UNIVERSITE MONTPELLIER I

Faculté des Sciences économiques

Laboratoire Montpelliérain d'Economie Théorique et Appliquée (LAMETA)

Ecole Doctorale d'Economie - Gestion de Montpellier (EDEG)

UNE NOUVELLE MISE EN PERSPECTIVE DES PROBLEMES ENVIRONNEMENTAUX GLOBAUX DANS LE CAS DU CHANGEMENT CLIMATIQUE :

LES IMPACTS DE LA COMPLEMENTARITE STRATEGIQUE ENTRE PAYS

Thèse pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER I

Groupe des disciplines : **Sciences Économiques** du CNU

Section 05

Présentée et soutenue publiquement par

Mélanie HEUGUES

Le 12 juin 2009

Directeur de thèse : Professeur Daniel SERRA

Rapporteurs : Jean-Christophe Pereau, Gilles Rotillon

JURY :

Charles Figuières	Chargé de Recherche INRA Montpellier	Examinateur
Jean-Christophe Pereau	Professeur à l'Université de Marne-La-Vallée	Rapporteur
Gilles Rotillon	Professeur à l'Université Paris X	Rapporteur
Sylvie Thoron	Maître de Conférence à l'Université de Toulon	Examinatrice
Marc Willinger	Professeur à l'Université Montpellier I	Examinateur

Une nouvelle mise en perspective des problèmes environnementaux globaux dans le cas du changement climatique : les impacts de la complémentarité stratégique entre pays

RÉSUMÉ : Parmi les problèmes environnementaux globaux, la question du changement climatique occupe une place centrale. Selon une grande majorité de scientifiques, ce problème trouve son origine dans l'accumulation des gaz à effet de serre (GES) dans l'atmosphère et liée aux activités humaines. Un des principaux challenges relatif à cette question est lié à son caractère global : les rejets de GES ne sont pas de la responsabilité d'un unique agent identifié et bien localisé mais ils sont plutôt la conséquence indirecte du mode de fonctionnement d'un large groupe d'économies. Dans ce contexte, notre analyse met l'accent sur les conséquences des interdépendances entre les agents économiques que sont les Etats et de leurs comportements stratégiques – à travers la mise en œuvre de leur politique environnementale nationale – sur le milieu naturel. Ce point se justifie en particulier par le fait qu'avec la libéralisation des échanges, les pays sont devenus de plus en plus interconnectés économiquement. Ceci laisse entrevoir la possibilité que leurs stratégies soient complémentaires et non pas substituables, comme la littérature tend à le postuler. A partir d'une approche délibérément conventionnelle, le fait de reconsidérer la nature des interactions entre les pays modifie par de nombreux aspects les résultats établis dans la littérature. Cette thèse se décompose en quatre chapitres. Notre analyse met ainsi en perspective l'impact de la nature des interdépendances entre les pays i) sur l'existence et les propriétés des solutions d'équilibre – d'abord en l'absence de coopération puis d'un point de vue globalement optimal –, ii) sur la séquence des décisions des pays, à savoir les circonstances dans lesquelles un pays leader émerge de manière endogène dans la mise en œuvre de sa politique environnementale nationale, iii) sur la profitabilité et la stabilité d'un accord international environnemental (AIE), et iv) sur le niveau de participation des pays à un AIE ainsi que sur l'impact environnemental de cette coopération. L'originalité de ce travail repose en outre sur le recours aux théorèmes de la classe des jeux supermodulaires.

A new prospect on global environmental problems in the case of climate change: the impacts of strategic complementarity between countries

ABSTRACT: Among global environmental problems, climate change is one of the most serious. According to nearly all scientists, the roots of the problem is related to the accumulation of greenhouse gases (GHG) in the atmosphere and linked with human activities. The global character of this problem turns it into a big challenge: there is not one well identified and settled agent responsible for GHG emissions; emissions are rather the indirect consequence of the performance of a large group of economies. Within this framework this analysis emphasizes the consequences of the interdependencies between economic agents, i.e. States, and of their strategic behaviours – when implementing national environmental policy – on natural environment. This point relies on the idea that international trade liberalization fundamentally alters the strategic interaction among countries over emission levels. It means that countries' strategies could be complementary and not substitutable as often postulated in the literature. Starting with a deliberately conventional model and reconsidering the nature of interactions between States, we bring new results in many respects and with regard to the preceding ones. The thesis includes four chapters. The analysis highlights the impacts of the nature of the interdependencies between countries i) on the existence and the properties of equilibrium solutions – first, when no country cooperates and then from a globally optimal point of view –, ii) on the sequence of decisions, i.e. the circumstances under which a leader endogenously emerges when initiating its national environmental policy, iii) on profitability and stability of an international environmental agreement (IEA), iv) on the level of participation to an IEA and on the environmental impact of such a cooperation. Besides, a distinct feature of this research is to rely on the theorems of supermodular games.

Mots clés : problèmes environnementaux globaux, changement climatique, complémentarités stratégiques, théorie des jeux, jeux supermodulaires, accords internationaux environnementaux.
Key words: global environmental problems, climate change, strategic complementarities, game theory, supermodular games, international environmental agreements.

Discipline : Sciences Economiques

UMR 5474 LAMETA (Laboratoire Montpelliérain d'économie Théorique et Appliquée), UFR Sciences Economiques, Avenue de la Mer, Espace Richter, CS 79606, 34960 Montpellier Cedex 2.

TABLE DES MATIERES

Table des matières 3

Remerciements 7

Introduction générale 9

<u>Préface mathématique</u> : La classe des jeux supermodulaires : principaux théorèmes et extensions 30

1. Statique comparative monotone 31

   1.1 Le théorème de la fonction implicite 32

   1.2 La supermodularité et le théorème de monotonie de Topkis 33

2. Le rôle de la supermodularité et de la complémentarité dans les jeux non coopératifs 35

   2.1 Notations et définitions 36

   2.2 L'ensemble des équilibres : existence et structure d'ordre 38

   2.3 Propriétés paramétriques des points d'équilibre 41

3. Résultats d'existence pour des stratégies de meilleure réponse décroissantes 44

<u>Partie 1 :</u> Une typologie des comportements stratégiques des Etats face au problème de l'accumulation des émissions de gaz à effet de serre dans l'atmosphère 48

Chapitre 1 : Le jeu des émissions globales : de l'impact des interactions stratégiques sur l'existence et les propriétés des solutions d'équilibre 53

1. Le jeu des émissions globales 57

   1.1 Le modèle dans sa version générale 57

   1.2 Une particularisation du jeu 58

2. Caractérisation des équilibres dans la situation de non coopération 60

   2.1 Le jeu avec complémentarités stratégiques 61

   2.2 Le jeu avec substituabilités stratégiques 66

3. Propriétés paramétriques des solutions de non coopération 70
3.1 L'impact du nombre des pays concernés par le problème environnemental 71
3.2 L'impact de la perception des dommages environnementaux 75
4. Coopération versus non coopération : position relative des solutions d'équilibre 78
4.1 Caractérisation de la solution de coopération totale 79
4.2 Distance entre solutions de non coopération et optimum global en fonction du nombre de pays en interaction 82
Annexe A 88

Chapitre 2 : Timing endogène dans le jeu des émissions globales à deux pays : équilibres de Cournot-Nash versus équilibres de Stackelberg 110
1. Le jeu des émissions globales étendu 113
2. Définition et existence des équilibres dans le jeu à deux pays 117
2.1 Définition des équilibres de Cournot-Nash et de Stackelberg 118
2.2 Existence et caractérisation des équilibres dans chaque sous-jeu 119
3. Résultats : les équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu 124
Annexe B 130

Conclusion de la partie 1 142

<u>Partie 2 :</u> L'impact des interactions stratégiques sur les Accords Internationaux Environnementaux 144

Chapitre 3 : Profitabilité et stabilité des AIE : une approche par la fonction de partition par membre 148
1. Le jeu de l'environnement : un jeu en deux étapes 151
1.1 Le modèle et ses hypothèses 151
1.2 Les scénarios du jeu des émissions globales 156
1.3 Les propriétés de la fonction de partition par membre 162
2. Profitabilité d'un AIE face à des pays non contraints 165
2.1 Impact du comportement stratégique des non signataires sur la profitabilité d'un accord de coopération 165
2.2 Caractérisation de la plus petite coalition profitable en présence de substituabilités stratégiques 167

3. La question de la stabilité des accords de coopération 172
3.1 Stabilité interne et externe : définition de la fonction de stabilité 173
3.2 La coopération partielle comme équilibre du jeu d'adhésion 176
3.3 Impact des interactions stratégiques sur le niveau de coopération partiel d'équilibre 180

Annexe C 184

Chapitre 4 : Les AIE en présence de complémentarités stratégiques : une illustration du niveau de participation d'équilibre et de son impact environnemental 201

1. Le modèle et ses hypothèses 204
2. Non coopération versus coopération totale : les deux cadres de référence 206
2.1 La solution de non coopération 207
2.2 La solution de coopération totale 210
3. Formation endogène d'un accord de coopération : un jeu en deux étapes 214
3.1 Définition du comportement stratégique des signataires et des non signataires dans le jeu des émissions globales 215
3.2 Caractérisation de la taille de l'accord stable en présence de complémentarités stratégiques 219

Annexe D 225

Conclusion de la partie 2 241

Conclusion générale 243

Sommaire 246

Références bibliographiques 248

L'université Montpellier I n'entend donner aucune approbation, ni improbation aux opinions émises dans cette thèse. Ces opinions doivent être considérées comme propres à leur auteur.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Daniel Serra, pour avoir accepté de diriger cette thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée, pour ses conseils et sa disponibilité qui ont permis de faire aboutir ce travail.

Je suis très reconnaissante envers Jean-Christophe Poudou pour les remarques et les conseils qu'il m'a prodigués et qui m'ont permis de gagner en rigueur.

Ces années de thèse ont été l'occasion de côtoyer de nombreux chercheurs. Je remercie entre autres Rabah Amir, Thierry Bréchet, Yohan Eyckmans, Charles Figuières, Gilles Rotillon, Antoine et Raphaël Soubeyran, Sylvie Thoron qui ont pris le temps de se pencher sur mon travail et de m'orienter dans mon argumentation.

J'adresse également mes remerciements à tous les membres du jury, Charles Figuières, Jean-Christophe Pereau, Gilles Rotillon, Sylvie Thoron et Marc Willinger qui ont accepté d'en faire partie.

Je remercie aussi Marc Willinger tant pour son accueil, en qualité de directeur, au sein du LAMETA, que pour ses encouragements et ses conseils quant à la diffusion et à la valorisation de mon travail de recherche.

Merci à mes collègues de bureau Gaston, Philippe, Pierre-Jean et Karim d'avoir contribué à une bonne ambiance de travail et à Isabelle, Irène et Sabine pour leur aide lors des diverses démarches administratives.

Enfin, un grand merci à mes parents, mon frère et Jérémy pour leur confiance et leur précieux soutien.

Merci à tous pour ces moments marquants.

INTRODUCTION GENERALE

Au cours des cinquante dernières années, le visage de l'économie mondiale a profondément changé. Sous l'effet de l'accroissement de la population mondiale et de l'augmentation du revenu par tête, les niveaux d'activités économiques des pays ont connu un essor phénoménal. En conséquence, la richesse mondiale a été multipliée par six pendant cette période[1]. Ces profondes mutations trouvent leur origine dans la suppression progressive des barrières à l'échange impulsée par le GATT[2] après la seconde guerre mondiale, ainsi que dans le développement des technologies de l'information et de la communication. Cette libéralisation des échanges a également été propulsée par la formation concomitante d'accords régionaux de libres échanges, tels que la Communauté Economique Européenne (CEE), l'Association des nations de l'Asie du Sud-Est (ASEAN), la communauté économique des pays de l'Amérique du Sud (Mercosur) et l'Accord de Libre-Échange Nord-Américain (ALENA), pour ne citer que les plus importants[3]. L'ensemble de ces facteurs a conduit à une intégration croissante de l'économie mondiale et est à l'origine d'une réduction substantielle des coûts de transaction liés au commerce international, stimulant les échanges et la spécialisation des pays à certains secteurs d'activités. Une telle évolution des échanges internationaux n'aurait pas été possible

---

[1] Chiffre tiré de l'étude « Trade and Environment » de l'Organisation Mondiale du Commerce (special studies 4, 1999, 109p)

[2] General Agreement on Tariffs and Trade.

[3] En décembre 2008, l'OMC recense 421 accords commerciaux régionaux qui lui ont été notifiés, dont 230 sont déjà en vigueur. Voir à l'adresse : http://www.wto.org/french/tratop_f/region_f/region_f.htm.

sans la suppression des barrières aux investissements étrangers. La libre circulation des capitaux a dès lors servi de lubrifiant à la croissance, ce phénomène se traduisant par une croissance encore plus rapide que pour la sphère réelle des investissements directs à l'étranger (IDE). Cette nouvelle structure de l'économie mondiale et cette tendance à une ouverture toujours plus grande des économies nationales ne sont qu'un aspect d'un phénomène plus global qu'on appelle la mondialisation et incluant l'ensemble des changements économiques, sociaux, culturels et environnementaux qui tendent à rendre les agents économiques toujours plus interconnectés autour de la planète.

Cette croissance de l'économie mondiale n'a pas été sans répercussion sur l'environnement. Avec l'accroissement des niveaux de vie et l'évolution des modes de consommation, les pressions exercées sur les ressources naturelles et les systèmes écologiques ont été sans commune mesure, conduisant par ailleurs à une prise de conscience de l'impact potentiel des activités humaines sur l'environnement. Ainsi, sont apparus entre autres des problèmes de déforestation, de perte de biodiversité, de surexploitation des ressources aquifères, d'appauvrissement de la couche d'ozone ou encore de pollution de l'atmosphère. A mesure que les problèmes environnementaux ont pris une dimension globale, les réponses qui ont pu être apportées par la communauté internationale se sont traduites par une multitude de traités et d'accords : de 1990 à 2008, on peut compter jusqu'à 275 accords multilatéraux concernant l'environnement ou les ressources naturelles[4]. A cet égard, le grand nombre de textes internationaux témoigne à la fois de l'importance des questions environnementales et du type d'approche « problème par problème » adoptée par la communauté internationale (De Cara, 2000).

Parmi les problèmes environnementaux globaux, la question du changement climatique occupe une place centrale. Selon une grande majorité de scientifiques, celui-ci trouve son origine dans l'accumulation des gaz à effet de serre (GES) dans l'atmosphère et liée aux activités humaines. Sous l'effet de l'internationalisation des échanges, les sources de dégradation de l'environnement proviennent d'activités économiques qui sont de moins en moins circonscrites géographiquement. Parallèlement, les phénomènes mis en évidence par les scientifiques sont susceptibles d'avoir des répercussions directes à une échelle internationale dans le sens où ils modifient des équilibres écologiques complexes et mal maîtrisés. Il s'ensuit que les effets du changement climatique sur chaque pays ne dépendent

[4] Données de Ronald B. Mitchell, 2002-2007.

pas de la contribution de chacun aux émissions de GES, mais sont uniquement fonction de la somme des émissions de tous les pays. Ainsi, tous y contribuent et tous sont concernés par les dommages qu'ils sont susceptibles de subir, quelle que soit leur part de responsabilité dans le niveau des émissions agrégées. Une des caractéristiques de ces gaz (le principal étant le dioxyde de carbone (CO_2)) est qu'ils tendent à devenir rapidement uniformes tout autour de la planète, indépendamment de leur origine.

La résolution de ce type de problème où les externalités transfrontalières sont multilatérales requiert une intervention coordonnée de la part de tous les pays. Cette idée repose sur le fait que l'environnement possède un caractère de bien public et que, face à des politiques environnementales unilatérales, le poids de chaque pays est marginal pour traiter le problème dans son ensemble. Les principaux enjeux de cette coordination dans le cadre du changement climatique sont reliés au fait que les émissions de GES des pays sont essentiellement liées à leurs activités de production et de consommation et génèrent par la même occasion des comportements stratégiques de la part des Etats, en particulier en l'absence d'autorité supranationale. Les pays, qui sont souverains, doivent donc décider volontairement de fournir ou non le bien public ou, autrement dit, décider de l'effort de réduction de leurs émissions qu'ils sont prêts à consentir. Dans la pratique, les accords internationaux environnementaux (AIE) constituent des outils à la disposition des Etats pour définir des émissions-cibles pour chaque pays signataire et, souvent aussi, les moyens de parvenir à ces objectifs. L'exemple le plus typique est celui du Protocole de Kyoto. Au regard des faits empiriques, la question que l'on peut se poser est : comment expliquer que des pays acceptent de signer un accord alors qu'ils pourraient profiter du même bénéfice environnemental en laissant les autres pays diminuer leurs émissions ? D'un point de vue théorique, cette même question devient : quand l'environnement est un bien public, pourquoi les pays ne se comportent-ils pas en passager clandestin ? Cette question qui est récurrente dans la littérature a dès lors fait l'objet de nombreux développements théoriques.

La question des pollutions du point de vue de l'économie de l'environnement

Avant de devenir une discipline à proprement parler, l'économie de l'environnement s'est d'abord développée comme un prolongement de la théorie microéconomique standard. Face à un problème de pollution, elle justifie généralement l'intervention d'une autorité pour pallier aux défaillances du marché, dans la mesure où celui-ci ne permet plus une allocation optimale des ressources. En intégrant toutes les interactions – marchandes et non marchandes – entre les agents, cette intervention permet alors de faire en sorte que le marché reflète la *valeur sociale* des biens échangés. Une partie de l'analyse économique s'est ainsi concentrée sur la gestion des ressources naturelles et sur la comparaison des différents instruments à la disposition des décideurs politiques, tels que les taxes ou les normes, pour « internaliser » les externalités.

Il semble cependant que les principaux problèmes environnementaux apparus ces dernières années se situent essentiellement à un niveau global. L'effet de serre additionnel à l'origine d'un risque majeur d'une modification du climat est le fait d'une multitude d'acteurs décentralisés qui rejettent des émissions de GES. En tant que ressource en accès libre, l'atmosphère constitue non seulement un bien commun pour lequel les agents ne sont pas incités à internaliser leurs externalités, mais surtout les conséquences potentielles de ces décisions individuelles de pollution sont à une telle échelle qu'elles dépassent le cadre d'action traditionnel des Etats en tant que correcteurs des défaillances du marché : les seules mesures de régulation possibles ne peuvent être le fait de pays isolés et une solution globalement optimale requiert donc une certaine forme de coopération ou de coordination des politiques environnementales nationales.

Dans ce contexte, les outils traditionnels se sont très vite avérés limités, leur principale limite étant qu'ils nécessitent l'intervention d'un régulateur. Or il n'existe pas encore à ce jour d'autorité supranationale pour réguler les problèmes environnementaux et les incitations à se comporter en passager clandestin, incitations liées au caractère de bien public de l'environnement. La théorie des jeux, parce qu'elle permet de modéliser les interdépendances entre les agents et les conséquences de leurs comportements stratégiques, a conduit à un certain renouvellement de l'analyse des problèmes environnementaux globaux et de la coopération internationale qu'ils requièrent. Au-delà de l'analyse du problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère au travers d'un jeu du type Dilemme du Prisonnier, reflétant *la tragédie des bien communs* (Hardin, 1968), des jeux plus élaborés ont permis d'expliquer l'apparition des AIE dans les faits. Les outils en question sont ceux offerts par la théorie des jeux à structure de coalitions. Cette théorie s'intéresse à la possibilité que des agents économiques qui poursuivent un objectif commun se regroupent au sein d'une coalition. Elle s'avère donc particulièrement appropriée pour analyser la formation et la stabilité des AIE.

La coopération internationale environnementale du point de vue de la théorie des jeux à structure de coalitions

La formation des coalitions constitue un phénomène très répandu en économie dont les principes ont été largement étudiés par les économistes et les théoriciens des jeux. Pour notre part, on s'intéresse plus particulièrement à la branche de la littérature qui explique ce phénomène en s'appuyant sur une approche non coopérative. Dans ce contexte, la décision de rejoindre ou non une coalition est une « méta-décision » qui est prise de manière non coopérative et qui précède la stratégie de coopération qui caractérise le comportement des membres de la coalition une fois que celle-ci s'est formée (Carraro, Siniscalco, 2003, p. 1). L'issue du jeu dans lequel les agents choisissent de participer ou non à une coalition – et à quelle coalition – est donc identifiée à partir d'un concept d'équilibre non coopératif. On parle dès lors de *formation endogène* des coalitions dans le sens où la coopération entre un ensemble d'agents émerge de manière spontanée comme un équilibre du jeu.

Sans vouloir faire un survol exhaustif et technique des jeux à structure de coalitions, on pose dans ce qui suit quelques interrogations pour lesquelles cette théorie s'est avérée appropriée et les hypothèses sur lesquelles reposent les réponses qui ont émergé de cette littérature ces dernières années. A la lumière des difficultés liées à la modélisation du processus de formation d'un accord dans son intégralité, les différentes approches qui sont apparues se sont appuyées sur des hypothèses simplificatrices. En fonction de la nature de ces hypothèses, on peut distinguer deux catégories de modèles[5] : les premiers se sont concentrés sur la question de la participation des pays à un traité, tandis que les seconds se sont en outre tournés vers la question du respect des engagements de la part des pays qui choisissent d'adhérer à un AIE.

- *Les principaux challenges de la modélisation*

Au regard de l'évolution des négociations sur le climat, les économistes ont tenté d'identifier les raisons pour lesquelles il était si difficile pour la communauté internationale d'atteindre un consensus sur les stratégies à adopter pour contrôler les rejets de GES dans l'atmosphère. Ainsi, l'objectif des modèles à structure de coalitions est d'étudier dans quelle mesure il est possible pour les pays de se regrouper au sein d'accords de coopération pour réduire conjointement leurs émissions de GES et dans quelle mesure ces accords sont stables.

[5] On peut retrouver cette distinction dans Finus, Rundshagen (2001) ou encore dans Finus (2004).

Une des principales caractéristiques des problèmes de pollutions internationales est leur caractère global : les pollutions ne s'arrêtent pas aux frontières politiques des Etats. En l'absence de toute coordination des politiques environnementales nationales, les niveaux d'émissions qui résultent des comportements stratégiques des pays sont bien trop élevés et la théorie économique nous suggère alors que l'efficacité internationale ne peut être atteinte au niveau mondial que par l'intermédiaire d'une coopération de l'ensemble des pays concernés : dans le cadre du changement climatique, la réponse adoptée par un gouvernement pour réduire les externalités dont il est victime doit être telle qu'il ne considère pas uniquement ses propres dommages environnementaux, mais aussi ceux que ses émissions génèrent au-delà de ses frontières. Dans cette perspective, les pays doivent coopérer, cette coopération prenant la forme d'AIE.

De ce point de vue, la théorie des jeux à structure de coalitions constitue bien une méthode d'analyse privilégiée de la formation et de la stabilité des AIE. Elle se focalise en particulier sur les possibilités de voir émerger des accords stables entre des agents qui partagent un objectif commun. Dans le cadre des problèmes environnementaux globaux, les agents en question sont les pays ou leur gouvernement et une coalition correspond à un groupe de pays qui coopèrent. On entend par là qu'ils partagent l'ambition de réduire leurs émissions de GES par rapport à la situation où aucun pays ne coopère. Cette dernière est qualifiée de situation de *statu quo* ou de *laisser-faire* et désigne principalement le cas où les pays mènent une politique environnementale nationale[6]. Dans ce contexte, les modèles se dispensent généralement d'analyser les processus de décisions politiques au sein de chaque pays[7] et supposent que le principal objectif des gouvernements est de maximiser le bien-être de leurs citoyens. Dès lors, l'intérêt porté aux problèmes de fourniture d'un bien public global tel que l'environnement vient de la difficulté bien connue d'atteindre une solution efficiente en présence d'incitations à se comporter en passager clandestin. L'incitation en question consiste pour un pays à bénéficier de l'amélioration de la qualité de l'environnement entreprise par les autres sans en supporter les coûts de mise en œuvre.

[6] La situation de laisser-faire ou de *statu quo* se distingue de la situation qualifiée par Nordhaus, Yang (1996) de « Business-as-usual » et où les pays ne prennent aucune contrainte environnementale en considération.

[7] L'agrégation des niveaux de bien-être au sein d'une nation est traitée comme une boîte noire. Cette approche écarte ainsi la question relative aux interactions entre les groupes d'intérêt qui est traitée par la théorie des choix publics.

Au delà des difficultés liées à la mise en œuvre d'une solution optimale du point de vue de l'ensemble des pays, la modélisation des comportements des Etats ainsi que l'analyse de la formation des coalitions constituent des enjeux complexes dont les différents aspects relèvent de trois dimensions : les règles de formation d'un accord, les mécanismes internes régissant un accord et enfin, ce que l'on entend par la stabilité de ces accords. Chaque point est défini tour à tour.

La première dimension porte sur la modélisation du choix d'un pays de participer ou non à un accord de coopération. Les règles qu'il convient de définir concernent par exemple l'ordre dans lequel les agents prennent leurs décisions (processus séquentiel ou simultané), le nombre de coalitions qui sont susceptibles de se former (une ou plusieurs), la nature du partenariat (accession libre, restreinte ou à l'unanimité) ou encore le degré de consensus requis pour qu'un accord émerge.

Pour les pays qui ont choisi d'adhérer à un accord particulier, la seconde dimension revient à définir les règles et les mécanismes qui régissent le comportement des pays au sein de cet accord et qui permettent donc de soutenir la coopération. Ces règles concernent cette fois-ci la détermination du niveau global d'effort sur lequel les signataires de l'accord doivent s'entendre et la règle de répartition de cet effort sur tous les membres. Il peut parfois être question de transferts entre les membres d'une coalition en particulier quand ceux-ci ne sont pas caractérisés par les mêmes coûts de dépollution. Il convient alors d'en déterminer la nature, le niveau, ainsi que les tributaires et les bénéficiaires. Enfin, il s'agit aussi de définir des mesures, c'est-à-dire le type de mécanisme et le niveau des sanctions, en cas de non respect des engagements par certains membres de l'accord.

Ces deux premières dimensions relèvent du processus de formation d'un accord. Idéalement, ce processus devrait émerger de manière endogène du comportement des pays. Il s'avère cependant que cette approche est trop ambitieuse car la décision d'un pays de rejoindre une coalition particulière dépend non seulement des obligations que celle-ci lui impose mais aussi des obligations imposées aux membres des autres accords. Il s'ensuit que le paiement d'un pays dépend à la fois du type de partenariat, de l'allocation des obligations entre les pays et des mécanismes de transferts susceptibles d'être mis en place, sachant que l'ensemble des choix stratégiques des pays s'influencent mutuellement. Tous les modèles reposent dès lors sur des hypothèses simplificatrices, plausibles mais exogènes et sont résolus pour les variables endogènes restantes. Ils se concentrent ainsi toujours sur certains aspects de la formation des coalitions. A partir de là, la troisième dimension de l'analyse consiste à prédire l'issue du jeu en fonction du concept d'équilibre retenu, c'est-à-dire à déterminer les structures de coalitions stables.

Bien que les modèles se distinguent par de multiples aspects, tous partagent une hypothèse fondamentale : il n'existe pas d'autorité supranationale capable de rendre contraignants les accords conclus entre les pays. La coopération doit émerger à l'équilibre comme le résultat de décisions indépendantes et volontaires de la part de chacun d'eux. On dit alors que les accords de coopération doivent être « auto-réalisants » (*self-enforcing*). La définition du concept de stabilité s'avère à cet égard déterminante. De manière générale, ce concept repose sur trois conditions. La première est une condition de « profitabilité » : chaque participant à un accord doit obtenir plus que ce qu'il recevrait en l'absence de toute coopération, c'est-à-dire dans la situation de *statu quo*. Cette condition constitue un préalable nécessaire mais pas suffisant à l'émergence de toute coopération entre des pays souverains. Les deuxième et troisième conditions sont telles qu'aucun des participants ne doit avoir intérêt à quitter l'AIE pour devenir un non signataire et aucun ne doit avoir intérêt à violer les termes de l'accord. Ces deux conditions capturent le phénomène selon lequel, même si un accord est profitable à tous les participants, les pays font face à deux types de comportement de passager clandestin. Le premier type consiste à ne pas participer à un accord de coopération et à demeurer un non signataire – ou encore à adhérer à une coalition qui contribue moins à l'effort de réduction des émissions que les autres coalitions. Le second type consiste à rejoindre un accord mais à en violer les termes. Dans les deux cas, les pays bénéficient de l'amélioration de la qualité de l'environnement sans supporter tout ou partie des coûts de mise en œuvre.

En fonction des réponses que les modèles cherchent à apporter à la question de la coopération internationale, on peut les regrouper dans deux catégories distinctes. La première relève de la participation des pays à un accord, tandis que la seconde s'intéresse à la question du respect des engagements sur lesquels les pays se sont entendus. Dans ce qui suit, on présente tour à tour les hypothèses et les principaux résultats des modèles relevant de l'une et l'autre catégorie.

- *Les modèles relatifs à la question de la participation*

Les modèles auxquels on s'attache ici sont ceux qui ont cherché à déterminer dans quelle mesure les pays étaient susceptibles de former des accords de coopération. Pour commencer, la plupart des problèmes de fourniture d'un bien public engageant un ensemble de pays sont tels que les parties négociant un traité ne gagnent rien à en dissuader l'entrée. Au contraire, le principal problème de la coopération internationale consiste à déterminer les moyens d'élargir la participation à l'ensemble des pays concernés par l'externalité. Cette tâche est cependant rendue difficile du fait de la souveraineté des Etats. Celle-ci implique que chaque pays est libre de choisir d'être un signataire ou non de l'accord. En conséquence, la première caractéristique des modèles qui établissent les conditions sous lesquelles les pays peuvent avoir intérêt à coopérer repose généralement sur l'idée que ces derniers sont libres d'entrer ou de sortir à tout moment de l'accord sans requérir l'avis des autres membres.

Une deuxième hypothèse commune à ces modèles est que si un pays adhère, il se conforme à ses engagements. Le second type de comportement de passager clandestin déjà évoqué est ainsi complètement évincé[8]. Dans ce contexte, les signataires d'un accord s'engagent de manière crédible et sont capables de signer des accords contraignants. Dès lors, il est possible de postuler que si une coalition se forme, ses membres maximisent le paiement agrégé ou « paiement joint » des pays qui adhèrent. De cette hypothèse de rationalité collective du point de vue des membres d'un accord, il résulte que : i) les pays coopèrent au sein d'une coalition mais les coalitions sont rivales les unes par rapport aux autres ; ii) les niveaux d'émissions au sein de chaque coalition sont fixés de manière optimale pour les membres mais pas globalement. Il s'ensuit que pour une structure de coalitions stable différente de la « grande » coalition – c'est-à-dire celle regroupant l'ensemble des pays concernés par l'externalité – la sous-optimalité n'est pas liée aux conditions qui définissent le traité mais plutôt au fait que tous les pays n'y adhèrent pas. Il s'ensuit également que les efforts consentis par une coalition sont d'autant plus élevés que le nombre de ses participants est élevé. Ainsi, si un non signataire rejoint une coalition d'au moins deux pays ou si deux coalitions fusionnent, le niveau global des réductions entreprises croît. De la même manière, si un pays sort de l'accord ou si une coalition se scinde en deux, le niveau global des efforts entrepris diminue. Deux cas polaires, qui constituent des cadres de référence, peuvent alors émerger. Le premier est tel que si aucun accord ne se forme, tous les pays restent indépendants (« singletons ») et chacun d'eux met en œuvre sa propre politique environnementale : cette situation correspond au *statu quo*. A l'inverse, le regroupement de l'ensemble des pays au sein du même accord

[8] Cette hypothèse ne peut émerger comme un équilibre du jeu que si la coopération internationale est modélisée comme un jeu répété. Voir le point qui suit sur les modèles relatifs au respect des engagements pour les pays qui adhèrent à un accord. Pour ces modèles, les principaux résultats sur la participation des pays à un traité ne sont pas altérés (Barrett, 2003, p 197).

(grande coalition) permet la mise en œuvre d'une politique environnementale globalement optimale. Toute structure de coalitions intermédiaire représentant une solution de coopération partielle domine la situation purement non coopérative mais s'avère dominée par la solution de coopération totale.

Dans le cadre de ces modèles, une structure de coalitions est stable si aucun pays n'est incité à changer de position. Le choix d'adhésion des pays repose ainsi sur une hypothèse de rationalité individuelle : chacun d'eux compare son paiement dans les diverses alternatives qui lui sont accessibles. Comme un pays peut toujours se positionner en tant que singleton en raison de l'hypothèse de libre adhésion, la condition minimale de la stabilité d'un accord est sa profitabilité.

Les modèles les plus répandus dans la littérature sont ceux qui postulent la formation d'un unique AIE. La raison de cette hypothèse est liée au fait que le système international se charge généralement de proposer la formation d'un seul accord que les pays choisissent d'intégrer ou non. Parmi ces modèles, on peut citer ceux qui se situent dans la lignée de Barrett (1992, 1994a) et de Carraro, Siniscalco (1993) et qui s'inspirent de l'analyse de la stabilité des cartels en organisation industrielle. Formellement, ils apparaissent sous la forme d'un jeu en deux ou trois étapes. Dans la première étape, les pays choisissent de leur participation à un AIE. Ce choix est binaire et revient à choisir entre « adhérer » ou « ne pas adhérer » car par hypothèse on écarte la possibilité qu'un accord concurrent se forme. Dans une seconde étape, les joueurs déterminent leur niveau d'émissions simultanément (hypothèse de Cournot-Nash, comme par exemple Carraro, Siniscalco, 1993 ; Bauer 1992 ; Hoel 1992) ou de manière séquentielle (hypothèse de Stackelberg où les signataires se comportent en leader[9], comme par exemple Barrett, 1994a). Les signataires qui coopèrent sont supposés maximiser le paiement joint des membres de la coalition, tandis qu'ils se comportent de manière non coopérative vis-à-vis des non signataires. Ces derniers, quant à eux, se comportent en singletons et décident de leur niveau d'émissions de manière non coopérative. Dans une troisième étape, les pays qui ont choisi d'adhérer déterminent la règle d'allocation du surplus généré par la coalition entre ses membres. Quand les pays sont *a priori* symétriques, cette étape est inutile : par

[9] Cette hypothèse est parfois difficile à justifier. Certes, dans le contexte considéré, on peut postuler que les signataires sont mieux informés que les autres du fait de la coordination de leur politique environnementale, tandis que les non signataires ne poursuivent que leur propre intérêt. Mais la principale critique de cette explication est qu'elle reste exogène au modèle et postule une asymétrie d'information même quand les pays sont *a priori* en tout point identiques.

principe, les pays s'entendent sur une règle de partage uniforme quant aux efforts de réduction des émissions à fournir, ce qui induit des paiements identiques et l'absence de transferts. Dès lors que les pays ne sont plus symétriques, la règle d'allocation des transferts est moins évidente. Les trois règles les plus fréquentes sont : i) pas de transfert (Bauer, 1992), ii) une distribution selon la valeur de Shapley (Barrett, 1997b, Botteon, Carraro, 1997, 1998), iii) une distribution selon la solution de négociation de Nash (Botteon, Carraro, 1997, 1998), les deux dernières règles d'allocation du bien-être étant issues de la théorie des jeux coopératifs[10].

Un accord à l'équilibre est tel qu'il est auto-réalisant. Cela signifie que, étant donné les termes de l'accord et les décisions de participation des autres pays, aucun signataire ne gagne à dévier de manière unilatérale (*stabilité interne*) et aucun non signataire ne gagne à adhérer à l'accord de coopération (*stabilité externe*). De nouveau, une condition nécessaire à la stabilité d'un accord est qu'il soit profitable pour ses membres : chaque signataire doit être mieux doté au sein de la coalition que dans la situation de *statu quo*, en laquelle aucune coalition ne se forme. Dans ces modèles, la définition de la stabilité traduit l'idée qu'un pays qui dévie et qui sort ou entre dans l'accord prend en compte le fait que les autres pays (signataires et non signataires) réajustent leur niveau d'émissions. Cette définition permet dès lors de déterminer le nombre de pays participants à l'équilibre. Un résultat central de ces modèles est que la coalition d'équilibre se distingue de loin de la grande coalition et que le nombre de signataires est en général plutôt faible[11]. Ce dernier l'est d'autant plus que la coopération s'avère nécessaire : à l'équilibre, le bien-être global généré par la coopération est proche de celui de la situation de *statu quo*.

Il est important de noter que ces conclusions particulièrement robustes dans la littérature reposent toujours sur des fonctions de paiement particulières. La forme de ces fonctions s'avère en effet cruciale pour établir le nombre de pays qui adhèrent à l'équilibre, dans la mesure où elle relate la nature des interdépendances entre les pays. Cette hypothèse qui est

---

[10] La définition de la troisième étape est primordiale pour les règles ii) et iii) car elle peut modifier les résultats issus des deux premières étapes. La stabilité d'un accord peut ainsi dépendre de la règle de partage du surplus généré par la coopération d'un sous-ensemble de pays. Par ailleurs, ces règles sont très fréquentes dans la littérature car elles reposent sur des propriétés axiomatiques intéressantes et satisfont certains critères normatifs. Un préalable cependant, à la plupart des concepts coopératifs est qu'il existe un certain *esprit* de coopération (dans le choix des objectifs, dans leur allocation et dans leur mise en œuvre) dans la mesure où il n'existe pas d'autorité supranationale capable de rendre contraignants les engagements pris par toutes les parties.

[11] Le nombre de signataires à l'équilibre est de l'ordre de 3 ou 4 pays indépendamment du nombre total de pays concernés par le problème.

toujours postulée *a priori* est rarement discutée. Les résultats évoqués jusque là reposent ainsi sur des fonctions traduisant un certain degré de substituabilité entre les stratégies des pays[12]. Autrement dit, si un pays ou un groupe de pays réduit ses émissions de GES par rapport à la situation de *statu quo*, les autres pays augmentent leur propre niveau d'émissions et annulent ainsi tout ou partie de l'effort initialement consenti. Ce phénomène très répandu dans la littérature est connu sous le terme de « *fuites de carbone* » (*leakage*). Il a pour effet de réduire le rendement de la coopération et donc son succès dans le sens où il vient exacerber les incitations à se comporter en passager clandestin. Il est généralement justifié par des mécanismes de marché. Pour le marché du pétrole par exemple, les mécanismes sous-jacents peuvent être tels que la mise en œuvre d'une politique d'économie d'énergie par les pays dotés d'une certaine conscience environnementale (les signataires) conduise à une baisse de la demande et donc des prix du pétrole. En conséquence, le recours à cette source d'énergie pour les pays moins concernés par l'environnement (les non signataires) devient plus attrayant, ce qui à terme vient en partie contrecarrer les économies d'énergie initiales. Il est évident que plus les fuites de carbone sont importantes plus la coopération sera difficile à soutenir.

Quelques modèles s'inscrivent cependant à contre-courant (Heal, 1993, Barrett, 2003, p. 254) et exploitent l'idée de l'existence de rendements d'échelle croissants dans la mise en œuvre de technologies plus propres et donc dans les coûts de réduction des émissions de GES. Cette approche qui exploite l'existence d'externalités de réseaux revient à postuler une certaine forme de complémentarité entre les stratégies des pays. Cependant, en modifiant la nature des interactions entre les pays, ces modèles modifient aussi la nature du jeu qui relate dès lors un problème de coordination et non plus un problème de participation. Dans ce contexte, les AIE constituent alors un outil permettant aux pays de coordonner leur stratégie dans le sens où au delà d'un certain niveau de participation, il devient dans l'intérêt de tous de participer à l'accord de coopération[13]. Au regard des résultats déjà présentés, on peut déjà pressentir que la nature des interdépendances entre les pays n'est pas sans conséquence sur le succès de la coopération internationale.

Pour terminer, les modèles relatifs à la question de la participation des pays à un traité ont connu une extension majeure avec la prise en compte de la possibilité de voir plusieurs

---

[12] Les exemples présents dans la littérature s'étendent du cas polaire où les stratégies des pays sont fortement substituables à celui où elles sont indépendantes. Sur le plan formel, cette hypothèse se traduit par la pente des stratégies de meilleure réponse des pays qui est comprise entre -1 et 0.

[13] Voir Barrett (20003, chapitre 9) où cette question est évoquée sous le terme de « tipping treaties ».

accords se former à l'équilibre. A l'instar des modèles qui postulent *a priori* la formation d'une unique coalition, ces modèles prédisent la coexistence de plusieurs coalitions à l'équilibre. Celles-ci ne regroupent pas nécessairement plus de signataires dans la mesure où les incitations à se comporter en passager clandestin sont toujours présentes. Cependant, sous l'hypothèse de libre adhésion des pays à un traité, il semble que des pays qui se comportent en singleton peuvent avoir intérêt à fusionner pour former leur propre coalition. Il s'ensuit que le niveau global d'effort entrepris et donc le niveau global de bien-être sont plus importants sous ces conditions. Ces modèles ont en outre permis de mettre en exergue l'impact des règles de formation d'un accord sur la structure de coalitions d'équilibre et ses propriétés. Ils permettent ainsi par exemple : d'identifier les conditions sous lesquelles le partenariat entre les membres d'un accord devrait être fondé sur une décision unanime de l'ensemble des membres (partenariat exclusif) plutôt que sur une accession libre des pays (Finus, Rundshagen, 2003b ; Finus, Eyckmans, 2003), de jouer sur la séquence des décisions ou encore sur la nature des conjectures des agents (Finus, Rundshagen, 2003a). Ces modèles se fondent toujours sur la comparaison des paiements individuels d'un pays en fonction de son choix d'adhésion à un accord particulier et du choix des autres pays. Sous certaines hypothèses, l'analyse de la formation des coalitions peut reposer sur une fonction appelée « fonction de partition » (Yi, 1997 ; Bloch, 1997). Celle-ci résume toute l'information sur les paiements d'un pays pour différentes structures de coalitions. Les avantages de cette approche sont multiples : i) elle capture entièrement les externalités entre joueurs et entre coalitions ; ii) on peut distinguer de manière conceptuelle les règles de formation d'un accord et le concept d'équilibre retenu ; iii) elle autorise la coexistence de plusieurs coalitions ; iv) la stabilité peut être analysée du point de vue d'une multitude de déviations où les pays qui dévient peuvent former toutes les partitions qu'ils souhaitent.

Le principal avantage des modèles que nous venons de considérer est qu'ils reposent sur une modélisation relativement simple de la coopération internationale. Tous partagent cependant la même limite : ils ne permettent de capturer qu'une seule dimension du comportement de passager clandestin, à savoir la non participation d'un certain nombre de pays aux efforts de réduction des émissions. La dimension relative au non respect des engagements de la part des signataires d'un accord est donc complètement évincée. Par ailleurs, les solutions sont toujours définies en termes de paiements sans considération pour le type d'instrument de politique économique le mieux à même de permettre la mise en œuvre optimale de ces objectifs. Il semble donc que les concepts développés jusque là ne permettent pas de prendre en considération certains aspects des négociations internationales. Des modèles définis à partir d'hypothèses moins fortes ou différentes ont alors émergé.

- *Les modèles relatifs au respect des engagements*

Les modèles auxquels nous nous sommes attachés jusque là reposent sur l'hypothèse que les pays qui adhèrent à un accord respectent complètement les obligations qui leur sont imposées par la signature du traité. L'engagement des signataires est donc postulé de manière *ad hoc*. Dès lors que cette hypothèse est remise en cause, un second type de comportement de passager clandestin peut émerger. Celui-ci revient pour les pays à transgresser les termes de l'accord sur lesquels ils se sont engagés. Comme précédemment, un pays qui se comporte de la sorte bénéficie de l'amélioration de la qualité de l'environnement entreprise par les autres pays sans en supporter les coûts de mise en œuvre. Une partie de la littérature s'est alors concentrée sur les incitations des pays à respecter leurs engagements (Axelrod, 1984 ; Kehoane, 1986 ; Chayes, Chayes, 1991 ; Dasgupta, 1993 ; Downs et al., 1996), ainsi que sur les mécanismes susceptibles de soutenir la coopération.

Les modèles relatifs au respect des engagements s'inscrivent donc dans une optique différente. On entend par là qu'ils mettent moins l'accent sur le processus de formation d'un accord en soi, pour se concentrer sur les moyens susceptibles de permettre la mise en œuvre concrète de cet accord une fois que les pays ont choisi d'y prendre part. Les modèles en question partagent plusieurs caractéristiques. Ils reposent tout d'abord sur des interactions répétées des agents, dans le sens où l'horizon temporel considéré est infini. Cette hypothèse permet de prendre en considération le fait qu'un signataire qui respecte ses obligations à une certaine date peut revenir ultérieurement sur ses engagements de manière à s'octroyer un gain même temporaire lié à son comportement de passager clandestin ; surtout si ce type de comportement n'est pas puni par les autres membres de la coalition. Elle permet en outre de faire émerger de manière endogène les mécanismes de mise en œuvre d'un accord qui sont évoqués un peu plus loin. Ces interactions répétées sont généralement modélisées par un jeu en plusieurs étapes : dans la première étape, un groupe de pays s'entend sur les termes de l'accord, tandis que dans les étapes qui suivent, ils doivent le mettre en œuvre. Un accord est alors dit stable – tous les membres de la coalition remplissent leurs obligations – si le paiement actualisé qui résulte de la coopération est plus élevé que celui qu'un pays obtiendrait en déviant et en étant puni. Encore une fois, une condition nécessaire à la stabilité d'un accord est qu'il soit profitable. Dans le cas contraire, les pays ne pourraient dissuader le non respect des engagements par le biais de sanctions.

La définition des sanctions joue un rôle primordial pour assurer la stabilité d'un accord. D'un côté, plus les sanctions sont élevées, moins un pays aura intérêt à dévier et plus la coopération sera facile à soutenir. D'un autre côté, les sanctions doivent être crédibles. Cette assertion signifie deux choses : tout d'abord la sanction d'un pays qui dévie doit être acceptable pour ce dernier si on ne veut pas le voir sortir de l'accord, mais aussi afin que l'ensemble des membres retourne aux engagements négociés le plus rapidement possible ; deuxièmement, elle ne doit pas désavantager les pays qui la mettent en œuvre. En conséquence, seules des sanctions modérées vérifient ces deux conditions. On dit qu'elles sont non renégociables ou « résistantes aux renégociations ». Il ressort de ces modèles que la crédibilité des punitions dépend à la fois du nombre de pays engagés dans les négociations mais aussi de leur paiement. Ainsi, même si les pays font l'objet d'interactions répétées et si leur taux d'actualisation est très faible (les pays sont « patients »), la coopération devient d'autant plus difficile à soutenir que le nombre des pays susceptibles de retirer un gain de la coopération augmente. Relativement aux paiements, punir une déviation est d'autant plus attrayant pour les signataires que les coûts de réduction des émissions de GES sont élevés, dans la mesure où ses coûts disparaissent dans la phase de punition. A l'inverse, plus les bénéfices que les pays retirent des efforts de réduction des émissions sont élevés, plus la punition d'un pays qui dévie est coûteuse pour les pays qui la mettent en œuvre. Ces facteurs sont généralement ceux qui déterminent le succès de la coopération internationale. A noter que les gains agrégés qui résultent de la coopération des pays sont décroissants avec les coûts de réduction des émissions tandis qu'ils sont croissants avec les bénéfices. Il s'ensuit de nouveau que la coopération est d'autant plus difficile à soutenir qu'elle est nécessaire.

A partir de la définition de sanctions crédibles, ces modèles étudient non seulement la stabilité de la grande coalition quand elle impose la mise en œuvre d'efforts de réduction des émissions Pareto optimaux (c'est-à-dire fondés sur une rationalité collective, Barrett, 1994b), mais aussi celle pour des formes de traité sous-optimales, c'est-à-dire comprenant des objectifs moins ambitieux, des coalitions de plus petites tailles et une répartition des efforts entre les membres d'un accord qui n'est pas forcément la plus efficace (Finus, Rundshagen, 1998). En considérant que les pays qui adhèrent à un traité ne choisissent pas nécessairement le niveau des émissions qui maximise le paiement joint des membres de l'accord, on peut ainsi étendre les mécanismes de sanction des pays qui dévient au delà de la seule réoptimisation instantanée des stratégies des signataires, comme c'est le cas dans le cadre des jeux statiques[14]. Ces modèles mettent alors en exergue un autre aspect de la coopération internationale selon lequel le niveau des obligations prescrit par un traité peut être choisi en fonction du niveau de participation souhaité. Si les signataires pouvaient choisir le niveau des émissions qui maximise leur paiement joint tout en assurant la participation de tous les pays concernés par l'externalité, la coopération totale constituerait toujours une solution soutenable. Si on veut cependant que l'accord reste auto-réalisant, les deux contraintes ne peuvent être satisfaites simultanément : soit tous les pays s'entendent par *consensus* sur un accord plus faible (les signataires acceptent de fixer des niveaux d'émissions moins contraignants qui ne maximisent plus leur paiement joint), soit ils négocient un accord plus contraignant mais incomplet dans le sens où tous les pays ne prennent pas part à l'effort de réduction des émissions de GES. Cette approche sous-entend donc qu'un traité n'est pas obligatoirement défini comme étant Pareto efficace dans le sens où, même si la participation est totale, la coopération ne l'est pas nécessairement : la participation constitue une condition nécessaire mais pas suffisante pour assurer une coopération totale.

Ces modèles ont dès lors permis de fournir des intuitions : i) sur la façon dont pouvaient être déterminés les objectifs globaux au sein des AIE ; ii) sur l'éventualité de voir émerger la grande coalition ou une coalition plus petite ; iii) sur la répartition des efforts entre les membres d'un accord.

Concernant le premier point, les explications fournies au fait que les niveaux d'effort négociés au sein des AIE se situent bien en deçà de la solution globalement optimale sont de deux ordres. Tout d'abord, plus le niveau d'effort global requis est élevé, plus les incitations à se comporter en passager clandestin sont fortes. La fixation d'objectifs moins contraignants permet donc aux signataires d'avoir un meilleur contrôle sur ce type de comportement. Ce résultat très général est vrai quelle que soit la règle d'allocation des efforts entre les membres d'un accord. La seconde explication est que les accords reposent généralement sur un consensus. Les signataires peuvent par exemple s'accorder sur le plus petit dénominateur commun (PPDC), c'est-à-dire sur la plus petite proposition parmi l'ensemble des

[14] Voir le point précédent sur les modèles relatifs à la question de la participation.

propositions[15]. La négociation d'objectifs moins ambitieux permet donc non seulement d'accroître le taux de participation des pays mais aussi leurs incitations à respecter leurs engagements. Les résultats établis sous ces hypothèses sont tels que la négociation d'un consensus peut parfois conduire à une situation qui domine celle où les niveaux d'effort sont plus conséquents mais où le taux de participation et/ou le respect des engagements sont moindres. Ce résultat est particulièrement vrai pour les valeurs des paramètres où les incitations à se comporter en passager clandestin sont les plus fortes : quand le nombre de pays concernés N est grand, quand il existe de fortes asymétries dans les coûts de réduction des émissions et que ces coûts sont relativement élevés au regard des bénéfices de la coopération (le ratio bénéfice-coût des émissions γ petit).

Concernant le second point, les modèles en question montrent également que la formation de la grande coalition est peu vraisemblable quelle que soit la règle sur laquelle s'appuie la détermination des objectifs. Ainsi, la stabilité de l'accord constitue toujours un problème qui est cette fois-ci lié au caractère global de l'externalité (N est grand) ou à des dommages environnementaux élevés au regard des coûts d'opportunité de réduction des émissions (γ est petit). En raison de ces problèmes de stabilité, il est plus probable d'assister au regroupement d'un sous-ensemble de pays qui disposent d'une certaine conscience environnementale. Pour les pays initiateurs de la coopération, le principal avantage lié à la formation d'une coalition partielle est qu'elle permet la fixation d'objectifs plus ambitieux. Pour les paramètres où la coopération est la plus difficile (N grand et γ petit), il ressort des analyses qu'un sous-groupe peut être plus efficace que la grande coalition.

En dernier lieu, ces modèles fournissent plusieurs explications pour lesquelles les préférences des pays s'orientent davantage vers la définition de quotas uniformes – plutôt que vers une taxe ou des permis d'émissions – même si ce type d'instrument est généralement inefficient du point de vue de la solution de premier rang. Tout d'abord, au regard de la règle PPDC, la fixation de quotas peut conduire à un niveau de bien-être global plus élevé et à des niveaux d'émissions plus faibles en tant que solution de second rang. La raison en est qu'il existe un arbitrage entre la structure coût-bénéfice et la structure coût-efficacité de l'accord. Il s'avère par ailleurs qu'il est souvent plus facile pour la grande coalition de soutenir un accord sur des quotas uniformes plutôt que sur une taxe. Les premiers permettent de mieux prendre en

[15] La règle sur laquelle repose la détermination des objectifs est généralement fixée *a priori*. Finus (2001, p. 258) compare trois d'entre elles : celle qui consiste à appliquer la solution globalement optimale, celle qui consiste à appliquer la proposition du pays médian et enfin celle qui repose sur le critère PPDC.

compte les intérêts des pays avec la plus faible conscience environnementale et la distribution du bien-être entre les pays est plus uniforme. Enfin, dans un processus où la détermination de l'instrument est endogène, les quotas émergent quasi-systématiquement (ce résultat dépend du nombre de pays engagés dans les négociations, Finus, 2001, p 280).

Il ressort de cette analyse qu'il n'existe pas de modèle universel permettant de prendre en considération simultanément tous les aspects de la formation d'un accord de coopération entre des pays souverains et confrontés à une externalité globale. Les différents modèles évoqués reposent systématiquement sur des hypothèses simplificatrices et sont résolus pour les variables endogènes restantes. Il ressort en outre de cet exposé que les enjeux au cœur des négociations internationales sont ceux de la participation des pays à un traité et les moyens d'accroître cette participation. Pourtant, un résultat récurrent de cette littérature est que la coopération internationale est particulièrement difficile à soutenir et ce, d'autant plus qu'elle est nécessaire.

*

*   *

Les modèles théoriques développés depuis plusieurs années tentent d'expliquer l'émergence de la coopération dans le cas où les pays font face à de fortes externalités environnementales. Un des résultats importants de cette littérature montre qu'un accord sur la réduction des émissions peut émerger comme l'issue d'un jeu non coopératif simultané et que la coordination d'une fraction des pays au sein d'un accord international peut émerger sans qu'il soit nécessaire de recourir à une institution supranationale. Dans ces modèles, la formation des coalitions, c'est-à-dire la coopération entre les pays, est le résultat d'un comportement stratégique non coopératif de la part des agents engagés dans les négociations. Les gains obtenus grâce à cette coopération partielle ne permettent pourtant pas en règle générale de rétablir l'optimum global.

Les modèles qui relatent ces résultats partagent tous une même caractéristique : ils postulent que si un groupe de pays choisit de coopérer et donc de réduire conjointement ses émissions de GES, les pays en dehors de ce groupe accroîtront leur propre niveau d'émissions, annulant par la même occasion une partie de l'effort initialement consenti. Autrement dit, les stratégies des pays ont un caractère substituable. Cette hypothèse, en lien avec le phénomène de fuites de carbone, est rarement controversée car elle repose sur des résultats théoriques bien connus, issus de l'économie publique et de l'économie de l'environnement. Copeland et Taylor (2005) montrent pour leur part que, bien que ces résultats soient vrais dans une économie fermée sous des conditions relativement faibles, ils sont faux ou requièrent un sérieux amendement dans le cadre d'économies ouvertes qui échangent. Ainsi, alors que les hypothèses généralement postulées reposent principalement sur un effet de réallocation de la production autour de la planète en fonction de la vigueur des politiques environnementales mises en œuvre par les pays, ces auteurs mettent en exergue l'existence de deux autres effets – un effet prix et un effet revenu – pouvant contrecarrer le premier. En d'autres termes, les échanges internationaux modifient de manière fondamentale les interactions stratégiques entre les pays et laissent ainsi place à la possibilité que les stratégies de pollution ou de dépollution des pays soient complémentaires.

En reconsidérant la nature des interactions entre les pays dans le cadre des problèmes environnementaux globaux et de la coopération internationale qu'ils requièrent, notre travail apporte un regard nouveau sur les résultats antérieurs. Les analyses menées sont telles qu'elles mettent systématiquement en exergue les deux types d'interdépendance qui sont susceptibles d'émerger de l'interconnexion des pays sur les marchés internationaux. On démontre que cette hypothèse, qui est toujours posée *a priori* mais rarement discutée, s'avère en réalité capitale dans la détermination du niveau de coopération d'équilibre et de son impact environnemental, indépendamment du recours à tout autre artefact pour renforcer la participation des pays à un traité. En conséquence, notre problématique s'inscrit dans le cadre de la première catégorie de modèles, c'est-à-dire ceux relatifs à la participation des pays à un accord et où le respect des engagements de la part de ses signataires est postulé *a priori*. Un atout majeur de ces modèles est lié à leur simplicité. De plus, leurs principales conclusions ne semblent pas remises en cause par le second type de modèles (Barrett, 2003, chapitre 7).

Cette thèse se compose de deux parties, chacune d'elles comprenant deux chapitres. Dans la première partie, on établit une typologie des comportements stratégiques des Etats face au problème de l'accumulation des émissions de GES dans l'atmosphère. Dans le premier chapitre, l'accent est mis sur l'impact de la nature des interactions stratégiques sur l'existence et les propriétés des solutions d'équilibre. Dans cette perspective, on se concentre sur les scénarios de référence que sont la situation de *statu quo* et la situation optimale du point de vue de l'ensemble des pays. L'intérêt d'une telle analyse est que ces deux cadres de référence servent en général de base à l'étude de la coopération internationale. En exploitant l'idée que les stratégies des pays puissent présenter des *complémentarités*, on montre entre autres dans quelle mesure le problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère est susceptible de devenir sérieux en fonction du nombre de pays concernés par le problème environnemental et de la perception qu'ils ont du bien public « environnement ». L'originalité des propositions établies dans le chapitre 1 repose pour beaucoup sur le recours aux théorèmes de la classe des jeux supermodulaires. Cette approche nous permet d'enrichir les résultats existants et ce, bien au delà du fait que l'on ne fait pas usage du théorème de la « fonction implicite[16] ». Elle nous permet en outre de retrouver et de généraliser une partie des résultats de la littérature et pour lesquels les stratégies des pays ont un caractère *faiblement substituable*. Il reste que quand les stratégies des pays sont *fortement substituables*, il est nécessaire de faire des hypothèses plus fortes pour caractériser les solutions d'équilibre.

Le second chapitre porte sur l'éventualité de voir émerger un pays leader dans sa politique environnementale. On sait d'ores et déjà que les hypothèses retenues sur la séquence des décisions ne sont pas sans conséquence sur les stratégies adoptées par les agents et influencent directement les équilibres du jeu. Alors que le leadership d'un pays est généralement postulé de manière arbitraire dans la littérature (celui-ci disposant par exemple d'une plus grande conscience environnementale que les autres), ce type de comportement émerge de manière endogène dans notre approche, même pour les cas où les pays sont en tout point identiques. Ainsi, les propositions établies montrent que sous certaines hypothèses, le concept d'équilibre du jeu séquentiel est plus « approprié » que celui du jeu simultané, dans le sens où il résulte des choix stratégiques des pays. Dans un contexte de fortes interdépendances entre les Etats, l'un d'eux peut s'imposer en précurseur dans sa politique de réduction de ses émissions. Encore une fois, la nature des interactions joue pour beaucoup dans l'établissement de ces résultats. Celle-ci influence donc non seulement les niveaux d'émissions d'équilibre, mais aussi l'ordre dans lequel les pays prennent leur décision quand on leur offre la possibilité de choisir. Le cadre de cette analyse est cependant restreint au cas de deux pays. Les développements menés dans le chapitre 2 jouissent d'un haut niveau de généralité dans le sens où ils reposent de nouveau sur les théorèmes de la classe des jeux supermodulaires.

Les analyses menées dans la seconde partie portent plus particulièrement sur la coopération internationale susceptible d'émerger dans le cadre des problèmes environnementaux globaux

[16] Voir la préface mathématique sur la classe des jeux supermodulaires.

en fonction de la nature des interactions entre les pays. De nouveau, on montre que cette hypothèse relative à la nature des interdépendances entre les pays conditionne la capacité de ces derniers à se regrouper au sein d'un AIE. Nos résultats reposent sur deux approches issues de la théorie des jeux à structure de coalitions. La première, qui est la plus générale, est abordée dans le chapitre 3. Elle permet d'établir les conditions d'existence d'un accord profitable et stable en fonction de la nature des interdépendances entre les pays. Dans la mesure où la profitabilité constitue un préalable nécessaire à l'émergence de tout accord de coopération, on caractérise systématiquement la taille du plus petit accord profitable. En présence de complémentarités stratégiques, il ressort en outre de cette analyse l'apparition d'un nouveau type de comportement de passager clandestin. Celui-ci consiste pour les non signataires à réduire leurs émissions, mais moins que les signataires de l'accord. Ce nouveau type de comportement permet alors d'entrevoir l'existence d'un accord stable regroupant un plus grand nombre de signataires par rapport à l'éventualité traditionnellement retenue dans la littérature.

La seconde approche permet d'illustrer plus spécifiquement l'impact des complémentarités stratégiques sur le niveau de coopération qui émerge à l'équilibre. On entend par là qu'il nous est possible de déterminer le nombre de signataires à l'équilibre ainsi que l'impact environnemental de cette coopération. Notre analyse repose à cette fin sur une fonction de paiement spécifique. Les résultats mis en exergue dans le chapitre 4 se révèlent alors largement plus optimistes que ceux existants dans la littérature, même si on n'observe toujours pas la formation de la grande coalition. Dans son ensemble, ce dernier chapitre illustre toutes les propositions générales émises dans les chapitres antérieurs et relatives au cas où les stratégies des pays sont complémentaires.

Avant d'aborder chacun de ces points, il est important de revenir au préalable sur les principaux théorèmes de la classe des jeux supermodulaires sur lesquels repose une partie des résultats mis en exergue dans cette thèse et dans la mesure où ils ne sont pas encore d'une utilisation très répandue en économie. De ce point de vue, l'intérêt de cette approche ainsi que ses principaux théorèmes sont présentés dans une préface mathématique.

PREFACE MATHEMATIQUE

LA CLASSE DES JEUX SUPERMODULAIRES :

PRINCIPAUX THEOREMES ET EXTENSIONS

Les jeux supermodulaires constituent une classe de jeux particulière qui est étroitement liée à la notion de *complémentarité stratégique*. Elle trouve son origine dans les travaux de Topkis (1968, 1978) qui étudie la maximisation d'une « fonction supermodulaire » définie sur un ensemble possédant certaines propriétés[1], ainsi que ses implications en termes de « statique comparative monotone ». Bien que cette théorie ait connu une attention considérable ces dernières années en économie, les travaux précurseurs trouvent leurs sources dans les mathématiques appliquées et la recherche opérationnelle, les concepts de base et les résultats qui y sont rattachés restant relativement nouveaux pour les économistes.

L'idée sous-jacente de cette classe de jeux est que l'utilité marginale que retire chaque joueur de sa propre stratégie croît avec le niveau de la stratégie adopté par les autres joueurs. Dans de tels jeux, les « correspondances de meilleure réponse[2] » sont croissantes de sorte que les stratégies des joueurs sont des compléments stratégiques. Même si l'analyse des complémentarités remonte bien avant les travaux de Topkis, l'approche par la théorie des jeux supermodulaires offre un nouveau regard sur cette question. La raison en est qu'elle l'associe

---

[1] L'ensemble en question est appelé « treillis ». Un treillis est un ensemble partiellement ordonné, où pour deux éléments quelconques *a* et *b*, les valeurs *inf*(*a, b*) et *sup*(*a, b*) sont des éléments de cet ensemble.

[2] Il s'agit en effet en général d'applications multivoques.

à des outils puissants qui fournissent une approche alternative au théorème de la fonction implicite pour établir des résultats de statique comparative monotone.

Ainsi, l'attrait croissant pour cette classe de jeux en économie est en partie lié au fait qu'elle rend inutile les hypothèses usuelles de convexité des ensembles de stratégies et de dérivabilité et de concavité des fonctions de paiement. La théorie requiert en contrepartie une structure d'ordre sur les espaces de stratégies, une hypothèse de continuité faible sur les fonctions de paiement et la propriété susmentionnée d'utilité marginale de chaque joueur qui est monotone croissante avec la stratégie de ses rivaux. Sous ces hypothèses, le jeu possède toujours des équilibres de Nash en stratégies pures qui, en plus, sont Pareto-ordonnables. Il existe en outre des circonstances précises où ce cadre d'analyse peut être adapté aux cas où les correspondances de meilleure réponse sont décroissantes, c'est-à-dire aux cas où les stratégies des joueurs sont des substituts stratégiques.

Avant de présenter le rôle de la supermodularité et de la complémentarité dans le cadre particulier des jeux non coopératifs, nous faisons un bref détour pour définir ce que l'on entend par « statique comparative monotone » et présenter les deux principales approches qui permettent de traiter cette question (section 1). Etant donné le cadre d'application retenu dans cette thèse, les définitions de base et les principaux résultats de la théorie des jeux supermodulaires exposés ensuite constituent simplement des cas particuliers des définitions et des théorèmes originaux. On se restreint en particulier à des ensembles de stratégies et de paramètres inclus dans l'ensemble des réels[3] (section 2). Enfin, on s'attache aux conditions sous lesquelles il est possible de recourir aux principaux théorèmes définis dans le cadre des jeux supermodulaires quand les stratégies des joueurs sont substituables (section 3).

1. Statique comparative monotone

La statique comparative consiste à analyser ce qui arrive aux variables endogènes (ou variables de décision) d'un modèle suite à une modification des variables exogènes (ou paramètres). L'étude de la sensibilité des solutions optimales d'un problème d'optimisation constitue généralement un objectif sous-jacent de la modélisation. Pour $X, T \subset IR$, la question

[3] Pour un traitement plus général de la théorie ainsi que les preuves des théorèmes qui y sont établies, on peut se référer à Topkis (1998), Vives (1999), Cooper (1999), Amir (2005).

centrale de la statique comparative est d'identifier quand est-ce que $x(t)=\arg\max_{x\in X} f(x,t)$ est non décroissant (ou croissant) en *t*. Les deux approches qui sont susceptibles d'être utilisées pour traiter cette question sont le théorème de la fonction implicite et le théorème de monotonie de Topkis. Ce dernier s'inscrit dans le cadre de l'optimisation supermodulaire. Chacune de ces approches est examinée tour à tour.

1.1 Le théorème de la fonction implicite

Le théorème de la fonction implicite énonce que si $f(x, y) = 0$, alors :

$$\frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{\partial f / \partial y}{\partial f / \partial x}.$$

Cette formule est particulièrement appropriée lorsque *x* est une variable de choix et *y* un paramètre. Dans un problème d'optimisation, la condition nécessaire de premier ordre prend la forme $f(x, y) = 0$, tandis que la condition suffisante de second ordre détermine le signe de $\partial f / \partial x$. Le recours au théorème de la fonction implicite exige que la solution soit intérieure (non située sur la frontière des solutions accessibles). Pour s'en assurer, il s'agit donc de vérifier la validité des conditions du premier et du second ordre.

Pour $X, T \subset IR$, la solution du problème de maximisation de $f(x, t)$ est intérieure si elle est telle que les deux conditions suivantes sont vérifiées :

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial x} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} < 0 .$$

En appliquant le théorème de la fonction implicite, il vient :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}}{\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}}.$$

Il s'ensuit qu'un accroissement du paramètre *t* conduit à un accroissement (une diminution) de la variable de choix *x* si $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} \geq (\leq)\ 0$. Dans un modèle où la condition suffisante de second ordre est valide, le modélisateur qui ne s'intéresse qu'au signe de la relation entre les deux variables n'a pas besoin de déterminer le signe du dénominateur. Il est important de noter que le théorème de la fonction implicite suppose des variations infinitésimales autour de l'équilibre. Pour des variations plus importantes, la nature de l'équilibre est susceptible de changer de manière drastique.

L'approche qui repose sur le théorème de la fonction implicite est celle traditionnellement utilisée en économie. Elle souffre cependant de plusieurs limites. La première est que le théorème ne fonctionne que lorsque la solution optimale est unique et varie régulièrement avec le paramètre, sans jamais frayer avec la frontière des ensembles accessibles. Deuxièmement, outre la concavité de la fonction-objectif, cette approche requiert sa dérivabilité. Ce théorème ne trouve donc à s'appliquer que dans le cas de variables forcément continues. Par exemple si t est un paramètre discret, le théorème de la fonction implicite ne permet plus de déterminer l'effet d'une modification de t sur la variable de décision x.

1.2 La supermodularité et le théorème de monotonie de Topkis

Une seconde approche pour établir des résultats de statique comparative monotone s'appuie sur le théorème de monotonie de Topkis (1979), qui lui-même repose sur la « propriété de différences croissantes » (ou de « supermodularité »). Pour définir cette propriété, on suppose toujours que X et T sont des sous-ensembles de IR.

Définition i.1 :
Une fonction $f : X \times T \rightarrow IR$ *possède des différences (strictement) croissantes en (x, t) si pour tout* $x' \geq x$ *et* $t' \geq t$ *:* $f(x',t') - f(x,t') \geq (>)\ f(x',t) - f(x,t)$.

Que signifie cette propriété ? Si la fonction-objectif f possède des différences croissantes en (x, t), le gain supplémentaire qu'un agent retire du choix d'une stratégie plus élevée (x' plutôt que x) est d'autant plus grand que t est élevé. En d'autres termes, $f(x',t) - f(x,t)$ est non décroissant en t pour tout $x' \geq x$. La propriété de différences croissantes est symétrique dans le sens où elle est aussi équivalente à la formulation suivante : pour $t' \geq t$, si f possède des différences croissantes en (x, t), alors $f(x,t') - f(x,t)$ est non décroissant en x.

Quand une fonction présente des différences croissantes, on dit aussi parfois qu'elle est « supermodulaire ». Les deux propriétés sont équivalentes dans le sens où la supermodularité d'une fonction à n variables revient à vérifier que la fonction présente des différences croissantes ou qu'elle est supermodulaire en chaque paire de variables (Amir, 2005).

