MODÉLISATION ET ENSEIGNEMENT DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES BASÉ SUR UNE MISE EN RÉSEAU

Maryvonne PRIOLET
Conseillère pédagogique, Doctorante, ED485-EPIC
Université de Lyon
maryvonne.priolet@wanadoo.fr

Jean-Claude REGNIER
Professeur des Universités
Université de Lyon
jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr

Résumé
Le présent article s'inscrit dans la problématique d'une recherche en cours portant sur l'étude des relations entre les performances des élèves et une pratique d'enseignement basée sur la mise en réseau des énoncés de problèmes verbaux à données numériques. La place du recours à la modélisation dans l'enseignement de la résolution de problèmes est étudiée, notamment à travers les transcriptions d'enregistrements vidéoscopés dans huit classes de CE2 (3ème année d'école élémentaire) et d'entretiens d'autoconfrontation. Pour les quatre classes du groupe expérimental, les résultats révèlent une amélioration des performances des élèves à résoudre les problèmes numériques, contrastant avec les quatre classes du groupe témoin qui n'ont pas vécu d'incitation à une mise en réseau des énoncés. Il nous semble que cette amélioration peut être en partie expliquée par l'incitation à une modélisation basée à la fois sur l'usage de schémas, de boîtes de références, et sur la conversion de représentations.

INTRODUCTION

Les difficultés rencontrées par les élèves pour résoudre des problèmes numériques ne sauraient être réduites à un manque de pratiques d'enseignement dans les classes, tels sont les constats décrits en première partie de cet article.

De la diversité des traces écrites analysées dans les cahiers des élèves, est née l'idée d'une analyse fine des pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes numériques dans des classes de CE2. De là, nous avons construit et mis en place un dispositif expérimental basé sur l'introduction d'outils d'enseignement visant à fournir aux élèves des aides d'apprentissage pour la résolution de problèmes numériques. Les deuxième et troisième parties de cet article précisent nos questions de recherche ainsi que la méthodologie utilisée, tandis que la quatrième partie rapporte les principaux résultats obtenus au regard ici de trois variables inhérentes à notre expérimentation basée sur la mise en réseau des énoncés de problèmes et de leurs représentations : la place de la référence explicite à des connaissances ou à des travaux antérieurs, la place de l'approche inter-représentationnelle et la place de la modélisation, cette dernière nous semblant être centrale dans le processus même de conceptualisation.

I – À L'ORIGINE DE NOS TRAVAUX : UN PARADOXE

I – 1 Des difficultés d'apprentissage de la résolution de problèmes numériques qui perdurent

Le premier constat est lié aux difficultés identifiées chaque année chez les élèves en début de CE2 et de 6ème au travers des évaluations nationales de résolution de problèmes numériques. De là est née l'idée d'une étude longitudinale destinée à observer l'évolution des performances d'une cohorte d'élèves durant les quatre dernières années de l'école primaire, dans la résolution d'un même problème de type multiplicatif. Le problème a été extrait des épreuves d'évaluations nationales[1] de CE2 de septembre 1999 :

> Le directeur de l'école doit envoyer 87 lettres. Il doit mettre un timbre sur chaque enveloppe. Les timbres sont vendus par carnet de 10 timbres. Combien de carnets doit-il acheter ?

De cette étude longitudinale s'étendant sur quatre années successives et portant sur une cohorte de 105 élèves, il ressort que, en conformité avec les objectifs assignés à l'Institution scolaire primaire, le taux de réussite dans la résolution du problème multiplicatif donné augmente d'année en année, depuis la fin du CE1 jusqu'à la fin du CM2. Toutefois, au terme du CM2, c'est-à-dire de la scolarité primaire, plus d'un tiers des élèves ne fournit pas encore la réponse exacte attendue à ce problème et plus d'un quart reste toujours en situation de non-réussite (échec par réponse erronée ou trop partielle ou par non-réponse).

En considérant les profils des élèves regroupant les quatre performances annuelles, l'étude révèle que 19 élèves sur les 105 de la cohorte (18,1%) ont eu un parcours composé uniquement de non-réussites, contre 12 élèves sur 105 (11,4%) avec parcours uniquement de réussites.

De l'analyse plus fine de l'ensemble des traces écrites intermédiaires[2] (T.é.i.) produites par les élèves, ressortent trois types de résultats :

Premièrement, la présence de T.é.i. ne semble pas dépendre de l'année de scolarité (tableau 1). Autrement dit, les élèves ne produisent pas davantage de « brouillons » en CM2 qu'en CE1, en CE2 ou en CM1. (Test de Cochran Q(0,01 ;3) = 4,08 < 11,34)

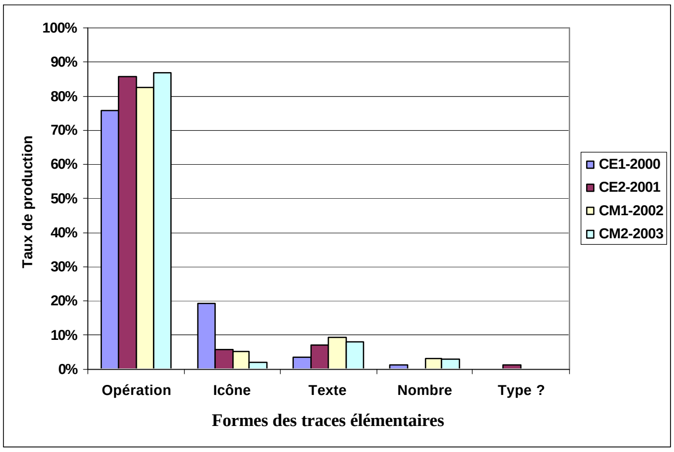
	Élèves ayant produit une T.é.i.	**Élèves n'ayant pas produit de T.é.i.**
CE1-2000	**62**	**43**
CE2-2001	**54**	**51**
CM1-2002	**52**	**53**
CM2-2003	**50**	**55**

