

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Calcul 2D de la puissance vibratoire d'origine ferroviaire injectée dans un bâtiment par la méthode des mobilités

Ropars Pierre¹, Michel Villot¹, Philippe Jean¹

¹ CSTB Grenoble, Département Acoustique et Eclairage, 7 rue Joseph Fourier 38123 SAINT MARTIN D'HERES

Cette étude cherche à modéliser l'interaction sol-structure pour identifier les types d'ondes transmis au bâtiment en fonction des caractéristiques du sol et de la structure. Pour cela un système source-récepteur est utilisé configuré en deux parties : (i) le sol et la fondation (source), (ii) la structure sans la fondation (récepteur). La puissance transmise peut être déterminée grâce à une méthode utilisant les mobilités des deux sous-domaines. Ces mobilités sont déterminées séparément à l'aide d'un code FEM-BEM (MEFISSTO), puis utilisées dans le calcul de puissance avec la méthode des mobilités, développée il y a une vingtaine d'années à l'université de Liverpool. Cette méthode permet de calculer les puissances transmises à l'interface entre la fondation et la structure pour chaque degré de liberté et ainsi d'identifier la part de chaque type d'ondes. A terme cette méthode a pour but de permettre le calcul de l'exposition d'un bâtiment à une source d'origine ferroviaire en fonction des caractéristiques du système total.

1 Introduction

A l'époque de l'urgence écologique, les trains et tramway sont une réponse possible au problème que pose la pollution des moteurs à combustion automobile. L'étendu des tissus urbains oblige ces transports à se développer au plus près des habitations. Or les vibrations d'origine ferroviaire sont sources de gênes chez les riverains. Lorsque le niveau est suffisant, elles entraînent un rayonnement des dalles et sont associées à un bruit basses fréquences dans les locaux. De plus ces vibrations peuvent être directement perçues voire entraîner de légers dommages aux bâtiments sollicités.

Pour évaluer la vibration d'une dalle, plusieurs étapes sont nécessaires. La caractérisation de l'excitation se fait par l'étude des voies ferrées et des trains [1, 2]. La propagation dans le sol séparant les voies du bâtiment est un vaste problème qui interfère avec celui de l'interaction sol-structure [3, 4]. Enfin les dernières étapes, la propagation dans la superstructure et le rayonnement des dalles, peuvent être abordées par différentes méthodes [5, 6]. La détermination du niveau sonore induit par la proximité d'un trafic ferroviaire dans un logement constitue donc un problème multi-domaines très complexe.

Dans cette présentation nous nous intéressons uniquement à l'interaction sol-structure et cherchons à caractériser la puissance transmise à la superstructure. La puissance est une grandeur classique de la mécanique et la littérature sur le sujet est conséquente. De nombreux chercheurs ont mis au point des techniques pour la quantifier ou pour la mesurer. L'approche utilisée ici a été introduite par Mondot et Petersson [7], développée et élargie par Yap et Gibbs [8, 9], et plus récemment présentée par Orlach [10] lors du congrès *Inter-noise 2001*. Elle est dédiée à l'étude de l'interaction des ma-

chines vibrantes avec un bâtiment pour les moyennes et hautes fréquences (de l'ordre de quelques kHz).

Bien que notre application soit éloignée des thématiques rencontrés dans les articles pré-cités nous utilisons le même formalisme. Cela afin de vérifier que cette méthode, dite des mobilités, est applicable au domaine des vibrations d'origine ferroviaire.

2 Principe de la méthode

2.1 Principe

Dans cet article le problème de la transmission fait appel à au moins deux systèmes, l'un étant la source l'autre le récepteur. Nous avons choisi de définir le sol avec la fondation comme le système source et la superstructure comme le système récepteur. Notons toutefois que la démarche présentée tout au long du document est inversible, c'est à dire que la superstructure peut jouer la rôle de source et le sol avec la fondation celui du récepteur.

Le schéma du problème est donné sur la figure (1).