Un dernier point important à souligner est que la fonction-objectif ne requiert pas de propriétés particulières, comme la concavité, la dérivabilité, voire simplement la continuité. Dans le cas où f est différentiable, on peut cependant réécrire la propriété de différences croissantes en termes de dérivées :

Définition i.2 :

Si f est une fonction deux fois continûment différentiable, alors f possède des différences croissantes en (x, t) si et seulement si $\partial^2 f(x,t)/\partial x \partial t \geq 0$ *pour tout x, t.*

Les différences croissantes permettent de formaliser la notion de complémentarité : avoir plus d'une variable accroît l'utilité marginale qu'un agent retire de l'accroissement d'une autre variable. La relation de complémentarité qui peut exister entre les variables (endogènes et exogènes) d'un modèle est alors au cœur des conclusions de statique comparative monotone. On expose maintenant une version simplifiée du théorème de monotonie de Topkis (1979). Même s'il s'agit d'un cas particulier, celui-ci trouve à s'appliquer dans la plupart des applications de la théorie économique.

Théorème i.1 (Topkis, 1979) :

Soient $X \subset IR$ *un ensemble compact et T un ensemble partiellement ordonné. Si* $f : X \times T \rightarrow IR$ *possède des différences croissantes en (x, t) et si f est semi-continu supérieurement*[4] *en x, alors : i) pour tout t,* $x(t) = \arg\max_{x \in X} f(x,t)$ *est non vide et possède un plus grand et un plus petit élément,* $\overline{x}(t)$ *et* $\underline{x}(t)$ *; ii) les sélections maximum et minimum de x(t) sont non décroissantes en t. Si f présente des différences strictement croissantes, alors toutes les sélections de x(t) sont non décroissantes.*

Ce théorème stipule que si f présente des différences croissantes, alors les sélections extrêmes dans l'ensemble des solutions optimales du problème d'optimisation sont non décroissantes en t : si $t' \geq t$ alors $\overline{x}(t') \geq \overline{x}(t)$ et $\underline{x}(t') \geq \underline{x}(t)$. Si f présente des différences strictement croissantes, alors *toutes* les solutions optimales sont non décroissantes en t. Dans le cas scalaire (x et t sont des variables unidimensionnelles) et avec une fonction-objectif

[4] Une fonction $f : X \rightarrow IR$ est semi-continue supérieurement en x_0 si $\limsup_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq f(x_0)$. Une fonction f est semi-continue supérieurement si elle l'est pour tout $x_0 \in X$.

différentiable, les conclusions de statique comparative monotone du Théorème i.1 sont vraies si *f* est tel que : $\partial^2 f(x,t)/\partial x \partial t \geq (>)\, 0$.

Au regard de l'approche traditionnelle qui repose sur le théorème de la fonction implicite, le théorème de Topkis (1979) dispense des hypothèses de concavité et de dérivabilité de la fonction-objectif, d'intériorité de la solution et de convexité des ensembles accessibles. La théorie économique a longtemps eu tendance à imposer ces hypothèses indépendamment de leur justification sur un plan économique. Dans la mesure où le théorème de la fonction implicite ne fonctionne que lorsque la solution optimale est unique et varie régulièrement avec le paramètre à l'intérieur des ensembles accessibles, ces limites sur le plan méthodologique ont pu orienter les questions de recherche, laissant parfois de côté les situations caractérisées par des non-convexités inhérentes, comme par exemple la présence de rendements croissants (Amir, 2005).

Un autre atout majeur de la nouvelle méthodologie portée par le théorème de Topkis (1979) est qu'elle autorise une certaine latitude dans la définition des ensembles de paramètres et de décisions, tant que ceux-ci restent des ensembles partiellement ordonnés. Il est dès lors possible de considérer des ensembles tels qu'un ensemble d'entiers, un ensemble de distributions de probabilité partiellement ordonnées (par la dominance stochastique d'ordre 1 par exemple) ou encore un ensemble d'ensembles ordonnés par inclusion.

2. Le rôle de la supermodularité et de la complémentarité dans les jeux non coopératifs

Dans cette section, on introduit la notion de jeu « supermodulaire » ou jeu présentant des complémentarités stratégiques. La principale caractéristique de cette classe de jeux est qu'elle possède toujours des équilibres de Nash en stratégies pures. Au delà de cette spécificité, les jeux supermodulaires possèdent d'autres propriétés remarquables qui permettent d'élargir la portée des applications de la théorie des jeux non coopératifs. Dans ce qui suit, on expose l'ensemble des notations et des définitions (paragraphe 2.1) auxquelles nous avons recours pour présenter les principaux théorèmes d'existence (paragraphe 2.2) et de statique comparative (paragraphe 2.3) relatifs aux jeux supermodulaires.

2.1 Notations et définitions

Un jeu non coopératif sous forme stratégique est généralement défini par le triplet (N, X_i, f_i) où $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ est l'ensemble des joueurs et où X_i et f_i ($i \in N$) sont respectivement l'ensemble des stratégies du joueur i et sa fonction de paiement. Cette dernière est définie sur le produit cartésien des espaces de stratégies de tous les joueurs, $X = X_1 \times \ldots \times X_n$, et prend ses valeurs dans l'ensemble des réels, IR. Pour $X_i \subset IR$, on note $x_i \in X_i$, une stratégie particulière du joueur i et x, le vecteur des stratégies de tous les joueurs. Enfin, x_{-i} est le vecteur des stratégies de tous les joueurs exceptée celle du joueur i : $x_{-i} = (x_1, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n)$. On a donc : $x_{-i} \in X_{-i} = \Pi_{j \neq i} X_j$.

Dans le cadre d'un jeu non coopératif, le joueur i sélectionne une stratégie qui maximise sa fonction de paiement, en considérant comme « données » les stratégies adoptées par les autres joueurs. Pour chaque vecteur $x_{-i} \in X_{-i}$, on note $br_i(x_{-i}) = \arg\max_{xi} f_i(x_i, x_{-i})$, la correspondance de meilleure réponse du joueur i. Celle-ci correspond à l'ensemble des stratégies optimales du joueur i, étant donné x_{-i}. Quand elle est définie de manière univoque, on parle de « fonction » de meilleure réponse plutôt que de correspondance. On définit par ailleurs la correspondance de meilleure réponse « cumulée » comme étant le produit cartésien des correspondances de meilleure réponse individuelles, de sorte que $br(x) = \times_{i \in N} br_i(x_{-i})$. Un élément de $br(x)$ constitue alors une meilleure réponse cumulée, étant donné $x \in X$ (Topkis, 1998, chapitre 4, p. 177).

Une stratégie jointe $x = (x_i, x_{-i})$ est un équilibre du jeu non coopératif si, pour tout joueur i, la relation suivante est vérifiée :

$$f_i(x_i, x_{-i}) \geq f_i(y_i, x_{-i}), \forall x_i \in br_i(x_{-i}), y_i \neq x_i .$$

Autrement dit, un joueur ne peut accroître strictement son paiement si les stratégies adoptées par les autres joueurs restent inchangées.

Etant donné ces notations, on définit à présent les conditions sous lesquelles un jeu non coopératif est un jeu supermodulaire. Chacune de ces conditions est ensuite discutée.

Définition i.3 :

Le jeu sous forme stratégique (N, X_i, f_i) *est un jeu supermodulaire si les espaces de stratégies des joueurs* X_i *sont des ensembles compacts de l'espace Euclidien et si chaque fonction de paiement* $f_i(x_i, x_{-i})$ *est semi-continue supérieurement en* x_i *et présente des différences croissantes en* (x_i, x_j) *pour tout* $i, j \in N$ *et* $i \neq j$.

La première restriction dans cette définition d'un jeu supermodulaire porte sur l'ensemble des stratégies des joueurs. Celle-ci est posée par commodité dans le sens où elle est généralement vérifiée dans les applications de la théorie économique. L'idée essentielle à retenir est que les stratégies accessibles aux joueurs doivent pouvoir être partiellement ordonnées, ce qui est le cas dès lors qu'elles forment un sous-ensemble de l'ensemble des réels.

La deuxième composante de la définition porte sur les fonctions de paiement qui doivent être semi-continues supérieurement. Cette hypothèse permet d'assurer que si une fonction est discontinue, alors elle ne possède que des sauts vers le haut (voir la Figure i.1 pour une illustration). Cette hypothèse combinée à la relation d'ordre sur l'ensemble des stratégies assure que les meilleures réponses des joueurs sont bien définies et atteignent un maximum.

La dernière partie de la définition porte sur la nature des interactions entre les joueurs. Elle requiert que la fonction de paiement de chaque joueur présente des différences croissantes en sa propre stratégie et en la stratégie de chaque rival. Cette hypothèse signifie que les stratégies des joueurs sont des compléments stratégiques : lorsque le joueur *i* accroît le niveau de sa stratégie, le joueur *j* désire faire de même. Cette relation qui est au cœur de la notion de supermodularité signifie aussi que la correspondance (ou fonction) de meilleure réponse de chaque joueur croît de manière monotone avec les stratégies adoptées par les autres. Ce résultat ressort immédiatement de l'application du Théorème i.1 (Topkis, 1979).

Dans l'ensemble, la classe des jeux supermodulaires se distingue des jeux non coopératifs plus généraux dans le sens où les restrictions sur les espaces de stratégies et sur les fonctions de paiement conduisent à des effets de renforcement entre les stratégies des agents : un agent retire une utilité d'autant plus grande de l'accroissement de sa stratégie que les stratégies des autres sont élevées. Ces effets de renforcement sont sous-jacents aux jeux supermodulaires et reposent uniquement sur des ensembles de stratégies ordonnés et sur des meilleures réponses monotones croissantes. Dans l'éventualité où la fonction de paiement du joueur *i* est deux fois continûment différentiable, un jeu non coopératif est un jeu supermodulaire dès lors que les ensembles de stratégies des joueurs sont compacts et que $\partial^2 f_i(x)/\partial x_i \partial x_j \geq 0$ pour tout $i \neq j$; l'hypothèse de semi-continuité supérieure qui assure que les meilleures réponses des joueurs sont bien définies est quant à elle automatiquement vérifiée.

Le paragraphe qui suit aborde la question de l'existence des équilibres de Nash dans les jeux supermodulaires.

2.2 L'ensemble des équilibres : existence et structure d'ordre

Pour établir l'existence d'un équilibre de Nash dans un jeu sous forme stratégique, l'approche traditionnelle recourt au théorème de point fixe de Kakutani. Pour cela, il lui faut imposer certaines conditions sur les ensembles de stratégies et sur les fonctions de paiement de sorte que la correspondance de meilleure réponse d'un joueur soit convexe et semi-continue supérieurement[5]. Dans le cadre des jeux supermodulaires, on emploie une approche alternative qui exploite la monotonie des correspondances de meilleure réponse lorsque les fonctions de paiement des joueurs sont supermodulaires. Il s'agit donc d'établir l'existence des équilibres dans les jeux supermodulaires sous des conditions de régularité relativement faibles. Ces conditions sont également celles sous lesquelles l'ensemble des équilibres possède une structure d'ordre.

Avant toute chose, les résultats qui suivent reposent sur l'équivalence qui existe entre les équilibres d'un jeu non coopératif et les points fixes de la correspondance de meilleure réponse cumulée.

Lemme i.1 (Topkis, 1998, chapitre 4) :
L'ensemble des équilibres d'un jeu non coopératif (N, X_i, f_i) *coïncide avec l'ensemble des points fixes du vecteur des correspondances de meilleure réponse de chaque joueur* $br(x)$ *avec* $x \in X$.

La principale propriété des jeux supermodulaires est qu'ils possèdent toujours des équilibres de Nash en stratégies pures. Cette propriété est une conséquence immédiate du théorème de Topkis selon lequel, pour chaque joueur, la correspondance de meilleure réponse $br_i(\cdot)$ qui

[5] Les conditions qui sont traditionnellement requises sont la quasi-concavité des fonctions de paiement et la convexité des ensembles de stratégies. Sous ces conditions, les meilleures réponses sont à valeurs convexes.

applique le vecteur des décisions des autres joueurs x_{-i} dans l'ensemble des stratégies de meilleure réponse du joueur *i*, possède des sélections extrêmes qui sont monotones croissantes avec la stratégie de chacun des autres joueurs. Il s'ensuit que la correspondance de meilleure réponse cumulée *br(·)*, qui applique le vecteur de toutes les décisions *x* dans l'ensemble des meilleures réponses, possède également des sélections extrêmes monotones croissantes. Le fait que chacune de ces sélections possède un point fixe, lequel est clairement un équilibre de Nash en stratégies pures du jeu, découle directement du théorème de point fixe de Tarski (1955) :

Théorème i.2 (Tarsky, 1955) :
Si S est un intervalle compact et non vide de l'espace Euclidien et $f : S \to S$ *une fonction croissante (* $f(x) \leq f(y)$ *si* $x \leq y$ *), alors f possède un point fixe dans S.*

Pour avoir une intuition de ce théorème de point fixe, considérons le cas unidimensionnel où *S* = [0, 1] et illustré par la Figure i.1. La fonction *f* en question ne possède pas de point fixe si elle « saute » de la zone au dessus de la première diagonale à celle en dessous de cette même diagonale sans la couper. Or une fonction croissante ne peut avoir de saut vers le bas. L'intuition est la même dans le cas multidimensionnel tant qu'aucune composante de *f(x)* n'a de saut vers le bas quand une composante quelconque de *x* augmente.

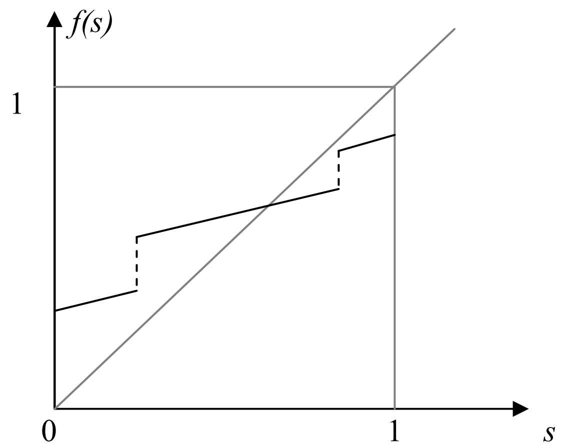

Figure i.1. Illustration du théorème de Tarski (1955) pour *S* = [0, 1].

Le théorème de Tarski est particulièrement pertinent dans le cadre des jeux supermodulaires dans le sens où les sélections extrêmes dans l'ensemble des stratégies optimales sont non décroissantes. Sur le plan formel, soient $\underline{br}_i(x_{-i})$ et $\overline{br}_i(x_{-i})$ respectivement, le plus petit et le plus grand élément de $br_i(x_{-i})$. Selon le théorème de Topkis, chacun d'eux existe et est une fonction croissante en x_{-i}. En appliquant le Théorème i.2 au vecteur des éléments minimum de la correspondance de meilleure réponse individuelle $\underline{br}(x) \subset X$, on établit l'existence d'un plus petit élément dans l'ensemble des équilibres de Nash. Pour établir l'existence d'un plus grand élément dans ce même ensemble, on procède au même raisonnement avec $\overline{br}(x)$.

Un avantage majeur de cette approche est qu'elle permet d'assurer la monotonie des correspondances de meilleure réponse sans qu'il soit nécessaire de recourir à l'hypothèse de concavité des fonctions de paiement. Car toute meilleure réponse d'un joueur est croissante avec la stratégie de ses rivaux dès lors que sa fonction de paiement est semi-continue supérieurement et qu'elle présente des différences croissantes. Dans cette alternative, les stratégies de meilleure réponse des joueurs peuvent présenter des discontinuités. L'hypothèse de semi-continuité supérieure des fonctions de paiement permet alors d'assurer que si la correspondance de meilleure réponse présente des sauts, il ne peut s'agir que de sauts vers le haut mais jamais vers le bas. L'application du théorème de Tarski (1955) permet ensuite de garantir l'existence d'un ou de plusieurs points fixes.

En plus de la monotonie des solutions optimales, la supermodularité des fonctions de paiement génère aussi une propriété d'ordre sur l'ensemble de ces solutions, celle-ci se répercutant sur les préférences des joueurs. Le théorème qui suit expose ces préférences pour un équilibre plutôt qu'un autre, celles-ci étant fonction de la nature des externalités induites par le comportement des joueurs dans le jeu.

Théorème i.3 (Milgrom, Roberts, 1990b) :

Supposons $\underline{x}^*$ et $\overline{x}^*$ le plus petit et le plus grand élément d'équilibre dans l'ensemble des stratégies X et supposons deux équilibres y et z tel que $y \geq z$. Dès lors, si (1) $f_i(\underline{x}_i, x_{-i})$ est croissant en x_{-i} alors $f_i(y) \geq f_i(z)$; si (2) $f_i(\underline{x}_i, x_{-i})$ est décroissant en x_{-i} alors $f_i(y) \leq f_i(z)$. De plus, si la condition (1) est vraie pour un sous-ensemble de joueurs N_1 tandis que la condition (2) est vérifiée pour les autres $N \backslash N_1$, alors le plus grand équilibre est celui qui est préféré par les joueurs de N_1 et le moins apprécié par les joueurs restants. A contrario, le plus petit équilibre est le moins apprécié par les joueurs de N_1 et l'équilibre préféré par les joueurs restants.

Dans un jeu supermodulaire, les paiements associés au plus grand et au plus petit équilibre constituent des frontières de l'ensemble des paiements d'équilibre pour chaque joueur. Si le paiement d'un joueur est croissant avec le niveau des choix stratégiques fait par les autres (le jeu est à externalité positive), alors le plus grand équilibre du jeu correspond à l'équilibre Pareto préféré, dans le sens où il conduit au paiement d'équilibre le plus élevé pour tous les joueurs. A l'inverse, le plus petit équilibre est celui qui est le Pareto moins préféré, dans le sens où il génère le paiement d'équilibre le plus faible pour tous les joueurs.

De la même façon, quand le paiement des joueurs est décroissant avec le niveau des stratégies adopté par les autres joueurs (le jeu est à externalité négative), on trouve le résultat inverse. L'équilibre Pareto préféré est le plus petit équilibre, tandis que le Pareto moins préféré est le plus grand équilibre. Enfin, si pour certains joueurs, les paiements sont croissants avec la stratégie des rivaux et pour d'autres, ils sont décroissants, alors l'équilibre préféré est le plus grand pour les premiers et le plus petit pour les seconds.

Milgrom et Roberts (1990b) soulignent par ailleurs qu'en présence d'externalités, l'équilibre Pareto préféré n'est pas l'équilibre Pareto optimal, c'est-à-dire du point de vue de l'ensemble des joueurs. Ainsi, dans un jeu à externalité positive, si $\bar{x}^*$ est strictement inférieur à la borne supérieure de l'ensemble des stratégies X, alors il existe un profil de stratégies Pareto optimal, dans lequel chaque joueur adopte une stratégie plus élevée. Celui-ci ne constitue pas pour autant un équilibre. La même remarque tient pour les jeux présentant des externalités négatives. Dans ce contexte, l'équilibre Pareto préféré ne coïncide pas avec la solution Pareto optimale pour laquelle les joueurs adoptent une stratégie encore plus faible.

2.3 Propriétés paramétriques des points d'équilibre

Dans les divers cadres de la théorie économique il est intéressant de connaître la façon dont se comporte un équilibre face à une modification de l'environnement du jeu. Une propriété importante des jeux supermodulaires est que l'on peut aisément définir des résultats de statique comparative robustes sur l'ensemble des équilibres, dans la mesure où ces derniers évoluent de manière monotone. Dans ce cas, le théorème de Topkis n'est pas directement applicable et on recourt à un second théorème de Milgrom, Roberts (1990b). Celui-ci établit la façon dont se déplacent les équilibres suite à une modification des paramètres qui caractérisent la fonction de paiement des joueurs.

Un jeu supermodulaire (N, X_i, f_i) est indicé par t si, pour tout i, la fonction de paiement d'un joueur est telle que $f_i(x_i, x_{-i}, t)$ avec $t \in T$, où T est un ensemble partiellement ordonné.

Théorème i.4 (Milgrom, Roberts, 1990b) :
Si pour tout $t \in T$, où T est un ensemble partiellement ordonné, le jeu est supermodulaire et si $f_i(x_i, x_{-i}, t)$ présente des différences croissantes en (x_i, t) pour chaque x_{-i} , alors le plus grand et le plus petit équilibre du jeu sont des fonctions croissantes en t.

L'intuition derrière ce résultat est la suivante : selon le théorème de Topkis, chaque correspondance de meilleure réponse est croissante en x_{-i} ; l'impact du Théorème i.4 est alors tel que, quand le paramètre t augmente, la correspondance de meilleure réponse du joueur i étant donné x_{-i}, se déplace vers le haut. Il s'ensuit que le plus grand et le plus petit équilibre croissent tous les deux (voir la Figure i.2 pour une illustration dans le cas d'une fonction définie sur l'intervalle [0, 1]).

L'accroissement, pour chaque joueur, de sa plus grande et de sa plus petite stratégie d'équilibre est en fait lié à la combinaison de deux effets :

i) Un effet direct qui traduit la réaction de la stratégie d'un joueur suite à l'augmentation du paramètre. Cet effet est lié à l'hypothèse de différences croissantes en (x_i, t) des fonctions de paiement.

ii) Un effet indirect qui traduit la réaction d'un joueur suite à l'augmentation directe des stratégies de tous les autres joueurs. Cet effet est quant à lui lié à l'hypothèse de différences croissantes en (x_i, x_{-i}).

Dans le contexte considéré, il est aisé de tirer des conclusions de statique comparative car les deux effets vont dans le même sens. Il est important de noter que lorsque le paramètre varie, le nombre d'équilibres peut changer. Cependant, le plus grand et le plus petit équilibre restent croissants avec le paramètre.

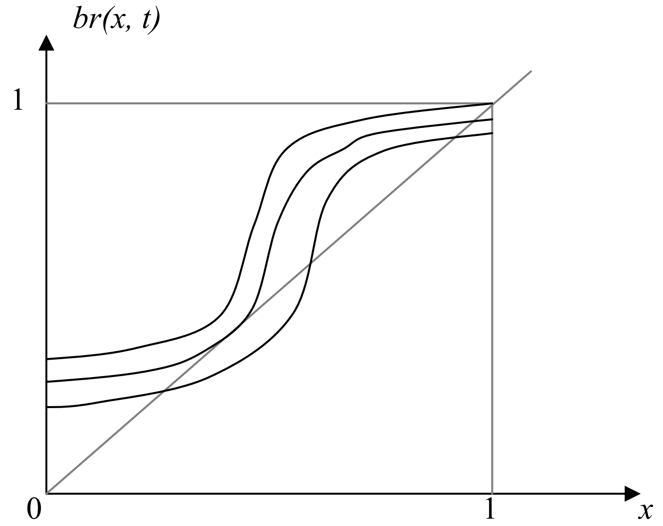

Figure i.2. Déplacement vers le haut de la fonction de meilleure réponse quand le paramètre t croît.

On peut faire trois remarques supplémentaires concernant les propriétés paramétriques des équilibres d'un jeu supermodulaire :

i) Si $f_i(x_i, x_{-i}, t)$ présente des différences strictement croissantes en (x_i, t) pour chaque x_{-i}, alors toutes les sélections de la correspondance de meilleure réponse sont croissantes en t ; si $f_i(x_i, x_{-i}, t)$ est strictement supermodulaire en x pour tout $t \in T$, alors l'ensemble des correspondances de meilleure réponse est ordonné pour tout t. Enfin, quand les fonctions de paiement sont différentiables, les équilibres extrêmes sont croissants avec le paramètre dès que $\partial^2 f_i / \partial x_i \partial t \geq 0$ pour tout i.

ii) On peut aussi établir des conclusions de statique comparative lorsque $f_i(x_i, x_{-i}, t)$ est supermodulaire en x mais présente des différences décroissantes en (x_i, t) pour chaque x_{-i}. Sous ces conditions et si les ensembles de stratégies des joueurs sont décroissants avec le paramètre, alors les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse sont décroissantes en t (Vives, 1999, chapitre 2). Dans le cadre des jeux différentiables, les équilibres extrêmes sont (strictement) décroissants en t dès lors que $\partial^2 f_i / \partial x_i \partial t \leq (<)\ 0$ pour tout i.

iii) Les théorèmes d'existence des équilibres pour les jeux supermodulaires n'imposent pas que les solutions soient intérieures. Au lieu de cela, ils requièrent que l'ensemble des stratégies accessibles aux joueurs soit ascendant. En l'absence de paramètre, cette condition est toujours vérifiée, dans le sens où un jeu est supermodulaire si les fonctions de paiement de tous les joueurs possèdent les mêmes propriétés. Avec l'introduction d'un paramètre, il faut vérifier que l'ensemble des stratégies accessibles est un ensemble non vide et compact pour tout $t \in T$, qui est croissant avec le paramètre *t*. Cette propriété assure que si une solution se situe en partie sur la frontière de l'ensemble des stratégies pour certaines valeurs du paramètre, alors elle hérite de la propriété de monotonie de l'ensemble et ce, même si elle va et vient entre l'intérieur de l'ensemble et sa frontière.

3. Résultats d'existence pour des stratégies de meilleure réponse décroissantes

La classe des jeux supermodulaires est particulièrement intéressante dans la mesure où elle possède toujours des équilibres de Nash en stratégies pures, en plus d'autres propriétés générales. Cette classe de jeux élargit donc de manière substantielle la portée des applications en théorie des jeux non coopératifs, en particulier parce qu'elle dispense de certaines hypothèses. L'objet de cette section est de voir dans quelle mesure les résultats établis pour les jeux présentant des complémentarités stratégiques peuvent être étendus aux jeux présentant des substituabilités stratégiques.

Avant toute chose, la définition d'un jeu « sousmodulaire » est analogue à celle d'un jeu supermodulaire excepté que les fonctions de paiement des joueurs présentent des différences *décroissantes* au lieu de différences croissantes. Ainsi, si les espaces de stratégies sont des intervalles compacts de l'ensemble des réels et que les fonctions de paiement présentent des différences décroissantes en (x_i, x_{-i}), les correspondances de meilleure réponse dans un jeu sousmodulaire sont décroissantes (Amir, 2005). Dans les termes de Bulow, Geanakoplos, Klemperer (1985), les jeux supermodulaires et sousmodulaires correspondent aux jeux respectivement avec complémentarités stratégiques et substituabilités stratégiques.

A l'instar des jeux supermodulaires, même si on parvient à établir que les correspondances de meilleure réponse dans un jeu sousmodulaire sont décroissantes avec la stratégie des autres joueurs, il n'existe pas de théorème d'existence d'un point fixe similaire à celui de Tarski pour les fonctions décroissantes : quand les stratégies des joueurs sont substituables, le jeu ne possède pas forcément d'équilibre en stratégies pures. Il existe néanmoins des exceptions. La première concerne les jeux à deux joueurs et la seconde, les jeux symétriques où la stratégie d'un joueur ne dépend que de la stratégie agrégée de tous les autres joueurs. Ces deux cas sont abordés tour à tour.

Dans le cadre des jeux à deux joueurs et lorsque les meilleures réponses sont décroissantes, l'existence d'un équilibre en stratégies pures est garantie en recourant au même type d'argument que dans le cadre des jeux supermodulaires. L'idée consiste à considérer l'opposé de la stratégie de l'un des deux joueurs (Amir, 2005). Par exemple pour le joueur 2, on considère $-x_2$ au lieu de x_2. Le jeu sousmodulaire devient alors un jeu supermodulaire car les différences décroissantes en (x_1, x_2) deviennent des différences croissantes en $(x_1, -x_2)$. Vives (1990) recourt a un argument alternatif pour établir le même résultat : dans la mesure où les courbes de meilleure réponse extrêmes dans un jeu sousmodulaire sont décroissantes pour les deux joueurs, alors la fonction composée de ses deux courbes décroissantes est croissante. Par le théorème de Tarski, cette dernière possède alors un point fixe qui correspond à l'équilibre de Nash du jeu. Quelle que soit l'approche utilisée, celle-ci n'est pas généralisable aux jeux à plus de deux joueurs.

Le second cas qu'il convient de considérer est celui où la meilleure réponse d'un joueur ne dépend que de la stratégie agrégée des autres joueurs. Cette approche exige cependant que les joueurs soient symétriques et que les ensembles de stratégies soient unidimensionnels. Il est alors possible de définir les conditions d'existence d'un équilibre de Nash en stratégies pures dans un tel jeu et ce, quel que soit le nombre de joueurs. Pour cela, on recourt à une procédure d'agrégation dont Selten (1970) est à l'origine. Il s'agit ensuite d'appliquer le théorème de point fixe de Tarski (1955) au vecteur des meilleures réponses modifié de manière appropriée. L'intérêt de recourir à cette approche est qu'on peut alors utiliser directement les résultats de statique comparative établis dans le cadre des jeux supermodulaires.

La procédure d'agrégation est la suivante. Considérons un jeu où les espaces de stratégies sont des intervalles compacts de *IR*, où les fonctions de paiements sont semi-continues supérieurement et où le paiement du joueur *i* dépend de sa propre stratégie x_i et de la stratégie agrégée de tous les autres $x_{-i} = \sum_{j \neq i} x_j$. Dans le cas où la meilleure réponse de chaque joueur $br_i(x_{-i})$ est strictement décroissante avec la stratégie agrégée des autres, l'idée de Selten est de considérer la correspondance de meilleure réponse cumulée. Celle-ci donne la stratégie agrégée optimale pour un joueur $\hat{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i$ qui est cohérente avec un certain niveau de la stratégie agrégée des autres $\hat{x}_{-i}$. Ce jeu possède alors un équilibre de Nash si la fonction de paiement de chaque joueur présente des différences croissantes en $(\hat{x}, \hat{x}_{-i})$. Sous cette condition, $\hat{x} = br_i(\hat{x}_{-i}) + \hat{x}_{-i}$ est croissant en $\hat{x}_{-i}$ et on peut donc lui appliquer le théorème de point fixe de Tarski : la correspondance de meilleure réponse cumulée possède un point fixe qui est un équilibre de Nash du jeu.

Pour cette seconde classe de jeux, on peut faire les deux remarques suivantes :

i) Les conditions sous lesquelles $\hat{x} = br_i(\hat{x}_{-i}) + \hat{x}_{-i}$ est croissant en $\hat{x}_{-i}$ sont aussi celles sous lesquelles les correspondances de meilleure réponse individuelles $br_i(\hat{x}_{-i})$ sont bornées inférieurement par -1.

ii) Quand $br_i(\hat{x}_{-i})$ est borné inférieurement par -1, il ne peut exister que des équilibres symétriques. La raison en est que pour tout niveau d'action agrégée $\hat{x}$, il existe une unique meilleure réponse cumulée $br(\hat{x})$ qui est identique pour tous les joueurs, étant donné leur symétrie (Vives, 1999, chapitre 2, p. 43).

Dans le cadre plus général des jeux sousmodulaires, un dernier point peut parfois être utile concernant la comparaison des points d'équilibre (quand ils existent), suite à la modification d'un paramètre exogène. Un argument alternatif dû à Milgrom, Roberts (1994) permet d'établir des résultats de statique comparative pour les modèles où les équilibres sont solution de l'équation $f(x, t) = 0$. Ces auteurs montrent que si f est croissante en t et faiblement continue en x, alors le plus grand point fixe de $f(x, t) = 0$ est croissant en t. Ce résultat fournit donc des conclusions identiques au Théorème i.4 pour une autre classe de modèles.

On peut résumer les principaux arguments d'existence d'un équilibre de Nash en stratégies pures dans un jeu (sans requérir la quasi-concavité des paiements et pour des conditions relativement faibles sur les ensembles de stratégies) de la façon suivante :

1) Dans les jeux supermodulaires (pour lesquels les stratégies de meilleure réponse sont croissantes), l'existence est garantie et l'ensemble des équilibres possède une structure d'ordre : il existe en particulier un plus grand et un plus petit équilibre. Les principaux outils sont le théorème de monotonie de Topkis et le théorème de point fixe de Tarski (Théorèmes i.1 et i.2).

2) Quand les stratégies de meilleure réponse sont décroissantes, l'existence est garantie dans le cadre des jeux à deux joueurs mais pas en général. Dans le cas particulier d'ensembles de stratégies unidimensionnels où la meilleure réponse d'un joueur dépend uniquement de la stratégie agrégée des autres, on peut toutefois démontrer l'existence d'un équilibre, quel que soit le nombre de joueurs considéré.

Dans tous les cas, les résultats d'existence reposent sur les propriétés de monotonie des stratégies de meilleure réponse qui elles-mêmes découlent des propriétés de supermodularité ou de sousmodularité des fonctions de paiement.

PARTIE 1

UNE TYPOLOGIE DES COMPORTEMENTS STRATEGIQUES DES ETATS FACE AU PROBLEME DE L'ACCUMULATION DES EMISSIONS DE GAZ A EFFET DE SERRE DANS L'ATMOSPHERE

Depuis le Protocole de Montréal (1987) qui a abouti à un accord significatif concernant la réduction, puis la suppression du recours aux CFC (chlorofluorocarbones), le changement climatique fait partie des problèmes environnementaux qui suscitent le plus d'intérêt. Selon une grande majorité de scientifiques, le réchauffement de la planète est attribué à un effet de serre additionnel, dû aux rejets de gaz à effet de serre (GES) produits par les activités humaines. En dépit du fait qu'il existe encore des controverses quant aux causes, aux conséquences et aux moyens dont disposent les pays pour réagir face à ce phénomène, il est clair que les activités économiques de consommation et de production de l'ensemble des pays se traduisent par un accroissement des concentrations de GES dans l'atmosphère.

Avec la multiplication des phénomènes climatiques extrêmes, la question de l'accumulation des GES dans l'atmosphère constitue un enjeu majeur de par son caractère global. On entend par là que les émissions sont telles qu'elles ont un impact négatif non seulement sur le pays qui en est à l'origine, mais également sur tous les autres. Ces externalités prennent alors la forme de dommages environnementaux qui sont fonction des émissions cumulées de tous les acteurs : même si les Etats mettent en place des politiques nationales de réduction de leurs émissions polluantes, l'impact de chacun d'eux reste en général marginal au regard des émissions agrégées de tous les pays. Il résulte donc de ce problème une forte interdépendance entre les acteurs, celle-ci se traduisant par l'apparition de considérations stratégiques. La première incitation est celle qui consiste pour un pays à laisser les autres se soucier de la qualité de l'environnement, sans qu'il y prenne part lui-même.

Au delà du caractère global du problème et de la nature de bien public de l'environnement, l'apparition de comportements stratégiques de la part des Etats est aussi liée à leur interconnexion croissante sur le plan de leurs activités économiques. Cette interdépendance entre les pays se traduit dès lors au niveau de leurs politiques économiques. Par exemple, la mise en œuvre d'une politique environnementale par l'un d'eux peut potentiellement avoir des répercussions sur la compétitivité internationale de certains secteurs de son économie. De nombreux travaux, à la fois empiriques et théoriques, ont ainsi été menés sur la mise en place de politiques de taxation des énergies fossiles, sur le renchérissement des coûts énergétiques de production, ainsi que sur les pertes potentielles de parts de marché pour certains secteurs d'activités, au profit d'entreprises moins contraintes (Golombek, Hagem, Hoel, 1994 ; Ulph, Valentini, 1997 ; Venables, 1999 ; Wang, Winters, 2001). Ces travaux mettent en particulier en exergue l'existence, au plan national, d'un arbitrage entre compétitivité des entreprises et protection de l'environnement. Ainsi, si un gouvernement est davantage soucieux de sa compétitivité, il peut être amené à fixer des mesures plus laxistes que ce qui serait souhaitable, de façon à ne pas désavantager ses entreprises nationales par rapport à leurs concurrentes étrangères. Il existe également un argument contraire selon lequel un gouvernement peut faire le choix d'une politique environnementale plus contraignante que nécessaire, notamment pour promouvoir le développement de technologies plus respectueuses de l'environnement et ainsi, faire en sorte que ses entreprises disposent d'un avantage concurrentiel par rapport à leurs rivales (Ulph, 2001, p. 1). Quel que soit le point de vue adopté, ces aspects stratégiques sont particulièrement importants dans le cadre du contrôle des pollutions internationales car il n'existe pas, à ce niveau, d'autorité de régulation des politiques environnementales nationales.

Au regard de ces faits, la littérature théorique sur les problèmes environnementaux globaux a essentiellement considéré, jusque là, que les stratégies des pays, en termes de politiques de réduction de leurs émissions, étaient plutôt *substituables*. La principale conséquence de ce postulat est que la mise en œuvre d'une politique environnementale unilatérale plus contraignante par un Etat conduit généralement à un accroissement des émissions dans les autres pays. Pire, en fonction de la force de ces interactions, il existe également des circonstances dans lesquelles une telle politique conduit à une aggravation du problème : une politique plus contraignante peut générer une augmentation du niveau global des émissions (Hoel, 1997) ! Dans l'ensemble, cette relation de substituabilité entre les stratégies des pays a également servi à justifier l'idée que la lutte contre le changement climatique ne pouvait se faire qu'à l'échelle d'un ensemble de pays.

Sans remettre en cause ce point de vue, il est primordial de souligner que la libéralisation des échanges ne s'est pas uniquement traduite par une exacerbation de la concurrence entre les pays ou d'une marginalisation de ces derniers sur le plan de leurs politiques économiques. La libéralisation des échanges a aussi pris la forme d'une diffusion, par delà les frontières politiques des Etats, des technologies, des procédés de production ainsi que des modes de consommation, avec toutes ses conséquences en termes d'atteintes à l'environnement. A travers une intégration économique grandissante, on a pu assister par ailleurs à une certaine spécialisation des pays par secteurs d'activités, leur permettant ainsi d'accéder à des économies d'échelle. Au delà de leurs actions de politique économique, les pays sont devenus des partenaires commerciaux, dont les activités sont corrélées positivement.

L'objet de cette partie est de compléter l'approche adoptée jusque là dans la littérature sur les problèmes environnementaux globaux en prenant en considération l'existence d'effet de *renforcement* entre les stratégies des pays. Ce nouvel aspect des relations internationales se traduit alors par l'idée que les stratégies des pays sont *complémentaires*. Dans ce contexte, un pays retire une utilité d'autant plus grande de l'accroissement de ses propres émissions que les émissions des autres pays sont importantes. Les conséquences d'un tel postulat en termes de dégradation de l'environnement diffèrent donc radicalement de celles mises en évidence dans le cadre de stratégies substituables.

Le jeu sur lequel on s'appuie – le « jeu des émissions globales » – permet de modéliser de manière simple le comportement des Etats quant à leur politique respective de contrôle des émissions de GES. Il traduit l'idée selon laquelle un pays retire un certain bénéfice des émissions rattachées à ses activités économiques mais il pâtit, dans le même temps, de la détérioration de l'environnement qui résulte de ces émissions. Par ailleurs, alors que les bénéfices ont un caractère privé, c'est-à-dire qu'ils sont propres à chaque pays, les dommages, quant à eux, sont liés aux émissions agrégées de *tous* les pays. La différence entre les deux permet de définir une sorte de fonction de bien-être pour chaque pays. Celle-ci décrit le bénéfice net que chaque Etat retire de ses émissions. C'est sur cette fonction que repose par la suite la détermination des niveaux d'émissions individuels et globaux d'équilibre et qui résultent de l'interaction d'un ensemble de pays.

Ce cadre qui sert de référence constitue généralement la base d'un jeu plus complexe dont l'objet est de voir dans quelle mesure il est possible de stabiliser ou de réduire les émissions polluantes au niveau international. Dit autrement, ce second jeu est à l'origine de l'analyse de la coopération internationale qui est susceptible d'émerger quand des pays souverains font face à un problème environnemental dont le caractère est global. Pour notre part, on repousse cette question qui est traitée dans la seconde partie de cette thèse. La définition du jeu des émissions globales, étant donné sa simplicité, a trop longtemps été mise de côté, les modèles retenant toujours le même type d'hypothèses *ad hoc*. On peut cependant citer un travail de Finus (2001, chapitre 9) qui s'écarte quel que peu de cette approche et discute les équilibres du jeu en changeant à la marge les hypothèses traditionnellement retenues. Le recours à la classe des jeux supermodulaires nous permet, pour notre part, non seulement de généraliser les résultats existants dans la littérature mais aussi de mettre en évidence de nouveaux équilibres. En d'autres termes, cette approche conduit à un élargissement du cadre jusque là exploité par la théorie économique. Il ressort précisément de notre analyse une typologie des comportements stratégiques des pays qui repose sur la nature de leurs interactions.

L'analyse menée dans le chapitre 1 s'inscrit dans le cadre de la théorie des jeux non coopératifs. Elle cherche à faire le tour des interactions stratégiques qui sont susceptibles d'émerger quand les pays sont confrontés à de fortes externalités environnementales. Dans un contexte de laisser-faire, les propositions que l'on retire du jeu des émissions globales mettent en lumière l'évolution du problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère pour chaque type de comportement stratégique susceptible d'émerger de l'interconnexion des pays sur les marchés mondiaux. On montre en particulier que la nature des interactions conditionne les niveaux d'émissions individuels et globaux d'équilibre, ainsi que leur évolution par rapport aux paramètres exogènes du modèle – à savoir le nombre de pays concernés par le problème environnemental et la perception qu'ils ont du problème environnemental. Dans un contexte de fortes interdépendances des pays sur le plan de leurs relations commerciales, les résultats obtenus relatent en quelque sorte des impacts potentiels de la libéralisation des échanges sur l'environnement. Il ressort également de cette première analyse que la solution qui s'impose dans un contexte de laisser-faire diffère toujours de celle qui serait optimale du point de vue de l'ensemble des pays. De façon plus précise, les niveaux d'émissions qui se fixent à l'équilibre de la situation de *statu quo* sont trop élevés pour une fourniture optimale du bien public « environnement », celle-ci requérant une diminution des émissions de la part de tous les pays.

Dans la mesure où le problème considéré ne suggère pas en lui même une séquence des décisions particulière, on considère dans un premier temps que les pays déterminent leur niveau d'émissions *simultanément*. Il existe cependant dans la littérature une approche alternative dans laquelle les pays prennent leur décision de manière *séquentielle* avec un ordre prédéfini ex ante. Ce genre de considération se limite généralement au cadre des jeux à deux pays, celui qui choisit en premier disposant d'une information plus large. Cette hypothèse est difficilement justifiable et cette approche est régulièrement critiquée quand les pays sont *a priori* identiques. Il s'avère néanmoins que les hypothèses retenues sur la séquence des décisions ne sont pas sans conséquence sur les stratégies adoptées par les agents et influencent directement les équilibres du jeu. L'analyse menée dans le chapitre 2 fournit les circonstances dans lesquelles l'une ou l'autre approche est justifiée. Les propositions établies montrent entre autres que sous certaines hypothèses, le concept d'équilibre du jeu séquentiel est plus « approprié » que celui du jeu simultané. On dit qu'il est plus approprié dans le sens où il résulte du choix des pays. Ainsi, dans un contexte où les pays sont interdépendants, l'un d'eux peut s'imposer en *leader* dans sa politique de réduction de ses émissions. Encore une fois, la nature des interactions joue pour beaucoup dans l'établissement de ces résultats. Celle-ci influence non seulement les niveaux d'émissions d'équilibre qui émergent dans le jeu des émissions globales, mais aussi l'ordre dans lequel les pays prennent leur décision quand on leur offre la possibilité de choisir. Le cadre de cette analyse est cependant restreint au cas de deux pays.

Pour résumer les points traités dans cette partie, on détermine tout d'abord l'ensemble des équilibres du jeu des émissions globales en s'appuyant principalement sur les théorèmes de la classe des jeux supermodulaires. Dans ce cas, tous les pays sont supposés prendre leur décision en même temps. On revient ensuite sur cette dernière hypothèse dans le cadre restreint du jeu des émissions globales à deux pays. Les propositions établies dans ce contexte permettent d'apporter un éclaircissement sur la controverse liée au concept d'équilibre de Stackelberg relativement à celui de Cournot-Nash dans le cadre des problèmes environnementaux globaux. De nouveau, nos résultats reposent pour une grande part sur les théorèmes exposés dans la préface mathématique.

CHAPITRE 1

LE JEU DES EMISSIONS GLOBALES :

DE L'IMPACT DES INTERACTIONS STRATEGIQUES SUR L'EXISTENCE ET LES PROPRIETES DES SOLUTIONS D'EQUILIBRE

Il existe dans le cadre de la théorie des jeux non coopératifs deux approches alternatives qui permettent de considérer le problème de l'accumulation des gaz à effet de serre (GES) dans l'atmosphère. La différence entre les deux vient du choix de la variable stratégique conférée aux agents économiques que sont les pays. A travers la mise en œuvre de politiques environnementales nationales, il est tout d'abord possible d'examiner dans la lignée de Barrett (1994), le cas où les pays choisissent un certain niveau de réduction de leurs émissions polluantes. Dans ce contexte et en l'absence de toute coordination des politiques nationales, les pays qui maximisent leur propre paiement déterminent le niveau d'effort qu'ils sont prêts à consentir étant donné celui consenti par les autres pays. La seconde alternative s'inscrit dans la lignée de Carraro, Sinicalco (1993) et étudie le cas où les pays déterminent directement leur niveau d'émissions étant donné leurs anticipations sur le niveau des émissions adopté par les autres pays. Au delà de la nature des externalités induites par le comportement des pays dans l'un et l'autre modèles, Diamantoudi et al. (2006) montrent que ces deux approches sont strictement équivalentes. En effet, par définition, un effort de *dépollution* constitue bien une réduction des émissions pour un pays. La raison pour laquelle nous avons opté pour le jeu en émissions est qu'une politique de réduction des émissions n'a de sens que si un certain niveau d'émissions préexiste. En d'autres termes, une telle politique est nécessairement contrainte par l'existence d'un niveau de pollution maximum. En conséquence, la définition de la capacité maximale de réduction des émissions polluantes pour un pays requiert un détour par le jeu en émissions[1].

L'ensemble des propositions établies dans ce chapitre repose donc sur le jeu en émissions, connu dans la littérature sous le nom de « jeu des émissions globales ». Notre analyse de ce jeu s'inscrit dans un contexte de fortes interactions stratégiques, dans le sens où le paiement des pays ne dépend pas uniquement de leur propre stratégie mais aussi des actions entreprises par les autres et où, en principe, il n'existe pas de tierce partie capable d'orienter le choix de ces agents. Dans un cadre purement non coopératif, chaque pays détermine alors le niveau de ses émissions qui maximise son paiement individuel étant donné le comportement adopté par les autres. Bien que l'intérêt de recourir à la théorie des jeux soit reconnu dans un cadre de fortes interdépendances, la nature des interactions entre les agents est généralement postulée *a priori*, mais rarement discutée (Carraro, Siniscalco, 1994). Or, son impact sur les conditions d'existence et les propriétés des solutions d'équilibre s'avère primordial.

Dans cette perspective, on peut postuler que les stratégies des pays sont soit des substituts stratégiques, soit des compléments stratégiques. La première alternative (la plus fréquente dans la littérature) est généralement justifiée par l'existence d'un phénomène de fuites de carbone[2] venant exacerber le problème de passager clandestin. Il est possible alors d'étudier l'impact de l'ampleur de ce phénomène sur la mise en œuvre de politiques environnementales par les Etats, les deux cas polaires étant celui où les stratégies des pays sont indépendantes et celui où elles sont parfaitement substituables. A contrario, la seconde alternative peut être motivée à partir du modèle de Copeland, Taylor (2005)[3]. Reconnaissant l'interconnexion croissante des pays sur le plan de leurs échanges commerciaux, les auteurs en question établissent l'existence d'effets de substitution et de revenu liés à la demande d'une certaine qualité de l'environnement. Ils montrent alors que ces effets viennent contrebalancer les effets

[1] Cette contrainte qui n'a pas toujours été prise en compte dans la littérature a conduit à des conclusions erronées (Diamantoudi et al., 2006).

[2] L'idée sous-jacente est que les choix de production et donc de pollution des pays sont interconnectés par le biais des marchés énergétiques. La réduction des émissions par un pays se traduit alors par un ajustement à la baisse du prix des énergies fossiles, ce qui incite les autres pays à accroître leurs propres émissions.

[3] Ce modèle montre que les arguments traditionnels qui fondent la nature des interactions entre les pays n'ont été que partiellement pris en considération ou ne sont valides que dans le cadre d'économies en autarcie.

de substitution et de revenu liés au phénomène de fuites de carbone et mettent en perspective les conditions d'existence d'une forme de complémentarité entre les stratégies des pays.

Dans le cadre du jeu des émissions globales, notre analyse met en lumière les différentes conséquences de l'une ou l'autre hypothèse sur les comportements d'équilibre des pays en l'absence de toute forme de coopération entre ces derniers. En considérant un jeu à N pays symétriques, où chacun détermine le niveau de ses activités étant donné celui des autres, on montre que le problème peut devenir particulièrement sérieux quand il existe une certaine forme de complémentarité entre les stratégies des pays. Dans cette éventualité, les effets de renforcement entre les politiques des Etats sont tels que chacun choisit un niveau d'émissions d'autant plus élevé que celui des autres est important. Une partie de l'analyse consiste en outre à étudier l'impact du nombre de pays en interaction. Même s'il est communément admis que ce dernier tend à exacerber le problème en question, on verra que cette assertion n'est pas toujours vérifiée. Enfin, la perception que les pays ont des dommages environnementaux joue aussi un rôle sur la fixation de leurs niveaux d'émissions d'équilibre. Quelles que soient les circonstances, il s'avère que les niveaux d'émissions individuels et globaux sont toujours trop élevés par rapport à la solution qui serait optimale du point de vue de l'ensemble des pays. Au delà de ce résultat qui est classique, on s'intéressera plus particulièrement à l'évolution de la distance entre les deux solutions relativement au nombre de pays concernés par le problème environnemental.

L'originalité de ce travail repose en partie sur le recours à la théorie des jeux supermodulaires. Cette théorie introduite par Topkis (1978) et développée ultérieurement par Vives (1990), Milgrom, Roberts (1990) et Milgrom, Shannon (1994), fournit à l'origine un cadre d'analyse pour les jeux présentant des *complémentarités stratégiques*. La principale propriété de ces derniers est qu'ils possèdent des courbes de réaction monotones et croissantes, ce qui permet d'assurer en permanence l'existence d'au moins un équilibre de Nash en stratégies pures. Par ailleurs, cette méthodologie repose sur des hypothèses minimales au regard de celles imposées par l'approche classique fondée sur le théorème de la fonction implicite. L'intérêt de recourir à une telle approche n'est pas simplement d'établir l'existence d'un équilibre sans requérir la quasi-concavité des fonctions de paiement des agents. Il s'agit plutôt de faire en sorte que l'ensemble des équilibres dispose de certaines propriétés d'ordre, telles que l'existence d'un « plus grand » et d'un « plus petit » équilibre. Enfin, la monotonie des solutions d'équilibre permet aussi d'établir des résultats de statique comparative monotone. De la sorte, on parvient à définir aisément le sens d'évolution des solutions d'équilibre suite à un changement des paramètres exogènes du modèle.

Sur un plan plus technique, une transformation monotone de la fonction-objectif des pays nous permet de vérifier les conditions du théorème de Topkis de manière plus large, tout en conservant les propriétés de l'ensemble des solutions optimales. En adoptant cette démarche, on parvient non seulement à mettre en évidence de nouveaux équilibres, ces derniers résultant d'une application stricto sensu de la théorie ; mais aussi à généraliser les résultats existants dans la littérature et pour lesquels les stratégies des pays sont *faiblement substituables*. Dès lors que le jeu rassemble plus de deux pays, cette transformation repose sur le fait que le paiement de chacun ne dépend que de la stratégie *agrégée* de tous les pays[4].

La fonction-objectif sur laquelle se fonde l'ensemble des propositions conserve la même forme générale tout au long de notre exposé et pour tous les types de comportement que l'on peut prêter aux pays. D'un point de vue formel, l'analyse repose sur le signe de la dérivée seconde croisée de la fonction de paiement des pays par rapport aux variables stratégiques du modèle[5]. En raison des propriétés du jeu, ce signe est en relation directe avec le sens d'évolution des bénéfices marginaux que les pays retirent de leurs propres émissions. Deux cas peuvent alors être envisagés. Quand les bénéfices marginaux sont décroissants, les stratégies des pays sont globalement complémentaires et les théorèmes présentés dans la préface mathématique permettent d'établir que le jeu possède toujours au moins un équilibre de Nash en stratégies pures. A l'inverse, quand les bénéfices marginaux sont croissants, les stratégies des pays deviennent globalement ou fortement substituables. Dans cette éventualité, on doit définir des conditions plus fortes pour assurer l'existence d'un équilibre dans le jeu.

Dans ce qui suit, on expose le jeu des émissions globales et les hypothèses fondamentales sur les fonctions de paiement et les ensembles de stratégies des pays (section 1). On détermine ensuite les conditions d'existence des équilibres du jeu dans un contexte de laisser-faire, c'est-à-dire en l'absence de coopération entre les pays (section 2). Puis, on établit le sens d'évolution de ces équilibres suite à une variation des paramètres exogènes du modèle (section 3). Enfin, on met en exergue le fait que dans un contexte de laisser-faire, les niveaux

---

[4] Ce type d'argument est dû à l'origine à Selten (1970).

[5] L'hypothèse de dérivabilité des fonctions de paiement est faite par commodité et ne constitue pas une limite pour l'établissement de la majeure partie des résultats présentés.

de pollution sont toujours trop importants au regard de ceux qui seraient optimaux du point de vue de l'ensemble des pays (section 4). Toutes les preuves formelles des propositions établies dans les sections 2, 3 et 4 sont présentées dans l'annexe A.

1. Le jeu des émissions globales

On considère un ensemble de pays qui font face à un problème environnemental dont le caractère est global. Le problème environnemental en question est celui de l'accumulation des gaz à effet de serre (GES) dans l'atmosphère et lié aux activités de consommation et de production de chacun des pays. Ces émissions ont la particularité de s'accumuler de manière uniforme dans l'atmosphère et de générer des externalités sur l'ensemble des pays, que ces derniers soient à l'origine des émissions ou non. Dans ce qui suit, on commence par présenter le jeu des émissions dans sa forme la plus générale puis on précise les simplifications et les hypothèses adoptées pour l'établissement de nos résultats.

1.1 Le modèle dans sa version générale

Sur le plan formel, on note $N = \{1,..., n\}$ l'ensemble des pays concernés par le problème environnemental. Chaque pays est caractérisé par une fonction de paiement f_i qui dépend à la fois de ses propres émissions x_i et des émissions agrégées de tous les autres pays $x_{-i} = \sum_{j \neq i} x_j$. De manière plus précise, on considère que la fonction de paiement du pays i ($i \in N$) est de la forme suivante :

$$f_i(x_i, x_{-i}) = B_i(x_i) - D_i(\sum_i x_i) \ . \qquad (1.1)$$

Pour un pays, cette fonction mesure la différence entre les bénéfices qu'il retire de ses rejets de GES dans l'atmosphère, $B_i(\cdot)$, et les dommages environnementaux générés par l'accumulation des émissions dans l'atmosphère, $D_i(\cdot)$. Chaque pays choisit son niveau d'émissions de sorte à maximiser cette fonction qui matérialise son bien-être. Celle-ci est indifféremment appelée « fonction de paiement » ou « fonction de bénéfice net ». Elle est définie pour des ensembles de stratégies accessibles par les pays X_i qui sont des intervalles compacts de l'ensemble des réels positifs. Pour cela, on définit K_i comme la capacité maximale à polluer du pays i. Cette contrainte peut également être interprétée comme sa capacité maximale de production.

Ce jeu permet de traduire plusieurs idées :

i) Si on considère que les émissions des pays sont en corrélation directe avec leur niveau d'activités économiques, alors les bénéfices des pays sont des fonctions croissantes de leur propre niveau d'émissions.

ii) Plus les niveaux d'émissions individuels sont élevés, plus le niveau global des émissions est important et plus les dommages subis par les pays seront conséquents. Les dommages sont donc des fonctions croissantes du niveau des émissions agrégées. C'est à travers cette hypothèse que le problème considéré prend son caractère global.

iii) Si on considère une fonction de paiement dans son ensemble, celle-ci est décroissante avec la stratégie adoptée par les autres pays. Autrement dit, le jeu est un jeu à *externalité négative* : l'utilité d'un pays est d'autant plus faible que le niveau des émissions des autres est élevé. Par contre, si un pays accroît son niveau d'émissions, il n'est pas forcément mieux doté dans la mesure où ses bénéfices et ses dommages croissent simultanément.

1.2 Une particularisation du jeu

Dans la suite de l'énoncé on suppose que tous les pays sont symétriques. On entend par là que la forme des fonctions de bénéfice et de dommage est la même pour tous les pays. Dès lors, il n'est plus nécessaire d'indicer ces fonctions ainsi que la contrainte de capacité qui caractérise les pays. Cette hypothèse nous autorise en outre à identifier l'ensemble des pays N par sa taille, n. Le fait de postuler la symétrie des pays n'efface en rien l'idée principale qui est retranscrite par ce jeu : les décisions des pays sont interdépendantes dans le sens où les dommages subis par un pays dépendent de sa stratégie mais également de la stratégie agrégée des $(n - 1)$ autres pays et la distribution des niveaux d'émissions entre les pays est sans intérêt pour ce dernier.

Dans ce qui suit, on note x le niveau des émissions du pays que l'on considère et y le niveau des émissions agrégées des $(n - 1)$ autres pays. La variable z représente alors le niveau des émissions globales. Elle est telle que $z = x + y$. La fonction de paiement du pays considéré se présente donc de la façon suivante :

$$f(x, y) = B(x) - D(x + y) . \tag{1.2}$$

Nos résultats reposent sur l'hypothèse que les pays prennent leur décision *simultanément*. Chaque pays maximise son paiement en choisissant une stratégie appropriée, étant donné l'idée qu'il se fait sur les stratégies qui vont être adoptées par les autres. A partir de l'équation (1.2), on définit la *correspondance de meilleure réponse individuelle* d'un pays, *X(y)*. Elle correspond à l'ensemble des solutions du problème de maximisation qui se pose à un pays. A l'équilibre, toutes les conjectures des pays concordent et aucun n'est incité à changer de stratégie de manière unilatérale, étant donné le choix des autres.

Pour étendre le cadre d'analyse sur lequel se sont appuyés les travaux antérieurs, on considère le jeu alternatif dans lequel le pays considéré choisit le niveau global des émissions $z = x + y$, étant donné la stratégie agrégée des ($n - 1$) autres pays y. Dès lors, on peut réécrire la fonction-objectif (1.2) de la façon suivante :

$$\widetilde{f}(z, y) = f(z - y, y) = B(z - y) - D(z) . \tag{1.3}$$

La *correspondance de meilleure réponse* d'un pays, qui est l'ensemble des solutions du problème de maximisation de la fonction (1.3), est noté *Z(y)*. Toute l'analyse qui suit repose sur le signe de la dérivée seconde croisée de la fonction de paiement $\widetilde{f}(z, y)$ par rapport aux variables z et y. Si on note Δ_{ZY} cette dérivée croisée, son signe permet de scinder l'analyse en deux cas bien distincts : le premier cas est celui où les variables z et y sont complémentaires : $\Delta_{ZY} > 0$; le second cas est celui où elles sont substituables : $\Delta_{ZY} < 0$.

Etant donné la fonction de paiement des pays $\widetilde{f}(z, y)$, $\Delta_{ZY} = -B''(z - y)$. Tous deux sont définis sur l'ensemble $\varphi = \{(z, y) : y \geq 0, z \geq y\}$. La relation linéaire qui existe entre les variables x, y et z implique que le signe de Δ_{ZY} est directement lié à la forme de la fonction de bénéfice : si celle-ci est strictement concave (convexe), les fonctions de paiement des pays présentent des différences strictement croissantes (décroissantes). L'objet de notre analyse est de définir, dans chacun des cas, les propriétés des correspondances de meilleure réponse de chaque pays. Pour la suite de notre exposé, on fait les deux hypothèses minimales qui suivent :

H1) $B : R^+ \rightarrow R^+$ est deux fois continûment différentiable et non décroissante,

H2) $D : R^+ \rightarrow R^+$ est deux continûment différentiable et non décroissante.

Ces hypothèses ne sont pas les plus générales qui soient. Si on se réfère au Théorème i.1 (Topkis, 1979), l'hypothèse centrale pour établir nos résultats est que les fonctions de paiement des pays présentent des différences croissantes ou décroissantes en (z, y)[6]. Le fait de recourir à des fonctions de bénéfice et de dommage différentiables permet cependant des interprétations économiques plus aisées.

Dans la mesure où, dans notre approche, les équilibres de Nash ne sont pas forcément uniques, on définit respectivement par X^*, Y^*, Z^* et F^*, l'*ensemble* des niveaux d'émissions d'équilibre pour un pays, l'ensemble des niveaux d'émissions d'équilibre des $(n - 1)$ autres pays, l'ensemble des niveaux totaux d'émissions d'équilibre et l'ensemble des paiements d'équilibre pour chaque pays. Chaque fois que l'un de ces ensembles est réduit à un singleton (unicité de l'équilibre), il est noté par la lettre minuscule correspondante. De la même façon, lorsqu'ils sont définis, les éléments maximum et minimum d'un ensemble sont respectivement surlignés et soulignés. Par exemple $\overline{Z}^*$ et $\underline{Z}^*$ correspondent respectivement aux niveaux d'émissions d'équilibre, le plus élevé et le plus faible. Il en est de même sur les autres ensembles d'équilibre X^*, Y^* et F^*.

2. Caractérisation des équilibres dans la situation de non coopération

Notre objectif ici est de caractériser l'ensemble des équilibres du jeu des émissions globales lorsque chaque pays maximise son paiement individuel étant donné la stratégie adoptée par les autres. Ce comportement, dès lors qu'il est adopté par tous les pays, conduit à une situation purement non coopérative et les solutions d'équilibre correspondent aux équilibres de Nash du jeu[7]. Dans ce contexte, les interactions qui caractérisent la relation entre les pays peuvent être de deux types : soit les pays présentent globalement des complémentarités stratégiques, soit ils présentent globalement des substituabilités stratégiques. Etant donné les hypothèses posées ci-dessus, chaque cas coïncide avec l'un ou l'autre signe de la dérivée seconde croisée de la fonction de paiement par rapport aux variables z et y. Dans la suite de

[6] Dans le cas de fonctions différentiables, cette hypothèse coïncide respectivement avec le signe positif ou négatif de la dérivée seconde croisée de la fonction-objectif. Voir préface mathématique.

[7] La présentation qui suit s'inspire de l'analyse déjà menée dans le cadre d'un oligopole de Cournot par R. Amir, V. Lambson (2000).

l'exposé, ces deux scénarios sont présentés successivement. De plus, on rappelle que l'ensemble des équilibres d'un jeu non coopératif coïncide avec l'ensemble des points fixes du vecteur des correspondances de meilleure réponse de tous les joueurs. Il nous reste donc à établir, en fonction des conditions retenues, si la correspondance de meilleure réponse cumulée possède des points fixes et donc des équilibres.

2.1 Le jeu avec complémentarités stratégiques

Dans ce paragraphe, on établit plusieurs résultats d'existence des équilibres de Nash lorsque le jeu présente globalement des complémentarités stratégiques. En d'autres termes, le signe de la dérivée seconde croisée des fonctions de paiement est positif : $\Delta_{ZY} > 0$ globalement sur φ. Ce cas correspond à la situation où les fonctions de bénéfice sont concaves. Dit autrement, les bénéfices que les pays retirent de leurs émissions individuelles croissent à taux décroissant. Cette hypothèse reflète l'idée de rendements d'échelle décroissants dans les activités de production des pays ou encore celle d'utilité marginale décroissante dans la consommation des biens produits[8].

Dans ce contexte, on peut recourir directement aux théorèmes développés dans le cadre de la théorie des jeux supermodulaires. La première proposition établie est la plus générale dans le sens où elle ne requiert pas d'hypothèses supplémentaires sur la forme de la fonction de dommage. Ensuite, les deux propositions qui suivent précisent l'impact de la concavité et de la convexité de la fonction de dommage sur l'ensemble des équilibres. Les interprétations économiques des différentes hypothèses posées et de leurs conséquences sont repoussées en toute fin du paragraphe. Une caractéristique des jeux présentant des complémentarités stratégiques est qu'ils possèdent toujours des équilibres de Nash en stratégies pures même si les fonctions de paiement ne sont pas quasi-concaves en leur action.

[8] La fonction de bénéfice est parfois interprétée comme le coût d'opportunité marginal, pour un pays, de la réduction de ses émissions. L'hypothèse de concavité reflète alors l'idée que les politiques de réduction des émissions nécessitent des technologies de plus en plus sophistiquées et onéreuses avec le niveau d'effort entrepris.

Proposition 1.1 :

Si, en plus des hypothèses standard H1 et H2, Δ_{ZY} est strictement positif sur l'ensemble φ, alors le jeu des émissions globales possède au moins un équilibre symétrique en stratégies pures et aucun équilibre asymétrique.

Quelles sont les intuitions derrière ce premier résultat d'existence des équilibres dans le jeu des émissions globales ?

i) Dès lors que la fonction de bénéfice est concave, les fonctions de paiement des pays présentent des différences croissantes en (z, y). Sous cette condition, on sait que la correspondance de meilleure réponse de chaque pays est croissante en son argument d'après le Théorème i.1 (Topkis, 1979) et donc toute solution $Z(y)$ au problème de maximisation de la fonction (1.3) est non décroissante en y. L'existence des équilibres est alors directement établie en appliquant le théorème de point fixe de Tarski (1955). Ainsi, indépendamment de la forme de la fonction de dommage, le jeu des émissions globales possède toujours au moins un équilibre dès lors que les bénéfices marginaux sont décroissants. Cette proposition étend les résultats traditionnels qui requièrent normalement en plus la convexité de la fonction de dommage. On montre par la suite que la Proposition 1.1 tient même quand la fonction de dommage est partout concave. Notre résultat constitue donc une extension significative.

ii) Avec l'hypothèse de symétrie, on montre que la meilleure réponse d'un pays est toujours de polluer autant que chacun des $(n - 1)$ autres. Cette assertion établit une deuxième propriété de la correspondance de meilleure réponse d'un pays : si cette dernière possède un point fixe, alors il s'agit d'un équilibre symétrique.

iii) Etant donné la relation entre les variables x et z ($z = x + y$), toute sélection particulière dans l'ensemble des correspondances de meilleure réponse individuelle $X(y)$ possède une pente strictement supérieure à -1. En d'autres termes, la droite passant par deux points du graphe de la correspondance de meilleure réponse d'un pays a une pente strictement supérieure à -1.

Sous les hypothèses retenues, cette assertion ne nous permet pas, pour l'instant, d'établir le sens d'évolution des correspondances de meilleure réponse individuelle en fonction de y : on ne sait pas comment évolue la stratégie individuelle de meilleure réponse d'un pays en fonction du niveau des émissions agrégées des ($n - 1$) autres. Pour cela, il nous faut introduire une hypothèse supplémentaire sur la fonction de dommage. Les Propositions 1.2 et 1.3 qui suivent donnent respectivement les conditions suffisantes pour chacun des cas.

Proposition 1.2 :

Si, outre les hypothèses de la Proposition 1.1, la fonction de dommage est convexe, alors la correspondance de meilleure réponse de chaque pays $X(y)$ est une fonction décroissante en y et il existe un unique équilibre de Nash en stratégies pures.

L'hypothèse de convexité de la fonction de dommage décrit le fait que les préjudices causés par les émissions globales croissent à taux croissant. L'idée sous-jacente est que la capacité des systèmes environnementaux à s'auto-purifier décroît à des niveaux plus élevés de contamination. Cependant, dans le cas de figure considéré, on ne prend pas en compte le fait qu'il puisse exister un niveau agrégé des émissions au delà duquel le système s'effondrerait. Autrement dit, on considère que ce niveau seuil se situe bien au delà des capacités de production et de consommation de tous les pays et ses implications, en termes d'équilibre, peuvent donc être écartées.

En conséquence de la Proposition 1.1, on sait que la correspondance de meilleure réponse individuelle d'un pays $X(y)$ est non vide et que sa pente est bornée inférieurement par -1. Dans ces conditions, on peut montrer que la convexité de la fonction de dommage est suffisante pour que la correspondance de meilleure réponse individuelle $X(y)$ soit décroissante en y et donc que sa pente soit bornée supérieurement par 0. En d'autres termes, un pays choisit un niveau individuel d'émissions d'autant plus faible que celui des ($n - 1$) autres pays est élevé.

Les hypothèses sur lesquelles repose la Proposition 1.2 sont en fait celles qui sont traditionnellement postulées dans le cadre du jeu des émissions globales : une fonction de bénéfice concave et une fonction de dommage convexe. La concavité résultante de la fonction de paiement des pays assure alors la continuité des meilleures réponses individuelles. Une propriété, non des moindres, est qu'il existe toujours un unique équilibre de Nash en stratégies pures, que les pays soient identiques ou pas. Etant donné les propriétés qu'elles génèrent, les hypothèses de la Proposition 1.2 sont celles qui sont les plus fréquentes dans la littérature qui porte sur la stabilité des accords internationaux environnementaux.

Proposition 1.3 :

Si, outre les hypothèses de la Proposition 1.1, la fonction de dommage est concave, alors la correspondance de meilleure réponse de chaque pays X(y) possède des sélections croissantes en y et il existe au moins un équilibre de Nash en stratégies pures.

Si la fonction de dommage est concave, la dérivée croisée de l'équation (1.2) par rapport aux variables x et y est positive. En d'autres termes, la fonction de paiement $f(x,y)$ présente des différences croissantes en (x, y). Par conséquent, la correspondance de meilleure réponse individuelle de chaque pays $X(y)$ est croissante en son argument et possède en particulier un plus grand et un plus petit élément, notés respectivement $\overline{X}(y)$ et $\underline{X}(y)$ (Topkis, 1979). Dans cette configuration, un pays choisira un niveau d'émissions d'autant plus grand que celui des autres est élevé. L'existence d'un plus grand et d'un plus petit équilibre est alors directement établie par application du théorème de Tarski (1955).

