



Violation de CP et oscillation des mésons K neutres

PCM

31 octobre 2010

Table des matières

1	Une brève introduction, et mes remerciements	3
2	Oscillation des $K^0\rangle$ et $\bar{K}^0\rangle$	4
2.1	Opérateurs et objet d'étude :	4
2.2	Modes de désintégration des $ K_1\rangle$ et $ K_2\rangle$	5
2.3	Désintégration des mésons K neutres en deux pions	6
2.3.1	Matrice du modèle	7
2.3.2	Solutions et interprétation	7
2.4	Désintégration des mésons K neutres en d'autres modes	8
2.4.1	Interprétation	9
3	Violation de CP dans le système des $K^0\rangle$ - $\bar{K}^0\rangle$	10
3.1	Violation de CP	10
3.1.1	Introduction au problème	10
3.1.2	Hamiltonien	10
3.2	Comportement du système $ K^0\rangle$, $ \bar{K}^0\rangle$ avec la violation de CP	12
3.2.1	Oscillation des mésons K neutres avec la violation de CP	12
3.2.2	Comportement en fonction du type de désintégration	13
4	Variation du temps de vie et régénération des $K^0\rangle$, $\bar{K}^0\rangle$	15
4.1	Introduction au phénomène	15
4.2	Étude phénoménologique	16
4.3	Application aux modes de désintégration	19
4.3.1	Cas de la désintégration $K \rightarrow 2\pi$	19
4.3.2	Cas de la désintégration $K \rightarrow 3\pi$. Cas interdit : $K_s \rightarrow 3\pi^0$	21
5	Conclusion, et autres modèles.	22

1 Une brève introduction, et mes remerciements

J'ai effectué un stage Janus dans le LPC (Laboratoire de Physique Corpusculaire) de Clermont-Ferrand. C'était l'occasion pour moi d'avoir une expérience dans le milieu de la recherche au niveau de la physique des hautes énergies. Durant les quatre semaines de stage, j'ai fait la découverte de la violation de CP dans le cas de l'oscillation de mésons K neutres à travers l'article de J.Steinberger : " K^0 decay and CP violation" [1] ,[4]. Pour comprendre mieux l'article en question, j'ai fait appel aux cours de Mark Thompson [2], ainsi que aux cours de physique de Feynman [3]. Durant ce stage, j'ai pu découvrir des concepts tels que C CP CPT à travers le cas particulier des mésons K neutres. Mon rapport de stage montre comment j'ai saisi ces concepts pour pouvoir les appliquer à l'étude du comportement du système $|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle$ et voir comment celui-ci ne respectait pas la symétrie CP.

Enfin, je tiens à remercier Mme Hélène Fonvielle pour m'avoir accordé la chance de faire ce stage, M.Ziad Ajaltouni pour ses conseils qui m'ont été d'une grande utilité et enfin mes maîtres de stage Jean Orloff et Vincent Morénas pour m'avoir accordé leur temps et avoir eu beaucoup de patience avec moi.

2 Oscillation des $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$

2.1 Opérateurs et objet d'étude :

Pour pouvoir étudier l'oscillation des mésons K neutres, commençons d'abord par définir les opérateurs C, P et CP, pour ensuite introduire la composition du méson K^0 au niveau subatomique et ses propriétés, ainsi que l'action des opérateurs sur celui-ci. Pour l'étude du comportement des mésons K neutres, nous introduirons un hamiltonien T_w qui rend compte de la dynamique des désintégrations subies par ces particules, ainsi que la transition entre ces deux particules. Enfin, avec les résultats précédents, nous serons amenés à construire des nouveaux états à partir de combinaisons linéaires des $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ dans le but de pouvoir simplifier l'étude du comportement des particules en question. Mathématiquement, cela se résume à trouver les états propres de l'opérateur T_w .

Dans tout ce chapitre, on se place sous l'hypothèse que les symétries CP et CPT sont conservées.

le méson K^0 :

Dans le cadre du modèle des quarks, les mésons K^0 et \bar{K}^0 sont composés respectivement d'une paire de quarks d (down) et s (strange), de telle sorte que

$$K^0 = d\bar{s} \quad \text{et} \quad \bar{K}^0 = \bar{d}s$$

Ils se désintègrent via l'interaction faible. Celle-ci autorise aussi le mélange des K^0 , ce qui permet les transitions entre les états propres de l'interaction forte K^0 et \bar{K}^0 . Par conséquent, les mésons K neutres se propagent comme des états propres des interactions fortes et faibles, ou en termes mathématiques, comme des combinaisons linéaires des K^0 et \bar{K}^0 . Les états des K^0 en question sont appelés respectivement K-short (K_s) et K-long (K_l), lesquels ont approximativement la même masse.

$$m(K_s) \approx m(K_l) \approx 498 MeV$$

mais des durées de vie très différentes

En effet,

$$\tau(K_s) = 0.9 \cdot 10^{-10} \text{s} \quad \text{et} \quad \tau(K_l) = 0.5 \cdot 10^{-7} \text{s} \quad (2.1.1)$$

l'opérateur C :

Appelé opérateur de conjugaison de charge, il change une charge en son opposée et vice versa. Dans le cas des K^0 , si on regarde au niveau de ses composantes (donc au niveau des quarks qui les composent), on a :

$$C|K^0\rangle = C|d\bar{s}\rangle = |\bar{d}s\rangle = |\bar{K}^0\rangle \quad \text{De la même façon :} \quad C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle \quad (2.1.2)$$

l'opérateur P :

Appelé opérateur de parité, il change les coordonnées de signe. Autrement dit, il inverse les coordonnées d'espace. Pour les mésons, la parité est liée au moment cinétique orbital par la relation suivante :

$$P = (-1)^{L+1} \quad (2.1.3)$$

Où L est la projection du moment cinétique orbital de la particule en question par rapport à l'axe de rotation.

Dans les cas des $K^0 - \bar{K}^0$, L=0. Ceci implique :

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle \quad \text{et} \quad P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (2.1.4)$$

l'opérateur CP :

L'opérateur CP effectue simultanément la conjugaison de charge, donc l'échange particule - antiparticule, et une inversion de l'espace. Cet opérateur a comme valeurs propres 1 et -1. Dans le cas des K^0 on a, en prenant compte les équations (2.1.2) et (2.1.4) :

$$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad \text{et} \quad CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \quad (2.1.5)$$

Ces égalités montrent que ni $|K^\circ\rangle$ ni $|\bar{K}^\circ\rangle$ sont des états propres de l'opérateur CP. On définit alors deux nouveaux états qui correspondent aux valeurs propres de CP par :

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^\circ\rangle - |\bar{K}^\circ\rangle) \quad \text{et} \quad |K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^\circ\rangle + |\bar{K}^\circ\rangle) \quad (2.1.6)$$

tels que :

$$CP|K_1\rangle = |K_1\rangle \quad \text{et} \quad CP|K_2\rangle = -|K_2\rangle$$

2.2 Modes de désintégration des $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$

Dans ce modèle, je ne prends en compte que les désintégrations qui donnent des pions.

Désintégration en deux Pions : Il y a deux désintégrations possibles pouvant donner deux pions :

$$K^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ \quad \text{ou} \quad K^\circ \rightarrow \pi^+\pi^-$$

L'ensemble des deux pions a un $L = 0$ pour les deux types de désintégrations explicitées. Cela a comme conséquence d'après (2.1.3)

$$P(\pi^\circ\pi^\circ) = -1 \cdot -1 = 1 \quad \text{et} \quad P(\pi^+\pi^+) = -1 \cdot -1 = 1$$

pour P.

De même pour, C on constate que $C \cdot |\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$, donc que π^0 est un vecteur propre de l'opérateur C avec la valeur propre 1. De tout ça, il en suit que l'action de l'opérateur C sur le système $\pi^0 - \pi^0$ s'écrit :

$$C \cdot (\pi^\circ\pi^\circ) = C \cdot \pi^\circ \cdot C\pi^\circ = +1 \cdot +1$$

Dans le cas de l'autre désintégration, $C \cdot |\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle = -|\pi^+\rangle$, donc que π^+ est un vecteur propre de l'opérateur C avec la valeur propre -1. De même que π^- est un vecteur propre de l'opérateur C avec la valeur propre -1. De tout ça, il s'en suit que :

$$C \cdot (\pi^+\pi^-) = C \cdot \pi^+ \cdot C\pi^- = -1 \cdot -1$$

On peut donc conclure que les opérateurs C et P ont un effet identique, d'où l'effet combiné de ses deux opérateurs est de laisser le système inchangé, comme le montre l'égalité suivante :

$$CP(\pi^\circ\pi^\circ) = CP(\pi^+\pi^-) = +1$$

En conclusion : les K_1 , qui correspondent à la valeur propre 1 de CP, ne peuvent se désintégrer du point de vue de ce modèle que sous la forme $\pi^+\pi^-$ ou $\pi^\circ\pi^\circ$.

Désintégration en $\pi\pi\pi$: Il y a deux désintégrations possibles pouvant donner trois pions

$$K^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ \quad \text{ou} \quad K^\circ \rightarrow \pi^\circ\pi^+\pi^-$$

L'ensemble des trois pions possède un $L = 0$ pour les deux types de désintégrations explicitées. Or cette fois, il y a deux moments angulaires mis en jeu L_1 et L_2 . L_1 résulte de la présence de deux pions, juste comme dans le cas précédant. L_2 résulte de la présence du troisième pion. La conservation du moment angulaire implique alors : $L_1 + L_2 = 0$. On en déduit donc que $L_1 = L_2$ et donc que d'après (2.1.3)

$$P(\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ) = -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot (-1)^{L_1} \cdot (-1)^{L_2} = -1 \quad \text{et} \quad P(\pi^+\pi^+\pi^0) = -1 \cdot -1 = -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot (-1)^{L_1} \cdot (-1)^{L_2} = -1$$

Un raisonnement analogue à celui fait précédemment pour l'opérateur C, nous montre que :

$$C \cdot (\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \quad \text{et} \quad C \cdot (\pi^+\pi^-\pi^0) = +1 \cdot C \cdot \pi^+ \cdot C\pi^- = +1 \cdot -1 \cdot -1 = 1$$

Les opérateurs C et P ont un effet opposé, d'où l'effet combiné de CP est d'effectuer simultanément la conjugaison de charge et l'inversion d'espace.

d'où :

$$CP(\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ) = CP(\pi^\circ\pi^+\pi^-) = -1 \quad (2.2.1)$$

En conclusion : les K_2 , qui correspondent à la valeur propre -1 de CP ne peuvent se désintégrer du point de vue de ce modèle que sous la forme $\pi^+\pi^-\pi^\circ$ ou $\pi^\circ\pi^\circ\pi^\circ$.