Tableau 1 : Traces écrites intermédiaires et année de scolarité

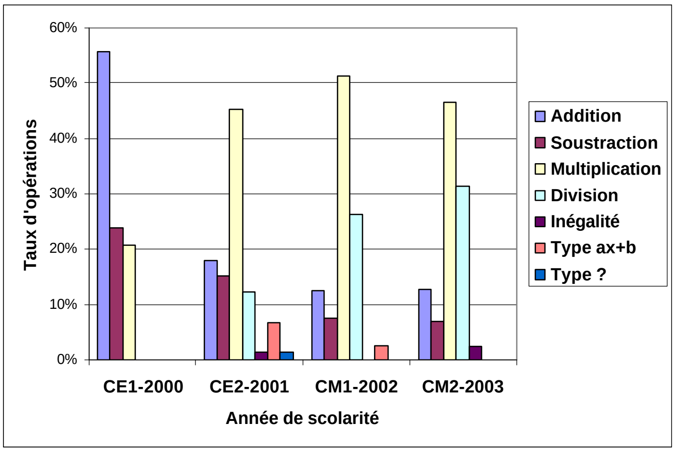
[1] Ministère de l'Education nationale, de la Recherche et de la Technologie, Direction de la Programmation et du Développement, (1999), *Evaluation à l'entrée au CE2, Français-Mathématiques, Livret de l'élève, Mathématiques*, Exercice n°26, p.54

[2] Ces traces écrites intermédiaires peuvent aussi être nommées « brouillons »

Deuxièmement, l'analyse du contenu de ces traces (graphique 1) révèle une présence majoritaire d'opérations (75,90% en CE1, 85,88% en CE2, 82,47% en CM1 et 86,87% en CM2) qui de surcroît, sont en grande partie celles dont la technique opératoire a été étudiée lors de l'année de passation (graphique 2). On retrouve là un effet de contrat didactique (Brousseau, 1988). La production d'additions est ainsi majoritaire au CE1 (55,56% vs 17,81% pour le CE2 à la deuxième place), la production de soustractions est également majoritaire au CE1 avec 23,81% suivi de près par le taux du CE2 avec 15,07% en second rang, la production de multiplications est majoritaire au CM1 avec 51,25% devant le CM2 (46,51%) et enfin la production de divisions est majoritaire au CM2 avec 31,40% devant le CM1 en second rang avec 26,25%.



Graphique 1 : Taux de production des formes des traces élémentaires et année de scolarité



Graphique 2 : Taux d'opérations par type et année de scolarité

Troisièmement, on relève que la production d'icônes émane essentiellement du niveau CE1 (graphique 1) et plus précisément de l'une des classes de ce niveau. Le fait que dans cette classe de CE1, 8 élèves parmi les 11 qui ont produit des icônes (Figure 1) ont réussi à résoudre le problème, nous a conduits à nous interroger sur l'effet de la production d'icônes. Dans chacune des traces écrites intermédiaires de ces élèves, on observe la représentation de dizaines, généralement par des blocs, certains contenant l'écriture « 10 », d'autres renfermant un ensemble de 10 jetons dessinés. Cependant, nous nous garderons de toute conclusion hâtive : les réussites de ces élèves ne sont-elles liées qu'à la seule production d'icônes ? Les élèves ont-ils réussi le problème parce qu’ils ont produit des icônes ou bien parce qu’ils avaient déjà activé mentalement une procédure avant la production de ces icônes ?

On peut aussi se demander pourquoi dans cette seule classe 11 élèves ont eu recours à la production d’icônes.

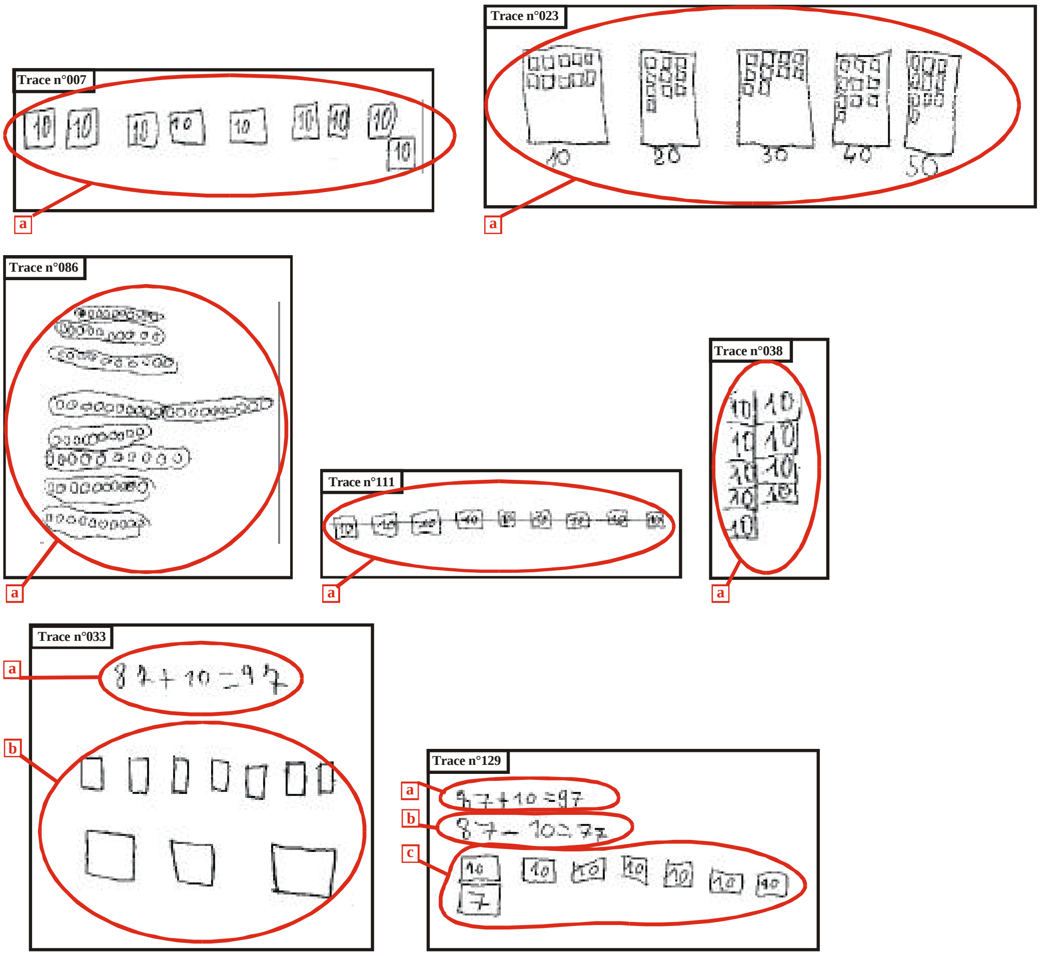


Figure 1 : Traces écrites intermédiaires produites par 11 élèves[3] de la classe de CE1