Sous les hypothèses de la Proposition 1.3, on peut également exploiter la propriété d'ordre qui existe sur l'ensemble des équilibres. Le jeu des émissions globales est un jeu à externalité négative, dans le sens où l'utilité de chaque pays est décroissante avec la stratégie adoptée par les autres. A cause des effets de renforcement entre les stratégies des pays, on trouve que ceux-ci retirent le paiement le plus élevé (le plus faible) dès lors qu'ils se coordonnent sur le niveau d'émissions le plus faible (le plus élevé). Autrement dit, le plus petit équilibre $\underline{X}^*$ est Pareto supérieur, tandis que le plus grand $\overline{X}^*$ correspond à l'équilibre Pareto inférieur (Cf. Théorème i.3, Milgrom, Roberts, 1990b).

Pour conclure sur ce résultat, on peut effectuer deux remarques :

i) La présence d'équilibres multiples est directement liée au fait que les correspondances de meilleure réponse individuelle sont croissantes. Cependant, cette condition nécessaire n'est pas suffisante. En effet, il faut également que la pente des meilleures réponses soit supérieure à 1 au moins en un point d'équilibre (Cooper, 1999, p. 21) : dans un jeu présentant des complémentarités stratégiques, il existe des conditions sous lesquelles l'équilibre est unique. C'est le cas, par exemple, pour des fonctions de meilleure réponse continues, dont la pente est toujours inférieure à 1[9].

[9] Cette remarque nous sera particulièrement utile dans le chapitre 3.

ii) Etant donné la relation de linéarité qui existe entre les variables du modèle ($z = x + y$) si le jeu des émissions globales présente des complémentarités stratégiques en (x, y), il en présente nécessairement en (z, y). Les hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage sont donc redondantes. Dit autrement, si on postule une fonction de dommage concave, alors la fonction de bénéfice doit nécessairement l'être aussi. Dans le cas contraire, les évolutions des équilibres individuels et globaux vont dans des directions qui ne sont pas compatibles.

L'hypothèse de complémentarités dans le jeu des émissions globales traduit l'idée qu'un pays retire une utilité d'autant plus grande de l'accroissement de ses activités de consommation et de production que le niveau d'activités économiques global des autres pays est important. Dès lors que cette relation de complémentarité se retrouve au niveau individuel dans une situation purement non coopérative, celle-ci génère une surenchère à la hausse du niveau des émissions de chaque pays, ce qui conduit à un niveau global des émissions d'autant plus élevé. Dans ce contexte, le niveau d'activité d'un pays, et donc le niveau de ses émissions, est d'autant plus important que celui des autres l'est. C'est comme si on postulait un phénomène de diffusion des modes de consommation et de production des pays les uns aux autres. Il reste que, plus le niveau global des émissions qui se fixe à l'équilibre est élevé, plus les paiements individuels correspondants sont faibles.

Le type de complémentarité postulé par la Proposition 1.3 est reflété par l'hypothèse la moins usuelle, à savoir la concavité de la fonction de dommage. De manière plus attrayante, on peut aussi dire que la fonction de dommage présente des différences décroissantes en (x, y). En d'autres termes, le dommage marginal que subit un pays du fait de ses propres émissions décroît quand les émissions des autres pays augmentent. On peut dire aussi qu'il est d'autant moins coûteux pour un pays d'investir dans des capacités de production supplémentaires que les autres en font de même. Il existe donc des effets de renforcement entre les stratégies des pays et ceux-ci peuvent générer une multiplicité de situations stables. Les pays peuvent se coordonner sur différents niveaux d'activités, sachant que les plus élevés génèrent les externalités les plus fortes et se traduisent, dans le cadre de politiques environnementales nationales, par des niveaux de bien-être les plus faibles.

Dans le paragraphe qui suit, on s'attache au cas où les stratégies des pays sont globalement substituables. Dans cette éventualité, les stratégies de meilleure réponse évoluent en sens contraire : le niveau global des émissions choisi par un pays est d'autant plus grand que la stratégie agrégée des ($n - 1$) autres pays est faible. Cette condition matérialise une situation dans laquelle les pays font face à de fortes économies d'échelle au niveau national.

2.2 Le jeu avec substituabilités stratégiques

Le jeu avec substituabilités stratégiques correspond à la situation où Δ_{ZY} est strictement négatif sur son domaine de définition. Dans cette configuration, les niveaux d'émissions z et y varient en sens contraire : plus le niveau agrégé des émissions des ($n - 1$) autres pays y est élevé, plus le pays considéré choisira un niveau global des émissions z faible. Dans cette éventualité, les correspondances de meilleure réponse des pays sont décroissantes avec la stratégie agrégée des autres. Or, il n'existe pas dans ce cas de théorème de point fixe général pour les jeux à plus de deux joueurs. Autrement dit, même si on établit que les correspondances de meilleure réponse des pays sont décroissantes, cela n'implique pas forcément que le jeu possède un équilibre. Pour s'assurer de l'existence de ce dernier, il nous faut introduire des hypothèses supplémentaires dans le jeu des émissions globales. On distingue deux scénarios. Le premier s'inspire de la théorie du monopole naturel en organisation industrielle ; le second donne une condition plus forte d'existence d'un équilibre symétrique dans le jeu à N pays. Dans chacun des cas, on montre qu'un équilibre existe et qu'il est unique.

L'hypothèse de convexité de la fonction de bénéfice traduit l'idée que les pays possèdent des rendements croissants dans leurs activités économiques de production. En d'autres termes, le coût de revient d'une unité produite pour un pays est d'autant plus faible que le niveau de ses activités est élevé. Dans ce contexte, le premier scénario s'appuie sur l'idée selon laquelle, d'après un critère d'efficacité économique, il vaut mieux que la production soit réalisée par un seul pays, plutôt que répartie entre plusieurs. Autrement dit, dans le jeu des émissions globales à N pays, on peut établir l'existence d'un équilibre qui est tel que seul un pays rejette des émissions, les autres choisissant de ne pas émettre. On peut également étendre cette configuration au cas où une partie des pays ont des niveaux d'émissions strictement positifs tandis que la stratégie de meilleure réponse des autres consiste à adopter des niveaux d'émissions nuls. Formellement, on considère le jeu des émissions globales dans lequel m pays, avec $m < n,$ émettent le même niveau d'émissions noté x_m, tandis que les ($n - m$) autres n'émettent aucune émission.

Pour pouvoir établir le résultat relatif à ce scénario, on définit $\overline{y}$ comme le niveau seuil des émissions agrégées des (*n – 1*) autres pays au-delà duquel le pays que l'on considère choisit de ne pas émettre d'émissions. Ce niveau seuil est tel que, pour le pays considéré, il égalise le bénéfice marginal et le dommage marginal quand *x = 0*. En d'autres termes, $\overline{y} = D'^{-1}(B'(0))$ avec $\overline{y} > 0$.

Dans le second scénario, on s'intéresse plus particulièrement au jeu des émissions globales quand les *n* pays sont actifs. Autrement dit, on fournit une condition plus forte sur la fonction de paiement des pays qui assure qu'à l'équilibre ces derniers choisissent tous des niveaux d'émissions strictement positifs.

La proposition qui suit établit les conditions d'existence d'un équilibre pour chaque scénario. Dans les deux cas, quand l'équilibre existe, il est unique.

Proposition 1.4 :

Si, outre les hypothèses standard H1 et H2, Δ_{ZY} est strictement négatif sur l'ensemble φ, alors les trois points suivants sont vérifiés :

a. *Pour tout m < n, si un équilibre symétrique existe pour le jeu des émissions globales à m pays, alors il est unique*[10] *et tel que, pour le jeu à n pays, on vérifie la configuration des niveaux d'émissions d'équilibre suivante : chacun des m pays émet x_m tandis que les (n - m) autres pays n'émettent aucune émission. En particulier, si seul un pays pollue (m = 1), alors le jeu à n pays possède toujours un équilibre.*
b. *Si les fonctions de paiement individuelles f(x, y) sont strictement quasi-concaves en x pour tout $y \in [0, \overline{y}]$, alors il existe un unique équilibre de Nash symétrique.*
c. *Il n'existe pas d'autre équilibre que ceux déterminés aux points a) et b).*

Le premier scénario caractérise les équilibres en coin du jeu des émissions globales. Une condition suffisante pour garantir l'existence est de vérifier $m = 1$. En d'autres termes, la stratégie de meilleure réponse d'un pays, quand les autres adoptent un niveau d'émissions nul, est toujours un équilibre. Celui-ci est unique à une permutation près des pays. Dans le cas où $m > 1$, si le jeu des émissions globales entre *m* pays possède un équilibre symétrique, le jeu à *n* pays, avec $m < n$, dispose également d'un équilibre qui est tel que seul un sous-ensemble d'entre eux pollue. De plus, on montre qu'il est unique.

[10] A une permutation près des pays qui sont symétriques.

En dehors des conditions établies au point a) de la Proposition 1.4, une condition suffisante pour garantir l'existence d'un équilibre de Nash en stratégies pures dans le jeu à N pays est de postuler que les fonctions de paiement sont quasi-concaves en leur niveau d'émissions. Cette hypothèse assure alors la continuité des meilleures réponses et donc l'existence d'un équilibre qui, cette fois-ci, est intérieur.

La Proposition 1.4 appelle plusieurs commentaires et implications en cascade :

i) La principale conséquence de $\Delta_{ZY} < 0$, en plus des propriétés structurelles du jeu des émissions globales, est que les correspondances de meilleure réponse individuelle $X(y)$ ont une pente bornée supérieurement par -1. Les meilleures réponses individuelles des pays sont donc fortement décroissantes. En particulier, quand la stratégie agrégée de $(n - 1)$ pays croît, le pays restant réagit en contractant son propre niveau d'émissions, à tel point que le niveau global des émissions décroît. Ainsi, le constat que l'on peut faire est que si le jeu présente globalement des substituabilités stratégiques, il en présente nécessairement au plan individuel : si les émissions globales sont décroissantes avec le niveau des émissions agrégées des autres, c'est que les stratégies individuelles des pays sont fortement substituables entre elles. Ce constat est directement lié à la relation de linéarité qui existe entre les variables du modèle. Sur le plan formel, il implique que la fonction de dommage des pays est nécessairement convexe (ou présente des différences croissantes en (x, y)). Dans le cas contraire, l'évolution des stratégies individuelles serait en contradiction avec celle des émissions globales comme on l'a déjà remarqué dans le paragraphe précédent.

ii) On peut préciser davantage la contrainte supérieure K sur l'ensemble des stratégies accessibles par les pays. Si on note x_1 le niveau des émissions d'équilibre d'un pays quand il est seul à polluer alors, quel que soit n, il suffit de vérifier $K \geq x_1$. La raison de cette inégalité est directement liée à la remarque précédente. Si x_1 constitue une meilleure réponse à $y = 0$, alors si y augmente, la stratégie de meilleure réponse du pays considéré est de réduire ses émissions de telle sorte que les émissions globales diminuent : $X(y) + y < x_1$. En d'autres termes, un pays ne choisira jamais de polluer au delà de x_1 et cela, même si ses capacités de production le lui autorisent.

iii) La raison pour laquelle il n'existe pas de théorème de point fixe général quand les correspondances de meilleure réponse sont décroissantes est que celles-ci peuvent présenter des sauts vers le bas et donc, ne jamais couper la première bissectrice des axes (Cf. Figure 1.1 ci-dessous). L'hypothèse sur le signe de Δ_{ZY} ($\Delta_{ZY} < 0$) ne suffit pas à garantir l'existence d'un équilibre de Nash en stratégies pures (contrairement au cas $\Delta_{ZY} > 0$). Il existe néanmoins une exception dans le cas du jeu des émissions globales *à deux pays*. Si on considère, pour le pays 2 par exemple, la stratégie $-x_2$ au lieu de x_2, alors le jeu devient un jeu supermodulaire car les différences décroissantes en (x_1, x_2) se transforment en différences croissantes en ($x_1, -x_2$). Le jeu possède alors un équilibre indépendamment de l'hypothèse de symétrie des pays. Cet argument n'est cependant plus valide dès lors que le jeu engage plus de deux pays.

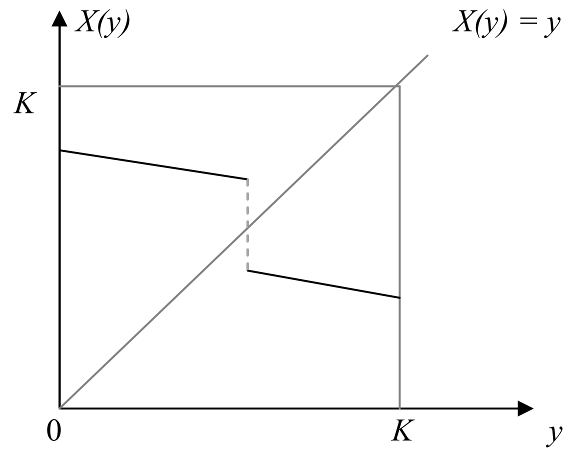

Figure 1.1. Illustration de la non-existence d'un équilibre dans le cas de stratégies de meilleure réponse strictement décroissantes.

iv) Comme on l'a déjà dit, l'hypothèse de convexité de la fonction de bénéfice traduit l'idée qu'il existe des rendements d'échelle croissants dans les activités de production des pays. A la différence de la Proposition 1.3, ces économies d'échelle sont propres à chaque pays et ne se diffusent pas nécessairement d'un pays à l'autre. Au contraire, il existe dans ce cas une très forte concurrence entre les pays. Celle-ci est telle qu'elle peut conduire à des situations où les activités de production sont limitées à un certain nombre de pays, les autres choisissant de ne pas produire.

Dans le second scénario (Proposition 1.4 b), les interactions sont telles que si (n – 1) pays accroissent leur niveau d'activités, la stratégie de meilleure réponse du pays restant est de réduire son propre niveau d'activités, conduisant par la même à une contraction des émissions globales. De manière alternative, ces conditions sont aussi celles sous lesquelles la mise en œuvre unilatérale de politiques de réduction des émissions de GES par un pays ou groupe de pays conduit à une situation pire que si ces pays n'avaient rien fait. Cette situation est en particulier étudiée par Hoel (1991).

Pour conclure sur l'ensemble des résultats établis à partir du signe de Δ_{ZY}, on peut dire que quelle que soit la nature des interactions entre les pays, il est possible d'établir les conditions sous lesquelles le jeu des émissions globales symétrique possède un équilibre de Nash. En d'autres termes, dans la situation purement non coopérative les pays sont amenés à établir un certain niveau d'activités et donc de pollution, étant donné la stratégie adoptée par les autres. De plus, on a vu qu'en fonction des hypothèses retenues sur les fonctions de bénéfice et de dommage, les stratégies de meilleure réponse des pays évoluent dans un sens ou dans l'autre. Autrement dit, le niveau de pollution choisi par un pays peut être soit d'autant plus grand, soit d'autant plus petit, que celui fixé par les autres est élevé.

Un point important reste cependant à établir. Etant donné l'existence des équilibres, on peut également dériver quelques résultats de statique comparative monotone. L'objet de la section qui suit est d'étudier les implications de la variation des paramètres exogènes du jeu sur les équilibres de la situation de non coopération.

3. Propriétés paramétriques des solutions de non coopération

Un des intérêts majeurs en économie de la construction de modèles est de pouvoir prédire le sens d'évolution des équilibres suite à une variation des paramètres exogènes. Dans cette section, on s'intéresse donc aux propriétés paramétriques des équilibres de non coopération dont l'existence a été établie précédemment. Il est important de noter que, dans le cas où l'ensemble des équilibres possède plus d'un élément, ces résultats de statique comparative monotone ne sont vrais que pour les éléments maximum et minimum. Quand les fonctions de paiement des pays présentent des complémentarités stratégiques, ces résultats de statique sont relativement aisés, grâce notamment au Théorème i.4 (Milgrom, Roberts, 1990b) rappelé dans la préface mathématique. Cependant, on ne peut pas appliquer directement ce théorème dès lors que les stratégies des pays sont fortement substituables. La raison en est que la variation d'un paramètre induit un effet direct et un effet indirect sur les stratégies de meilleure réponse des pays, ces deux effets allant en sens contraire. Dans ce cas, on recourt à un autre argument dû à Milgrom, Roberts (1994) ou Sobel (1988) et qui fournit les conditions sous lesquelles les conclusions du Théorème i.4 restent vraies.

Le premier paramètre exogène auquel on s'intéresse n'apparaît pas directement dans les fonctions de paiement des pays. Ce paramètre est en fait inhérent au modèle. Il s'agit du nombre de pays concernés par le problème environnemental. En d'autres termes, le problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère n'a pas la même envergure s'il concerne deux pays ou s'il en concerne 100. On verra que ce paramètre influence non seulement les niveaux individuels d'émissions des pays, mais aussi le niveau global. De plus, il n'est pas sans effet sur les paiements des pays. A noter que l'envergure des externalités générées par les activités de production et de consommation est d'autant plus grande que le nombre de pays concernés par le problème environnemental est important.

Dans les applications relatives au jeu des émissions globales, deux autres paramètres qui sont des paramètres d'échelle apparaissent fréquemment. Le premier caractérise la fonction de bénéfice tandis que le second est à rattacher à la fonction de dommage. Plutôt que d'étudier leur impact respectif sur les stratégies d'équilibre des pays, on définit généralement leur rapport. Le second paramètre exogène auquel on s'intéresse est communément appelé dans la littérature, le « ratio bénéfice-coût » des émissions. On regarde donc son impact sur les niveaux d'émissions d'équilibre. En revanche, on verra qu'il n'existe pas de résultat de statique comparative tranché sur les paiements des pays pour ce paramètre.

3.1 L'impact du nombre des pays concernés par le problème environnemental

L'établissement de résultats de statique comparative monotone sur les équilibres d'un jeu est toujours plus aisé quand on connaît la forme que prennent ces derniers. L'un des avantages majeurs du recours à la théorie des jeux supermodulaires, cependant, est qu'elle fournit quelques théorèmes généraux très utiles à ce sujet.

L'objet de ce paragraphe est d'examiner à quel niveau se fixent les équilibres du jeu des émissions globales en fonction du nombre de pays en interaction. La question fondamentale qui est traitée peut être formulée de la façon suivante : dans quelle mesure le comportement stratégique des pays est-il influencé par le nombre des autres pays ? et s'il l'est, de quelle façon ? En d'autres termes, on cherche à établir le sens d'évolution des niveaux d'émissions d'équilibre lorsque le nombre de pays concernés par le problème environnemental augmente. A noter que ces comportements ont, à leur tour, des conséquences sur les niveaux de richesse économique qui peuvent-être atteints par les pays.

Sur le plan formel, le paramètre auquel on prête attention n'apparaît pas de manière explicite dans les fonctions de paiement des pays. Pour établir nos résultats de statique comparative monotone, on s'appuie donc essentiellement sur les propriétés structurelles du jeu des émissions globales. Dans ce contexte, l'hypothèse de symétrie des pays prend toute son importance. On montre que, plus le nombre de pays concernés par le problème environnemental est grand, plus le paiement retiré par chaque pays de ses activités de consommation et de production est faible. Cette relation est vérifiée quelle que soit la nature postulée des interactions. Cependant, elle n'est pas nécessairement liée à une réduction des niveaux d'activités individuels de la part des pays. Mis à part ce résultat, il nous faut donc aller plus en avant avec les hypothèses retenues pour établir le sens d'évolution des niveaux d'émissions individuels et globaux d'équilibre.

La proposition qui suit établit l'évolution des équilibres non coopératifs dès lors que les pays présentent globalement des complémentarités stratégiques. Dans ce cas, la décroissance des fonctions de paiement provient du fait que plus le nombre de pays en interaction est grand, plus les dommages globaux sont conséquents.

Proposition 1.5 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.1, les équilibres du jeu des émissions globales sont tels que :

a) Les niveaux d'émissions cumulées maximum et minimum d'équilibre des (n – 1) pays, $\underline{Y}^*$ *et* $\overline{Y}^*$*, sont non décroissants en n ;*

b) Les niveaux globaux d'émissions maximum et minimum d'équilibre, $\underline{Z}^*$ *et* $\overline{Z}^*$*, sont non décroissants en n ;*

c) Les paiements d'équilibre maximum et minimum, $\underline{f}^*$ *et* $\overline{f}^*$ *, sont non croissants en n.*

Sous les hypothèses de la Proposition 1.1, on a pu établir qu'il existait au moins un équilibre symétrique et aucun équilibre asymétrique. La Proposition 1.5 apporte des précisions : plus il y a de pays concernés par le problème environnemental et plus les niveaux d'émissions globaux à l'équilibre, Y^* et Z^*, se fixent à un niveau élevé. De plus, en présence de complémentarités stratégiques les équilibres sont Pareto-ordonnés, le plus petit équilibre $\underline{X}^*$ étant l'équilibre Pareto préféré. La Proposition 1.5 ne nous permet toutefois pas de tirer de conclusions sur l'évolution des niveaux d'émissions individuels à l'équilibre. Les deux sens sont envisageables et, comme dans le paragraphe 2.1, ils dépendent de l'hypothèse postulée sur la fonction de dommage. Les Propositions 1.6 et 1.7 reprennent respectivement les hypothèses des Propositions 1.2 et 1.3 et concluent sur les niveaux d'émissions établis par chaque pays en fonction du paramètre n.

Proposition 1.6 :
Sous les hypothèses de la Proposition 1.2, l'unique équilibre est tel que le niveau d'émissions de chaque pays x^* est non croissant en n.

Cette proposition est directement liée à la décroissance des fonctions de meilleure réponse individuelles établie au paragraphe 2.1. Sous les hypothèses de la Proposition 1.6, l'unique équilibre est tel que le niveau des émissions de chaque pays est décroissant avec le paramètre n. Autrement dit, chaque pays fixe un niveau d'activités d'autant plus bas que le nombre des autres pays est important. On retrouve ici l'idée de substituabilité des stratégies individuelles. Celle-ci se traduit par un certain degré de concurrence entre les pays. Malgré tout, globalement, on vérifie toujours que les émissions totales sont croissantes avec le nombre de pays en interaction : les émissions croissent avec le nombre de pays mais moins que proportionnellement.

Proposition 1.7 :
Sous les hypothèses de la Proposition 1.3, l'ensemble des niveaux d'émissions individuels d'équilibre est tel que ses sélections extrêmes, $\overline{X}^*$ et $\underline{X}^*$, sont non décroissantes en n.

De la même façon, cette proposition est directement liée au fait que les correspondances de meilleure réponse individuelle sont croissantes. Dans ce cas, il existe une multiplicité d'équilibres Pareto-ordonnés. Ces équilibres sont tels que le niveau d'activités fixé par un pays est d'autant plus important que le nombre total de pays en interaction est grand. Cette idée est une conséquence directe de l'hypothèse de complémentarité, elle se traduit par un phénomène d'émulation ou d'effets de renforcement dans les stratégies des pays. Au niveau global, on vérifie que les émissions totales croissent plus que proportionnellement avec le nombre de pays concernés par le problème environnemental.

Enfin, la proposition qui suit établit l'évolution des équilibres non coopératifs lorsque les pays présentent globalement des substituabilités stratégiques. Contrairement au cas précédent, la décroissance des fonctions de paiement avec le paramètre *n* est liée au fait que plus les pays sont en nombre, plus la taille du gâteau à partager devient petite. La part qui revient à chacun diminue donc aussi.

Proposition 1.8 :

a) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a), tous les équilibres asymétriques tels que $m < n$*, sont invariants en n.*

b) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b), l'équilibre symétrique est tel que le niveau des émissions jointes des (n – 1) pays y^* *est non décroissant en n, tandis que le niveau des émissions par pays* x^**, le niveau des émissions globales* z^**, et le bénéfice net de chaque pays* f^**, sont non croissants en n.*

Sous les hypothèses de la Proposition 1.4, il est bon de rappeler que les pays sont caractérisés par une forte relation de concurrence dans la fixation de leur niveau d'activités. Dans le premier cas, où seuls certains d'entre eux ont des émissions positives les autres choisissant de ne pas produire, les équilibres sont invariants en *n*. Par exemple, pour l'équilibre en coin où seul un pays rejette des émissions ($m = 1$), le niveau établi par ce dernier est indépendant du nombre potentiel de pays avec lequel il est en interaction. Ce résultat apparaît très clairement si on considère sa fonction de paiement qui ne dépend plus que de sa propre stratégie. On peut faire le même raisonnement lorsque *m* pays, avec $1 < m < n$, ont des émissions strictement positives.

Dans le second cas, on se situe sur la partie intérieure des fonctions de meilleure réponse. Celles-ci sont fortement décroissantes, ce qui implique qu'à l'équilibre le niveau d'activités établi par un pays est d'autant plus petit que le nombre de pays avec lequel il est en interaction est grand. Enfin, la diminution du niveau global des émissions est liée au fait que les niveaux individuels décroissent plus que proportionnellement avec *n*.

A l'exception de la Proposition 1.7, les faits établis dans ce paragraphe sont en concordance parfaite avec ceux déjà présentés par la théorie économique à travers des cas particuliers. Ils constituent donc une généralisation relativement conséquente des résultats existants de statique comparée. La Proposition 1.7 appelle cependant plus de commentaires de par son originalité. A notre connaissance, l'idée selon laquelle les pays peuvent présenter des complémentarités au plan individuel dans leurs activités de consommation et de production n'a jamais été évoquée dans le cadre du jeu des émissions globales. Dans cette configuration, on peut par exemple interpréter les pays comme étant des partenaires commerciaux. Or, dans cette éventualité, le niveau global des émissions est d'autant plus élevé que le nombre de pays en interaction est important. Cette idée évoque le fait que l'intensification des échanges commerciaux entre les pays se traduit par un accroissement de même ampleur du niveau global des émissions et donne tout son sens au problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère. D'après la théorie des échanges internationaux, la libéralisation des échanges conduit généralement à un enrichissement de l'ensemble des pays engagés dans le processus (même dans le cas de pays symétriques). Dans notre modèle, ce point s'observe à travers l'accroissement des bénéfices liés à l'existence d'effets de renforcement entre les stratégies des pays. Néanmoins, ce résultat s'inverse avec la prise en compte de l'impact des émissions sur l'environnement : l'accroissement des niveaux d'activités des pays ne se traduit dès lors plus nécessairement par un accroissement de leur richesse.

Dans le paragraphe qui suit, on s'intéresse à un second paramètre : le ratio bénéfice-coût des émissions. Dans les applications de la théorie économique, les équilibres de Nash sont généralement exprimés en ce paramètre noté γ ou, indifféremment, en son inverse, le ratio coût-bénéfice. On s'intéresse donc ici à l'évolution des niveaux d'émissions d'équilibre établis à la section 2 quand ce paramètre varie.

3.2 L'impact de la perception des dommages environnementaux

Les applications de la théorie économique relatives au jeu des émissions globales introduisent généralement deux paramètres réels strictement positifs, notés b et c, qui pondèrent respectivement les fonctions de bénéfice et de dommage. Ces paramètres qui caractérisent la fonction de paiement des pays apparaissent aussi dans la définition des équilibres de Nash du jeu. Plutôt que d'étudier leur impact respectif sur les niveaux d'émissions d'équilibre, on définit en général leur rapport γ avec $\gamma = b / c$, comme étant le ratio bénéfice-coût des émissions. On peut alors analyser le comportement d'équilibre des pays en fonction de l'importance relative qu'ils accordent aux bénéfices et aux dommages générés par leurs activités de consommation et de production.

Pour que notre approche reste en concordance avec la façon dont se présente le ratio bénéfice-coût dans la littérature, on étudie ce paramètre en dehors des deux fonctions de bénéfice et de dommage. Autrement dit, on redéfinit la fonction-objectif des pays de la façon suivante :

$$\tilde{f}(z, y, \gamma) = bB(z - y) - cD(z) = c[\gamma B(z - y) - D(z)]. \tag{1.4}$$

Même si cette présentation n'est pas la plus générale qui soit, elle nous permet de conserver un élément de comparaison entre nos résultats de statique comparative monotone et ceux déjà établis dans la littérature. Malgré l'introduction du paramètre γ, la fonction de paiement (1.4) est toujours définie sur l'ensemble $\varphi = \{(z, y) : y \leq z \leq y + K\}$ et le signe de sa dérivée seconde croisée par rapport aux variables y et z reste inchangé.

Si on considère la fonction de paiement (1.4), le jeu des émissions globales possède en lui-même toutes les conditions qui permettent d'établir que les niveaux d'émissions d'équilibre sont croissants en γ. Cette assertion est vraie, que les stratégies des pays soient globalement complémentaires ou substituables.

Proposition 1.9 :
Etant donné la fonction de paiement (1.4) et les hypothèses standard H1 et H2, on vérifie les trois points suivants :

a) Sous les hypothèses de la Proposition 1.1, les niveaux d'émissions d'équilibre maximum et minimum, $\underline{Z}^*$ et $\overline{Z}^*$, $\underline{Y}^*$ et $\overline{Y}^*$, $\underline{X}^*$ et $\overline{X}^*$ sont tous non décroissants en γ.

b) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a), les niveaux d'émissions des m pays actifs à l'équilibre sont tels que z_m, x_m et y_m sont non décroissants en γ.

c) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b), si l'ensemble des stratégies accessibles par les pays est ascendant en γ, l'unique équilibre symétrique est tel que les niveaux des émissions z^*, x^* et y^* sont non décroissants en γ.

Même si cette proposition paraît triviale, elle ne se démontre pas de la même façon quand les pays présentent globalement des complémentarités ou des substituabilités stratégiques. En d'autres termes, chaque preuve est établie en s'appuyant sur des propriétés différentes du jeu des émissions globales. En particulier, dans le cas où les pays présentent des substituabilités stratégiques, il n'existe pas de résultat de statique comparée tranché, même dans le jeu à deux pays. Autrement dit, si on considère des stratégies de meilleure réponse continues qui se déplacent vers le haut quand le paramètre d'intérêt augmente, cela ne signifie pas nécessairement des niveaux d'action plus importants pour tous les agents, à moins que le jeu ne soit symétrique.

Ainsi, quelle que soit la nature des interactions entre les pays, on vérifie que tous les niveaux d'émissions d'équilibre du jeu sont croissants avec le ratio bénéfice-coût. Plus les pays valorisent les bénéfices de leurs activités économiques relativement aux impacts que ces dernières génèrent sur eux-mêmes et sur les autres, plus leur niveau individuel d'émissions est conséquent. De manière alternative, on peut dire aussi que, plus le paramètre γ est grand, plus les pays portent leur attention sur la partie de leur paiement indépendante de la stratégie adoptée par les autres pays. Or, celle-ci est croissante avec le niveau de leurs émissions. A contrario, si la perception des dommages environnementaux devient plus importante relativement au coût d'opportunité d'abattement des émissions, les niveaux d'émissions fixés par les pays sont d'autant moins grands. A cela se combine la nature des interactions. Celle-ci entre davantage en considération dans le sens où les pays deviennent sensibles à la stratégie adoptée par les autres. En particulier, les pays seront plus réticents à réduire leurs émissions quand leurs stratégies sont substituables.

Si on considère, de manière plus générale, la fonction paramétrée $\widetilde{f}(z, y, \gamma)$, les conclusions de la Proposition 1.9 a) restent vraies quand les stratégies des pays sont globalement complémentaires, si leur fonction de paiement présente en plus des différences croissantes en (z, γ). Cette hypothèse est implicitement vérifiée si on considère la fonction de paiement (1.4). Concernant la Proposition 1.9 b), l'hypothèse essentielle est que la fonction de paiement soit croissante avec le paramètre d'intérêt. Cette condition ajoutée au fait que les fonctions de paiement des m pays sont non décroissantes en z sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b), nous permet de conclure que les équilibres sont non décroissants. Enfin, pour vérifier les conclusions de la Proposition 1.9 c) de manière générale, il faut non seulement que les fonctions de paiement $\widetilde{f}(z, y, \gamma)$ présentent des différences croissantes en (z, γ) mais aussi que l'ensemble des stratégies accessibles par les pays soit ascendant en γ. En d'autres termes, la capacité de production des pays doit être croissante avec le ratio bénéfice-coût.

Pour conclure sur ces résultats de statique comparative monotone, on constate que le sens d'évolution des niveaux d'émissions et des paiements à l'équilibre dépend également de la nature des interactions entre les pays. Ces résultats présagent que les pays ne seront pas confrontés à la même nécessité de réagir face au problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère et à l'accroissement des externalités environnementales. C'est le cas, en particulier, lorsqu'il existe des effets de renforcement entre les stratégies des pays. Les hypothèses faites sur les fonctions de bénéfice et de dommage jouent donc un rôle sur l'issue finale du jeu.

Dans le cadre non coopératif considéré jusqu'à présent, les pays prennent en considération deux éléments pour déterminer leur niveau d'émissions d'équilibre : la stratégie adoptée par les autres et l'impact négatif de leurs émissions sur eux-mêmes. Or ces émissions génèrent également des externalités négatives sur les autres pays. La situation qui résulte de la maximisation des intérêts individuels n'est donc pas optimale du point de vue de l'ensemble des pays. La section qui suit définit quels devraient être les niveaux d'émissions adoptés par les pays d'un point de vue globalement optimal. Comme dans les sections précédentes, les résultats sont établis sous des conditions de régularité minimales.

4. Coopération versus non coopération : position relative des solutions d'équilibre

Notre objectif est de caractériser l'ensemble des solutions globalement optimales du jeu des émissions globales. En d'autres termes, on considère la situation dans laquelle chaque pays prend en considération l'impact de ses émissions sur lui-même mais aussi sur les autres. Ce comportement, dès lors qu'il est adopté par tous les pays, caractérise la situation dite de coopération totale. Dans ce contexte, la nature des interactions entre les pays s'efface et on montre qu'il existe toujours une solution globalement optimale quelles que soient les hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage. De nouveau, on verra que le nombre des pays concernés par le problème environnemental n'est pas anodin pour la définition de cette solution. Dans un second temps, on compare l'ensemble des solutions globalement optimales avec l'ensemble des équilibres de Nash établis à la section 2.

4.1 Caractérisation de la solution de coopération totale

Dans ce paragraphe, on établit l'existence d'une solution optimale du point de vue de l'ensemble des pays dans le jeu des émissions globales. Une telle solution correspond à la situation dans laquelle tous les pays concernés par le problème environnemental coopèrent. Dans ce contexte, si on autorise que les paiements des pays peuvent se compenser mutuellement, les niveaux d'émissions efficaces sont ceux qui maximisent la somme des paiements individuels : les pays ne peuvent mieux faire que de choisir le niveau des émissions qui maximise le paiement joint de tous les pays. D'une manière générale, celui-ci se présente de la façon suivante :

$$Max_{xi\geq 0} \sum_i f_i = \sum_{i=1}^{i=N} B_i(x_i) - \sum_{j=1}^{j=N} D_j\left(\sum_{k=1}^{k=N} x_k\right), \forall i, j, k \in N \ et \ x_i^C \geq 0 \, .$$

Par ce biais, les pays prennent en considération l'impact négatif de leurs émissions sur eux-mêmes ainsi que sur les autres pays. Etant donné l'hypothèse de symétrie des pays, on peut réécrire la fonction-objectif de la situation de coopération totale de la façon suivante :

$$Max_{z\geq 0} \sum_i f_i = n[B(x) - D(z)] = n[B(z/n) - D(z)]. \qquad (1.5)$$

Cette simplification implique nécessairement que la solution est symétrique. En d'autres termes, la question du partage des bénéfices de la coopération entre les pays est triviale : chacun obtient la même chose. Par ailleurs, les hypothèses H1 et H2 posées à la section 1 sur les fonctions de dommage et de bénéfice restent vraies. Ainsi, la continuité des fonctions de paiement individuelles assure celle de leur somme. De plus, les niveaux d'émissions des pays sont nécessairement positifs et toujours bornés supérieurement par *K*. On notera X^C et Z^C respectivement, l'ensemble des solutions globalement optimales au plan individuel et au niveau global. Si la solution est unique, on utilise la lettre minuscule correspondante. De manière similaire, on note f^C le paiement individuel qui résulte de l'adoption de ces niveaux d'émissions. A partir de ces conditions, la proposition qui suit établit l'existence d'une solution globalement optimale.

Proposition 1.10 :

Sous les hypothèses standards H1 et H2 et étant donné l'équation (1.5), le jeu des émissions globales possède au moins une solution globalement optimale qui est fonction du nombre de pays concernés par le problème environnemental.

L'établissement de la Proposition 1.10 est possible car, quelle que soit la nature des interactions entre les pays dans la situation de non coopération, la somme des paiements individuels est une fonction supermodulaire[11]. De plus, l'espace des stratégies est un intervalle compact et non vide de l'ensemble des réels et les hypothèses H1 et H2 assurent la continuité[12] du paiement agrégé en la variable stratégique z. Par conséquent, l'ensemble des solutions globalement optimales du problème de maximisation de la somme des paiements individuels est compact, non vide et possède un plus petit et un plus grand élément, notés respectivement $\underline{Z}^C$ et $\overline{Z}^C$. On peut donc dire qu'à tout équilibre de la situation de non coopération, il est possible d'associer une solution qui est optimale du point de vue de l'ensemble des pays.

Par ailleurs, les sélections maximum et minimum dans l'ensemble des solutions Z^C sont fonction du nombre de pays concernés par le problème environnemental. Généralement, ces fonctions sont croissantes (décroissantes) en n si le paiement agrégé présente des différences croissantes (décroissantes) en (z, n). En d'autres termes, le niveau des émissions agrégées globalement optimal dépend du nombre de pays en interaction et peut croître ou décroître avec le nombre de ces derniers. Dans notre cas, on montre que, lorsque les stratégies des pays sont fortement substituables dans la situation de non coopération, la solution optimale du point de vue de l'ensemble des pays est toujours décroissante en n. En revanche, dans le cas où les stratégies des pays sont globalement complémentaires, il nous faut faire une hypothèse supplémentaire. En effet, dans ce cas, l'évolution des émissions globales dépend de l'élasticité des bénéfices marginaux par rapport à n (si cette élasticité est inférieure à -1, le niveau global des émissions à l'optimum social est croissant avec le nombre de pays en interaction ; si elle est supérieure à -1, ce niveau est décroissant en n). Ce point transparaît à travers la preuve des propositions qui suivent et qui caractérisent la solution globalement optimale pour chacun des cas étudiés à la section 2, mais surtout à travers la preuve de la Proposition 1.16 (voir Annexe A).

Proposition 1.11 :
Sous les hypothèses de la Proposition 1.2, il existe une unique solution globalement optimale qui est telle que les niveaux d'émissions individuels x^C sont non croissants en n.

---

[11] Une fonction à une variable est trivialement supermodulaire (Vives, 1999, chapitre 2, p. 24)

[12] En fait, la semi-continuité supérieure de la somme des paiements individuels suffit pour que l'ensemble des solutions soit non vide.

A l'unique équilibre de la situation de non coopération, quand les stratégies des pays sont faiblement substituables, il correspond une unique solution optimale pour l'ensemble des pays. Ce résultat est directement lié au fait que la concavité des fonctions de paiement individuelles, qui résulte des hypothèses de la Proposition 1.2, se répercute au niveau du paiement agrégé. De plus, on montre que, sous ces conditions, l'optimalité requiert que le niveau des émissions de chaque pays x^C doit être d'autant plus faible que ces derniers sont nombreux. En revanche, les hypothèses retenues jusque là ne nous permettent pas de conclure quant à l'évolution des émissions globales z^C, qui peuvent être soit d'autant plus grandes, soit d'autant plus petites, que le nombre de pays concernés par le problème environnemental est grand.

Proposition 1.12 :

Sous les hypothèses des Propositions 1.4 a) et 1.4 b), respectivement, il existe une unique solution globalement optimale qui est telle que les niveaux d'émissions individuels et globaux, x^C et z^C, sont non croissants en n.

Lorsque les pays sont caractérisés par des rendements fortement croissants dans leurs activités de consommation et de production, on a vu qu'il existait deux types d'équilibre de Nash en stratégies pures. Dans le premier cas où seul un sous-ensemble de pays possède des émissions positives à l'équilibre, la solution globalement optimale conserve la même configuration. Elle est telle que m pays réduisent leur niveau individuel d'émissions, les (n - m) autres ayant toujours des émissions nulles. De plus, on montre que l'utilité totale générée par cette solution est plus grande que lorsque le même niveau global d'émissions z^C est réparti sur les n pays.

Dans le second cas, l'hypothèse de concavité des fonctions de paiement individuelles se répercute à nouveau au niveau de leur somme ; ce qui garantit l'existence d'une unique solution. Enfin, quelle que soit la solution considérée, la convexité des fonctions de bénéfice suffit à garantir que le paiement de chaque pays à l'optimum présente des différences croissantes en (z, n). Le niveau global des émissions est alors d'autant moins élevé que le nombre de pays en interaction est grand, phénomène qui se répercute nécessairement sur les niveaux individuels d'émissions.

Enfin on peut établir une dernière proposition :

Proposition 1.13 :

Sous les hypothèses H1 et H2, les paiements individuels issus de la coopération totale entre les pays sont toujours décroissants en n.

Quelle que soit la nature des interactions d'origine, plus le nombre de pays est important, plus les externalités liées aux activités de consommation et de production ont une grande envergure, dans le sens où elles se répercutent sur d'autant plus de pays. Ce résultat est trivial au regard de ceux établis précédemment.

Dans ce paragraphe, on a établi l'existence d'au moins une solution globalement optimale pour chacune des situations qui pouvaient émerger en fonction des hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage. L'ensemble de ces solutions se réduit en fait à un singleton, excepté sous les hypothèses de la Proposition 1.3 (paragraphe 2.1). Dans ce cas de figure, il peut exister plusieurs solutions globalement optimales et il nous faut faire des hypothèses supplémentaires sur les fonctions de bénéfice et de dommage pour connaître leur sens d'évolution par rapport au nombre de pays concernés par le problème environnemental. On ne peut pas dire non plus *a priori*, si le niveau global des émissions croît ou décroît en n. Plutôt que d'étudier chaque configuration, on fait le choix d'analyser la réactivité de ces solutions par rapport au paramètre n, au regard de la réactivité des équilibres de la situation de non coopération (paragraphe 3.1). En d'autres termes, on cherche à établir si le niveau global des émissions globalement optimal Z^C croît ou décroît, plus ou moins que le niveau global des émissions à l'équilibre de Nash Z^*, en fonction du nombre de pays concernés par le problème environnemental.

4.2 Distance entre solutions de non coopération et optimum global en fonction du nombre de pays en interaction

Les résultats précédents montrent l'existence d'une solution globalement optimale qui n'évolue pas nécessairement dans le même sens que les niveaux d'émissions d'équilibre de la situation de non coopération. Dans ce paragraphe, on établit dans quelle mesure les solutions globalement optimales diffèrent des niveaux d'émissions qui résultent naturellement des interactions entre les pays. Dans un premier temps, on compare les émissions individuelles et agrégées à l'optimum social avec celles à l'équilibre de Nash, puis on fait de même avec les paiements qui résultent de chacune des situations. On s'intéresse ensuite à la façon dont évolue cette différence en fonction du nombre de pays concernés par le problème. Cette analyse permet de définir les circonstances dans lesquelles une action coordonnée de la part des pays est d'autant plus requise.

Proposition 1.14 :

Dans la situation de coopération totale, si la solution globalement optimale est unique, elle est telle que $z^C \leq z^*$ *et* $\sum f^C \geq \sum f^*$.

La Proposition 1.14 se vérifie à la fois sous les conditions de la Proposition 1.2 et respectivement sous les conditions a) et b) de la Proposition 1.4 (section 2). On a vu en effet que chaque fois que l'équilibre de la situation de non coopération était unique, la solution optimale du point de vue de l'ensemble des pays l'était aussi. Autrement dit, les conditions qui garantissent l'existence d'un unique équilibre de Nash en stratégies pures sont aussi celles qui sous-tendent l'existence d'une unique solution globalement optimale. De plus, quelle que soit la configuration considérée, la prise en compte par chaque pays de l'impact de leurs émissions sur les autres les conduit à réduire leur stratégie d'équilibre. On vérifie alors que ce comportement, quand il est adopté par tous, engendre le paiement agrégé le plus élevé. Si tous les pays ont des émissions positives à l'équilibre de Nash, l'hypothèse de symétrie des pays génère également un paiement individuel qui est plus élevé que celui dans la situation de non coopération. En d'autres termes, $f^C \geq f^*$ pour tous les pays.

Dans la configuration où seul un sous-ensemble de pays a des émissions positives, les autres choisissant un niveau d'émissions nul, la situation de coopération totale s'interprète quel que peu différemment. Les pays qui ont des émissions nulles à l'équilibre de non coopération ne génèrent pas d'externalité sur les autres. Par conséquent, on considère qu'ils adoptent toujours le même comportement dans la situation globalement optimale. La réduction des émissions globales est donc le fait des pays qui ont des émissions strictement positives. Dans la mesure où ces derniers ont un paiement strictement croissant avec le niveau de leur stratégie, leur paiement individuel à l'optimum social diminue par rapport à la situation de non coopération. Autrement dit, on vérifie la relation suivante : $f_m{}^C \leq f_m{}^*$, même si globalement la relation $\sum f^C \geq \sum f^*$ est toujours vraie. De plus on montre que, sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b), cette configuration asymétrique engendre un paiement agrégé plus élevé que si le même niveau global d'émissions était réparti sur les *n* pays. Cette assertion est liée au fait que les pays présentent des rendements fortement croissants dans leurs activités de consommation et de production.

Enfin, dans le cadre des jeux supermodulaires où la fonction-objectif est différentiable, si l'équilibre Pareto supérieur, $\underline{Z}^*$, se distingue de la limite inférieure de l'ensemble des stratégies accessibles, alors celui-ci n'est pas Pareto-optimal du point de vue de l'ensemble des pays (Milgrom, Roberts, 1990b). Dans le cadre d'un jeu à externalité négative, il existe un profil de stratégies qui est Pareto-préféré (sans être un équilibre) dans lequel tous les pays adoptent un niveau d'émissions plus faible.

Proposition 1.15 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.3, les niveaux d'émissions de la situation de coopération totale sont tels que $\overline{Z}^C \leq \underline{Z}^*$ *et* $\underline{f}^C \geq \overline{f}^*$.

A l'image des résultats établis sous les hypothèses de la Proposition 1.3 concernant l'existence des équilibres de Nash, il peut exister, sous les mêmes conditions, plusieurs solutions globalement optimales. On montre que le plus petit niveau global d'émissions qui peut être atteint dans la situation de non coopération est toujours supérieur au niveau global des émissions le plus élevé de la situation de coopération totale. Etant donné que dans cette configuration toutes les solutions sont nécessairement symétriques, la proposition sur les paiements en découle. A partir de ces résultats sur la position relative des niveaux d'émissions dans la situation de *statu quo* et dans la situation de coopération totale, on montre, en plus, que la distance entre les deux est d'autant plus importante que le nombre de pays concernés par le problème environnemental est grand.

Proposition 1.16 :

Quelle que soit la nature des interactions entre les pays, la réactivité des solutions optimales Z^C *par rapport à n est toujours plus forte à la baisse et plus faible à la hausse que celle des solutions d'équilibre* Z^* *de la situation de non coopération.*

En d'autres termes, on montre que si le niveau global des émissions z^* est décroissant en n, comme sous les hypothèses de la Proposition 1.4, celui à l'optimum global z^C l'est encore plus. De la même façon, si l'ensemble des niveaux globaux Z^* est croissant en n, comme sous les hypothèses des Propositions 1.2 et 1.3, les solutions globalement optimales Z^C peuvent, soit croître dans des proportions moindres, soit décroître en n. Ce résultat n'exclut pas les circonstances dans lesquelles le niveau des émissions globales Z^* croît en n à l'équilibre de Nash, tandis que Z^C décroît en n à l'optimum social. Dans ce cas, l'écart entre les deux situations est d'autant plus grand que le nombre de pays en interaction est important. Il convient de souligner cependant que si les émissions globales sont décroissantes en n à l'optimum social, alors les niveaux d'émissions individuels le sont nécessairement aussi. Cette assertion n'est pas forcément vérifiée dans l'autre sens.

Pour conclure, cette dernière proposition permet de généraliser un résultat de Finus, Rundshagen (1998) qui repose sur une fonction de paiement spécifique et selon lequel plus le nombre de pays qui souffrent de l'externalité globale est élevé, plus la nécessité d'une coordination des politiques environnementales nationales se fera ressentir. Cette assertion est donc vérifiée quel que soit le type de comportement postulé pour les pays.

*

*   *

L'analyse menée dans ce chapitre est essentiellement fondée sur le signe de la dérivée seconde croisée des fonctions de paiement. Elle nous a permis de faire le tour des relations envisageables entre les pays et de leurs conséquences sur le problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère. Les résultats obtenus constituent une typologie des comportements stratégiques des Etats dans le cadre d'un problème environnemental global tel que le changement climatique.

La mise en œuvre de politiques environnementales génère des comportements stratégiques de la part des pays, dans le sens où ces dernières reviennent en fait à fixer les niveaux d'activités économiques des pays ou encore, leur stratégie de développement. Dès lors que les activités de production présentent des rendements décroissants ($B'' < 0$), le niveau des émissions globales peut se fixer à un niveau d'autant plus élevé qu'il existe des effets de renforcement entre les stratégies des pays. En présence de fortes complémentarités, par conséquent, chaque pays fixe son niveau d'activités d'autant plus haut que celui des autres l'est aussi. Il peut émerger, dans ces circonstances, une multiplicité de situations économiquement stables pour les pays. Avec la prise en compte de l'impact des activités humaines sur l'environnement, les pays devraient faire en sorte de se coordonner sur les niveaux d'émissions les plus faibles, dans la mesure où ils génèrent les paiements les plus élevés.

En outre, vu les résultats établis, il est clair que le bien public « qualité de l'environnement » est fourni de manière insuffisante. Quelle que soit la situation de non coopération considérée, celle-ci est sous-optimale du point de vue de l'ensemble des pays. On remontre ainsi que les pays, quand ils n'intègrent pas l'impact de leurs émissions sur les autres, fixent des niveaux d'activités trop élevés. Quelles que soient les circonstances, ce phénomène est toujours renforcé par le nombre de pays en interaction. L'écart entre la solution globalement optimale et l'équilibre de non coopération est ainsi d'autant plus grand que le nombre de pays concernés par le problème environnemental est élevé. Malheureusement, même si cette solution est celle qui procure l'utilité agrégée la plus élevée, elle n'est pas stable. Chaque pays, pris indépendamment, est incité à revenir sur l'accord de coopération et à dévier de manière unilatérale. La question sur l'éventualité de voir émerger un accord stable mais plus petit fait l'objet de la seconde partie de la thèse, qui a trait aux accords internationaux environnementaux.

L'analyse qui vient d'être menée repose sur l'idée que tous les pays tentent de maximiser leur paiement en choisissant un niveau d'émissions approprié, compte tenu de leurs conjectures sur les stratégies adoptées par les autres pays. L'équilibre de Nash du jeu est alors tel que ces conjectures sont correctes et qu'aucun pays n'est incité à modifier de manière unilatérale sa stratégie. L'hypothèse sous-jacente à ce raisonnement est que tous les pays décident de leur niveau d'émissions en même temps. Cette approche reste justifiée dans le cadre du jeu des émissions globales à N pays, dans la mesure où le problème considéré ne suggère pas, en lui même, une séquence de décisions particulière entre les pays. Il existe pourtant une autre alternative dans le cadre du jeu à deux pays. Elle consiste pour les pays à prendre leur décision l'un après l'autre, le second observant la décision du premier. Dans cette perspective, le jeu des émissions globales devient un jeu en deux étapes et à information parfaite. Une telle modification du jeu n'est pas sans effet sur les stratégies adoptées par les pays, ni sur les équilibres. L'objet du chapitre 2 est double. On étudie d'abord les équilibres du jeu des émissions globales dans le cadre de deux pays et dans ses deux versions (simultanée et séquentielle). On établit ensuite les conditions sous lesquelles l'une et l'autre de ces situations résultent du choix stratégique des pays. Cette approche nous permet de passer outre les critiques usuelles relatives au concept d'équilibre de Stackelberg dans la mesure où, s'il existe un pays *leader*, celui-ci émerge de manière endogène. Pour cela on construit le *jeu des* *émissions globales étendu*. On verra que la nature des interdépendances entre les pays importe de manière significative sur la séquence des décisions des pays et sur l'issue finale de ce jeu étendu.

ANNEXE A :

LE JEU DES EMISSIONS GLOBALES :

DE L'IMPACT DES INTERACTIONS STRATEGIQUES SUR L'EXISTENCE ET LES PROPRIETES DES SOLUTIONS D'EQUILIBRE

_ PREUVES.

Cette annexe contient l'ensemble des preuves relatives aux propositions établies dans le cadre du jeu des émissions globales à N pays symétriques. Les preuves des Propositions 1.1 à 1.4 sont en fait une adaptation de celles présentées par Amir, Lambson (2000) dans le cadre d'un oligopole de Cournot. On rappelle que les deux hypothèses H1 et H2 initialement posées sont que $B : R^+ \to R^+$ et $D : R^+ \to R^+$ sont toutes deux, deux fois continûment différentiables et non décroissantes. Par soucis de clarté, chaque proposition est rappelée avant d'en établir la preuve.

Au préalable, on revient sur la définition de la correspondance de meilleure réponse cumulée. C'est sur celle-ci que repose l'existence des équilibres symétriques du jeu.

Correspondance de meilleure réponse cumulée C(·) :

Au niveau individuel, la correspondance de meilleure réponse d'un pays est définie pour tout y, tel que $0 \le y \le (n-1)K$, par : $X(y) = \arg\max_{x\in X} f(x,y)$. Elle est établie à partir de la fonction de paiement : $f(x,y) = B(x) - D(x+y)$.

De la même façon, pour la fonction de paiement $\widetilde{f}(z,y) = B(z-y) - D(z)$, l'ensemble des solutions du problème de maximisation est tel que : $Z^*(y) = \operatorname{argmax}_{z\in Z} \widetilde{f}(z,y)$. Dans ce cas, l'ensemble des stratégies accessibles par un pays est matérialisé par l'ensemble φ, tel que $\varphi = \{(z,y) : y \le z \le y+K, 0 \le y \le (n-1)K\}$. Notre analyse repose en grande partie sur le signe de la dérivée seconde croisée de $\widetilde{f}(z,y)$ par rapport à z et y ; elle est matérialisée par Δ_{ZY} qui est tel que $\Delta_{ZY} = -B''(\cdot)$.

L'ensemble des équilibres du jeu correspond à l'ensemble des points fixes de la correspondance de meilleure réponse cumulée *C(·)* (Cf. Lemme i.1, Topkis, 1998). En raison de l'hypothèse de symétrie des pays, elle est définie de la façon suivante :

$$C : y \rightarrow \frac{n-1}{n}(x' + y)\,. \tag{A.1}$$

La variable x' représente le niveau des émissions de meilleure réponse d'un pays étant donné le niveau des émissions cumulées des (*n – 1*) autres pays. Dans la mesure où $x' \in [0, K]$ et $y \in [0,(n-1)K]$, on vérifie facilement que : $((n-1)/n)(x'+y) \in [0,(n-1)K]$. Un point fixe de la correspondance de meilleure réponse cumulée *C(·)* correspond donc à un équilibre de Nash symétrique, pour lequel on vérifie que : $y_0 = ((n-1)/n)(x_0' + y_0)$ avec $x_0' = y_0 /(n-1)$. Un pays choisit un niveau d'émissions aussi élevé que celui de chacun des (*n – 1*) autres pays. Il s'agit dès lors d'établir les conditions d'existence des points fixes de *C(·)*.

Proposition 1.1 :

Si, en plus des hypothèses standard H1 et H2, $\Delta_{ZY} > 0$ sur l'ensemble φ, alors le jeu des émissions globales possède au moins un équilibre symétrique en stratégies pures et aucun équilibre asymétrique.

Preuve :

La preuve s'établit en deux temps. On montre d'abord que si, en plus des hypothèses standard H1 et H2, $\Delta_{ZY} > 0$ sur φ, alors le jeu des émissions globales possède au moins un équilibre symétrique, puis on montre qu'il n'existe aucun équilibre asymétrique.

- Montrons qu'il existe au moins un équilibre de Nash en stratégies pures symétrique :

La preuve de cette proposition repose sur une application directe du Théorème i.1 (Topkis, 1979). D'après les hypothèses standard H1 et H2 et dans la mesure où $\Delta_{ZY} > 0$, la fonction de paiement d'un pays $\tilde{f}$ est semi-continue supérieurement et présente des différences strictement croissantes en (*z, y*) sur l'ensemble $\varphi = \{(z, y) : y \leq z \leq y + K, 0 \leq y \leq (n-1)K\}$. Toutes les sélections de *Z*(y)* sont donc croissantes en *y* d'après le Théorème i.1.

Dans la mesure où $Z^*(y) = x' + y$, cela équivaut à dire que toute sélection de la correspondance de meilleure réponse cumulée *C(·)* définie par l'équation (A.1) est également croissante en *y*. D'après le Théorème i.2 (Tarski, 1955), on en conclut que *C(·)* a un point fixe et ce point fixe est un équilibre de Nash symétrique.

- Montrons qu'il n'existe pas d'équilibre asymétrique :

Quand $\Delta_{ZY} > 0$, le Théorème i.1 (Topkis, 1979) permet de conclure que toutes les sélections de *Z*(y)* sont croissantes en *y*. Pour montrer qu'il n'existe pas d'équilibre asymétrique, il suffit de montrer que toute sélection de *Z*(y)* est strictement croissante en *y*. Cela équivaut à établir qu'à tout $z' \in Z^*$, il correspond au plus un seul y, de sorte que l'on vérifie $z' = x' + y$ sachant que z' est la meilleure réponse à y : à chaque niveau global d'émissions z', chaque pays émet donc le même niveau d'émissions $x' = z' - y$ avec $y = (n-1)x'$. En raisonnant par l'absurde, supposons qu'il existe une sélection quelconque $\tilde{z}$ de Z^* telle que $\tilde{z}(y_1) = \tilde{z}(y_2)$ avec $y_1 > y_2$. Si $\tilde{z}(y_1)$ et $\tilde{z}(y_2)$ sont des solutions intérieures du problème de maximisation de $\tilde{f}(z,y) = B(z-y) - D(z)$, tous deux vérifient les conditions nécessaires de premier ordre :

$$B'(\tilde{z}(y_i) - y_i) - D'(\tilde{z}(y_i)) = 0, \quad i = 1,2 \qquad \text{(A.2)}$$

Puisque $\tilde{z}(y_1) = \tilde{z}(y_2) = z$, cela implique que :

$$B'(z - y_1) - D'(z) = B'(z - y_2) - D'(z),$$

et :

$$B'(z - y_1) - B'(z - y_2) = 0. \qquad \text{(A.3)}$$

Dans la mesure où $\tilde{z}$ est non décroissant en y, $\tilde{z}(y) = z$ est vrai pour tout $y \in [y_2, y_1]$. L'égalité relatée par l'équation (A.3) est donc vraie pour toute valeur de y appartenant à cet intervalle. En considérant la limite de (A.3) rapportée à la taille de l'intervalle quand $y_2 \rightarrow y_1$, on obtient la relation suivante :

$$\lim_{y_2 \rightarrow y_1} \frac{B'(z - y_1) - B'(z - y_2)}{y_2 - y_1} = 0. \qquad \text{(A.4)}$$

Autrement dit, la relation (A.4) correspond à la définition d'une dérivée et on obtient : $B'' = 0$, ce qui contredit le fait que $\Delta_{ZY} > 0$ sur φ. Ainsi, $\tilde{z}$ est strictement croissant et aucun équilibre asymétrique n'existe. CQFD.

Proposition 1.2 :

Si, outre les hypothèses de la Proposition 1.1, la fonction de dommage est convexe, alors la correspondance de meilleure réponse de chaque pays $X(y)$ est une fonction décroissante en y et il existe un unique équilibre de Nash en stratégies pures.

<u>Preuve :</u>

Si $\Delta_{ZY} > 0$ et si la fonction de dommage est convexe, on montre que la correspondance de meilleure réponse $X(y)$ est une fonction décroissante en y et il existe par conséquent un unique équilibre de Nash en stratégies pures.

- Montrons tout d'abord que toutes les pentes de $X(y)$ sont bornées inférieurement par -1 et supérieurement par 0 :

D'après la preuve de la Proposition 1.1, $\Delta_{ZY} > 0$ implique que toutes les sélections de $Z^*(y)$ sont croissantes en y : $Z'(y) \geq 0$. Comme $Z^*(y) = X(y) + y$, on en conclut que toutes les sélections de $X(y)$ ont une pente supérieure à -1 : $X'(y) = Z'(y) - 1 \geq -1$.

Quand la fonction de dommage est convexe, $f(x, y)$ présente des différences décroissantes en x et y :

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} = -D''(x+y) \leq 0 .$$

Par conséquent, les sélections extrêmes de $X(y)$ sont décroissantes en y : $X'(y) \leq 0$.

Les pentes de toute sélection de $X(y)$ appartiennent bien à l'intervalle [- 1, 0].

La continuité de la stratégie de meilleure réponse d'un pays vient du fait que toute meilleure réponse dont la pente est bornée inférieurement n'a pas de saut vers le bas (si la fonction est discontinue, il s'agit nécessairement d'un saut vers le haut). Or, la décroissance de $X(y)$ en y implique qu'elle n'a pas de saut vers le haut et donc pas de saut du tout. Sous les hypothèses retenues, la stratégie de meilleure réponse d'un pays est une fonction continue.

- Montrons que l'équilibre est unique :

Pour montrer l'existence d'un unique équilibre, on effectue une démonstration par l'absurde. Soient deux points fixes z^1 et z^2 tels que $z^1 = \Sigma_i x_i^1 \geq \Sigma_i x_i^2 = z^2$ *(a)*. Comme toute sélection de $Z(y)$ est non décroissante en y, cette hypothèse implique que $y^1 \geq y^2$ *(b)*. Or, comme $X(y)$ est décroissant en y, l'inégalité *(b)* implique que $x_i^1 \leq x_i^2$. Par suite, on vérifie les deux inégalités : $\Sigma_i x_i^1 \leq \Sigma_i x_i^2$ *(c)* et $y_1 \leq y_2$ *(d)*. La première inégalité *(c)* est lié à l'hypothèse de symétrie des pays, tandis que la seconde *(d)* est liée au fait que $Z(y)$ est non décroissant en y. La combinaison des conditions *(a), (b), (c)* et *(d)* implique : $x_1 = x_2$.

Sous les hypothèses de la Proposition 1.2, l'équilibre de Nash du jeu est donc bien unique. CQFD.

Proposition 1.3 :

Si, outre les hypothèses de la Proposition 1.1, la fonction de dommage est concave, alors la correspondance de meilleure réponse de chaque pays X(y) possède des sélections croissantes en y et il existe au moins un équilibre de Nash en stratégies pures.

Preuve :

Si $\Delta_{ZY} > 0$ et si la fonction de dommage est concave, on montre que la correspondance de meilleure réponse $X(y)$ possède des sélections extrêmes croissantes en y et il existe au moins un équilibre de Nash en stratégies pures.

La preuve s'ensuit directement de l'application du Théorème i.1 (Topkis, 1979). Quand la fonction de dommage est concave, $f(x, y)$ présente des différences croissantes en x et y. Dans ces circonstances, les correspondances de meilleure réponse sont non vides et les sélections maximale et minimale de $X(y)$, $\overline{X}^*$ et $\underline{X}^*$, sont croissantes en y. L'application du Théorème i.2 (Tarski, 1955) permet d'assurer l'existence d'au moins un point fixe et donc d'un équilibre de Nash en stratégies pures dans le jeu des émissions globales. CQFD.

Proposition 1.4 :

Si, outre les hypothèses standard H1 et H2, $\Delta_{ZY} < 0$ *sur l'ensemble* φ*, alors les trois points suivants sont vérifiés :*

d. Pour tout $m < n$*, si un équilibre symétrique existe pour le jeu des émissions globales à m pays, alors il est unique*[1] *et tel que, pour le jeu à n pays, on vérifie la configuration des niveaux d'émissions d'équilibre suivante : chacun des m pays émet* x_m *tandis que les (n - m) autres pays n'émettent aucune émission. En particulier, si seul un pays pollue (m = 1), alors le jeu à n pays possède toujours un équilibre.*

e. Si les fonctions de paiement individuelles f(x, y) sont strictement quasi-concaves en x pour tout $y \in [0, \bar{y}]$*, alors il existe un unique équilibre de Nash symétrique.*

f. Il n'existe pas d'autre équilibre que ceux déterminés aux points a) et b).

La preuve de la Proposition 1.4 repose sur un résultat intermédiaire retranscrit par le Lemme A.1. Ce lemme postule que si $\Delta_{ZY} < 0$ et tant que le graphe de *Z*(y)* ne coupe pas la première bissectrice des axes, toute sélection dans l'ensemble des solutions *Z*(y)* est décroissante en *y*. Une fois que le graphe de *Z*(y)* coupe la première bissectrice des axes, *Z*(y)* coïncide avec cette dernière. La figure A.1 ci-dessous donne une représentation graphique de cette idée. La démonstration de ce lemme quant à elle s'appuie sur celles de Novshek (1985) et Amir, Lambson (2000) pour les modèles de concurrence à la Cournot.

Lemme A.1 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.4, toute sélection de Z(y) est décroissante en y pour* $y \in [0, y_0]$*, avec* $y_0 \geq 0$ *et tel que* $y_0 \in Z^*(y_0)$ *;* $Z^*(y) = \{y\}$ *pour* $y > y_0$*.*

<u>Preuve du Lemme A.1 :</u>

La preuve du Lemme A.1 repose en grande partie sur le Théorème A.1 (Topkis, 1978) qui est une version alternative du Théorème i.1 (Topkis, 1979), présentée dans Amir (2005).

Théorème A.1 (Topkis, 1978) :

Soient $A, S \subset R$ *et F(a, s) une fonction semi-continue supérieurement et telle qu'elle présente des différences croissantes (décroissantes) en (a, s). Si l'ensemble des stratégies accessibles A(s) est ascendant (descendant) en s, alors les sélections maximale et minimale de* $a^*(s) = \arg\max_{a \in A(s)} F(a, s)$ *sont des fonctions croissantes (décroissantes) en s. Si F(a, s) présente des différences strictement croissantes (strictement décroissantes), alors toutes les sélections de a*(s) sont croissantes (décroissantes).*

[1] A une permutation près des pays qui sont symétriques.

Définition d'un intervalle ascendant (descendant) :

Pour $s \in R_+$, *soit l'intervalle* $A(s) = [a_1(s), a_2(s)] \subset R_+$, *avec* $a_1(\cdot)$ *et* $a_2(\cdot)$ *deux fonctions à valeurs dans R telles que* $a_1(\cdot) \leq a_2(\cdot)$. *On dit que A(s) est ascendant (descendant) en s si* $a_1(\cdot)$ *et* $a_2(\cdot)$ *sont croissantes (décroissantes) en s.*

- Montrons que toute sélection de $Z^*(y)$ est décroissante en y :

Dans le cadre de la Proposition 1.4, $\Delta_{ZY} < 0$. En conséquence, $Z^*(y)$ présente des différences strictement décroissantes en (z, y). Cependant, l'ensemble des stratégies réalisables $[y, y + K]$ est ascendant en y et non pas descendant comme le prévoit l'application du Théorème A.1. On peut quand même conclure que toutes les sélections de $Z^*(y)$ sont décroissantes en y tant que leur représentation est contenue dans un rectangle qui s'inscrit entièrement dans l'ensemble des stratégies accessibles φ. Autrement dit, pour $y_1 \geq y_2$ avec $z_1 \in Z^*(y_1)$, $z_2 \in Z^*(y_2)$, si les 4 points (y_1, z_1), (y_1, z_2), (y_2, z_1), (y_2, z_2) sont contenus dans φ, alors $z_1 \leq z_2$. Amir, Lambson (2000) appellent cette propriété, la propriété du Rectangle Monotone (*Rectangle Monotonicity Property*).

- Montrons que si $y_0 \in Z^*(y_0)$ pour tout $y_0 \geq 0$, alors $Z^*(y) = \{y\}$ pour tout $y > y_0$:

Il s'agit de montrer qu'une fois que le graphe de $Z^*(y)$ coupe la première bissectrice des axes au point d'abscisse y_0, il coïncide avec elle pour toute valeur de $y > y_0$. La preuve que toute sélection z dans l'ensemble des solutions est telle que $z = y$, pour tout $y > y_0$, s'appuie sur un raisonnement par l'absurde. On peut déjà exclure toutes les valeurs telles que $z < y$, dans la mesure où l'ensemble des possibles pour la variable z est $[y, y + K]$ avec $K > 0$. Par conséquent : $z \geq y$.

Supposons maintenant qu'il existe $\tilde{y} > y_0$ avec $\tilde{z} \in Z^*(\tilde{y})$ et tel que $\tilde{z} > \tilde{y}$. Comme $y_0 \in Z^*(y_0)$, l'utilité maximale d'un pays en réponse à y_0 est $\tilde{f}(y_0, y_0) = f(0, y_0)$. Or, $f(\tilde{z} - \tilde{y}, y_0) > f(0, y_0)$ car, d'après l'hypothèse standard H1, la fonction de bénéfice $B(\cdot)$ est une fonction strictement croissante avec le niveau des émissions du pays en question : $B(\tilde{z} - \tilde{y}) - D(y_0) > -D(y_0)$ avec $B(0) = 0$ et $B' > 0$. Donc $B(\tilde{z} - \tilde{y}) > 0$. Par conséquent, $f(\tilde{z} - \tilde{y}, y_0) > f(0, y_0)$ contredit le fait que $y_0 \in Z^*(y_0)$ puisque la stratégie $(\tilde{z} - \tilde{y})$ en réponse à y_0 rapporte une utilité plus grande. On peut donc en conclure que $Z^*(y) = \{y\}$ dès que $y > y_0$. CQFD.