Bilan :

Si la symétrie CP est conservée lors de la désintégration des K^0 , on peut s'attendre à ce que ceux-ci se désintègrent sous la forme de pions selon les bilans établis précédemment. Les temps de vie des différents états propres de CP sont très différents ; en effet l'énergie disponible pour la désintégration sous forme de deux pions est :

$$m_k - 2m_\pi \approx 220\text{MeV}$$

tandis que l'énergie disponible pour la désintégration sous forme de trois pions est :

$$m_k - 3m_\pi \approx 80\text{MeV}$$

On peut donc alors distinguer un premier état qui a une courte durée de vie (par rapport à l'autre) K_s lequel se désintègre sous la forme de deux pions et un autre de longue durée de vie K_l qui se désintègre sous la forme de trois pions.

L'absence de violation de CP nous permet donc d'affirmer que :

$$|K_s\rangle = |K_1\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad \text{et} \quad |K_l\rangle = |K_2\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (2.2.2)$$

avec

$$K_s \rightarrow \pi\pi \quad \text{et} \quad K_l \rightarrow \pi\pi\pi \quad (2.2.3)$$

Remarque : Les désintégrations explicitées dans (2.2.3) ont lieu par interaction faible. Celles-ci ne conservent pas l'étrangeté, ni la symétrie P.[]

2.3 Désintégration des mésons K neutres en deux pions

Pour pouvoir mettre en place la matrice décrivant l'évolution des mésons K neutres, on se place dans un premier temps dans la base des $|K^0\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle$ où un état quelconque $|\psi\rangle$ peut s'exprimer sous forme de combinaison linéaire

$$|\psi\rangle = C_+|K^0\rangle + C_-|\bar{K}^0\rangle \quad (2.3.1)$$

Dans cette partie, on se base sur l'idée que les K^0 comme les \bar{K}^0 peuvent se désintégrer en deux mésons π . Il doit donc exister une certaine amplitude pour que le K^0 puisse devenir un \bar{K}^0 ainsi qu'une amplitude pour qu'un K^0 redevienne un K^0 , voir qu'un \bar{K}^0 devienne (par l'intermédiaire d'une désintégration en deux pions) un \bar{K}^0 .

En écrivant cela par un schéma, on aurait la situation suivante :

$$K^0 \rightleftharpoons \pi^+\pi^- \rightleftharpoons \bar{K}^0$$

Cela implique d'une part l'existence d'une amplitude par unité de temps pour qu'un K^0 se transforme en un \bar{K}^0 à travers l'interaction faible, et d'autre part une amplitude qui décrirait la réaction exactement opposée.

Dans ce cas, on peut traduire l'amplitude d'oscillation d'un méson à un autre par :

$$A = \langle \bar{K}^0 | T_w | K^0 \rangle = \langle K^0 | T_w | \bar{K}^0 \rangle \quad \text{et} \quad B = \langle K^0 | T_w | K^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | T_w | \bar{K}^0 \rangle$$

Avec A et B étant des nombres complexes pouvant s'écrire sous la forme :

$$A = \frac{1}{2}[(E_1 + E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)]$$

et

$$B = \frac{1}{2}[(E_1 - E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 - \Gamma_2)]$$

Où E_1 et E_2 sont les énergies respectives des K_1 et K_2 , et les Γ_i les inverses des τ_i définis dans (2.1.1).

De plus, comme dit déjà précédemment, tout état $|\psi\rangle$ du méson K neutre, peut être défini en précisant les amplitudes pour qu'il soit dans un état ou un autre de la base en question.

La conservation de CP dans la désintégration d'un méson K neutre en deux pions implique d'une part :

$$\langle \pi\pi | T_w | K^0 \rangle = \langle \pi\pi | T_w | \bar{K}^0 \rangle \quad \text{et} \quad \langle K^0 | T_w | \pi\pi \rangle = \langle \bar{K}^0 | T_w | \pi\pi \rangle \quad (2.3.2)$$

Puisque :

$$(\pi^+\pi^-)^* = \pi^+\pi^- \quad \text{et} \quad (\bar{K}^0)^* = K^0$$

avec les égalités trouvées en (2.3.2), on en déduit alors que

$$A = \langle \bar{K}^0 | T_w | K^0 \rangle = \langle K^0 | T_w | \bar{K}^0 \rangle \quad \text{et} \quad B = \langle \bar{K}^0 | T_w | \bar{K}^0 \rangle = \langle K^0 | T_w | K^0 \rangle$$

2.3.1 Matrice du modèle

Notre matrice décrivant l'oscillation des mésons K neutres dans la base $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ peut donc être représentée comme suit :

$$T_w = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix} \quad (2.3.3)$$

Soit, en reprenant les notations introduites précédemment :

$$T_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[(E_1 + E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)] & \frac{1}{2}[(E_1 - E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 - \Gamma_2)] \\ \frac{1}{2}[(E_1 - E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 - \Gamma_2)] & \frac{1}{2}[(E_1 + E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)] \end{bmatrix}$$

L'équation de Schrödinger prend donc la forme suivante :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[(E_1 + E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)] & \frac{1}{2}[(E_1 - E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 - \Gamma_2)] \\ \frac{1}{2}[(E_1 - E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 - \Gamma_2)] & \frac{1}{2}[(E_1 + E_2) - \frac{i\hbar}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix}$$

Il faut maintenant diagonaliser la matrice pour avoir les valeurs et états propres.

Pour alléger les notations, on repasse à la notation introduite dans (2.3.3)

$$\chi(\lambda) = \begin{vmatrix} A - \lambda & B \\ B & A - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

d'où :

$$\chi(\lambda) = (A - \lambda)^2 - B^2$$

Donc les valeurs propres sont :

$$\lambda_1 = A + B \quad \text{et} \quad \lambda_2 = A - B$$

Soit, en revenant aux notations d'origine,

$$\lambda_1 = E_1 - i\hbar \frac{\Gamma_1}{2} \quad \text{et} \quad \lambda_2 = E_2 - i\hbar \frac{\Gamma_2}{2}$$

Avec les vecteurs propres respectifs :

$$\boxed{|K_s\rangle = |K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad \text{et} \quad |K_l\rangle = |K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)} \quad (2.3.4)$$

2.3.2 Solutions et interprétation

Introduisons maintenant deux amplitudes C_1 et C_2 qui sont les amplitudes pour que l'état $|\psi\rangle$ introduit précédemment soit un méson K_s ou un méson K_l , définies donc comme suit :

$$C_1 = \langle K_1 | \psi \rangle \quad \text{et} \quad C_2 = \langle K_2 | \psi \rangle$$

De la définition de nos deux états par les équations (2.2.2) et (2.3.1), on a alors

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ + C_-) \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_+ - C_-)$$

On obtient ainsi les équations d'évolution des mésons K neutres dans la nouvelle base $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$:

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = (E_1 - \frac{i\hbar\Gamma_1}{2})C_1 \quad \text{et} \quad i\hbar \frac{dC_2}{dt} = (E_2 - \frac{i\hbar\Gamma_2}{2})C_2$$

lesquelles admettent comme solution

$$C_1(t) = C_1(0) \exp -i \left(\frac{E_1}{\hbar} - i \frac{\Gamma_1}{2} \right) t \quad \text{et} \quad C_2(t) = C_2(0) \exp -i \left(\frac{E_2}{\hbar} - i \frac{\Gamma_2}{2} \right) t \quad (2.3.5)$$

Interprétation :

La probabilité de trouver une particule dans l'état $|K_s\rangle$ à t quelconque est donc le carré de l'amplitude de probabilité donnée dans l'équation (2.3.5). Celle-ci sera donc proportionnelle à :

$$e^{-\Gamma_1 t}$$

(à une constante multiplicative près).

L'autre équation (toujours dans (2.3.5)) prédit que la probabilité de trouver une particule dans l'état $|K_l\rangle$ est de la forme :

$$e^{-\Gamma_2 t}$$

(à une constante multiplicative près aussi). On est donc dans la situation suivante : si on met une particule K dans un état $|K_s\rangle$, la probabilité de la retrouver dans le même état décroît de façon exponentielle, mais on ne retrouvera jamais cette particule dans l'état $|K_l\rangle$ et vice versa. En effet, la particule K se désintègre soit en deux mésons π avec une durée de vie moyenne de

$$\Gamma_1 = \frac{1}{\tau_1}$$

soit en trois mésons πi avec une durée de vie moyenne de

$$\Gamma_2 = \frac{1}{\tau_2}$$

Expérimentalement, les résultats donnent

$$\tau_1 = 0.9 \cdot 10^{-10} s \quad \text{et} \quad \tau_2 = 0.5 \cdot 10^{-7} s \quad (2.3.6)$$

Les égalités précédentes nous disent aussi que si on met la particule K dans l'état $|K_l\rangle$ (donc $C_1(0)=0$ et $C_2(0)=1$), celle-ci restera dans cet état pour tout t apparemment, vu que celle-ci a une durée de vie moyenne 600 fois supérieure par rapport au méson $|K_s\rangle$. Donc, tant qu'on ne considérera que la désintégration en deux pions, l'état $|K_2\rangle$ est considéré comme ayant une durée de vie "infinie".

Enfin remarquons que avec ce modèle, la probabilité totale n'est pas conservée. Cela s'avère être en adéquation avec ce modèle, on ne s'est intéressé qu'à un type de désintégration des mésons K neutres en particulier en négligeant toutes les autres (désintégration hadronique, avec ici les hadrons étant les π). Si toutes les autres désintégrations avaient été prises en compte lors de notre modélisation, la probabilité totale aurait été rigoureusement égale à un.

2.4 Désintégration des mésons K neutres en d'autres modes

Considérons maintenant le cas particulier où, à $t=0$, nous sommes dans un mélange avec 50% de K^0 et 50% de \bar{K}^0 . Mathématiquement, cela se traduit au niveau des conditions initiales par :

$$C_1(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad C_2(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.4.1)$$

Soit donc, en remplaçant les coefficients de (2.4.1) dans (2.3.5) :

$$C_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left(-i \frac{E_1}{\hbar} - \frac{\Gamma_1}{2} \right) t \quad \text{et} \quad C_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left(-i \frac{E_2}{\hbar} - \frac{\Gamma_2}{2} \right) t$$

Maintenant, il faut prendre en compte que les K_s et les K_l sont l'un l'autre des combinaisons linéaires de K^0 et \bar{K}^0 . Dans l'équation précédente, les amplitudes ont été choisies de sorte que à $t = 0$, les contributions de \bar{K}^0 s'annulent l'une l'autre par interférence, laissant seul l'état K^0 . Mais l'état $|K_s\rangle$ varie avec le temps, alors que $|K_l\rangle$ non. Au-delà de $t = 0$, l'interférence entre C_1 et C_2 donnera des amplitudes finies pour K^0 et \bar{K}^0 .