On peut observer qu'il existe trois domaines distincts qui sont : le sol, la superstructure et la fondation ; notés respectivement Ω , Θ et Π . Ceux-ci sont délimités par quatre surfaces $\partial\Omega$, $\partial\Theta$, $\partial\Pi$ et $\partial\Sigma$ qui représentent la surface libre du sol, la surface libre de la superstructure, la surface de contact entre le sol et la fondation et la surface fictive de contact entre la fondation et la superstructure.

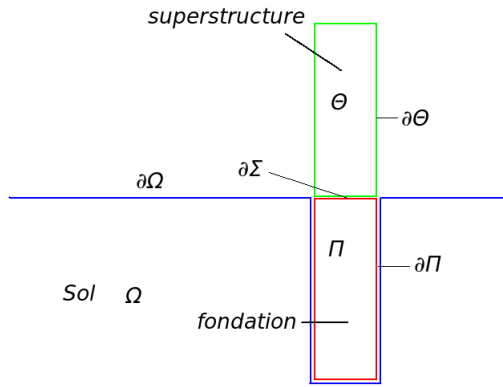


FIG. 1: Schéma de la forme des problèmes étudiés.

2.2 Ecriture de la puissance

Les puissance actives et réactives injectées dans le récepteur s'écrivent classiquement :

$$P = \frac{1}{2} \Re(F.v^*) \quad Q = \frac{1}{2} \Im(F.v^*) \quad (1)$$

Pour une puissance transmise entre deux systèmes rigidement connectés la difficulté vient du fait que les grandeurs de l'équation (1) ne nous sont pas accessibles. Il convient donc de les déterminer à partir d'autres grandeurs qui seront ici : la vitesse libre du système source et les mobilités des systèmes source et récepteur. Leur obtention est décrite dans le paragraphe 3.3 qui y est consacré.

Dans le cas où le contact se fait en un point unique et sur un seul degré de liberté, en considérant la vitesse libre, c'est à dire la vitesse de la source sans le récepteur, au point de contact source-récepteur, nous avons les relations [11] :

$$F_c = \frac{v_L}{Y_S + Y_R} \quad v_c = v_L \frac{Y_R}{Y_S + Y_R} \quad (2)$$

où v_c est la vitesse de contact, Y_S et Y_R sont les mobilités respectives de la source et du récepteur. Cette relation est détaillée dans la citation donnée et nous permet d'obtenir une relation simple pour la puissance injectée dans la structure.

$$P = \frac{1}{2} |v_L|^2 \frac{\Re(Y_R)}{|Y_S + Y_R|^2} \quad (3)$$

Cette formulation peut être utilisée si l'on considère que le degré de liberté étudié est suffisamment dominant pour être dissocié des autres, i.e. pour que ses termes croisés soient négligeables [10]. Ce sera notamment le cas lorsque nous observerons les détails de la puissance injectée dans le paragraphe 4.1.

En toute généralité la mobilité d'un système en un point peut s'écrire sous la forme d'une matrice carrée de degré n , n étant le nombre de degré de liberté du problème. En 2D cette matrice s'écrit :

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{Ll} & Y_{Lf} & Y_{L\alpha} \\ Y_{Fl} & Y_{Ff} & Y_{F\alpha} \\ Y_{Ml} & Y_{Mf} & Y_{M\alpha} \end{pmatrix} \quad (4)$$

où les indices majuscules et minuscules indiquent les formes des forces d'entrées et celles des vitesses associées ; respectivement L et l pour le longitudinale, F et f pour la flexion et M et α pour le moment et la rotation.

La relation 3 s'écrit alors :

$$P = \frac{1}{2} \Re\{(v_L)^T (Y_S + Y_R)^{-T} (Y_R)^* (Y_S + Y_R)^{-*} (v_L)^*\} \quad (5)$$

où v_L est le vecteur vitesse libre du système source ayant pour composante la vitesse longitudinale, la vitesse de flexion et la vitesse de rotation. Les exposants T , $-T$, $*$ et $-*$ indiquent les tenseurs (matrices ou vecteurs) transposés, transposés inverses, conjugués et inverses conjugués.