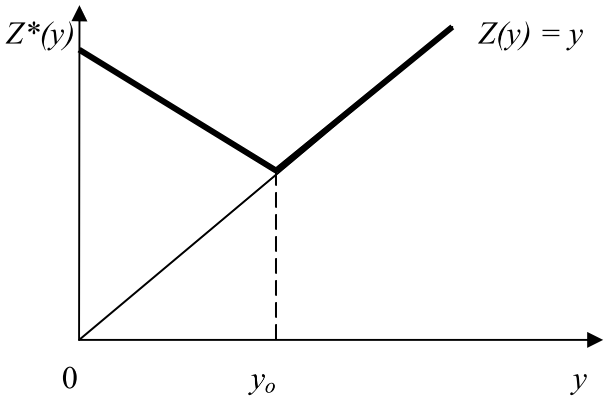

Figure A.1 : Représentation d'une sélection de $Z^*(y)$ quand $\Delta_{ZY} < 0$.

Preuve de la proposition 1.4 :

La proposition 1.4 identifie deux conditions indépendantes, chacune d'elles garantissant l'existence d'un unique équilibre de Nash en stratégies pures quand $\Delta_{ZY} < 0$. La première condition est celle où un seul pays pollue ($m = 1$), les ($n - 1$) autres choisissant de n'émettre aucune émission (en revanche, dans les cas où $1 < m < n$, on doit postuler l'existence de l'équilibre). La seconde condition est celle de stricte quasi-concavité des fonctions de paiement individuelles $f(x, y)$ en x, pour tout $y \in [0, \bar{y}]$ avec $\bar{y} = D'^{-1}(B'(0)) > 0$.

- Montrons que sur l'intervalle où $Z^*(y)$ est décroissant en y, si un équilibre existe, il est unique :

Cela revient à établir la preuve des Propositions 1.4 a) et 1.4 b).

Preuve de la Proposition 1.4 a) :

La Proposition 1.4 a) postule que s'il existe un équilibre pour n pays, alors il est tel que m pays émettent des émissions et les ($n - m$) autres émettent 0. On en fait la preuve pour $m = 1$. Dans ce cas, un seul pays décide d'émettre des émissions de GES, tandis que les ($n - 1$) autres ne rejettent rien dans l'atmosphère.

Sur l'intervalle $[0, y_0]$, $Z^*(y)$ est décroissant en y et $Z^*(0)$ est bien définie : dans un jeu où les décisions des agents sont des substituts stratégiques, si on note x^M le niveau des émissions d'un pays quand il est seul à polluer, il s'agit du niveau des émissions le plus élevé qu'il puisse choisir (il est impératif de vérifier que la contrainte de capacité d'un pays à polluer est telle que $K > x^M$).

Comme $Z^*(y) = x' + y$ et $Z^*(y)$ est décroissant en y, on en conclut que toute sélection de la correspondance de meilleure réponse cumulée $C(\cdot)$ définie par la relation (A.1) est décroissante en y. Si $C(\cdot)$ est bien définie sur l'intervalle $[0, y_0]$ et si elle possède un point fixe, il est unique. Par ailleurs, on a déjà montré que tout point fixe de $C(\cdot)$ est un équilibre de Nash symétrique (Cf. définitions introductives de l'Annexe A).

Si on revient sur la correspondance de meilleure réponse individuelle *X(·)*, elle est telle que $X(y) = Z^*(y) - y$. Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a), $Z'^*(y) \leq 0$ implique que $X'(y) = Z'^*(y) - 1 \leq -1$. Si on prend deux points du graphe de *X(y)*, soient x_1 et x_2 tels que $x_1 \in X(y_1)$ et $x_2 \in X(y_2)$ avec $x_1, x_2 > 0$ et pour tout $y_1, y_2 \geq 0$, la pente de la droite qui relie ces deux points du graphe est telle que : $(x_1 - x_2)/(y_1 - y_2) \leq -1$.

Si x^M est le niveau optimal des émissions d'un pays quand il est seul à polluer, on doit vérifier simultanément que $x^M \in X(0)$ et $0 \in X(x^M)$: si un pays émet son niveau optimal d'émissions comme s'il était seul, alors la meilleure réponse des autres pays est de ne pas polluer. Par définition, $x^M \in X(0)$ est vrai. Pour montrer que $0 \in X(x^M)$, on raisonne de nouveau par l'absurde. Supposons qu'il existe $x' \in X(x^M)$ tel que $x' > 0$. On vérifie donc :

$$\frac{x' - x^M}{x^M - 0} = \frac{x'}{x^M} - 1 > -1. \tag{A.5}$$

L'inégalité qui ressort de la relation (A.5) contredit le fait que toutes les pentes de *X(·)* sont inférieures à -1. Il s'ensuit que $0 \in X(x^M)$.

La preuve pour toute valeur de $m > 1$ est identique. Il est important de noter cependant que, lorsque $1 < m < n$, on doit postuler l'existence de l'équilibre pour l'ensemble des *m* pays. La raison en est que, quand les meilleures réponses sont fortement décroissantes et en l'absence de quasi-concavité des fonctions de paiement, la correspondance de meilleure réponse cumulée n'est pas forcément définie et son domaine doit être spécifié. Quand *C(·)* est définie, si elle possède un point fixe, il s'agit d'un équilibre de Nash symétrique qui est unique. CQFD.

<u>Preuve de la Proposition 1.4 b) :</u>

Il s'agit de montrer que si la fonction de paiement d'un pays est quasi-concave en sa propre stratégie, *X(y)* est une fonction continue telle que :

i) $X(y) > 0$ pour tout $y \in [0, \bar{y}]$, avec $\bar{y} = D'^{-1}(B'(0))$;

ii) $X(y) = 0$ pour $y > \bar{y}$.

L'hypothèse de quasi-concavité des fonctions de paiement *f(x, y)* implique que *X(y)* est une fonction continue. Or, on sait que *X(y)* décroît à un taux supérieur à 1, en valeur absolue, du niveau d'émissions le plus élevé x^M à 0.

Montrons que $0 \in X(\bar{y})$. La condition nécessaire de premier ordre du problème $\max_x f(x, \bar{y})$ est $B'(x) - D'(x + \bar{y}) \leq 0$. Cette condition constitue également une condition suffisante pour obtenir un maximum global étant donné la quasi-concavité de *f(x, y)* en *x*. Puisque $D'(\bar{y}) = B'(0)$, on voit que $x = 0$ satisfait la condition de premier ordre avec l'égalité. Ainsi, $\bar{y}$ constitue le plus petit niveau de *y* pour lequel on vérifie $X(y) = 0$. Or, $Z^*(y) = \{y\}$ pour $y > y_0$.

On peut donc en conclure que $X(y) = 0$ pour tout $y \geq \bar{y}$.

Montrons qu'il existe un unique équilibre de Nash symétrique. Un équilibre de Nash est symétrique si et seulement si $y = (n - 1)x$ satisfait $X(y) = y/(n - 1)$. Autrement dit, la meilleure réponse d'un pays est d'émettre autant d'émissions que chacun des ($n - 1$) autres pays. Etant donné le point précédent, les fonctions $X(\cdot)$ et $y/(n - 1)$ ont une intersection pour tout $n \geq 2$. Par ailleurs, l'unicité découle du fait que ces deux fonctions sont respectivement décroissante et croissante pour les valeurs de y définies précédemment. CQFD.

- Montrons qu'il n'existe pas d'autre équilibre (Preuve de la Proposition 1.4 c) :

S'il existe un autre équilibre que ceux mis en exergue aux points a) et b), celui-ci est nécessairement asymétrique. Pour montrer qu'un tel équilibre n'existe pas, on effectue un raisonnement par l'absurde. Un équilibre est asymétrique si au moins deux pays émettent des niveaux d'émissions différents et strictement positifs. Soit ($x^1, x^2, ..., x^n$) le vecteur des niveaux d'émissions d'équilibre avec $z = \Sigma_i x^i$ le niveau des émissions globales. Pour refléter l'asymétrie, on fait l'hypothèse que $x^1 > x^2 > 0$ et on définit y^i par $x^i = X(y^i)$, $i = 1, 2$. On doit donc avoir $x^1 + y^1 = x^2 + y^2 = z$, avec $y^2 > y^1$ puisque $x^1 > x^2$. Cette relation contredit le fait que $Z^*(y)$ est strictement décroissant en y quand $Z^* > 0$. Des équilibres asymétriques ne peuvent donc pas exister. CQFD.

Proposition 1.5 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.1, les équilibres du jeu des émissions globales sont tels que :

a) Les niveaux d'émissions cumulées maximum et minimum d'équilibre des ($n - 1$) pays, $\underline{Y}^*$ et $\overline{Y}^*$, sont non décroissants en n ;

b) Les niveaux globaux d'émissions maximum et minimum d'équilibre, $\underline{Z}^*$ et $\overline{Z}^*$, sont non décroissants en n ;

c) Les paiements d'équilibre maximum et minimum, $\underline{f}^*$ et $\overline{f}^*$, sont non croissants en n.

Preuve :

Les trois points de la Proposition 1.5 sont établis tour à tour.

- Montrons que $\underline{Y}^*$ et $\overline{Y}^*$ sont non décroissants en n (point a) :

La preuve de ce premier point repose sur un théorème de Sobel (1988) que l'on présente au préalable.

Théorème A.2 (Sobel, 1988) :

Soient $A \subset R_+$, un intervalle compact et $F_t : A \to A$, une fonction non décroissante $\forall t \geq 0$ et telle que $F_t(x)$ est non décroissante en t. Alors le plus grand et le plus petit point fixe de F_t sont non décroissants en t.

D'après le Théorème i.1 (Topkis, 1979), les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse cumulée (équation (A.1)), $\underline{C}$ et $\overline{C}$, existent et sont non décroissantes en *y*. Puisque *(n – 1)/n* est strictement croissant en *n*, $\overline{C}(y) = \frac{n-1}{n}(x' + y)$ est non décroissant en *n*, $\forall y$. D'après le théorème A.2, $\overline{Y}*$ qui constitue le plus grand point fixe de $\overline{C}$ est non décroissant en *n*. L'argument pour $\underline{C}$ est strictement le même et permet de conclure que $\underline{Y}^*$ est également non décroissant en *n*.

- Montrons que $\underline{Z}^*$ et $\overline{Z}^*$ sont non décroissants en *n* (point b) :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.1, il existe une relation de complémentarité entre les variables *z* et *y*. Autrement dit, toute sélection dans l'ensemble des solutions *Z*(y)* est non décroissante en *y* (d'après la preuve de la Proposition 1.1). Par suite, $\overline{Z}^*$ est non décroissant en *n* car $\overline{Y}^*$ est non décroissant en *n*. On utilise le même argument pour la plus petite sélection $\underline{Z}^*$.

- Montrons que $\underline{f}*$ et $\overline{f}*$ sont non croissants en *n* (point c) :

Le jeu étant à externalité négative, les fonctions de paiement des pays sont (strictement) décroissantes en *y*. Les paiements les plus élevés coïncident avec les niveaux d'émissions les plus faibles. Avec $y = (n-1)x$, $\underline{f}*$ et $\overline{f}*$ sont les paiements d'équilibre qui correspondent aux niveaux d'émissions d'équilibre $\overline{X}^*$ et $\underline{X}^*$ respectivement. Ainsi, $\overline{f}*$ est le paiement d'équilibre d'un pays qui réagit de manière optimale à $(n - 1)\underline{X}^*$. On peut faire le même raisonnement pour $\underline{f}*$. Si on note X_n et f_n respectivement, les niveaux d'émissions individuels et le paiement d'équilibre d'un pays dans le jeu des émissions globales quand il regroupe *n* pays, alors on vérifie la relation suivante :

$$\overline{f}_n = B(\underline{X}_n) - D(n\underline{X}_n) = B(\underline{X}_n) - D(\underline{X}_n + (n-1)\underline{X}_n)$$

D'après la définition d'un équilibre de Nash :

$$B(\underline{X}_n) - D(\underline{X}_n + (n-1)\underline{X}_n) \geq B(\underline{X}_{n+1}) - D(\underline{X}_{n+1} + (n-1)\underline{X}_n).$$

Cette inégalité met en exergue le fait que $\underline{X}_{n+1}$ ne constitue pas une stratégie de meilleure réponse à $(n-1)\underline{X}_n$. Par ailleurs, comme $(n - 1)\underline{X}_n = \underline{Y}_n \leq \underline{Y}_{n+1} = n\underline{X}_{n+1}$ d'après le point a) de la Proposition 1.5, on vérifie également l'inégalité suivante :

$$B(\underline{X}_{n+1}) - D(\underline{X}_{n+1} + (n-1)\underline{X}_n) \geq B(\underline{X}_{n+1}) - D(\underline{X}_{n+1} + n\underline{X}_{n+1}),$$

En d'autres termes, cette inégalité met en exergue le fait que $\underline{Y}_n$ croît en n et que $\overline{f}_n$ décroît en $\underline{Y}_n$. Or :

$$B(\underline{X}_{n+1}) - D(\underline{X}_{n+1} + n\underline{X}_{n+1}) = B(\underline{X}_{n+1}) - D((n+1)\underline{X}_{n+1}) = \overline{f}_{n+1}.$$

Les inégalités successives mises bout à bout nous permettent de conclure que $\overline{f}_n \geq \overline{f}_{n+1}$.

En utilisant $\overline{X}_n$, on établit la preuve pour $\underline{f}_n$. CQFD.

Proposition 1.6 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.2, l'unique équilibre est tel que le niveau d'émissions de chaque pays x^* est non croissant en n.

Preuve :

Il s'agit de montrer que sous les hypothèses H1 et H2, si $\Delta_{ZY} > 0$ et si la fonction de dommage est convexe, l'unique équilibre du jeu des émissions globales est tel que le niveau individuel des émissions x^* est non croissant en n.

Quand la fonction de dommage est convexe, les fonctions de paiement individuelles $f(x, y)$ présentent des différences décroissantes en (x, y). Les sélections extrêmes de $X(y)$ sont donc non croissantes en y. Comme l'équilibre est unique, il n'existe qu'une sélection x^* (Cf. Preuve de la Proposition 1.2). Cette sélection est telle que $x^* = X(y^*)$. Dans la mesure où x^* est non croissant en y^* et que y^* est non décroissant en n (Cf. Preuve de la Proposition 1.5 (a)), x^* est non croissant en n. On en conclut que x^* et y^* évoluent en sens contraire quand n augmente. CQFD.

Proposition 1.7 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.3, l'ensemble des niveaux d'émissions individuels d'équilibre est tel que ses sélections extrêmes, $\overline{X}^*$ et $\underline{X}^*$, sont non décroissantes en n.

Preuve :

Il s'agit de montrer que sous les hypothèses H1 et H2, si $\Delta_{ZY} > 0$ et si la fonction de dommage est concave, $\overline{X}^*$ et $\underline{X}^*$ sont non décroissants en n.

Quand la fonction de dommage est concave, les fonctions de paiement individuelles $f(x, y)$ présentent des différences croissantes en (x, y). Par conséquent, les sélections extrêmes de $X(y)$ sont non décroissantes en y (Cf. Preuve de la Proposition 1.3). Comme $\overline{X}^* = X(\overline{Y}^*)$ et

$\underline{X}^* = X(\underline{Y}^*)$ et comme $\overline{Y}^*$ et $\underline{Y}^*$ sont non décroissants en n (Cf. Preuve de la Proposition 1.5a)), les niveaux d'émissions par pays, $\overline{X}^*$ et $\underline{X}^*$, sont non décroissants en n. Les niveaux d'émissions $\overline{X}^*$ et $\underline{X}^*$ évoluent donc dans le même sens que $\overline{Y}^*$ et $\underline{Y}^*$ quand n augmente. CQFD.

Proposition 1.8 :

a) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a), tous les équilibres asymétriques tels que $m < n$, sont invariants en n.

b) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b), l'équilibre symétrique est tel que le niveau des émissions jointes des $(n - 1)$ pays y^* est non décroissant en n, tandis que le niveau des émissions par pays x^*, le niveau des émissions globales z^*, et le bénéfice net de chaque pays f^*, sont non croissants en n.

Preuve :

a) Sous les conditions de la Proposition 1.4 a), l'équilibre est tel que m pays émettent des émissions positives tandis que les $(n - m)$ autres pays choisissent un niveau d'émissions nul. Par conséquent, les niveaux individuels d'émissions d'équilibre sont invariants en n.

b) Sous les conditions de la Proposition 1.4 b), il s'agit de montrer que l'unique équilibre est tel que y^* est non décroissant en n tandis que x^*, z^* *et* f^* sont non croissants en n. La quasi-concavité des fonctions de paiement des pays en leur propre stratégie implique déjà que les correspondances de meilleure réponse $X(\cdot)$ et $C(\cdot)$ sont des fonctions continues.

On rappelle que la correspondance de meilleure réponse cumulée $C(\cdot)$ (définie par la relation A.1) est telle que : $C : y \rightarrow \frac{n-1}{n}(x' + y)$.

- Montrons que y^* est non décroissant en n et que z^* et x^* sont non croissants en n :

Comme $(n - 1)/n$ est strictement croissant en n, $C(y)$ est non décroissant en n, $\forall y$. D'après le Théorème A.2 (Sobel, 1988, cf. preuve de la Proposition 1.5 a)), y^* qui est l'unique point fixe de $C(\cdot)$ est donc non décroissant en n.

On sait, en outre, que l'ensemble des solutions $Z^*(y)$ est décroissant en y (Propriété du Rectangle Monotone, cf. preuve de la Proposition 1.4). On en conclut que y^*, non décroissant en n, implique que z^* est non croissant en n.

De la même façon, $x^* = X(y^*)$ et $X(\cdot)$ est strictement décroissant en y (tant que la solution est intérieure) ; il s'ensuit que y^*, non décroissant en n, implique que x^* est non croissant en n.

- Montrons que le paiement d'équilibre est non croissant en n :

Il s'agit de reprendre la preuve de la Proposition 1.5 c) sans les barres, dans la mesure où l'équilibre est unique :

$$f_n = B(x_n) - D(nx_n) = B(x_n) - D(x_n + (n-1)x_n).$$

D'après la définition d'un équilibre de Nash :

$$B(x_n) - D(x_n + (n-1)x_n) \geq B(x_{n+1}) - D(x_{n+1} + (n-1)x_n).$$

Cette inégalité met en exergue le fait que x_{n+1} ne constitue pas une stratégie de meilleure réponse à $(n-1)x_n$. Par ailleurs, comme $(n - 1)\, x_n = y_n \leq y_{n+1} = n\, x_{n+1}$ d'après la Proposition 1.8 a), on vérifie également l'inégalité ci-dessous :

$$B(x_{n+1}) - D(x_{n+1} + (n-1)x_n) \geq B(x_{n+1}) - D(x_{n+1} + nx_{n+1}).$$

Cette inégalité met donc en exergue le fait que y_n croît en n et que f_n décroît en y_n. Or :

$$B(x_{n+1}) - D(x_{n+1} + nx_{n+1}) = B(x_{n+1}) - D((n+1)x_{n+1}) = f_{n+1}.$$

Les inégalités successives bout à bout nous permettent de conclure que $f_n \geq f_{n+1}$. CQFD.

Proposition 1.9 :

Etant donné la fonction de paiement (1.4) et les hypothèses standard H1 et H2, on vérifie les trois points suivants :

d) Sous les hypothèses de la Proposition 1.1, les niveaux d'émissions d'équilibre maximum et minimum, $\underline{Z}^*$ et $\overline{Z}^*$, $\underline{Y}^*$ et $\overline{Y}^*$, $\underline{X}^*$ et $\overline{X}^*$ sont tous non décroissants en γ.

e) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a), les niveaux d'émissions des m pays actifs à l'équilibre sont tels que z_m, x_m et y_m sont non décroissants en γ.

f) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b), si l'ensemble des stratégies accessibles par les pays est ascendant en γ, l'unique équilibre symétrique est tel que les niveaux des émissions z^*, x^* et y^* sont non décroissants en γ.

<u>Preuve :</u>

Il s'agit de montrer que, quelles que soient les hypothèses retenues sur les fonctions de bénéfice et de dommage, tous les niveaux d'émissions d'équilibre sont toujours croissants avec le paramètre bénéfice-coût γ. La démonstration repose cependant sur des théorèmes différents en fonction de la nature des interactions entre les pays. En particulier, il n'existe pas de résultat de statique comparative général dans le cas où les stratégies des pays sont substituables, excepté sous certaines conditions dans le cadre des jeux symétriques. Pour rappel, la fonction de paiement considérée est : $\widetilde{f}(z, y, \gamma) = c[\gamma B(z - y) - D(z)]$ (équation 1.4 dans le texte).

a) Sous les hypothèses de la Proposition 1.1 ($\Delta_{ZY} > 0$ sur φ), le jeu des émissions globales est supermodulaire et la fonction de paiement $\widetilde{f}(z, y, \gamma)$ présente des différences croissantes en (*z, γ*) dès lors que la fonction de bénéfice est croissante avec le niveau des émissions :

$$\frac{\partial^2 \widetilde{f}(z, y, \gamma)}{\partial z \partial \gamma} = cB'(z - y) > 0. \tag{A.6}$$

Dans ce contexte, on recourt au Théorème i.4 (Milgrom, Roberts, 1990b). Ce théorème établit que, dans ces conditions, le plus grand et le plus petit équilibre du jeu sont croissants avec le paramètre γ. Par conséquent, $\underline{Z}^*$ et $\overline{Z}^*$ sont croissants en *γ*. Etant donné la relation linéaire qui existe entre les variables, à savoir $Y^* = (n - 1)Z^*/n$ et $X^* = nZ^*$, on en conclut que $\underline{Y}^*$ et $\overline{Y}^*$, ainsi que $\underline{X}^*$ et $\overline{X}^*$, sont également croissants en *γ*.

b) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a), $\Delta_{ZY} < 0$ sur φ et le jeu est sousmodulaire. On établit la preuve que z_m, x_m et y_m sont non décroissants en *γ* pour *m* = 1. Celle-ci s'appuie sur le Théorème A.2 (Sobel, 1988, cf. preuve de la Proposition 1.5 a)). Pour cela, on vérifie que la fonction de paiement du pays qui pollue est croissante en *x*, $\forall \gamma$ et croissante en $\gamma, \forall x$. Sous les hypothèses de la Proposition 1.9 b), la fonction de paiement du pays qui pollue est telle que $f(x^M, \gamma) = c[\gamma B(x^M) - D(x^M)]$. On vérifie aisément les deux inégalités suivantes :

i) $$\frac{\partial f(x^M, \gamma)}{\partial \gamma} = cB(x^M) > 0,$$

ii) $$\partial f(x, \gamma)/\partial x > 0, \forall x \in [0, x^M].$$

Si la seconde inégalité n'était pas vérifiée, l'équilibre serait tel qu'aucun pays ne polluerait. On en conclut que le niveau d'émissions d'équilibre du pays qui pollue est croissant avec le paramètre *γ*. Dans le cas de *m* pays qui polluent, les niveaux d'émissions y_m et z_m sont non décroissants en *γ* étant donné la relation linéaire qui existe entre les variables (Cf. point a) ci-dessus).

c) Sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b), $\Delta_{ZY} < 0$ sur φ et les fonctions de paiement sont quasi-concaves. Pour montrer que tous les niveaux d'émissions sont non décroissants en *γ*, on s'appuie de nouveau sur le Théorème A.1 (Topkis, 1978). Celui-ci est particulièrement approprié quand les ensembles de stratégies et de paramètres sont des sous-ensembles de *IR*. Dans sa formulation, *a* apparaît comme la variable de choix tandis *s* est un paramètre.

Etant donné l'hypothèse de symétrie des pays et l'unicité de l'équilibre, on peut réécrire la fonction de paiement de chacun comme une fonction de *x* et de γ :

$$f(x^*, \gamma) = c[\gamma B(x^*) - D(nx^*)]. \tag{A.7}$$

Celle-ci présente des différences croissante en (x, γ) si :

$$\frac{\partial^2 f(x,\gamma)}{\partial x \partial \gamma} = cB'(x) > 0 .$$

Cette inégalité est vraie d'après l'hypothèse H1 retenue sur la fonction de bénéfice. Si l'ensemble des stratégies accessibles, $X_\gamma = [0, K(\gamma)]$ est ascendant en γ, alors le niveau individuel d'émissions d'équilibre $x^*(\gamma)$ est une fonction croissante en γ. A partir de là, les niveaux d'émissions y^* et z^* sont également non décroissants en γ, étant donné la relation linéaire qui existe entre les variables (Cf. point a) ci-dessus). CQFD.

Proposition 1.10 :

Sous les hypothèses standard H1 et H2 et étant donné l'équation (1.5), le jeu des émissions globales possède au moins une solution globalement optimale qui est fonction du nombre de pays concernés par le problème environnemental.

Preuve :

La preuve de la Proposition 1.10 repose sur une application directe du Théorème A.1 (Topkis, 1978). Dans la situation de coopération totale, les pays maximisent la somme des paiements individuels. Etant donné l'hypothèse de symétrie, le problème peut se présenter de la façon suivante (équation 1.5 dans le texte) :

$$Max_{\ z \geq 0}\, n\left[B(z/n) - D(z)\right]. \tag{A.8}$$

Il s'agit donc de maximiser une fonction à une variable, z, et paramétrée par n. Or, une fonction à une variable est trivialement supermodulaire (Vives, 1999, p. 24). Par conséquent, l'ensemble des solutions du problème de maximisation dans la situation de coopération totale est non vide et possède un plus grand et un plus petit élément, $\overline{Z}^C(n)$ et $\underline{Z}^C(n)$, quelle que soit la nature des interactions entre les pays.

Par ailleurs, le sens d'évolution de ces solutions optimales par rapport à n dépend du signe de la dérivée seconde croisée de la fonction (A.8) par rapport à z et n. A noter que quelles que soient les circonstances étudiées, l'ensemble des stratégies accessibles $[0, nK]$ est toujours ascendant en n. Dans le cas où la fonction (A.8) présente des différences décroissantes, on considère que les solutions vérifient la propriété de *Rectangle Monotone* de Amir, Lambson (2000) (Cf. Preuve de la Proposition 1.4). CQFD.

Proposition 1.11 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.2, il existe une unique solution globalement optimale qui est telle que les niveaux d'émissions individuels x^C sont non croissants en n.

<u>Preuve :</u>

Les hypothèses de la Proposition 1.2 sont telles que $\Delta_{ZY} > 0$ sur φ et la fonction de dommage est convexe. La preuve de la Proposition 1.11 s'établit en deux temps. On montre d'abord que la solution est unique, puis en quoi le niveau d'émissions individuel x^C est non croissant en *n*.

- Montrons qu'il existe une unique solution globalement optimale :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.2, la fonction de bénéfice est concave tandis que la fonction de dommage est convexe ; ce qui conduit à des fonctions de paiement individuelles qui sont nécessairement concaves. Cette concavité se répercute dès lors à la somme des paiements. A partir du problème de maximisation (A.8), les conditions suffisantes du second ordre sont :

$$\frac{1}{n}\left[B''\left(\frac{z}{n}\right) - n^2 D''(z)\right] < 0 . \tag{A.9}$$

Pour une fonction à une variable, cette condition est suffisante pour garantir l'existence d'un unique niveau global d'émissions optimal z^C pour chaque paramètre *n*.

- Montrons que x^C est non croissant en *n* :

Etant donné l'hypothèse de symétrie des pays, chacun émet le niveau d'émissions x^C. Le paiement d'un pays à l'optimum est donc $f^C = B(x^C) - D(nx^C)$. Le sens d'évolution de la solution individuelle par rapport à *n* dépend du signe de la dérivée seconde croisée de ce paiement par rapport à *x* et à *n* (Cf. Théorème i.4, Milgrom, Roberts, 1990b) :

$$\partial f^C / \partial x = B'(x) - nD'(nx) ,$$

$$\partial^2 f^C / \partial x \partial n = -[D'(nx) + nx D''(nx)] < 0 . \tag{A.10}$$

Avec l'hypothèse de convexité de la fonction de dommage, cette dérivée seconde croisée est strictement négative sur l'ensemble des stratégies accessibles [*0, K*]. Par conséquent, le niveau d'émissions x^C est décroissant en *n*. On verra plus loin que cela n'implique pas forcément que le niveau global des émissions soit décroissant en *n*. Il peut aussi bien croître que décroître. De plus, on peut déjà remarquer qu'une fonction de dommage concave n'implique pas nécessairement que x^C soit croissant en *n*. Il faut accepter une hypothèse plus forte. CQFD.

Proposition 1.12 :

Sous les hypothèses des Propositions 1.4 a) et 1.4 b) respectivement, il existe une unique solution globalement optimale qui est telle que les niveaux d'émissions individuels et globaux, x^C et z^C, sont non croissants en n.

Preuve :

La preuve de la Proposition 1.12 s'établit en trois temps. On montre d'abord que les hypothèses de la Proposition 1.4 a) génère le paiement agrégé le plus élevé pour $m = 1$; on montre ensuite l'unicité de la solution optimale sous les hypothèses 1.4 b) ; enfin on montre que les niveaux individuels et globaux x^C et z^C sont cette fois-ci tous deux décroissants en n.

- Montrons que sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a), le paiement agrégé le plus élevé émerge pour $m = 1$:

En plus des hypothèses standard H1 et H2, $\Delta_{ZY} < 0$ sur φ. Cette condition implique que la fonction de bénéfice est strictement convexe. De plus, en raison des propriétés structurelles du jeu des émissions globales, la fonction de dommage est nécessairement convexe (Cf. la remarque i) sur la Proposition 1.4). Pour $m = 1$, la preuve de l'unicité de la solution est la même que celle établie en l'absence de coopération, à l'exception du fait que le pays qui pollue prend en considération l'impact de ses émissions sur les $(n - 1)$ autres pays. La condition nécessaire de premier ordre quand on considère le paiement joint $F^C(m = 1)$ est telle que :

$$B'(x_1) - nD'(x_1) = 0 \text{ avec } F'^C(x,n) > 0 \text{ sur } [0, x_1[. \qquad \text{(A.11)}$$

En revanche, si m pays ont des émissions strictement positives avec $1 < m < n$, l'existence de l'équilibre doit être postulée. Quand l'équilibre existe, on montre que le paiement agrégé est le plus élevé quand l'activité de pollution n'est entreprise que par un seul pays. Ce résultat est lié au fait que quand les bénéfices sont convexes, les activités de production présentent des rendements d'échelle fortement croissants.

Supposons par exemple $m = 2$ avec x_1 et x_2 les niveaux individuels d'émissions globalement optimaux, les $(n - m)$ autres pays adoptant un niveau d'émissions nul. Le paiement agrégé d'équilibre est tel que :

$$F^C(m=2) = B(x_1) + B(x_2) - nD(x_1 + x_2).$$

Si on le confronte à celui obtenu quand $m = 1$, pour le même niveau global d'émissions, soit $x_1 + x_2$, on obtient :

$$F^C(m=1) = B(x_1 + x_2) - nD(x_1 + x_2).$$

Mais: $\qquad B'' > 0 \quad \Rightarrow \quad B(x_1 + x_2) > B(x_1) + B(x_2),$

Donc : $F^C(m=1) > F^C(m=2)$ est toujours vrai dès lors que la fonction de bénéfice est strictement convexe.

- Montrons que sous les hypothèses 1.4 b), la solution optimale est unique :

En plus des hypothèses standard H1 et H2 et $\Delta_{ZY} < 0$ sur φ, les fonctions de paiement sont quasi-concaves. La preuve repose sur le fait que la quasi-concavité des fonctions de paiement individuelles se répercute de nouveau au niveau agrégé : dans le cas différentiable, on vérifie que $B'' \leq D'' \leq n^2 D''$. Les conditions suffisantes du second ordre permettent d'assurer l'existence d'un unique niveau global d'émissions optimal z^C pour chaque valeur du paramètre *n*.

- Montrons que x^C et z^C sont décroissants en *n* :

Pour déterminer le sens d'évolution de z^C par rapport à *n*, on réécrit la fonction de paiement individuelle à l'optimum de la façon suivante :

$$f^C = B(z^C / n) - D(z^C) . \qquad \text{(A.12)}$$

Le sens d'évolution de la solution globale par rapport à *n* dépend alors du signe de la dérivée seconde croisée de (A.12) par rapport à *z* et *n* :

$$\partial f^C / \partial z = (1/n) B'(z/n) - D'(z) ,$$

$$\partial^2 f^C / \partial z \partial n = -(1/n^2)\left[B'(z/n) + (z/n) B''(z/n)\right] < 0 . \qquad \text{(A.12a)}$$

Sous l'hypothèse de stricte convexité de la fonction de bénéfice, cette dérivée seconde croisée est strictement négative pour tout niveau d'émissions positif. On en conclut que le niveau d'émissions z^C est décroissant en *n*. De plus, si le niveau global z^C est décroissant en *n*, x^C l'est aussi forcément car $z^C = nx^C$. Une autre façon de voir que x^C est décroissant en *n* est de se reporter à la preuve de la Proposition 1.11 (relation A.10).

De nouveau, on note qu'une fonction de bénéfice concave n'implique pas nécessairement que z^C soit croissant en *n*. Il faut poser une hypothèse plus forte. CQFD.

Proposition 1.13 :

Sous les hypothèses H1 et H2, les paiements individuels issus de la coopération totale entre les pays sont toujours décroissants en n.

Preuve :

En réécrivant la fonction (A.12) telle que $f^C = B(x) - D(z)$ avec $z = nx$, on montre qu'elle est décroissante en *n* sous les hypothèses H1 et H2. En différenciant totalement cette fonction par rapport à *n*, on obtient :

$$\frac{df^C}{dn} = \frac{\partial B(x)}{\partial x}\frac{dx}{dn} - \frac{\partial D(z)}{\partial z}\frac{dz}{dn} .$$

Sachant que $\frac{dz}{dn} = x + n\frac{dx}{dn}$, on obtient :

$$\frac{df^C}{dn} = \frac{dx}{dn}\left[\frac{\partial B(x)}{\partial x} - n\frac{\partial D(z)}{\partial z}\right] - x\frac{\partial D(z)}{\partial z} < 0\,. \qquad \text{(A.12b)}$$

A l'équilibre, le premier terme est nul. On peut donc conclure que le paiement individuel optimal est toujours décroissant en n. CQFD.

Proposition 1.14 :

Dans la situation de coopération totale, si la solution globalement optimale est unique, elle est telle que $z^C \leq z^*$ *et* $\sum f^C \geq \sum f^*$.

Preuve :

L'unicité de la solution globalement optimale découle des hypothèses des Propositions 1.2, 1.4 a) et 1.4 b). Chaque cas est analysé tour à tour.

- Montrons que $z^C \leq z^*$ sous les hypothèses de la Proposition 1.2 :

Si $\Delta_{ZY} > 0$ sur φ et la fonction de dommage est convexe, les équilibres coopératifs et non coopératifs sont tels qu'ils vérifient respectivement les conditions nécessaires de premier ordre (A.13a) et (A.13b) :

$$B'(x^C) = nD'(\sum x^C)\,. \qquad \text{(A.13a)}$$

$$B'(x^*) = D'(\sum x^*)\,. \qquad \text{(A.13b)}$$

En raisonnant par l'absurde, supposons que $\sum x^* < \sum x^C$ soit vrai. La convexité de la fonction de dommage implique que $D'(\sum x^*) < D'(\sum x^C) < nD'(\sum x^C)$. D'après les conditions nécessaires de premier ordre (A.13a) et (A.13b), on obtient $B'(x^*) < B'(x^C)$. Cette inégalité n'est possible que si $x^* > x^C$, dans la mesure où $B'' < 0$. Or, puisque les pays sont symétriques, cela nous conduit à $\sum x^* > \sum x^C$. Ce qui contredit l'hypothèse de départ.

- Montrons que $z^C \leq z^*$ sous les hypothèses de la Proposition 1.4 a) :

Quand $\Delta_{ZY} < 0$ sur φ, si on considère $m = 1$, l'inégalité $z^C < z^*$ est triviale, dans la mesure où, dans un cas, le pays qui pollue ne prend en considération qu'une seule fois les dommages environnementaux générés par ses émissions, tandis que dans l'autre cas, il les prend n fois en considération. Par conséquent, on vérifie toujours $z^C < z^*$.

- Montrons que $z^C \leq z^*$ sous les hypothèses de la Proposition 1.4 b) :

Dans ce cas, $\Delta_{ZY} < 0$ sur φ et les fonctions de paiement individuelles sont quasi-concaves. D'après les équations (A.13a) et (A.13b), on en déduit l'inégalité suivante :

$$B'(x^*) - nD'(\sum x^*) < B'(x^*) - D'(\sum x^*) = B'(x^C) - nD'(\sum x^C) = 0. \qquad \text{(A.14)}$$

En d'autres termes, $f'^C(x^*,n) < f'^C(x^C,n)$. Le long des courbes d'indifférence, cette inégalité implique que $x^* \geq x^C$, dans la mesure où $f'' < 0$ quand $df/dx = 0$. On retrouve donc bien l'inégalité $z^C \leq z^*$.

- Montrons que $\sum f^C \geq \sum f^*$ est toujours vrai :

Quelles que soient les hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage, la seconde partie de la Proposition 1.14 sur les niveaux des paiements agrégés découle de manière triviale de ce que :

$$Max_{x_1,x_2,...,x_N} \sum f_i > Max_{x1} f_1 + Max_{x2} f_2 + ... + Max_{xN} f_N. \qquad \text{(A.15)}$$

On en conclut que $\sum f^C \geq \sum f^*$ est toujours vérifié. CQFD.

Proposition 1.15 :

Sous les hypothèses de la Proposition 1.3, les niveaux d'émissions de la situation de coopération totale sont tels que $\overline{Z}^C \leq \underline{Z}^*$ *et* $\underline{f}^C \geq \overline{f}^*$.

Preuve :

Quand $\Delta_{ZY} > 0$ sur φ et que la fonction de dommage est concave, la situation de *statu quo* est telle qu'il peut exister une multiplicité d'équilibres. Si les complémentarités stratégiques sont strictes, la particularité de ces équilibres est qu'ils sont Pareto-ordonnés. On vérifie en particulier que $\underline{Z}^* \leq \overline{Z}^*$ et que $\overline{f}^* = f(\underline{Z}^*) \geq f(\overline{Z}^*) = \underline{f}^*$, dans la mesure où le jeu est à externalité négative (cf. preuve de la Proposition 1.3). Les paiements d'équilibre évoluent donc en sens inverse par rapport au niveau global des émissions.

De la même façon, s'il existe plusieurs solutions globalement optimales, on établit le même type de relation, à savoir que $\underline{Z}^C \leq \overline{Z}^C$ et $\overline{f}^C = f(\underline{Z}^C) \geq f(\overline{Z}^C) = \underline{f}^C$.

On déduit directement de l'équation (A.15) que les paiements d'équilibre $\underline{f}^C$ et $\overline{f}^*$ sont tels que $\underline{f}^C \geq \overline{f}^*$. A partir de là, il s'agit de montrer que la solution globalement optimale qui correspond au niveau d'émissions le plus élevé $\overline{Z}^C$ reste en deçà du plus petit niveau d'émissions de la situation de non coopération $\underline{Z}^*$. En raisonnant par l'absurde, supposons qu'il existe un niveau d'émissions Z^C tel que $Z^C > \underline{Z}^*$. Il s'ensuit que $f(Z^C) \leq f(\underline{Z}^*)$ d'après la relation qui existe entre le niveau global des émissions et les paiements d'équilibre. Or, cette inégalité contredit la relation retranscrite par l'équation (A.15). On en conclut que sous les hypothèses de la Proposition 1.3, quelle que soit la solution globalement optimale considérée, celle-ci génère toujours un niveau d'émissions moindre que celui de la situation de *statu quo* : $\overline{Z}^C \leq \underline{Z}^*$ et $\underline{f}^C \geq \overline{f}^*$. CQFD.

Proposition 1.16 :

Quelle que soit la nature des interactions entre les pays, la réactivité des solutions optimales Z^C par rapport à n est toujours plus forte à la baisse et plus faible à la hausse que celle des solutions d'équilibre Z^* de la situation de non coopération.

Preuve :

La preuve de la Proposition 1.16 s'établit par comparaison des dérivées secondes croisées de f^C et de f^* par rapport à *z* et *n*. On obtient respectivement :

$$\frac{\partial^2 f^C}{\partial z \partial n} = -\frac{1}{n^2}\left[B'\left(\frac{z}{n}\right) + \frac{z}{n}B''\left(\frac{z}{n}\right)\right] = -\frac{B'(z/n)}{n^2}\left[1 + \varepsilon_{B'/n}\right] ;$$

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial n} = -\frac{z}{n^2}B''\left(\frac{z}{n}\right) = -\frac{B'(z/n)}{n}\varepsilon_{B'/n} .$$

On note $\varepsilon_{B'/n} = \dfrac{(z/n)B''(z/n)}{B'(z/n)}$, l'élasticité des bénéfices marginaux par rapport à *n*. Dans la situation de coopération totale, on peut remarquer par ailleurs que la fonction de paiement individuelle présente des différences croissantes en (*z, n*) si et seulement si cette élasticité est inférieure à -1. Pour établir la preuve de la Proposition 1.16, on distingue trois cas qui sont fonction du domaine de définition de $\varepsilon_{B'/n}$:

- Si $\varepsilon_{B'/n} < -1$,

$$\varepsilon_{B'/n} < \varepsilon_{B'/n} + 1 < 0 ,$$

Et :

$$-\frac{B'(z/n)}{n}\varepsilon_{B'/n} > -\frac{B'(z/n)}{n}\left[\varepsilon_{B'/n} + 1\right] > -\frac{B'(z/n)}{n^2}\left[\varepsilon_{B'/n} + 1\right] > 0 ,$$

D'où :

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial n} > \frac{\partial^2 f^C}{\partial z \partial n} > 0 .$$

Dans cette configuration, tous les niveaux globaux d'émissions optimaux ou d'équilibre de non coopération sont croissants en *n*. En outre, l'inégalité établit que les paiements marginaux sont moins sensibles au nombre de pays en interaction dans la situation de coopération totale que dans la situation de non coopération. Par conséquent, Z^C croît moins vite en n que Z^*.

- Si $-1 < \varepsilon_{B'/n} < 0$,

$$\varepsilon_{B'/n} < \varepsilon_{B'/n} + 1,$$

Et : $$-\frac{B'(z/n)}{n}\varepsilon_{B'/n} > -\frac{B'(z/n)}{n^2}\left[\varepsilon_{B'/n} + 1\right],$$

D'où : $$\frac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial n} > \frac{\partial^2 f^C}{\partial z \partial n}, \text{ avec } \frac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial n} > 0 \text{ et } \frac{\partial^2 f^C}{\partial z \partial n} < 0 .$$

Dans cette configuration, Z^C est décroissant en n tandis que Z^* est croissant en n. Les niveaux globaux d'émissions varient en sens contraire et leur réactivité par rapport à n n'a pas tant d'importance.

- Si $\varepsilon_{B'/n} > 0$, alors on vérifie nécessairement que : $\dfrac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial n} < 0$.

De plus, on peut réécrire la dérivée seconde croisée de f^C de la façon suivante :

$$\frac{\partial^2 f^C}{\partial z \partial n} = -\frac{B'(z/n)}{n^2} + n\frac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial n} < 0 .$$

Par conséquent, on obtient : $\left|\dfrac{\partial^2 f^C}{\partial z \partial n}\right| > \left|\dfrac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial n}\right|$.

Lorsque les niveaux globaux sont décroissants en n, la réactivité de la solution optimale est plus forte que celle de l'équilibre de non coopération. CQFD.

Chapitre 2

Timing endogene dans le jeu des emissions globales a deux pays :

Equilibre de Cournot-Nash versus equilibre de Stackelberg

Jusqu'à présent, nous avons considéré le problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère dans le cadre de *N* pays symétriques. Dans ce contexte, la nature des interdépendances qui caractérise ces derniers a un impact significatif sur les niveaux d'émissions individuels et globaux d'équilibre. Même si les pays intègrent les dommages générés par leurs émissions dans leur fonction de paiement, cela ne suffit pas toujours à contenir leur niveau d'activités. En particulier, lorsqu'il existe des effets de renforcement entre les stratégies des pays, ces derniers sont amenés à fixer un niveau d'émissions d'autant plus haut que celui des autres est élevé. Par ailleurs, toute cette analyse repose sur l'idée que les pays prennent leur décision *simultanément*. Cette restriction ne constitue pas une limite dans le cadre du jeu des émissions globales à *N* pays dans la mesure où le problème considéré ne suggère pas, en lui même, un ordre des décisions particulier entre les pays.

Il existe cependant une autre éventualité dans le cadre du jeu des émissions globales à *deux pays*. Celle-ci consiste, pour ces derniers, à prendre leur décision successivement, le second observant la décision du premier. Dans cette perspective, le jeu des émissions globales devient un jeu séquentiel en deux étapes et à information parfaite. La stratégie de chacun des pays en fonction de sa position dans le jeu s'en trouve nécessairement modifiée par rapport à la situation étudiée précédemment ; il en est de même des équilibres qui en résultent.

L'un et l'autre de ces comportements sont fréquemment postulés dans la littérature. Les équilibres du jeu simultané conservent l'appellation d'« équilibre de Nash » ou « équilibre de Cournot-Nash », tandis que ceux du jeu séquentiel sont généralement appelés « équilibre de Stackelberg ». Ces derniers correspondent en fait aux équilibres parfaits en sous-jeux[1] du jeu en deux étapes. On peut dès lors comparer les solutions de chacun de ces jeux. En particulier, on observe que le pays qui prend sa décision en premier dispose d'un avantage sur le second, par rapport à la situation ou les deux pays déterminent leur stratégie en même temps. Dans cette configuration, celui-ci a en effet la possibilité de mettre en œuvre l'issue du jeu qu'il préfère.

Il reste qu'une des critiques majeures du jeu séquentiel est qu'il faut nécessairement attribuer un ordre dans la prise de décisions des pays, alors que ceux-ci sont *a priori* interchangeables. En d'autres termes, tous les modèles qui ont trait à ce jeu fixent la séquence des décisions dans le jeu de manière arbitraire. Il n'existe pas alors dans ce modèle de motivations claires concernant l'hypothèse selon laquelle un pays devrait prendre sa décision avant l'autre et par là même, disposer d'une information plus importante. Un autre argument en faveur du jeu simultané est également évoqué par Finus (2001, chapitre 10, p 154). Si chaque pays est incité à prendre la position de leader, on devrait s'attendre à ce que les deux luttent pour cette position. Cependant, on montre dans ce qui suit que ce raisonnement est incomplet. Il faut également y intégrer la comparaison des paiements du jeu simultané avec ceux qu'un pays obtient en position de suiveur. S'il existe des conditions sous lesquelles un pays préfère son paiement en tant que suiveur plutôt que celui à l'équilibre du jeu simultané, alors la représentation du jeu des émissions globales sous la forme d'un jeu séquentiel en deux étapes devient appropriée.

[1] Un sous-jeu dans un jeu sous forme développée est un jeu commençant à un nœud de l'arbre réduit à un singleton et incluant tous les nœuds jusqu'aux nœuds terminaux. Un équilibre parfait en sous-jeux est un vecteur de stratégies qui constitue un équilibre de Nash dans tous les sous-jeux du jeu pris dans son ensemble. La perfection en sous-jeux garantit la crédibilité des menaces ou des promesses des joueurs (Serra, 2003).

L'objet des résultats établis dans ce chapitre est d'apporter un éclaircissement sur cette relation leader-suiveur. On fournit les conditions sous lesquelles cette relation émerge du comportement stratégique des pays dans le cadre du problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère. De la même façon, on détermine l'ensemble des conditions sous lesquelles les deux pays sont ramenés à l'équilibre de Nash, c'est-à-dire à la situation dans laquelle ils choisissent leur niveau d'émissions simultanément. Ainsi, le fait que les pays prennent leur décision de manière simultanée ou séquentielle n'est plus exogène mais résulte du choix des pays. Il ressort de cette analyse que la comparaison des paiements attachés à l'une ou l'autre position du jeu séquentiel ne suffit pas à faire émerger un leader : ce n'est pas parce qu'un pays préfère choisir en premier que son rival choisira la seconde position. Si les pays préfèrent tous les deux la même position, aucun ne peut atteindre cette position seul. En choisissant la première position, un pays ne peut qu'éliminer l'éventualité d'être un suiveur. De la même façon, s'il choisit la seconde position, il ne peut qu'écarter le fait de mener le jeu. Enfin, il ne suffit pas que les deux pays préfèrent une configuration leader-suiveur particulière pour que celle-ci émerge nécessairement dans un cadre purement non coopératif. En effet, les paiements correspondants doivent également être comparés à ceux qui résultent du jeu simultané.

Pour définir les conditions sous lesquelles la relation leader-suiveur émerge, on construit un jeu « étendu » comme Hamilton, Slutsky (1990) ou Amir, Grilo (1999) l'ont fait dans le cadre d'un duopole. Pour notre part, ce jeu étendu revient à introduire une étape préalable au jeu des émissions globales, dans laquelle les pays choisissent simultanément leur position dans le jeu de base. Cette approche nous permet de considérer en même temps le jeu des émissions globales à deux pays lorsque ces derniers prennent leur décision simultanément ou de manière séquentielle. La comparaison des paiements associés à l'une ou l'autre forme du jeu de base permet de définir la séquence des décisions qui ressort du libre choix des pays.

La suite de notre énoncé se présente de la façon suivante. On expose d'abord le jeu des émissions globales étendu (section 1) puis on définit les concepts de solution qui sont utilisés ainsi que leurs conditions d'existence (section 2). Pour cela, on s'appuie de nouveau sur les théorèmes exposés dans la préface mathématique. Par ce biais, notre analyse repose sur des correspondances de meilleure réponse dotées de la propriété de monotonie. On présente enfin les principaux résultats ainsi que leurs interprétations (section 3). Toutes les preuves des propositions établies dans les sections qui suivent sont présentées dans l'annexe B.

1. Le jeu des émissions globales étendu

On considère à nouveau le problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère et lié aux activités économiques de consommation et de production d'un ensemble de pays. On rappelle que ces émissions, qui s'accumulent de manière uniforme dans l'atmosphère, génèrent des externalités négatives sur l'ensemble des pays, que ces derniers soient à l'origine des émissions ou pas. Le jeu de base sur lequel s'appuie notre analyse est toujours le jeu des émissions globales présenté à la section 1 du chapitre 1, avec cependant deux différences : le nombre de pays est restreint à deux et ces derniers ne sont pas nécessairement identiques. Sur le plan formel, on retient les définitions qui suivent. Pour $N = 2$, on note x et y, respectivement, le niveau des émissions du Pays 1 et celui du Pays 2. La fonction de paiement de chaque pays se présente de la façon suivante :

$$f_1(x,y) = B_1(x) - D_1(x+y) \qquad \text{et} \qquad f_2(x,y) = B_2(y) - D_2(x+y).$$

Ainsi, pour un pays, sa fonction de paiement mesure la différence entre les bénéfices qu'il retire de ses rejets de GES dans l'atmosphère $B_i(\cdot)$ et les dommages environnementaux générés par leur accumulation $D_i(\cdot)$, $i = 1, 2$. Dans ce contexte, les pays ne sont plus nécessairement symétriques dans le sens où chacun d'eux peut percevoir différemment les bénéfices de ses émissions et les dommages liés aux émissions agrégées. Par ailleurs, on conserve les mêmes ensembles de stratégies $X_i = [0, K_i]$, qui sont des intervalles compacts de l'ensemble des réels, avec K_i la capacité maximale à polluer du pays i. Dès lors, chaque pays choisit son niveau d'émissions de sorte à maximiser cette fonction qui matérialise son bien-être.

Il est important de comprendre que le comportement de maximisation des pays n'est pas le même quand les deux prennent leur décision en même temps et quand ils la prennent l'un après l'autre, le second observant la décision du premier. Avant de présenter l'impact de l'un et l'autre jeu sur les comportements d'équilibre des pays, on introduit une étape préalable dans laquelle les pays choisissent simultanément et indépendamment l'un de l'autre, la date à laquelle ils désirent jouer dans le jeu des émissions globales.

De manière plus précise les pays choisissent s'ils veulent jouer en premier (p) ou en second (s) dans le jeu des émissions globales. Si les dates choisies par les deux pays sont identiques, le jeu qui suit cette première décision est le jeu des émissions globales simultané : les pays choisissent leur niveau d'émissions en même temps. Dans cette éventualité, le comportement d'équilibre des pays est tel que chacun détermine sa stratégie étant donné l'idée qu'il se fait sur celle adoptée par l'autre. Les équilibres de Nash en stratégies pures qui résultent de ce comportement sont appelés dans ce qui suit « équilibres de Cournot-Nash ». A contrario, si les dates choisies par les deux pays diffèrent, le jeu qui suit cette première décision est le jeu des émissions globales en deux étapes avec l'ordre des décisions tel qu'il est annoncé par les deux pays. Dans ce jeu séquentiel, le pays qui prend sa décision en second observe la décision du premier et choisit son niveau d'émissions étant donné la stratégie adoptée par ce dernier. Le pays en première position est traditionnellement qualifié de « leader » tandis que celui qui prend sa décision en second est appelé « suiveur ». Dans un jeu à information parfaite, les équilibres qui résultent de l'adoption de ce comportement par les deux pays constituent des équilibres parfaits en sous-jeux. Pour rester en concordance avec les termes employés dans la littérature, on les appelle dans ce qui suit « équilibres de Stackelberg ».

A partir de la définition du jeu des émissions globales à deux pays, il existe donc deux façons alternatives dont les pays prennent leur décision. Soit ces derniers choisissent leur niveau d'émissions en même temps, soit ils le font successivement. La première éventualité conduit à la définition du jeu simultané, tandis que la seconde amène à la définition du jeu séquentiel à information parfaite. Chacun de ces postulats n'est pas anodin et modifie aussi bien les stratégies adoptées par les pays que les concepts d'équilibre associés à chacun de ces jeux. Ces derniers sont redéfinis de manière formelle dans le paragraphe 2.1. La Figure 2.1 qui suit donne une représentation sous forme développée du jeu des émissions globales étendu.

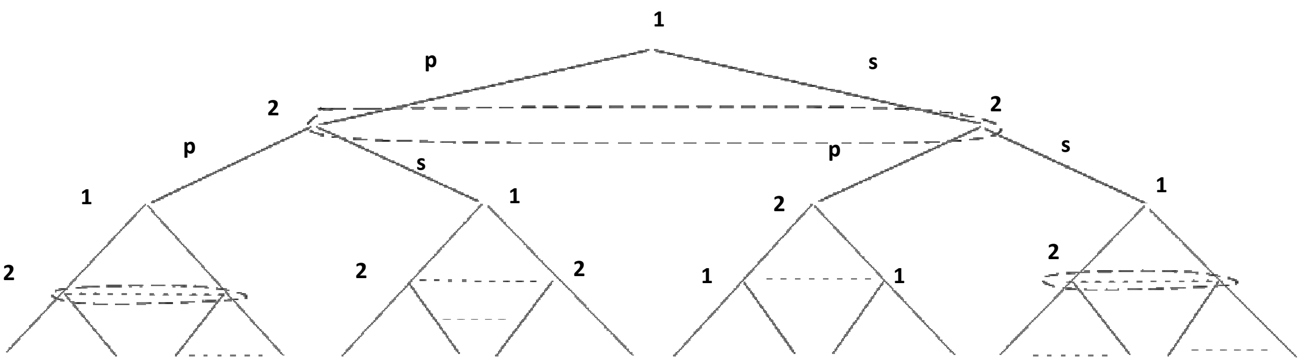

Figure 2.1 Le jeu des émissions globales étendu sous forme développée[2].

[2] Les segments en pointillés correspondent à l'idée que les ensembles de stratégies dans le jeu de base sont des intervalles compacts de $IR+$.

Plutôt que de considérer le jeu simultané et le jeu séquentiel indépendamment l'un de l'autre, le jeu des émissions globales étendu nous permet d'étudier dans quelle mesure chacun de ces jeux résulte du choix des pays. Autrement dit, on peut établir les conditions sous lesquelles on peut s'attendre à ce que les deux pays prennent leur décision en même temps et celles sous lesquelles un pays prend sa décision avant l'autre. Ainsi, la séquence des décisions dans chaque jeu de base dépend des décisions prises dans la première étape et dans laquelle les agents choisissent simultanément de jouer en premier ou en second. La figure 2.2 donne une représentation sous forme stratégique du jeu des émissions globales étendu. On adopte pour cela les notations suivantes. Si les dates choisies par les deux pays diffèrent, on note f^L le paiement d'équilibre du pays qui prend sa décision en premier et f^F, le paiement d'équilibre du second. A contrario, si les deux pays choisissent une date identique, les paiements d'équilibre qui en résultent sont notés f^{CN}.

Pays 2

Pays 1	Premier (p)	Second (s)
Premier (p)	f^{CN}, f^{CN}	f^L, f^F
Second (s)	f^F, f^L	f^{CN}, f^{CN}

Figure 2.2. Représentation sous forme stratégique du jeu des émissions globales étendu.

On peut remarquer que l'introduction de l'étape préalable ne modifie pas les paiements d'équilibre du jeu simultané, que les pays déterminent leur niveau d'émissions le plus tôt possible ou qu'ils reportent leur décision au maximum : le temps n'intervient pas dans la détermination des paiements. Par ailleurs, dans ce jeu étendu, un pays ne peut choisir de manière unilatérale d'être un leader ou un suiveur. Cependant il peut choisir de ne pas être un suiveur en choisissant tout simplement de jouer en premier. En outre, la situation dans laquelle les deux pays choisissent leur niveau d'émissions optimal de leader n'est jamais un équilibre de ce jeu étendu. Si les pays choisissent la même position, ils sont ramenés à la situation dans laquelle ils produisent tous les deux leur niveau d'émissions d'équilibre du jeu simultané.

Les équilibres parfaits en sous-jeux de ce jeu étendu conduisent ainsi à un ordre des décisions endogène dans le jeu de base. Notre analyse s'attache uniquement aux équilibres parfaits en stratégies pures. Ceux-ci résultent de la comparaison des paiements d'équilibre du jeu simultané avec ceux du jeu séquentiel, quand un pays est leader et quand il est suiveur. La Proposition 2.0 résume l'ensemble des cas qui sont susceptibles d'émerger. L'unicité des équilibres dans chacun des sous-jeux n'étant pas requise, on définit C^N comme étant l'ensemble des stratégies à l'équilibre de Cournot-Nash et S_i, l'ensemble des stratégies à l'équilibre de Stackelberg quand le pays *i* est le leader. Les meilleures réponses n'étant pas nécessairement continues, on doit faire l'hypothèse que chaque pays préfère être un leader plutôt que de jouer en simultané. Enfin, on note E l'ensemble des équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu. Par abus de notation, on écrit ce dernier comme une paire d'annonces de position (premier ou second) et la conséquence de cette paire d'annonces, à savoir si le jeu de base est joué de manière séquentielle ou simultanée. En d'autres termes, il précise l'ordre de déplacement respectif des Pays 1 et 2, ainsi que l'issue dans le jeu de base qui en résulte. Par exemple, $E = \{(p,p), C^N\}$ signifie que les deux pays choisissent de jouer en premier, ce qui les amène à produire un de leurs niveaux d'émissions d'équilibre de Nash du jeu de base.

Proposition 2.0 :

Dans le jeu à deux pays où $C^N \neq \phi$ et $S_i \neq \phi$, i = 1, 2, si chacun est mieux doté en tout point de S_i qu'en tout point de C^N, alors l'ensemble des équilibres parfaits en sous-jeux et en stratégies pures du jeu étendu est tel que :

a) *Si le paiement du pays i est strictement plus élevé à l'équilibre de Nash le moins préféré qu'à n'importe quel point de S_j, $j \neq i$ pour j, i = 1, 2, alors $E = \{(p,p), C^N\}$.*

b) *Si le paiement du pays i est strictement plus élevé en tout point de S_j qu'à l'équilibre de Nash préféré de C^N, i = 1, 2, alors $E = \{(p,s), S_1\} \cup \{(s,p), S_2\}$.*

c) *Si les pays sont tels que, par exemple le Pays 1 est comme dans (a) et le Pays 2 comme dans (b), alors $E = \{(p,s), S_1\}$.*

Cette proposition confirme que même si les deux pays préfèrent toujours leur position de leader, l'issue du jeu simultané n'émerge pas toujours. Il faut également déterminer comment se positionne le paiement du suiveur par rapport à la solution du jeu simultané. La preuve de cette proposition s'établit de manière immédiate à partir de la forme stratégique du jeu étendu

(Figure 2.2). Il s'agit en fait de déterminer les équilibres de Nash à partir de la matrice des paiements. Ainsi, si le Pays 1 anticipe que le Pays 2 choisit de jouer en Premier, il choisira de jouer en Premier si $f^{CN} > f^{F}$ et en Second, si non. Par contre, s'il anticipe que le Pays 2 choisit de jouer en Second, il choisira toujours de jouer en Premier, dans la mesure où on considère que $f^{L} > f^{CN}$ est toujours vrai. Le raisonnement pour le Pays 2 est similaire. On peut remarquer que la configuration (f^{F}, f^{F}) n'est jamais un équilibre car on postule que les pays préfèrent toujours strictement leur paiement en tant que leader f^{L}, plutôt que celui à l'équilibre de Nash f^{CN}.

Compte tenu des trois éventualités répertoriées par la Proposition 2.0, il nous faut reconsidérer les équilibres de chacun des sous-jeux du jeu étendu, à savoir le jeu des émissions globales simultané et le jeu des émissions globales séquentiel. En d'autres termes, on cherche à établir les conditions sous lesquelles $f^{F} < (>) f^{CN}$. Pour cela, dans la section qui suit, on caractérise successivement l'ensemble des équilibres de Cournot-Nash dans le jeu de base simultané et l'ensemble des équilibres de Stackelberg dans le jeu de base séquentiel. Encore une fois, le comportement d'équilibre des pays et les paiements qui y sont rattachés dans chacun des cas dépendent fortement des hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage liées aux émissions de GES. On verra que la nature des interactions entre les pays modifie aussi les stratégies d'équilibre dans le jeu des émissions globales étendu.

2. Définition et existence des équilibres dans le jeu à deux pays

Dans cette section, on définit et on caractérise indépendamment l'ensemble des équilibres du jeu des émissions globales lorsque les pays déterminent leur niveau d'activités économiques simultanément, puis lorsqu'ils le choisissent l'un après l'autre. La détermination de ces équilibres repose de nouveau sur le signe de la dérivée seconde croisée des fonctions de paiement. Autrement dit, on distingue la situation dans laquelle les pays présentent des complémentarités stratégiques, de celle où ils présentent des substituabilités stratégiques. Cette scission de l'analyse permet de faire apparaître qu'en fonction de la nature des interactions qui les caractérise, le comportement d'équilibre des pays change. Pour chaque cas, on montre qu'il existe toujours un équilibre de Nash en stratégies pures dans le jeu simultané et un équilibre parfait en sous-jeu du jeu séquentiel en deux étapes.

2.1 Définition des équilibres de Cournot-Nash et de Stackelberg

Dans ce paragraphe, on définit de manière formelle les équilibres de Cournot-Nash puis de Stackelberg. Les premiers caractérisent le jeu des émissions globales quand les pays choisissent leur niveau d'émissions simultanément, tandis que les seconds caractérisent le jeu des émissions globales quand les pays déterminent leur niveau d'activités économiques l'un après l'autre.

Dans le jeu des émissions globales simultané, chaque pays choisit son niveau d'émissions, compte tenu des conjectures qu'il fait sur la stratégie adoptée par l'autre. Les équilibres de Cournot-Nash résultent des stratégies de meilleure réponse mutuelle des pays. Sur le plan formel, l'équilibre de Cournot-Nash est une paire de stratégies (x^N, y^N) telle que, pour tout $x,\ y \geq 0$, on vérifie les deux relations suivantes :

$$f_1(x^N, y^N) \geq f_1(x, y^N) \qquad \text{et} \qquad f_2(x^N, y^N) \geq f_2(x^N, y).$$

A l'équilibre, aucun pays n'est incité à changer sa stratégie, étant donné la stratégie de l'autre.

La seconde éventualité est celle dans laquelle les pays déterminent leur niveau d'émissions l'un après l'autre. On considère par ailleurs que celui qui prend sa décision en second observe la décision du premier au moment de prendre sa propre décision. Quand le jeu des émissions globales est un jeu séquentiel en deux étapes et à information parfaite, l'équilibre qui émerge du comportement stratégique des pays est traditionnellement appelé équilibre de Stackelberg. Il s'agit en fait de l'équilibre parfait en sous-jeu du jeu en deux étapes. Dans ce contexte, les interactions stratégiques entre les deux pays sont plus transparentes que lorsque ces derniers prennent leur décision simultanément. Par conséquent, les équilibres peuvent être différents de ceux établis dans le jeu simultané. Pour définir un équilibre de Stackelberg, il nous faut présenter la stratégie de chacun des pays en fonction de sa position dans le jeu. La stratégie du leader consiste à choisir un niveau d'émissions $x \geq 0$, tandis que celle du suiveur est une application notée $g : [0, K] \rightarrow [0, K]$. Considérons par exemple que le Pays 1 prend sa décision en premier et le Pays 2, en second.

L'équilibre de Stackelberg est alors une paire de stratégies $(x^S, g^S(\cdot))$ qui est telle que :

i) $f_1(x^S, g^S(x^S)) \geq f_1(x, g^S(x)) \qquad \forall x \geq 0,$

ii) $f_2(x^S, g^S(x^S)) \geq f_2(x^S, y) \qquad \forall y \geq 0.$

L'équilibre de Stackelberg (x^S, y^S) est tel qu'il se situe sur la correspondance de meilleure réponse du suiveur, cette dernière étant définie par $br_2(x) = \text{argmax}_{y \geq 0} f_2(x, y)$. Par ailleurs, il n'existe pas de niveau d'émissions $x \geq 0$ avec $x \neq x^S$, pour lequel on vérifie que $f_1(x, y) > f_1(x^S, y^S), \forall y \in br_2(x)$. Cette dernière précision signifie qu'il n'existe pas d'autres niveaux d'émissions que x^S qui procurent au leader un paiement plus grand. Le leader, quand il choisit son niveau d'émissions d'équilibre x^S dans la première étape du jeu, introduit la stratégie de meilleure réponse de seconde étape du suiveur $br_2(x)$ dans sa fonction-objectif. Etant donné ce niveau d'émissions, le suiveur choisit alors $y^S = br_2(x^S)$ dans la seconde étape. Le jeu est résolu par récurrence amont[3]. A travers ce comportement d'équilibre, on voit que le problème de maximisation qui se pose au suiveur ne change pas par rapport à la situation où les deux pays prennent leur décision simultanément. A contrario, le leader intègre les conjectures qu'il fait sur la réaction du suiveur. Dans le paragraphe qui suit, on détermine l'ensemble des équilibres de Cournot-Nash et de Stackelberg du jeu des émissions globales en fonction des hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage. Seuls les équilibres en stratégies pures sont considérés.

2.2 Existence et caractérisation des équilibres dans chaque sous-jeu

Il s'agit ici de définir les conditions sous lesquelles les ensembles d'équilibre de Cournot-Nash et de Stackelberg sont non vides. Dans le cas des équilibres du jeu simultané, ces conditions d'existence sont plus larges que celles établies dans le cadre du jeu des émissions globales à *N* pays. On montre en effet que, quelles que soient les hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage, le jeu des émissions globales à deux pays est toujours un jeu supermodulaire. Encore une fois toute l'analyse repose sur le signe de la dérivée seconde croisée de la fonction de paiement des pays par rapport à *x* et *y*. En fonction de ce signe, le comportement d'équilibre des pays et les paiements qui y sont associés diffèrent. Pour établir l'ensemble de nos résultats, on fait les deux hypothèses minimales suivantes :

H3) $B_i(\cdot)$ est une fonction deux fois continûment différentiable et non décroissante, $i = 1, 2$;

H4) $D_i(\cdot)$ est une fonction deux fois continûment différentiable et non décroissante, $i = 1, 2$.

[3] Dans un jeu séquentiel à information parfaite, ce mode de résolution consiste à déterminer ce qui se passe à la dernière étape du jeu puis à remonter à rebours jusqu'à la première étape du jeu.

Par soucis de simplicité, notre analyse s'inscrit dans un cadre où les fonctions de paiement sont différenciables. La proposition qui suit expose les conditions minimales sous lesquelles C^N est non vide lorsque les stratégies des deux pays sont substituables. Cette situation correspond au cas où la correspondance de meilleure réponse d'un pays est décroissante avec la stratégie adoptée par l'autre. Dans ce contexte, l'application des théorèmes relatifs aux jeux supermodulaires ne peut se faire que parce que le nombre de pays est restreint à deux. L'idée sous-jacente revient à considérer, pour l'un des deux pays, l'opposé de son ensemble de stratégies (Amir, 2005). Ainsi, si le Pays 2, par exemple, choisit le niveau d'émissions $-y$ au lieu de y, les différences décroissantes en (x, y) se transforment en différences croissantes en $(x, -y)$[4]. Ce genre d'argument ne peut pas se généraliser aux jeux à plus de deux pays.

Proposition 2.1 :

Si, en plus des hypothèses H3 et H4, la fonction de dommage $D_i(\cdot)$, $(i = 1, 2)$ est strictement convexe, $\forall x, y \geq 0$ *et si* $\exists \overline{Z}_i \in [0, K_i]$ *tel que* $B_i(Z) - D_i(Z) \leq B_i(\overline{Z}_i) - D_i(\overline{Z}_i), \forall Z$ $(i = 1, 2)$, *alors le jeu des émissions globales à deux pays est un jeu supermodulaire. De plus, C^N est non vide.*

La stricte convexité de la fonction de dommage assure que la fonction de paiement des deux pays présente des différences strictement décroissantes en (x, y). Si on vérifie en plus de cette hypothèse que la fonction de bénéfice de chaque pays est concave, l'équilibre est unique. Ce cas rejoint celui qui est traditionnellement mis en exergue dans la littérature. A contrario, si la fonction de bénéfice des deux pays est convexe, les correspondances de meilleure réponse sont fortement décroissantes et les fonctions de paiement ne sont plus nécessairement concaves. Dans cette éventualité, la seconde hypothèse de la Proposition 2.1 permet de garantir entre autre l'existence d'un équilibre asymétrique dans lequel un pays a des émissions positives, l'autre choisissant un niveau d'émissions nul (Cf. Proposition 1.4, chapitre 1).

Le Corollaire 2.1 résume les conséquences liées aux hypothèses de la Proposition 2.1 et qui nous sont utiles dans l'établissement de nos résultats à venir.