2.4.1 Interprétation

Pour pouvoir interpréter cela, basons nous sur l'expérience suivante : un méson π^- produit une particule Λ^0 et un méson K^0 qui voyage à travers l'hydrogène dans une chambre à bulles. Pendant que celui-ci progresse, il a une certaine chance de percuter un noyau d'hydrogène. Au début nous aurions pensé que la conservation de l'étrangeté empêcherait la particule K de créer un Λ^0 dans une telle interaction. Mais maintenant on voit que cela n'est pas vrai. Ceci est une conséquence du fait que bien que notre particule soit un K^0 lors de sa création, celle-ci ne reste pas dans un tel état. Donc, pour un certain t , il y aura une probabilité pour que celui-ci devienne un \bar{K}^0 . On doit donc s'attendre à observer des fois un Λ^0 produit sur le parcours d'un K^0 au lieu d'un \bar{K}^0 . Les probabilités d'avoir cet événement sont données par le coefficient C_- , qui est relié aux conditions initiales par :

$$C_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_1 - C_2) = \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} \cdot e^{-\frac{\Gamma_1 t}{2}} - e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}} \cdot e^{-\frac{\Gamma_2 t}{2}} \right) \quad (2.4.2)$$

Et donc, la probabilité pour que une particule K^0 se transforme en un \bar{K}^0 est donnée par :

$$|C_-|^2 = \frac{1}{4}(C_1 - C_2)^2 = \frac{1}{4} \left(e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} - 2e^{-\frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)t}{2}} \cos \frac{\Delta E t}{\hbar} \right) \quad (2.4.3)$$

De même, la probabilité pour que une particule K^0 reste sous forme d'un K^0 est donnée par :

$$|C_+|^2 = \frac{1}{4}(C_1 + C_2)^2 = \frac{1}{4} \left(e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} + 2e^{-\frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)t}{2}} \cos \frac{\Delta E t}{\hbar} \right) \quad (2.4.4)$$

On retient donc le résultat suivant :

quand un K^0 est produit, les chances pour qu'il se transforme en un \bar{K}^0 font que la mise en évidence d'autres particules telle que le Λ^0 varient avec le temps selon l'équation précédente. Le graphique suivant (FIGURE1) montre l'évolution des K^0 en fonction du temps. Dans celui-ci, la courbe en bleu modélise l'évolution $K^0_{t=0} \rightarrow K^0$, tandis que la courbe rouge modélise l'évolution $K^0_{t=0} \rightarrow \bar{K}^0$. De plus, on voit que après quelque temps, tous les K_s sont "morts" et qu'il ne reste que des K_l .

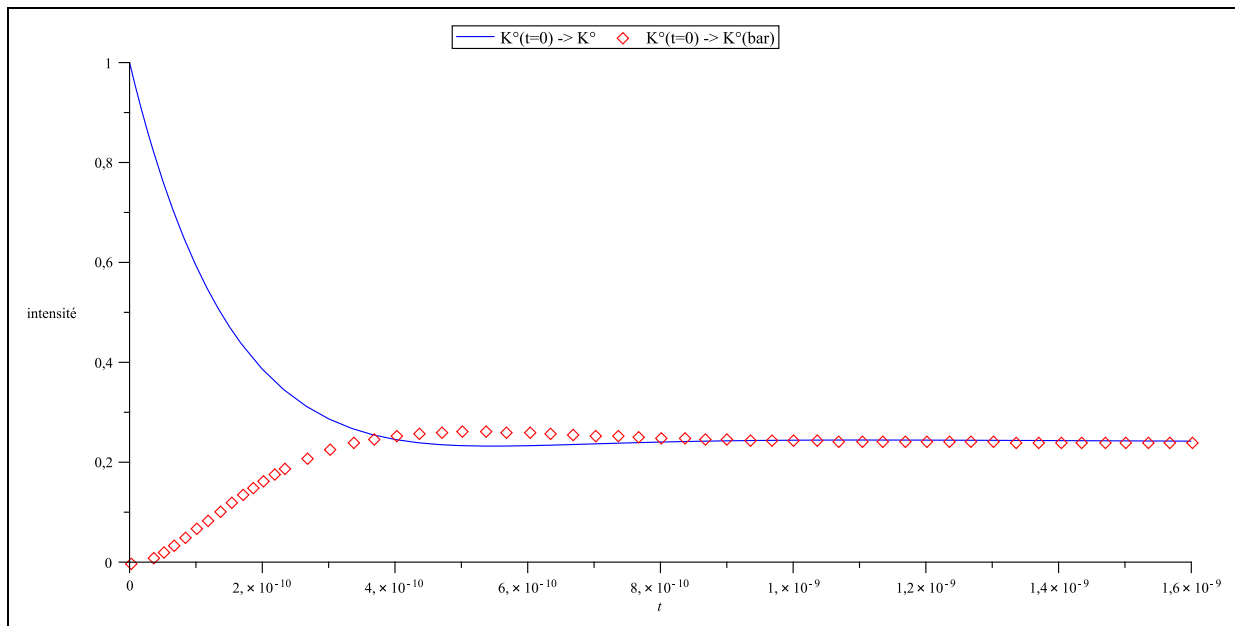


FIGURE 1 – Dans ce graphe on peut voir que, après quelques oscillations par rapport à la période de K_s lequel possède un temps de vie très bref, on ne se retrouve qu'avec des composantes K_l , ce qui correspond à la moitié de $|K^0\rangle$ et la moitié de $|\bar{K}^0\rangle$

3 Violation de CP dans le système des $|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle$

3.1 Violation de CP

3.1.1 Introduction au problème

Au cours de la partie précédente, nous avons vu que les deux valeurs propres de CP sont 1 et -1. Par ailleurs, on a vu que ces valeurs propres correspondent à la création de $\pi\pi$ et à la création de $\pi\pi\pi$, le tout résumé par les expressions (2.2.3). A savoir, la désintégration $K_s \rightarrow \pi\pi$ a une valeur propre égale à 1, tandis que la désintégration $K_L \rightarrow \pi\pi$ a une valeur propre égale à -1. Cela entraîne entre autres l'expression des états $|K_s\rangle$ et $|K_L\rangle$ en fonction des $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ données par (2.2.2). Or expérimentalement cela s'avère être faux, la désintégration du méson K neutre viole la symétrie CP. Ceci implique que les états $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$ ne correspondent pas exactement aux états $|K_s\rangle$ et $|K_L\rangle$ (ce que l'on appellera violation de CP indirecte, laquelle est mesurée par un paramètre ϵ), ou alors que un $|K_L\rangle = |K_2\rangle$ se désintègre directement en $\pi\pi\pi$ et en $\pi\pi$ (violation de CP directe, mesurée par un paramètre ϵ'). Les deux contribuent à la violation de CP, mais la première citée a une contribution plus importante dans le phénomène.

Expérimentalement les états $|K_s\rangle$ et $|K_L\rangle$ s'avèrent être en réalité des combinaisons linéaires des états $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$. Ceci veut donc dire que un état $|K_s\rangle$ contiendra un peu de $|K_2\rangle$, et que un $|K_L\rangle$ contiendra un peu de $|K_1\rangle$. Mathématiquement, ceci peut se traduire par la modification des états trouvés dans la première partie comme suit :

$$|K_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}(|K_1\rangle + \epsilon|K_2\rangle) \quad \text{et} \quad |K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}(|K_2\rangle + \epsilon|K_1\rangle) \quad (3.1.1)$$

La violation de CP dans la désintégration $K_1 \rightarrow \pi\pi$ fut découverte en 1964 par Christenson, Cronin, Fitch et Turlay [5].

3.1.2 Hamiltonien

Dans ce contexte, le hamiltonien n'est pas le même que celui présenté dans la première partie. En effet, pour le calculer il faut faire appel d'une part à la théorie des perturbations indépendantes du temps pour avoir l'expression des coefficients M_{ij} , et d'autre part à la règle d'or de Fermi pour avoir les Γ_{ij} . Je ne développerai pas les calculs pour trouver ces coefficients car cela s'avère être très lourd. Commençons par écrire notre opérateur T_w de façon un peu différente de celle de la première partie, toujours dans la base des $|K^0\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle$

$$T_w = \begin{bmatrix} M_{11} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \\ M_{21} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{21} & M_{22} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{22} \end{bmatrix}$$

La conservation de la symétrie CPT (qui est supposée être le cas tout au long de ce rapport) implique que

$$M_{11} = M_{22} = M; \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma$$

La raison est la suivante :

D'après la première partie, si l'opérateur CP agit sur T_w , tout en restant dans la base $|K^0\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle$, on a la relation :

$$\langle K^0 | CP^{-1} \cdot T_w \cdot CP | K^0 \rangle = (-1)^2 \langle \bar{K}^0 | T_w | \bar{K}^0 \rangle \quad (3.1.2)$$

Puisque l'opérateur CP effectue simultanément la conjugaison de charge et l'inversion d'espace.

Si de plus, on fait agir l'opérateur T, lequel a pour effet d'"inverser" les bras en des kets et les kets en des bras, l'égalité (3.1.2) reste inchangée comme le montre l'égalité suivante :

$$\langle \bar{K}^0 | T^{-1} \cdot T_w \cdot T | \bar{K}^0 \rangle = \langle K^0 | T_w | K^0 \rangle$$

On obtient finalement la relation qui nous intéresse. À savoir :

$$\langle \bar{K}^0 | T_w | \bar{K}^0 \rangle = \langle K^0 | T_w | K^0 \rangle$$

Le même raisonnement a lieu pour les Γ .

