities for low and intermediate energy ion linacs. *SRF'03*, 2003. (Cité page 76.)

[68] J.-L. Biarrotte, R. Duperrier, and A. Ponton. Investigation of different layouts for the EURISOL driver. *Technical note, EURISOL task* 8, 2006. (Cité page 77.)

[69] R. Duperrier et al. Frequency jump in an ion linac. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 10 :84201, 2007. (Cité page 77.)

[70] A Nagler et al. Status of the SARAF project. *LINAC'06*, 2006. (Cité page 80.)

[71] M. Pekeler et al. Development of a superconducting RF module for acceleration of protons and deuterons at very low energy. *LINAC'06*, 2006. (Cité page 82.)

[72] M. Peiniger. Industrial rf linac experiences and laboratory interactions. *LINAC'04*, 2004. (Cité page 82.)

[73] A. Facco and V. Zviagintsev. A 352 MHz, $\beta = 0.31$ superconducting half-wave resonator for high intensity beams. *SRF'03*, 2003. (Cité page 83.)

[74] G. Olry et al. Development of SRF spoke cavities for low and intermediate energy ion linacs. *SRF'03*, 2003. (Cité page 84.)

[75] T. Tajima. Evaluation and testing of a low-β spoke resonator. *PAC'01*, 2001. (Cité page 84.)

[76] K. W. Shepard et al. Prototype 350 MHz niobium spoke-loaded cavities. *PAC'99*, 2999. (Cité page 84.)

[77] J. D. Fuerst et al. Superconducting 345 MHz two-spoke cavity for RIA. *PAC'03*, 2003. (Cité page 84.)

[78] K. W. Shepard et al. Superconducting triple-spoke cavity for $\beta = 0.5$ ions. *PAC'05*, 2005. (Cité page 84.)

[79] K. W. Shepard et al. Prototype superconducting triple-spoke cavity for $\beta = 0.63$. *PAC'05*, 2005. (Cité page 84.)

[80] T. Tajima et al. Test results of the LANL 350 MHz, $\beta = 0.175$, 2-gap spoke resonator. *LINAC'02*, 2002. (Cité page 84.)

[81] G. Olry. *Étude d'une cavité accélératrice supraconductrice Spoke pour les accélérateurs de protons de forte intensité*. PhD thesis, Université Paris 7, 2003. (Cité page 83.)

[82] A. Ponton. Development of superconducting spoke cavities for an ADS linac. 5th *OECD NEA Iinternational workshop on utilization and reliability of HPPA, Mol, Begium*, 2007. (Cité page 83.)

[83] J. Delayen. Performance overview of the production superconducting RF cavities for the spallation neutron source linac. *PAC'05*, 2005. (Cité pages 84 et 86.)

[84] H. Weise. Superconducting RF structures - Test facilities and results. *PAC'03*, 2003. (Cité page 84.)

[85] R. C. York. Rare Isotope Accelerator (RIA) project. *Physica C*, 441 :31–37, 2006. (Cité page 85.)

[86] K. W. Shepard and P. N. Ostroumov. High-energy ion linacs based on superconducting spoke cavities. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 6 :81101, 2003. (Cité page 85.)

[87] M. Kelly. Superconducting spoke cavities. *HB'06*, 2006. (Cité page 85.)

[88] T. Tajima. Considerations of 2 K operations. *Workshop on the Advanced Design of Spoke Resonators Proceedings, LANL report LA-14005-C*, 2002. (Cité page 85.)

[89] A. Andreev et al. Comparison of elliptical and triple-spoke cavities for the Rare Isotope Accelerator. *NSCL-RIA-2004-001*, 2004. (Cité page 85.)

[90] J. R. Delayen. Medium β superconducting accelerating structures. *SRF'01*, 2001. (Cité page 86.)

[91] H. Gassot et al. Optimisation mécanique de la cavité triple spoke pour le projet EURISOL. *Rapport IPNO à paraître*, 2009. (Cité page 119.)