---

[4] Vives (1990) exploite un argument alternatif. Dans un jeu sousmodulaire à deux joueurs, les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse de chaque pays br_1 et br_2 sont décroissantes et leur composition, $br_1 \circ br_2 : X_1 \to X_1$ est donc croissante. Le théorème de Tarski permet de conclure que cette dernière a un point fixe x^* et que $(x^*, br_2(x^*))$ est un équilibre de Nash.

Corollaire 2.1 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse d'un pays sont non croissantes avec le niveau des émissions de son rival. En particulier, le point $(\bar{x}, \underline{y})$ *où le Pays 1 (Pays 2) choisit son niveau d'émissions le plus élevé (le plus faible) appartient à* C^N*. De plus, ce point repose sur la plus petite correspondance de meilleure réponse du Pays 2,* $\underline{br}_2(\cdot) = \min br_2(\cdot)$ *et coïncide avec l'équilibre de Nash le moins apprécié par ce dernier.*

Une conséquence directe des hypothèses de la Proposition 2.1 est que les correspondances de meilleure réponse des pays sont décroissantes. En considérant l'opposé de l'ensemble des stratégies du Pays 2, on parvient à établir que l'ensemble des équilibres de Cournot-Nash possède un plus grand et un plus petit élément. Le plus grand élément noté $(\bar{x}, \underline{y})$ constitue le plus grand équilibre pour le Pays 1. Il lui procure le paiement à l'équilibre du jeu simultané le plus élevé. Le fait qu'il coïncide avec l'équilibre le moins apprécié par le Pays 2 est une conséquence directe du Théorème i.4 (Milgrom, Roberts, 1990b). De la même façon, on définit le point $(\underline{x}, \bar{y})$ comme le plus petit élément dans l'ensemble des équilibres de Cournot-Nash. Celui-ci procure le paiement d'équilibre le plus faible pour le Pays 1 et le plus élevé pour le Pays 2.

Par conséquent, lorsque les stratégies des pays sont substituables, on sait qu'il existe au moins un équilibre de Cournot-Nash en stratégies pures. De plus, on peut définir un ordre de préférence sur chacun d'eux et cet ordre est inversé en fonction du pays que l'on considère. Il nous reste à établir les conditions d'existence des équilibres de Cournot-Nash lorsque les stratégies des deux pays sont complémentaires, ainsi que les comportements qui y sont attachés. Dans cette configuration, l'application des théorèmes de la classe des jeux supermodulaires est directe.

Proposition 2.2 :

Si, en plus des hypothèses H3 et H4, la fonction de bénéfice $B_i(\cdot)$*, (i = 1, 2) est strictement concave et la fonction de dommage* $D_i(\cdot)$*, (i = 1, 2) présente des différences strictement décroissantes en (x, y), le jeu des émissions globales est supermodulaire avec l'ordre usuel sur les ensembles de stratégies et* C^N *est non vide.*

Le fait que la fonction de dommage de chaque pays présente des différences strictement décroissantes en (x, y) assure que les fonctions de paiement présentent des différences croissantes en (x, y). Cependant, étant donné la relation linéaire entre les variables x et y, la cohérence globale du jeu nécessite une hypothèse supplémentaire sur les fonctions de bénéfice des pays car, sans celle-ci, il existe une contradiction entre l'évolution des niveaux individuels d'émissions et l'évolution du niveau global des émissions. En d'autres termes, le niveau global des émissions doit nécessairement être croissant si les niveaux individuels de tous les pays sont croissants. Cette cohérence est assurée grâce à l'hypothèse de stricte concavité des fonctions de bénéfice. Ce point a déjà fait l'objet d'une discussion dans l'analyse du jeu des émissions globales à N pays, à laquelle le lecteur peut se reporter. Par ailleurs, la relation linéaire entre les variables du jeu implique que, dans la Proposition 2.2, l'hypothèse de différences croissantes de la fonction de dommage est strictement équivalente à celle de concavité.

De la même façon que précédemment, le Corollaire 2.2 résume les principales conséquences de la Proposition 2.2 qui nous sont utiles dans l'établissement des résultats à venir.

Corollaire 2.2 :
Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse d'un pays sont non décroissantes avec le niveau des émissions de son rival. En particulier, le point $(\underline{x}, \underline{y})$ *où les deux pays choisissent leur niveau d'émissions le plus faible appartient à* C^N *et procure le paiement d'équilibre le plus élevé pour les deux pays.*

Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, il n'est pas besoin d'inverser l'ordre des stratégies de l'un des pays. Le jeu présente naturellement des complémentarités stratégiques et les correspondances de meilleure réponse sont strictement croissantes. L'ensemble des équilibres du jeu simultané possède donc un plus grand et un plus petit élément, ces derniers étant Pareto ordonnés. Par le Théorème i.3 (Milgrom, Roberts, 1990b), l'équilibre qui est préféré par les deux pays est celui où ces derniers choisissent leur niveau d'émissions le plus faible. Aussi, $(\underline{x}, \underline{y})$ procure le paiement à l'équilibre de Cournot-Nash le plus élevé. A contrario, l'équilibre $(\overline{x}, \overline{y})$ génère le paiement le plus faible pour les deux pays, dans le jeu simultané. Cette relation entre les niveaux d'émissions et les paiements d'équilibre est liée à la nature des externalités générées par le comportement stratégique des agents.

Ainsi, lorsque les stratégies des pays présentent des complémentarités, il existe au moins un équilibre de Cournot-Nash en stratégies pures. De plus, il est possible de définir un ordre de préférence sur chacun d'eux. Il nous reste maintenant à établir l'existence des équilibres de Stackelberg. Pour cela, on s'appuie sur les travaux de Hellwig, Leininger (1987). Ceux-ci portent sur l'existence des équilibres parfaits en sous-jeux dans les jeux à information parfaite. Dès lors que les ensembles de stratégies sont compacts et que les fonctions de paiement sont continues en leur propre stratégie, les équilibres de Stackelberg existent et S_1 et S_2 sont non vides. Le lemme qui suit permet de les caractériser.

Lemme 2.1 :
Sous les hypothèses H3 et H4, l'ensemble des équilibres de Stackelberg est tel que $S_i = \arg\max_{xi \geq 0} \left\{ f_i(x,y) : (x,y) \in GR\ \underline{br}_j(\cdot) \right\}$. *De plus, tout point de S_i procurent au leader le même paiement qui est au moins aussi élevé que le paiement à son équilibre de Cournot-Nash préféré.*

En d'autres termes, tout équilibre de Stackelberg repose sur la plus petite correspondance de meilleure réponse du suiveur. De plus, même si le leader possède plusieurs stratégies qui maximisent son paiement, on peut supposer l'unicité dans le sens où sa fonction de paiement apparaît comme une fonction continue à une variable dans laquelle la correspondance de meilleure réponse du suiveur constitue un paramètre : s'il existe une multiplicité d'équilibres pour le leader, celui-ci choisira toujours le niveau d'émissions qui lui procure le paiement le plus élevé. Par ailleurs, au regard des Corollaires 2.1 et 2.2, on voit que les équilibres de Nash préférés reposent toujours sur la plus petite correspondance de meilleure réponse du rival. Dans la mesure où le leader, étant donné sa position, a la possibilité de choisir son niveau d'émissions préféré et que celui-ci repose sur la même correspondance, il en résulte que toute stratégie du leader lui procure un paiement au moins aussi élevé que celui qu'il obtiendrait à son équilibre de Nash préféré.

Etant donné les équilibres des jeux simultané et séquentiel, il convient maintenant de comparer les paiements qui y sont associés et ainsi établir quels sont les équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu. Dans la section qui suit on montre que le paiement d'un pays en tant que leader est toujours strictement plus élevé que celui qu'il obtient à l'équilibre du jeu simultané. En revanche, on montre également qu'en fonction de la nature des interactions entre les pays, ceux-ci peuvent préférer leur paiement en tant que suiveur plutôt que celui à l'équilibre du jeu simultané.

3. Résultats : les équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu

Dans cette section, on expose l'ensemble des résultats qui ont trait au jeu des émissions globales étendu. En d'autres termes, on détermine les conditions sous lesquelles les pays choisissent la même position dans le jeu des émissions globales et celles sous lesquelles les pays choisissent des positions différentes. On verra que ce choix pour l'une ou l'autre alternative est directement lié à la nature des interactions qui caractérisent les pays. Les résultats qui suivent s'appuient donc fortement sur les résultats d'existence établis à la section précédente. La première proposition fournit les conditions sous lesquelles la détermination endogène de la séquence des décisions conduit au jeu simultané et donc à l'un des niveaux d'émissions d'équilibre de Cournot-Nash. La seconde, quant à elle, fournit les conditions sous lesquelles les pays choisissent des positions différentes. Dans cette configuration, on est donc ramené à l'un des deux jeux séquentiels. Soit le Pays 1 se positionne en tant que leader et le Pays 2 choisit de fait, la position de suiveur, ou vice versa. La dernière proposition fournit des conditions suffisantes pour voir émerger un leader spécifique dans le jeu des émissions globales étendu. Au delà de l'existence des équilibres parfaits en sous-jeux, chaque cas fait l'objet d'une discussion sur l'impact environnemental des stratégies adoptées par les pays, par rapport à l'alternative opposée. On détermine ainsi dans quelle mesure le comportement des pays influence le niveau global des émissions de GES. Ces conclusions ne font pas l'objet de résultats particuliers dans la mesure où elles émergent directement dans les preuves des Propositions 2.3, 2.4 et 2.5.

Proposition 2.3 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, pour tout équilibre de Cournot-Nash qui est intérieur, l'ensemble des équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu est tel que $E = \{(p, p), C^N\}$.

Si les stratégies des deux pays présentent des substituabilités stratégiques, la résultante du jeu étendu est celle où ces derniers prennent leur décision simultanément. La raison en est que, non seulement les deux pays préfèrent leur paiement en tant que leader, mais aussi ils feront tout pour éviter d'être en position de suiveur. En d'autres termes, leur paiement en tant que suiveur est plus faible que n'importe lequel de ceux qu'ils peuvent retirer à l'un des équilibres de Cournot-Nash du jeu simultané.

Par ailleurs, sous les hypothèses de la Proposition 2.1, on a vu qu'un équilibre asymétrique où seul un pays a des émissions positives, l'autre choisissant un niveau d'émissions nul existe, quand la fonction de bénéfice des pays $B_i(\cdot)$, $(i = 1, 2)$ est strictement convexe. Le fait de ne considérer que les équilibres intérieurs dans la Proposition 2.3 écarte donc cette éventualité. La raison en est que, dans ce cas, l'équilibre de Stackelberg coïncide avec l'équilibre de Cournot-Nash. L'issue du jeu étendu devient donc triviale (identique quelques soient les choix dans la première étape). En dehors de ce cas, on montre en annexe (Lemme B.1) que quand les deux pays ont des niveaux d'émissions strictement positifs (l'équilibre est intérieur), l'ensemble des équilibres de Cournot-Nash est toujours complètement distinct de celui des équilibres de Stackelberg. Dans le cadre de la Proposition 2.3, une façon d'assurer l'existence d'un équilibre intérieur dans le jeu simultané, quand les fonctions de bénéfice sont strictement convexes, est de postuler la quasi-concavité des fonctions de paiement des pays en leur propre stratégie. Cette hypothèse garantit la continuité des fonctions de meilleure réponse et le jeu simultané possède un équilibre qui est intérieur (qui plus est, est unique), c'est-à-dire pour lequel les deux pays ont des niveaux d'émissions strictement positifs. Ce point rejoint les Propositions 1.4 a) et b) déjà présentées dans le cadre du jeu des émissions globales à N pays symétriques (Cf. chapitre 1). Toujours dans le cadre de la Proposition 2.3 mais de manière plus générale, cette condition de quasi-concavité des fonctions de paiement est aussi celle pour laquelle l'ensemble des équilibres parfaits en sous jeux se réduit à un singleton.

En termes d'impact environnemental, ce cas est le plus délicat. En effet, on peut voir à travers la preuve de la Proposition 2.3 que l'équilibre de Stackelberg est tel que le pays en position de leader accroit ses émissions par rapport à sa stratégie d'équilibre dans le jeu simultané, alors que le pays en position de suiveur adopte un comportement inverse. Sans des hypothèses supplémentaires sur la pente des stratégies de meilleure réponse, l'impact environnemental de l'équilibre parfait en sous-jeux par rapport à l'autre alternative reste indéterminé. On sait cependant que lorsque la fonction de bénéfice est concave, les stratégies d'équilibre des pays sont faiblement substituables. Dans cette alternative, il est préférable que les pays prennent leur décision simultanément. En d'autres termes, l'équilibre parfait en sous-jeux mis en exergue par la Proposition 2.3 conduit à un niveau global des émissions moindre que si un leader émergeait. La raison en est que la réduction des émissions entreprise par le suiveur ne permet pas de compenser l'accroissement des émissions du pays en position de leader.

Cette assertion n'est plus vraie dès lors que la fonction de bénéfice est convexe et que l'équilibre est intérieur. En effet, si les stratégies des pays sont fortement substituables, l'accroissement des émissions par le leader est cette fois compensé par une réduction plus que proportionnelle des émissions du pays en position de suiveur. Pour résumer, l'équilibre parfait en sous-jeux mis en exergue par la Proposition 2.3 est le plus souhaitable du point de vue des deux pays lorsque leurs stratégies sont faiblement substituables.

La proposition qui suit, fournit les conditions sous lesquelles la détermination endogène de la séquence des décisions conduit à l'un ou l'autre jeu séquentiel. En d'autres termes, si un pays choisit de jouer en premier dans la première étape, l'autre choisira de jouer en second et vice versa. Ces conditions sont celles pour lesquelles un leader émerge dans le jeu des émissions globales.

Proposition 2.4 :
Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, l'ensemble des équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu est tel que $E = \{(p,s), S_1\} \cup \{(s,p), S_2\}$.

Lorsque les stratégies des deux pays présentent des complémentarités stratégiques, l'issue du jeu étendu est telle qu'une des configurations leader-suiveur émerge. La raison en est que, même si les deux pays préfèrent leur paiement en tant que leader, leur paiement à l'équilibre de Nash, quel que soit celui qui est considéré, est toujours inférieur à ce que l'un d'eux obtient dans la position de suiveur. En conséquence, si le Pays 1 anticipe par exemple que le Pays 2 choisit de jouer en premier, il choisira de jouer en second et vice versa.

Par ailleurs, il ressort de la preuve de ce résultat que lorsque les deux pays ont des stratégies complémentaires, ceux-ci adoptent un comportement de réduction de leurs émissions de GES au regard de l'équilibre Pareto dominant du jeu simultané. En d'autres termes, le comportement de leadership adopté par un pays ne revient pas nécessairement, pour ce dernier à adopter une stratégie d'accroissement de ces émissions. Etant donné la relation de complémentarité entre les stratégies des pays, le suiveur fait de même. On peut donc conclure sans ambiguïté que l'équilibre parfait en sous-jeux mis en exergue par la Proposition 2.4 est le plus souhaitable du point de vue des deux pays.

Une limite cependant de ce résultat est que les deux configurations leader-suiveur sont susceptibles d'émerger. Il ne permet donc pas d'expliquer de manière endogène pourquoi un pays devrait se positionner en leader ou en suiveur. La proposition qui suit, fournit des conditions suffisantes sous lesquelles un leader spécifique émerge dans le cadre du jeu des émissions globales étendu.

Proposition 2.5 :

Supposons, par exemple pour le Pays 1, que $D_1(\cdot)$ est strictement convexe et pour le Pays 2, que $B_2(\cdot)$ et $D_2(\cdot)$ sont strictement concaves. S'il existe un équilibre de Cournot-Nash intérieur, alors l'ensemble des équilibres du jeu étendu est tel que $E = \{(p, s), S_1\}$.

Lorsque la nature des interactions entre les pays diverge, la Proposition 2.5 permet de conclure que le pays qui se positionne en leader est celui dont la fonction de paiement présente des substituabilités stratégiques. D'après la Proposition 2.3, on sait qu'un tel pays fera tout pour éviter de se retrouver dans la position de suiveur. La stratégie « Jouer en second » dans la première étape du jeu étendu est une stratégie strictement dominée pour le Pays 1. A l'inverse, le pays dont la fonction de paiement présente des complémentarités stratégiques préfère toujours l'issue du jeu où il est suiveur, à tout autre où les deux pays déterminent leur stratégie d'émissions en même temps (Cf. Proposition 2.4). Il s'ensuit que dans cette configuration le comportement des deux pays concorde et un leader spécifique émerge.

A noter que ce cas requiert que l'on postule l'existence d'un équilibre dans le jeu simultané. Dans la mesure où les correspondances de meilleure réponse ne sont pas nécessairement continues, il peut ne pas exister d'équilibre de Cournot-Nash. Par contre, si cet équilibre existe, il est nécessairement unique. Cette assertion est liée au fait que les stratégies de meilleure réponse des deux pays évoluent en sens contraire (celle du Pays 1 est strictement décroissante, tandis que celle du Pays 2 est strictement croissante). Une condition suffisante pour garantir l'existence d'un équilibre dans le jeu simultané est de postuler la quasi-concavité des fonctions de paiement en leur propre stratégie. Cette hypothèse assure dès lors la continuité des stratégies de meilleure réponse et donc l'existence d'un point d'intersection entre les deux courbes de réaction.

Du point de vue de l'impact environnemental des stratégies adoptées par les pays, ce dernier résultat est d'autant plus intéressant que sa preuve fait de nouveau apparaître un comportement de réduction des émissions de la part des deux pays par rapport à l'issue du jeu simultané. Autrement dit, un pays qui a des dommages marginaux croissants et confronté à un pays qui a des dommages marginaux décroissants entreprend de réduire ses émissions. Il se trouve par ailleurs que cette action est amplifiée par la stratégie du pays en position de suiveur et non pas annulée comme cela serait le cas si les deux pays présentaient des stratégies substituables. Le leader et le suiveur diminuent tous les deux leurs émissions par rapport à l'issue qui résulterait du jeu simultané. L'introduction d'une étape préalable dans laquelle les pays déterminent leur position dans le jeu des émissions globales conduit donc à un niveau des émissions agrégées moins important et donc à une situation préférable du point de vue de l'ensemble des pays.

*

*   *

Les principales propositions présentées dans ce chapitre peuvent être résumées de la façon suivante : dans le jeu des émissions globales, lorsque les stratégies des pays sont substituables, le timing endogène conduit au jeu où les décisions sont prises simultanément. Ce résultat valide la perception très répandue que la solution de Stackelberg dans le jeu des émissions globales, sous les hypothèses traditionnellement postulées, est inappropriée. A l'inverse, quand les stratégies des pays sont complémentaires, le timing endogène conduit au jeu séquentiel, avec les deux configurations leader-suiveur possibles. La troisième possibilité réside dans le jeu séquentiel avec une attribution particulière des rôles de leader et de suiveur. Ce cas prévaut dès lors que la fonction de paiement d'un pays présente des substituabilités stratégiques, tandis que celle de l'autre présente des complémentarités stratégiques. Dans ce cas, le premier émerge comme un leader endogène.

L'ensemble des propositions établies dans ce chapitre sont supportées par des conditions minimales sur les fonctions de paiement des deux pays grâce au recours aux théorèmes de la classe des jeux supermodulaires. Cependant, quelle que soit la situation considérée, on requiert tout de même l'intériorité de la solution pour que l'ensemble des équilibres de Stackelberg ne coïncide pas avec celui des équilibres de Cournot-Nash. Cette restriction nous permet d'apporter des réponses claires sur les comportements respectifs des pays dans le jeu des émissions globales étendu compte tenu des hypothèses formulées sur leur fonction de paiement.

Il apparaît par ailleurs, à travers les preuves de ces propositions, que quand les stratégies des deux pays sont complémentaires, l'équilibre parfait en sous-jeu est tel que le niveau global des activités des pays est moindre que si ces mêmes pays prenaient leur décision stratégique en même temps. Dans cette configuration, le leader comme le suiveur réduisent toujours leurs émissions par rapport aux comportements qu'ils adopteraient dans le jeu simultané. Il s'ensuit que le paiement agrégé est plus élevé que celui qui résulterait du jeu simultané, puisque les deux pays préfèrent leur paiement généré par cette configuration. Ce résultat constitue par ailleurs une illustration des conditions d'émergence d'un pays leader dans sa politique de réduction de ses émissions de GES en l'absence d'une stratégie internationale de coordination des politiques environnementales unilatérales. Plusieurs auteurs se sont déjà penchés sur les raisons qui pouvaient pousser un pays à entreprendre une telle politique (Hoel, 1991 ; Tazdaït, 1995 ; Rotillon et al., 1998 ; Pereau et al, 2002). Selon eux, l'engagement unilatéral d'un pays n'a, *a priori*, aucun sens en soi puisqu'il revient pour ce pays à consentir à des « sacrifices » pour les autres. Les raisons généralement invoquées pour justifier un tel comportement sont alors l'existence d'une forte conscience écologique de la part de certains pays, celle-ci impulsant ensuite un mouvement de coopération plus large. Notre modèle étend donc cette idée en invoquant celle de l'existence de complémentarités stratégiques dans les activités de consommation et de production des pays.

A l'inverse, il est plus difficile de conclure quant à l'évolution du paiement agrégé des pays lorsque leurs stratégies sont substituables, puisque l'un est mieux doté à l'équilibre de Stackelberg tandis que l'autre l'est davantage à l'équilibre de Cournot-Nash. De la même façon, concernant le niveau global des émissions issu du jeu simultané, on ne peut dire *a priori* si celui-ci est plus ou moins important que celui qui résulterait de l'une des configurations leader-suiveur : tout dépend de la pente de la correspondance de meilleure réponse du pays en position de suiveur. Par exemple, si les pays présentent des rendements décroissants dans leurs activités de consommation et de production (les fonctions de bénéfice sont concaves), les émissions globales sont moins importantes à l'unique équilibre de Cournot-Nash que dans la configuration alternative où un leader émerge. Cette conclusion n'est plus vraie dès lors que les pays présentent des rendements croissants dans leurs activités économiques (les fonctions de bénéfice sont convexes). Dans cette dernière configuration, le niveau global des émissions serait moins important si un leader émergeait.

ANNEXE B :

TIMING ENDOGENE DANS LE JEU DES EMISSIONS GLOBALES A DEUX PAYS _ PREUVES.

Cette annexe contient l'ensemble des preuves relatives aux propositions établies dans le cadre du jeu des émissions globales étendu et à deux pays. Deux lemmes intermédiaires (Lemmes B.1 et B.2) sont par ailleurs introduits pour simplifier les démonstrations des Propositions 2.3, 2.4 et 2.5.

Les Propositions 2.1 et 2.2 ainsi que leur corollaire (Corollaires 2.1 et 2.2) fournissent les conditions sous lesquelles le jeu des émissions globales à deux pays possède au moins un équilibre de Cournot-Nash en stratégies pures (C^N non vide) et caractérisent les propriétés de ces équilibres en fonction de la nature des interactions entre les pays. Le Lemme 2.1 permet de faire de même pour les équilibres de Stackelberg (S_i non vides, i = 1, 2). La comparaison des paiements d'équilibre permet de conclure sur les équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu (Propositions 2.3, 2.4 et 2.5).

Pour rappel, les deux hypothèses standard (H3 et H4) retenues tout au long de l'analyse sont telles que les fonctions $B : R^+ \rightarrow R^+$ et $D : R^+ \rightarrow R^+$ sont deux fois continûment différentiables et non décroissantes. L'unicité de l'équilibre dans chacun des sous-jeux n'étant pas requise, C^N est l'ensemble des stratégies à l'équilibre de Cournot-Nash et S_i est l'ensemble des stratégies à l'équilibre de Stackelberg quand le pays i est le leader. Par soucis de clarté, chaque proposition est rappelée avant d'en établir la preuve.

Proposition 2.0 :

Dans le jeu à deux pays où $C^N \neq \phi$ et $S_i \neq \phi$, i = 1, 2, si chacun est mieux doté en tout point de S_i qu'en tout point de C^N, alors l'ensemble des équilibres parfaits en sous-jeux et en stratégies pures du jeu étendu est tel que :

d) Si le paiement du pays i est strictement plus élevé à l'équilibre de Nash le moins préféré qu'à n'importe quel point de S_j, $j \neq i$ pour j, i = 1, 2, alors $E = \{(p,p), C^N\}$.

e) Si le paiement du pays i est strictement plus élevé en tout point de S_j qu'à l'équilibre de Nash préféré de C^N, i = 1, 2, alors $E = \{(p,s), S_1\} \cup \{(s,p), S_2\}$.

f) Si les pays sont tels que, par exemple le Pays 1 est comme dans (a) et le Pays 2 comme dans (b), alors $E = \{(p,s), S_1\}$.

Preuve :

La preuve de la Proposition 2.0 est immédiate à partir de la matrice des paiements fournie dans le texte (Figure 2.2). De manière succincte, les stratégies de meilleure réponse des pays sont telles que, si le Pays 1 anticipe que :

- le Pays 2 choisit de jouer en premier, il choisira de jouer en premier si $f^{CN} > f^F$ et en second sinon ;
- le Pays 2 choisit de jouer en second, il choisira toujours de jouer en premier car, par hypothèse, son paiement en tant que leader est toujours plus important que celui à l'équilibre du jeu simultané.

De la même façon pour le Pays 2, s'il anticipe que :

- le Pays 1 choisit de jouer en premier, il choisira de jouer en premier si $f^{CN} > f^F$ et en second sinon ;
- le Pays 1 choisit de jouer en second, il choisira toujours de jouer en premier pour les mêmes raisons que précédemment.

Au regard des stratégies de meilleure réponse des deux pays, on parvient aux conclusions de la Proposition 2.0. CQFD.

Proposition 2.1 :

Si, en plus des hypothèses H3 et H4, la fonction de dommage $D_i(\cdot)$, (i = 1, 2) est strictement convexe, $\forall x, y \geq 0$ et si $\exists \overline{Z}_i \in [0, K_i]$ tel que $B_i(Z) - D_i(Z) \leq B_i(\overline{Z}_i) - D_i(\overline{Z}_i), \forall Z$ (i = 1, 2), alors le jeu des émissions globales à deux pays est un jeu supermodulaire. De plus, C^N est non vide.

Preuve :

Sous les hypothèses de continuité des fonctions de bénéfice et de dommage, les fonctions de paiement des deux pays sont continues en leur propre stratégie. Par ailleurs, si les fonctions de dommage sont strictement convexes les fonctions de paiement des deux pays présentent des différences strictement décroissantes en (x, y) :

$$f_i(x,y) = B_i(x) - D_i(x+y), \quad \forall i = 1, 2,$$

et:
$$\frac{\partial^2 f_i(x,y)}{\partial x \partial y} = -D_i''(x+y) < 0, \quad \forall i = 1, 2. \tag{B.1}$$

Sous ces conditions, toute sélection de la correspondance de meilleure réponse d'un pays est non croissante en la stratégie adoptée par l'autre. Pour le Pays 1, $x^*(y) = \arg\max_{x \in X} f_1(x,y)$ est non croissant en y, tandis que pour le Pays 2, $y^*(x) = \arg\max_{y \in X2} f_2(x,y)$ est non croissant en x (Cf. Théorème A1, Topkis, 1978, Annexe A).

Par ailleurs, le véritable ensemble des stratégies accessibles par un pays est $[0, \overline{Z}_i]$, dans la mesure où $\overline{Z}_i$ correspond au niveau d'émissions qu'un pays adopte quand il est seul à polluer. Quand les stratégies de meilleure réponse sont monotones décroissantes, $\overline{Z}_i$ coïncide avec le niveau d'émissions le plus élevé qu'un pays puisse choisir (Cf. Preuve de la Proposition 1.4).

En inversant l'ordre sur l'espace des stratégies de l'un des deux pays, le Pays 2 par exemple, les fonctions de paiement présentent dès lors des différences strictement croissantes en $(x, -y)$. Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, le jeu des émissions globales à deux pays devient un jeu supermodulaire. D'après les Théorèmes i.1 et i.2 (Topkis, 1979 ; Tarski, 1955), il s'ensuit que l'ensemble des équilibres C^N est non vide et possède en particulier un plus grand et un plus petit élément. CQFD.

Corollaire 2.1 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse d'un pays sont non croissantes avec le niveau des émissions de son rival. En particulier, le point $(\overline{x}, \underline{y})$ *où le Pays 1 (Pays 2) choisit son niveau d'émissions le plus élevé (le plus faible) appartient à* C^N*. De plus, ce point repose sur la plus petite correspondance de meilleure réponse du Pays 2,* $\underline{br}_2(\cdot) = \min br_2(\cdot)$ *et coïncide avec l'équilibre de Nash le moins apprécié par ce dernier.*

<u>Preuve :</u>

Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures est non vide et les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse d'un pays sont non croissantes avec le niveau des émissions de son rival, avec l'ordre usuel sur les ensembles de stratégies. Si on considère maintenant l'ordre inversé sur l'espace des stratégies du Pays 2, ces sélections extrêmes sont non décroissantes, respectivement en $-y$ pour le Pays 1 et en x pour le Pays 2. Dès lors, le plus grand élément de C^N est $(\overline{x}, -\overline{y}) = (\overline{x}, \underline{y})$. Celui-ci repose nécessairement sur la plus petite correspondance de meilleure réponse du Pays 2,

$\underline{br}_2(\cdot)$. La preuve repose sur un raisonnement par l'absurde :

Supposons que $(\bar{x}, \underline{y}) \notin Gr\underline{br}_2(\cdot)$ et qu'il existe un point fixe $(x', y') \in C^N$ tel que $(x', y') \in Gr\underline{br}_2(\cdot)$. Avec l'ordre usuel sur l'ensemble des stratégies, il s'ensuit que $y' < \underline{y}$. Si on considère l'ordre inversé sur les ensembles de stratégies, (x', y') constitue un plus grand point fixe que $(\bar{x}, \underline{y})$; ce qui vient contredire le caractère extrême de $(\bar{x}, \underline{y})$. Enfin, le fait que cet équilibre coïncide avec celui qui est le moins apprécié par le Pays 2 est une conséquence directe du Théorème i.3 (Milgrom, Roberts, 1990b). CQFD.

Proposition 2.2 :

Si, en plus des hypothèses H3 et H4, la fonction de bénéfice $B_i(\cdot)$, (i = 1, 2) est strictement concave et la fonction de dommage $D_i(\cdot)$, (i = 1, 2) présente des différences strictement décroissantes en (x, y), le jeu des émissions globales est supermodulaire avec l'ordre usuel sur les ensembles de stratégies et C^N est non vide.

Preuve :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, le jeu des émissions globales est naturellement un jeu supermodulaire. En d'autres termes, les fonctions de paiement des pays présentent des différences strictement croissantes en (*x, y*) et les stratégies de meilleure réponse sont strictement croissantes. Dans ces conditions, la preuve de l'existence d'au moins un équilibre de Nash en stratégies pures ne diffère pas de celle déjà établie dans le cadre de *N* pays symétriques (Cf. preuve de la Proposition 1.3). CQFD.

Corollaire 2.2 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, les sélections extrêmes de la correspondance de meilleure réponse d'un pays sont non décroissantes avec le niveau des émissions de son rival. En particulier, le point $(\underline{x}, \underline{y})$ où les deux pays choisissent leur niveau d'émissions le plus faible appartient à C^N et procure le paiement d'équilibre le plus élevé pour les deux pays.

Preuve :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, les fonctions de paiement des pays présentent des différences strictement croissantes *(x, y)* et l'application du Théorème i.1 (Topkis, 1979) nous amène à la conclusion que toute sélection de la correspondance de meilleure réponse d'un pays est non décroissante avec la stratégie adoptée par l'autre. Pour le Pays 1, $x^*(y) = \arg\max_{x \in X_1} f_1(x, y)$ est non décroissant en *y*, tandis que pour le Pays 2, $y^*(x) = \arg\max_{y \in X_2} f_2(x, y)$ est non décroissant en *x*. Dans la mesure où le jeu des émissions globales est un jeu à externalité négative, le Théorème i.4 (Milgrom, Roberts, 1990b) permet de conclure que le plus petit élément de C^N, $(\underline{x}, \underline{y})$, est aussi l'équilibre Pareto dominant, tandis que le plus grand élément de C^N, $(\overline{x}, \overline{y})$, est l'équilibre le Pareto dominé. En d'autres termes, le premier procure le paiement d'équilibre le plus élevé pour les deux pays, tandis que le second fournit le paiement d'équilibre le plus faible. La preuve est triviale :

Soient (x^*, y^*) et (x', y') deux équilibres de Nash en stratégies pures et tels que $(x^*, y^*) > (x', y')$. On en déduit que : $f(x', y') \geq f(x^*, y') \geq f(x^*, y^*)$. La première inégalité est liée au fait que (x', y') est un équilibre, tandis que la seconde est liée à la décroissance de $f(\cdot)$ en y. Les équilibres du jeu sont donc Pareto ordonnés, le plus petit étant l'équilibre Pareto dominant. CQFD.

Lemme 2.1 :

Sous les hypothèses H3 et H4, l'ensemble des équilibres de Stackelberg est tel que $S_i = \arg\max_{xi \geq 0} \{f_i(x, y) : (x, y) \in GR\ \underline{br}_j(\cdot)\}$. *De plus, tout point de S_i procurent au leader le même paiement qui est au moins aussi élevé que le paiement à son équilibre de Cournot-Nash préféré.*

<u>Preuve :</u>

Le Lemme 2.1 permet de caractériser l'ensemble des équilibres de Stackelberg dans le jeu des émissions globales quelle que soit la nature des interactions entre les pays. La preuve dépend des hypothèses retenues sur les fonctions de bénéfices et de dommage, dans la mesure où ces dernières caractérisent les propriétés de la correspondance de meilleure réponse du suiveur sur laquelle repose l'équilibre de Stackelberg. Il nous faut donc considérer chacun des cas, c'est-à-dire chaque type d'interdépendance entre les pays. Que ce soit sous les hypothèses de la Proposition 2.1 ou 2.2, la continuité des fonctions de paiement des pays en leurs propres actions permet d'assurer que la correspondance de meilleure réponse du suiveur possède toujours un graphe fermé. Dans ce qui suit, on suppose que le Pays 1 se comporte en leader et le Pays 2, en suiveur. Dès lors, la correspondance de meilleure réponse du Pays 2 détient un plus petit élément, $\underline{br}_2(\cdot)$. Il s'agit de montrer que tout équilibre de Stackelberg repose sur cette courbe de réaction minimale.

i) Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, la courbe de réaction minimale, $\underline{br}_2(\cdot)$, est au moins semi-continue inférieurement et continue à droite. Or, une courbe de réaction strictement décroissante, si elle est discontinue, ne peut avoir que des sauts vers le bas. En raisonnant par contradiction, supposons qu'il existe un équilibre de Stackelberg ne reposant pas sur le graphe de $\underline{br}_2(\cdot)$, c'est-à-dire tel que $(x^S, y^S) \notin GR\ \underline{br}_2(\cdot)$ et $y^S > \underline{br}_2(x^S)$. D'après le Corollaire 2.1, toute sélection de $br_2(\cdot)$ est non croissante avec l'ordre usuel sur les espaces de stratégies des deux pays. Par conséquent, l'ensemble des points pour lesquelles $br_2(\cdot)$ n'est pas définie de manière univoque coïncide avec celui où $\underline{br}_2(\cdot)$ est discontinue. Par nature, cet ensemble est fini. En d'autres termes, $br_2(\cdot)$ possède plusieurs valeurs au point x^S. On peut donc trouver un $\varepsilon > 0$ suffisamment petit qui est tel que si le leader choisit $x^S + \varepsilon$, il existe une unique meilleure réponse pour le suiveur, strictement plus petite que y^S. Dit autrement, $br_2(\cdot)$ possède une unique valeur au point $x^S + \varepsilon$, avec $y^S > \underline{br}_2(x^S)$ puisque $\underline{br}_2(\cdot)$ est continue à droite. Le paiement du leader est alors tel que $f_1(x^S + \varepsilon, \underline{br}_2(x^S + \varepsilon)) > f_1(x^S, y^S)$ puisque $f_1(x, y)$ est continu en x et strictement décroissant en y. Cependant, cette assertion contredit le fait que (x^S, y^S) est un équilibre de Stackelberg. Il s'ensuit que $(x^S, y^S) \in GR\ \underline{br}_2(\cdot)$ et $S_i = \arg\max_{x \geq 0} f_1(x, \underline{br}_2(x))$.

Il convient dès lors de s'interroger sur la multiplicité des équilibres de Stackelberg. S'il existe plusieurs équilibres, c'est toujours par rapport à $\underline{br}_2(\cdot)$ qui constitue un paramètre de la fonction de paiement du leader. Par conséquent, si celui-ci doit choisir entre plusieurs équilibres, il prendra toujours celui qui lui procure le paiement le plus élevé. On peut donc supposer l'unicité de l'équilibre de Stackelberg de sorte que tout point de S_1 génère le même paiement pour le leader. Enfin, dans la mesure où l'équilibre de Cournot-Nash préféré par le Pays 1 est $(\overline{x}, \underline{y})$ et que $(\overline{x}, \underline{y}) \in GR\underline{br}_2(\cdot)$, le paiement du leader est au moins aussi élevé que celui qu'il obtiendrait à son équilibre préféré du jeu simultané.

ii) Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, la courbe de réaction minimale $\underline{br}_2(\cdot)$ est au moins semi-continue supérieurement et continue à gauche. Or, une courbe de réaction strictement croissante, si elle est discontinue, ne peut avoir que des sauts vers le haut. Dès lors, le raisonnement adopté est similaire au précédent à l'exception du fait que l'on considère $x^S - \varepsilon$ avec $\varepsilon > 0$, au lieu de $x^S + \varepsilon$. Cette déviation n'est possible que si $x^S \neq 0$. Pour le reste de la démonstration on procède de la même façon : supposons un équilibre de Stackelberg tel que $(x^S, y^S) \notin GR\ \underline{br}_2(\cdot)$ et $y^S > \underline{br}_2(x^S)$. D'après le Corollaire 2.2, toute sélection de $br_2(\cdot)$ est non décroissante avec l'ordre usuel sur les espaces de stratégies des deux pays. L'ensemble des points pour lesquelles $br_2(\cdot)$ n'est pas définie de manière univoque coïncide donc avec celui où $\underline{br}_2(\cdot)$ est discontinue. On peut donc trouver un $\varepsilon > 0$ suffisamment petit qui est tel que si le leader choisit $x^S - \varepsilon$, il existe une unique meilleure réponse pour le suiveur, strictement plus petite que y^S. Dit autrement, $br_2(\cdot)$ possède une unique valeur au point $x^S - \varepsilon$, avec $y^S > \underline{br}_2(x^S)$ puisque $\underline{br}_2(\cdot)$ est continue à gauche. Le paiement du leader est alors tel que $f_1(x^S - \varepsilon, \underline{br}_2(x^S - \varepsilon)) > f_1(x^S, y^S)$ puisque $f_1(x, y)$ est continu en x et strictement décroissant en y. Cependant, cette assertion contredit le fait que (x^S, y^S) est un équilibre de Stackelberg. Il s'ensuit que $(x^S, y^S) \in GR\ \underline{br}_2(\cdot)$ et $S_i = \arg\max_{x \geq 0} f_1(x, \underline{br}_2(x))$. Tout point de S_1 génère donc le même paiement pour le leader et il est au moins aussi élevé que celui qu'il obtiendrait à son équilibre préféré du jeu simultané. CQFD.

Lemme B.1 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, si tous les équilibres sont intérieurs (aucun niveau d'émissions n'est nul pour l'un ou l'autre pays), alors l'équilibre extrême $(\overline{x}, \underline{y}) \notin S_1$.

<u>Preuve :</u>

Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, la fonction de paiement d'un pays présente des différences strictement décroissantes en (x, y). En d'autres termes, $\partial f(\cdot)/\partial x$ est strictement décroissant en y. Il s'ensuit que les stratégies de meilleure réponse de chaque pays sont strictement décroissantes. La preuve de ce point repose sur l'intériorité de la solution d'équilibre. Supposons, par contradiction, que l'argument maximum est constant, c'est-à-dire que pour $y' > y$, $x^*(y') = x^*(y)$. Quel que soit y, les conditions nécessaires de premier ordre sont telles que :

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f(x, y')}{\partial x} = 0\,. \tag{B.2}$$

Ces deux relations viennent contredire la stricte décroissance de $\partial f(\cdot)/\partial x$ en y. Il s'ensuit que toute sélection de $br(\cdot)$ est strictement décroissante.

Il reste à établir que les équilibres de Stackelberg et de Cournot-Nash ne coïncident jamais, c'est-à-dire que $(\overline{x}, \underline{y}) \notin S_1$. Soit $(x^S, \underline{br}_2(x^S))$ un équilibre de Stackelberg avec le Pays 1 comme leader. Puisque $(\overline{x}, \underline{y})$ est intérieur, il satisfait la condition $\partial f(\overline{x}, \underline{y})/\partial x = 0$. Si $(x^S, \underline{br}_2(x^S))$ est également intérieur, alors il satisfait la condition nécessaire de premier ordre suivante :

$$\frac{\partial f_1(x^S, \underline{br}_2(x^S))}{\partial x} + \frac{\partial f_1(x^S, \underline{br}_2(x^S))}{\partial y} \cdot \underline{br'}_2(x^S) = 0\,. \tag{B.3}$$

Dans la mesure où $\underline{br'}_2(\cdot) < 0$ et $\partial f_1/\partial y < 0$, on en conclut que $\dfrac{\partial f_1(x^S, \underline{br}_2(x^S))}{\partial x} < 0$. Il s'ensuit que $\overline{x} \neq x^S$ et $\underline{br}_2(\overline{x}) \neq \underline{br}_2(x^S)$. Si l'équilibre de Stackelberg n'est pas intérieur, la même conclusion s'ensuit du fait que $(\overline{x}, \underline{y})$ l'est nécessairement. CQFD.

Proposition 2.3 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.1, pour tout équilibre de Cournot-Nash qui est intérieur, l'ensemble des équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu est tel que $E = \{(p, p), C^N\}$.

<u>Preuve :</u>

Etant donné les conditions d'existence des équilibres de Cournot-Nash et de Stackelberg dans le jeu des émissions globales (Proposition 2.1 et Lemme 2.1), C^N, S_1 et S_2 sont non vides. Par ailleurs, le Lemme 2.1 établit que chaque pays i est mieux en tout point de S_i qu'en tout point de C^N. Enfin, d'après le Corollaire 2.1, $(\bar{x}, \underline{y}) \in C^N$ où $\underline{y}$, le niveau d'émissions le plus faible pour le Pays 2, correspond aussi au pire équilibre pour lui. D'après la proposition 2.0, il nous reste donc à montrer que chaque pays *i* préfère son pire équilibre dans C^N que son paiement en tant que suiveur.

Soit (x^S, y^S) l'équilibre de Stackelberg quand le Pays 1 se positionne en tant que leader et $(\bar{x}, \underline{y})$ l'équilibre de Cournot-Nash qui lui est le plus favorable quand les deux pays prennent leur décision simultanément. D'après le Lemme B.1, $(x^S, y^S) \neq (\bar{x}, \underline{y})$ bien que les deux reposent sur la plus petite sélection du Pays 2, $\underline{br}_2(\cdot)$. D'après le Lemme 2.1, on sait que le Pays 1 préfère son paiement en tant que leader, que celui qui ressort de l'équilibre de Nash qui lui est le plus favorable. En d'autres termes, on vérifie l'inégalité suivante :

$$f_1(x^S, y^S) > f_1(\bar{x}, \underline{y}).$$

Par définition d'un équilibre de Nash, on peut définir une seconde inégalité :

$$f_1(x^S, y^S) \geq f_1(x^S, \underline{y}). \tag{B.4}$$

En d'autres termes, si le Pays 2 adopte sa stratégie d'équilibre de Cournot-Nash, x^S ne constitue pas une stratégie de meilleure réponse pour le Pays 1. Dans la mesure où le jeu est à externalité négative ($\partial f_1(x, y)/\partial y < 0$), la relation (B.4) nous permet de conclure que $y^S < \underline{y}$ ou, dit autrement, $\underline{br}_2(x^S) < \underline{br}_2(\bar{x})$. Comme $\underline{br}_2(\cdot)$ est strictement décroissante, il s'ensuit que $x^S > \bar{x}$.

Pour le suiveur, étant donné les relations d'ordre que l'on vient d'établir sur les niveaux d'émissions de chacun des pays aux équilibres de Cournot-Nash et de Stackelberg, on vérifie les deux inégalités suivantes sur ses paiements d'équilibre :

$$f_2(x^S, y^S) < f_2(\bar{x}, y^S) < f_2(\bar{x}, \underline{y}). \tag{B.5}$$

La première inégalité de la relation (B.5) est liée au fait que $x^S > \bar{x}$ et que le paiement du Pays 2 est décroissant avec la stratégie de l'autre pays. Autrement dit, le jeu est à externalité négative et $\partial f_2(x, y)/\partial x < 0$. La seconde inégalité quant à elle ressort de la définition d'un équilibre de Nash. Le paiement du Pays 2 est maximum quand ce dernier adopte sa stratégie de meilleure réponse à $\bar{x}$.

On en conclut que le suiveur préfère toujours son paiement le plus faible qui ressort du jeu simultané, plutôt que son paiement à l'équilibre de Stackelberg. La preuve quand le Pays 2 se positionne en leader est similaire et s'appuie sur l'équilibre $(\underline{x}, \bar{y})$. D'après la Proposition 2.0, ces conditions sont celles sous lesquelles l'ensemble des équilibres du jeu des émissions globales étendu est $E = \{(p, p), C^N\}$. CQFD.

Lemme B.2 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, si tous les équilibres de Cournot-Nash sont intérieurs, alors ils ne coïncident jamais avec les équilibres de Stackelberg et en particulier $(\underline{x}, \underline{y}) \notin S_1$.

Preuve :

La preuve s'établit comme pour le Lemme B.1 à l'exception du fait que, sous les hypothèses de la Proposition 2.2, la fonction de paiement d'un pays présente des différences strictement croissantes en (*x, y*). En d'autres termes, $\partial f(\cdot)/\partial x$ est strictement croissant en *y*. Il s'ensuit que les stratégies de meilleure réponse de chaque pays sont strictement croissantes. La preuve de ce point repose sur l'intériorité de la solution d'équilibre. Supposons, par contradiction, que l'argument maximum est constant, c'est-à-dire que pour $y' > y$, $x^*(y') = x^*(y)$. Quel que soit *y*, les conditions nécessaires de premier ordre sont telles que :

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f(x,y')}{\partial x} = 0 .$$

Ces deux relations viennent contredire la stricte croissance de $\partial f(\cdot)/\partial x$ en *y*. Il s'ensuit que toute sélection de $br(\cdot)$ est strictement croissante. A partir de là, la preuve que les équilibres de Stackelberg et de Cournot-Nash ne coïncident jamais s'établit comme pour le Lemme B.1. CQFD.

Proposition 2.4 :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, l'ensemble des équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu est tel que $E = \{(p,s), S_1\} \cup \{(s,p), S_2\}$.

Preuve :

Sous les hypothèses de la Proposition 2.2, le jeu des émissions globales est supermodulaire avec l'ordre usuel sur les ensembles de stratégies, de sorte que les stratégies de meilleure réponse des pays sont non décroissantes. D'après le Théorème i.4 (Milgrom et Roberts, 1990b), l'équilibre Pareto dominant est celui où les niveaux d'émissions des deux pays sont les plus faibles : $(\underline{x}, \underline{y}) \in C^N$. On sait, par ailleurs, que chaque pays *i* est mieux en tout point de S_i (c'est-à-dire en position de leader) qu'en tout point de C^N (Lemme 2.1). Selon la Proposition 2.0, il nous reste à établir qu'un pays préfère toujours son paiement en tant que suiveur que n'importe quel autre paiement qui résulterait du jeu simultané. Pour cela, on considère l'équilibre de Stackelberg (x^S, y^S) pour lequel le Pays 1 est en position de leader. D'après le Lemme B.2, on sait que $(x^S, y^S) \notin C^N$. De plus, d'après le Lemme 2.1, on sait que le Pays 1 préfère son paiement en tant que leader, plutôt que celui qui ressort à l'équilibre du jeu simultané. En d'autres termes, on vérifie l'inégalité suivante :

$$f_1(x^S, y^S) > f_1(\underline{x}, \underline{y}).$$

La seconde inégalité, quant à elle, est liée à la définition d'un équilibre de Nash : si le Pays 2 adopte sa stratégie d'équilibre du jeu simultané, x^S ne constitue pas une stratégie de meilleure réponse pour le Pays 1 :

$$f_1(x^S, y^S) \geq f_1(x^S, \underline{y}). \qquad \text{(B.6)}$$

Dans la mesure où le jeu est à externalité négative ($\partial f_1(x, y)/\partial y < 0$), la relation (B.6) nous permet de conclure que $y^S < \underline{y}$ ou, dit autrement, $\underline{br}_2(x^S) < \underline{br}_2(\underline{x})$. Comme $\underline{br}_2(\cdot)$ est strictement croissante d'après le Lemme B.2, il s'ensuit que $x^S < \underline{x}$.

Pour le suiveur, étant donné les relations d'ordre que l'on vient d'établir sur les niveaux d'émissions de chacun des pays aux équilibres de Cournot-Nash et de Stackelberg, on vérifie les deux inégalités suivantes sur ses paiements d'équilibre :

$$f_2(\underline{x}, \underline{y}) < f_2(x^S, \underline{y}) < f_2(x^S, y^S). \qquad \text{(B.7)}$$

La première inégalité de la relation (B.7) est liée au fait que $x^S < \underline{x}$ et que le paiement du Pays 2 est décroissant avec la stratégie de l'autre pays. Autrement dit, on vérifie comme précédemment que $\partial f_2(x, y)/\partial x < 0$. La seconde inégalité ressort de la définition d'un équilibre de Nash. Le paiement du Pays 2 est maximum quand ce dernier adopte sa stratégie de meilleure réponse à x^S.

On en conclut que le leader comme le suiveur préfèrent toujours leur paiement respectif à l'équilibre de Stackelberg que leur paiement le plus élevé qui ressort du jeu simultané. D'après la Proposition 2.0, ces conditions sont celles sous lesquelles l'ensemble des équilibres du jeu des émissions globales étendu est $E = \{(p, s), S_1\} \cup \{(s, p), S_2\}$. CQFD.

Proposition 2.5 :

Supposons, par exemple pour le Pays 1, que $D_1(\cdot)$ est strictement convexe et pour le Pays 2, que $B_2(\cdot)$ et $D_2(\cdot)$ sont strictement concaves. S'il existe un équilibre de Cournot-Nash intérieur, alors l'ensemble des équilibres du jeu étendu est tel que $E = \{(p, s), S_1\}$.

Preuve :

La proposition 2.0 conduit à une séquence particulière des décisions dans le jeu des émissions globales étendu si on vérifie deux points. Le premier est que chaque pays *i* doit être mieux doté en tout point de S_i qu'en tout point de C^N. Quelle que soit la pente des correspondances de meilleure réponse des pays, ce point est déjà établi par le Lemme 2.1. Le second est que le Pays 1 doit préférer l'équilibre qui lui est le moins favorable dans C^N à tout point de S_2, tandis que le Pays 2 doit préférer tout point de S_1 à tout point de C^N. Ces préférences ne peuvent être établies que si C^N est non vide. On postule en particulier l'existence d'un équilibre intérieur dans le jeu simultané pour pouvoir recourir aux Lemmes B.1 et B.2.

L'hypothèse postulée par la Proposition 2.5 pour le Pays 1 est que sa fonction de dommage est strictement convexe. Dès lors, sa fonction de paiement présente des substituabilités stratégiques, indépendamment des hypothèses retenues sur la fonction de bénéfice. D'après le Lemme B.1, toutes les sélections de $br_1(\cdot)$ sont donc strictement décroissantes. De la même façon, l'hypothèse postulée par la Proposition 2.5 pour le Pays 2 est la stricte concavité des fonctions de bénéfice et de dommage. Sa fonction de paiement présente donc des complémentarités stratégiques. D'après le Lemme B.2, on sait que sous cette hypothèse, toutes les sélections de $br_2(\cdot)$ sont strictement croissantes. Etant donné la monotonie des stratégies de meilleure réponse des deux pays et leur sens d'évolution, s'il existe un équilibre, il est nécessairement unique. Dans ce qui suit, on le note (x^*, y^*). Dès lors, la preuve de la Proposition 2.5 s'établit comme celle des Propositions 2.3 et 2.4. Soit (x^1, y^1), l'équilibre de Stackelberg quand le Pays 1 est leader. D'après le Lemme 2.1 et la définition d'un équilibre de Nash, on vérifie les deux inégalités suivantes :

$$f_1(x^1, y^1) > f_1(x^*, y^*) \qquad \text{et} \qquad f_1(x^1, y^1) \geq f_1(x^1, y^*) .$$

Le jeu étant à externalité négative, on en déduit que $y^1 = br_2(x^1) < br_2(x^*) = y^*$. Dans la mesure où $br_2(\cdot)$ est strictement croissant, on en déduit que $x^1 < x^*$. Il s'ensuit que pour le pays en position de suiveur, on vérifie les inégalités suivantes (le raisonnement est le même que pour la relation (B.7)) :

$$f_2(x^*, y^*) < f_2(x^1, y^*) < f_2(x^1, y^1) .$$

En d'autres termes, le Pays 2 préfère son paiement en tant que suiveur à l'équilibre de Stackelberg à son paiement à l'équilibre de Nash.

Pour montrer que le Pays 1 préfère son paiement de Cournot-Nash à celui de Stackelberg quand il est dans la position du suiveur, on suit le même raisonnement que pour la preuve de la Proposition 2.3. Dans ce cas, on considère (x^2, y^2), l'équilibre de Stackelberg quand le Pays 2 est en position de leader, de sorte qu'on vérifie les deux inégalités suivantes :

$$f_2(x^2, y^2) > f_2(x^*, y^*) \qquad \text{et} \qquad f_2(x^2, y^2) \geq f_2(x^2, y^*) .$$

Les paiements étant décroissants avec la stratégie de l'autre pays, $y^2 = br_1(x^2) < br_1(x^*) = y^*$. Dans la mesure où $br_1(\cdot)$ est strictement décroissant, on en déduit que $x^2 > x^*$. Il s'ensuit que pour le pays en position de suiveur, on vérifie les inégalités suivantes (le raisonnement est le même que pour la relation (B.5)) :

$$f_1(x^2, y^2) < f_1(x^*, y^2) < f_1(x^*, y^*) .$$

En d'autres termes, le Pays 1 préfère toujours son paiement à l'équilibre de Nash à celui qu'il retire à l'équilibre de Stackelberg quand il est en position de suiveur.

Pour conclure, sous les hypothèses postulées par la Proposition 2.5, le seul équilibre du jeu étendu est tel que le Pays 1 adopte la position de leader, tandis que le Pays 2 adopte celle de suiveur. CQFD.

CONCLUSION DE LA PARTIE 1

Dans un contexte de laisser-faire, la nature des interdépendances qui caractérise les pays à non seulement un impact sur les niveaux d'émissions individuels et globaux qui se fixent à l'équilibre, mais aussi sur l'éventualité de voir émerger un pays leader dans sa politique de réduction de ses émissions polluantes.

Le premier chapitre, qui s'inscrit dans le cadre d'un jeu à N pays symétriques, décline l'ensemble des solutions non coopératives et de coopération totale susceptibles d'émerger en fonction de la nature des interactions entre les pays. On montre que les conditions d'existence, d'unicité ainsi que les propriétés paramétriques de telles solutions diffèrent d'un cas à l'autre. En l'absence d'une coordination des politiques environnementales nationales, cette analyse nous permet de mettre en exergue le fait que le problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère n'appelle pas à la même urgence en fonction de la nature des interdépendances entre les pays et que celui-ci peut devenir d'autant plus sérieux en présence d'effets de renforcement entre les stratégies des pays. Quand chacun d'eux prend en compte l'impact de ses propres activités sur l'environnement, nos résultats émettent un « bémol » sur l'idée que la libéralisation des échanges conduit nécessairement à un accroissement des niveaux de bien-être des pays. Il faudrait pour cela que les pays intègrent l'impact de l'ensemble des activités humaines sur l'environnement. Or, au regard des faits empiriques et de l'évolution des négociations sur le climat, on est encore loin de voir l'ensemble des pays coopérer. Il s'avère en effet que la solution de coopération totale est généralement instable : chaque pays est incité à revenir de manière unilatérale sur l'accord de coopération. En l'absence d'autorité supranationale capable de contraindre le comportement de pays souverains, la question qui reste en suspens est donc celle de voir émerger une coopération internationale entre tout ou partie des pays.

Dans le cadre du jeu des émissions globales à deux pays on observe également que la nature des interactions n'est pas sans effet sur la séquence des décisions. En particulier cette dernière rend possible l'apparition d'un phénomène de leadership même lorsque les pays sont au départ interchangeables. A travers le chapitre 2, on montre que l'équilibre de Cournot-Nash dans le jeu des émissions globales à deux pays n'est pas la seule issue vraisemblable. La raison en est que même si les pays sont toujours mieux dotés en tant que leader, ils peuvent quand même préférer leur paiement en tant que suiveur plutôt que celui à l'équilibre de Cournot-Nash du jeu simultané. Ces résultats sont caractéristiques des jeux à *externalité négative*. Au delà de la limite que constitue notre raisonnement dans le cadre de deux pays, nos interprétations pourraient très bien s'étendre en considérant deux groupes de pays, tels que les pays en *développement* et les pays *industrialisés*. En fonction de la nature de leurs relations commerciales, on pourrait très bien voir l'un ou l'autre groupe s'imposer en leader dans la mise en œuvre d'une politique environnementale plus contraignante. Cependant, il n'est pas évident de dire lequel *a priori*.

Pour chaque point traité dans cette partie, le recours aux principaux théorèmes de la classe des jeux supermodulaires nous permet d'établir des résultats sous des hypothèses moins fortes que celles traditionnellement postulées dans la littérature. Ces résultats constituent donc une généralisation de ceux existants. Mais notre objectif principal était quand même de mettre en exergue un type de comportement de la part des pays qui n'avait jusque là pas ou très peu été exploité.

PARTIE 2

L'IMPACT DES INTERACTIONS STRATEGIQUES SUR LES ACCORDS INTERNATIONAUX ENVIRONNEMENTAUX

Les problèmes environnementaux globaux tels que le changement climatique possèdent plusieurs caractéristiques remarquables. Une première caractéristique a été mise en évidence dans la première partie de la thèse : les niveaux de bien-être que les pays sont susceptibles d'atteindre sont interdépendants. La meilleure issue pour un pays dépend donc à la fois de ses propres choix mais également de ceux mis en œuvre par les autres. L'analyse du jeu des émissions globales en fonction de la nature des interdépendances entre les pays permet de prédire ce qui se passerait en l'absence de toute coopération. De la même façon, on a pu montrer que ces comportements individuels conduisaient nécessairement à une solution inefficace du point de vue de l'ensemble des pays : les niveaux individuels d'émissions de GES sont trop importants par rapport à ce qui serait globalement optimal. Lorsque tous les pays coopèrent, et par la même prennent en considération l'impact de leurs activités économiques sur les autres, la réduction des émissions qui en résulte procure à chacun un paiement plus élevé que celui obtenu en l'absence de toute coopération.

Ces deux cadres d'analyse se situent aux antipodes l'un de l'autre. Ils constituent des points de référence lorsque que l'on étudie la coopération qui est susceptible d'émerger entre des pays qui cherchent à promouvoir l'environnement ou bien qui font face à un problème commun. Ils permettent ainsi de mettre en exergue le principal challenge qui se pose au système international. Il s'agit de s'écarter au maximum de la solution de non coopération et d'essayer de tendre vers la solution de coopération totale. Dans ce contexte, les accords internationaux environnementaux (AIE) constituent un moyen pour les pays de coordonner leur politique environnementale et ainsi, de s'écarter de l'inefficience liée à la mise en œuvre de politiques unilatérales. Cependant, une caractéristique majeure de ces AIE est qu'il n'existe pas de tierce partie capable de les rendre contraignants. La principale source d'échec du système international à mettre en œuvre une solution globalement optimale est que les Etats sont souverains. Tout accord de coopération entre les pays doit être signé sur la base de leur propre volonté à réduire leurs émissions de GES. Or, dans un cadre purement non coopératif, aucun engagement à coopérer n'est crédible. Un tel accord n'est possible que si le paiement que retire un pays de par son adhésion est plus élevé que celui qu'il obtiendrait en n'y adhérant pas. Il s'avère, par ailleurs, que cette profitabilité de l'accord serait certainement meilleure si l'environnement n'était pas un bien public. Tous les pays bénéficient ainsi des efforts entrepris par un sous-ensemble d'entre eux, qu'ils participent ou non à l'accord de coopération. Il existe donc une forte incitation à jouir de l'amélioration de la qualité de l'environnement sans en supporter les coûts. Ce phénomène est communément appelé dans la littérature comportement de « passager clandestin ». Celui-ci peut prendre différentes formes en fonction de l'intensité des « fuites de carbone ». Cependant, ce second phénomène n'est pas systématique et dépend fortement de la nature des interactions entre les pays. Dès lors que les stratégies des pays deviennent complémentaires, un nouveau comportement de passager clandestin émerge (Heal, 1993).

Dans cette partie, on s'attache aux modèles théoriques développés ces dernières années en vue d'expliquer l'émergence de la coopération dans le cas où les pays font face à de fortes externalités environnementales. L'un des résultats significatifs de cette littérature montre qu'un accord sur la réduction des émissions peut émerger comme l'issue d'un jeu non coopératif simultané ; la coordination d'une fraction des pays au sein d'un accord international peut émerger, sans qu'il soit nécessaire de recourir à une institution supranationale. Dans ces modèles, la formation des coalitions — c'est-à-dire la coopération entre les pays — apparaît comme le résultat d'un comportement stratégique non coopératif de la part des Etats engagés dans les négociations. On dit alors que l'accord est *auto-réalisant*. Les gains obtenus grâce à cette coopération partielle ne permettent pourtant pas, en règle générale, de rétablir l'optimum global. En d'autres termes, à l'équilibre, le nombre de pays participant à l'accord reste en général faible comparativement au nombre total de pays partageant la ressource. Les actions entreprises sur le plan environnemental demeurent donc relativement limitées (Carraro, Siniscalco, 1993 ; Barrett, 1994 ; Finus, Rundshagen, 1998 ; Diamantoudi, Sartzetakis, 2006).

Ces résultats reposent sur deux approches qui ont chacune leurs particularités. La première est fondée sur la « fonction de partition par membre » [1]. Cette fonction résulte généralement d'un processus en deux étapes, où les pays se regroupent d'abord au sein de coalitions et ils déterminent ensuite leur niveau d'action, étant donné une structure de coalitions particulière (Bloch, 1997). Cette transformation du jeu n'est possible que sous certaines conditions ; elle permet en outre d'étudier directement le choix d'adhésion des pays. En l'absence d'autorité supranationale, l'accord d'équilibre est alors tel qu'il doit être profitable et stable. Dans la seconde approche, les auteurs étudient également la formation des AIE comme un jeu non coopératif en plusieurs étapes, mais cette fois à partir de fonctions de paiement aux propriétés spécifiques. Dans cette éventualité, il est possible de caractériser précisément la taille de l'accord d'équilibre ainsi que son impact environnemental. Il ressort de ces modèles que le niveau de coopération à l'équilibre est plutôt faible et indépendant du nombre de pays engagés dans les négociations. Ainsi, Diamantoudi et Sartzetakis (2006) mettent en évidence un accord stable qui ne regroupe jamais plus de quatre pays.

Il reste que quelle que soit l'approche considérée, les auteurs ont presque toujours postulé que les stratégies des pays étaient *substituables*. On peut citer en exemple les travaux de Carraro et Siniscalco (1992, 1993, 1994, 1998), Barrett (1994 a, b, 2005), Finus (2001), Finus, Rundshagen (1998) parmi beaucoup d'autres. Dans l'éventualité inverse, les travaux sont beaucoup moins nombreux. Il existe cependant ceux de Heal (1993) et Barrett (2005) qui évoquent le cas où les pays, confrontés à un problème de pollution globale, possèdent des stratégies *complémentaires*. Plus précisément, Heal (1993) soumet l'idée selon laquelle la coopération est payante une fois que suffisamment de pays ont rejoint l'AIE. En d'autres termes, le regroupement d'un sous-ensemble de pays génère des économies d'échelle dans la mise en œuvre des politiques de réduction des émissions. Il analyse en particulier l'impact d'une telle hypothèse sur le comportement des non signataires. Barrett (2003, 2005), quant à lui, en étudie l'impact sur le niveau de coopération d'équilibre. Cependant, la situation qu'il retient constitue un cas particulier, dans le sens où le niveau des complémentarités entre les pays est tel qu'il les invite tous à participer à l'accord de coopération dès lors que celui-ci

[1] Bloch (1997) recourt pour sa part au terme de « valuation ».

atteint une taille critique. Dans ce contexte, la question initiale de la coopération entre des pays souverains se transforme en un problème de coordination sur un équilibre particulier. De notre point de vue, on montre que la présence de complémentarités stratégiques ne génère pas nécessairement un problème de coordination.

Comme dans la première partie de la thèse, notre analyse met en exergue l'impact de la nature des interactions stratégiques sur les AIE. On adopte pour cela tour à tour chacune de deux approches évoquées. Dans un premier temps, on reconsidère l'approche par la fonction de partition par membre, quand les stratégies des pays sont substituables, puis quand elles sont complémentaires (chapitre 3). Dans chaque cas, on met en évidence les conditions d'existence d'un accord de coopération qui est à la fois profitable et stable. De ce point de vue, notre apport est triple. Pour des règles de formation d'un accord fixée *a priori*, on caractérise tout d'abord la taille du plus petit accord profitable. On établit ensuite les conditions d'existence d'un accord stable en présence de complémentarités stratégiques. Enfin, on parvient à comparer les niveaux de coopération qui émergent à l'équilibre, en fonction de la nature et de la force des interactions entre les pays.

L'analyse menée dans le chapitre 4 repose sur une fonction de paiement particulière qui postule une relation de complémentarité entre les pays. Cette seconde approche permet de caractériser le niveau de participation d'équilibre, ainsi que son impact environnemental en termes de réduction des rejets de GES dans l'atmosphère. Cet exemple qui constitue une originalité en soit, permet d'illustrer une grande part des propositions plus générales mises en exergue dans les autres chapitres de la thèse. A noter que les résultats sur la participation des pays à un AIE sont largement plus optimistes que ceux existants dans la littérature et ce, que l'on adopte une approche générale (par la fonction de partition) ou pour une fonction de paiement spécifique qui postule des complémentarités stratégiques.

CHAPITRE 3

PROFITABILITE ET STABILITE DES AIE :

UNE APPROCHE PAR LA FONCTION DE PARTITION PAR MEMBRE

Dans quelle mesure est-il possible pour tous les pays, ou au moins un sous-ensemble d'entre eux, de coordonner leur politique environnementale lorsque le problème considéré est de nature globale ? Face à la dégradation de l'environnement liée à l'accumulation des GES dans l'atmosphère et à l'accélération des phénomènes climatiques sévères, cette action de la part des pays passe par le consentement d'efforts de limitation de leurs sources de pollution par rapport à la situation purement non coopérative. Pour restreindre les externalités dont ils sont victimes, un sous-ensemble de pays peut ainsi choisir volontairement de signer un accord de réduction de ses émissions.

Le cadre sur lequel s'appuie notre analyse est celui traditionnellement utilisé en théorie des jeux pour analyser la profitabilité et la stabilité des accords internationaux environnementaux. Il s'agit du « jeu de l'environnement ». Ce jeu est en fait le jeu des émissions globales étudié dans le chapitre 1, auquel on introduit la possibilité pour les pays de coopérer, c'est-à-dire de se regrouper au sein d'un AIE : avant de déterminer leur niveau d'émissions de GES, les pays choisissent s'ils veulent prendre part à un accord de coopération. Sous certaines conditions, il est possible alors de définir une fonction qui décrit le paiement des pays dans la seconde étape du jeu compte tenu de leur choix d'adhésion dans la première étape et ce, pour chaque structure de coalitions susceptible de se former. Cette fonction est communément appelée dans la littérature « fonction de partition par membre » (FPM).

L'approche par la FPM résulte donc généralement d'un processus en deux étapes. Elle est particulièrement appropriée quand la règle du partage du surplus entre les membres de la coalition est fixée à priori et que la formation d'un accord crée des externalités sur les non-membres. Elle revient en fait à résoudre le jeu en deux étapes par récurrence amont et permet d'étudier directement le choix d'adhésion des pays en fonction des règles qui caractérisent la formation d'un accord. Ces règles concernent, entre autres, le regroupement des pays au sein d'une ou de plusieurs coalitions, l'ordre dans lequel les agents prennent leur décision ou aussi, la règle de partenariat ─ libre, exclusive ou encore à l'unanimité. Chacune de ces règles a un impact non négligeable sur les équilibres du jeu dans son ensemble, en particulier parce qu'elles conditionnent les concepts d'équilibre et de stabilité retenus. Quand on suppose par exemple que la mise en œuvre d'un accord requiert forcément la participation de tous les pays concernés par le problème environnemental, le niveau de coopération qui émerge n'est pas le même que si les pays sont libres d'entrer et de sortir de ce même accord. Sous la première hypothèse, si tous les pays sont mieux dotés dans la situation de coopération totale qu'en l'absence de toute coopération, chacun d'eux choisira son niveau d'émissions globalement optimal, étant donné la participation de tous les autres. Mais ce genre d'équilibre n'est pas convaincant car si un pays refuse de signer l'accord, il est rarement dans l'intérêt des autres de ne pas coopérer (Barrett, 2005).