De plus, comme les objets en question représentent des opérateurs hermitiques M et Γ (mais la matrice T_w n'est pas hermitique, ce qui s'avère être curieux car en mécanique quantique, tous les observables sont censés être hermitiques), on a les égalités suivantes

$$M_{11} = M_{11}^*; \quad M_{22} = M_{22}^*; \quad M_{12} = M_{21}^*; \quad \text{et} \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{11}^*; \quad \Gamma_{22} = \Gamma_{22}^*; \quad \Gamma_{12} = \Gamma_{21}^* \quad (3.1.3)$$

Donc notre Hamiltonien T_w peut s'écrire, en tenant compte de tout ce qui a été dit précédemment comme :

$$T_w = \begin{bmatrix} M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma & M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* & M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma \end{bmatrix} \quad (3.1.4)$$

Comme dit auparavant, nous sommes dans la base des $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$ où un état quelconque $|\psi\rangle$ peut s'exprimer sous forme de combinaison linéaire comme dans le cas de (2.3.2). L'équation de Schrödinger prend alors la forme suivante :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma & M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* & M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix}$$

Diagonalisons la matrice pour avoir les valeurs et états propres de notre Hamiltonien.

$$\chi(\lambda) = \begin{vmatrix} M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma - \lambda & M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* & M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

d'où :

$$\chi(\lambda) = \left(M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma - \lambda \right)^2 - \left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* \right) \left(M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \right) = 0$$

Donc les valeurs propres sont

$$\lambda_1 = M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma + \sqrt{\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* \right) \left(M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \right)}$$

et

$$\lambda_2 = M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma - \sqrt{\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* \right) \left(M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \right)}$$

Après quelques calculs, les vecteurs propres respectifs sont donnés par :

$$|K_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}(|K^\circ\rangle + \alpha|\bar{K}^\circ\rangle) \quad \text{et} \quad |K_l\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}(|K^\circ\rangle - \alpha|\bar{K}^\circ\rangle)$$

$$\text{où } \alpha = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}}}$$

On remarque bien que si les M_{12} les Γ_{12} étaient réels, on retrouverait immédiatement les états définis dans la première partie.

Pour arriver au résultat énoncé dans l'introduction au problème, on introduit le paramètre ϵ défini par :

$$\alpha = \frac{1-\epsilon}{1+\epsilon} \quad (3.1.5)$$

et remplaçons α par ϵ dans les équations précédentes. Après quelques calculs, on retombe bien sur les formes habituelles

$$\boxed{|K_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+\epsilon^2)}}((1+\epsilon)|K^\circ\rangle + (1-\epsilon)|\bar{K}^\circ\rangle)} \quad \text{et} \quad \boxed{|K_l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+\epsilon^2)}}((1+\epsilon)|K^\circ\rangle - (1-\epsilon)|\bar{K}^\circ\rangle)}$$

où ϵ est le facteur qui mesure la violation de CP associée au le mélange des $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$, soit, dans des termes plus corrects, ce qu'on appelle la violation de CP indirecte. L'expression théorique de ϵ en fonction des expressions introduites pour le Hamiltonien est donnée par

$$\epsilon = \frac{\sqrt{M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}} - \sqrt{M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^*}}{\sqrt{M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}} + \sqrt{M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^*}} \quad (3.1.6)$$

Cette expression met en jeu des coefficients réels et complexes, ϵ est donc complexe. On se servira de cette constatation plus tard pour l'écrire sous la forme " $a \cdot e^{i\phi}$ ", avec a le module du nombre complexe et ϕ son argument.

Expérimentalement,

$$|\epsilon| = 2,2 \cdot 10^{-3} \quad (3.1.7)$$

On constate aussi que les nouveaux états "short" et "long" ne sont plus orthogonaux entre eux. En effet, le produit scalaire entre ces deux vecteurs donne

$$\langle K_l | K_s \rangle = \frac{(1+\epsilon)^2 - (1-\epsilon)^2}{2(1+\epsilon^2)} = \frac{2\epsilon}{1+\epsilon^2}$$

En prenant en compte que $\epsilon \ll 1$, et en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur à 1, on trouve

$$\boxed{\langle K_l | K_s \rangle = 2\epsilon} \quad (3.1.8)$$

3.2 Comportement du système $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$ avec la violation de CP

3.2.1 Oscillation des mésons K neutres avec la violation de CP

Dans cette partie, nous devons pouvoir résoudre le système d'équations différentielles en diagonalisant l'Hamiltonien avec les équations précédentes dans le but de pouvoir mettre en équation le comportement des mésons K neutres. Pour cela commençons donc par exprimer un état quelconque ψ dans la base des $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$:

$$|\psi\rangle = C_+|K^\circ\rangle + C_-|\bar{K}^\circ\rangle$$

En introduisant le paramètre α (voir (3.1.5)) et en exprimant les $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$ en fonction des $|K_s\rangle$ et des $|K_l\rangle$ on arrive à :

$$|\psi\rangle = \sqrt{1+|\alpha|^2} \left(\frac{C_+}{2} (|K_l\rangle + |K_s\rangle) + \frac{C_-}{2\alpha} (|K_l\rangle - |K_s\rangle) \right)$$

En réarrangeant un peu les termes, on arrive à l'expression :

$$\boxed{|\psi\rangle = \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{2} (\theta_l |K_l\rangle + \theta_s |K_s\rangle)} \quad (3.2.1)$$

où l'on a posé

$$\theta_l = C_+ + \frac{C_-}{\alpha} \quad \text{et} \quad \theta_s = C_+ - \frac{C_-}{\alpha}$$

En décomposant dans la base des $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$ les relations précédentes et en leur appliquant l'équation de Shrödinger, on obtient les équations suivantes :

$$i\hbar \frac{d\theta_l}{dt} = \left[\left(M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \right) a + \left(M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \right) b \right] + \frac{1}{\alpha} \left[\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* \right) a + \left(M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma \right) b \right]$$

Après quelques calculs, on arrive a

$$i\hbar \frac{d\theta_l}{dt} = \left(M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma \right) \theta_l + \left(\sqrt{\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12}^* \right) \left(M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma \right)} \right) \theta_s$$

soit donc

$$\boxed{i\hbar \frac{d\theta_l}{dt} = \left(M_l - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_l \right) \theta_l}$$

avec

$$M_l = M + \operatorname{Re} \sqrt{\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_{12}^* \right) \left(M - \frac{i\hbar}{2} \Gamma \right)} \quad \text{et} \quad \Gamma_l = \Gamma - 2\operatorname{Im} \sqrt{\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_{12}^* \right) \left(M - \frac{i\hbar}{2} \Gamma \right)}$$

De la même façon, on trouve une équation pour θ_s

$$\boxed{i\hbar \frac{d\theta_s}{dt} = \left(M_s - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_s \right) \theta_s}$$

avec

$$M_s = M - \operatorname{Re} \sqrt{\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_{12}^* \right) \left(M - \frac{i\hbar}{2} \Gamma \right)} \quad \text{et} \quad \Gamma_s = \Gamma + 2\operatorname{Im} \sqrt{\left(M_{12}^* - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_{12}^* \right) \left(M - \frac{i\hbar}{2} \Gamma \right)}$$

à partir de ces expressions, on arrive enfin à la forme du Hamiltonien et donc aux nouvelles équations d'évolution :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_l \\ \theta_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_l - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_l & 0 \\ 0 & M_s - \frac{i\hbar}{2} \Gamma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \theta_l \end{bmatrix} \quad (3.2.2)$$

En résolvant ce système, on obtient, à une constante près,

$$\theta_l(t) = \exp \left(-iM_l t + \frac{i\hbar}{2} \Gamma_l t \right) \quad \text{et} \quad \theta_s(t) = \exp \left(-iM_s t + \frac{i\hbar}{2} \Gamma_s t \right) \quad (3.2.3)$$

Ces équations nous montrent que les états propres du système $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$ se comportent comme des particules indépendantes qui ont chacune non seulement des durées de vies différentes, mais aussi une masse qui leur est propre. Enfin dans le cas de la violation de CP, un état quelconque $|\psi\rangle$ peut s'exprimer comme :

$$\boxed{|\psi\rangle = \theta_l(t)|K_l\rangle + \theta_s(t)|K_s\rangle} \quad (3.2.4)$$

3.2.2 Comportement en fonction du type de désintégration

Pour pouvoir prédire la façon dont les $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$ vont se désintégrer tout en sachant que ce sera en violant la symétrie CP, il est nécessaire de les exprimer à partir des expressions obtenues dans le paragraphe précédent. Commençons avec les $|K^\circ\rangle$, $|\bar{K}^\circ\rangle$ en tenant compte de la violation de CP

$$|K^\circ\rangle = \sqrt{\frac{1+\epsilon^2}{2}} \frac{1}{1+\epsilon} (|K_l\rangle + |K_s\rangle) \quad \text{et} \quad |\bar{K}^\circ\rangle = \sqrt{\frac{1+\epsilon^2}{2}} \frac{1}{1+\epsilon} (|K_l\rangle - |K_s\rangle) \quad (3.2.5)$$

En revenant aux expressions des $|K_s\rangle$, $|K_l\rangle$, en considérant les fonctions θ introduites dans (3.2.3), (lesquelles traduisent leurs évolutions respectives) et l'expression de $|\psi\rangle$ donnée par (3.2.4) on arrive à :

$$|\psi_1(t)\rangle = \sqrt{\frac{1+\epsilon^2}{2}} \frac{1}{1+\epsilon} (\theta_l(t)|K_l\rangle + \theta_s(t)|K_s\rangle)$$

et

$$|\psi_2(t)\rangle = \sqrt{\frac{1+\epsilon^2}{2}} \frac{1}{1+\epsilon} (\theta_l(t)|K_l\rangle - \theta_s(t)|K_s\rangle)$$

Avec

$$\theta_s(t) = \exp \left(-iM_s + \frac{\hbar}{2} \Gamma_s \right) t \quad \text{et} \quad \theta_l(t) = \exp \left(-iM_l + \frac{\hbar}{2} \Gamma_l \right) t$$

De plus, en remplaçant les expressions de $|K_s\rangle$ et $|K_l\rangle$ par celles données dans l'équation (3.1.1) et en ordonnant chaque terme avec celui qui lui correspond, on arrive à :

$$\boxed{|\psi_1(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\epsilon)} (\theta_s(t) + \epsilon\theta_l(t))|K_1\rangle + (\theta_l(t) + \epsilon\theta_s(t))|K_2\rangle} \quad (3.2.6)$$

et

$$\boxed{|\psi_2(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}(1-\epsilon)}(\theta_s(t) - \epsilon\theta_l(t))|K_1\rangle + (\theta_l(t) - \epsilon\theta_s(t))|K_2\rangle} \quad (3.2.7)$$

C'est à partir des relations (3.2.5), (3.2.6) et (3.2.7) que on l'on décrira le comportement des désintégrations tout en tenant compte de la violation de CP en considérant les probabilités suivantes

$$P(|K^0(t)\rangle \rightarrow \pi\pi) = |\langle K_1|\psi_1(t)\rangle|^2 \quad (3.2.8)$$

$$P(|\bar{K}^0(t)\rangle \rightarrow \pi\pi) = |\langle K_1|\psi_2(t)\rangle|^2$$

$$P(|K^0(t)\rangle \rightarrow \pi\pi\pi) = |\langle K_2|\psi_1(t)\rangle|^2$$

$$P(|\bar{K}^0(t)\rangle \rightarrow \pi\pi\pi) = |\langle K_2|\psi_2(t)\rangle|^2$$