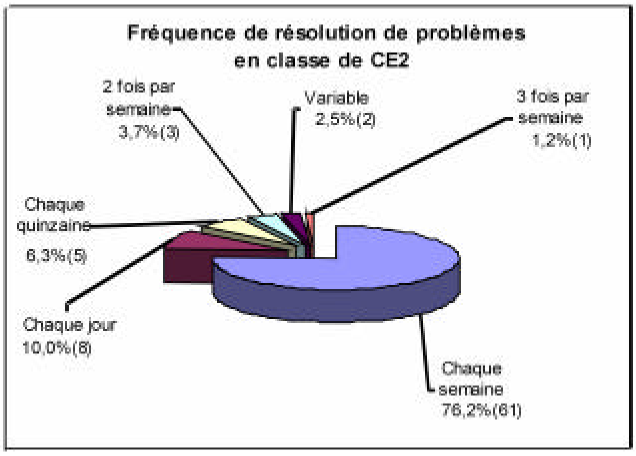
Tandis qu’au CE1 la présence de traces écrites intermédiaires est associée à la réussite dans la résolution du problème, on remarque au contraire qu’en CE2-CM1-CM2 elle est plutôt associée à la non-réussite. Ce qui peut signifier que les élèves qui ont bien réussi n’ont pas recouru aux brouillons, dès lors qu’ils disposaient en mémoire d’un schéma mental leur permettant de résoudre le problème posé. On peut aussi admettre que l’ordre de grandeur des nombres présents dans cet énoncé ne justifiait pas la pose d’opérations par écrit.

[3] La Figure 1 ne comporte que 7 traces, puisque 5 élèves sur les 11 ont produit la trace référencée Trace n°007

I – 2 Des pratiques régulières d'enseignement de la résolution de problèmes numériques

Le second constat a trait à l'enseignement même de la résolution de problèmes numériques.

Un questionnaire renseigné par 81 enseignants de CE2 issus de deux académies différentes (Priolet, 2000), avait mis en évidence l'existence d'un enseignement effectif de la résolution de problèmes à données numériques dans les classes (graphique 3). Le Rapport de l'Inspection Générale sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire (2006) corrobore ces données, tout en précisant que la majorité des enseignants (90%) déclarent réserver, dans leur emploi du temps, des plages horaires spécifiques à la résolution de problèmes, la fréquence de ces plages étant hebdomadaire pour 40% d'entre eux, bihebdomadaire pour 36% et quotidienne pour 24% qui déclarent que « tout est problème ».



Graphique 3 : Fréquence de résolution de problèmes en classe de CE2

I – 3 Un paradoxe

Ainsi, malgré la mise en œuvre régulière de séances de résolution de problèmes dans les classes, les performances réalisées par les élèves, tant aux évaluations nationales de début de CE2 et de $6^{\text{ème}}$ que lors de notre étude longitudinale, révèlent que les élèves restent confrontés à des difficultés dans la résolution de problèmes comme si l'apprentissage n'avait pas provoqué un saut suffisant pour parvenir à un niveau de conceptualisation satisfaisant pour ce type de tâche. Ce paradoxe entre l'enseignement effectif de la résolution de problèmes et l'écart constaté entre le niveau des performances obtenu et celui attendu nous a orientés vers une analyse des pratiques des enseignants, tout en nous inspirant des travaux de Roditi (2003 ; 2005) en didactique des mathématiques et de la méthodologie développée dans le cadre de la psychologie du travail (Clot et al., 2000).

II – QUESTIONS DE RECHERCHE

Le contraste entre la production massive de traces écrites intermédiaires dans une des classes de CE1 et la quasi-absence dans les autres classes nous a conduits à nous intéresser tout particulièrement aux pratiques des enseignants. Les travaux de Duval (1995, 2005) nous ont incités à déterminer la place accordée aux registres de représentation et à la conversion des représentations. Par ailleurs, la théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990) nous a guidés dans le choix des problèmes proposés aux élèves, tandis que les méthodes utilisées en psychologie du travail nous ont fourni un cadre d'analyse des pratiques des enseignants.

En utilisant ces cadres théoriques, nous avons souhaité connaître la place effective accordée par les enseignants à l'usage et à la mise en relation de différents registres de représentation (registres iconique, textuel, etc.) au sein même de l'enseignement qu'ils dispensent. En d'autres termes, nous souhaitions mieux connaître dans quelle mesure les dispositifs basés sur une approche inter-représentationnelle permettaient d'améliorer les performances des apprenants en résolution de problèmes numériques. Nous qualifions d'*inter-représentationnelle*, une approche consistant à passer d'une représentation à une autre, par exemple, du texte de l'énoncé à un dessin, à une opération, à un schéma et à mettre en relation ces différentes représentations.

De là, notre problématique de recherche centrée sur la question : Comment et à quelles conditions un enseignement de la résolution de problèmes à données numériques peut-il contribuer à favoriser la conceptualisation en mathématiques ?

S'agissant de l'analyse des pratiques, à l'instar des constats opérés respectivement par Roditi (2001) dans des classes de collège lors de séquences sur la multiplication des décimaux et par Sayac (2006) dans des classes de lycée, nous considérons qu'il existe à l'école élémentaire, une grande variété de pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes numériques conduisant à une diversité des activités des élèves.

Nous émettons l'hypothèse qu'une approche fondée sur la mise en réseau des énoncés et de leurs représentations peut aider les élèves dans l'activité de résolution de problèmes à données numériques. Ce, sous conditions que l'explicitation du problème à résoudre intègre une phase de modélisation.

III - MÉTHODOLOGIE

III – 1 Organisation générale de la méthode de construction des données

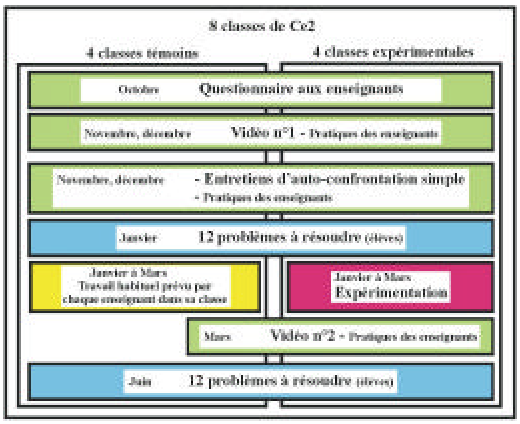


Figure 2 : Schéma de l'expérimentation

L'échantillon est constitué par huit classes composées strictement d'élèves de CE2.