3 Modélisation numérique

Pour obtenir les grandeurs de l'équation précédente nous avons utilisé le logiciel MEFISSTO qui est dédié à l'interaction sol-structure en 2D et 2,5D [12]. Ce code permet de modéliser en même temps le sol par des Éléments de frontières et la structure par des Éléments Finis, ce type de modélisation est par ailleurs largement utilisée dans la littérature [13, 14].

3.1 Formulation du problème

Les éléments finis présents sur le contour $\partial\Omega$ obéissent aux équations BEM dont les inconnues sont les contraintes et les déplacements en chaque points de l'espace. Ceux des domaines Π et Θ sont régis par la FEM classique où chaque noeuds a comme inconnue le déplacement, les contraintes étant calculées par un post-traitement approprié.

Les conditions aux limites sont : contraintes nulles sur les surfaces libres $\partial\Omega$ et $\partial\Theta$ et des conditions de continuités de vitesse et contrainte sur $\partial\Pi$.

$\partial\Sigma$ est l'interface où les valeurs des vitesses et des puissances sont calculées. Toutes les expressions et résultats présentés dans ce documents sont associés à cette surface. Des conditions de continuités y sont également appliquées.

La puissance est déterminée par l'intégration numérique de l'intensité structurale normale calculée en chaque noeuds.

3.2 Valeurs caractéristiques

Que se soit la fondation ou la superstructure, la structure possède les valeurs caractéristiques du béton, et cela dans tous les résultats exposés plus loin. La modélisation du sol est un demi-espace élastique homogène dont les caractéristiques sont celles d'un sol "moyen". Tirées de [15] elle sont données, avec les dimensions des maillages des deux simulations, dans le tableau 1.

Caractéristiques	Sol	Structure
Modul d'Young	200e6 Pa	23e9 Pa
Densité	1600 kg/.m ³	2300 kg/.m ³
Coéfficient de Poisson	0.25	0.3
Coéfficient de pertes	10%	5%
Dimensions	Poutre	Pont
hauteur	100m	3m & 4m
Longueur	-	6m
Epaisseur	0.2m	0.2m
Fondations	3m	3m

TAB. 1: Caractéristiques des maillages du sol et des structures.

Les deux valeurs de la hauteur de la deuxième simulation, dénommée pont, obligent à modéliser deux sols différents auxquels chacune des extrémités de la superstructure est rattachée (voir figure (6)).

3.3 Détermination des mobilités

Notre étude se situe dans la gamme fréquences moyennes [10-250]Hz, plage où se trouve l'énergie solide dégagée par une source ferroviaire. Les mobilités utilisées sont l'inverse des impédances d'entrées des systèmes source et récepteur. Elles expriment le rapport vitesses/forces à la surface $\partial\Sigma$ et tiennent compte, dans le cas de la source, de l'effet du sol sur la fondation. Pour les obtenir avec le moins d'hypothèses possibles, nous avons choisi de les calculer à l'aide du code MEFISSTO.

Les mobilités des systèmes source et récepteur ont été déterminées par l'application d'une distribution de forces à l'entrée des sous-systèmes. Le code MEFISSTO nous donne les vitesses horizontales et verticales résultantes de chaque cas de figure envisagé. Pour chaque force appliquée au système nous récupérons trois mobilités, l'une étant un terme diagonal et les deux autres des termes croisés de la matrice (4). Les termes croisés dont la force d'entrée est longitudinale sont parfois négligés [10].

Les configurations utilisées pour déterminer les mobilités et la vitesse libre de la fondation sont représentés sur la figure (2).

Les quatre situations illustrées ci-dessus nous donnent respectivement la vitesse libre, les mobilités longitudinales, les mobilités de flexion et les mobilités de moment du système source. Les mobilités de la superstructure sont déterminées de la même manière.

4 Résultats

Afin de vérifier que cette méthode fonctionne dans le domaine d'application qui nous intéresse nous avons comparé les résultats obtenus par la méthode des mobilités et ceux donnés directement grâce à la FEM/BEM dans le cas de référence complet. La puissance calculée est une quantité complexe, la partie réelle n'étant sélectionnée qu'à la fin du calcul. L'intérêt de conserver la partie imaginaire apparaît lorsque l'on observe les résultats présentés dans ce paragraphe.