Je ne détaillerai pas tous les calculs pour arriver aux bons résultats. Je propose d'en faire un seul et pour le reste, j'écrirai les expressions finales seulement. Prenons par exemple l'expression (3.2.8) et développons la.

$$|\langle K_1|\psi_1(t)\rangle|^2 = \frac{1}{2(1+\epsilon)^2}|\theta_s(t) + \epsilon\theta_l(t)|^2$$

d'après l'expression (3.1.6) ϵ est complexe, on peut donc l'écrire sous la forme :

$$\epsilon = |\epsilon|e^{i\phi} \quad (3.2.9)$$

De plus, comme le montre l'expression (3.1.7), $|\epsilon| \ll 1$, on peut donc faire un développement en série de Taylor au premier ordre d'où :

$$|\langle K_1|\psi_1(t)\rangle|^2 = \left[\frac{1 - 2\text{Re}(\epsilon)}{2} \right] [\theta_s(t)^2 + |\epsilon|^2\theta_l(t)^2 + 2\text{Re}(\theta_s(t) \cdot \theta_l(t)^*)] \quad (3.2.10)$$

En considérant toutes les hypothèses énoncées précédemment, nous arrivons à l'expression finale :

$$\boxed{|\langle K_1|\psi_1(t)\rangle|^2 = \left[\frac{1 - \text{Re}(\epsilon)}{2} \right] \left[e^{-\Gamma_s t} + |\epsilon|^2 e^{-\Gamma_l t} + 2|\epsilon| e^{-\frac{(\Gamma_s + \Gamma_l)t}{2}} \cos(\Delta m t - \phi) \right]} \quad (3.2.11)$$

De même pour les autres probabilités, nous obtenons les relations suivantes

$$|\langle K_1|\psi_2(t)\rangle|^2 = \left[\frac{1 + \text{Re}(\epsilon)}{2} \right] \left[e^{-\Gamma_s t} + |\epsilon|^2 e^{-\Gamma_l t} - 2|\epsilon| e^{-\frac{(\Gamma_s + \Gamma_l)t}{2}} \cos(\Delta m t - \phi) \right]$$

$$|\langle K_2|\psi_1(t)\rangle|^2 = \left[\frac{1 - \text{Re}(\epsilon)}{2} \right] \left[e^{-\Gamma_l t} + |\epsilon|^2 e^{-\Gamma_s t} + 2|\epsilon| e^{-\frac{(\Gamma_s + \Gamma_l)t}{2}} \cos(\Delta m t - \phi) \right]$$

$$|\langle K_2|\psi_2(t)\rangle|^2 = \left[\frac{1 + \text{Re}(\epsilon)}{2} \right] \left[e^{-\Gamma_l t} + |\epsilon|^2 e^{-\Gamma_s t} - 2|\epsilon| e^{-\frac{(\Gamma_s + \Gamma_l)t}{2}} \cos(\Delta m t - \phi) \right]$$

Le graphe suivant FIGURE2 montre l'évolution en fonction du temps des deux premières expressions des K^0 , \bar{K}^0 se désintégrant en $\pi\pi$ en tenant compte de la violation de CP.

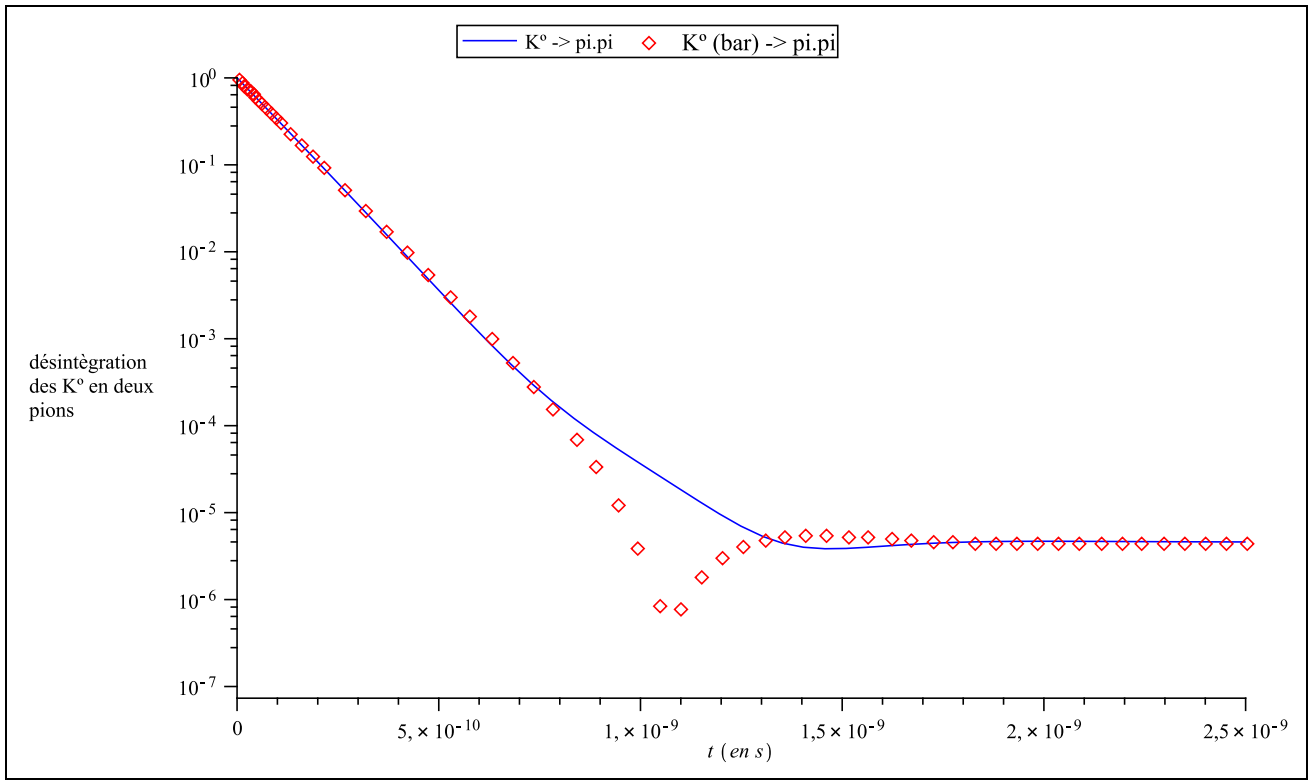


FIGURE 2 – Le graphe montre comment le K_s , présent au début de la courbe décroît. Ceci est la conséquence de son temps de vie très bref. À la fin de la courbe, le K_l est tout seul, ce qui correspond bien aux hypothèses sur les différences de vie des deux types de mésons.

4 Variation du temps de vie et régénération des $|K^0\rangle$, $|\bar{K}^0\rangle$

4.1 Introduction au phénomène

Lorsque un faisceau de K_l traverse une fine tablette de matière, la composante \bar{K} s'avère être plus atténuée que la composante K , ayant comme résultat que le faisceau transmis par la tablette de matière contient aussi des composantes de K_s . Cet phénomène est comparable à celui de la lumière polarisée. Pour illustrer comment les mésons K neutres se mélangent, considérons l'analogie avec la lumière du soleil. La lumière qui nous provient du soleil contient toutes sortes de polarisations (qui sont les directions du champ électromagnétique de l'onde lumineuse). Mais si cette lumière passait au travers d'un Polariseur orienté par exemple de façon verticale, une partie de la lumière resterait bloquée et seulement la portion de la lumière polarisée de façon verticale passerait. Dans ce faisceau, il ne peut pas y avoir de lumière avec une polarisation horizontale. Après ceci, plaçons un Polariseur sur le chemin du faisceau qui vient de quitter le premier obstacle avec une inclinaison de 45° . La lumière qui émerge (qui a donc une intensité encore plus faible que précédemment) sera orientée aux mêmes 45° . Cette lumière peut être considérée comme ayant une composante verticale et une horizontale. La preuve qu'une composante du faisceau est polarisée maintenant de façon horizontale (tandis que juste avant, la lumière était juste polarisée de façon verticale exclusivement) est que si on met sur la trajectoire de ce même faisceau un polariseur qui est orienté de façon verticale, un peu de lumière émergera de celui-ci. Ce même principe reste valable pour les mésons K neutres, à savoir que un peu de K_2 peut devenir du K_1 et vice versa tout comme la lumière dont sa polarisation initiale est verticale, se transforme en une polarisation horizontale. Cependant, au lieu de passer à travers de polariseurs, les mésons passent à travers de fines tablettes de matière dans lesquelles des faisceaux de K_s sont "régénérés" à partir de faisceaux ne contenant que des mésons K_l . La régénération s'avère être un outil pour préparer des faisceaux contenant un mélange de différentes compositions entre les K_l et les K_s . L'idée est reprise dans la figure ci dessous dans le cas de la polarisation d'une onde électromagnétique.

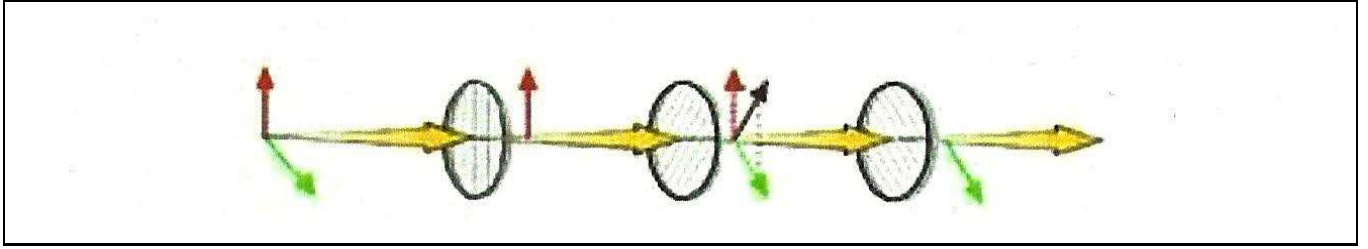


FIGURE 3 – Dans un premier temps, on a une onde electro-magnétique avec une composante verticale et une horizontale qui passe à travers un polariseur orienté verticalement. Suite à cela, la composante verticale est la seule à être transmise à la sortie du polariseur. On met à la suite, un polariseur avec une orientation de 45 degrés. Ce qui a comme conséquence le passage de la lumière orientée à 45 degrés, laquelle peut être décomposée en deux orientations, une verticale et une horizontale. Suite à cela, on met un dernier polariseur incliné verticalement qui permet juste le passage de ondes orientées de cette façon.