[92] N. Gandolfo. Système d'accord à froid pour des cavités spoke 352 MHz à β0.15. *Rapport de stage IPNO*. (Cité page 121.)

[93] F. J. Sacherer. RMS envelope equations with space charge. *PAC'71*, 1971. (Cité page 131.)

[94] P. M. Lapostolle. Effets de la charge d'espace dans un accélérateur linéaire à protons. *CERN/AR/INT SG/65-15*, 1965. (Cité page 131.)

[95] C. K. Allen and T. P. Wangler. Beam halo definitions based upon moments of the particle distribution. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 5 :124202, 2002. (Cité page 136.)

[96] N. Pichoff. Transverse-profile equilibrium in a space-charge-dominated beam. *APAC'98*, 1998. (Cité page 137.)

[97] N. Pichoff. *Étude théorique et expérimentale du halo d'un faisceau intense de particules chargées dans un accélérateur*. PhD thesis, Université Paris Sud XI, 1997. (Cité page 138.)

[98] K. Bongardt and M. Pabst. Analytical approximation of the three mismatch modes for mismatched bunched beams. *ESS Note 97-95-L*, 1997. (Cité page 142.)

[99] R. L. Gluckstern. Analytic model of halo formation in high current ion linacs. *Phy. Rev. Letters*, 73(9) :1247–1250, 1994. (Cité page 144.)

[100] J.-M. Lagniel. On halo formation from space-charge dominated beams. *NIM A*, 345 :46–53, 1994. (Cité page 144.)

[101] K. Bongardt, M. Pabst, and A. Letchford. Halo formation by mismatch for high intensity bunched beams. *LINAC'98*, 1998. (Cité page 144.)

[102] J.-M. Lagniel. Halos and chaos in space-charge dominated beams. *EPAC'96*, 1996. (Cité page 144.)

[103] J. J. Barnard and S. M. Lund. Theory of longitudinal beam halo in RF linacs. *PAC'97*, 1997. (Cité page 144.)

[104] J. Qiang et al. Beam halo studies using a 3-dimentional particle-core model. *Phys. Rev. Special Topics–Accelerators and Beams*, 3(6) :64201, 2000. (Cité page 144.)

[105] F. Gerigk et al. Current linac design with examples of resonances and halo. *LINAC'02*, 2002. (Cité page 144.)

[106] A. Letchford et al. Halo formation of bunched beams in periodic focusing systems. *PAC'99*, 1999. (Cité page 144.)

[107] I. Hofmann. Coherent space charge instability of a two-dimensional beam. *Proceedings of HIF workshop*, 1979. (Cité page 145.)

[108] I. Hofmann. Emittance growth of beams close to the space charge limit. *Proceedings of PAC'81*. (Cité page 145.)

[109] I. Hofmann and O. Boine-Frankenheim. Resonant emittance transfer driven by space charge. *Phys. Rev. Letters*, 87(3) :034802, 2001. (Cité page 145.)

[110] R. A. Jameson. Beam intensity limitations in linear accelerators. *PAC'81*, 1981. (Cité page 145.)

[111] R. A. Jameson. On scaling and optimization of high intensity, low-beam-loss RF linacs for neutron source driver. *Proc. Workshop on the Advanced Accelerator Concepts*, 1992. (Cité page 145.)

[112] R. A. Jameson. Losses and beam halo in accelerators for new energy sources. *Int. Symptosium on Heavy Ion fusion*, 1995. (Cité page 145.)

[113] I. Hofmann. Stability of anisotropic beams with space charge. *Phys. Rev.*, E57 :4713, 1998. (Cité page 146.)

[114] I. Hofmann and O. Boine-Frankenheim. Resonance emittance transfer driven by space charge. *Phys. Rev. Letters*, 87(3) :34802, 2001. (Cité page 146.)

[115] I. Hofmann, J. Qiang, and R. D. Ryne. Collective resonance model of energy exchange in 3D non-equipartitionned beams. *Phys. Rev. Letters*, 86 :2313, 2001. (Cité page 146.)

