

# Vers une notion de compromis en optimisation multidisciplinaire multiobjectif

B. Guédas<sup>1</sup>, P. Dépincé<sup>1</sup>, and X. Gandibleux<sup>2</sup>

<sup>1</sup> IRCCyN, 1, rue de la Noë - BP 92 101 - F 44321 Nantes Cedex 03, France.

[Benoit.Guedas@irccyn.ec-nantes.fr](mailto:Benoit.Guedas@irccyn.ec-nantes.fr)

[Philippe.Depince@irccyn.ec-nantes.fr](mailto:Philippe.Depince@irccyn.ec-nantes.fr)

<sup>2</sup> LINA, 2, rue de la Houssinière - BP 92208 - F 44322 Nantes Cedex 03, France.

[Xavier.Gandibleux@univ-nantes.fr](mailto:Xavier.Gandibleux@univ-nantes.fr)

## 1 Introduction

Les problèmes de conception complexes rencontrés dans les domaines de l'aéronautique, du naval ou de l'automobile sont généralement organisés en plusieurs disciplines qui doivent collaborer pour aboutir à des solutions de compromis satisfaisant chacune des disciplines simultanément. De plus chaque discipline a généralement plusieurs objectifs à atteindre sur un ensemble de variables qui est en partie commun à plusieurs autres disciplines et en partie propre à chaque discipline.

Dans ce travail, nous nous limiterons au cas où chaque discipline doit résoudre un problème d'optimisation multiobjectif sur un ensemble commun de variables de conception. Nous proposons une méthode de compromis entre les disciplines telle que s'il existe un ensemble de solutions satisfaisant les critères d'optimalité de toutes les disciplines, alors cet ensemble est l'ensemble des solutions du problème de conception global.

## 2 Compromis entre disciplines

Dans la suite, une solution efficace désigne une solution dont l'image n'est pas dominée au sens de Pareto dans l'espace des objectifs. Nous notons  $(\mathbb{R}^n, \leq_n)$  l'ordre produit qui correspond à l'ordre large associé à la relation de dominance  $(\leq)$  pour  $n$  objectifs à valeur dans  $\mathbb{R}$ .

Une manière de considérer le compromis entre plusieurs disciplines qui ont chacune plusieurs objectifs est de le définir comme un seul problème d'optimisation multiobjectif regroupant tous les objectifs des disciplines. Ceci revient à chercher le produit des ordres de chaque discipline. Par exemple, pour deux disciplines ayant respectivement  $p$  et  $q$  objectifs, l'ensemble ordonné représentant le problème regroupant les  $p + q$  objectifs noté  $(\mathbb{R}^{p+q}, \leq_{p+q})$  est égal au produit des ordres disciplinaires à  $p$  et  $q$  objectifs noté  $(\mathbb{R}^p, \leq_p) \times (\mathbb{R}^q, \leq_q)$ .

En terme de compromis, cette définition n'est pas satisfaisante car des informations relatives à l'efficacité des solutions sont perdues lors du produit. En effet, on peut considérer que les points non-dominés de chaque discipline sont meilleurs que les autres. Or, un point non-dominé n'est pas toujours comparable à tous les points dominés. En conséquence, lors du produit si un point non-dominé et un point dominé ne sont pas comparables, ils sont

potentiellement tous deux sur le front de Pareto global s'ils sont également incomparables dans les autres disciplines.

Pour remédier à ce problème, nous proposons une extension de l'ordre produit  $(\mathbb{R}^n, \leq_n)$  que nous noterons  $(\mathbb{R}^n, \leq'_n)$ . Soient  $\mathcal{Y}$  l'espace des objectifs d'une discipline,  $\mathcal{Y}_N \subseteq \mathcal{Y}$  l'ensemble des points non-dominés et  $\mathcal{Y}_D := \mathcal{Y} \setminus \mathcal{Y}_N$  l'ensemble des points dominés. Nous ajoutons la propriété suivante :  $\forall (y_1, y_2) \in \mathcal{Y}_N \times \mathcal{Y}_D, y_1 \leq'_n y_2$ . Il s'agit de l'extension la plus simple, mais elle peut encore être étendue.

### 3 Utilisation du rang

L'extension proposée ci-dessus est une extension particulière de l'ordre produit. Elle peut de plus être décrite comme la *somme ordinale* [4] de deux sous-ensembles ordonnées de  $(\mathbb{R}^n, \leq_n) : (\mathbb{R}^n, \leq'_n) = (\mathcal{Y}_N, \leq_n|_{\mathcal{Y}_N}) \oplus (\mathcal{Y}_D, \leq_n|_{\mathcal{Y}_D})$ .

Une manière de partitionner plus finement l'espace des objectifs de chaque discipline  $\mathcal{Y}$  est d'utiliser le rang [4] qui est une application de  $\mathcal{Y}$  dans  $\mathbb{N}$ . L'ordre global est alors défini comme le produit des sommes ordinales des ensembles disciplinaires partitionnés suivant leur rang. Nous pouvons définir l'ordre  $\leq''_n$  de la façon suivante :  $a \leq''_n b \iff r(a) < r(b)$ .

Une application de rang étant utilisée dans certains algorithmes génétiques multiobjectifs [1,2], une méthode d'optimisation multidisciplinaire utilisant de tels algorithmes peut tirer partie de cette information pour converger plus rapidement.

### 4 Implémentation et perspectives

Nos définitions de compromis ont été intégrées à COSMOS [3], qui est une méthode d'optimisation multidisciplinaire multiobjectif. Elle calcule les solutions efficaces du problème regroupant tous les objectifs en utilisant un algorithme génétique multiobjectif dans chaque discipline. Une expérimentation numérique sera réalisée à l'aide de fonctions d'évaluation fondées sur plusieurs objectifs [1]. Les solutions de la littérature seront comparées à celles trouvées avec la méthode COSMOS originale et celles modifiées intégrant l'extension simple et l'extension sur les rangs. Les différents résultats seront discutés lors de la communication.

### Références

1. DEB (Kalyanmoy), *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, coll. « Wiley-Intersciences series in systems and optimization ». Wiley, juin 2001.
2. GOLDBERG (David E.), *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, ». Addison-Wesley, 1989.
3. RABEAU (Sébastien), *Optimisation Multi-objectif en conception collaborative*. PhD thesis, École Centrale de Nantes, Nantes, France, 2007.
4. SCHRÖDER (Bernd S. W.), *Ordered Sets : An introduction*. Birkhäuser, December 2002.