Dans un premier temps, d'octobre à janvier de la même année scolaire, il s'agissait d'une part de caractériser les pratiques mises en oeuvre par les enseignants lors de séances de résolution de problèmes, d'autre part de mesurer les performances des élèves dans ce champ des mathématiques et de recenser les traces écrites intermédiaires produites lors de la résolution.

Pour recueillir les données relatives aux pratiques enseignantes, trois techniques ont été utilisées : le questionnaire écrit, l'enregistrement vidéoscopé, l'entretien d'autoconfrontation (Clot et Faïta, 2000), nous appuyant ainsi sur le cadre théorique développé par Leplat (2000) en psychologie du travail et en ergonomie. Dans la lignée des travaux de Rabardel et al. (1998), Rogalski (2003), nous avons considéré l'enseignant en situation de travail. Pour recueillir les performances et les traces écrites des élèves, les huit classes ont été soumises à un pré-test composé de 12 problèmes à données numériques.

Dans un second temps, de janvier à mars, quatre classes parmi les huit ont été soumises à un dispositif expérimental visant à évaluer les effets d'une pratique d'enseignement de la résolution de problèmes basée sur une approche de mise en réseau des énoncés et de leurs représentations. Elles ont été l'objet de nouveaux enregistrements vidéoscopés de séances de résolution de problèmes, afin de repérer les changements éventuels de pratiques intrinsèques ou extrinsèques à l'expérimentation. Les quatre autres classes qui constituaient le groupe-témoin ont continué le travail prévu par l'enseignant dans le cadre de sa pratique habituelle de classe.

Dans un troisième temps, en juin, un post-test, strictement identique au pré-test, a fait l'objet d'une passation dans les huit classes.

III - 2 La batterie d'énoncés de problèmes.

III – 2.1 La batterie d'énoncés de problèmes (pré-test et post-test)

Tous les énoncés appartiennent au registre textuel (Duval, 1995). La question se situe toujours à la fin de l'énoncé, afin de neutraliser la variable «place de la question » dont l'effet sur la performance à résoudre le problème a été pointé par Fayol (1986). En nous référant aux travaux de Nunes, Schliemann et Carraher (1993), les douze problèmes retenus relèvent de domaines proches de l'expérience quotidienne des enfants : achats divers pour les problèmes pouvant être traités directement par une multiplication, dimensions d'un jouet pour le problème de comparaison multiplicative et situations scolaires ou d'achats pour les problèmes nécessitant le passage par des étapes intermédiaires. La théorie des champs conceptuels a été utilisée comme cadre de référence pour distinguer un premier ensemble composé de sept énoncés de problèmes relevant strictement des structures multiplicatives et un second ensemble en réunissant cinq dont la résolution nécessite un passage par des étapes intermédiaires.

III – 2.2 Le contenu du livret d'énoncés de problèmes

Nous avons centré principalement nos travaux sur les problèmes de type multiplicatif. Cependant, afin d'observer les performances lors de la résolution de problèmes plus complexes nécessitant la détermination d'étapes intermédiaires, nous avons introduit des problèmes relevant à la fois du type additif et du type multiplicatif. Une batterie de problèmes a ainsi été élaborée en vue d'évaluer, avant et après l'expérimentation, les compétences des élèves dans la résolution :

- de problèmes de type multiplicatif relevant de la proportionnalité simple ou d'une comparaison multiplicative de grandeurs (Tableau 2)

- de problèmes de type additif et multiplicatif nécessitant la détermination d'étapes intermédiaires (Tableau 3)

Proportionnalité simple

	Exemples donnés par Vergnaud (1997)	Problèmes rédigés pour pré-test et le post-test
La multiplication	Josie achète 4 gâteaux. Le prix d'un gâteau est 7 francs. Combien doit-elle payer ? gâteaux | dépenses 1 | 7 4 | $\boxed{?}$ multiplication	**<u>Énoncé n°1</u>** Julien achète 4 livres. Le prix d'un livre est 7 euros. Combien doit-il payer ? **<u>Énoncé n°8</u>** Pauline range ses cassettes. Elle compose 4 lots de 7 cassettes. Combien a-t-elle de cassettes ?
La division-partition (recherche de la valeur d'une part ou d'un objet)	Arthur a payé 30 francs pour 6 agates bleues. Quel est le prix d'une agate ? agates | dépenses 1 | $\boxed{?}$ 6 | 30 division-partition recherche de la valeur d'une part ou d'un objet	**<u>Énoncé n°6</u>** Yann a payé 30 euros pour 6 voitures miniatures. Quel est le prix d'une voiture miniature ?
La division-quotition (recherche du nombre de parts, ou d'objets)	Bernard veut acheter des agates. Il dispose de 40 francs. Une agate coûte 5 francs. Combien peut-il en acheter ? agates | dépenses 1 | 5 $\boxed{?}$ | 40 division-quotition recherche du nombre de parts, ou d'objets	**<u>Énoncé n°3</u>** Un savon coûte 5 euros. Quel est le nombre de savons que Sophie peut acheter avec 40 euros ? **<u>Énoncé n°13</u>** Les pommes sont vendues par sacs de 5 kg. Quel est le nombre de sacs nécessaires pour acheter 40 kg de pommes?
La quatrième proportionnelle	Marie-Hélène a payé 72 francs pour 12 œufs en chocolat. Sa cousine Sophie veut en acheter 18. Combien va-t-elle payer ? œufs en chocolat | dépenses 12 | 72 18 | $\boxed{?}$ quatrième proportionnelle	**<u>Énoncé n°10</u>** Julie a payé 20 euros pour 4 œufs en chocolat. Sa cousine Estelle veut en acheter 6. Combien Estelle va-t-elle payer ?

Comparaison multiplicative

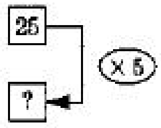
Comparaison multiplicative de grandeurs	Il y a 5 fois plus de chaises à la cantine que dans la classe. Il y en a 25 dans la classe. Combien y a-t-il de chaises à la cantine ? 	**<u>Énoncé n°11</u>** La voiture miniature de Lucas mesure 8 cm de long. La vraie voiture représentée par cette petite voiture est 50 fois plus grande. Quelle est la longueur de la voiture réelle ?