4.2 Étude phénoménologique

L'étude du phénomène de régénération ne sera étudiée que dans une seule direction spatiale. Nous ne considérerons que l'onde cohérente transmise.

Soit un état $|\psi\rangle$ pendant qu'il traverse une tablette de matière d'épaisseur dx . La variation de notre état $|\psi\rangle$ de $d|\psi\rangle$ sera le résultat de deux processus :

d'une part la variation de durée de vie de ses composantes (donc les K_s et les K_l)

d'autre part l'interaction au niveau atomique entre les composantes de la tablette en question et les mésons K neutres.

La contribution du matériau pour la variation $d|\psi\rangle$ de notre état en question peut être exprimée de la façon suivante :
Considérons la contribution $d\rho$ d'un anneau de rayon ρ dont le centre passe par l'axe des x.

$$d|\psi\rangle = 2\pi N dx \int_0^{+\infty} \frac{e^{ip\sqrt{\rho^2+x^2}}}{\sqrt{\rho^2+x^2}} \rho d\rho \cdot f(\theta) \cdot |i\rangle$$

Avec :

N = densité de noyaux

$f(\theta)$ = amplitude de dispersion

p = moment des mésons K

ρ = rayon de l'anneau hypothétique par lequel passe la matière

Dans ce modèle, les angles sont considérés comme petits. On prendra dans ce cas $f(\theta) = f(0) = \text{constante}$, ce qui nous permet de le sortir de l'expression précédente. D'où :

$$d|\psi\rangle = 2\pi N dx f(0) \int_0^{+\infty} \frac{e^{ip\sqrt{\rho^2+x^2}}}{\sqrt{\rho^2+x^2}} \rho d\rho \cdot f(\theta) |i\rangle = 2\pi N dx f(0) \frac{-i}{p} \int_0^{+\infty} d(e^{ip\sqrt{\rho^2+x^2}}) |i\rangle$$

d'où :

$$d\psi = \frac{2i\pi N f(0) dx}{p} e^{ipx}$$

Remarque : La contribution de $e^{ip\infty}$ à la variation de $|\psi\rangle$ peut être remplacée par 0 en faisant l'hypothèse que le faisceau incident a un rayon fini et que à l'infini, le rayon de celui-ci tend vers 0.

Ceci nous donne donc l'expression de la contribution de la durée de vie des mésons K neutres, que l'on doit ajouter à l'expression qui traduit leur oscillation au cours du temps.

Plaçons nous tout d'abord dans le cas où la symétrie CP est conservée. On a donc comme expression finale pour l'oscillation de nos particules :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma & M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12} - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_{12} & M - \frac{i\hbar}{2}\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix} - \frac{2iN\pi}{m} \begin{bmatrix} f & 0 \\ 0 & \bar{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix}$$

avec m la masse des mésons K neutres.

Si maintenant nous passons dans la base $|K_s\rangle, |K_l\rangle$ et l'on pose :

$$\frac{d}{dx} = \frac{m}{p} \frac{d}{dt}$$

nous avons : voir(3.2.2)

$$i\hbar \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \theta_l \\ \theta_s \end{bmatrix} = \frac{m}{p} \begin{bmatrix} M_l - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_l & 0 \\ 0 & M_s - \frac{i\hbar}{2}\Gamma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \theta_l \end{bmatrix} - \frac{iN\pi}{p} \begin{bmatrix} \Sigma f & \Delta f \\ \Delta f & \Sigma f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_+ \\ C_- \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

avec :

$$\Delta f = f + \bar{f} \quad \text{et} \quad \Sigma f = f - \bar{f}$$

Le dernier terme est celui qui décrit correctement l'effet qu'a la tablette de matière sur la durée de vie des mésons K neutres. Il est possible de résoudre l'équation matricielle en la considérant sous une forme relativement plus simple en factorisant certains termes, et donc de pouvoir trouver une expression qui prédit la différence de durée de vie en fonction du matériau et de son épaisseur.

$$i\hbar \frac{d}{dx} |\psi_{\pm}\rangle = \alpha_{\pm} |\psi_{\pm}\rangle \quad \text{et} \quad |\psi_{\pm}\rangle = |K_l\rangle + A_{\pm} |K_s\rangle \quad (4.2.2)$$

Dans la suite, je prendrais $\hbar = 1$ pour simplifier les calculs.

De même, je ne donnerai pas le cheminement de la factorisation en question car le calcul s'avère être très long. Les termes A_{\pm} et α_{\pm} sont donnés par les expressions suivantes :

$$A_{\pm} = \frac{1}{E} \left(1 \pm \sqrt{1 + E^2} \right) \quad \text{et} \quad \alpha_{\pm} = -\frac{im}{2p} \left[\left(\Sigma M - \frac{2\pi N \Sigma f}{m} \pm \Delta m \sqrt{1 + E^2} \right) \right]$$

avec :

$$\Delta M = (M_l - M_s) + \frac{i}{2} (\Gamma_s - \Gamma_l)$$

et

$$E = \frac{2\pi N \Delta f}{m \Delta M} \quad (4.2.3)$$

E étant le facteur qui mesure le taux de régénération des mésons K de la tablette de matière sur laquelle on fait l'expérience. Les équations définies par (4.2.2) donnent après intégration, la forme d'évolution des mésons K neutres en fonction de l'épaisseur et de la nature de la tablette en question. (il est inutile d'intégrer au delà de l'épaisseur de la tablette car ce qui nous intéresse c'est ce qui se passe dans la tablette).

Après intégration, nous avons :

$$|\psi_{\pm}(D)\rangle = |\psi_{\pm}(0)\rangle e^{\alpha_{\pm} D} \quad (4.2.4)$$

La formule (4.2.4) nous montre l'influence d'une tablette d'épaisseur D sur les états $|K_l\rangle$ et $|K_s\rangle$ respectivement lorsqu'ils la traversent. En effet, d'après la deuxième expression de (4.2.2), on voit qu'il est possible d'introduire les états "short" et "long" de la façon suivante :

$$|K_l\rangle = \frac{A_+ |\psi_-\rangle - A_- |\psi_+\rangle}{A_+ - A_-} \quad \text{et} \quad |K_s\rangle = \frac{|\psi_+\rangle - |\psi_-\rangle}{A_+ - A_-}$$

Lesquels donnent après avoir traversé la tablette de matière d'après la loi d'évolution établie dans (4.2.4) une combinaison des deux états :

$$\text{pour } |K_l\rangle : \frac{A_+ e^{\alpha_- D} - A_- e^{\alpha_+ D}}{A_+ - A_-} |K_l\rangle - \frac{e^{\alpha_+ D} - e^{\alpha_- D}}{A_+ - A_-} |K_s\rangle \quad (4.2.5)$$

et

$$\text{pour } |K_s\rangle : \frac{e^{\alpha_+ D} - e^{\alpha_- D}}{A_+ - A_-} |K_l\rangle + \frac{A_+ e^{\alpha_+ D} - A_- e^{\alpha_- D}}{A_+ - A_-} |K_l\rangle \quad (4.2.6)$$

Où l'on a pris : $\psi(0) = 1$.

À partir de (4.2.5) et (4.2.6), on peut définir le taux de régénération comme le rapport des $|K_s\rangle$ sur les $|K_l\rangle$ une fois que le faisceau a traversé la tablette :

$$\rho = -\frac{e^{\alpha_+ D} - e^{\alpha_- D}}{A_+ e^{\alpha_- D} - A_- e^{\alpha_+ D}} \quad (4.2.7)$$

Cette expression nous est utile pour faire un développement limité sur le facteur E et pouvoir trouver des expressions approchées des $|K_s\rangle$, $|K_l\rangle$ ainsi qu'une expression approchée de la courbe qui nous donne le taux de régénération avec moins de paramètres.

Après avoir fait des développements limités sur la formule précédente et l'équation (4.2.2) on arrive aux résultats suivants :

$$|\psi_-\rangle = |K_l\rangle - K|K_s\rangle \quad ; |\psi_+\rangle = |K_s\rangle + K|K_l\rangle \quad ; \rho = -\frac{K}{2} \left(1 - e^{-\frac{im\Delta MD}{p}} \right)$$

La représentation de la dernière équation, en prenant comme axe des ordonnées $|\frac{2\rho}{K}|^2$ nous donne le graphique suivant :

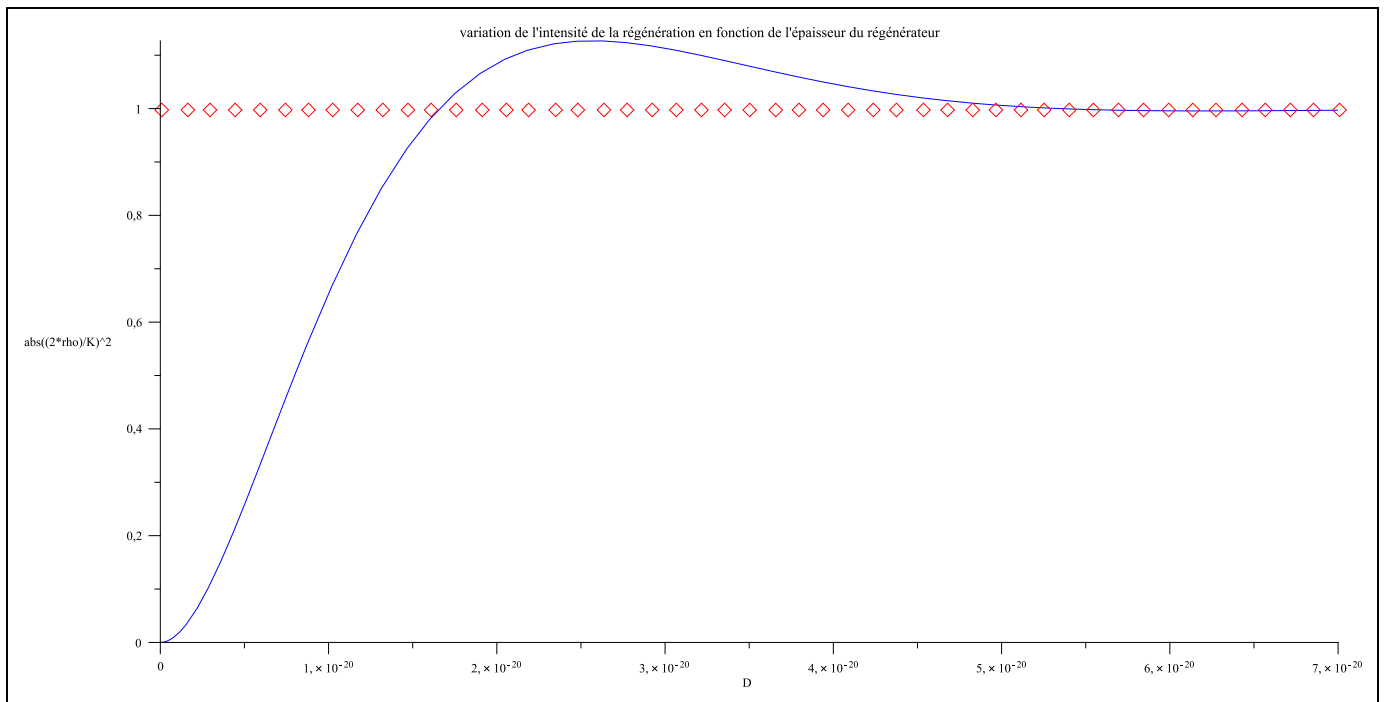


FIGURE 4 – Dans ce graphique, on peut voir l'intensité de régénération en fonction de l'épaisseur D . L'intensité varie sous forme de parabole pour des très faibles valeurs de D , puis arrive à une asymptote d'équation $y = |\frac{2\rho}{K}|^2$. Un ordre de grandeur de la magnitude de régénération, pour le cuivre est d'environ $|\rho|^2 = 0.01$