Le recours à cette approche permet donc, au premier abord, de comparer l'impact de ces différentes règles de formation d'un accord sur la structure de coalitions d'équilibre (Finus, Rundshagen, 2003a, b). Pour notre part, l'intérêt de recourir à la FPM se situe ailleurs. Pour des règles fixées *a priori*, on s'intéresse en effet à l'impact des interactions stratégiques sur le niveau de coopération d'équilibre. Dit autrement, on montre que la nature des interactions entre les pays conditionne la forme de la FPM et donc les conditions de profitabilité et le(s) niveau(x) de participation susceptible(s) d'émerger à l'équilibre. Pour se faire, on retient les mêmes hypothèses sur le jeu de formation d'une coalition tout au long de notre exposé. Parmi les règles qui émergent naturellement dans le cadre des problèmes environnementaux globaux, on considère en particulier celle de la formation d'un unique accord. Dans ce cas, il peut émerger du processus en deux étapes, deux types de pays – les signataires et les non signataires de l'accord – chacun d'eux déterminant leur propre niveau d'émissions. Leur comportement respectif dépend alors du scénario que l'on considère dans le jeu des émissions globales. Les scénarios en question sont ceux qui ont été mis en exergue dans la première partie de cette thèse et qui dépendent de la nature des interactions entre les pays. On envisage donc tour à tour le cas où les stratégies des pays sont faiblement substituables, fortement substituables et complémentaires.

Dans notre cadre d'analyse, la FPM est une fonction qui associe à chaque taille de l'accord, le paiement individuel que retire un pays de son comportement dans le jeu des émissions globales. Dès lors, la détermination du niveau de participation d'équilibre à l'AIE ne s'appuie plus que sur l'analyse de l'étape dans laquelle les pays choisissent d'adhérer ou non à l'accord de coopération. Pour que la fonction de partition apparaisse cependant comme le paiement à l'équilibre de Nash du jeu joué par la coalition et les singletons, il est impératif que le jeu des émissions globales entre les signataires et les non signataires possède un unique équilibre et ce, quelle que soit la taille de l'accord considéré (Bloch, 1997 ; Yi, 1997). Dans cette perspective, un accord à l'équilibre est tel qu'il doit être profitable et stable. Ces deux conditions restent néanmoins liées à la définition du jeu des émissions globales et plus particulièrement à l'équilibre qui résulte des interactions entre les pays. Pour chaque type d'équilibre du jeu des émissions globales, on cherche donc à établir les conditions sous lesquelles il existe un accord non trivial, c'est-à-dire regroupant au moins deux pays, qui soit auto-réalisant. Il nous faut pour cela considérer tour à tour les trois scénarios déjà mis en exergue dans le chapitre 1. On caractérise en particulier pour chacun d'eux, la taille du plus petit accord profitable.

Au regard de la littérature existante sur les problèmes environnementaux globaux, les auteurs se sont essentiellement concentrés sur le cas où les stratégies des pays sont substituables. Dans cette éventualité, la condition requise pour recourir à la FPM est toujours vérifiée. Notre principal apport consiste donc à compléter ces résultats, en considérant le cas où les pays présentent des complémentarités stratégiques. Cette extension nécessite cependant de définir les conditions d'existence d'un unique équilibre, la présence de complémentarités favorisant généralement celle d'une multiplicité d'équilibres (Cf. chapitre 1, Proposition 1.3).

Dans ce qui suit, on présente tout d'abord le jeu en deux étapes sur lequel on s'appuie. Cette première section fournit en particulier les hypothèses qui nous permettent de nous appuyer sur la FPM et ce, pour chacun des scénarios qui caractérisent le jeu des émissions globales. A partir de là, on montre qu'en fonction de la nature et de l'ampleur des interactions stratégiques entre les pays, une partie d'entre eux peut être amenée à se regrouper, pour contrôler ensemble leur niveau de pollution. Ainsi, au delà de la situation de non coopération, il existe des accords de coopération partiels qui sont à la fois profitables et stables. Ces deux conditions qui définissent un accord à l'équilibre du jeu de première étape, font l'objet d'une analyse approfondie dans les sections 2 et 3 respectivement et ce, pour chaque scénario du jeu des émissions globales. Les preuves des propositions établies dans ce chapitre sont présentées en toute fin dans l'annexe C.

1. Le jeu de l'environnement : un jeu en deux étapes

Dans cette section, on expose le modèle et les hypothèses généralement retenues par la théorie économique pour expliquer la formation des AIE. Le modèle en question est un jeu non coopératif en deux étapes. Quand la formation d'une coalition crée des externalités sur les non-membres, le cadre approprié pour traiter ce genre de situation est un jeu sous forme de « fonction de partition » (Bloch, 1997 ; Ray, Vohra, 1999). Dans ces conditions, l'analyse de la formation d'un accord revient alors à étudier directement le jeu de première étape, c'est-à-dire le processus de négociation entre les pays. Cette approche ne peut néanmoins être adoptée que sous certaines hypothèses qu'il conviendra de vérifier pour chaque scénario qui caractérise le jeu des émissions globales. On définit ensuite les propriétés de la FPM pour chaque type de pays, c'est-à-dire en fonction de leur choix dans le jeu de première étape.

1.1 Le modèle et ses hypothèses

Le modèle sur lequel on s'appuie retranscrit le comportement d'un ensemble de pays quand ceux-ci sont confrontés à de fortes externalités environnementales. Il permet en particulier de prendre en considération certaines caractéristiques propres aux négociations internationales sur les problèmes environnementaux globaux. La première est qu'en l'absence d'une autorité supranationale capable de les rendre contraignants, tout accord de coopération est forcément volontaire. Par ailleurs, les partis engagés dans les négociations semblent conscients qu'un accord, regroupant l'ensemble des pays concernés par le problème en question, est peu vraisemblable et que l'effort de réduction consenti se concentrera sur un sous-ensemble d'entre eux (Carraro, Siniscalco, 2001). Cependant, par rapport à la situation de *statu quo* où aucun pays ne coopère, la réduction des émissions consentie par les signataires d'un accord n'est possible que si ces derniers gagnent à l'adoption d'un tel comportement. Dans le cas contraire, aucun engagement à coopérer ne serait crédible. Enfin, étant donné la nature de bien public de l'environnement, tous les pays bénéficient de la réduction des émissions entreprise par un sous-ensemble d'entre eux. Par conséquent, il existe une forte incitation à se comporter en passager clandestin.

Dans ce contexte, les négociations internationales entre les pays sont modélisées comme un jeu en deux étapes dans lequel les Etats souverains choisissent s'ils veulent prendre part à un accord de coopération, avant de déterminer leur niveau d'émissions de GES. D'une manière plus précise, dans la première étape du jeu, les pays décident de manière non coopérative de participer ou non à un AIE. Dans la seconde, ils jouent le jeu des émissions globales sachant que ceux qui adhèrent à un accord se comportent comme une entité unique et divisent le paiement qui résulte de leur coopération, étant donné une règle de partage sur laquelle ils se sont entendus[2]. Dans ce qui suit, on considère que tous les pays sont *a priori* identiques et on définit un accord comme étant un sous-ensemble non vide de l'ensemble des pays N où $N \geq 2$.

L'hypothèse de symétrie autorise plusieurs simplifications remarquables.

i) Elle implique que tous les pays possèdent le même ensemble de stratégies et la même fonction de paiement dans le jeu des émissions globales.

ii) Elle nous permet d'adopter une règle de partage égalitaire[3] du surplus généré par la coopération d'un sous-ensemble de pays entre ces derniers. Ainsi, tout pays appartenant à un accord reçoit le même paiement que les autres membres.

iii) Sous cette hypothèse, un accord peut être identifié par sa taille. Le paiement perçu par un pays dépend alors uniquement du nombre de membres que compte l'accord auquel il appartient et non de l'identité des pays qui le composent.

Chaque étape du jeu de l'environnement peut être interprétée comme un jeu particulier : le premier est un jeu non coopératif de formation d'une coalition, appelé « jeu de coalition » ; le second est le jeu des émissions globales. On définit tour à tour les hypothèses retenues dans chacun de ces jeux.

---

[2] La théorie des jeux coopératifs fournit de nombreux concepts quant à la répartition des gains de la coopération entre des joueurs qui ne sont pas identiques.

[3] Même si dans notre analyse il s'agit d'une hypothèse, Ray, Vohra (1999) montrent que cette règle de partage égalitaire ressort de manière endogène du modèle quand les pays sont symétriques.

* Le jeu de coalition[4] :

La caractérisation du jeu de première étape relève de trois dimensions : le nombre de coalitions qui peuvent se former, la définition de la règle d'adhésion et enfin l'ordre dans lequel les agents prennent leur décision.

Pour notre part, on restreint notre analyse à la formation d'un unique accord de coopération, de sorte que tout pays n'y adhérant pas joue comme un singleton. On exclut ainsi l'idée que les pays qui ont choisi de ne pas adhérer se regroupent pour former un accord concurrent[5]. Cette hypothèse qui est traditionnelle dans le cadre des problèmes environnementaux globaux nous permet de distinguer deux types de pays : les signataires et les non signataires de l'accord.

Etant donné la nature de bien public de l'environnement et l'absence d'une autorité de régulation capable de contraindre les pays souverains, la règle que l'on retient est celle où les pays sont libres d'adhérer à l'accord de coopération. L'adhésion est donc ouverte à tous les pays qui sont prêts à se conformer à ses règles (Shin, Yi, 2000). Dans ce contexte, tous les pays ont la possibilité d'entrer ou de sortir de l'accord à tout moment sans requérir l'avis des autres membres. Cette règle d'adhésion qui est la plus conforme aux caractéristiques des AIE signifie aussi que la coalition accepte tout nouveau pays qui souhaite la rejoindre[6]. A partir de là, l'accord à l'équilibre résulte du libre choix de chacun des pays. On dit que sa mise en œuvre se fait d'elle-même ou encore, qu'il est auto-réalisant. La décision de participer ou non à un AIE est donc prise indépendamment par chaque pays et se fonde sur un comportement purement non coopératif dans le sens où elle ne dépend que des gains qu'un pays retire dans l'une ou l'autre éventualité, c'est-à-dire à l'intérieur ou à l'extérieur de l'accord.

On s'intéresse uniquement au cas où les pays prennent leur décision simultanément. Ainsi, tous les pays choisissent en même temps s'ils adhèrent ou non à l'accord. Ce choix n'est pas

---

[4] Ce jeu est aussi appelé « jeu d'adhésion », en particulier quand la décision d'un pays est de type binaire et revient à choisir entre adhérer ou ne pas adhérer.

[5] Il existe des modèles qui mettent l'accent sur les implications que génèrent la formation de plusieurs coalitions (Bloch, 1997 ; Ray, Vohra, 1999, Finus, Rundshagen, 2003a, b). On parle alors de « structure de coalitions ». L'introduction d'une telle hypothèse pourrait faire l'objet d'une autre étude.

[6] Yi (1997) définit différentes règles de partenariat dans le cadre de la formation d'une coalition. Dans le contexte des AIE, Carraro, Siniscalco (2001) et Carraro, Moriconi (1998) en comparent l'impact sur le processus de négociation ainsi que sur l'accord stable qui en résulte.

anodin. Les hypothèses sur la séquence des décisions des pays dans chaque étape du jeu ont en effet des implications sur l'accord qui émerge des négociations entre les pays[7].

- Le jeu des émissions globales :

Ce jeu est celui déjà évoqué dans la première partie de la thèse (Cf. chapitre 1, section 1) et dont on adapte les notations. Dans ce qui suit, on note $S, S \subseteq N$, le sous-ensemble des pays qui choisissent d'adhérer et N\S celui des pays qui restent en dehors de l'accord. Etant donné l'hypothèse de symétrie, ces sous-ensembles peuvent être identifiés par leur taille, respectivement s et $(n - s)$ avec $s \in [1, n]$. Quel que soit son type, le paiement du pays i dans le jeu des émissions globales f_i est défini comme la différence entre les bénéfices qu'il retire de ses propres émissions B_i et les dommages générés par les émissions agrégées de tous les pays D_i. Le caractère de bien public de l'environnement transparaît donc à travers cette seconde fonction. On rappelle que les fonctions $B(\cdot)$ et $D(\cdot)$ sont supposées croissantes avec les niveaux d'émissions. Enfin, on note x_s et x_{ns} le niveau des émissions d'un signataire et d'un non signataire respectivement, étant donné la taille de l'accord, s. Tous deux appartiennent à un intervalle compact de l'ensemble des réels $[0, K_i]$ avec $i = 1, ..., n$.

Dans ce second jeu, les pays prennent de nouveau leur décision simultanément. De notre point de vue, cette hypothèse nous permet de réutiliser le même mode de résolution que dans le cadre du jeu des émissions globales à N pays symétriques (Cf. chapitre 1). L'analyse du jeu repose alors essentiellement sur le sens d'évolution des stratégies de meilleure réponse des signataires et des non signataires ou, dit autrement, sur la nature des interactions entre ces deux types de pays et sur l'existence d'au moins un équilibre. Ces équilibres diffèrent toutefois de ceux déjà établis en l'absence de toute coopération, dans la mesure où il existe un comportement propre à chaque pays en fonction de son choix dans le jeu de première étape. Ainsi, la décision d'un pays dans la première étape conditionne son comportement en termes d'émissions et son paiement dans le jeu des émissions globales.

Dans ce jeu, les signataires qui coopèrent choisissent le niveau des émissions qui maximise le paiement agrégé de tous les membres de l'accord, étant donné le comportement des non

[7] Par exemple, Bloch (1997) étudie la formation des coalitions quand les joueurs prennent leur décision de manière séquentielle. Cette approche requiert cependant de définir une règle exogène qui établit l'ordre des décisions.

signataires. Pour un accord de taille *s*, le programme de maximisation des signataires est le suivant :

$$Max_{x_s \geq 0} \sum_{j=1}^{s} B(x_{s,j}) - sD\left(\sum_{j=1}^{s} x_{s,j} + \sum_{l=s+1}^{n} x_{ns,l}\right). \qquad (3.1)$$

En adoptant ce comportement, un signataire prend en considération l'impact négatif de ses activités économiques sur les autres membres de l'accord : tout pays qui accepte d'adhérer à l'accord de coopération accepte par la même de diminuer ses émissions par rapport à la situation de non coopération. Par contre, s'il existe un ou plusieurs pays en dehors de l'accord, la réduction des émissions entreprise par les membres est toujours en deçà de celle qui serait optimale du point de vue de l'ensemble des pays. La raison en est que chaque non signataire détermine son niveau d'émissions afin de maximiser son paiement individuel étant donné le comportement des signataires et celui des autres non signataires. Par conséquent, il se comporte de manière purement non coopérative et ne prend pas en considération l'impact de ses émissions sur les autres. Son problème de maximisation se pose de la façon suivante :

$$Max_{x_{ns,k} \geq 0} B(x_{ns,k}) - D(\sum_{j=1}^{s} x_{s,j} + \sum_{l \neq k} x_{ns,l} + x_{ns,k}). \qquad (3.2)$$

A partir de la définition du comportement des signataires et des non signataires, on peut établir leur niveau d'émissions d'équilibre respectif et les paiements qui y sont associés.

Il s'avère que quand le regroupement d'un sous-ensemble de pays génère une externalité sur les non-membres et que les règles du jeu de seconde étape sont spécifiées ex ante, l'approche appropriée est celle par la « fonction de partition par membre ». Cette fonction résume toute l'information pertinente sur laquelle se fonde la décision d'adhésion d'un pays (Bloch, 1997 ; Yi, 1997). Une condition nécessaire cependant, pour que la FPM émerge comme le paiement à l'équilibre de Nash du jeu joué par la coalition et les singletons, est que le jeu de seconde étape possède un unique équilibre et ce, quelle que soit la taille de l'accord considéré. Avant de définir cette fonction ainsi que ses propriétés, il nous faut établir les hypothèses sur le jeu des émissions globales et plus particulièrement celles sur les fonctions de bénéfice et de dommage qui garantissent l'existence d'un unique équilibre. Pour chacun des scénarios susceptibles d'émerger quant à la nature des interactions entre les pays, on définit donc les conditions sous lesquelles il est possible de recourir à l'approche par la FPM.

1.2 Les scénarios du jeu des émissions globales

Le jeu des émissions globales en question coïncide avec celui étudié dans le chapitre 1 dans le cadre de N pays symétriques. La différence est que maintenant ces pays ont la possibilité de coopérer, c'est-à-dire de se regrouper pour réduire conjointement leurs émissions de GES. Etant donné la simultanéité des décisions dans le jeu de seconde étape, la détermination des équilibres en cas de coopération d'un sous-ensemble de pays s'appuie sur ceux mis en évidence en l'absence de toute coopération. On distingue donc trois scénarios. Chacun d'eux est identifié par l'ensemble des hypothèses qui caractérisent les fonctions de bénéfice et de dommage et parfois la fonction de paiement dans son ensemble. Notre analyse repose ainsi sur le sens d'évolution des stratégies de meilleure réponse des signataires et des non signataires, c'est-à-dire sur la nature des interactions entre ces deux types de pays. A la différence, on doit cependant s'assurer que la FPM est définie de manière univoque, c'est-à-dire qu'il nous faut définir les conditions d'existence d'un unique équilibre pour chaque scénario.

Avant de déterminer l'impact de la formation d'un AIE sur les niveaux d'émissions et les paiements d'équilibre par rapport à ceux de la situation de *statu quo* correspondante, on présente une proposition préalable qui facilite grandement l'exposé de nos conclusions.

Proposition 3.1 :
L'introduction d'une étape préalable, dans laquelle les pays choisissent s'ils veulent coopérer ou pas, ne modifie pas la nature des interactions entre les pays dans le jeu des émissions globales.

Dans la mesure où la coopération entre un sous-ensemble de pays ne modifie pas la structure du jeu des émissions globales étudié dans la première partie de cette thèse, les propositions établies sur l'existence des équilibres en fonction de la nature des interactions entre les pays restent vraies. La raison en est que la nature des interactions, quel que soit le choix d'adhésion des pays à l'accord de coopération, transparaît à travers le sens d'évolution des bénéfices et des dommages marginaux. Or, le fait d'autoriser la coopération partielle dans le jeu des émissions globales ne modifie en rien les hypothèses postulées sur ces fonctions. Seule la définition des entités qui prennent les décisions de pollution change.

La réorganisation des interactions entre les pays se présente de la façon suivante. Le comportement de coopération des pays qui adhèrent est tel que ces derniers agissent comme une entité unique. Même s'il n'existe pas d'interaction entre les membres de la coalition, celles avec les pays qui ont choisi de ne pas signer l'accord subsistent. De la même façon, chaque pays non signataire est en interaction, à la fois avec les autres non signataires et avec la coalition. Etant donné l'hypothèse de symétrie des pays, on considère cependant que tous les non signataires adoptent le même comportement. On peut ainsi résumer leur stratégie de meilleure réponse comme n'étant fonction que de la stratégie adoptée par la coalition. Si les pays présentent par exemple des complémentarités stratégiques au niveau individuel, les interactions entre les signataires et les non signataires conservent la même nature. Il en est de même lorsque les stratégies des pays sont substituables.

En l'absence de toute coopération, on retient de la première partie de cette thèse trois types d'équilibre qui constituent trois scénarios de référence. Cela revient à considérer trois jeux des émissions globales qui diffèrent de par les hypothèses formulées sur les fonctions de bénéfices et de dommage. Avant de les aborder tour à tour afin d'établir pour chacun les conditions d'existence d'un unique équilibre, il est important de souligner un autre point. Si la formation d'un AIE n'a pas d'impact sur la nature des interactions entre les pays, il s'avère qu'elle en a un sur les niveaux d'émissions qui se fixent à l'équilibre ainsi que sur les paiements qui y sont associés. La coopération d'un sous-ensemble de pays implique donc un déplacement des équilibres par rapport à la situation de non coopération. Cela implique de définir, pour chaque scénario, dans quel sens celui-ci s'opère[8]. On considère pour cela et de manière arbitraire que le jeu de première étape conduit à un accord de taille s. Autrement dit, le jeu de seconde étape se joue entre s signataires et $(n - s)$ non signataires.

- Scénario 1 : stratégies faiblement substituables[9]

Dans cette éventualité, la pente des fonctions[10] de meilleure réponse des pays appartient à l'intervalle]-1, 0]. Les hypothèses sous-jacentes sont telles que la fonction de bénéfice est strictement concave et la fonction de dommage est convexe, de sorte que la fonction de paiement d'un pays est toujours concave en sa propre stratégie. En l'absence de coopération

---

[8] Il s'agit en réalité, pour chaque scénario, d'une traduction littérale de l'évolution des stratégies de meilleure réponse des pays.

[9] Du fait de ses propriétés, ce scénario est celui généralement retenu dans la littérature.

[10] On parle de « fonction » plutôt que de « correspondance » de meilleure réponse dans la mesure où, sous les hypothèses retenues, la fonction de paiement des pays est toujours quasi-concave et les stratégies de meilleure réponse, univoques. Chaque fois que cela est le cas, on adopte la même terminologie.

entre les pays, on sait qu'il existe toujours un unique équilibre de Nash en stratégies pures (Cf. Proposition 1.2, chapitre 1). On étend donc ce résultat au cas où un accord non trivial émerge du jeu de première étape.

Proposition 3.2 :

Sous les hypothèses qui caractérisent le Scénario 1 et quelle que soit la taille de l'accord considéré, il existe toujours un unique équilibre de Nash en stratégies pures du jeu joué par les signataires et les non signataires.

Il convient de caractériser cet équilibre relativement à celui de la situation de *statu quo*. L'équilibre en question est tel que la réduction des émissions d'un sous-ensemble de pays conduit à une diminution des émissions agrégées. La coopération, même partielle, conduit donc à une amélioration de la qualité de l'environnement. Cependant, celle-ci est en partie contrecarrée par le comportement des non signataires qui augmentent leur propre niveau d'émissions. Dans ces conditions, le niveau global des émissions décroît mais moins que proportionnellement par rapport à l'effort total consenti par les membres de la coalition. Il ressort du comportement des non signataires que leur paiement est toujours plus élevé que celui qu'ils obtiendraient dans la situation de non coopération. Il est plus difficile de tirer une telle conclusion quant au paiement d'un signataire dans la mesure où celui-ci dépend principalement de la réactivité des non signataires. Ce point sur la profitabilité d'un accord de coopération pour les pays qui y adhèrent est rediscuté plus loin.

- Scénario 2 : stratégies fortement substituables

Dans ce cas, les fonctions de bénéfice et de dommage des pays sont strictement convexes et la pente des correspondances de meilleure réponse individuelle est inférieure ou égale à -1. Dans la situation de non coopération, il n'existe pas nécessairement d'équilibre et la Proposition 1.4 (chapitre 1) fournit des conditions plus ou moins fortes qui garantissent son existence. Pour notre part, on s'intéresse au point 1.4 b) qui assure l'existence d'un équilibre intérieur[11] et unique, dès lors que les fonctions de paiement des pays sont quasi-concaves. Quand un sous-ensemble de pays coopère, on peut établir la proposition suivante :

[11] Un équilibre intérieur est un équilibre qui est tel que le niveau des émissions de chaque pays est *strictement* positif.

Proposition 3.3 :

Sous les hypothèses du Scénario 2, si la fonction de paiement des pays est quasi-concave en leur propre stratégie, il existe un unique équilibre intérieur dans le jeu des émissions globales joué par la coalition et les singletons.

Dans ce scénario, l'unique équilibre en stratégies pures du jeu est tel que la réduction des émissions par un sous-ensemble de pays conduit à un accroissement du niveau global des émissions par rapport à la situation de non coopération. En d'autres termes, l'effort entrepris par la coalition est complètement annulé par le comportement des pays extérieurs et ce, pour tout niveau de coopération partiel. En fonction de la force des interdépendances, la coopération d'un sous-ensemble de pays peut ainsi conduire à une dégradation de la qualité de l'environnement. Dans ces circonstances, il est clair que tout adhérant à un accord ne regroupant pas l'ensemble des pays obtient un paiement moindre que celui qu'il obtiendrait en l'absence de toute coopération, tandis que les pays en dehors de la coalition obtiennent toujours un paiement plus élevé.

Quand les stratégies des pays sont substituables, le comportement adopté par les non signataires induit une réduction des rendements de la coopération pour le sous-ensemble des pays qui adhèrent à l'AIE. Ce phénomène de fuites de carbone qui traduit l'idée que si un pays fait un effort, les autres seront amenés à en détruire une partie, constitue la principale variable qui affecte le niveau de coopération qui émerge du jeu de l'environnement. Ce comportement de la part des pays qui ne coopèrent pas est postulé de manière récurrente dans la littérature. Sans remettre en cause les arguments économiques qui sous-tendent cette dernière idée, on a vu que l'ouverture économique croissante des pays pouvait permettre de soutenir l'idée inverse, à savoir que la réduction des émissions par un sous-ensemble de pays ne conduit pas nécessairement à l'accroissement des émissions des autres pays (Copeland, Taylor, 2005). En d'autres termes, l'économie mondiale est dotée de mécanismes qui rendent les stratégies des pays complémentaires.

- Scénario 3 : stratégies complémentaires

Dans cette éventualité, les fonctions de bénéfice et de dommage sont concaves (strictement pour la fonction de bénéfice) et les correspondances de meilleure réponse, croissantes. L'analyse déjà menée en l'absence de coopération met en exergue l'existence d'au moins un équilibre de Nash en stratégies pures. Il peut donc exister une multiplicité d'équilibres qui ont la particularité d'être Pareto-ordonnés. En particulier, plus les niveaux d'émissions d'équilibre sont élevés, plus les paiements qui y sont associés sont faibles (cf. Proposition 1.3, chapitre 1). Dans cette configuration, il existe donc en plus de la question de la coopération d'un sous-ensemble de pays, celle de leur coordination sur un équilibre particulier. Pour écarter ce genre de considérations, la proposition qui suit fournit les conditions qui garantissent l'existence d'un unique équilibre en présence de complémentarités stratégiques. Celui-ci s'appuie sur un « principe de contraction »[12].

Proposition 3.4 :
Sous les hypothèses du Scénario 3, si les fonctions de paiement sont quasi-concaves en leur propre stratégie et si le vecteur des stratégies de meilleure réponse de tous les pays est une « contraction », alors ce dernier possède un unique point fixe qui constitue l'unique équilibre de Nash du jeu des émissions globales entre les signataires et les non signataires.

Il s'avère qu'en présence de complémentarités stratégiques, la croissance des stratégies de meilleure réponse constitue une condition nécessaire mais pas suffisante pour assurer l'existence d'une multiplicité d'équilibres dans un jeu (Cooper, 1999, chapitre 2, p. 21). En conséquence, il est possible d'identifier des conditions sous lesquelles le jeu des émissions globales possède un unique équilibre de Nash. Ces conditions, même si elles sont plus restrictives, nous permettent de recourir à l'approche par la FPM quand il existe des effets de renforcement entre les stratégies des pays.

Parmi ces conditions, la quasi-concavité de la fonction de paiement assure la continuité de la fonction de meilleure réponse d'un pays face à la stratégie adoptée par les autres. Si on la note $br_i(\cdot)$, alors une condition suffisante pour que $br(\cdot) \equiv (br_1(\cdot),..., br_n(\cdot))$ soit une « contraction[13] » est que l'on vérifie l'inégalité suivante[14] (Vives, 1999, chapitre 2) :

---

[12] Même si cette approche est la plus restrictive sur le plan des hypothèses requises pour assurer l'existence d'un unique équilibre, c'est aussi la plus courante dans la littérature dans le cadre des jeux différentiables.

[13] Dans un espace métrique (*X, d*), une fonction $f : X \to X$ est une contraction s'il existe un nombre $c < 1$ tel que $d(f(a), f(b)) \leq cd(a,b), \forall a,b \in X$. Le principe de contraction garantit que si *X* est un espace métrique complet (tel que l'espace Euclidien), alors il possède un unique point fixe.

[14] Cette inégalité est définie dans le cadre d'un jeu où les espaces de stratégies sont unidimensionnels. Une contraction est alors telle que les images de deux points sont plus proches que les deux points originaux.

$$\frac{\partial^2 f_i}{(\partial x_i)^2} + \sum_{j \neq i} \left| \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_i \partial x_j} \right| < 0, \quad \forall x \in [0, K_i]. \tag{3.3}$$

La principale conséquence de la Proposition 3.4 est que les fonctions de meilleure réponse des pays se rapprochent les unes des autres avec une pente qui est toujours strictement en deçà de 1. Les effets de renforcement entre les stratégies des pays sont alors imparfaits. Dans ce scénario, l'équilibre est tel que, face à l'effort de réduction entrepris par les signataires, les non signataires adoptent un comportement similaire et réduisent leurs émissions de GES par rapport à la situation de non coopération. Mais l'ajustement réalisé par un non signataire reste inférieur à celui d'un pays qui coopère. Dans ces conditions, la coopération, même partielle, conduit de nouveau à une diminution du niveau global des émissions et donc à une amélioration de la qualité de l'environnement. Il en ressort également que les paiements des deux types de pays sont plus importants que dans la situation de *statu quo*, dans la mesure où ceux-ci évoluent en sens inverse par rapport aux niveaux des émissions.

Quelles que soient les hypothèses retenues sur les fonctions de bénéfice et de dommage et pour chaque taille de l'accord susceptible d'émerger, le jeu des émissions globales entre les signataires et les non signataires possède toujours un équilibre. On peut souligner par ailleurs que les niveaux d'émissions qui résultent des interactions entre les deux types de pays, ainsi que les paiements d'équilibre qui y sont associés, dépendent du nombre de signataires : si tous les pays choisissent de ne pas adhérer à l'accord de coopération, les niveaux d'émissions et les paiements d'équilibre sont ceux de la situation de non coopération ; si tous les pays se regroupent et forment la grande coalition, la solution qui émerge est celle qui est optimale du point de vue de l'ensemble des pays (Cf. chapitre 1). Dès lors, les Propositions 3.2, 3.3 et 3.4 fournissent les conditions sous lesquelles il est possible de décrire l'évolution des paiements d'équilibre des deux types de pays comme une fonction de la taille de la coalition résultant du jeu de la première étape. C'est sur cette fonction que repose l'analyse du processus de négociation entre les pays. Autrement dit, la détermination du niveau de participation d'équilibre dans le jeu de première étape se fonde sur la FPM dans la mesure où celle-ci résume toute l'information utile sur les paiements d'un pays pour tous les niveaux de coopération susceptibles d'émerger. L'objet du paragraphe qui suit est d'en définir les propriétés générales, respectivement pour les signataires et pour les non signataires.

1.3 Les propriétés de la fonction de partition par membre

La résolution du jeu de l'environnement revient à déterminer combien de pays choisiront de signer l'accord et combien choisiront de rester en dehors. Or, ce choix dépend du paiement que chaque pays retire dans l'une ou l'autre position. La résolution du processus de négociation dans le jeu de première étape repose ainsi sur la définition des paiements d'équilibre dans le jeu de seconde étape, qui résultent eux-mêmes des interactions entre signataires et non signataires. Etant donné les conditions retenues dans le paragraphe précédent, ces paiements peuvent être exprimés comme une fonction de la taille de l'accord qui résulte du jeu d'adhésion. Ainsi, quand le jeu des émissions globales possède un unique équilibre, la FPM est une fonction qui, à chaque taille de l'accord, associe le paiement individuel que retire un pays de son comportement dans le jeu des émissions globales.

Si on note s la taille de cet accord, $f_s(s)$ et $f_{ns}(s)$ correspondent aux paiements d'équilibre d'un signataire et d'un non signataire respectivement. Ceux-ci sont définis pour toute valeur de s, telle que $s \in [1, n]$. Ces deux fonctions possèdent plusieurs propriétés qui sont vraies pour l'ensemble des scénarios. Ainsi, quand l'accord rassemble tous les pays concernés par le problème environnemental, la grande coalition procure par définition un paiement agrégé au moins aussi élevé que la somme de ce que chacun est susceptible d'obtenir seul ou pour tout autre niveau de coopération. Elle génère la solution qui est optimale du point de vue de l'ensemble des pays. Du fait de la présence des externalités, cette propriété de super-additivité ne concerne que la grande coalition et n'est pas nécessairement vérifiée pour des niveaux de coopération intermédiaires. Elle signifie également que l'accord qui rassemble tous les pays est une issue efficace, tandis que tout niveau de coopération intermédiaire reste une solution inefficace.

Les propriétés de la fonction de partition pour les membres et pour les non-membres reposent grandement sur l'évolution des niveaux individuels d'émissions d'équilibre des signataires x_s et des non signataires x_{ns}, en fonction de la taille de l'accord considéré s.

Proposition 3.5 :
Quel que soit le scénario considéré, x_s est toujours décroissant en s. A l'inverse le niveau des émissions d'un non signataire x_{ns} est croissant en s sous les hypothèses des Propositions 3.2 et 3.3 et décroissant en s sous les hypothèses de la Proposition 3.4.

Cette proposition est démontrée formellement à partir des hypothèses retenues sur les fonctions de paiement des pays. Ainsi, plus le nombre de signataires est conséquent, plus chacun d'eux doit prendre en considération l'impact négatif de ses émissions sur les autres. A l'inverse, le comportement des non signataires résulte de la nature des interactions entre les pays et a déjà fait l'objet d'une discussion pour chacun des scénarios.

A partir de là, on vérifie aisément que, quel que soit le scénario considéré, le paiement d'un signataire est toujours plus faible que celui d'un non signataire. Formellement, on obtient l'inégalité suivante :

$$f_s(s) < f_{ns}(s), \quad \forall s < n. \tag{3.4}$$

Dès lors que les signataires réduisent leurs émissions, le paiement d'équilibre d'un pays qui adhère est toujours dominé par celui d'un pays qui reste en dehors de l'accord de coopération et ce, pour tout niveau de coopération partiel. Ce constat est uniquement fondé sur la comparaison des bénéfices que les pays retirent de leurs émissions car les pays sont toujours confrontés au même environnement, quelle que soit leur décision d'adhésion. En d'autres termes, le niveau global des émissions et donc les dommages qui y sont rattachés sont les mêmes pour les signataires et pour les non signataires. Or, par rapport à la situation de non coopération, quelle que soit la nature des interactions, les signataires qui choisissent de réduire leurs émissions diminuent par la même occasion leurs bénéfices. A contrario, les non signataires peuvent soit augmenter leurs émissions, soit les diminuer au plus autant que les signataires. Par conséquent, les bénéfices qu'ils retirent de leurs activités économiques sont toujours plus élevés que ceux des signataires.

Un autre point qu'il importe d'établir relève de l'évolution des paiements d'équilibre des deux types de pays, relativement à la taille de l'accord. D'après la proposition qui suit, les gains de la coopération sont d'autant plus grands que le nombre de participants est important :

Proposition 3.6 :
Au delà d'une certaine taille de la coalition qui dépend de la réactivité des non signataires, f_s croît de manière monotone en s, tandis que f_{ns} est toujours croissant en s, pour tout s < n.

Pour les signataires, les paiements d'équilibre dépendent des gains générés par la coopération. Plus les signataires sont nombreux, plus l'externalité positive qu'ils génèrent est importante. Cependant, il existe des circonstances dans lesquelles le rendement de la coopération est remis en cause par le comportement des non signataires, en particulier quand le nombre de signataires est faible. Une fois ce nombre dépassé, le paiement d'un signataire croît avec le nombre de pays qui adhère.

Pour un non signataire, son paiement dépend de l'externalité positive liée au regroupement d'un sous-ensemble de pays et parfois à l'accroissement de ses propres émissions. Quelle que soit la nature des interactions entre les pays, le paiement des non signataires est donc croissant avec la taille de la coalition. Ainsi, les non signataires bénéficient de l'amélioration de la qualité de l'environnement induite par le comportement des signataires sans en supporter les coûts de mise en œuvre : le surplus généré par la coalition n'est pas exclusif et plus le nombre de pays qui choisit d'agir de la sorte est important, plus les externalités négatives générées par leurs activités économiques, diminuent. Ou, dit autrement, l'externalité positive générée par le regroupement d'un sous-ensemble de pays croît en leur nombre.

La formation d'un accord de coopération génère une externalité positive sur tous les pays et, au delà d'une certaine taille, les paiements des deux types de pays sont toujours une fonction monotone croissante du niveau de participation, s. Par ailleurs, les pays en dehors de l'accord retirent toujours un paiement plus important de la coopération entreprise par d'autres. Ainsi, les gains marginaux de la coopération croissent toujours plus vite pour les non signataires que pour les pays qui adhèrent. Il s'agit d'une conséquence directe des Propositions 3.5 et 3.6. Pour l'ensemble des scénarios considérés, la FPM relate donc des caractéristiques qui sont propres aux problèmes environnementaux globaux, à savoir une forte incitation à se comporter en passager clandestin, malgré l'inefficience que génère un tel comportement. Cependant, si tous font de même on retombe sur la situation de *statu quo* où aucun pays ne coopère. Ces paiements sont souvent les plus faibles que les pays puissent obtenir. Il peut alors être dans l'intérêt de certains de coopérer. La question qui reste en suspens est donc celle de l'existence d'un accord de coopération non trivial qui soit auto-réalisant. Un tel accord existe s'il est à la fois, profitable pour le sous-ensemble de pays qui se regroupe et stable. Chacune de ces conditions qui caractérisent l'équilibre du jeu d'adhésion sont traitées tour à tour dans les sections qui suivent et pour chaque scénario qui caractérise le jeu des émissions globales.

2. Profitabilité d'un AIE face à des pays non contraints

Dans cette section, on étudie les circonstances dans lesquelles un sous-ensemble de pays gagne à la réduction de ses émissions lorsque les pays extérieurs adoptent simultanément leur stratégie de meilleure réponse suite à cette modification. Cette question rejoint celle de la profitabilité d'un accord de coopération et dépend essentiellement du comportement adopté par les non signataires. Elle découle par conséquent de la nature des interactions entre la coalition et les singletons. Par exemple, si les non signataires bénéficient de l'action de coopération des membres de l'accord sans modifier leur comportement par rapport à la situation de non coopération, toutes les coalitions sont profitables. Cette configuration constitue cependant un cas particulier, dans le sens où les stratégies des deux types de pays sont indépendantes. Il n'en est plus de même dès lors que les stratégies deviennent interdépendantes et, en particulier substituables. On démontre alors l'existence d'un niveau de participation limite au delà duquel un accord devient profitable. On étudie pour cela successivement toutes les situations susceptibles d'émerger en fonction de la nature des interactions entre les pays dans le jeu des émissions globales, puis on caractérise plus particulièrement la taille du plus petit accord profitable quand les stratégies des pays sont substituables.

2.1 Impact du comportement stratégique des non signataires sur la profitabilité d'un accord de coopération

L'analyse de la profitabilité d'un accord de coopération est relativement aisée dans la mesure où elle ne dépend que du comportement stratégique adopté par les non signataires. La raison pour laquelle cette profitabilité peut être remise en cause est que les non signataires réagissent suite à l'effort de réduction des émissions de GES entrepris par les membres de la coalition. Cette réaction, ainsi que son intensité, dépendent des hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage dans le jeu des émissions globales. Dans ce qui suit, notre analyse distingue le cas où les stratégies des pays sont substituables de celui où elles sont complémentaires.

On dit qu'un accord est « profitable » si le paiement obtenu par un signataire est au moins aussi élevé que celui qu'il obtiendrait en l'absence de toute coopération. Formellement, si on note s le niveau de participation considéré, celui-ci est profitable si on vérifie la relation suivante :

$$f_s(s) \geq f_{ns}(1)\,. \tag{3.5}$$

Au regard de l'équation (3.5), on définit la taille de la plus petite coalition profitable s^m comme étant le nombre minimum de signataires que doit rassembler un accord pour que les pays qui y adhérent obtiennent un paiement au moins égal à celui qu'ils auraient en l'absence de toute coopération.

Le regroupement d'un sous-ensemble de pays qui choisissent de coopérer crée une externalité positive sur l'ensemble des pays et incite en particulier les non-membres à se comporter en passager clandestin. Ce comportement peut prendre différentes formes en fonction de la pente des fonctions de meilleure réponse des pays (Carraro, Siniscalco, 1993).

Lorsque les stratégies des pays sont complémentaires, les stratégies de meilleure réponse des signataires et des non signataires sont, soit indépendantes (cas limite), soit elles évoluent dans le même sens. Dans la première éventualité, les pays en dehors de l'accord ne modifient pas leur comportement par rapport à la situation de non coopération. Ils ne font que bénéficier de l'amélioration de la qualité de l'environnement sans y prendre part. Dans la littérature, on parle de comportement de passager clandestin « orthogonal », en référence à la pente des fonctions de meilleure réponse. Dans la seconde éventualité, suite à l'effort de dépollution des membres de la coalition, la réaction des non signataires consiste à réduire leurs propres émissions. Par rapport à la situation de non coopération, tous les pays diminuent donc leur niveau d'émissions. Les effets de renforcement entre les stratégies des pays rendent alors la coopération encore plus profitable que dans le cas limite où les stratégies sont indépendantes. Dans cette configuration, le comportement de passager clandestin se traduit par un effort de réduction qui est moindre pour les non signataires par rapport à celui entrepris par les membres de la coalition. Très peu d'analyses dans la littérature sur les AIE, porte sur ce type de comportement de la part des non signataires[15]. Dans l'ensemble, la question de la profitabilité d'un accord de coopération ne se pose pas lorsque les stratégies de la coalition et des singletons sont complémentaires voire, indépendantes.

[15] On peut citer Heal (1993) et Barrett (2003, 2005) qui se sont intéressés à la question de la coopération en présence de complémentarités parfaites entre les deux types de pays.

Proposition 3.7 :

Si le jeu des émissions globales à N pays symétriques présente des complémentarités stratégiques alors, quelle que soit la taille de l'accord de coopération, ses membres gagnent toujours à réduire leurs émissions par rapport à la situation de non coopération et $s^m = 2$.

A contrario, la profitabilité d'un accord de coopération constitue un réel enjeu lorsque les stratégies de meilleure réponse des non signataires consistent à accroître leur propre niveau d'émissions suite à l'effort de réduction entrepris par la coalition. Cette configuration est celle où les stratégies des pays sont substituables. Plus la réactivité des non signataires est forte, plus le niveau de participation minimum qui doit être atteint est conséquent. Dans le cas contraire, un petit nombre de pays qui coopèrent peut se retrouver perdants face à l'accroissement des émissions des pays qui se comportent en passager clandestin. Il s'ensuit que, en fonction de la réactivité des pays en dehors de l'accord, l'effort initialement mis en œuvre par un sous-groupe de pays peut être partiellement ou complètement annulé. Ce phénomène de fuites de carbone a pour principale conséquence de réduire les rendements de la coopération, en particulier pour les petites coalitions (Carraro, Siniscalco, 2001). Dans ce contexte, un niveau de participation minimum doit être atteint pour que la coopération soit profitable et que les bénéfices qu'elle génère croissent avec le nombre des signataires. Pour caractériser la taille de la plus petite coalition profitable s^m quand les pays présentent des substituabilités stratégiques, on doit reprendre les hypothèses sous-jacentes du jeu des émissions globales.

2.2 Caractérisation de la plus petite coalition profitable en présence de substituabilités stratégiques

Pour caractériser la taille de la plus petite coalition profitable lorsque les pays présentent des substituabilités stratégiques, on adopte la même démarche que Gaudet & Salant (1991), qui étudient les circonstances dans lesquelles un sous-ensemble de firmes dans un oligopole peut accroître son profit par rapport à une situation d'équilibre initiale. Dans notre contexte, on adopte les notations suivantes. On considère un ensemble de pays identiques *N*, qui déterminent simultanément leur niveau d'activités économiques. Leur fonction de paiement dépend de leurs propres émissions x_i et des émissions agrégées de tous les autres pays $X_{-i} = \sum_{j \neq i} x_j$:

$$f_i(x_i, X_{-i}) = B(x_i) - D(x_i + X_{-i})\,. \tag{3.6}$$

L'ensemble des stratégies accessibles par un pays est un intervalle compact de l'ensemble des réels positifs avec K_i, sa capacité maximale à polluer : $0 \le x_i \le K_i$. On considère par ailleurs que la fonction de paiement de chaque pays est deux fois continûment différentiable. On rappelle que les stratégies des pays sont substituables dès lors que la fonction de dommage est convexe et ce, quelles que soient les hypothèses sur la fonction de bénéfice. Si cette dernière est strictement convexe, on requiert toutefois que les fonctions de paiement des pays soient quasi-concaves en leur propre stratégie. Cette hypothèse suffit pour garantir l'existence d'un unique équilibre de Nash symétrique en stratégies pures dans le jeu des émissions globales. Dans ce contexte, la fonction de meilleure réponse des pays est décroissante avec la stratégie adoptée par les autres. L'équilibre symétrique qui résulte de l'interaction des N pays en l'absence de toute coopération est noté $x_i = x$, $i = 1, \ldots, n$.

Supposons maintenant qu'un sous-ensemble de pays, noté S avec $S \subseteq N$, se regroupent et que chaque membre adopte la stratégie $x_i = x°$ avec $x° \le x$. Le niveau des émissions adopté par le sous-groupe de pays constitue ici une donnée exogène du modèle. L'objectif est d'étudier l'évolution du paiement d'équilibre d'un membre de S quand il s'écarte de l'équilibre de Nash initial, en fonction du comportement des pays en dehors de S. L'équilibre de la situation de non coopération change si et seulement si $x° \ne x$. Le niveau des émissions des pays en dehors du sous-groupe, quant à lui, est déterminé de manière endogène. Autrement dit, chacun des pays en dehors de l'accord détermine son niveau d'émissions qui constitue une meilleure réponse à $x°$, soit $y = x(x°, n, s)$.

Considérons le pays i comme étant un membre de S et notons f_s son paiement. Celui-ci peut s'exprimer comme une fonction de deux variables, à savoir son propre niveau d'émissions $x°$ et le niveau agrégé des émissions des $(n - 1)$ autres pays X_{-i} :

$$f_s(x°, X_{-i}) = B(x°) - D(x° + X_{-i})\,. \tag{3.6a}$$

Etant donné la formation du sous-ensemble S, $X_{-i} = (n-s)y + (s-1)x°$ correspond au niveau agrégé des émissions des pays autres que i. Si $x° = x$, le niveau des émissions du pays i constitue une meilleure réponse et la relation suivante est vérifiée :

$$\left.\frac{\partial f_s(x°, X_{-i})}{\partial x°}\right|_{x°=x} = 0\,. \tag{3.6b}$$

En différentiant totalement l'équation (3.6a) et en utilisant la relation (3.6b) pour évaluer la dérivée au point $x° = x$, on obtient le résultat suivant :

$$\left.\frac{df_s}{dx°}\right|_{x°=x} = \frac{\partial f_s}{\partial x°} + \frac{\partial f_s}{\partial X_{-i}} \frac{dX_{-i}}{dx°} = -D'(\cdot)\frac{dX_{-i}}{dx°} . \qquad (3.6c)$$

Dans la mesure où $D'(\cdot) > 0$, il s'ensuit qu'une variation marginale de $x°$, au voisinage de l'équilibre initial x, accroît le paiement d'un pays appartenant à S si et seulement si le niveau agrégé des émissions des $(n - 1)$ autres pays décroît en conséquence. Autrement dit, un membre de S obtient un paiement plus grand suite à la réduction de ses émissions si les émissions de tous les autres pays X_{-i}, évoluent dans le même sens. Etant donné la définition de X_{-i}, on peut étudier son sens d'évolution par rapport à $x°$:

$$\frac{dX_{-i}}{dx°} = (n - s)\frac{dy}{dx°} + (s - 1) . \qquad (3.6d)$$

D'une manière générale, on peut établir l'équivalence suivante :

$$\left.\frac{df_s}{dx°}\right|_{x°=x} \leq 0 \Leftrightarrow (n-s)\frac{dy}{dx°} + (s-1) \geq 0 . \qquad (3.6e)$$

Dans le cas où les niveaux d'émissions sont des substituts stratégiques, chacun des $(n - s)$ pays en dehors du sous-ensemble S réagit à la réduction de $x°$ par un accroissement de ses propres émissions : $dy/dx° < 0$.

Ainsi, dans le cas extrême où seul un pays réduit ses émissions, soit $s = 1$ et $n > 1$, on obtient : $df_s /dx° > 0$. La contraction des émissions du pays i engendre un accroissement des émissions de tous les pays autres que i, ce qui diminue le paiement de ce dernier par rapport à la situation initiale. A l'inverse, si tous les pays appartiennent à S, soit $s = n > 1$, on obtient : $df_s /dx° < 0$. Si tous les pays réduisent leurs émissions, le niveau global chute puisqu'il n'existe aucun pays en dehors de S pour contrecarrer cette action. Par conséquent, le paiement des pays appartenant à S croît par rapport à la situation initiale. Pour ces deux cas polaires, les résultats qualitatifs sont relativement faciles à obtenir dans la mesure où ils ne dépendent pas de l'intensité de la réaction des $(n - s)$ pays en dehors de S, suite à une contraction exogène des émissions par s pays. Dans les cas intermédiaires où $1 < s < n$, l'intensité de la réaction des pays en dehors de S entre en jeu pour déterminer si la diminution des émissions par le sous-ensemble des pays, augmente ou diminue leur paiement par rapport à la situation initiale.

Pour connaître l'intensité de la réaction des (n – s) pays, on étudie le comportement d'équilibre de ces derniers.

Le niveau des émissions d'équilibre de chaque pays en dehors de S vérifie la condition nécessaire de premier ordre suivante :

$$B'(y) - D'\big(sx° + (n-s)y\big) = 0\,. \tag{3.7a}$$

Si les pays n'appartenant pas à S se comportent tous de la même façon, on obtient la pente de leur fonction de meilleure réponse en différenciant totalement l'équation (3.7a) par rapport à $x°$. Celle-ci est une fonction du nombre de pays concernés par le problème environnemental, de la taille du sous-ensemble de pays qui réduit ses émissions et de la pente des bénéfices et des dommages marginaux :

$$\frac{dy}{dx°} = \frac{s\alpha}{1-\alpha(n-s-1)} = \frac{s}{1/\alpha - (n-s-1)} < 0\,. \tag{3.7b}$$

Le paramètre α est tel que $\alpha = \dfrac{D''(\cdot)}{B''(\cdot) - D''(\cdot)}$. Les hypothèses retenues sur les fonctions de bénéfice et de dommage impliquent que $\alpha < 0$. Par conséquent, il en est de même pour la pente de la correspondance de meilleure réponse des pays en dehors de S, $dy/dx°$. Plus α est grand en valeur absolue, plus la réaction des pays en dehors de S sera forte suite à la contraction des émissions des membres de S. A son tour, la valeur de α dépend de la pente des bénéfices et des dommages marginaux. Ainsi, ce paramètre est plus petit en valeur absolue si la fonction de bénéfice est concave plutôt que convexe et donc la réactivité des pays est moins forte dans le premier cas que dans le second. De la même façon, plus la pente des dommages marginaux est forte, plus la réactivité des pays en dehors de l'accord est conséquente.

En substituant dans l'équation (3.6e) la réponse (3.7b) des pays en dehors de S, on obtient la relation suivante :

$$\left.\frac{df_s}{dx°}\right|_{x°=x} \leq 0 \Leftrightarrow (n-s)\frac{s\alpha}{1-\alpha(n-s-1)} + (s-1) \geq 0\,.$$

$$\left.\frac{df_s}{dx°}\right|_{x°=x} \leq 0 \Leftrightarrow s-1 \geq -\alpha(n-1)\,. \tag{3.7c}$$

L'équation (3.7c) fournit la condition sur la taille du sous-ensemble S pour que les pays membres gagnent à réduire leurs émissions par rapport à la situation de non coopération. En d'autres termes, la coalition est profitable. On vérifie que, quel que soit $\alpha \leq -1$, cette condition établit que la seule coalition profitable est celle qui regroupe l'ensemble des pays. Pour tout sous-ensemble plus petit, l'effort de la coalition partielle est complètement annulé par l'accroissement des émissions des pays en dehors de la coalition. En conséquence, $s^m = n$. De la même façon, plus α diminue pour tendre vers 0, plus la condition de profitabilité d'une coalition se relâche. Par conséquent, le niveau minimum de participation requis diminue et s^m tend vers 2.

Proposition 3.8 :

Si le jeu des émissions globales à N pays symétriques présente des substituabilités stratégiques, alors les membres d'un accord de coopération gagnent à réduire leurs émissions par rapport à la situation de non coopération si et seulement si $s-1 \geq |\alpha|(n-1)$ *; soit :* $s^m = 1-\alpha(n-1)$*, sachant que α est un paramètre négatif qui mesure l'intensité des interactions.*

La taille de la plus petite coalition profitable en présence de substituabilités stratégiques est conditionnée par l'intensité de la réaction des pays en dehors de l'accord. Ainsi, quand les fonctions de meilleure réponse des pays sont si fortement décroissantes que $\alpha \leq -1$, tout effort entrepris par la coalition est complètement anéanti par le comportement des non-membres. La seule coalition profitable est celle qui regroupe l'ensemble des pays : $s^m = n$. Dans le cas où les stratégies des pays sont faiblement substituables, le paramètre α est tel que $\alpha \in \left]-1, 0\right[$. Dans ces conditions, la plus petite coalition profitable est définie par : $s^m = 1-\alpha(n-1)$. L'accord doit atteindre une taille minimale pour compenser l'action des pays n'y adhérant pas et cette taille minimale croît avec la réactivité de ces derniers. Autrement dit, plus la réactivité des non-membres tend vers 0, plus la contrainte de profitabilité d'un accord se relâche.

A noter, enfin, que la caractérisation de la plus petite coalition profitable se fait grâce à une variation marginale des émissions d'un sous-ensemble de pays autour de la situation de non coopération. On présente dans l'annexe C, la preuve que cette proposition reste vraie quand le sous-ensemble des pays *S* adopte sa stratégie de meilleure réponse, c'est-à-dire celle qui maximise le paiement agrégé des membres de la coalition. Autrement dit, on montre qu'il existe un niveau de réduction des émissions pour les pays appartenant à *S*, tel que leur paiement joint est maximum.

Pour chaque scénario qui caractérise le jeu des émissions globales, il existe un comportement de passager clandestin particulier en raison de l'externalité positive générée par le regroupement d'un sous-ensemble de pays. En fonction de la nature des interactions entre les signataires et les non signataires, ce comportement influe plus ou moins sur les rendements de la coopération. En présence de substituabilités stratégiques, c'est le phénomène de fuite de carbone. A l'inverse, quand les stratégies des pays sont complémentaires, ce phénomène disparaît et la question de la profitabilité d'un accord ne constitue pas un réel enjeu. Mais cette condition ne constitue qu'un préalable pour qu'un accord se forme à l'équilibre. Il importe d'étudier la stabilité de ces accords. Pour caractériser complètement les équilibres du jeu de l'environnement, on s'appuie en particulier sur les concepts de *stabilité interne et externe* définis par D'Aspremont et al. (1983) en organisation industrielle et étendu par la suite aux accords internationaux. L'objet de la section qui suit est d'étudier et de comparer, dans chacune des circonstances évoquées plus haut, la stabilité des accords de coopération qui sont profitables.

3. La question de la stabilité des accords de coopération

La principale question traitée dans cette section est celle de l'émergence, à l'équilibre, d'une coalition non triviale, c'est-à-dire un accord regroupant au minimum deux pays, parmi les N concernés par le problème environnemental. Cette coalition peut être, soit la grande coalition, ou plus fréquemment, une coalition partielle.

La condition de profitabilité que l'on vient d'étudier est une condition nécessaire pour qu'un accord se forme à l'équilibre. Pour caractériser complètement l'équilibre du processus de négociation qui se joue entre les signataires et les non signataires, on doit en outre introduire un concept de stabilité. En d'autres termes, pour qu'un accord profitable constitue un équilibre du jeu de première étape, il faut également qu'il soit stable. Le concept de stabilité retenu est celui défini par D'Aspremont et al. (1983) pour l'analyse de la stabilité des cartels et adapté par la suite par Barrett (1992, 1994a), Hoel (1992a) et Carraro et Siniscalco (1993) dans le cadre de la coopération internationale. Dans cette perspective, la stabilité d'un accord de coopération repose sur la comparaison de la fonction de partition des membres, avec celle des non-membres.

Pour les scénarios où les stratégies des pays sont substituables, on reprend, sans en établir la preuve, la proposition formulée par Carraro, Moriconi (1998). Notre apport consiste donc essentiellement à la compléter, en y intégrant le cas où les pays présentent des complémentarités stratégiques. Ainsi, dans son ensemble, le second point abordé résume les conditions d'existence d'un accord stable et profitable à l'équilibre du jeu d'adhésion et ce, quelle que soit la nature des interactions entre les pays. Dans un dernier point, on met plus particulièrement en exergue l'impact de ces interactions stratégiques sur le niveau de coopération d'équilibre. Dit autrement, on compare la taille de l'accord susceptible d'émerger à l'équilibre en fonction de la nature et de l'ampleur des interdépendances entre les pays, dans le jeu des émissions globales.

3.1 Stabilité interne et externe : définition de la fonction de stabilité

La question de la participation d'un pays à un traité se fonde sur une hypothèse de rationalité individuelle. Chaque pays détermine sa stratégie étant donné la décision de participation des autres, et compare son paiement quand il sort de l'accord avec celui obtenu quand il y reste pour tous les niveaux de participation qui sont susceptibles d'émerger. Il choisit dès lors de signer le traité si le paiement qu'il obtient est au moins aussi élevé que celui qu'il aurait en ne participant pas. Ce comportement de la part des pays est en adéquation avec l'idée que l'adhésion à l'accord est ouverte à tous les pays qui sont prêts à se soumettre à ses règles (Yi, Shin, 2000).

Le concept de stabilité sur lequel on s'appuie repose à la fois sur la règle de formation d'un accord retenue ─ à savoir la libre adhésion des pays ─ ainsi que sur les conjectures attribuées aux pays quant à leur choix d'intégrer un AIE ou d'en sortir. On considère qu'un accord est stable s'il l'est à la fois sur le plan interne et sur le plan externe. La condition de stabilité d'un accord est alors vérifiée si aucun de ses signataires n'est incité à se retirer (stabilité interne) et si aucun des non signataires n'a une incitation à participer à l'accord (stabilité externe).

Formellement, si on note $s*$ le niveau de participation d'équilibre, la condition de stabilité interne est respectée si aucun signataire n'obtient un paiement plus élevé en déviant de manière unilatérale pour devenir un non signataire :

$$f_s(s*) \geq f_{ns}(s*-1). \tag{3.9a}$$

On compare donc le paiement d'équilibre d'un signataire pour la coalition de taille $s*$ avec celui d'un non signataire quand la taille de la coalition diminue d'un pays et devient s* - 1. On suppose par ailleurs que si un pays est indifférent entre signer ou ne pas signer l'accord, alors il choisit d'y participer.

La seconde condition que doit vérifier un accord est une condition de stabilité externe : aucun non signataire n'obtient un paiement plus grand en adhérant à la coalition. Formellement, on vérifie la relation suivante :

$$f_{ns}(s*) > f_s(s*+1)\,. \tag{3.9b}$$

Dans cette éventualité, on compare le paiement d'équilibre d'un non signataire pour la taille de la coalition $s*$ avec celui d'un signataire quand la taille de la coalition augmente d'un pays et devient s* + 1.

Pour analyser la stabilité d'un accord et donc établir l'équilibre de Nash du jeu d'adhésion, on recourt généralement à la définition de la fonction de stabilité *L(s)* proposée par Carraro, Siniscalco (1993). Cette fonction décrit les incitations à adhérer à un accord de coopération de taille *s*. Elle est définie à partir des relations qui caractérisent les concepts de stabilité interne et externe, qu'elle résume en une seule équation :

$$L(s) = f_s(s) - f_{ns}(s-1)\,. \tag{3.9c}$$

Si cette fonction est positive, un pays est mieux doté quand il appartient à l'accord de coopération que lorsqu'il en sort : l'accord de taille *s* est donc stable sur le plan interne. A contrario, quand cette fonction est négative, un pays est mieux doté quand il sort de l'accord que quand il y reste : l'accord de taille *s* est donc stable sur le plan externe. *A priori*, pour qu'un accord soit stable, il doit vérifier ces deux conditions simultanément. On peut cependant, définir quatre alternatives :

- Si la fonction de stabilité est toujours strictement négative, il n'existe pas d'accord stable. Si on note $S*$ l'ensemble des accords d'équilibre, alors $S* = \phi$;
- Si la fonction de stabilité est toujours strictement positive, alors il existe un unique accord d'équilibre $S*$. Celui-ci est tel qu'il regroupe l'ensemble des pays, de sorte que $s* = n$;

- Quand la fonction de stabilité est décroissante et telle qu'elle coupe l'axe des abscisses au point $\tilde{s}$, la taille de l'accord stable est alors le plus grand entier s^*, plus petit que $\tilde{s}$, où $\tilde{s}$ est défini par $L(\tilde{s}) = 0$ et $L'(s) < 0$. Dans cette alternative, s^* est le plus petit accord stable sur le plan externe et le plus grand accord stable sur le plan interne.

- Si la fonction de stabilité est croissante en son point d'intersection avec l'axe des abscisses $\tilde{s}$ (*L(s)* < 0 pour $s < \tilde{s}$ et *L(s)* ≥ 0 pour $s \geq \tilde{s}$), les pays préfèrent alors sortir de l'accord tant que celui-ci n'a pas atteint la taille $\tilde{s}$. Au delà de cette taille, les pays préfèrent tous entrer dans l'accord plutôt que de rester à l'extérieur. Ainsi, si la fonction de stabilité est croissante et ne coupe qu'une seule fois l'axe des abscisses, il existe deux équilibres dans le jeu de négociation entre les pays : le premier correspond à celui où aucun pays ne coopère et le second, à celui où tous les pays se rassemblent. Si on définit par $\hat{s}$, la taille de l'accord qui est le plus petit entier juste au dessus de $\tilde{s}$, où $\tilde{s}$ est tel qu'il vérifie $L(\tilde{s}) = 0$ et $L'(s) > 0$, alors $\hat{s}$ correspond à la taille critique au delà de laquelle tous les pays adhèrent à l'accord de coopération et $s^* = n$.

Dans la dernière alternative, on retrouve les idées exposées par Heal (1993) et Barrett (2003, 2005), selon lesquels la question de la coopération entre des pays confrontés à un problème global se transforme en un problème de coordination. Cette configuration reflète l'idée selon laquelle la formation d'une coalition génère des rendements d'échelle croissants mais uniquement au delà d'une certaine taille de l'accord.

L'existence d'un accord stable et non trivial repose donc sur le sens d'évolution de la fonction de stabilité sur l'intervalle [1, n], lequel dépend des hypothèses retenues dans le cadre du jeu des émissions globales. On peut déjà remarquer que la seule configuration où un niveau de coopération partiel émerge du processus de négociation entre les pays est celle où la fonction de stabilité est décroissante et possède un point d'intersection avec l'axe des abscisses. L'objet du paragraphe qui suit est d'établir les conditions d'existence d'un niveau de coopération non trivial entre les pays en fonction de la nature de leurs interactions, tout en prenant en considération la condition de profitabilité.

3.2 La coopération partielle comme équilibre du jeu d'adhésion

L'objet de ce paragraphe est d'établir les conditions sous lesquelles il existe un niveau de coopération non trivial qui émerge comme une issue des négociations entre les signataires et les non signataires. En d'autres termes, on cherche à déterminer s'il existe, à l'équilibre, un accord de coopération qui regroupe au moins deux pays. Cette question se pose pour chacun des équilibres du jeu de seconde étape, mis en exergue dans le paragraphe 1.2. L'existence d'un équilibre dans le jeu d'adhésion, à savoir le regroupement d'un sous-ensemble de pays, est directement liée à la nature des interactions entre les signataires et les non signataires et en particulier, aux pentes respectives de leur fonction de meilleure réponse dans le jeu des émissions globales. Une partie des résultats que l'on présente dans ce paragraphe, a déjà été mise en évidence dans la littérature et correspond aux cas où les stratégies des pays sont substituables (Scénario 1 et 2). Une fois ces résultats exposés, il nous reste à établir les conditions sous lesquelles il existe un accord de coopération stable dans le Scénario 3, c'est-à-dire lorsque les pays présentent des complémentarités stratégiques.

Pour des fonctions $f_s(\cdot)$, $f_{ns}(\cdot)$ et *L(s)* définies pour toute valeur de *s*, $s \in [1, n]$, l'établissement de nos preuves repose sur la continuité et la dérivabilité de ces fonctions par rapport à leur paramètre d'intérêt *s*. On conserve par ailleurs les mêmes notations que précédemment, à savoir que S^* représente le sous-ensemble des pays qui choisissent d'adhérer à l'équilibre, avec la lettre minuscule correspondante s^*, la taille de ce sous-ensemble.

A partir de là, l'analyse de chacun des scénarios du jeu des émissions globales nous ramène toujours à la même conclusion quant à l'évolution de la fonction de stabilité en fonction des niveaux de coopération susceptibles d'émerger. Cette évolution est caractéristique du jeu des émissions globales et des hypothèses sur le regroupement d'un sous-ensemble de pays, telles qu'on les a définies antérieurement.

Proposition 3.9 :

Quel que soit le scénario qui caractérise le jeu des émissions globales, la fonction de stabilité L(s) est toujours une fonction monotone décroissante sur l'intervalle $[s^m, n]$*. Par conséquent, si elle coupe l'axe des abscisses, elle ne peut le faire qu'une seule fois.*

Ainsi, quel que soit le scénario considéré quant à la nature des interactions entre les pays, la monotonie des fonctions de paiement des deux types de pays par rapport au nombre qui adhère (au delà de la plus petite coalition profitable pour les signataires), nous amène à la conclusion selon laquelle, s'il existe un équilibre du jeu d'adhésion, celui-ci est unique. En fonction des hypothèses sur le jeu de seconde étape, trois cas de figure peuvent se présenter dans le jeu de première étape : (i) aucun pays ne coopère, (ii) tous coopèrent, (iii) il existe un niveau partiel de coopération. Chacun d'eux dépend de la taille de la plus petite coalition profitable et de l'ampleur des interdépendances entre les pays.

La décroissance de la fonction de stabilité traduit l'idée que les gains marginaux de la coopération sont toujours plus importants pour les non signataires que pour les signataires. Ce résultat est évident quand les stratégies des pays sont substituables, mais il l'est moins quand celles-ci sont complémentaires car les non signataires réduisent également leurs émissions. Cependant, tant que cet effort de réduction est moindre que celui entrepris par les membres de l'accord, la fonction de stabilité est décroissante. Sur le plan formel, on compare les courbes représentatives de $f_s(s)$ et de $f_{ns}(s-1)$. Quelle que soit la nature des interactions entre les pays, on a déjà montré qu'au delà de la plus petite coalition profitable, la première était une fonction monotone croissante avec le niveau de coopération. La seconde, quant à elle, est une translation d'une unité vers la droite de la courbe représentative de $f_{ns}(s)$. Par conséquent, toutes les deux ont la même pente et sont donc croissantes avec le niveau de coopération. Une fonction de stabilité décroissante signifie que les gains générés par l'accroissement de la taille de l'accord sont plus importants pour les non signataires que pour les signataires. Autrement dit, $f_{ns}(s-1)$ croît plus vite en s que $f_s(s)$. Par ailleurs, si la fonction de stabilité coupe l'axe des abscisses, elle ne le fait qu'une seule fois. Le point d'intersection coïncide dès lors avec l'unique niveau de coopération d'équilibre qui émerge du processus de négociation entre les pays.

La proposition qui suit, a été établie par Carraro, Moriconi (1998) et fournit les conditions d'existence d'un accord de coopération non trivial à l'équilibre du processus de négociation lorsque les stratégies des pays sont substituables. Ce résultat est central dans la littérature dans la mesure où il met en exergue le fait qu'un sous-ensemble de pays peut trouver avantageux de coopérer, même dans un cadre non coopératif et malgré le caractère de bien public de l'environnement.

Proposition (Carraro, Moriconi, 1998) :

Pour les Scénarios 1 et 2, l'équilibre de Nash du jeu de formation d'une unique coalition est tel que :

a) *Quand $s^m > s^*$, il n'existe pas d'accord de coopération stable et $S^* = \phi$.*

b) *Quand $s^m \leq s^*$, il existe un unique accord de coopération stable dont la taille est telle que $s^* \in [s^m, n]$.*

Cette proposition prend en considération l'ensemble des situations où les stratégies des pays sont substituables. En particulier, le point a) convient à l'interprétation du cas où ces dernières sont fortement substituables. Dans cette éventualité, l'effort de réduction entrepris par tout sous-ensemble de pays est immédiatement anéanti par l'accroissement des émissions des pays en dehors de l'accord. A moins que tous les pays n'adhèrent, la formation d'un sous-groupe n'est jamais profitable. Dans ce contexte, l'incitation à se comporter en passager clandestin est très forte, à tel point que même si tous les pays s'engageaient à former la grande coalition, cet engagement ne serait pas crédible. Chacun d'eux est incité à dévier de manière unilatérale de tout accord de coopération. Sur le plan formel, la fonction de stabilité, qui est décroissante, est toujours négative et on vérifie donc systématiquement la condition de stabilité externe sans jamais vérifier celle de stabilité interne. Par conséquent, tous les pays choisissent de rester en dehors et il n'existe pas d'accord de coopération stable en présence de substituabilités fortes, voire parfaites. Ce résultat a déjà été établi nombre de fois dans la littérature, en particulier pour des fonctions de paiement spécifiques (Finus, 2001, Barrett, 1994a, 2005, Carraro et Siniscalco, 2001, etc.).

A contrario, plus la taille de la plus petite coalition profitable tend à être petite, plus les chances qu'une coopération partielle s'établisse à l'équilibre augmentent. Ainsi, plus s^m est petit, plus la probabilité que la coalition caractérisée par le point d'intersection entre l'axe des abscisses et la fonction de stabilité soit profitable, augmente. A noter que s^m dépend essentiellement de la pente des fonctions de meilleure réponse des pays, comme on l'a mis en évidence à travers le paragraphe 2.2. Il existe donc un lien entre le nombre de pays qui adhère à l'équilibre et l'importance des fuites de carbone.

La principale conclusion tirée par les auteurs de ce résultat est que le jeu qui modélise les interactions entre les pays, dans le cadre d'un problème environnemental global, n'est pas du type « Dilemme du Prisonnier », mais plutôt un jeu où deux groupes coexistent : les signataires et les non signataires. Ce jeu est connu dans la littérature sous le nom de « *Chicken Game* ». Il met en évidence le fait qu'un accord stable peut émerger du jeu en deux étapes, dès lors que le comportement de passager clandestin tend à être orthogonal. Ainsi, l'issue du jeu n'est pas nécessairement celle où aucun pays ne signe l'accord, comme on pourrait s'y attendre étant donné la nature de bien public de l'environnement.