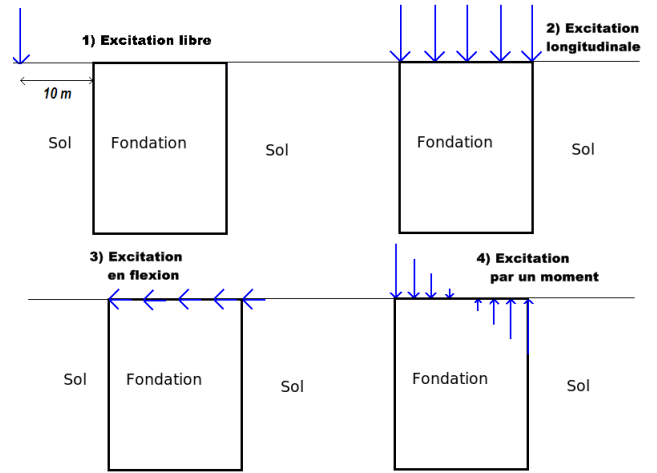


FIG. 2: Schéma des forces appliquées dans les quatre situations utiles au calcul de la puissance injectée.

Deux cas sont illustrés ci-dessous.

4.1 Structure 1 : une poutre semie-infinie

La structure est une poutre semie-infinie de vingt centimètres d'épaisseur. Le système source est composé d'un sol moyen dans lequel trois mètres de la poutre sont enterrés. Le système récepteur est la partie supérieure de la poutre.

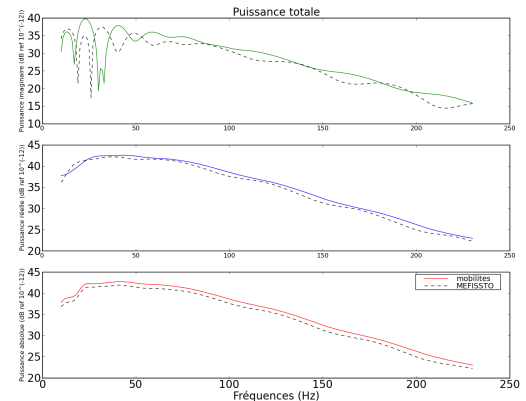


FIG. 3: Puissance totale injectée ; de haut en bas : partie imaginaire, réelle, valeurs absolues ; - méthode des mobilités, - - MEFISSTO..

La puissance totale est donnée sur la figure (3) et les puissances par type d'ondes sur la figure (5). On remarque que les deux calculs de la puissance active donnent des résultats très proches. Cela est rendu possible car la partie active (partie réelle) de la puissance est plus grande que sa partie réactive (partie imaginaire) et s'explique pour deux raisons : il n'y a pas d'ondes retour se propageant en sens inverse et toutes les vibrations de la fondation peuvent s'écouler dans la superstructure. Ce dernier point est visible grâce au rapport des mobilités récepteur/source proche de l'unité à partir de 50Hz, présenté sur la figure (4).

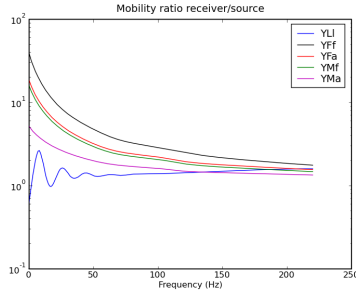


FIG. 4: Rapport des mobilités récepteur/source de la structure 1, la lettre a remplace la lettre α de la relation (4).

La puissance longitudinale a ici été calculée avec l'équation (3), la puissance de flexion a été déterminée par une relation analogue à l'équation (5) pour laquelle seules la flexion et la rotation ont été retenues.