Tableau 2 : 7 problèmes de structure strictement multiplicative

Calculs intermédiaires

Problèmes rédigés pour le pré-test et le post-test
<u>Énoncé n°7</u> Elsa a une pochette de 20 photos et 2 albums remplis chacun de 60 photos. Combien de photos possède Elsa ?
<u>Énoncé n°12</u> Une classe compte 27 élèves. Le maître distribue trois cahiers par élève. Il lui reste 19 cahiers. Combien le maître avait-il de cahiers avant cette distribution ?
<u>Énoncé n°2</u> Julien achète 4 livres. Le prix d'un livre est 7 euros. Au rayon des surgelés, les escargots coûtent 4 euros la douzaine, les petits pois 12 euros le kg et les framboises 6 euros le kg. Manon achète 12 escargots et 4 kg de petits pois. Combien a-t-elle dépensé ?
<u>Énoncé n°9</u> Le maître a 3 sacs de 8 billes. Il veut répartir les billes entre Paul et Léa , de façon à ce que Léa ait autant de billes que Paul. Combien le maître donnera-t-il de billes à chacun des deux élèves ?
<u>Énoncé n°5</u> Le directeur de l'école doit envoyer 87 lettres. Il doit mettre un timbre sur chaque enveloppe. Les timbres sont vendus par carnet de 10 timbres. Combien de carnets doit-il acheter ?

Tableau 3 : 5 problèmes nécessitant la détermination d'étapes intermédiaires

III - 3. Description de l'expérimentation

Cette étude vise à analyser les relations entre les performances des élèves des classes de CE2 de l'école primaire française en résolution de problèmes numériques et les pratiques des enseignants de ces classes dans ce champ des mathématiques à partir d'un échantillon représentatif de 8 classes.

Dans un premier temps, l'étude a consisté à identifier les pratiques habituelles d'enseignement de la résolution de problèmes numériques dans les huit classes. Les transcriptions intégrales des séances vidéographiées ont révélé un enseignement dénué d'une part de toute incitation visant à des recours à des apprentissages ou à des outils construits antérieurement, d'autre part de l'usage de représentations issues de différents registres.

III – 3.1 L'approche de la résolution de problèmes par la mise en réseau

L'objectif de l'expérimentation est de faire recourir les élèves à différentes représentations et à une mise en relation de ces représentations pour accéder à la résolution d'un problème. Il s'agit de leur faire prendre conscience que le passage par la pose d'une opération ne constitue pas l'unique recours pour résoudre un problème. Or, il nous semble que cette modification des stratégies des élèves pour résoudre ne peut être spontanée et qu'elle doit passer par une modification des pratiques d'enseignement trop ancrées parfois encore sur la valorisation d'un seul mode opératoire. Nous prenons appui ici sur les travaux de Vergnaud sur la conceptualisation, c'est-à-dire à l'identification des objets du monde, de leurs propriétés et de leurs relations. Le vrai travail du psychologue, du didacticien, de l'enseignant, c'est de dénicher les conceptualisations sous-jacentes aux conduites des élèves, aux procédures qu'ils utilisent, à leurs erreurs. Pour Vergnaud (1990), la connaissance est adaptation, un concept se construit chez l'enfant à travers la résolution de problèmes et de situations. Ce sont les schèmes qui sont au centre du processus d'adaptation des structures cognitives. Ce sont les schèmes qui s'adaptent à des situations. De par notre expérimentation, nous souhaitons que l'apprenant rencontre de nombreuses situations afin que, ensuite, devant une classe de situations nouvelles, il puise dans ses ressources ; il mobilise ses schèmes. C'est l'organisation hiérarchique des schèmes qui engendre et qui organise l'activité. Avec la mise en réseau temporelle, nous provoquons des rencontres avec des situations nouvelles, à mettre en relation avec des situations rencontrées antérieurement de manière à arriver à identifier des objets, à identifier des propriétés, des relations.

Certes, nous conduirons l'élève à utiliser le symbolisme, mais de notre point de vue, le symbolisme ne saurait suffire ; c'est la raison pour laquelle nous avons souhaité inclure dans notre dispositif des outils d'aide à l'apprentissage. Ainsi, en nous fondant sur le concept de mise en réseau des énoncés de problèmes et de leurs représentations, élément central de notre approche, nous introduisons dans la classe des boîtes-référentes et un répertoire de références permettant de créer des relations entre différents registres de représentations.

III - 3.1.1. Les boîtes-référentes

Des boîtes-référentes sont mises à la disposition de chaque élève (Figure 3). Ce sont à la fois des boîtes contenant des références variées : énoncés verbaux, dessins, schémas, opérations, etc., et des boîtes destinées à acquérir le statut de *référence* pour un type de problème donné. Matérialisées par des fiches, elles recevront et mettront en relation trois types de données : des représentations sous forme de schémas que nous nommerons schémas-référents, des énoncés verbaux, des représentations variées de type opération, dessin, schéma, texte. Les travaux de Duval (1995) sur les registres sémiotiques et la conversion des représentations constituent le cadre théorique retenu pour l'introduction de la dimension inter-représentationnelle de ces boîtes-référentes qui ont pour objectif d'obliger l'élève à changer de registre de représentation.

III – 3.1.2. Les schémas-référents

Chaque boîte-référente correspond à une catégorie de problèmes définie par Vergnaud (1990). Elle est destinée à recevoir plusieurs problèmes appartenant à la même catégorie. Elle est identifiable par une étiquette comportant un ou plusieurs schémas que nous nommons schémas-référents (Figure 4)