La proposition qui suit complète celle de Carraro, Moriconi (1998) quant à l'existence d'un niveau de coopération partiel d'équilibre, lorsque les signataires et les non signataires présentent des complémentarités stratégiques.

Proposition 3.10 :
En présence de complémentarités stratégiques, il existe toujours un accord de coopération stable et profitable qui est unique et dont la taille est telle que $s^* \in [2, n]$.

A la différence des résultats précédents, lorsque les pays présentent des complémentarités stratégiques, toutes les coalitions sont profitables. Par conséquent, pour la coalition qui regroupe deux pays, $L(2) > 0$. Il existe donc nécessairement un niveau de coopération non trivial qui émerge à l'équilibre. De plus, si on vérifie que la grande coalition n'est pas stable sur le plan interne ($L(n) < 0$), alors celui-ci reste partiel. En d'autres termes, dans la mesure où la fonction de stabilité est décroissante avec la taille de l'accord, soit elle reste toujours positive et $s^* = n$, soit elle coupe l'axe des abscisses et $s^* < n$.

Même quand les stratégies des pays sont complémentaires, la question de la formation d'un accord de coopération n'est pas triviale dans la mesure où il existe toujours un comportement de passager clandestin propre aux pays qui ne coopèrent pas. Tous les pays ne choisiront donc pas nécessairement d'adhérer, même si leur comportement d'équilibre les amène à réduire leurs émissions par rapport à la situation de non coopération : en fonction des hypothèses retenues sur les fonctions de paiement lorsque les pays ont des stratégies complémentaires, un certain nombre d'entre eux peut trouver plus avantageux de rester en dehors de l'accord de coopération plutôt que d'y adhérer.

A ce niveau de généralité de l'analyse, on parvient à établir les conditions d'existence d'un accord de coopération stable et profitable en fonction de la nature des interactions entre les pays. Cependant, celle-ci ne donne pas d'idée précise sur le niveau de coopération réel, c'est-à-dire sur le nombre de pays qui choisiront d'adhérer à l'équilibre. On sait néanmoins que, dans le cas d'actions substituables, ce nombre dépend de la pente des fonctions de meilleure réponse. On peut donc chercher à comparer de manière générale les niveaux de coopération qui sont susceptibles d'émerger à l'équilibre en fonction de la nature des interactions et plus particulièrement en fonction de la pente des fonctions de meilleure réponse. Autrement dit, au delà de l'impact des interactions stratégiques sur le niveau des émissions d'équilibre dans le jeu des émissions globales, on étudie dans quelle mesure celles-ci conditionnent le niveau de coopération d'équilibre dans le jeu de première étape.

3.3 Impact des interactions stratégiques sur le niveau de coopération partiel d'équilibre

Dans ce paragraphe, on confronte les résultats établis précédemment sur l'existence d'un accord de coopération lorsque les pays présentent des substituabilités stratégiques et lorsqu'ils présentent des complémentarités stratégiques. En d'autres termes, on compare les niveaux de coopération qui émergent à l'équilibre du jeu de l'environnement en fonction de la nature des interactions entre les pays mais aussi en fonction de l'intensité de ces interactions. On montre ainsi qu'il existe une corrélation entre l'intensité des interdépendances et la taille de l'accord qui se forme à l'équilibre. Le point d'ancrage correspond à la situation où les stratégies des pays sont orthogonales. L'idée selon laquelle la taille de l'accord qui émerge à l'équilibre est d'autant plus petite que les stratégies des pays sont substituables, existe déjà dans la littérature sur les accords internationaux environnementaux, notamment au travers d'exemples. La proposition qui suit complète donc cette idée avec le cas où les stratégies des pays sont complémentaires et met en plus en perspective les deux alternatives.

Proposition 3.11 :
Plus les complémentarités sont fortes (la pente des fonctions de meilleure réponse des pays tend vers 1), plus la pente de la fonction de stabilité tend vers zéro et plus l'accord de coopération d'équilibre qui émerge du jeu d'adhésion compte de membres. A l'inverse, plus les substituabilités sont fortes (la pente des fonctions de meilleure réponse tend vers -1), plus la pente de la fonction de stabilité tend vers $-\infty$ *et plus l'accord de coopération d'équilibre qui émerge du jeu d'adhésion regroupe un petit nombre de membres.*

Notre raisonnement repose sur trois points. Tout d'abord, il ressort de notre analyse que la profitabilité d'un accord regroupant deux pays est toujours plus importante quand les pays présentent des complémentarités stratégiques que lorsque leurs stratégies sont substituables. En effet, dans le dernier cas, les rendements de la coopération sont partiellement remis en cause par le comportement des pays en dehors de l'accord, ce qui n'est pas vrai dans l'autre situation. Par ailleurs, on a vu que la décroissance de la fonction de stabilité est liée au fait que les gains marginaux de la coopération croissent plus vite pour les non signataires que pour les signataires. Dans ces conditions, la grande coalition est généralement instable et $L(n) < 0$. Ainsi à moins que $f_s(s)$ ne domine toujours strictement $f_{ns}(s-1)$, il existe un point d'intersection entre les deux courbes qui caractérise la taille de l'accord stable. A partir de là, le niveau de participation d'équilibre dépend de la pente de la fonction de stabilité, qui elle-même est fonction du scénario qui caractérise le jeu des émissions globales.

La preuve de la Proposition 3.11 revient à définir l'évolution du gain marginal que retire un pays, suite à l'accroissement de la taille de l'accord, en fonction de la nature et de la force des interactions qui caractérise l'ensemble des pays. Plus particulièrement, on montre que pour les signataires, le rendement lié à l'accroissement de la taille de l'accord est d'autant plus grand que les complémentarités sont fortes par rapport au cas où les stratégies des pays sont indépendantes et d'autant plus faible que les stratégies sont substituables. Cette assertion repose sur le fait que l'effort entrepris par les membres de la coalition est promu par le comportement des non signataires dans le premier cas, tandis qu'il est en partie remis en cause par le comportement de ces derniers, dans le second cas.

A contrario, pour les non signataires les gains marginaux qu'ils retirent de la coopération d'un sous-ensemble de pays sont d'autant plus grands que les stratégies des pays sont substituables et d'autant plus faibles que les stratégies sont complémentaires. Cette fois-ci, cette assertion est lié au fait que, lorsque les stratégies des pays son substituables, un non signataire bénéficie de l'amélioration de la qualité de l'environnement liée à la baisse du niveau des émissions globales en plus de l'accroissement de ses propres émissions, tandis que lorsque les stratégies sont complémentaires, il contribue à l'amélioration de la qualité de l'environnement en réduisant ses propres émissions.

On parvient ainsi à classer complètement les gains générés par l'accroissement de la taille de l'accord en fonction du choix d'adhésion des pays et de la nature de leurs interactions. Au regard de la situation où les stratégies des pays sont indépendantes, ce classement nous amène à la conclusion que la fonction de stabilité, qui est décroissante, est d'autant moins pentue que les complémentarités sont fortes et d'autant plus pentue que les substituabilités sont fortes.

Etant donné la monotonie de la fonction de stabilité et le fait que la coopération de deux pays est toujours plus profitable en présence de complémentarités stratégiques que quand les stratégies des pays sont substituables, on en conclut que l'accord stable qui émerge du jeu de première étape est nécessairement plus grand dans le premier cas que dans le second. Il s'ensuit une classification des niveaux de coopération d'équilibre en fonction de la nature et de l'envergure des interactions stratégiques entre les pays.

*

*   *

Le recours à la FPM nous permet de concentrer notre analyse sur le jeu de première étape et qui consiste pour les pays à choisir entre adhérer ou non à l'accord de coopération. Cette analyse revient dès lors à étudier les conditions sous lesquelles un accord est profitable pour les pays qui l'intègrent puis stable. Il paraît évident que la première condition constitue un préalable à toute forme de coopération entre des pays souverains : un pays n'adhérera que si son paiement dans la coalition est au moins aussi élevé que ce qu'il obtiendrait en l'absence de toute forme de coopération. Alors qu'un accord n'est pas toujours profitable, en particulier pour les accords de petite taille, quand les stratégies des pays sont substituables, il l'est nécessairement quand les stratégies des pays sont complémentaires.

L'analyse de la seconde éventualité fait en outre apparaître un nouveau type de comportement de passager clandestin. Celui-ci consiste pour les pays qui restent en dehors de l'accord à réduire leurs émissions, mais moins que proportionnellement par rapport à l'effort entrepris par les membres de la coalition. Il s'ensuit que les effets de renforcements qui existent entre les stratégies des pays dans la situation de *statu quo* jouent à la baisse : si un pays ou un sous-ensemble de pays réduit ses émissions, le mécanisme sous-jacent qui régit les comportements des autres pays les amène à en faire de même. Le rendement de la coopération est ainsi décuplé. Il reste cependant que le caractère de bien public de l'environnement se traduit par le fait qu'un non signataire obtient toujours un paiement plus élevé qu'un signataire. La profitabilité d'un accord ne constitue donc pas une condition suffisante pour assurer l'existence d'un accord de coopération à l'équilibre. Il faut également que ce dernier soit stable.

Les concepts de stabilité interne et externe sont ceux auxquels on recourt généralement étant donné les règles de partenariat retenues. Dans la mesure où les pays sont libres d'entrer ou de sortir de l'accord à tout moment, on dit que celui-ci se réalise de lui-même dès lors qu'aucun n'est incité à en sortir, ni à y entrer. On montre alors qu'il existe toujours un accord de coopération non trivial et stable quand les stratégies des pays sont complémentaires, qui plus est, est unique. A la différence des résultats exposés dans la littérature (Heal, 1993 ; Barrett, 2003, 2005) celui-ci ne regroupe pas nécessairement l'ensemble des pays. La grande coalition est généralement instable. Enfin, on montre qu'il existe un lien entre la force des interdépendances entre les pays et la taille de l'accord qui émerge à l'équilibre. On met ainsi en évidence que le niveau de participation qui émerge du processus de négociation entre les pays est toujours plus important quand les stratégies sont complémentaires que lorsqu'elles sont substituables.

Il reste que l'approche par la FPM ne nous permet pas de dire de quelle ampleur sont ces différences quant au taux de participation des pays et quant à son impact environnemental. Quelle que soit la nature des interactions entre les pays, le caractère de bien public de l'environnement induit toujours un comportement de passager clandestin : un pays préfère toujours bénéficier de l'amélioration de la qualité de l'environnement sans en supporter les coûts de mise en œuvre. Pour une fonction de paiement spécifique, Diamantoudi et al. (2006) généralisent un résultat récurent de la littérature et montrent qu'en présence de substituabilités stratégiques, un accord à l'équilibre ne regroupe jamais plus de quatre pays, indépendamment du nombre de ceux qui sont engagés dans les négociations. L'impact environnemental d'une telle coopération est alors quasiment nul. Ces conclusions sont à l'origine de considérations relativement pessimistes quant à l'éventualité de voir émerger un accord significatif sur le climat (Barrett, 2003). Le chapitre qui suit fournit une illustration de ce à quoi pourraient conduire les négociations sur le climat (en termes de taux de participation et d'impact environnemental) si on admet effectivement que les stratégies des pays sont complémentaires et non pas substituables !

ANNEXE C :

PROFITABILITE ET STABILITE DES AIE :

UNE APPROCHE PAR LA FONCTION DE PARTITION PAR MEMBRE

_ PREUVES.

Dans cette annexe on établit l'ensemble des preuves relatives aux propositions du chapitre 3. Par soucis de clarté, chaque proposition est rappelée avant d'en établir la preuve. Les démonstrations portant sur l'existence et l'unicité de l'équilibre du jeu des émissions globales quand un sous-ensemble de pays coopère sont strictement identiques à celle du jeu des émissions globales entre N pays symétriques et en l'absence de toute coopération car la taille de l'accord considéré s apparaît comme un paramètre de la fonction de paiement des pays.

Proposition 3.1 :

L'introduction d'une étape préalable, dans laquelle les pays choisissent s'ils veulent coopérer ou pas, ne modifie pas la nature des interactions entre les pays dans le jeu des émissions globales.

Preuve :

Quel que soit le choix d'adhésion d'un pays dans le jeu de première étape, son paiement se présente comme une fonction de ses propres émissions, du niveau des émissions agrégées des autres pays et de la taille de l'accord considéré, soit $f(x, y, s)$, où x est le niveau des émissions individuel et y le niveau des émissions des (n - 1) autres pays, tel que $y = \sum_{j \neq i} x_j$. On a vu dans le chapitre 1 que cette fonction de paiement pouvait aussi se réécrire comme une fonction du niveau global des émissions z et de celui de (n – 1) pays y, de sorte que $\widetilde{f}(z, y, s) = f(z - y, y, s)$.

- Définition de la nature des interactions individuelles :

Si on note $f_s(x_s, x_{ns}, s) = B(x_s) - D(sx_s + (n-s)x_{ns})$ le paiement d'un pays qui adhère à un accord de taille s, l'évolution de sa stratégie d'équilibre x_s par rapport à celle des non signataires x_{ns} dépend uniquement de l'évolution des dommages marginaux :

$$\frac{\partial^2 f_s(x_s, x_{ns}, s)}{\partial x_s \partial x_{ns}} = -s(n-s)D''(\cdot).$$

De la même façon, si on note $f_{ns}(x_s, x_{ns}, s) = B(x_j) - D(sx_s + (n-s-1)x_{ns} + x_j)$ le paiement d'un non signataire, l'évolution de sa stratégie d'équilibre x_j, $j \notin S$ par rapport à celle des signataires x_s ou par rapport à celle d'un autre non signataire x_k, $k \notin S$ et $j \neq k$, dépend uniquement de l'évolution des dommages marginaux :

$$\frac{\partial^2 f_{ns}(x_s, x_{ns}, s)}{\partial x_j \partial x_s} = -sD''(\cdot);$$

$$\frac{\partial^2 f_{ns}(x_s, x_{ns}, s)}{\partial x_j \partial x_k} = -D''(\cdot),\ j,k \notin S,\ j \neq k.$$

On peut tirer deux conclusions quant à la nature des interactions entre les pays :

ii) Elle est invariante que l'on considère les stratégies d'un signataire et d'un non signataire ou celles de deux non signataires (soit les stratégies des pays sont complémentaires, soit elles sont substituables) ;

iii) Elle est invariante quelle que soit la taille de l'accord considéré car elle ne dépend que de l'évolution des dommages marginaux liés aux émissions globales.

- Définition de la nature des interactions au niveau agrégé :

Si on considère de manière alternative la fonction de paiement $\tilde{f}(z, y, s)$, le sens d'évolution du niveau des émissions globales ne dépend que du signe de la dérivée seconde de la fonction de bénéfice et ce, que l'on considère $\tilde{f}_s(z, y^i, s)$ avec $y^i = (s-1)x_s + (n-s)x_{ns}$ pour un signataire ou $\tilde{f}_{ns}(z, y^j, s)$ avec $y^j = sx_s + (n-s-1)x_{ns}$ pour un non signataire :

$$\frac{\partial^2 \tilde{f}(z, y^k, s)}{\partial z \partial y} = -B''(\cdot),\ k = i, j.$$

L'introduction d'un paramètre $s > 0$ qui correspond au nombre de pays qui coopèrent dans le jeu des émissions globales ne modifie pas le signe des dérivées secondes croisées des fonctions de paiement individuelles. On en conclut que si la fonction de bénéfice est strictement concave et la fonction de dommage convexe, les pays présentent des substituabilités stratégiques faibles et la pente des correspondances de meilleure réponse individuelles appartient à l'intervalle]-1, 0] (Scénario 1). Si les fonctions de bénéfice et de dommage sont strictement convexes, les stratégies des deux types de pays sont fortement substituables et la pente des correspondances de meilleure réponse individuelles est inférieur à -1 (Scénario 2). Enfin, si les fonctions de bénéfice et de dommage sont concaves (strictement pour la fonction de bénéfice), les pays présentent des complémentarités stratégiques et les correspondances de meilleure réponse individuelles sont strictement croissantes (Scénario 3). On rappelle que le cas où la fonction de bénéfice est convexe et la fonction de dommage concave est impossible, dans la mesure où il conduit à des évolutions contradictoires des niveaux d'émissions individuels et globaux (Cf. chapitre 1). CQFD.

Avant d'établir la preuve des autres propositions du chapitre 3, on définit au préalable un résultat intermédiaire sur lequel repose un certain nombre de nos preuves.

Lemme C.1 :
Quel que soit le scénario envisagé, la principale conséquence du comportement de coopération d'un sous-ensemble de pays est que le niveau des émissions d'un signataire est toujours en deçà de celui d'un non signataire.

Preuve :

La preuve de ce lemme repose sur la quasi-concavité des fonctions de paiement des pays en leur propre stratégie. On rappelle que cette hypothèse est soit postulée, soit automatiquement vérifiée en fonction du scénario considéré.

En raison de l'hypothèse de symétrie des pays posée *a priori*, on peut réécrire le programme de maximisation qui se pose pour un accord de taille s, à un signataire et à un non signataire respectivement, de la façon suivante :

$$Max_{\, x_s \geq 0}\, s\left[B(x_s) - D\left(sx_s + (n-s)x_{ns}\right)\right]. \tag{C.1}$$

$$Max_{x_j \geq 0} B(x_j) - D(sx_s + (n-s-1)x_{ns} + x_j),\ j \notin S. \tag{C.2}$$

Dans ce qui suit, on note $F_s(\cdot)$ le paiement joint des signataires et $f_{ns}(\cdot)$ le paiement individuel d'un non signataire. Soient x_s et x_{ns} les niveaux individuels d'émissions d'équilibre d'un signataire (soit $i \in S$) et d'un non signataire (soit $j \notin S$). Si l'équilibre est intérieur, ces niveaux sont tels qu'ils vérifient respectivement les conditions nécessaires de premier ordre suivantes :

$$B'(x_s) - sD'(sx_s + (n-s)x_{ns}) = 0, \forall i \in S\ ,$$

$$B'(x_{ns}) - D'(sx_s + (n-s-1)x_{ns} + x_{ns}) = 0, \forall j \notin S\ .$$

Il s'ensuit que :

$$0 = B'(x_{ns}) - D'(sx_s + (n-s)x_{ns}) = B'(x_s) - sD'(sx_s + (n-s)x_{ns}) < B'(x_s) - D'(sx_s + (n-s)x_{ns})\ .$$

L'inégalité provient du fait que les dommages sont strictement croissants avec le niveau global des émissions ($D'(\cdot) > 0$) et que $sD'(\cdot) > D'(\cdot)$. On peut la réécrire comme suit :

$$0 = f'_{ns}(x_{ns}, s) = F'_s(x_s, s) < f'_{ns}(x_s, s),$$

et il vient :

$$0 = f'_{ns}(x_{ns}, s) < f'_{ns}(x_s, s).$$

Comme les fonctions de paiement individuelles sont strictement quasi-concaves en leur propre stratégie ($f''(\cdot) < 0$ pour $df = 0$), on en déduit que quel que soit le scénario considéré : $x_{ns} > x_s$. CQFD.

Proposition 3.2 :

Sous les hypothèses qui caractérisent le Scénario 1 et quelle que soit la taille de l'accord considéré, il existe toujours un unique équilibre de Nash en stratégies pures du jeu joué par les signataires et les non signataires.

Preuve :

L'introduction d'une étape préalable au jeu des émissions globales ne remet pas en cause la nature des interactions entre les pays (Cf. Preuve de la Proposition 3.1). L'existence d'un accord potentiel de taille s apparaît comme un paramètre de la fonction de paiement des pays. Par conséquent, la preuve de l'existence et de l'unicité de l'équilibre est identique à celle en l'absence de coopération et ce, quelle que soit la taille de l'accord considéré. Le lecteur peut donc se référer à la preuve de la Proposition 1.2, chapitre 1. CQFD.

Proposition 3.3 :

Sous les hypothèses du Scénario 2, si la fonction de paiement des pays est quasi-concave en leur propre stratégie, il existe un unique équilibre intérieur dans le jeu des émissions globales joué par la coalition et les singletons.

Preuve :

Le raisonnement est le même que pour la preuve de la Proposition 3.2 et le lecteur peut se référer à la preuve de la Proposition 1.4 b) chapitre 1, pour établir l'existence et l'unicité de l'équilibre sous les hypothèses du Scénario 2. CQFD.

Proposition 3.4 :

Sous les hypothèses du Scénario 3, si les fonctions de paiement sont quasi-concaves en leur propre stratégie et si le vecteur des stratégies de meilleure réponse de tous les pays est une « contraction », alors ce dernier possède un unique point fixe qui constitue l'unique équilibre de Nash du jeu des émissions globales entre les signataires et les non signataires.

Preuve :

Si on se réfère à la preuve de la Proposition 1.3, chapitre 1, celle-ci établit l'existence d'un plus grand et d'un plus petit équilibre dans le jeu des émissions globales. Si on vérifie en plus que la fonction de paiement de chaque pays est quasi-concave en sa propre stratégie, la stratégie de meilleure réponse d'un pays ou groupe de pays face à la stratégie adoptée par les autres est univoque et on parle de fonction de meilleure réponse.

Il s'agit de montrer que si le vecteur des stratégies de meilleure réponse de tous les pays $br(\cdot) \equiv \left(br_1(\cdot),..., br_n(\cdot)\right)$ est une contraction, alors l'équilibre est unique (le plus grand et le plus petit équilibre sont identiques). Dans le cas de variables unidimensionnelles, le vecteur en question est une contraction si on vérifie la relation (C.3) ci-dessous (Vives, 1999, chapitre 2, p. 177) :

$$\frac{\partial^2 f_i}{(\partial x_i)^2} + \sum_{j \neq i} \left| \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_i \partial x_j} \right| < 0, \quad \forall x \in [0, K_i]. \tag{C.3}$$

En réarrangeant la relation (C.3), on voit aisément que si la fonction de paiement de chaque pays vérifie cette condition, la pente des fonctions de meilleure réponse individuelles est bornée supérieurement par 1. D'après (C.3), on obtient :

$$0 < -\sum_{j \neq i} \left| \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_i \partial x_j} \right| / \frac{\partial^2 f_i}{(\partial x_i)^2} < 1 .$$

La relation (C.3) est aussi parfois appelée la *condition de la diagonale dominante* (Rasmusen, 2007, chapitre 14, p. 478). Celle-ci affirme que les effets directs sur les fonctions de paiement sont plus importants que tous les effets indirects, si bien qu'en disposant les dérivées secondes sous forme matricielle, la diagonale principale compte les éléments quantitativement les plus grands. Dans ces conditions, la preuve de l'unicité de l'équilibre que nous fournissons repose sur celle de Rasmusen (2007).

En raisonnant par l'absurde, supposons l'existence de deux vecteurs d'émissions d'équilibre, x et $\hat{x}$. Dans la mesure où les stratégies des pays sont complémentaires, le Théorème i.1 (Topkis, 1979) nous dit que le plus grand et le plus petit équilibre peuvent être ordonnés. Dès lors, pour chaque stratégie composant ces combinaisons, on a $\hat{x} > x$. Compte tenu du fait que la condition nécessaire de premier ordre s'applique à chacun des équilibres, il vient :

$$\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_i} - \frac{\partial f_i(\hat{x})}{\partial x_i} = 0 . \tag{C.4a}$$

La relation (C.4a) peut se réécrire différemment. En partant de l'équilibre x et en se déplaçant vers l'équilibre $\hat{x}$, la dérivée première devrait changer lorsque toutes les composantes de x se modifient. Si on utilise l'indice t pour désigner des changements lents dans ces composantes, les changements en question s'écrivent comme suit :

$$\int_0^1 \left\{ \left((\hat{x}_i - x_i) \cdot \frac{\partial^2 f_i[t\hat{x} + (1-t)x]}{\partial x_i^{\ 2}} \right) + \left(\sum_{j \neq i} (\hat{x}_i - x_i) \frac{\partial^2 f_i[t\hat{x} + (1-t)x]}{\partial x_i \partial x_j} \right) \right\} dt \,. \quad \text{(C.4b)}$$

L'expression (C.4b) est égale à l'expression (C.4a). Mais d'après la relation (C.3), l'équation (C.4b) devrait être négative, alors que l'équation (C.4a) est égale à zéro. On aboutit ainsi à une contradiction, si bien que les deux équilibres ne peuvent être différents. Il s'ensuit que le plus grand et le plus petit équilibre sont confondus et l'équilibre est unique. CQFD.

Proposition 3.5 :

Quel que soit le scénario considéré, x_s est toujours décroissant en s. A l'inverse le niveau des émissions d'un non signataire x_{ns} est croissant en s sous les hypothèses des Propositions 3.2 et 3.3 et décroissant en s sous les hypothèses de la Proposition 3.4.

<u>Preuve :</u>

En présence de complémentarités stratégiques, la preuve de l'évolution des niveaux individuels d'émissions pour chaque type de pays s'établit directement à partir du Théorème i.4 (Milgrom, Roberts, 1990b). Il s'agit de montrer que x_s et x_{ns} sont décroissants en s. L'évolution respective de chaque variable dépend uniquement du signe de la dérivée seconde croisée de la fonction de paiement d'un pays par rapport à son propre niveau d'émissions (respectivement x_s ou x_{ns}) et par rapport au paramètre d'intérêt s.

Pour un signataire, si on considère la fonction de paiement $f_s(x_s,x_{ns},s)=B(x_s)-D(sx_s+(n-s)x_{ns})$, la dérivée seconde croisée par rapport à x_s et s est telle que :

$$\frac{\partial^2 f_s}{\partial x_s \partial s} = -[D'(\cdot) + s(x_s - x_{ns})D''(\cdot)\,] \,.$$

De la même façon pour un non signataire ($j \notin S$), sa fonction de paiement est telle que $f_{ns}(x_s, x_{ns}, s) = B(x_j) - D(sx_s + (n-s-1)x_{ns} + x_j)$ et on obtient :

$$\frac{\partial^2 f_j}{\partial x_j \partial s} = -(x_s - x_{ns})D''(\cdot), \quad \forall j \notin S \,.$$

En présence de complémentarités stratégiques ($D''(\cdot) < 0$) et dans la mesure où la coopération entre un sous-ensemble de pays conduit un signataire à faire un effort de réduction de ses émissions plus important que celui qui peut être entrepris par un non signataire ($x_s < x_{ns}$, voir Lemme C.1), les dérivées secondes croisées respectives pour chaque type de pays sont strictement négatives et les niveaux d'émissions individuels x_s et x_{ns} sont toujours décroissants en s.

Quand les stratégies des pays sont substituables, il n'existe pas de théorème qui permette de prédire le sens d'évolution des variables stratégiques par rapport aux paramètres exogènes du modèle. Dans le cadre du jeu des émissions globales, on parvient néanmoins à tirer des conclusions dans la mesure où le paramètre qui nous intéresse n'intervient que dans la fonction de dommage des pays.

Pour établir que x_s et x_{ns} sont respectivement décroissant et croissant en s, le raisonnement poursuivi est le suivant. Quand il choisit d'adhérer à l'accord, un pays prend en considération l'impact de ses émissions sur les autres membres. Cela signifie qu'il prend s fois en compte les coûts générés par ses émissions, alors qu'un pays non signataire ne le fait qu'une seule fois. Plus s est grand, plus le coût supporté par un signataire est conséquent. Il s'ensuit que x_s est d'autant plus petit que le nombre de signataire est grand : $dx_s/ds<0$.

Par ailleurs, en présence de substituabilités stratégiques, les stratégies de meilleure réponse des deux types de pays évoluent en sens inverse : $dx_{ns}/dx_s<0$. Or la stratégie de meilleure réponse d'un non signataire ne dépend qu'indirectement de la taille de l'accord. En la décomposant, on obtient :

$$\frac{dx_{ns}}{ds}=\frac{dx_{ns}}{dx_s}\frac{dx_s}{ds}.$$

Comme $dx_{ns}/dx_s<0$ et $dx_s/ds<0$, il s'ensuit que x_{ns} est toujours strictement croissant avec la taille de l'accord : $dx_{ns}/ds>0$. CQFD.

Proposition 3.6 :

Au delà d'une certaine taille de la coalition qui dépend de la réactivité des non signataires, f_s croît de manière monotone en s, tandis que f_{ns} est toujours croissant en s, pour tout s < n.

<u>Preuve :</u>

Dans notre modèle, la fonction de partition d'un pays, quel que soit son choix d'adhésion, est généralement croissante en la taille de l'accord à cause de l'externalité positive générée par le regroupement d'un sous-ensemble de pays. Quand l'accord ne compte pas suffisamment de membres, cette assertion peut néanmoins être remise en cause pour les signataires.

- Montrons que pour un non signataire, f_{ns} est toujours croissant en s :

Soit $f_j(x_j, y, s)$ avec $y=\sum_{k\neq j} x_k$, le paiement du pays j, $j\notin S$. L'effet de l'accroissement de la taille de l'accord sur son paiement d'équilibre est donné par la relation suivante :

$$\frac{df_j}{ds} = B'(\cdot)\frac{dx_j}{ds} - D'(\cdot)\left[\frac{dy}{ds} + \frac{dx_j}{ds}\right].$$

A l'équilibre, $[B'(\cdot) - D'(\cdot)]\frac{dx_j}{ds} = 0$. Il s'ensuit que : $\frac{df_j}{ds} = -D'(\cdot)\frac{dy}{ds}, \forall j \notin S$.

Quelle que soit la nature des interactions entre les pays, on montre à présent que $dy/ds < 0$.

i) En présence de complémentarités stratégiques (Scénario 3), tous les pays réduisent leurs émissions quel que soit leur choix d'adhésion. Par conséquent, quand la taille de la coalition augmente, le niveau des émissions des $(n - 1)$ autres pays diminue : $dy/ds < 0$.

ii) En présence de substituabilités stratégiques faibles (Scénario 1), l'effort de la coalition n'est que partiellement annulé par le comportement des non signataires, de sorte que le niveau des émissions globales diminue : les niveaux d'émissions z et y évoluent dans le même sens ($dz/dy > 0$) et z décroît en s ($dz/ds < 0$). Il s'ensuit que : $dy/ds < 0$.

iii) En présence de substituabilités stratégiques fortes (Scénario 2), le comportement des non signataires annule l'effort des membres de la coalition, voire aggrave le problème par rapport à la situation de *statu quo* : les niveaux d'émissions z et y évoluent en sens contraire ($dz/dy < 0$) et z croît en s ($dz/ds > 0$). On en conclut que : $dy/ds < 0$.

Quelle que soit la nature des interactions entre les pays, df_j/ds, $j \notin S$, est donc strictement positif. Tous les non signataires gagnent toujours à l'accroissement de la taille de l'accord.

- Montrons que pour un signataire, f_s croît en s au delà d'une certaine taille de l'accord :

Soit $f_i(x_s, x_{ns}, s)$ le paiement du pays i, $i \in S$. L'effet de l'accroissement de la taille de l'accord sur son paiement d'équilibre est donné par la relation suivante :

$$\frac{df_i}{ds} = B'(\cdot)\frac{dx_s}{ds} - D'(\cdot)\left[x_s - x_{ns} + s\frac{dx_s}{ds} + (n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right].$$

A l'équilibre, $[B'(\cdot) - sD'(\cdot)]\frac{dx_s}{ds} = 0$. Il s'ensuit que :

$$\frac{df_i}{ds} = -D'(\cdot)\left[x_s - x_{ns} + (n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right], \forall i \in S. \qquad \text{(C.5)}$$

Quel que soit le scénario considéré, l'inégalité $x_s - x_{ns} < 0$ est toujours vraie (Cf. Lemme C.1). En outre par rapport à la situation de *statu quo*, un signataire choisit toujours d'entreprendre un effort de réduction de ses émissions, tandis qu'un non signataire peut, soit accroître ses émissions quand les stratégies des pays sont substituables (Scénarios 1 et 2), soit diminuer ses émissions mais moins que l'effort entrepris par un signataire quand les stratégies des pays sont complémentaires (Scénario 3) (Cf. Preuve de la Proposition 3.5).

En présence de complémentarités stratégiques : $dx_{ns}/ds < 0$. Le paiement d'un pays qui adhère est donc toujours croissant avec la taille de l'accord : $df_i/ds > 0$ ($i \in S$).

A l'inverse, en présence de substituabilités stratégiques, le paiement d'un signataire croît en s si la partie entre crochets de la relation (C.5) est négative :

$$x_s - x_{ns} + (n-s)\frac{dx_{ns}}{ds} < 0 .$$

Après réarrangement, on obtient : $$s > n - \frac{x_{ns} - x_s}{dx_{ns}/ds} .$$

L'accord doit regrouper un certain nombre de membres avant que le paiement d'un signataire ne croisse en s. A noter que la taille minimale dépend de la réactivité des non signataires suite à l'entrée d'un nouveau membre dans la coalition. Plus cette réactivité est forte, plus la taille minimale requise pour l'accord est grande et vice versa (Cf. Preuve de la Proposition 3.8 pour une caractérisation de la taille du plus petit accord profitable quand les stratégies des pays sont substituables). CQFD.

Proposition 3.7 :

Si le jeu des émissions globales à N pays symétriques présente des complémentarités stratégiques alors, quelle que soit la taille de l'accord de coopération, ses membres gagnent toujours à réduire leurs émissions par rapport à la situation de non coopération et $s^m = 2$.

Preuve :

Sans perte de généralité, on attribue les indices $l = 1, 2, ..., s$ aux pays qui réduisent leurs émissions par rapport à la situation de non coopération et $j = s + 1, ..., n$ aux pays n'appartenant pas à S. Etant donné les ensembles de pays N et S, on définit $br_j(x°)$ comme étant la stratégie de meilleure réponse d'un pays n'appartenant pas à S au nouvel équilibre $x°$. Soit $f_i(x_1,...,x_i,...,x_n)$ la fonction de paiement du pays i. Pour $i \in S$, l'effet sur son paiement d'équilibre d'une réduction marginale de ses émissions est donné par la relation suivante :

$$\frac{df_i}{dx°} = \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{l=s} \frac{\partial f_i}{\partial x_l} + \sum_{j=s+1}^{j=n} \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \cdot \frac{dx_j}{dx°}, \forall i,l \in S, \forall j \notin S . \qquad \text{(C.6)}$$

Dans le cadre du jeu des émissions globales, $\partial f_i/\partial x_l$, $l \neq i$ et $\partial f_i/\partial x_j$ sont toujours négatifs dans la mesure où le jeu est un jeu à externalités négatives : plus le niveau des émissions d'un pays est élevé, plus les externalités générées par ses activités économiques sont importantes et plus le paiement des autres pays est faible.

De la même façon, $dx_j/dx°$ a le même signe pour tout $j = s + 1, ..., n$: les réactions des pays n'appartenant pas à S vont toutes dans le même sens. Par ailleurs, quand les stratégies des pays sont complémentaires : $dx_j/dx° \geq 0$.

Si on évalue l'équation (C.6) au point d'équilibre $x = x°$, le premier terme du membre de droite est nul. L'évolution du paiement d'équilibre d'un pays suite à un changement marginal de sa stratégie d'équilibre dépend des deux derniers termes du membre de droite. Etant donné leur signe respectif, on vérifie aisément qu'un sous-ensemble de pays gagne toujours à réduire ses émissions par rapport à la situation de non coopération en présence de complémentarités stratégiques. Par conséquent, on peut en conclure que sous ces hypothèses, tous les accords sont profitables et la taille du plus petit accord est telle que $s^m = 2$. On voit d'après l'équation (C.6) que ce résultat, en revanche, n'est plus nécessairement vrai quand les actions des pays sont substituables. CQFD.

Proposition 3.8 :

Si le jeu des émissions globales à N pays symétriques présente des substituabilités stratégiques, alors les membres d'un accord de coopération gagnent à réduire leurs émissions par rapport à la situation de non coopération si et seulement si $s-1 \geq |\alpha|(n-1)$ *; soit :* $s^m = 1-\alpha(n-1)$*, sachant que α est un paramètre négatif qui mesure l'intensité des interactions.*

Preuve :

La Proposition 3.8 ne fait que résumer que le raisonnement présenté dans le paragraphe 2.2 du chapitre 3. La preuve est donc contenue dans le texte. On peut cependant établir que cette proposition reste valide au delà d'une variation marginale des émissions par rapport à la situation de *statu quo*. Cette preuve est établie graphiquement.

Pour un niveau d'émissions exogène $x°$, les pays en dehors de S réagissent en adoptant la stratégie $y = x(x°, n, s)$, définie à partir de l'équation : $B'(y) - D'(sx° + (n-s)y) = 0$ (équation (3.7a) dans le texte). Par souci de simplification, la Figure C.1 représentée ci-dessous illustre cette stratégie de meilleure réponse des pays comme étant une droite dont la pente a déjà été établie (équation (3.7b) dans le texte), soit :

$$\frac{dy(x°,n,s)}{dx°} = \frac{s\alpha}{1-\alpha(n-s-1)} = \frac{s}{1/\alpha-(n-s-1)} < 0 . \qquad \text{(C.7)}$$

Son intersection avec la première bissectrice des axes correspond à l'équilibre de la situation de non coopération initiale, en lequel tous les pays adoptent la même stratégie $x_i = x$, pour tout $i = 1, \dots, n$.

D'après l'équation (3.6e) dans le texte, on sait par ailleurs qu'un sous-ensemble de pays gagnent à la réduction de ses émissions ($x° < x$) si :

$$\left.\frac{df_s}{dx°}\right|_{x°=x} \leq 0 \Leftrightarrow (n-s)\frac{dy}{dx°} + (s-1) \geq 0 .$$

Si on note F_s le paiement agrégé des pays appartenant à *S*, celui-ci est défini comme suit :

$$F_s(x°, y) = s[B(x°) - D(sx° + (n - s)y)] \tag{C.8}$$

On définit ensuite la courbe d'iso-utilité pour les pays appartenant à *S*. Elle retrace l'ensemble des niveaux d'émissions qui procurent aux pays de la coalition le même niveau d'utilité, étant donné la réaction des pays extérieurs. On s'intéresse en particulier à la courbe qui passe par les niveaux d'émissions de la situation de non coopération initiale. La pente de cette courbe au point d'équilibre $x° = x$ est déterminée à partir de l'équation suivante[1] :

$$\frac{dX_{-i}}{dx°} = (n - s)\frac{dy}{dx°} + (s - 1) \,.$$

Au point d'équilibre $x° = x$, $dX_{-i} / dx° = 0$ et on obtient :

$$\left.\frac{dy}{dx°}\right|_{x° = x} = -\frac{s - 1}{n - s} \,. \tag{C.8a}$$

On voit que la pente de la courbe d'iso-utilité ne dépend que du nombre de pays concernés par le problème environnemental et du nombre de ceux qui se regroupent. Autrement dit, elle ne dépend pas des hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage. De plus, elle est toujours strictement négative excepté dans le cas où $s = 1$: quand seul un pays choisit de réduire ses émissions, sa stratégie optimale consiste à adopter le niveau d'émissions $x° = x$.

La représentation de la fonction de réaction des pays extérieurs à *S* et de la courbe d'iso-utilité des pays appartenant à *S* (Figure C.1) montre que dans les autres cas ($s > 1$), un sous-ensemble de pays gagne à réduire ses émissions dès que la courbe d'iso-utilité est plus pentue que la fonction de réaction (C.7) au point d'équilibre $x° = x$:

$$-\frac{s-1}{n-s} \leq \left.\frac{dy(x°, n, s)}{dx°}\right|_{x° = x} \,. \tag{C.8b}$$

Le terme de droite de l'inégalité (C.8b) correspond à l'équation (C.7) évaluée au point $x° = x$.

Par ailleurs, on peut définir dans quel sens évolue le niveau d'utilité des pays appartenant à *S* quand on s'écarte de la courbe d'iso-utilité qui passe par le point $x = x°$. Pour un niveau fixe de $x°$, une diminution des émissions des pays en dehors de *S* réduit les externalités subies par les membres de *S* et donc accroît leur utilité. Ainsi, toute courbe d'iso-utilité qui se situe en dessous de celle qui passe par $x° = x$ procure aux membres de *S* une utilité plus élevée. En outre, si $F_s(x°, x(x°, n, s))$ est quasi-concave en $x°$, la courbe d'iso-utilité coupe au plus deux fois la fonction de meilleure réponse des pays n'appartenant pas à *S* et il existe un niveau de réduction des émissions $x°'$ tel que le paiement agrégé des membres de *S*, $F_s(x°', x(x°', n, s))$ est maximum. La Figure C.1 ci-dessous retranscrit l'ensemble de ces éléments.

---

[1] Il s'agit de l'équation (3.6d) établie dans le paragraphe 2.2, chapitre 3.

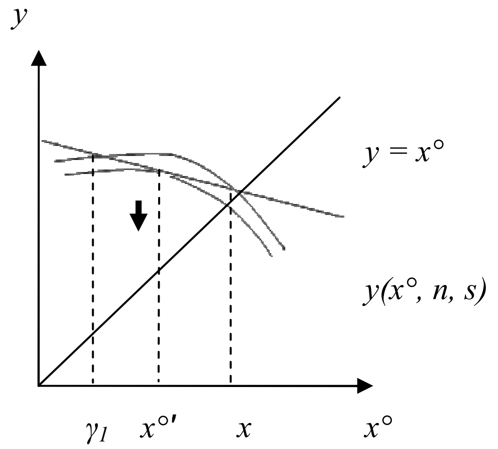

Figure C.1. Variation non marginale du niveau des émissions d'un sous-ensemble de pays par rapport à la situation de *statu quo x*.

Tant que l'on vérifie la relation $s-1 \geq |\alpha|(n-1)$ sur la taille de l'accord, la réduction des émissions entreprise par les membres de *S* leur est profitable et ce, au delà d'une variation marginale de leurs émissions par rapport à la situation de *statu quo*.

On peut néanmoins voir sur la Figure (C.1) qu'il existe un niveau d'émissions $\gamma_1 < x$ qui leur procure un paiement exactement identique à celui qu'ils obtiennent dans la situation initiale. En deçà de ce seuil, le paiement obtenu par les membres de *S* est moindre que celui de la situation de départ. CQFD.

Proposition 3.9 :

Quel que soit le scénario qui caractérise le jeu des émissions globales, la fonction de stabilité L(s) est toujours une fonction monotone décroissante sur l'intervalle $[s^m, n]$*. Par conséquent, si elle coupe l'axe des abscisses, elle ne peut le faire qu'une seule fois.*

Preuve :

Pour tous les scénarios, on vérifie les deux points suivants :

i) Les paiements des non signataires et des signataires sont croissants en s sur $[s^m, n]$. (d'après la Proposition 3.6).

ii) Quelle que soit la taille de l'accord considéré, le paiement d'un non signataire domine toujours celui d'un signataire car les premiers bénéficient d'une amélioration de la qualité de l'environnement sans en supporter les coûts : $f_{ns}(s) > f_s(s)$.

Il s'agit maintenant de montrer que le paiement d'un non signataire croît plus vite en s que celui d'un signataire : $f_{ns}'(s) > f_s'(s)$. D'après la preuve de la Proposition 3.6, on a déjà établi que :

$$\frac{df_j}{ds} = -D'(\cdot)\frac{dy}{ds}, \forall j \notin S.$$

$$\frac{df_i}{ds} = -D'(\cdot)\left[x_s - x_{ns} + (n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right], \forall i \in S. \tag{C.9}$$

Pour les non signataires, la première équation peut aussi se réécrire comme suit :

$$\frac{df_j}{ds} = -D'(\cdot)\left[x_s - x_{ns} + s\frac{dx_s}{ds} + (n-s-1)\frac{dx_{ns}}{ds}\right], \forall j \notin S. \tag{C.10}$$

Dans la mesure où le dommage marginal subit par un pays est le même quel que soit son choix d'adhésion, la différence entre les équations (C.10) et (C.9) nous amène au résultat suivant :

$$\frac{df_j}{ds} - \frac{df_i}{ds} = -D'(\cdot)\left[s\frac{dx_s}{ds} - \frac{dx_{ns}}{ds}\right], \forall j \notin S, i \in S.$$

D'après la Proposition 3.5, les trois points suivant sont vérifiés :

i) Quel que soit le scénario envisagé, les signataires réduisent d'autant plus leurs émissions que la taille de la coalition est grande : $dx_s/ds < 0$;
ii) En présence de substituabilités stratégiques (Scénarios 1 et 2), le niveau des émissions d'un non signataire croît avec la taille de la coalition : $dx_{ns}/ds > 0$;
iii) En présence de complémentarités stratégiques (Scénario 3), le niveau des émissions d'un non signataire décroît avec la taille de la coalition mais moins que proportionnellement par rapport à l'effort entrepris par un signataire : $dx_{ns}/ds < 0$ avec $|dx_{ns}/ds| < |dx_s/ds|$.

Il s'ensuit que pour tous les scénarios, le paiement d'un non signataire croît toujours plus vite en s que celui d'un signataire sur $[s^m, n]$:

$$\frac{df_j}{ds} > \frac{df_i}{ds}, \forall j \notin S, i \in S. \tag{C.11}$$

Le sens d'évolution de la fonction de stabilité $L(s)$ repose quant à lui sur le signe de $L'(s) = f_s'(s) - f_{ns}'(s-1)$. Or, comme la courbe représentative de $f_{ns}(s-1)$ est une translation d'une unité vers la droite de celle de $f_{ns}(s)$, les deux courbes ont même pente. Dans ces conditions, la relation (C.11) permet de conclure que la fonction de stabilité est elle-même toujours décroissante en s sur $[s^m, n]$ quel que soit le scénario qui caractérise le jeu des émissions globales ; si elle coupe l'axe des abscisses, elle ne peut le faire qu'une seule fois. CQFD.

Proposition 3.10 :

En présence de complémentarités stratégiques, il existe toujours un accord de coopération stable et profitable qui est unique et dont la taille est telle que $s^* \in [2, n]$.

Preuve :

D'après la Proposition 3.7, on sait qu'en présence de complémentarités stratégiques toutes les coalitions sont profitables. En particulier la plus petite coalition profitable est telle que $s^m = 2$ de sorte que : $L(2) > 0$. Dans la mesure où la fonction de stabilité est monotone décroissante ($L'(s) < 0$ d'après la Preuve de la Proposition 3.9), il s'ensuit que sur $[s^m, n]$, soit la grande coalition est instable ($L(n) < 0$) et s^* correspond à un accord de coopération partiel ; soit la grande coalition est stable ($L(n) > 0$) et $s^* = n$. Quand les stratégies des pays sont complémentaires, il existe toujours un accord de coopération non trivial, c'est-à-dire regroupant au moins deux pays. CQFD.

Proposition 3.11 :

Plus les complémentarités sont fortes (la pente des fonctions de meilleure réponse des pays tend vers 1), plus la pente de la fonction de stabilité tend vers zéro et plus l'accord de coopération d'équilibre qui émerge du jeu d'adhésion compte de membres. A l'inverse, plus les substituabilités sont fortes (la pente des fonctions de meilleure réponse tend vers -1), plus la pente de la fonction de stabilité tend vers $-\infty$ *et plus l'accord de coopération d'équilibre qui émerge du jeu d'adhésion regroupe un petit nombre de membres.*

Preuve :

La preuve de la Proposition 3.11 repose sur la comparaison des gains marginaux générés par la coopération d'un sous-ensemble de pays en fonction de la nature des interactions qui les caractérise. Plus particulièrement, on montre que pour les signataires, le rendement lié à l'accroissement de la taille de l'accord est d'autant plus grand que les complémentarités sont fortes par rapport au cas où les stratégies des pays sont indépendantes et d'autant plus faible que les stratégies sont substituables. A contrario, pour les non signataires les gains marginaux qu'ils retirent de la coopération d'un sous-ensemble de pays sont d'autant plus grands que les stratégies des pays sont substituables et d'autant plus faibles que les stratégies sont complémentaires. On parvient ainsi à classer les gains générés par l'accroissement de la taille de l'accord en fonction du choix d'adhésion des pays et de la nature de leurs interactions. L'analyse menée dans ce qui suit se concentre sur les Scénarios 1 et 3 pour lesquels les stratégies des pays sont respectivement faiblement substituables et complémentaires. Dans cette perspective, la pente des stratégies de meilleure réponse des pays appartient à l'intervalle $]-1, 1[$ et le niveau des émissions globales z_s est toujours décroissant en s.

L'idée que l'on cherche à établir est la suivante : au regard de la situation où les stratégies des pays sont indépendantes, on tient à montrer que la fonction de stabilité, qui est décroissante, est d'autant moins pentue que les complémentarités sont fortes et d'autant plus pentue que les substituabilités sont fortes. Etant donné la monotonie de la fonction de stabilité et le fait que la coopération de deux pays est toujours plus profitable en présence de complémentarités stratégiques que quand les stratégies des pays sont substituables, on en conclut que l'accord stable qui émerge du jeu de première étape est nécessairement plus grand dans le premier cas que dans le second.

Pour les signataires, les gains marginaux liés à l'accroissement de la taille de la coalition sont donnés par la relation (C.9) (Cf. Preuve de la Proposition 3.9) :

$$\frac{df_i(s)}{ds} = -D'(z_s)\left[x_s - x_{ns} + (n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right], \forall i \in S. \tag{C.9}$$

D'après le Lemme C.1, il apparaît que $x_s - x_{ns} < 0$ est toujours vrai quelle que soit la nature des interactions entre les pays (il reste que la distance entre les deux peut varier). Par ailleurs, dx_{ns}/ds s'avère être (Cf. Preuve de la Proposition 3.5) :

- Positif quand les stratégies des pays sont substituables (SS) ;
- Nul quand les stratégies des pays sont indépendantes (IS) ;
- Négatif quand les stratégies des pays sont complémentaires (CS).

Soit $\Delta_s(x)$ la partie entre crochets de la relation (C.9). On peut déjà souligner qu'au delà de la plus petite coalition profitable, le paiement des signataires est croissant en s (Cf. Proposition 3.6) et $\Delta_s(x)$ est donc négatif sur $[s^m, n]$. Le rendement de la coopération pour les signataires dépend essentiellement du comportement adopté par les non signataires, de sorte que l'on vérifie la relation suivante (la seconde ligne correspond aux signes respectifs de $(x_s - x_{ns})$ et de dx_{ns}/ds qui sont fonction de la nature des interactions entre les pays) :

$$\left[(x_s - x_{ns}) + \left((n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right)^{CS}\right] < \left[(x_s - x_{nc}) + \left((n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right)^{IS}\right] < \left[(x_s - x_{ns}) + \left((n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right)^{SS}\right] < 0\cdot$$

- - - 0 - +

On peut interpréter le sens de ces inégalités de la façon suivante :

(i) En présence de substituabilités stratégiques, l'action des non signataires, c'est-à-dire $(n - s)\, dx_{ns}/ds$, tend à décourager l'effort entrepris par les signataires et à réduire l'écart entre x_s et x_{ns} et ce, d'autant plus que les substituabilités sont fortes. En conséquence, $\Delta_s(x) \to 0$ avec le niveau des substituabilités ;

(ii) En présence de complémentarités stratégiques l'action des non signataires tend à encourager l'effort entrepris par les signataires, de sorte que $\Delta_s(x) \to -\infty$ avec le niveau des complémentarités.

On aboutit au classement suivant : $(\Delta_s(x))^{CS} < (\Delta_s(x))^{IS} < (\Delta_s(x))^{SS} < 0$.

Pour un certain niveau de dommage marginal, il s'ensuit que :

$$0 < \left(f_s'(s)\right)^{SS} < \left(f_s'(s)\right)^{IS} < \left(f_s'(s)\right)^{CS} . \tag{C.12}$$

Le rendement lié à l'accroissement de la taille de l'accord pour un signataire est plus élevé en présence de complémentarités stratégiques qu'en présence de substituabilités stratégiques. L'idée sous-jacente est que l'effort entrepris par les membres de la coalition est promu par le comportement des non signataires dans le premier cas, tandis qu'il est en partie remis en cause par le comportement de ces derniers, dans le second cas.

De manière similaire, on peut classer les gains marginaux que retirent les non signataires de la coopération d'un sous-ensemble de pays. D'après la relation (C.10), le rendement de la coopération pour un pays qui choisit de sortir de l'accord de taille s est tel que :

$$\frac{df_j(s-1)}{ds} = -D'(z_{s-1})\left[x_s' - x_{ns}' + (s-1)\frac{dx_s}{ds} + (n-s)\frac{dx_{ns}}{ds}\right], \forall j \notin S . \tag{C.10′}$$

Où x'_s et x'_{ns} correspondent aux niveaux d'émissions d'équilibre des deux types de pays pour une taille de la coalition (s – 1).

Soit $\Delta_{ns}(x)$ la partie entre crochets de la relation (C.10′). D'après la Proposition 3.6, le paiement d'un non signataire est toujours croissant en s, de sorte que $\Delta_{ns}(x) < 0, \forall s$. Dans ce contexte, il s'agit de montrer que l'action concomitante des signataires et des non signataires, c'est-à-dire $(s-1)dx_s / ds + (n-s)dx_{ns} / ds$, tend à réduire l'écart entre x'_s et x'_{ns} quand les stratégies des pays sont complémentaires, tandis qu'elle tend à être nulle quand les stratégies des pays sont substituables (les actions des deux types de pays s'annulent mutuellement). Dans le second cas, l'écart entre x'_s et x'_{ns} tend à croître avec le niveau des substituabilités. En conséquence, le rendement de la coopération pour un non signataire est d'autant plus grand que les stratégies des pays sont substituables.

Pour établir ces conclusions, on réécrit la relation (C.10′). Dans la mesure où $z_{s-1} = (s-1)x_s' + (n-s+1)x_{ns}'$ et où $dz_{s-1} / ds = x_s' - x_{ns}' + (s-1)dx_s / ds + (n-s+1)dx_{ns} / ds$, la relation (C.10′) peut s'exprimer comme suit :

$$\frac{df_j(s-1)}{ds} = -D'(z_{s-1})\left[\frac{dz_{s-1}}{ds} - \frac{dx_{ns}}{ds}\right], \forall j \notin S .$$

Pour les scénarios considérés (1 et 3), z_s est toujours décroissant en s : $dz_{s-1} /ds < 0$, tandis que le signe de dx_{ns} /ds dépend de la nature des interactions. Le rendement de la coopération pour les non signataires dépend de nouveau de leur comportement, de sorte que l'on vérifie la relation suivante (la seconde ligne correspond aux signes respectifs de dz_{s-1} /ds et de dx_{ns} /ds qui sont fonction de la nature des interactions entre les pays) :

$$\left[\frac{dz_{s-1}}{ds} - \left(\frac{dx_{ns}}{ds}\right)^{SS}\right] < \left[\frac{dz_{s-1}}{ds} - \left(\frac{dx_{ns}}{ds}\right)^{IS}\right] < \left[\frac{dz_{s-1}}{ds} - \left(\frac{dx_{ns}}{ds}\right)^{CS}\right] < 0 .$$

- + - 0 - -

On peut interpréter le sens de ces inégalités de la façon suivante :

(i) En présence de substituabilités stratégiques, le niveau des émissions globales et le niveau des émissions des non signataires évoluent en sens inverse, de sorte que $\Delta_{ns}(x) \to -\infty$ avec le niveau des substituabilités.

(ii) En présence de complémentarités stratégiques, l'évolution concomitante du niveau des émissions globales et du niveau des émissions des non signataires fait que $\Delta_{ns}(x) \to 0$ avec le niveau des complémentarités.

Il s'ensuit que : $$\left(\Delta_{ns}(x)\right)^{SS} < \left(\Delta_{ns}(x)\right)^{IS} < \left(\Delta_{ns}(x)\right)^{CS} < 0.$$

Et pour un certain niveau de dommage marginal :

$$0 < \left(f'_{ns}(s-1)\right)^{CS} < \left(f'_{ns}(s-1)\right)^{IS} < \left(f'_{ns}(s-1)\right)^{SS}. \tag{C.13}$$

Les gains marginaux que retire un non signataire de la coopération d'un sous-ensemble de pays sont plus élevés en présence de substituabilités stratégiques qu'en présence de complémentarités stratégiques. Ce résultat est lié au fait que, lorsque les stratégies des pays son substituables, un pays bénéficie de l'amélioration de la qualité de l'environnement liée à la baisse du niveau des émissions globales en plus de l'accroissement de ses propres émissions, tandis que lorsque les stratégies sont complémentaires, il contribue à l'amélioration de la qualité de l'environnement en réduisant ses émissions.

Sachant que $L(s) = f_s(s) - f_{ns}(s-1)$ et au regard des équations (C.12) et (C.13), on peut définir la relation suivante sur la pente de la fonction de stabilité en fonction de la nature des interactions entre les pays :

$$\left(L'(s)\right)^{SS} < \left(L'(s)\right)^{IS} < \left(L'(s)\right)^{CS} < 0.$$

La fonction de stabilité est d'autant plus pentue que les substituabilités sont fortes et d'autant moins pentue que les complémentarités tendent à être parfaites. Il s'ensuit que l'accord qui émerge à l'équilibre du jeu de première étape compte nécessairement plus de membres dans le second cas que dans le premier. CQFD.

CHAPITRE 4

LES AIE EN PRESENCE DE COMPLEMENTARITES STRATEGIQUES :

UNE ILLUSTRATION DU NIVEAU DE PARTICIPATION D'EQUILIBRE ET DE SON IMPACT ENVIRONNEMENTAL

La question du changement climatique est en général perçue comme un problème d'envergure internationale dans le sens où les dommages subis par un pays ne dépendent pas uniquement de ses propres émissions mais bien des émissions agrégées de tous les pays. La théorie économique s'intéresse depuis longtemps à la question de la coopération entre un ensemble de pays confrontés à de fortes externalités environnementales et en l'absence de toute autorité de régulation. Les modèles théoriques auxquels on s'attache sont ceux développés ces vingt dernières années et qui tentent d'expliquer l'émergence de la coopération internationale dans le cadre de la lutte contre le changement climatique et ce, en s'appuyant sur la théorie des jeux non coopératifs. Ces modèles montrent qu'un accord de coopération peut émerger même si chaque pays décide indépendamment, volontairement et sans aucune forme d'engagement, de coopérer avec les autres (Carraro, Siniscalco, 1993 ; Barrett, 1994 ; Finus, Rundshagen, 1998 ; Diamantoudi et al., 2006). Cet accord est alors stable au sens défini par D'Aspremont

& al. (1983) [1]. Ce qui signifie que, même dans un cadre purement non coopératif, une fraction des pays engagés dans les négociations peut s'associer pour réduire conjointement ses émissions et ce, dans son propre intérêt. L'accord s'impose alors de lui-même. Il reste qu'à l'équilibre, le nombre de pays qui participent demeure en général faible comparativement au nombre total de pays partageant la ressource[2]. L'impact environnemental des actions entreprises demeure donc relativement limité et ne permet généralement pas de rétablir l'optimum parétien global.

On a vu que la robustesse des résultats sur l'émergence d'une coopération internationale dans le domaine de l'environnement reposait sur une hypothèse, sous-jacente dans la plupart des études menées mais rarement discutée, à savoir la nature des interdépendances entre les pays. Sur un plan technique, celle-ci caractérise le sens d'évolution de la stratégie de meilleure réponse d'un pays face à une modification du comportement adopté par les autres. Or, la définition du comportement stratégique des pays dans le cadre du problème du contrôle des émissions de GES est fondamentale pour comprendre le niveau de coopération susceptible d'être atteint ainsi que l'impact de cette coopération sur l'environnement (Carraro, Siniscalco, 1993)[3]. Les auteurs postulent presque toujours que les stratégies des pays sont substituables[4]. Ainsi, si un sous-ensemble de pays choisit de réduire conjointement ses émissions de GES, les pays en dehors de ce groupe choisissent quant à eux d'accroître leur niveau d'émissions, annulant une partie de l'effort initialement entrepris. Les résultats quant à la participation des pays à un AIE sont donc fondés sur le fait que les rendements de la coopération sont toujours et au moins partiellement remis en cause par le comportement des pays en dehors de l'accord.

Très peu d'auteurs s'inscrivent à contre-courant. Heal (1993) évoque l'idée selon laquelle les stratégies des pays peuvent être complémentaires et étudie l'impact de cette hypothèse sur le comportement des pays en dehors de l'accord. Barrett (2003, 2005) quant à lui analyse

---

[1] Le concept de stabilité en question a été défini à l'origine en organisation industrielle dans le cadre de l'analyse des cartels puis étendu par la suite aux AIE (Barrett, 1994; Bauer, 1992; Hoel, 1992).

[2] Diamantoudi et al. (2006) fournissent une solution analytique du niveau de participation d'équilibre pour les deux modèles les plus fréquemment utilisés dans la littérature. Ils démontrent que l'accord de coopération comporte au plus quatre pays, indépendamment du nombre de pays concernés par le problème environnemental.

[3] Carraro, Siniscalco (1993) soulignent déjà cette idée mais cantonnent leur analyse aux cas où la pente des fonctions de meilleure est négative (les stratégies des pays sont substituables). Ils établissent que plus cette pente est forte en valeur absolue, plus l'incitation à dévier d'un accord de coopération est grande.

[4] Pour un survol des hypothèses et des résultats qui ressortent de l'analyse des AIE du point de vue de la théorie des jeux non coopératif, voir Finus (2001, chapitres 13, 14).

l'impact de cette même hypothèse sur la participation des pays à un AIE. Dans le cadre de politiques nationales de réduction des émissions, les complémentarités sont telles que ces auteurs mettent en évidence un principe de diffusion de technologies plus respectueuses de l'environnement à l'ensemble des pays, dès lors qu'un minimum d'entre eux les adopte[5]. Dans cette perspective, Barrett montre que la question de la participation à un AIE devient triviale en ce sens que, soit aucun pays ne coopère, soit tous adhèrent. En revanche, la question nouvelle qui émerge concerne la convergence des pays vers l'équilibre préféré. C'est pourquoi, dans ces modèles, l'existence d'effets de renforcement entre les stratégies des pays modifie la préoccupation initiale : d'un problème de coopération entre pays, on passe à un problème de coordination. Il s'ensuit que la négociation d'un accord de coopération constitue davantage un moyen de coordonner le comportement des pays sur l'équilibre Pareto-supérieur.

A l'inverse, dans ce qui suit, notre démarche s'inscrit dans un cadre intermédiaire où les stratégies des pays ne sont ni substituables, ni parfaitement complémentaires. La question qui est traitée reste donc celle de la participation des pays à un AIE. Dans ce contexte, les complémentarités stratégiques se manifestent sous la forme d'effets de renforcement ─ à la hausse comme à la baisse ─ sur les niveaux d'émissions d'équilibre des pays. Par exemple, un pays est incité à fixer son niveau d'émissions d'autant plus haut que les niveaux d'émissions des autres pays sont élevés. Au regard de l'évolution des niveaux d'activités économiques des pays ces dernières années et de leur interdépendance croissante au plan des échanges commerciaux, ces circonstances présagent de l'ampleur que peut prendre le problème du contrôle des émissions de GES et de la lutte contre le changement climatique en l'absence de toute coopération entre les pays. Ces effets de renforcements jouent au contraire à la baisse dès lors qu'un sous-ensemble de pays coopère.

Nous nous proposons dans ce chapitre de déterminer le niveau de participation d'équilibre lorsque les stratégies des pays sont complémentaires pour une fonction de paiement spécifique. Cet exemple analytique nous permet de voir dans quelle mesure nos résultats sur la taille de la coalition stable se détachent de ceux existants jusque là dans la littérature. A cet effet, on reprend exactement le même cadre d'analyse que les auteurs antérieurs, à savoir le jeu de l'environnement standard. La formation des AIE est modélisée comme un jeu non

[5] Un exemple est celui de la diffusion du principe des pots catalytiques dans le secteur automobile, lesquels requièrent de l'essence sans plomb pour fonctionner. L'idée essentielle est que le coût marginal de réduction des émissions pour un pays chute avec les efforts de réduction entrepris par les autres.

coopératif en deux étapes. Lors de la première étape, les pays décident de manière non coopérative de signer ou non l'accord (c'est-à-dire de rejoindre la coalition) étant donné une règle de partage acceptée par les pays signataires. Lors de la seconde étape, chaque pays détermine son niveau d'émissions compte tenu de sa décision dans la première étape et du comportement adopté par les autres pays. Les comportements des signataires et des non signataires diffèrent, dans le sens où les pays qui signent l'accord coopèrent et maximisent le paiement de la coalition, tandis que les non signataires se comportent de manière non coopérative et maximisent leur propre fonction de paiement. On démontre alors qu'en présence de complémentarités stratégiques, le niveau de coopération qui émerge à l'équilibre de ce jeu est plus élevé et son impact environnemental plus fort. Par ailleurs, tant le niveau de coopération que son impact environnemental dépendent directement du nombre de pays concernés par le problème environnemental ainsi que de leur perception des dommages relativement aux bénéfices qu'ils retirent de leurs émissions de GES. Enfin, même si un accord est toujours signé, il ne regroupe jamais l'ensemble des pays.

De manière classique, on définit d'abord les fonctions de paiement ainsi que les hypothèses qui y sont associées (section 1). On dérive ensuite les solutions de non coopération et de coopération totale du jeu de seconde étape (section 2). Ces solutions représentent la situation de *statu quo* et la situation optimale du point de vue de l'ensemble des pays respectivement ; elles constituent des référentiels pour l'analyse du comportement des signataires et des non signataires ainsi que pour l'analyse de l'impact de la coopération sur l'environnement. Enfin, on fournit une solution analytique de la taille de l'accord stable, c'est-à-dire du niveau de coopération qui émerge à l'équilibre en fonction des paramètres du modèle (section 3). Les preuves ainsi que le détail des calculs figurent dans l'annexe D.

1. Le modèle et ses hypothèses

On considère un ensemble de pays symétriques noté N, avec $N = \{1, ..., n\}$. Les émissions de GES rejetées par chacun sont notées x_i avec $x_i \geq 0$; elles se mélangent uniformément dans l'atmosphère. Dans sa représentation la plus générale, la fonction de paiement f_i du pays i s'exprime comme la différence entre les bénéfices que le pays retire de ses émissions $B_i(x_i)$ et les dommages générés par les émissions agrégées de tous les pays $D_i(\sum_{i \in N} x_i)$. Dans la mesure où les pays sont identiques, l'indice i disparaît. Par ailleurs, on note x et y le niveau des émissions du pays considéré et le niveau des émissions agrégées des (n – 1) autres pays respectivement. Enfin, la variable z, telle que $z = x + y$, correspond au niveau total des émissions. Dans le cadre de notre analyse, les fonctions de bénéfice et de dommage, qui sont définies sur un intervalle compact de l'ensemble des réels, prennent une forme analytique spécifique. L'objectif est de faire transparaitre des complémentarités stratégiques entre les stratégies des pays. A cet effet, on considère que la fonction de bénéfice de chaque pays $i \in N$ est de la forme $B(x) = b(x-1)^{1/2}$, où b est un paramètre de bénéfice positif. La fonction de dommage qui dépend des émissions agrégées est telle que $D(x+y) = c(x+y)^{1/2}$, avec c, un paramètre de coût positif[6]. On conserve l'idée que quand le niveau des émissions d'un pays augmente, les bénéfices qu'il en retire font de même : $B'(\cdot) > 0$ sur l'intervalle [0, K]. Le paramètre K constitue la borne supérieure de l'espace des stratégies d'un pays. Cette borne est interprétée comme étant la capacité maximale de production d'un pays en termes d'émissions. De manière similaire, étant donné que les émissions se dispersent uniformément dans l'atmosphère, les fonctions de dommage sont croissantes avec le niveau des émissions globales : $D'(\cdot) > 0$ sur IR_+. Enfin, chacune de ces fonctions a pour particularité de croître avec le niveau des émissions mais à taux décroissant. Pour cette spécification des fonctions de bénéfice et de dommage, la fonction de paiement de chaque pays s'écrit donc de la façon suivante :

$$f(x,y) = b(x-1)^{1/2} - c(x+y)^{1/2}, \text{ avec } 1 \leq x \leq K. \tag{4.1}$$

La contrainte inférieure sur l'ensemble des actions réalisables peut être interprétée comme un seuil en deçà duquel les pays ne peuvent réduire leurs émissions ; il s'agit d'une sorte de seuil d'émissions incompressible. L'introduction des paramètres b et c permet en général d'analyser l'impact relatif du coût des émissions par rapport aux bénéfices qu'elles génèrent. Le paramètre b est souvent interprété comme un coût d'opportunité d'abattement tandis que Endres (1997) traduit le paramètre c comme la conscience environnementale de la population d'un pays. Une attention toute particulière sera accordée à l'impact d'une modification de ces deux paramètres sur la réussite et la stabilité de l'accord de coopération d'équilibre.

[6] Comme Barrett (1994) et Finus (2001) dans le cas d'actions substituables, on peut aussi postuler que le dommage supporté par un pays est en fait une part des émissions agrégées. La seule différence entre les deux définitions transparaît dans la spécification des paramètres b et c.

Dans ce qui suit, on continue d'interpréter les émissions d'un pays comme le résultat de ses activités de consommation et de production, tandis que la fonction de paiement décrit leurs implications en termes de bien-être à un niveau agrégé. Même si les impacts du changement climatique peuvent être perçus différemment par chaque pays, les dommages environnementaux ne dépendent que des émissions *agrégées*. Ainsi, à travers la fonction de dommage, les émissions d'un pays génèrent une externalité négative à la fois sur lui-même et sur les autres. Avant d'étudier l'impact des hypothèses postulées ci-dessus sur les niveaux d'émissions d'équilibre du jeu, il est important de souligner que, en raison des hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage, les stratégies des pays sont complémentaires[7] et les fonctions de paiement sont quasi-concaves en leur propre stratégie. La combinaison de ces deux éléments permet de dire que les stratégies de meilleure réponse des pays, chaque fois qu'elles sont pertinentes, sont continues et croissantes. Par conséquent, si la pente de ces dernières reste toujours inférieure à l'unité, le jeu possède un unique équilibre qui est intérieur, c'est-à-dire pour lequel tous les pays ont des niveaux d'émissions positifs (Cf. chapitre 3, paragraphe 1.2).