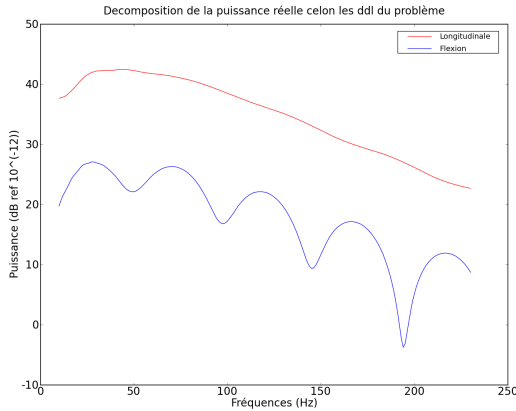


FIG. 5: Puissance active injectée décomposée sur les deux directions du problème.

4.2 Structure 2 : un pont

Dans ce cas de figure nous avons voulu représenter une structure en forme de n, forme plus proche du bâti existant. Pour pouvoir garder le formalisme à un seul point de contact entre la source et le récepteur le pont relie deux sols différents entre lesquels il n'y a aucun contact en dehors de la superstructure. Les relations n'incluant qu'un point de contact sont donc toujours valables. De plus les valeurs différentes des longueurs des éléments du pont permettent d'éviter des modes trop prononcés. Le schéma du maillage est donné sur la figure (6).

Comme pour le cas précédent, la puissance globale injectée dans la superstructure est similaire pour les deux calculs, celui avec la méthode des mobilités et celui avec MEFISSTO (figure (7)).

On remarque ici que la partie réactive (imaginaire) est plus grande que la partie active. Ceci explique les différences observées sur la figure (7), plus prononcées que sur la figure (3). Les deux calculs sont proches pour la partie la plus forte et moins concordant pour la partie la plus faible. L'origine de ce phénomène peut être mis sur le compte d'incertitudes de calculs.

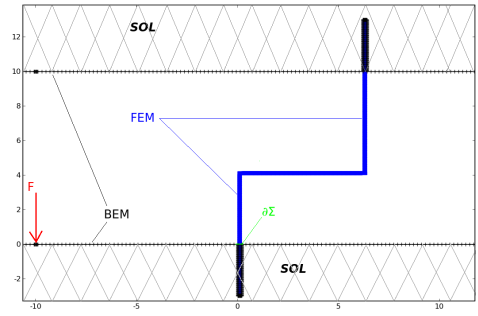


FIG. 6: Maillage du problème.

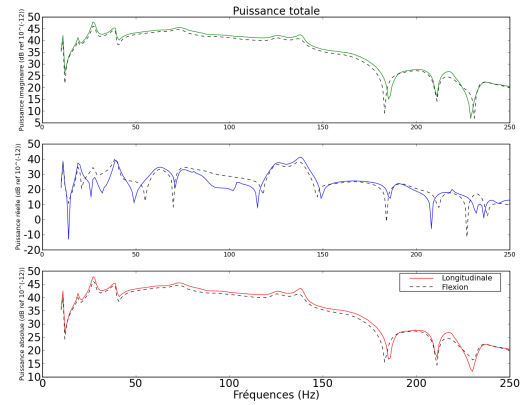


FIG. 7: Puissance totale injectée; de haut en bas : partie imaginaire, réelle, valeurs absolues; - méthode des mobilités, - - MEFISSTO.

De plus la décomposition par types d'ondes, donnée sur la figure (8) montre que les deux composantes ont des amplitudes équivalentes. Ce résultat attendu est la conséquence de la géométrie de la superstructure et notamment des angles entre les différents éléments. Ces jonctions ont comme effet d'interchanger les types d'ondes [11].

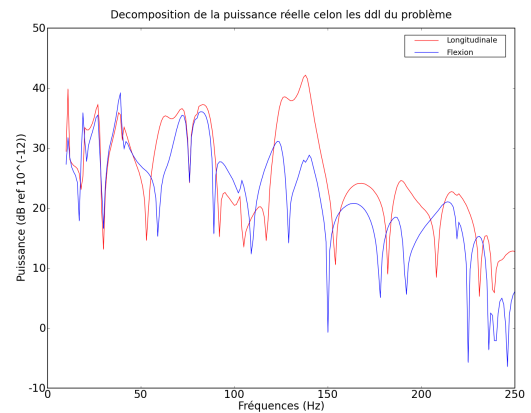


FIG. 8: Puissance active injectée, longitudinale en haut, de flexion en-dessous.