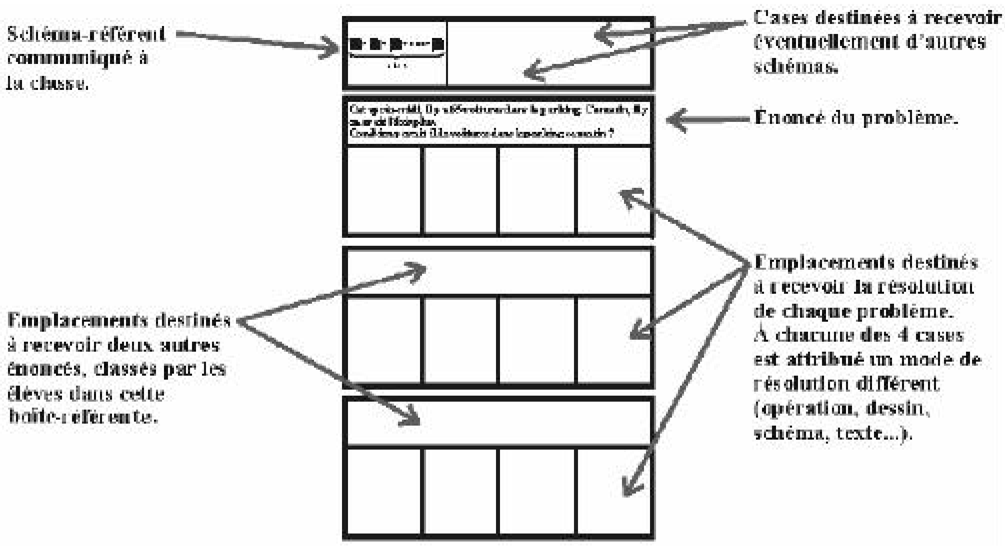


Figure 3 : Boîte-référente

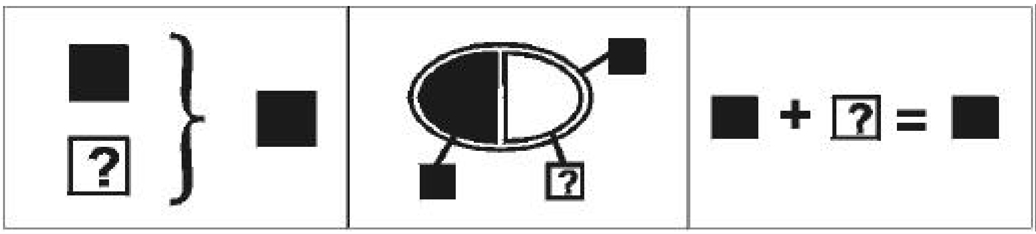


Figure 4 : Exemples de schémas–référents

III – 3.1.3. Les énoncés verbaux

Les énoncés de problèmes verbaux pouvant appartenir à ces boîtes-référentes sont recopiés dans les emplacements prévus (Figure 3).

III – 3.1.4. Les représentations variées : opération, dessin, schéma, texte.

Des emplacements sont prévus pour recevoir les traces en relation avec la résolution de chaque problème verbal. Quatre cases juxtaposées sont matérialisées au-dessous de l'énoncé ; un type de trace différent (opération, dessin, schéma, texte) est affecté à chacune des quatre cases, incitant l'élève à procéder à la conversion de représentations (Duval, 1995).

III - 3.2 Utilisation des boîtes-référentes, des schémas-référents et des répertoires de références dans les classes du groupe expérimental

III – 3.2.1. Les variables à ne pas modifier :

La difficulté pour mener à bien cette expérimentation, comme d'ailleurs dans de nombreuses recherches en sciences de l'éducation, réside principalement dans le contrôle des variables extrinsèques. Pour tenter d'annuler les effets de plusieurs d'entre elles, il a été demandé à chaque enseignant du groupe expérimental d'utiliser les outils proposés tout en maintenant la programmation établie en début d'année scolaire, en laissant la place aux pratiques habituelles d'organisation de classe en modes collectif, individuel ou par groupes, en conservant le degré d'exigence dans la présentation des résultats.

III – 3.2.2. Les éléments à introduire :

Les éléments suivants sont à introduire par l'enseignant dans sa pratique pédagogique quotidienne dans la salle de classe :

- utilisation systématique des boîtes-référentes lors de chaque séance de résolution de problèmes à données numériques, avec passage obligé par l'usage de différents registres de représentation (une case pour un dessin, une case pour un schéma, une case pour les opérations, une case pour le texte de la réponse au problème).

- réalisation puis adoption par la classe d'une étiquette en-tête de la boîte-référente, sous la forme d'un schéma.

- lors de la phase de correction, instauration systématique d'une mise en commun des différentes stratégies utilisées par les élèves de la classe pour résoudre (pose d'un calcul, réalisation d'un schéma ou d'un dessin)

- constitution d'autant de boîtes-référentes que nécessaire, en fonction de la progression de la classe.

- introduction de nouveaux énoncés dans chaque boîte-référente. Il peut s'agir soit d'énoncés fournis par l'enseignant, soit d'énoncés rédigés par les élèves à la demande de l'enseignant.

- utilisation par l'enseignant et par les élèves d'expressions du type « Ce problème ressemble à … », « Il peut être résolu comme … », « Il va dans la même boîte que … » lors de chaque utilisation des boîtes-référentes.

III – 3.2.3. Trois principales dimensions

Trois principales dimensions, à l'origine même de sa genèse, caractérisent notre dispositif d'ingénierie pédagogique : une dimension inter-représentationnelle, une dimension de modélisation et une dimension temporelle.

- la dimension inter-représentationnelle.

Elle établit des liens entre les énoncés verbaux, les représentations sémiotiques utilisées par l'élève au cours de la résolution et les schémas-référents,

- la dimension de modélisation.

Elle intervient à plusieurs niveaux :

- Lors du passage du registre textuel de l'énoncé vers un ou plusieurs autres registres sémiotiques propres à l'apprenant. Il s'agit de la phase individuelle de tâtonnement expérimental (Régnier 1988, 1994) au cours de laquelle l'élève va essayer de dégager son propre « modèle ».

- Lors de la confrontation des différents « modèles » proposés par les élèves. Il s'agit alors d'une phase collective, au cours de laquelle on va mettre à l'épreuve ces différents modèles afin de dégager un modèle mathématique pertinent pour résoudre le problème posé.

- On retient un modèle qui devient l'en-tête de la boîte-référente.

Les trois premières phases se situent plutôt dans des procédures de « bas en haut » (du réel vers le modèle), et la quatrième dans une procédure de « haut en bas » (mise en œuvre). Cependant, tout au long de ces phases, s'opèrent des aller-retour qui font que, par le passage obligé d'essai de représentations des énoncés, l'élève va constamment avoir à tenter de modéliser, puis à revenir vers le modèle pré-construit, pour le mettre à l'épreuve, voire pour en créer un autre qui deviendra alors l'étiquette d'une nouvelle boîte-référente.

- la dimension temporelle.

Celle-ci est bien présente puisque l'élève est conduit, par l'intermédiaire des boîtes-référentes, à mettre en réseau le problème à résoudre avec des problèmes antérieurs déjà résolus.

IV – CORPUS DES DONNÉES CONSTRUITES ET PRINCIPAUX RÉSULTATS

Pour l'analyse des pratiques des enseignants, nous disposons des transcriptions intégrales de l'ensemble des séances vidéoscopées et des entretiens d'autoconfrontation ainsi que des données issues du questionnaire–enseignant.

Pour l'analyse des performances et des traces produites par les 137 élèves ayant effectué les passations du pré-test et du post-test, notre corpus est composé de données issues des variables correspondant aux caractéristiques des élèves (genre, date de naissance, classe, groupe d'appartenance pour l'expérimentation), aux performances successives au pré-test et au post-test, au codage des traces écrites (présence et adaptation de l'opération ou du dessin au problème posé, exactitude du calcul, etc.).