4.3 Application aux modes de désintégration

4.3.1 Cas de la désintégration $K \rightarrow 2\pi$

Rappel du problème :

Si la symétrie CP était conservée lors de la désintégration, les états $|K_s\rangle$ et $|K_l\rangle$ seraient des états propres de l'opérateur T_w avec les valeurs propres respectives -1 et 1. De même, les π produits auraient un spin égal à zéro et $CP = 1$. Or la désintégration $K_l \rightarrow \pi\pi$ n'est pas permise selon le principe de CP (ce qui a été vu dans le premier chapitre). Afin de pouvoir mesurer la violation de CP lors de la désintégration $K \rightarrow \pi\pi$, on introduit deux quotients pour pouvoir mesurer les désintégrations de K_l et K_s (toujours dans le cas de la désintégration en deux pions) :

$$\eta_{\pm} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | T_w | K_l \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | T_w | K_s \rangle} \quad \text{Pour } K \rightarrow \pi^+ \pi^- ; \quad \eta_{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | T_w | K_l \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | T_w | K_s \rangle} \quad \text{Pour } K \rightarrow \pi^0 \pi^0 \quad (4.3.1)$$

Ces deux quotients mesurent ce qu'on obtient sur ce qu'on devrait obtenir. Si la violation de CP a lieu, ces deux quotients sont différents de 0. Reste à mentionner que T_w contient des termes complexes et que en conséquence, nos deux quotients seront des nombres complexes. Leurs modules sont déterminés à partir de la période partielle $\Gamma_{l,+}, \Gamma_{l,00}$ et les périodes de vie des K_s et K_l . La détermination expérimentale de ces deux coefficients se fait sans problème au niveau de la désintégration $\pi^+ \pi^-$. Expérimentalement, $|\eta_{+-}| = 1.90 \cdot 10^{-3}$ [6]. Par contre, celle-ci s'avère être laborieuse au niveau de la désintégration $\pi^0 \pi^0$. En effet, plusieurs expériences fournissent des résultats différents. Ils vont de $5.05 \cdot 10^{-6}$ à $14,1 \cdot 10^{-6}$. On retient $|\eta_{00}| = 2,6 \cdot 10^{-3}$ [6]. La question de savoir si les deux η sont égaux n'est pas encore résolue.

Pour étudier les interférences entre les K_l et les K_s pendant qu'ils se désintègrent sous forme de pions, considérons un état $|\psi\rangle = |K_l\rangle + \rho|K_s\rangle$. Cet état peut être préparé en faisant passer un faisceau de K_l à travers un régénérateur, comme vu dans la partie précédente, ou alors en produisant des mésons K et en étudiant les K_l et les K_s assez près de la cible pour que les composantes K_s ne se soient pas toutes désintégrées. La forme de la désintégration en deux pions a déjà été introduite à la fin du chapitre 2 (cf : (3.2.11)). Ici, la formule change un peu car il ne s'agit plus du même état. De plus, nous ne sommes pas dans le cas de la violation de CP pour le moment, donc l' ϵ définit précédemment dans (3.2.11) n'a plus lieu d'être présent dans notre expression. Dans ce nouveau cas, la formule s'écrit (en s'aidant des expressions établies dans (3.2.2)) :

$$I_{+-} = \Gamma_{s,+} |\rho\theta_s(t) + \eta_{+-}(t)|^2 = \Gamma_{s,+} \left[|\rho|^2 e^{-\Gamma_s t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_l t} + 2|\rho| \cdot |\eta_{+-}| e^{-\frac{(\Gamma_s + \Gamma_l)t}{2}} \cos(\Delta m t + \phi_\rho - \phi_{\eta_{+-}}) \right] \quad (4.3.2)$$

De même, le terme d'amplitude d'interférence :

$$\left[\frac{1 - Re(\epsilon)}{2} \right]$$

est remplacé par $\Gamma_{s,+}$. Les autres termes ont la même signification que ceux définis pour (3.2.11). Les courbes suivantes montrent comment la désintégration en deux pions varie en fonction des différentes valeurs que peut prendre ρ . Il est important de signaler que si un générateur est utilisé comme une source de K_s , alors ρ peut être choisi en fonction de la nature du matériau et de son épaisseur. Le problème expérimental est que le régénérateur introduit une phase, comme le montre un des termes du cosinus dans l'équation (4.3.2).

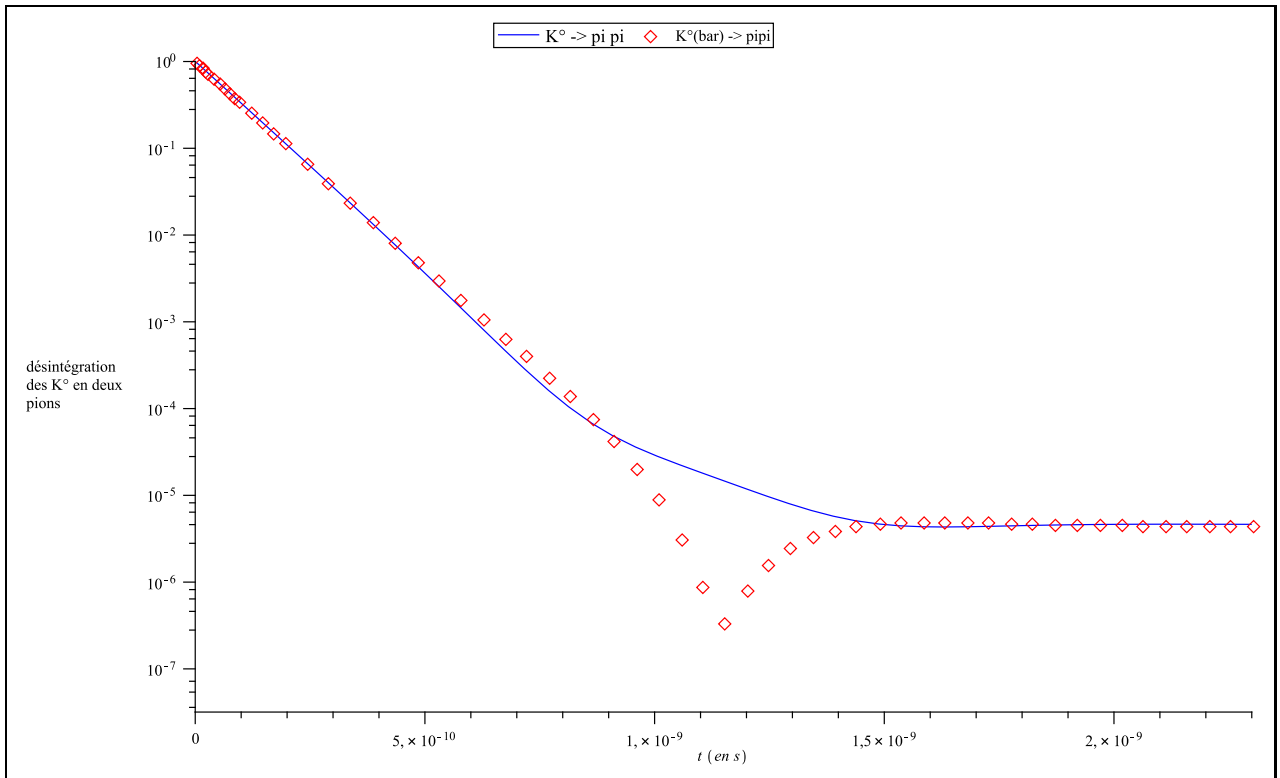


FIGURE 5 – régénérateur 1. Avec $\rho = 1$: dans ce modèle, tout se passe comme si "on n'avait" rien fait. On retrouve la même courbe que dans les chapitres précédents