Les valeurs de la puissance totale active sont en accord avec celles de MEFISSTO ce qui permet de penser que la décomposition de la figure (8) n'est pas trop

5 Conclusion

Nous avons étudié une méthode dite des mobilités dans le domaine d'application des vibrations d'origine ferroviaire (10-250Hz). Nous subdivisons le problème en deux sous-domaines qui sont la source (sol+fondation) et le récepteur (superstructure). Nous avons comparé les résultats obtenus par cette méthode avec ceux donnés par un code FEM-BEM dédié à l'interaction sol-structure (MEFISSTO). Les résultats sont assez proches pour la puissance totale injectée dans la superstructure. Lorsque l'on décompose la puissance active sur les directions du problème (horizontale et verticale du problème 2D) la concordance est bonne pour un système dont la puissance active est supérieure à la puissance réactive, moins bonne mais acceptable dans le cas inverse. Les comparaisons doivent être approfondies pour pouvoir expliquer les divergences rencontrées.

Cette étude nous permet de constater que la relation (5) peut être utilisée pour le calcul de l'interaction sol-structure sans perdre la qualité des résultats numériques. De plus elle permet de bien séparer le problème en deux sous-problèmes qui sont : le calcul des mobilités des systèmes source et récepteur et le calcul de la puissance proprement dit. Enfin la décomposition de la puissance injectée par types d'ondes est possible et ne demande pas d'hypothèse particulière.

Références

- [1] Melke J., "Noise and Vibration from Underground railway lines : Proposals for a prediction Procedure", *Journal of Sound and Vibration* 120(2), 391-406 (1988)
- [2] Melke J., Kraemer S., "Diagnostic methods in the control of railway noise and vibration", *Journal of Sound and Vibration* 87(2), 391-406 (1982)
- [3] Pecker A., "Dynamique des sols", *Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées*, (1984)
- [4] Luco J.E., "Impedance function for a rigid foundation on a layered medium", *Nuclear Engineering and Design* 31, 204-217 (1974)
- [5] Lesueur C., "Rayonnement acoustique des structures", *Editions Eyrolles*, (1988)
- [6] Hassan O.A., "Transmission of Structure-borne Sound in Buildings above Railway Tunnels", *Building Acoustics* 8 (4), 269-299 (2001)
- [7] Mondot J.M., Petersson B., "Characterization of Structure-Borne Sound Sources : The Source Descriptor and the Coupling Function", *Journal of Sound and Vibration* 114(3), 507-518 (1987).
- [8] Yap S. H., "The role of moments and forces in structure borne sound emission from machine in buildings", PhD Thesis, University of Liverpool (1988).
- [9] Yap S.H., Gibbs B.M., "Structure-Borne Sound Transmission from Machines in Buildings, part 1 : Indirect Measurement of Force at the single Machine -Receiver Interface of a Single and Multi-point Connected System by a Reciprocal Method", *Journal of Sound and Vibration* 222(1), 85-98 (1998).
- [10] Ohlrich M., "Structure-borne sound sources and their power transfert", *inter-noise 2001*, (2001).
- [11] Cremer L., Heckl M., Ungar E.E., "Structure-Borne Sound", Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1973).
- [12] Jean P., "Boundary and Finite Elements for 2D Soil-Structure Interaction Problems", *Acta Acoustica* 87, 56-66 (2001).
- [13] Auersch L., "Dynamic plate-soil interaction - finite and infinite, flexible and rigid plates on homogeneous, layered or Winkler soil", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 15, 51-59 (1995)
- [14] Masoumi H.R., Degrande G., Lombaert G., "Prediction of free field vibrations due to pile driving using a dynamic soil-structure interaction formulation", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 27, 126-143 (2007)
- [15] Règles de construction parasismique, Règles PS applicables aux bâtiments - PS92, Norme NF P 06-013.