IV – 1 Performances des élèves

Les premiers résultats de cette recherche révèlent que, sur les 12 problèmes du post-test, les élèves du groupe expérimental réussissent en moyenne un problème de plus que ceux du groupe-témoin. Pour le groupe-témoin, l'écart des moyennes au pré-test et au post-test (4.68 vs 5.60) est de 0.92, tandis que pour le groupe expérimental il est de 1.97 (4.38 vs 6.35).

Les effets de la variable « énoncé » ont également été mesurés. Dans le groupe expérimental, on relève que les moyennes des performances obtenues au pré-test et au post-test sont significativement différentes pour sept problèmes sur 12, et ce, en faveur du post-test, tandis que pour le groupe-témoin, ces constats ne s'appliquent qu'à un seul des douze problèmes.

Les effets respectifs de plusieurs variables externes au protocole expérimental ont été testés. Les traitements statistiques révèlent que la constitution des groupes est indépendante du genre, de l'âge et des performances aux évaluations nationales CE2.

L'étude des relations entre les performances des élèves et les pratiques des enseignants est en cours. Elle s'appuie sur le repérage de changements de pratiques. Les premiers traitements prennent en compte les variables suivantes : usage de plusieurs types de représentations ; place accordée à la mise en réseau de différents types de représentations ; place à l'incitation à l'usage d'outils de référence.

IV – 2. Pratiques des enseignants

En comparant les séances d'enseignement antérieures et postérieures à l'expérimentation, nous avons étudié la variabilité des trois dimensions évoquées précédemment. L'étude complète s'appuiera sur l'analyse des pratiques des huit enseignants concernés par le dispositif (Figure 2) mais, pour les besoins de cet article, nous ne citerons que les séances d'enseignement vidéoscopées et analysées à ce jour dans leur intégralité : il s'agit des séances de Mme C et de Mme L.

IV – 2.1 Place de la référence explicite à des connaissances ou travaux antérieurs

Cette variable permet de repérer la pratique de mise en réseau dite temporelle. L'exemple ci-après est emprunté à la classe de Mme L.

On relève un contraste entre les séances observées avant et après l'expérimentation (Tableau 4) : l'enseignante passe d'un enseignement dénué de toute incitation visant à des recours à des apprentissages ou travaux antérieurs, à un enseignement provoquant des rappels d'autres problèmes, et ce, par l'usage de boîtes-référentes. Cet usage, répété au fil des séances, nous paraît contribuer à conduire les élèves à effectuer des mises en réseau entre les énoncés de problèmes, les schémas associés et les opérations nécessaires à la résolution. Les progrès en faveur du groupe expérimental pourraient, du moins en partie, s'expliquer par ce changement des pratiques enseignantes qui pourraient faciliter chez les élèves la création de schémas mentaux propres à une classe de problèmes.

Séance n°1 : Classe de Mme L. : Aucun recours à des connaissances ou travaux antérieurs.
Séance n°2 : Classe de Mme L. :

Item	Temps	Locuteur	
6	00.24	Ens.→Cl.	Voilà, sur la feuille que je vous ai donnée, il y a le problème que l'on a fait samedi dernier. Qui est-ce qui nous relit rapidement ce petit problème ?
39	02.43	Ens.→Cl.	Alors qui veut me rappeler le petit dessin que l'on avait fait pour représenter ce problème ?

Tableau 4 : Demande de recours explicite à des connaissances ou à des travaux antérieurs
Classe de Mme L. (séances n° 1 et n°2)

IV – 2.2 Place de l'approche inter-représentationnelle

L'exemple est emprunté à la classe de Mme C.

Avant l'expérimentation, les consignes habituelles des huit enseignants concernés par cette étude semblaient induire un recours quasiment exclusif au registre numérique, très souvent exigé par une formalisation des réponses du type « solution, opérations » (Tableau 5). L'expérimentation qui a consisté d'une part à introduire l'usage de boîtes-référentes dans les quatre classes du groupe expérimental et d'autre part à induire un changement de pratiques chez les quatre enseignants, a provoqué chez les élèves l'utilisation de plusieurs registres de représentation (Figure 5), les incitant ainsi à passer d'un registre à l'autre en opérant des conversions. Après la phase expérimentale, on relève des modifications dans les traces écrites des élèves du groupe expérimental : celles-ci intègrent notamment des représentations iconiques qui traduisent les données de l'énoncé. Le passage par le brouillon dont l'absence a déjà été soulignée se révèle alors incontournable pour faire se juxtaposer les différents types de représentations et favoriser la résolution du problème.

Exemple :

Séance n°1 : Classe de Mme C.

Item	Temps	Locuteur	
108	08.42	Ens.→Cl.	Solution. Un grand S. Et O, Opérations (L'enseignante écrit au tableau en même temps que les élèves).

Tableau 5 : Place de l'approche inter-représentationnelle - Classe de Mme C. (séance n° 1)

Séance n°2 : Classe de Mme C.

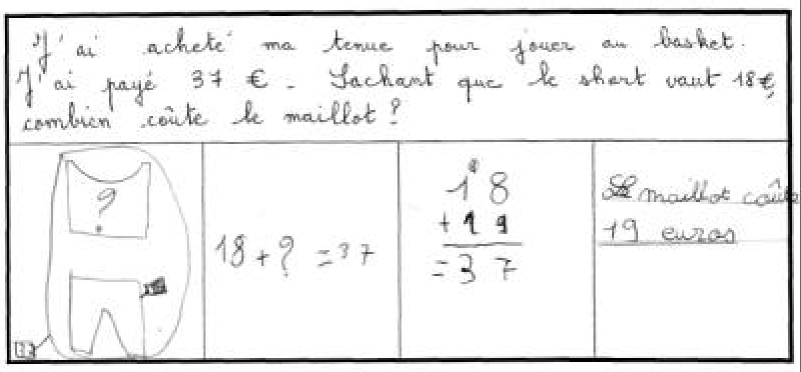


Figure 5 : Place de l'approche inter-représentationnelle
Production d'élève et conversions de représentations - Classe de Mme C. (Séance n°2)

IV – 2.3 Place de la modélisation

Dans le cadre et les limites de nos observations, ni la construction ni l'utilisation d'outils susceptibles d'étayer la résolution de problèmes n'ont été décelées dans les séances n°1 vidéoscopées. Les entretiens d'autoconfrontation simple ne mettent pas non plus en évidence de pratiques d'enseignement visant à la modélisation. En revanche, la séance n°2 de la classe de Mme L. appartenant au groupe expérimental montre (Figure 6) l'introduction d'une démarche de modélisation qui n'apparaissait pas dans la première séance.