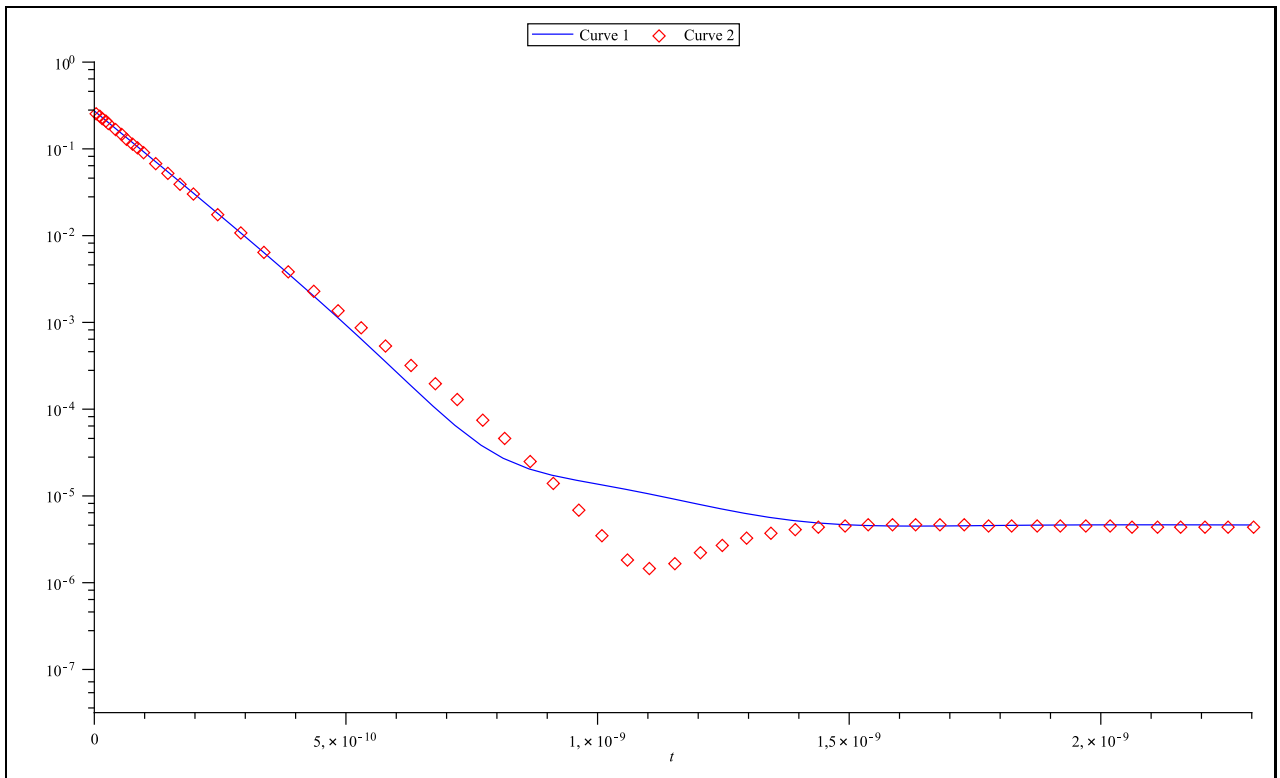


FIGURE 6 – régénérateur 2. Avec $\rho = 0.521$: dans ce cas, on constate déjà une déformation de la courbe. Le terme d'interférences (donc celui du milieu) est un peu plus aplati car la composition du faisceau de K_l et K_s n'est plus la même.

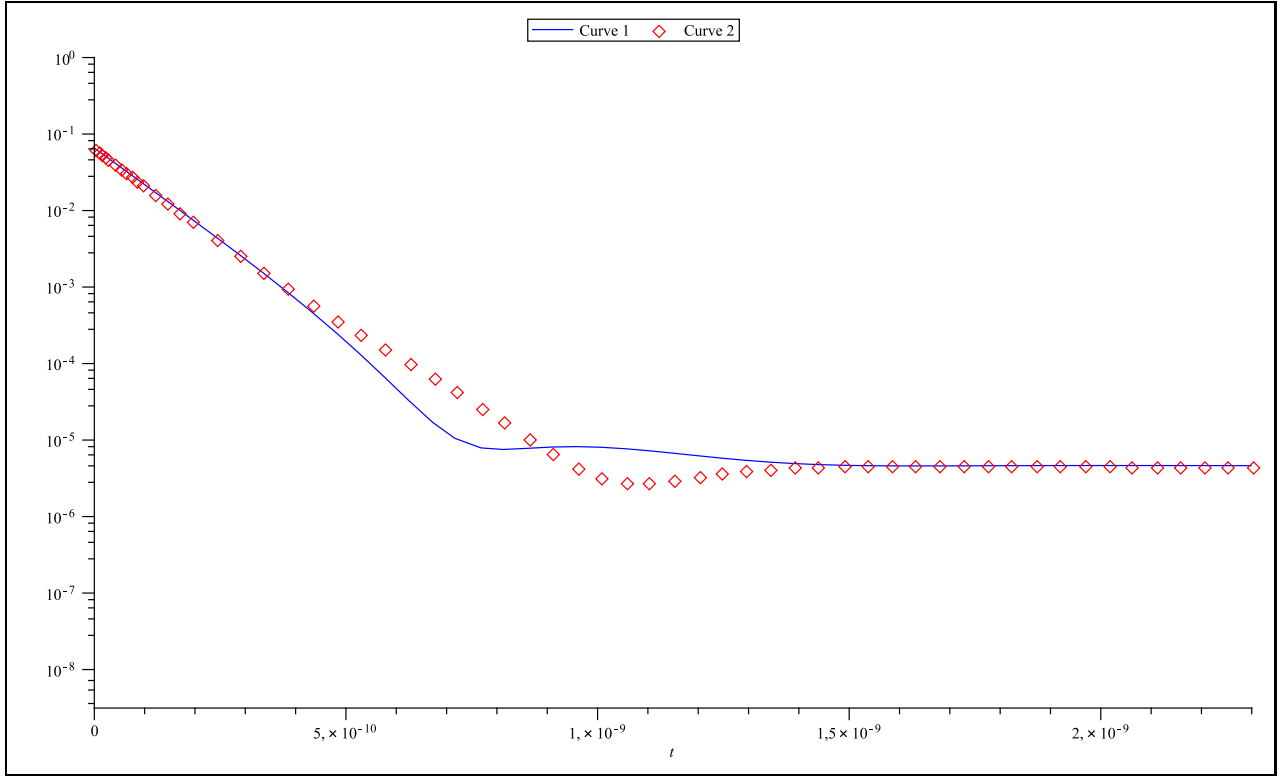


FIGURE 7 – régénérateur 3. Avec $\rho = 0.521$: Dans ce cas, le terme d'interférences est encore plus aplati.

Dans ce genre de distributions, pour des t très petits, c'est l'exponentielle contenant le terme en Γ_s qui domine. Pour des t plus grands (mais en restant toujours à une même échelle de grandeur) c'est l'exponentielle contenant le terme en Γ_l qui domine, en emportant le terme en \cos car alors la courbe n'oscille plus. Enfin, pour des temps intermédiaires, c'est le terme des interférences qui est dominant.

4.3.2 Cas de la désintégration $K \rightarrow 3\pi$. Cas interdit : $K_s \rightarrow 3\pi^0$

Ce type de désintégration s'avère être interdit d'après la symétrie CP : en effet, cette situation se présente pour les K_l et ne devrait pas avoir lieu dans le cas des K_s . Si la symétrie CP était conservée, $K_s \rightarrow 3\pi^0$ serait "interdite", alors que $K_s \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ serait permise. Le principe pour mesurer ce genre de désintégrations repose sur le même principe que (4.3.1) : on définit deux coefficients qui mesurent les résultats de chacune des désintégrations. Ces coefficients sont :

$$\eta_{\pm 0} = \frac{\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | T_w | K_l \rangle}{\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | T_w | K_s \rangle} \quad \text{Pour } K \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0; \quad \eta_{000} = \frac{\langle \pi^0\pi^0\pi^0 | T_w | K_l \rangle}{\langle \pi^0\pi^0\pi^0 | T_w | K_s \rangle} \quad \text{Pour } K \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$$

L'étude de la désintégration conduit à une formule semblable à (4.3.2), à quelques facteurs près. Après calculs, nous obtenons l'expression suivante :

$$I_{+-0} = \Gamma_{s,+} \left[|\eta_{+-0}|^2 e^{-\Gamma_s t} + e^{-\Gamma_l t} + 2|\eta_{+-0}| e^{-\frac{(\Gamma_s + \Gamma_l)t}{2}} \cos(\Delta m t + \phi_{\eta_{+-}}) \right] \quad (4.3.3)$$

Cette expression fut déjà trouvée précédemment, c'est la 3e équation de (3.2.11). La seule différence, c'est qu'on a changé le paramètre ϵ par $\eta_{3\pi}$ et que l'on a modifié l'amplitude, mais globalement, l'expression reste la même. Si η est petit, il s'avère être difficile de voir une différence par rapport aux autres courbes présentées précédemment puisque $\Gamma_s \ll \Gamma_l$ et donc la contribution de ce terme dans la représentation graphique n'est pas très visible. Cependant, la formule représente une situation totalement différente de (4.3.2). Expérimentalement, on trouve que $|\eta_{000}| \approx 1,5$ et $\eta_{+-0} \approx 0.7$. En comparant avec les valeurs des η introduits pour la désintégration sous forme de deux pions, on constate que, ici ils sont de l'ordre de l'unité, tandis que les autres sont de l'ordre de $1 \cdot 10^{-4}$.

5 Conclusion, et autres modèles.

Mon approche tout au long du stage ne s'est basée que sur le cas de violation de CP indirecte, en laissant totalement de côté la violation de CP directe, celle-ci faisant appel à des concepts en physique théorique et en mathématiques que je ne possède pas encore. La violation de CP n'avait jamais été observée avant le cas des mésons K neutres. Malgré cela, celle-ci s'avère être violée dans des très faibles proportions. Dans ce rapport, j'ai exploré le phénomène et fait une application au niveau de la variation du temps de vie des K_s et des K_L . Cependant, d'autres applications sont possibles. L'une d'entre elles est peut être de pouvoir expliquer pourquoi la matière l'a emporté sur l'anti-matière lors de l'expansion de l'univers.

Il existe d'autres modèles théoriques d'étude de la violation de CP directe et indirecte, parmi lesquels on trouve "l'analyse des isospins dans le modèle de la désintégration en deux pions [7]", lequel fait appel à des concepts tels que l'isospin, la G-parité ou des théorèmes comme le théorème de Watson. Parmi ces autres modèles, on trouve aussi la "non conservation de C dans l'interaction électromagnétique" [8], le "modèle super faible" [9] ou encore les "modèles mini faibles et mini forts" [10]. Enfin, reste à mentionner que la violation de CP a été observée dans d'autres systèmes oscillants plus récents tels que les bosons neutres.

Références

- [1] J.S BELL AND J.STEINBERGER Proc. International Conf. on Elementary Particles (*Oxford*1965)
- [2] PROF. MARK THOMPSON Michaelmas (2009)
- [3] RICHARD P. FEYNMAN The Feynman Lectures on Physics vol III ch.11-5 (1964)
- [4] J.STEINBERGER CERN 70-1 Nuclear Physics Division (1970)
- [5] J.H. CHRISTENSON, J.W. CRONIN, V.L. FITCH AND R. TURLAY Physical Review Letters 13, 138 (1964)
- [6] J. CRONIN Proc. 14th Int. Conf. on Hight-Energy Physics, Viena (1968) (*CERNGeneva*1968, p.281)
- [7] T.T. WU ET C.N YANG Physical Review Letters 23, 660 (1964).
- [8] J. BERNSTEIN, G. FEINBERG AND T.D. LEE Pysical Review Letters 139 B (1965)
- [9] L. WOLFENSTEIN Pysical Review Letters 13, 562 (1964)
- [10] P.D. MILLER, W.B DRESS, J.K. BAND, N.N. RAMSEY, AS REPORTED BY J.W. CRONIN IN THE PORC. 14TH INT. ON HIGH-ENERGY PHYSICS Viena (1968)