[116] I. Hofmann et al. Emittance coupling in high intensity beams applied to the SNS linac. *PAC'01*, 2001. (Cité page 147.)

[117] F. Gerigk and I. Hofmann. Beam dynamics of non-equipartitionned beams in the case of the SPL project at CERN. *PAC'01*, 2001. (Cité page 147.)

[118] I. Hofmann et al. Review of beam dynamics and space charge resonances in high intensity linacs. *EPAC'02*, 2002. (Cité page 147.)

[119] I. M. Kapchinsky. *Theory of resonance linear accelerators*. Harwood Academic Publishers, New York, 1985. (Cité page 148.)

[120] R. Duperrier and D. Gorelov. Instabilities study and implications for the RIA project. *PAC'2003*, 2003. (Cité page 148.)

[121] R. Duperrier. D extraction ; new parallel computing facility. *Présentation donnée à EURISOL Task 7&8 Joint Meeting, IPN, Orsay ,France*, 2007. (Cité page 171.)

[122] T. P. Wangler. *RF Linear Accelerators*. Wiley Series in Beam Physics and Accelerator Technology, 2008. (Cité page 193.)

Titre Étude de la dynamique des faisceaux dans l'accélérateur primaire d'EURISOL et de ses cavités supraconductrices de type « triple spoke »

Résumé EURISOL sera la source de prochaine génération pour la production de faisceaux intenses d'ions exotiques. Son complexe accélérateurs se compose d'un linac primaire, des ensembles cibles et sources et d'un linac de post-accélération qui fournit les ions radioactifs aux différentes aires expérimentales. L'étude menée dans ce mémoire concerne l'accélérateur primaire : un linac RF supraconducteur capable d'accélérer plusieurs types d'ions (D^+, $^3He^{2+}$ et H^-) jusqu'à une puissance maximale de 4 MW. Des simulations de la dynamique des faisceaux ont démontré qu'il était très favorable de baser l'accélération dans la partie de moyenne énergie ($0.2 < \beta < 0.4$) sur des cavités de type « triple spoke » fonctionnant à 352 MHz. La conception électromagnétique de la cavité proposée a conduit, grâce à une géométrie originale, à des valeurs de champs maximaux de surface de 33 MV/m pour le champ électrique et de 72 mT pour l'induction magnétique à un gradient accélérateur ambitieux de 8 MV/m. Le transport des faisceaux dans la structure proposée initialement pour le linac primaire d'EURISOL a ensuite été simulé. Une solution alternative et périodique pour la partie de basse énergie est également proposée. Celle-ci conduit à réduire considérablement l'augmentation des valeurs de l'émittance et des paramètres de halo.

Mots-clés linac, supraconductivité RF, cavité « triple spoke », conception électromagnétique, dynamique des faisceaux

Title Beam dynamics study and superconducting triple spoke cavity design for the EURISOL driver

Abstract EURISOL will be the next generation source of intense radioactive ion beams. Its accelerator complex consists of a driver linac, a set of targets and sources and a post-accelerator linac which aims at supplying different experimental areas with the exotic ions. The presented study deals with the driver accelerator : a superconducting RF linac capable of accelerating different ion kinds (D^+, $^3He^{2+}$ and H^-) up to a maximal power of 4 MW. First beam dynamics studies pointed out a very good acceleration efficiency when triple spoke cavities working at a frequency of 352 MHz are used in the medium energy part ($0.2 < \beta < 0.4$). Thanks to a novel geometry, the electromagnetic design of the proposed cavity leads to 33 MV/m and 72 mT for the peak electric field and magnetic induction respectively at an ambitious accelerating field of 8 MV/m. The beam transport was then simulated and optimized in the original layout and calculations were also performed considering an alternative, periodic solution, for the low energy part. The "all-periodic" linac keeps the beam qualities better by strongly reducing the emittance growth and the halo formation.

Keywords linac, RF superconductivity, triple spoke cavity, electromagnetic design, beam dynamics