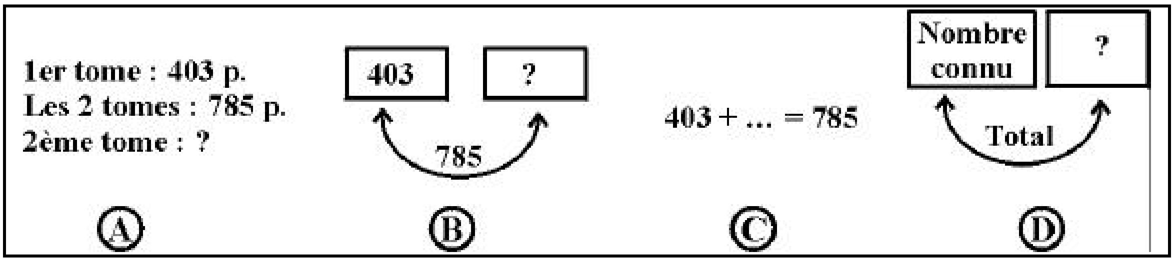


Figure 6 : Place de la modélisation. Exemples de productions d'élèves réalisées sur le tableau noir collectif et montrant les conversions de représentations - Classe de Mme L. (Séance n°2)

Après que les élèves ont cherché individuellement à modéliser et à résoudre le problème, Mme L sollicite une mise en commun des différentes productions. Les productions A, B et C ont été réalisées par le même élève. Des échanges collectifs sont engagés et, après un consensus sur la pertinence des productions A, B, C , Mme L demande le tracé d'un schéma pouvant convenir pour n'importe quel problème qui entrera dans cette boîte.

De notre point de vue, la modélisation a fonctionné à 3 niveaux :

A. L'élève a dépouillé l'énoncé de son « habillage » pour ne garder qu'une petite partie du registre textuel et introduire un point d'interrogation qui laisse penser à la recherche d'une inconnue. On peut considérer que la phase de modélisation est engagée puisque l'élève pose ici un modèle du type : *je place les données connues, numériques et non numériques et j'écris ce que je cherche*.

B. L'élève trace et applique un schéma, correspondant d'ailleurs bien au problème de type additif à résoudre. Le modèle mathématique mis en place est pertinent pour solutionner le problème.

C. La mise en équation est indiquée.

D. On dépouille le schéma B de ses données numériques. Les termes « nombre connu » et « Total » appartiennent au vocabulaire usuel de cette classe.

À cette étape, les caractéristiques « de surface » du contenant ont été supprimées.

CONCLUSION

Le but de cette étude est de mieux comprendre les difficultés d'apprentissage des élèves lors et en ce qui concerne la résolution de problèmes numériques. Pour ce faire, nous avons procédé à l'analyse des traces écrites intermédiaires produites par les élèves. La disparité constatée entre les classes nous a invités à observer les pratiques même des enseignants. Alors que la mise en réseau des énoncés de problèmes et de leurs représentations, l'usage et la conversion de représentations, l'incitation à la modélisation paraissaient, en considérant toutes les limites de notre dispositif, absents des pratiques observées, il nous a semblé que l'introduction d'outils intégrant ces différentes composantes pouvaient expliquer, du moins en partie, l'amélioration des performances obtenues par le groupe expérimental de notre dispositif. Par l'usage de boîtes-référentes, par le recours à des apprentissages antérieurs et par une incitation à la modélisation, il s'agit d'amener l'élève à conceptualiser et, pour ce faire, à mettre en relation les données dont il dispose déjà. Il est amené à créer, puis à utiliser, voire à modifier un modèle.

BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1988), Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.9, n°3, pp. 309-336

Clot, Y., Faïta, D., Fernandez, G., Scheller, L. (2000). Entretiens en autoconfrontation croisée : une méthode en clinique de l'activité. *Pistes.*, Vol. 2, n°1, 7 p.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Peter Lang, Berne, 395 p.

Duval, R. (2005). Langage, symboles, images, schémas…De quelle manière interviennent-ils dans la compréhension, en mathématiques et en dehors des mathématiques. *Bollettino dei Docenti di Matematica*. N°50, 20 p.

Fayol, M., Abdi, H. (1986), Impact des formulations sur la résolution de problèmes additifs chez l'enfant de 6 à 10 ans, *European Journal of Psychology of Education*, Vol. I, n° 1, pp. 41-58

I.G.E.N. (2006), *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*, Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. 43 p.

Leplat, J. (2000), L'environnement de l'action en situation de travail. In *Séminaire du centre de recherche sur la formation* (Ed) L'analyse de la singularité de l'action Paris : CNAM., pp.107-132.

Nunes, T., Schliemann, A. S., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Priolet, M., (2000), Résolution de problèmes arithmétiques et registres sémiotiques, *Mémoire de Maîtrise en Sciences de l'Éducation*, sous la direction de J. C. Régnier, Université Lumière Lyon 2, 363 p.

Rabardel, P., Carlin, N., Chesnais, M., Lang, N., Le Joliff, G., Pascal M. (1998). *Ergonomie. Concepts et méthodes*. Toulouse : Octarès, 178 pages

Régnier, JC. (1988) Étude didactique d'une méthode d'apprentissage fondé sur le tâtonnement expérimental de l'apprenant, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* séminaire de Didactique des Mathématiques de Strasbourg, pp 255-279

Régnier, JC. (1994) Tâtonnement expérimental et Apprentissage en mathématiques, in P. Clanché, E., Debarbieux (Eds) *La pédagogie Freinet, mises à jour et perspectives,* P.U.Bordeaux, 1994, pp 135-153

Roditi, E., (2003). Régulatité et variabilité des pratiques ordinaires d 'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en Sixième. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.10, n°2-3, pp. 133-170.

Roditi, E., (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*, L'Harmattan, Paris, 191 p

Rogalski, J., (2003), Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 23, n°3, pp. 343-388

Sayac, N., (2006). Etude à grande échelle sur les pratiques des professeurs de mathématiques de lycée : résultats liés à des variables spécifiques et essai de typologie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.23, n°2, pp. 283-216.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.10, n°2-3, pp. 133-170.

Vergnaud, G. (1994). Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. pp. 177-191. La Pensée Sauvage, Grenoble.