L'objet de la section qui suit est d'établir les niveaux d'émissions ainsi que les paiements d'équilibre de la situation de non coopération puis de coopération totale, en partant de la fonction de paiement (4.1). Ce n'est que dans un second temps que l'on introduit la possibilité pour un sous-ensemble de pays de se regrouper. Pour chaque cas, les calculs intermédiaires pour l'établissement de nos propositions sont présentés dans l'annexe D.

2. Non coopération versus coopération totale : les deux cadres de référence

Dans cette section, on établit tout d'abord les niveaux d'émissions d'équilibre puis les paiements qui y sont associés lorsque l'ensemble des pays se comporte de manière non coopérative : chacun fixe son niveau d'émissions de manière à maximiser son paiement individuel, étant donné le comportement adopté par les autres. Dans les jeux où l'action entreprise par un pays génère une externalité négative sur les autres, cette issue est généralement sous-optimale. Les pays ne prennent pas en considération l'impact négatif de

[7] La dérivée seconde croisée de la fonction de paiement d'un pays par rapport aux variables x et y est toujours strictement positive.

leurs émissions sur les autres pays et le niveau global des émissions est plus élevé que celui qui serait optimal du point de vue de l'ensemble des pays. On détermine donc dans un second temps les niveaux d'émissions ainsi que les paiements d'équilibre associés, lorsque tous les pays coopèrent. Ces cas polaires constituent des référentiels pour l'analyse du comportement des pays lorsque l'on introduit la possibilité d'une coopération partielle.

2.1 La solution de non coopération

Dans la situation purement non coopérative, chaque pays maximise sa propre fonction de paiement et détermine son niveau d'émissions, étant donné le comportement adopté par les autres. Le problème de maximisation pour un pays se pose donc de la façon suivante :

$$Max_{\,x \geq 0}\, f(x, y) = b(x-1)^{1/2} - c(x+y)^{1/2}. \tag{4.2}$$

Pour le pays de référence, la condition nécessaire de premier ordre conduit à la fonction de réaction suivante :

$$x(y) = \frac{\gamma^2 + y}{\gamma^2 - 1} \text{ avec } \gamma = \frac{c}{b}. \tag{4.2a}$$

Dans ce qui suit, le paramètre $\gamma = c/b$ est le ratio coût-bénéfice des émissions de GES. Il traduit la perception que les pays ont des dommages environnementaux relativement aux bénéfices qu'ils retirent de leurs émissions. Ce paramètre a donc un impact significatif sur le niveau des émissions fixé par chaque pays dans la situation de non coopération.

Par ailleurs, on vérifie qu'en présence de complémentarités stratégiques, la stratégie de meilleure réponse d'un pays est croissante avec celle adoptée par les autres. Ainsi, un pays choisira un niveau d'émissions d'autant plus élevé que le niveau des émissions agrégées des autres est conséquent. On remarque en outre que la pente de la fonction de réaction est strictement inférieure à 1 dès lors que $\gamma^2 > 2$. Pour des fonctions de meilleure réponse continues dont la pente appartient à l'intervalle [0, 1[, on sait que le jeu possède un unique équilibre en stratégies pures (Cf. chapitre 1).

En raison de l'hypothèse de symétrie, tous les pays adoptent la même stratégie à l'équilibre. Il s'ensuit que $y = (n-1)x$. Le niveau des émissions d'un pays ainsi que le niveau global des émissions à l'équilibre de la situation de non coopération sont ainsi respectivement :

$$x_{nc} = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - n}, \tag{4.2b}$$

$$z_{nc} = nx_{nc} = \frac{n\gamma^2}{\gamma^2 - n}. \tag{4.2c}$$

Quel que soit le nombre de pays concerné par le problème environnemental, la contrainte sur les niveaux d'émissions est vérifiée tant que : $\gamma^2 > \dfrac{nK}{K-1}$. A partir des niveaux d'émissions d'équilibre, la fonction de paiement d'un pays prend donc la forme suivante :

$$f_{nc} = \frac{bn^{1/2}(1-\gamma^2)}{(\gamma^2 - n)^{1/2}}. \tag{4.2d}$$

Que l'on considère les niveaux d'émissions ou les paiements d'équilibre, ils ne dépendent que de deux paramètres : le nombre de pays concernés par le problème environnemental et le ratio coût-bénéfice. En tenant compte des hypothèses sur les fonctions de paiement des pays et des solutions du problème de maximisation qui se pose à chaque pays, on peut établir une première proposition :

Proposition 4.1 :
Etant donné les hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage, les deux points suivants sont vérifiés :

a) Les niveaux d'émissions individuels et globaux à l'équilibre de la situation de non coopération, x_{nc} et z_{nc}, sont croissants en n et décroissants en γ ;
b) Le paiement d'équilibre de chaque pays est décroissant en n tandis qu'il est croissant en γ, tant que γ reste en deçà d'un certain seuil : $\bar{\gamma} = (2n-1)^{1/2}$; au delà de ce seuil il décroît en γ.

En présence de complémentarités stratégiques, si un pays accroît ses niveaux de production et de consommation et donc ses émissions, les autres sont incités à en faire de même : l'utilité marginale qu'un pays retire de ses propres émissions est croissante avec le niveau des émissions des autres pays.

D'après la Proposition 4.1 a), les niveaux d'émissions individuels et globaux sont d'autant plus élevés à l'équilibre que le nombre de pays concernés par le problème environnemental est élevé. Si on interprète les pays comme des partenaires commerciaux, cela signifie que plus l'ensemble des pays que l'on considère est important, plus un pays à l'opportunité d'étendre ses relations commerciales et donc ses activités économiques. Il retire alors de ces activités une utilité marginale d'autant plus grande. Mais cela signifie aussi que le niveau des émissions de chaque pays s'établit à des niveaux d'autant plus élevés que *n* est grand. Le problème environnemental devient plus sérieux avec le nombre de pays concernés, en particulier quand ceux-ci n'entreprennent aucune action de coordination de leur politique environnementale. Cette proposition est directement liée à la nature des interactions entre les pays. Principale conséquence de ce phénomène : même si les pays retirent des bénéfices individuels plus élevés de leurs émissions, du fait de l'accroissement des externalités négatives, globalement leur paiement est d'autant plus faible que le nombre de pays concernés est grand. A l'inverse, plus un pays perçoit fortement les dommages environnementaux relativement aux bénéfices qu'il retire de ses émissions, plus son niveau d'émissions d'équilibre est faible[8]. L'utilité marginale de chaque pays est ainsi décroissante avec le ratio coût-bénéfice. Ce résultat est tout à fait intuitif.

Il ressort de la Proposition 4.1 b) que tant que la perception des dommages n'est pas trop forte ($\gamma < \overline{\gamma}$), les paiements d'équilibre sont croissants avec le paramètre γ. Ce paramètre permet de contenir les niveaux d'activités de chaque pays et donc l'ampleur des externalités. Cependant, au delà d'un certain seuil, la perception des dommages est tellement forte que l'auto-limitation des émissions ne permet pas de compenser l'importance des externalités et les pays n'ont d'autre choix que de subir les pertes générées par les émissions globales, c'est-à-dire les dommages environnementaux.

Globalement, on peut prédire que, en présence de complémentarités stratégiques, plus le nombre de pays concernés par le problème environnemental est élevé, plus les niveaux d'émissions dans la situation de non coopération sont conséquents et plus le problème devient préoccupant. Celui-ci peut être relativement atténué en fonction de la perception que les pays ont des dommages par rapport aux bénéfices de leurs émissions. Il reste que, dans un contexte où les pays ne prennent pas en considération les externalités négatives produites par leurs activités économiques de consommation et de production, il existe, à l'équilibre, une

[8] A noter que par rapport à la Proposition 1.9 du chapitre 1, le sens d'évolution des niveaux d'émissions d'équilibre est inversé, tout simplement parce qu'on considère le ratio coût-bénéfice plutôt que le ratio bénéfice-coût.

incitation à avoir des émissions toujours plus élevées. En fonction de l'ampleur des externalités, les pays devraient se révéler plus enclin à coopérer.

Avant d'introduire la possibilité qu'un sous-ensemble d'entre eux se regroupe au sein d'un accord de coopération, on détermine qu'elle serait la solution optimale du point de vue de l'ensemble des pays. En d'autres termes, on analyse la situation dans laquelle chaque pays prend en considération l'impact de ses émissions sur les autres.

2.2 La solution de coopération totale

La situation dans laquelle chaque pays prend en considération l'externalité négative générée par ses émissions sur les autres coïncide avec celle où l'ensemble des pays coopère. Dans cette éventualité, cela revient à postuler que tous les pays se rassemblent pour former la grande coalition. Le niveau d'émissions optimal découle de la maximisation du paiement joint de tous les membres de la coalition. Formellement, étant donné la symétrie des pays, cela revient à résoudre le problème de maximisation suivant :

$$Max_{\ z\geq 0}\, n\left(b(\frac{z}{n}-1)^{1/2} - cz^{1/2} \right). \tag{4.3}$$

La condition nécessaire de premier ordre nous permet de déterminer le niveau des émissions agrégées de la situation de coopération totale z_c. Cela donne :

$$n\left(\frac{b}{2}\frac{1}{n}\left(\frac{z}{n}-1\right)^{-1/2} - \frac{c}{2}z^{-1/2} \right) = 0 .$$

Et :

$$z_c = \frac{n^2\gamma^2}{n\gamma^2 - 1}. \tag{4.3a}$$

Dans la mesure où les pays contribuent à même hauteur au niveau des émissions agrégées, le niveau individuel des émissions x_c, se présente de la façon suivante :

$$x_c = \frac{z_c}{n} = \frac{n\gamma^2}{n\gamma^2 - 1}. \tag{4.3b}$$

Compte tenu des niveaux d'émissions d'équilibre, la forme de la fonction de paiement de chaque pays à l'équilibre de la situation de coopération totale est la suivante :

$$f_c = -b(n\gamma^2 - 1)^{1/2}. \tag{4.3c}$$

Comme dans la situation de non coopération, on observe que les niveaux d'émissions ainsi que les paiements d'équilibre ne dépendent que de deux paramètres, à savoir le nombre de pays concernés par le problème environnemental n et le ratio coût-bénéfice γ. On établit donc le même type de résultat de statique comparative pour la situation de coopération totale.

Proposition 4.2:

Quand l'ensemble des pays coopère, les trois propriétés suivantes sont vérifiées :

b) *Le niveau individuel des émissions d'équilibre x_c est décroissant en n tandis que le niveau global des émissions z_c est croissant en n ;*
c) *Les niveaux individuels et globaux d'équilibre, x_c et z_c, sont décroissants en γ ;*
c) *Le paiement d'équilibre obtenu par chaque pays est décroissant en n et en γ.*

Sous les hypothèses retenues, on trouve donc que lorsque tous les pays coopèrent les niveaux individuels d'émissions sont décroissants en n. Cette proposition est liée au fait que le jeu est un jeu à externalité négative et que les pays prennent en considération n fois les dommages environnementaux liés à leurs émissions au lieu d'une seule fois. Plus n est grand, plus les coûts de pollution (en termes de dommages environnementaux) sont onéreux. Les niveaux individuels d'émissions sont donc d'autant plus faibles. Malgré cela, le niveau global des émissions reste croissant avec le nombre de pays concernés par le problème. Les paiements d'équilibre quant à eux sont décroissants en n : plus n est grand, plus les efforts que doivent consentir les pays sont intenses et plus la coopération coûte « chère ». Cependant, à la différence de ce qui se passe dans la situation de non coopération, ce phénomène résulte du fait que les efforts de réduction des émissions sont d'autant plus importants que n est grand, ce qui se traduit au niveau de la fonction de bénéfice des pays.

Comme précédemment, les niveaux individuels et globaux sont décroissants avec le ratio coût-bénéfice γ. Plus la perception de la sévérité des dommages environnementaux est forte, plus les pays sont amenés à réduire leur niveau individuel d'émissions. Les paiements dans la situation de coopération totale sont décroissants avec le paramètre γ car, en coopérant, les pays font déjà leur maximum pour diminuer leur impact sur l'environnement. Par conséquent, plus leur perception des dommages est forte relativement aux bénéfices qu'ils retirent de leurs émissions, plus leur paiement d'équilibre est faible.

L'objet de la proposition qui suit est de comparer la solution de coopération totale avec celle de non coopération. A cet effet, on définit les indices I1 et I2. Le premier correspond à la différence relative entre les niveaux globaux d'émissions à l'équilibre de Nash et à l'optimum global, c'est-à-dire optimal du point de vue de l'ensemble des pays. Il concorde, en terme relatif, avec le « degré de l'externalité » supporté par chaque pays (Finus, 2001). De manière similaire, le second indice est définit comme la différence relative entre les paiements joints à l'optimum social et à l'équilibre de Nash[9] :

$$I_1 = \frac{(z_{nc} - z_c)}{z_{nc}}, \tag{4.4a}$$

$$I_2 = \frac{(\Sigma f_c - \Sigma f_{nc})}{\Sigma f_c} = \frac{(nf_c - nf_{nc})}{nf_c}. \tag{4.4b}$$

Compte tenu des solutions établies pour chacune des situations, les indices I_1 et I_2 prennent la forme suivante en fonction des paramètres n et γ :

$$I_1 = \frac{n^2 - 1}{n\gamma^2 - 1} > 0 \qquad \text{et} \qquad I_2 = 1 + \frac{n^{1/2}(1-\gamma^2)}{(\gamma^2 - n)^{1/2}(n\gamma^2 - 1)^{1/2}} < 0.$$

La Proposition 4.3 spécifie la position relative des niveaux d'émissions et des paiements d'équilibre pour chacune des situations étudiées. Elle s'appuie en outre sur la définition des indices I_1 et I_2 pour définir l'évolution relative des deux situations par rapport aux paramètres n et γ. Pour éviter toute méprise quant à sa signification, il convient de souligner que le premier indice est toujours positif tandis que le second est toujours négatif.

Proposition 4.3 :

La comparaison des solutions de non coopération et de coopération totale conduit aux trois points suivants :

a) Les niveaux d'émissions individuels et agrégés quand tous les pays coopèrent, x_c et z_c, sont tels que : $x_c < x_{nc}$ et $z_c < z_{nc}$;
b) Les paiements d'équilibre sont tels que : $f_c > f_{nc}$;
c) I_1 est croissant en n et décroissant en γ, tandis que I_2 est décroissant en n et croissant en γ.[10]

On retrouve par conséquent des résultats qui sont standard dans les jeux présentant des externalités négatives : dans la situation de non coopération, les niveaux d'émissions sont trop

---

[9] On peut définir ce second indice relatif au paiement joint, car les paiements de tous les pays ont le même signe dans chacune des situations considérées.

[10] Quand on dit que I_2 est décroissant en n, cela signifie que la différence relative entre les paiements d'équilibre en valeur absolue est d'autant plus grande que n est grand. Quand on dit que I_2 est croissant en γ, cela signifie que cette même différence tend vers zéro quand γ augmente.

importants par rapport à ceux qui sont optimaux du point de vue de l'ensemble des pays. Quand chaque pays prend en considération l'impact négatif de ses émissions sur les autres, chacun est amené à réduire son niveau de pollution. Globalement, la somme des émissions de GES chute aussi et tous les pays gagnent de l'adoption d'une telle stratégie[11].

Le dernier point de la Proposition 4.3 nous permet de distinguer les circonstances dans lesquelles la coopération est la plus nécessaire pour réduire le niveau des externalités et par la même, la plus profitable. C'est ainsi que la solution de non coopération est d'autant plus éloignée de la solution de coopération totale que le nombre de pays concernés est élevé et que leur perception des dommages, relativement aux bénéfices de leurs émissions, est faible. Dans ces circonstances, la nécessité de former un accord de coopération se fait d'autant plus ressentir. La première idée est caractéristique des problèmes de fourniture des biens publics : plus le nombre de pays concernés est important, plus les externalités sont importantes. La seconde idée indique que la réduction des émissions est particulièrement nécessaire lorsque les pays ont une perception des dommages qui n'est pas trop forte. C'est assez intuitif dans le sens où, plus les pays ont une faible conscience environnementale et valorisent davantage leurs bénéfices économiques (γ est petit), plus les émissions dans la situation de non coopération sont élevées, et plus la situation est sous-optimale du point de vue de l'ensemble des pays[12]. La gamme des efforts de réduction qui peuvent être consentis par les pays est alors d'autant plus grande. A contrario, si la perception des dommages est relativement forte (γ est grand), seule une réduction des émissions plus modérée est alors envisageable du point de vue de l'ensemble des pays[13]. Bref, la coopération est moins nécessaire quand les émissions individuelles sont déjà faibles et la gamme des efforts de réduction plus étroite.

De manière alternative, on peut aussi interpréter l'indice I_1 de la façon suivante : à l'équilibre de Nash, le niveau des émissions globales croît plus vite en n et décroît plus vite en γ que dans la situation de coopération totale. Le même genre de conclusion peut être obtenu à partir de l'indice I_2 sur l'évolution des paiements d'équilibre : plus la coopération est nécessaire sur le

---

[11] Ce résultat sur les paiements d'équilibre de la situation de coopération totale n'est pas forcément vrai dans le cas de pays asymétriques.

[12] Une autre interprétation est la suivante : la coopération est d'autant plus profitable que les coûts d'opportunité d'abattement sont élevés (γ est petit), car dans cette éventualité les pays ne tentent en aucune façon de contenir leurs émissions dans la situation de non coopération.

[13] Une interprétation alternative est : les gains potentiels sont moins attractifs lorsque les coûts d'opportunité d'abattement sont faibles (γ est grand) car, dans ces conditions, les pays contiennent déjà un peu leurs émissions individuelles du fait des coûts (en termes de dommages) qu'elles génèrent.

plan des émissions globales, plus elle est profitable sur le plan des paiements. Ainsi, quand n est particulièrement grand, la coopération de l'ensemble des pays permet de réduire les externalités subies par chacun et donc d'accroître les paiements individuels.

Quels que soient les paramètres n et γ, la solution de coopération totale est la meilleure solution qui soit du point de vue de l'ensemble des pays. De plus, du fait de l'hypothèse de symétrie, elle constitue aussi une meilleure alternative sur le plan individuel que la solution de non coopération. Cependant, dans le cadre d'un jeu en une étape dans lequel les pays déterminent leur stratégie simultanément, chacun d'eux est incité à tirer avantage de la décision de coopération des autres pays et à se comporter en passager clandestin par rapport à l'effort de réduction entrepris par les pays qui se conforment à l'accord de coopération. Dès lors, un pays qui dévie de manière unilatérale gagne beaucoup plus que s'il participe à l'effort de réduction, en ce sens qu'il bénéficie d'une amélioration de la qualité de l'environnement sans en supporter tous les coûts. Pour pouvoir prendre en considération ce phénomène, et en particulier établir le niveau de coopération qui est susceptible d'émerger quand les pays sont confrontés à de fortes externalités environnementales, la section qui suit s'inscrit dans le cadre des jeux en deux étapes. A travers le jeu considéré, le sous-ensemble des pays qui choisissent de coopérer est capable d'ajuster son effort de réduction des émissions en fonction du nombre de pays qu'il compte. La coalition établit donc son niveau d'effort en fonction du nombre de pays qui la compose et du comportement adopté par les pays en dehors de l'accord.

3. Formation endogène d'un accord de coopération : un jeu en deux étapes

Dans cette section, on analyse l'émergence d'un accord de coopération comme équilibre d'un jeu en deux étapes. Ce jeu est celui auquel on recourt généralement dans la littérature pour expliquer la formation des AIE entre des pays souverains et en l'absence de toute autorité supranationale capable de rendre l'accord auto-réalisant. On dit que la formation de cet accord est endogène dans le sens où elle n'est pas postulée *a priori* mais plutôt qu'elle émerge de la structure du jeu : un sous-ensemble de pays peut trouver profitable de se regrouper et de réduire ses émissions de GES d'un commun accord.

Succinctement, le jeu se présente de la façon suivante. Dans une première étape, chaque pays choisit indépendamment et volontairement d'adhérer à l'accord de coopération ou de rester en dehors. Dans un second temps, étant donné l'option choisie dans cette première étape, les signataires et les non signataires de l'accord décident de leur niveau d'émissions respectif. Notre attention se limite à la formation d'une unique coalition, non triviale. Autrement dit, on s'intéresse aux accords regroupant au moins deux membres et on considère que les pays qui choisissent de ne pas adhérer ne peuvent se regrouper pour former un accord concurrent. Enfin, on fait l'hypothèse que les pays qui choisissent de se regrouper coordonnent leur politique environnementale. Ils maximisent le paiement agrégé des membres de la coalition étant donné le comportement des non signataires. De plus, dans la mesure où les pays sont symétriques à l'origine, on considère que les signataires s'entendent sur une règle de partage égalitaire des gains de la coopération. A l'inverse, chaque non signataire se comporte de manière non coopérative et choisit son niveau d'émissions de sorte à maximiser son propre paiement, étant donné le comportement des signataires et celui des autres non signataires.

Formellement, on note S tel que $S \subseteq N$, le sous-ensemble des pays qui signent l'accord de coopération et $S \backslash N$ l'ensemble de ceux qui choisissent de rester en dehors. On note $s = |S|$ la taille de la coalition, x_s, le niveau des émissions d'un signataire tandis que X_s, tel que $X_s = sx_s$, est le niveau global des émissions générées par la coalition. De manière similaire, x_{ns} et X_{ns} sont respectivement le niveau des émissions d'un non signataire et le niveau global généré par l'ensemble des non signataires. Enfin, on admet que tous les pays prennent leurs décisions simultanément dans chaque étape du jeu[14]. Dans les deux paragraphes qui suivent, on résout ce jeu en deux étapes par récurrence amont. En d'autres termes, on commence par déterminer les niveaux d'émissions d'équilibre du jeu de seconde étape, étant donné le nombre de signataire s. Une fois les comportements d'équilibre établis, on détermine la taille de l'accord d'équilibre.

3.1 Définition du comportement stratégique des signataires et des non signataires dans le jeu des émissions globales

Dans ce paragraphe on définit le comportement stratégique des signataires puis celui des non signataires, pour une taille de l'accord s. Les premiers sont supposés agir ensemble plutôt qu'indépendamment les uns des autres. En particulier, ils choisissent le niveau des émissions

[14] Cette hypothèse fait référence à l'hypothèse de Cournot-Nash. Elle est en concordance avec les travaux de Carraro, Siniscalco, (1993) ; Bauer (1992) ; Hoel (1992). Pour une hypothèse alternative, on peut se référer à Barrett (1994) ou encore Finus (2001). Voir le chapitre 3, section 1.

qui maximise le paiement joint des membres de l'accord et ce, étant donné le comportement adopté par les non signataires. La nature des interactions entre les deux types de pays transparaît toujours à travers la fonction de dommage. Autrement dit, les dommages environnementaux restent une fonction des émissions agrégées de tous les pays, à savoir celles de l'ensemble des signataires ainsi que celles de l'ensemble des non signataires. Sur le plan formel, les signataires résolvent le problème de maximisation suivant :

$$Max_{xs \geq 0}[s\left(b(x_s - 1)^{1/2} - c(sx_s + (n-s)x_{ns})^{1/2}\right)]. \qquad (4.5)$$

La condition nécessaire de premier ordre nous amène à la fonction de meilleure réponse de chaque signataire. Celle-ci prend la forme suivante :

$$x_s(x_{ns}) = \frac{\gamma^2 s^2 + (n-s)x_{ns}}{\gamma^2 s^2 - s}. \qquad (4.5a)$$

Pour déterminer complètement le niveau des émissions d'un signataire par rapport au nombre de membres que compte la coalition, on doit préalablement définir le comportement adopté par chaque non signataire. Ainsi, chacun d'eux choisit son niveau d'émissions x_i, de sorte à maximiser son propre paiement étant donné le comportement adopté par les s signataires et celui des $(n - s - 1)$ autres non signataires. Formellement un non signataire résout le problème de maximisation suivant :

$$Max_{xi \geq 0} b(x_i - 1)^{1/2} - c(sx_s + (n-s-1)x_{ns} + x_i)^{1/2}. \qquad (4.6)$$

La condition nécessaire de premier ordre permet d'établir la fonction de meilleure réponse d'un non signataire :

$$x_i(x_s, x_{ns}) = \frac{\gamma^2 + sx_s + (n-s-1)x_{ns}}{\gamma^2 - 1}. \qquad (4.6a)$$

Cette fonction de réaction dépend à la fois de la stratégie adoptée par les signataires et de celle adoptée par les autres non signataires. Etant donné l'hypothèse de symétrie des pays, tous les non signataires choisissent le même niveau d'émissions à l'équilibre. On peut dès lors réécrire la fonction de réaction d'un non signataire comme une fonction des émissions des membres de la coalition :

$$x_{ns} = (n-s)x_i,$$

$$x_{ns}(x_s) = \frac{\gamma^2 + sx_s}{\gamma^2 - n + s}. \tag{4.6b}$$

L'intersection des deux fonctions de réaction (4.5a) et (4.6b) conduit au niveau d'émissions d'équilibre, respectivement, d'un signataire et d'un non signataire :

$$x_s = 1 + \frac{n}{s^2(\gamma^2 - n + s) - s}, \tag{4.5b}$$

$$x_{ns} = 1 + \frac{ns}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}. \tag{4.6c}$$

Le niveau des émissions totales qui émerge des interactions entre les deux types de pays est tel que :

$$z_T = sx_s + (n-s)x_{ns},$$

$$z_T = \frac{ns\gamma^2}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}. \tag{4.5c}$$

Quels que soient n, $s \geq 2$ et quel que soit γ, les niveaux d'émissions d'équilibre sont toujours positifs et appartiennent à l'intervalle des actions réalisables. Pour déterminer les niveaux de bien-être d'un signataire et d'un non signataire en fonction de la taille de l'accord que l'on considère, on introduit les niveaux d'émissions d'équilibre x_s, x_{ns} et z_T dans les fonctions de paiement correspondantes. La forme que prend, respectivement, celle d'un signataire et celle d'un non signataire se présente de la façon suivante :

$$f_s = \frac{bn^{1/2}(1 - s\gamma^2)}{[s^2(\gamma^2 - n + s) - s]^{1/2}}, \tag{4.5d}$$

$$f_{ns} = \frac{b(ns)^{1/2}(1 - \gamma^2)}{[s(\gamma^2 - n + s) - 1]^{1/2}}. \tag{4.6d}$$

Au regard de la solution qui émerge à l'équilibre du jeu des émissions globales entre les signataires et les non signataires, on peut établir la proposition qui suit :

Proposition 4.4 :

Quels que soient s et n, l'analyse des solutions du jeu de seconde étape conduit aux trois points suivants :

a) Le niveau des émissions d'un signataire est toujours en deçà de celui d'un non signataire, mais tous deux réduisent leurs émissions relativement à la solution de non coopération ;

b) Plus la taille de la coalition s est élevée, plus les niveaux individuels d'émissions, x_s et x_{ns}, sont faibles et plus le niveau global des émissions z_T diminue ;

c) Le paiement d'équilibre d'un signataire est toujours inférieur à celui d'un non signataire : $f_s < f_{ns}$.

Pour comprendre cette proposition, il est intéressant de noter qu'en autorisant un sous-ensemble de pays à coopérer, on se retrouve dans un cas intermédiaire entre la solution de non coopération et la solution de coopération totale. Ces deux solutions constituent en effet des cas particuliers de la solution qui émerge quand on s'intéresse à la formation endogène d'un accord de coopération. En d'autres termes, quand $s = n$, on retombe sur la solution qui est optimale du point de vue de l'ensemble des pays ($x_s = x_c$ et $z_s = z_c$), tandis que quand $s = 1$, le problème se traduit par la solution de non coopération ($x_s = x_{nc}$ et $z_s = z_{nc}$).

Dans le cadre d'une coopération partielle, le fait qu'un signataire émette moins de GES dans l'atmosphère qu'un non signataire n'est pas nouveau. C'est l'objet même de la coopération. Ainsi, un pays qui adhère à l'accord prend uniquement en considération l'impact négatif de ses émissions sur les autres membres de la coalition et réduit par la même son niveau de pollution par rapport à la situation de non coopération. L'élément le plus remarquable qui apparaît sous nos hypothèses est que la coopération entre un sous-ensemble de pays conduit aussi les non signataires à réduire leur niveau d'émissions. Le comportement de passager clandestin prend donc une nouvelle forme par rapport à celles déjà mises en exergue dans la littérature : plutôt que d'annuler une partie de l'effort entrepris par les pays qui adhèrent, un pays qui se comporte en passager clandestin voit aussi ses émissions diminuer, mais moins que celles d'un signataire. En conséquence, quand les stratégies des pays présentent des complémentarités stratégiques, un signataire entreprend un effort de réduction de ses émissions plus important qu'un non signataire et plus le nombre de signataire est grand, plus les efforts des deux types de pays sont conséquents. Finalement, plus la taille de la coalition est grande, plus le niveau global des émissions est faible.

Le troisième point est une conséquence directe des deux premiers. Tous les pays souffrent des mêmes dommages quelle que soit leur décision dans le jeu de première étape. Mais les pays qui signent l'accord de coopération ont des bénéfices plus faibles que les non signataires et donc un paiement final moindre.

Lorsque les pays présentent des complémentarités stratégiques, les signataires comme les non signataires réduisent leurs émissions de GES. Ce comportement se distingue de ceux mis en exergue dans la littérature. Les effets de renforcement entre les stratégies des pays jouent à la baisse quand on autorise ces derniers à coopérer. Par conséquent, l'effort de la coalition n'est plus (partiellement) contrecarré par la stratégie adoptée par les pays qui choisissent de ne pas coopérer. Cependant, un non signataire dispose toujours d'un paiement plus élevé qu'un signataire. Dans ces conditions, il reste à établir la taille de l'accord stable comme équilibre du jeu de première étape. La question est de savoir combien de pays choisiront de signer l'AIE et combien choisiront de rester en dehors.

3.2 Caractérisation de la taille de l'accord stable en présence de complémentarités stratégiques

Pour déterminer combien de pays choisiront de signer l'accord et combien choisiront de rester en dehors dans la première étape du jeu, on recourt aux concepts de stabilité interne et externe. Un AIE est dit stable sur le plan interne si aucun de ses membres n'obtient un paiement plus élevé en sortant de l'accord. A l'inverse, un AIE est dit stable sur le plan externe si aucun des pays en dehors de l'accord n'obtient un paiement plus élevé en le rejoignant. Formellement, s^* correspond au niveau de participation d'équilibre s'il vérifie les deux inégalités suivantes :

$$f_s(s^*) \geq f_{ns}(s^*-1) \qquad \text{et} \qquad f_{ns}(s^*) > f_s(s^*+1). \tag{4.7}$$

Comme Diamantoudi et al. (2006), on cherche à déterminer de manière analytique la taille de l'accord stable. En égalisant les deux fonctions $f_{ns}(s-1)$ et $f_s(s)$, et en permettant au paramètre s de prendre des valeurs qui ne sont pas nécessairement des entiers, on obtient une solution analytique notée $\tilde{s}$. A partir de là, la taille de l'accord de coopération d'équilibre s^* correspond au plus grand entier juste en dessous de $\tilde{s}$. La taille de l'accord s^* est celle qui vérifie simultanément les conditions de stabilité interne et externe (mais pas nécessairement avec l'égalité). Sur le plan formel, on cherche s^* avec $s^* \leq \tilde{s}$ et tel que $f_{ns}(\tilde{s}-1) - f_s(\tilde{s}) = 0$.

Proposition 4.5 :

Pour les fonctions de paiement spécifiées par les équations (4.5d) et (4.6d), le niveau de coopération d'équilibre qui émerge du jeu de première étape est le plus grand entier s juste en dessous de $\tilde{s}$ où :*

$$\tilde{s} = \frac{-\gamma^4 + \gamma^2(2n+5) - (n+1) + \sqrt{\Delta m}}{2(2\gamma^2 - 1)},$$

et avec $\Delta m = [-\gamma^4 + \gamma^2(2n+5) - (n+1)]^2 - 4(1-2\gamma^2)[3\gamma^4 - \gamma^2(3+4n) + n - 2] > 0$.

La Proposition 4.6 définit les variations du niveau de participation d'équilibre par rapport au nombre de pays concernés par le problème environnemental et par rapport à la perception qu'ils ont de sa sévérité :

Proposition 4.6 :

Sous les hypothèses retenues, il existe un unique accord de coopération stable à l'équilibre dont la taille ne dépend que des paramètres n et γ :

a) Quel que soit γ, si $n = 2$, les deux pays se retrouvent toujours gagnants quand ils coopèrent ;

b) Pour $n \geq 3$, si $\gamma^2 \rightarrow n$ (cas où les complémentarités sont les plus fortes), la coalition stable rassemble entre 50% et 75% des pays engagés dans les négociations ;

c) Pour $n \geq 3$, si $\gamma^2 \rightarrow 4n$ (cas où les complémentarités tendent vers zéro), la coalition stable ne rassemble que deux ou trois pays.

Le premier point correspond au cas extrême où seul deux pays sont confrontés au problème. Dans la mesure où un accord est toujours profitable quand les stratégies des pays sont complémentaires, leur paiement de coopération est toujours plus élevé que dans la situation de non coopération. On peut aller plus loin dans notre raisonnement en disant que quels que soient n et γ, un accord regroupant au moins deux pays se formera toujours, même dans les conditions les plus défavorables.

De manière plus générale, le second point établit que l'accord stable qui émerge est le plus large quand les complémentarités entre les stratégies des pays sont les plus fortes. Etant donné la forme des fonctions de paiement retenues et les contraintes qui y sont associées, ce cas coïncide avec celui où la perception des dommages est la plus faible et où les niveaux de pollution sont les plus élevés quand les pays ne coopèrent pas. C'est également dans ces circonstances que la coopération est la plus nécessaire sur le plan des émissions globales (I_1 est grand) et la plus attractive sur le plan des paiements qu'elle génère ($|I_2|$ est grand). Avec l'accroissement du nombre de pays concernés par le problème environnemental, le niveau de participation d'équilibre tend à regrouper plus de la moitié des pays[15]. Cependant, même dans ces conditions les plus favorables, on observe que la coopération reste partielle et que tous les pays ne trouvent pas avantageux de signer l'accord. En d'autres termes, au delà de s^*, il est plus payant de rester en dehors de l'accord que de le signer.

Quand le degré des complémentarités s'affaiblit, en revanche, le niveau de participation d'équilibre baisse. Cette éventualité correspond à celle où la perception des dommages environnementaux se renforce, où les niveaux de pollution à l'équilibre de Nash sont déjà plus modérés et où la coopération devient moins attractive (les indices I_1 et $|I_2|$ diminuent). Plus le paramètre γ est grand, plus le nombre de signataires à l'équilibre diminue. Dès lors, on parvient jusqu'au résultat selon lequel, lorsque les stratégies des pays deviennent presque indépendantes (la pente des fonctions de meilleure réponse tend vers zéro), l'accord stable ne regroupe plus que quelques pays.

Globalement, si on se réfère aux résultats présents dans la littérature quand les stratégies des pays sont substituables, un accord de coopération ne regroupe, au plus, que quatre pays indépendamment du nombre engagé dans les négociations. Nos conclusions sont donc largement plus optimistes quant au niveau de participation d'équilibre. Cependant, il nous reste à établir l'impact environnemental d'une telle coopération, c'est-à dire sur le niveau des émissions globales.

Pour mesurer cet impact, on compare deux situations. Dans les deux cas, on part de la solution de non coopération, qui est inefficace, et on regarde qu'elle est la réduction des émissions globales qui est requise pour atteindre une solution optimale du point de vue de l'ensemble des pays et celle effectivement mise en œuvre par un sous-ensemble de pays. On définit donc un troisième indice I_3, qui est tel que :

$$I_3 = \frac{z_{nc} - z_T}{z_{nc} - z_c}. \tag{4.9a}$$

[15] On fournit en toute fin de l'annexe D une illustration du niveau de participation d'équilibre pour différentes valeurs des paramètres exogènes du modèle (Cf. Tableau D.1).

I_3 est un indice positif qui prend ses valeurs dans l'intervalle [0, 1]. Il mesure la part des efforts globaux de réduction des GES effectivement mis en œuvre par la coalition par rapport à ceux qui sont requis du point de vue de l'ensemble des pays. Plus l'indice tend vers l'unité, plus l'impact environnemental de la coopération est fort ; plus l'indice tend vers zéro, et plus cet impact est négligeable. Etant donné les solutions d'équilibre, l'indice I_3 dépend de trois paramètres, n, s et γ :

$$I_3 = \frac{(n\gamma^2 - 1)(s^2 - 1)}{(n^2 - 1)(s(\gamma^2 - n + s) - 1)} > 0 . \tag{4.9b}$$

De notre point de vue, on s'intéresse uniquement à l'impact environnemental de la coalition d'équilibre. On calcule ainsi pour une série d'exemples présentée en annexe (Tableau D.1), la taille de l'accord d'équilibre et son impact environnemental pour différentes valeurs de n et de γ. Il en ressort que, dans les meilleures conditions (les complémentarités sont les plus fortes), l'impact environnemental de la coalition d'équilibre est de l'ordre de 90%. D'une manière plus générale, on peut établir la proposition qui suit.

Proposition 4.7 :
L'impact environnemental de la coalition d'équilibre est décroissant avec le paramètre γ et ce, d'autant plus que le nombre de pays concernés par le problème environnemental est grand.

Si des pays s'entendent pour réduire conjointement leurs émissions de GES, le niveau des émissions globales diminue de manière certaine relativement à la solution de non coopération dans la mesure où cette action n'est pas entravée par les pays ne participant pas. En coopérant, les pays génèrent donc un impact sur l'environnement qui dépend de leur niveau d'effort. On montre ainsi que dans les cas les plus favorables, c'est-à-dire quand les complémentarités sont les plus fortes ($\gamma^2 \to n$), l'impact environnemental des pays qui coopèrent à l'équilibre est le plus important et I_3 tend vers 1 quel que soit n. Par la suite, plus la perception des dommages est forte par rapport aux bénéfices que les pays retirent de leurs émissions, plus l'impact environnemental du niveau de coopération d'équilibre diminue ; il décroît d'autant plus vite que n est grand. De manière similaire, on peut dire que pour un même taux de participation à l'équilibre du jeu de première étape, l'efficacité de la coopération décroît quand le degré des complémentarités stratégiques diminue.

Les simulations données en annexe permettent d'illustrer l'idée de Barrett (2005) selon laquelle : « même si la coopération de tous les pays concernés par le problème est toujours souhaitable, elle n'est pas essentielle à la fourniture des biens publics environnementaux[16] ». Un sous-ensemble de pays est tout à fait capable d'entreprendre un effort significatif qui permet de réduire l'impact de ses activités économiques sur l'environnement. Les institutions internationales qui œuvrent à la régulation de ce genre de problème doivent donc aussi s'adapter en conséquence.

*

*   *

Si on admet qu'il existe une relation de complémentarité entre les niveaux de consommation et de production des pays, c'est-à-dire si leurs stratégies en termes d'émissions de GES se renforcent les unes, les autres, les niveaux de pollution atteints dans la situation de *statu quo* génèrent des externalités telles que la coopération devient nécessaire et particulièrement attractive. Les résultats obtenus sur les niveaux de participation d'équilibre lorsque les pays ont la possibilité de se regrouper au sein d'un AIE sont beaucoup plus optimistes que ceux observés jusque là dans la littérature pour le même genre d'hypothèses, c'est- à dire quand on recourt au même jeu. Il existe un accord stable qui regroupe généralement bien plus de quatre pays : dans les conditions les plus favorables et pour les fonctions de paiement retenues, la coalition d'équilibre rassemble toujours plus de la moitié des pays engagés dans les négociations. Quand le degré des complémentarités baisse de sorte que les stratégies des pays tendent à devenir indépendantes, le taux de participation diminue aussi.

Plus particulièrement, on remarque que le taux de participation d'équilibre ainsi que son impact environnemental sont totalement remis en cause quand les pays perçoivent les dommages comme étant très sérieux (γ grand). On peut avancer deux raisons à cela. La première est que sous cette condition, les stratégies des pays sont quasi-indépendantes et par suite, seuls les signataires entreprennent un effort de réduction ; d'où la faible efficacité de la coopération. Le second argument repose sur l'idée que quand la perception des dommages est

[16] "*Full cooperation is almost always desirable but rarely essential to the supply of environmental public goods*" (Barrett, 2005).

très forte, les émissions individuelles tendent déjà vers leur niveau incompressible. Par conséquent, même si davantage de pays choisissaient de participer, ils ne pourraient réduire leurs émissions et leurs activités économiques en deçà de ce seuil.

Dans les autres cas et aux regards des politiques environnementales mises en œuvre unilatéralement, la coopération d'un sous-ensemble de pays qui réduisent conjointement leurs émissions de GES génère un réel impact sur l'environnement. Ce résultat est en particulier dû au comportement adopté par les non signataires. Le comportement de passager clandestin qui émerge dans notre modèle constitue une originalité dans le sens où les pays en dehors de l'accord réduisent aussi leurs émissions. L'effort individuel entrepris reste cependant moindre que celui d'un signataire. Bref, la coopération d'un sous-ensemble de pays incite aussi les pays qui restent en dehors à faire des efforts de dépollution.

Un point essentiel qu'il importe de souligner est que la coopération est d'autant plus nécessaire que la perception des dommages environnementaux est faible relativement aux bénéfices que les pays retirent de leurs émissions. Ces conditions correspondent à celles où les coûts d'opportunité d'abattement sont élevés au niveau individuel. Plus les coûts de dépollution sont importants pour un pays et moins celui-ci est incité à entreprendre un effort de réduction seul. Cet effort ne sera mis en œuvre qu'au travers un accord de coopération, même si celui ne regroupe pas l'ensemble des pays. Dans ce contexte, les effets de renforcement entre les stratégies des pays jouent à la baisse. A l'inverse, la coopération devient moins attractive quand les bénéfices que les pays retirent de leurs émissions baissent ou que leur perception des dommages augmente. Car dans cette éventualité, les niveaux d'émissions que les pays fixent à travers leur politique environnementale unilatérale sont davantage contenus. Autrement dit, plus les pays sont conscients du coût environnemental de leurs émissions, moins ils polluent individuellement et moins la coopération est attractive. Ce point est important dans le sens où il s'oppose aux conclusions fournies dans la littérature, c'est-à-dire quand les stratégies des pays sont substituables. Dans le cadre des hypothèses traditionnellement retenues, les auteurs concluent que la coopération est d'autant plus attractive que les coûts d'opportunité de réduction des émissions sont faibles : moins il est coûteux de dépolluer, plus la coopération est nécessaire du point de vue de l'ensemble des pays ! Cette assertion paraît difficilement interprétable sur un plan économique.

ANNEXE D :

LES AIE EN PRESENCE DE COMPLEMENTARITES STRATEGIQUES :

UNE ILLUSTRATION DU NIVEAU DE PARTICIPATION D'EQUILIBRE ET DE SON IMPACT ENVIRONNEMENTAL

_ PREUVES.

L'annexe D se décompose en trois parties. La première présente les calculs détaillés sur les comportements d'équilibre sous les différentes hypothèses retenues (sans coopération, avec coopération totale puis coopération partielle). La seconde partie correspond au raisonnement adopté pour définir formellement la taille de l'accord stable (soit la preuve de la Proposition 4.5). Enfin, la dernière partie fournit les preuves des Propositions 4.1 à 4.4, 4.6 et 4.7.

I. Détails des calculs sur les comportements d'équilibre

1°/ La solution de non coopération

Le programme de maximisation résolu par un pays s'écrit :

$$Max_{\, x \geq 0} f(x, y) = b(x-1)^{1/2} - c(x+y)^{1/2}.$$

La condition nécessaire de premier ordre s'exprime comme suit :

$$\frac{b}{2}(x-1)^{-1/2} - \frac{c}{2}(x+y)^{-1/2} = 0 \cdot$$

On en déduit la fonction de réaction pour le pays en question :

$$x(y) = \frac{\gamma^2 + y}{\gamma^2 - 1} \cdot$$

Eu égard à l'hypothèse de symétrie, $y=(n-1)x$. Cette relation permet d'obtenir la solution individuelle d'équilibre pour la situation de non coopération :

$$x_{nc} = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - n}.$$

De celle-ci découle le niveau global des émissions et les paiements d'équilibre :

$$z_{nc} = nx_{nc} = \frac{n\gamma^2}{\gamma^2 - n}.$$

$$f_{nc} = b(x_{nc} - 1)^{1/2} - c(z_{nc})^{1/2},$$

$$f_{nc} = b\left(\frac{n}{\gamma^2 - n}\right)^{1/2} - c\left(\frac{n\gamma^2}{\gamma^2 - n}\right)^{1/2},$$

Soit,

$$f_{nc} = b\left(\frac{n}{\gamma^2 - n}\right)^{1/2}\left(1 - \gamma^2\right).$$

2°/ La solution de coopération totale

Le programme de maximisation résolu par l'ensemble des pays s'écrit :

$$Max_{z\geq 0}\, n\left(b\left(\frac{z}{n} - 1\right)^{1/2} - cz^{1/2}\right).$$

La condition nécessaire de premier ordre s'exprime comme suit :

$$n\left(\frac{b}{2n}\left(\frac{z}{n} - 1\right)^{-1/2} - \frac{c}{2}z^{-1/2}\right) = 0.$$

On en dérive respectivement le niveau global des émissions, le niveau individuel des émissions et le paiement d'équilibre associé :

$$z_c = \frac{n^2\gamma^2}{n\gamma^2 - 1},$$

$$x_c = \frac{z_c}{n} = \frac{n\gamma^2}{n\gamma^2 - 1},$$

$$f_c = b(x_c - 1)^{1/2} - c(z_c)^{1/2},$$

$$f_c = b\left(\frac{1}{n\gamma^2 - 1}\right)^{1/2} - c\left(\frac{n^2\gamma^2}{n\gamma^2 - 1}\right)^{1/2},$$

$$f_c = b\left(\frac{1}{n\gamma^2 - 1}\right)^{1/2}(1 - n\gamma^2)\ .$$

3°/ La solution avec coopération partielle

- **Le comportement des signataires de l'accord**

Le programme de maximisation résolu par l'ensemble des signataires s'écrit :

$$Max_{x_s \geq 0}\left[s[b(x_s - 1)^{1/2} - c(sx_s + (n-s)x_{ns})^{1/2}]\right].$$

La condition nécessaire de premier ordre s'exprime comme suit :

$$s\left(\frac{b}{2}(x_s - 1)^{-1/2} - \frac{sc}{2}(sx_s + (n-s)x_{ns})^{-1/2}\right) = 0 \cdot$$

On en déduit la fonction de meilleure réponse d'un signataire par rapport au comportement adopté par un non signataire :

$$x_s(x_{ns}) = \frac{\gamma^2 s^2 + (n-s)x_{ns}}{\gamma^2 s^2 - s}. \qquad \text{(D1)}$$

- **Le comportement des non signataires**

Le programme de maximisation résolu par le non signataire désigné par i s'écrit :

$$Max_{x_i \geq 0}\left[\ b(x_i - 1)^{1/2} - c[sx_s + (n-s-1)x_{ns} + x_i]^{1/2}\ \right].$$

La condition nécessaire de premier ordre s'exprime comme suit :

$$\frac{b}{2}(x_i - 1)^{-1/2} - \frac{c}{2}(sx_s + (n-s-1)x_{ns} + x_i)^{-1/2} = 0\ .$$

On en déduit la fonction de réaction pour le non signataire en question :

$$x_i(x_s, x_{ns}) = \frac{\gamma^2 + sx_s + (n-s-1)x_{ns}}{\gamma^2 - 1}.$$

En raison de l'hypothèse de symétrie des non signataires, $x_i = x_{ns}$, $\forall i \notin S$. Cette relation permet d'exprimer la fonction de meilleure réponse d'un non signataire par rapport au comportement d'un signataire :

$$x_{ns}(x_s) = \frac{\gamma^2 + sx_s}{\gamma^2 - n + s}. \qquad \text{(D2)}$$

- **Niveaux d'émissions d'équilibre des signataires et des non signataires**

On obtient le niveau d'émissions d'équilibre d'un non signataire en substituant x_s par D1 dans D2 :

$$(\gamma^2 - n + s)x_{ns} = \gamma^2 + \frac{\gamma^2 s^2 + (n-s)x_{ns}}{\gamma^2 s - 1},$$

ou encore : $$\left((\gamma^2 - n + s)(\gamma^2 s - 1) - (n - s)\right)x_{ns} = \gamma^2(\gamma^2 s - 1) + \gamma^2 s^2,$$

ou encore : $$\gamma^2(s(\gamma^2 - n + s) - 1)x_{ns} = \gamma^2(\gamma^2 s - 1 + s^2),$$

et finalement : $$x_{ns} = \frac{\gamma^2 s + s^2 - 1}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}.$$

Après simplification, on obtient le niveau d'émissions d'équilibre d'un non signataire :

$$x_{ns} = 1 + \frac{ns}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}. \qquad \text{(D3)}$$

Pour définir le niveau d'émissions d'équilibre d'un signataire, on substitue x_{ns} par D3 dans D1 :

$$x_s(x_{ns}) = \frac{\gamma^2 s^2 + (n - s)x_{ns}}{\gamma^2 s^2 - s},$$

ce qui donne encore : $$(\gamma^2 s^2 - s)x_s = \gamma^2 s^2 + (n - s)\left(\frac{\gamma^2 + sx_s}{\gamma^2 - n + s}\right),$$

ou : $$((\gamma^2 s^2 - s)(\gamma^2 - n + s) - s(n - s))x_s = \gamma^2 s^2(\gamma^2 - n + s) + (n - s)\gamma^2,$$

et finalement : $$x_s = \frac{s^2(\gamma^2 - n + s) + n - s}{s^2(\gamma^2 - n + s) - s}.$$

Après simplification, on obtient le niveau d'émissions d'équilibre d'un non signataire :

$$x_s = 1 + \frac{n}{s^2(\gamma^2 - n + s) - s}. \qquad \text{(D4)}$$

A partir des relations D3 et D4, on détermine le niveau global des émissions z_T, tel que $z_T = sx_s + (n - s)x_{ns}$, qui émerge du comportement des deux types de pays :

$$z_T = \frac{s^2(\gamma^2 - n + s) + n - s}{s(\gamma^2 - n + s) - 1} + (n - s)\frac{\gamma^2 s + s^2 - 1}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}$$

soit : $$z_T = \frac{ns\gamma^2}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}. \qquad \text{(D5)}$$

- **Paiements d'équilibre des deux types de pays**

Pour les signataires, on substitue x_s par D4 et z_T par D5 dans la fonction de paiement originale :

$$f_s = b(x_s - 1)^{1/2} - c(z_T)^{1/2},$$

ce qui donne : $$f_s = b\left(\frac{n}{s^2(\gamma^2 - n + s) - s}\right)^{1/2} - c\left(\frac{ns\gamma^2}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}\right)^{1/2},$$

ou encore : $$f_s = b\left(\frac{n}{s^2(\gamma^2 - n + s) - s}\right)^{1/2}(1 - s\gamma^2),$$

et finalement : $$f_s = \frac{bn^{1/2}(1 - s\gamma^2)}{[s^2(\gamma^2 - n + s) - s]^{1/2}}. \qquad \text{(D6)}$$

Pour les non signataires, on substitue x_{ns} par D3 et z_T par D5 dans la fonction de paiement originale :

$$f_{ns} = b(x_{ns} - 1)^{1/2} - c(z_T)^{1/2},$$

ce qui donne : $$f_{ns} = b\left(\frac{ns}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}\right)^{1/2} - c\left(\frac{ns\gamma^2}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}\right)^{1/2},$$

ou encore : $$f_{ns} = b\left(\frac{ns}{s(\gamma^2 - n + s) - 1}\right)^{1/2}(1 - \gamma^2),$$

et finalement : $$f_{ns} = \frac{b(ns)^{1/2}(1 - \gamma^2)}{[s(\gamma^2 - n + s) - 1]^{1/2}}. \qquad \text{(D7)}$$

II. Détermination de la taille de l'accord stable (preuve de la Proposition 4.5)

Pour déterminer la taille de l'accord stable, on procède en trois étapes : on définit d'abord la forme de la fonction de stabilité à partir des équations D6 et D7, on en étudie ensuite les variations pour des valeurs de s appartenant à $[1, n]$ et on caractérise $\tilde{s}$ qui correspond à la taille de l'accord pour laquelle la fonction de stabilité est nulle. Le niveau de participation d'équilibre est alors le plus grand entier immédiatement inférieur à $\tilde{s}$.

1°/ Forme de la fonction de stabilité

La fonction de stabilité est telle que : $L(s) = f_s(s) - f_{ns}(s-1)$.

En tenant compte de D6 et D7, on obtient :

$$L(s)=\frac{bn^{1/2}(1-s\gamma^2)}{\left[s^2(\gamma^2-n+s)-s\right]^{1/2}}-\frac{bn^{1/2}(s-1)^{1/2}(1-\gamma^2)}{\left[(s-1)(\gamma^2-n+s-1)-1\right]^{1/2}},$$

Ou encore après une légère manipulation :

$$L(s)=\frac{bn^{1/2}\left[\ \left((s-1)(\gamma^2-1)^2\left(s^2(\gamma^2-n+s)-s\right)\right)^{1/2}-\left((s\gamma^2-1)^2\left((s-1)(\gamma^2-n+s-1)-1\right)\right)^{1/2}\ \right]}{\left[(s-1)(\gamma^2-n+s-1)-1\right]^{1/2}\left[s^2(\gamma^2-n+s)-s\right]^{1/2}}$$

Quand la fonction de stabilité est positive (respectivement négative), la coalition est stable sur le plan interne (externe). Son signe dépend uniquement du numérateur qui est de la forme $A^{1/2}-B^{1/2}$ avec A, $B > 0$. Dans ce qui suit, on utilise l'identité remarquable suivante :

$$A^{1/2}-B^{1/2}=\frac{(A^{1/2}-B^{1/2})(A^{1/2}+B^{1/2})}{A^{1/2}+B^{1/2}}=\frac{A-B}{A^{1/2}+B^{1/2}},$$

avec $A=(s-1)(\gamma^2-1)^2(s^2(\gamma^2-n+s)-s)$ et $B=(s\gamma^2-1)^2\left((s-1)(\gamma^2-n+s-1)-1\right)$.

En calculant ($A-B$), on trouve le polynôme d'ordre 4 suivant :

$$A-B=s^4(1-2\gamma^2)+s^3(-\gamma^4+\gamma^2(5+2n)-(n+1))+s^2(3\gamma^4-\gamma^2(3+4n)+n-2)+$$
$$+s(-\gamma^4+\gamma^2(2n-3)+n+3)+\gamma^2-n.$$

2°/ Etude des variations de la fonction de stabilité

En dérivant deux fois ($A-B$), on obtient un polynôme d'ordre 2 dont on peut étudier le signe sur l'intervalle [1, n] :

$$\frac{\partial^2(A-B)}{\partial s^2}=2[6s^2(1-2\gamma^2)+3s\left(-\gamma^4+\gamma^2(5+2n)-(n+1)\right)+3\gamma^4-\gamma^2(3+4n)+n-2]\cdot$$

On note Δ_1 le déterminant de ce polynôme. Celui-ci est toujours positif :

$$\Delta_1=3\left(3\left(-\gamma^4+\gamma^2(2n+5)-(n+1)\right)^2+8(2\gamma^2-1)(3\gamma^4-\gamma^2(3+4n)+n-2)\right)\cdot$$

Les racines de ce polynôme sont les suivantes (avec $s_1 < s_2$) :

$$s_1=\frac{-3\left(-\gamma^4+\gamma^2(2n+5)-(n+1)\right)+\sqrt{\Delta_1}}{12(1-2\gamma^2)},$$

$$s_2=\frac{-3\left(-\gamma^4+\gamma^2(2n+5)-(n+1)\right)-\sqrt{\Delta_1}}{12(1-2\gamma^2)}.$$

Eu égard aux contraintes sur γ^2 relativement à n, on a toujours $s_1 < 1$. La dérivée seconde de ($A - B$) est donc positive sur l'intervalle $[1, s_2]$ et négative sur $[s_2, n]$. La dérivée première de ($A - B$) est donc d'abord croissante puis décroissante en s. De plus, on calcule cette dérivée pour $s = 1$ et $s = n$. On montre qu'elle est d'abord positive, puis négative sur l'intervalle $[1, n]$, pour tout $n \geq 2$:

$$\frac{\partial(A-B)}{\partial s} = 4s^3(1-2\gamma^2) + 3s^2\left(-\gamma^4 + \gamma^2(5+2n) - (n+1)\right) + 2s\left(3\gamma^4 - \gamma^2(3+4n) + n - 2\right) -$$
$$- \gamma^4 + \gamma^2(2n-3) + n + 3 \cdot$$

- Quand $s = 1$, $\dfrac{\partial(A-B)}{\partial s} = 2\gamma^2(\gamma^2 - 1) > 0 \cdot$

- Quand $s = n$, on trouve un polynôme de degré 2 en γ^2 :

$$\frac{\partial(A-B)}{\partial s} = \gamma^4\left(-3n^2 + 6n - 1\right) + \gamma^2\left(-2n^3 + 7n^2 - 4n - 3)\right) + (n-1)(n^2 - 3) \cdot$$

A noter que le facteur devant γ^4 est négatif pour tout $n \geq 2$.

Enfin, on note Δ_2 le déterminant de ce polynôme :

$$\Delta_2 = \left(-2n^3 + 7n^2 - 4n - 3\right)^2 - 4(-3n^2 + 6n - 1)(n-1)(n^2 - 3) \cdot$$

Celui-ci est positif pour tout $n \geq 2$ et les deux racines de ce polynôme en γ^2 sont en deçà de n. Par conséquent, la dérivée première de ($A - B$) est toujours négative pour $s = n$ et $n \geq 2$. Les signes de cette dérivée nous permettent de conclure quant à l'évolution de ($A - B$) sur l'intervalle $[1, n]$: ($A - B$) est d'abord croissante puis décroissante en s.

Il reste à établir qu'elle ne coupe qu'une seule fois l'axe des abscisses. Pour cela, on montre que quand ($A - B$) est croissante, elle est toujours positive avec son minimum atteint pour s=1, tandis que quand elle est décroissante, elle est négative au point où elle est minimum, à savoir quand $s = n$.

- Pour $s = 1$, $A - B = \gamma^4 - 2\gamma^2 + 1 = (\gamma^2 - 1)^2 > 0$ quel que soit γ^2;

- Pour $s = n$, $A - B = \gamma^2 n^3(1-\gamma^2) + n^2\left(3\gamma^4 - \gamma^2 - 1\right) + n\left(-\gamma^4 - 3\gamma^2 + 2\right) + \gamma^2.$

L'étude du signe de ($A - B$) quand $s = n$ amène à la conclusion qu'il est toujours négatif tant que $n > 2$. Par conséquent, quand ($A - B$) est décroissante en s, il existe une unique valeur $\tilde{s}$ qui est telle que ($A - B$) = 0. Il reste à caractériser cette solution.

3°/ Caractérisation de $\widetilde{s}$

Ce que l'on recherche, plus exactement, c'est la valeur de s pour laquelle $(A - B)$ change de signe. Pour caractériser cette valeur, on réécrit $(A - B)$ de la façon suivante :

$$A - B = s^2\Gamma(s) + \Phi(s),$$

avec $\Gamma(s) = s^2(1-2\gamma^2) + s(-\gamma^4 + \gamma^2(5+2n) - (n+1)) + 3\gamma^4 - \gamma^2(3+4n) + n - 2$

et $$\Phi(s) = s\left(-\gamma^4 + \gamma^2(2n-3) + n + 3\right) + \gamma^2 - n.$$

L'étude de $\Gamma(s)$ nous fournit une bonne approximation de la taille de l'accord stable. La raison en est que, pour les fonctions polynomiales, les facteurs déterminants sont ceux qui ont les degrés les plus élevés. Quand $\Gamma(s) = 0$, $(A - B)$ ne dépend que du signe de $\Phi(s)$:

- Si $-\gamma^4 + \gamma^2(2n-3) + n + 3 \geq 0$, $\Phi(s)$ est toujours strictement positif. Cette relation est vérifiée tant que $\gamma^2 \in \left]n \,;\, n - 3/2 + \sqrt{n^2 - 2n + 21/4}\,\right]$.
- Si $-\gamma^4 + \gamma^2(2n-3) + n + 3 < 0$, on peut montrer que $\Phi(s)$ est toujours strictement négatif. Dans ce cas, $\gamma^2 \in \left]n - 3/2 + \sqrt{n^2 - 2n + 21/4}\,; +\infty\right[$ et $\Phi(s) > 0$ si $s < \dfrac{\gamma^2 - n}{\gamma^4 - \gamma^2(2n-3) - (n+3)}$.

La seule solution admissible (c'est-à-dire non négative) pour $\Gamma(s) = 0$, est la suivante :

$$\widetilde{s} = \frac{-\gamma^4 + \gamma^2(2n+5) - (n+1) + \sqrt{\Delta m}}{2(2\gamma^2 - 1)}$$

avec $\Delta m = [-\gamma^4 + \gamma^2(2n+5) - (n+1)]^2 - 4(1-2\gamma^2)[3\gamma^4 - \gamma^2(3+4n) + n - 2] > 0$.

De plus, si $s < \widetilde{s}$, $\Gamma(s) > 0$, et si $s > \widetilde{s}$, $\Gamma(s) < 0$.

Même si $\Phi(s)$ est négatif pour certaines valeurs de γ^2, le signe de $(A - B)$ est essentiellement fonction du signe de $\Gamma(s)$. De ce fait, la plus grande coalition stable correspond au plus grand entier, noté s^*, immédiatement inférieur à $\widetilde{s}$.

Pour cette valeur s^*, on vérifie que $\Gamma(s^*) > 0$, (A – B) > 0 et par conséquent $L(s^*) > 0$, tandis que $\Gamma(s^*+1) < 0$, (A – B) < 0 et par conséquent $L(s^*+1) < 0$. La taille de l'accord stable s^* est donc telle qu'aucun signataire ne désire sortir de l'accord : $f_s(s^*) > f_{ns}(s^*-1)$ et aucun non signataire ne désire y entrer : $f_s(s^*+1) < f_{ns}(s^*)$. CQFD.

III. Preuves des Propositions 4.1 à 4.7

Les preuves des Propositions 4.1, 4.2, 4.4 et 4.7 sont établies par différentiation des solutions d'équilibre.

Proposition 4.1 :

Etant donné les hypothèses sur les fonctions de bénéfice et de dommage, les deux points suivants sont vérifiés :

d) Les niveaux d'émissions individuels et globaux, à l'équilibre de la situation de non coopération, x_{nc} et z_{nc}, sont croissants en n et décroissants en γ ;

e) Le paiement d'équilibre de chaque pays est décroissant en n tandis qu'il est croissant en γ, tant que γ reste en deçà d'un certain seuil : $\bar{\gamma} = (2n-1)^{1/2}$; au delà de ce seuil il décroît en γ.

Preuve :

On montre tout d'abord que, pour la fonction de paiement considérée, les stratégies des pays sont complémentaires. Pour cela, on calcule la dérivée seconde croisée de *f(x, y)* par rapport à *x* et *y* :

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{c}{4}(x+y)^{-3/2} > 0$$

Sous nos hypothèses, la fonction de paiement considérée est concave en sa propre stratégie, ce qui implique la continuité de la fonction de meilleure réponse de chaque pays. De plus, pour l'ensemble des stratégies accessibles, la pente de celle-ci est toujours inférieure à l'unité :

$$\frac{\partial x(y)}{\partial y} = \frac{1}{\gamma^2 - 1} < 1 \cdot$$

Par conséquent, il existe un unique point d'intersection entre la fonction de meilleure réponse d'un pays et la première bissectrice des axes. Ce point correspond à l'unique équilibre de Nash du jeu. Si on dérive les solutions d'équilibre x_{nc} et z_{nc} par rapport aux paramètres *n* et γ, on trouve :

$$\frac{\partial x_{nc}}{\partial n} = \frac{\gamma^2}{(\gamma^2 - n)^2} > 0 ,$$

$$\frac{\partial z_{nc}}{\partial n} = \frac{\gamma^4}{(\gamma^2 - n)^2} > 0 ,$$

$$\frac{\partial x_{nc}}{\partial \gamma} = \frac{-2n\gamma}{(\gamma^2 - n)^2} < 0 ,$$

$$\frac{\partial z_{nc}}{\partial \gamma} = n \frac{\partial x_{nc}}{\partial \gamma} < 0 \cdot$$

De manière similaire la preuve du point b) est établie en dérivant f_{nc} par rapport à n et γ :

$$\frac{\partial f_{nc}}{\partial n} = \frac{b\gamma^2(1-\gamma^2)}{2n^{1/2}(\gamma^2-n)^{3/2}} < 0,$$

$$\frac{\partial f_{nc}}{\partial \gamma} = \frac{bn^{1/2}\gamma(-\gamma^2+2n-1)}{(\gamma^2-n)^{3/2}}.$$

Le signe de $\partial f_{nc}/\partial \gamma$ dépend de celui de $(-\gamma^2+2n-1)$ qui est positif (respectivement négatif) quand $\gamma^2 \leq (>) 2n-1$. CQFD.

Proposition 4.2:

Quand l'ensemble des pays coopère, les trois propriétés suivantes sont vérifiées :

d) Le niveau individuel des émissions d'équilibre x_c est décroissant en n tandis que le niveau global des émissions z_c est croissant en n ;

e) Les niveaux individuels et globaux d'équilibre, x_c et z_c, sont décroissants en γ ;

f) Le paiement d'équilibre obtenu par chaque pays est décroissant en n et en γ.

<u>Preuve :</u>

Dans la situation de coopération totale, on trouve pour les points a) et b) :

$$\frac{\partial x_c}{\partial n} = \frac{-\gamma^2}{(n\gamma^2-1)^2} < 0,$$

$$\frac{\partial z_c}{\partial n} = \frac{n\gamma^2(n\gamma^2-2)}{(n\gamma^2-1)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial x_c}{\partial \gamma} = \frac{-2n\gamma}{(n\gamma^2-1)^2} < 0,$$

$$\frac{\partial z_c}{\partial \gamma} = \frac{-2n^2\gamma}{(n\gamma^2-1)^2} < 0.$$

De manière similaire pour les fonctions de paiement de la solution globalement optimale (point c)), on trouve :

$$\frac{\partial f_c}{\partial n} = \frac{-b\gamma^2}{2(n\gamma^2-1)^{1/2}} < 0.$$

$$\frac{\partial f_c}{\partial \gamma} = \frac{-bn\gamma}{(n\gamma^2-1)^{1/2}} < 0.$$

CQFD.

Proposition 4.3 :

La comparaison des solutions de non coopération et de coopération totale conduit aux trois points suivants :

d) *Les niveaux d'émissions individuels et agrégés quand tous les pays coopèrent, x_c et z_c , sont tels que : $x_c < x_{nc}$ et $z_c < z_{nc}$;*

e) *Les paiements d'équilibre sont tels que : $f_c > f_{nc}$;*

f) *I_1 est croissant en n et décroissant en γ, tandis que I_2 est décroissant en n et croissant en γ.* [71]

Preuve :

Pour établir le premier point, on calcule la différence entre x_c et x_{nc}, puis celle entre z_c et z_{nc} ; ce qui nous amène aux résultats suivants :

$$x_c - x_{nc} = \frac{\gamma^2(1-n^2)}{(n\gamma^2-1)(\gamma^2-n)} < 0 \quad \text{et} \quad z_c - z_{nc} = n(x_c - x_{nc}) < 0 .$$

De la même façon, pour établir que le paiement d'équilibre est plus faible dans la situation de non coopération, on calcule la différence entre f_c et f_{nc}. On trouve le résultat suivant :

$$f_c - f_{nc} = \frac{b\gamma^2(n-1)^2}{(\gamma^2-n)^{1/2}\left[\ \left((n\gamma^2-1)(\gamma^2-n)\right)^{1/2} + n^{1/2}(\gamma^2-1)\ \right]} > 0 .$$

Enfin, pour le point c), on trouve les résultats suivants :

$$\frac{\partial I_1}{\partial n} = \frac{n(n\gamma^2-1)+\gamma^2-n}{(n\gamma^2-1)^2} > 0 ,$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \gamma} = \frac{-2n\gamma(n^2-1)}{(n\gamma^2-1)^2} < 0 ,$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial n} = \frac{\gamma^2(1-\gamma^2)(n^2-1)}{2n^{1/2}\left[(\gamma^2-n)(n\gamma^2-1)\right]^{3/2}} < 0 ,$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial \gamma} = \frac{n^{1/2}\gamma(\gamma^2+1)(n-1)^2}{\left[(\gamma^2-n)(n\gamma^2-1)\right]^{3/2}} > 0 .$$

CQFD.

[71] Quand on dit que I_2 est décroissant en *n*, cela signifie que la différence relative entre les paiements d'équilibre, en valeur absolue, est d'autant plus grande que *n* est grand, tandis que, I_2 croissant en γ signifie que cette même différence tend vers zéro quand γ augmente.

Proposition 4.4 :

Quels que soient s et n, l'analyse des solutions du jeu de seconde étape conduit aux trois points suivants :

d) Le niveau des émissions d'un signataire est toujours en deçà de celui d'un non signataire, mais tous deux réduisent leurs émissions relativement à la solution de non coopération ;

e) Plus la taille de la coalition s est élevée, plus les niveaux individuels d'émissions, x_s *et* x_{ns}*, sont faibles et plus le niveau global des émissions* z_T *diminue ;*

f) Le paiement d'équilibre d'un signataire est toujours inférieur à celui d'un non signataire : $f_s < f_{ns}$*.*

Preuve :

Comme pour la preuve du Résultat 4.3 a), on calcule successivement la différence entre x_s et x_{ns} puis entre x_{nc} et x_{ns} :

$$x_s - x_{ns} = \frac{n(1-s^2)}{s^2(\gamma^2 - n + s) - s} < 0,$$

$$x_{nc} - x_{ns} = \frac{n(s^2-1)}{(s(\gamma^2 - n + s) - 1)(\gamma^2 - n)} > 0.$$

Pour le point b), on dérive l'ensemble des solutions d'équilibre par rapport au paramètre s :

$$\frac{\partial x_s}{\partial s} = -\frac{\left(2s(\gamma^2 - n) + 3s^2 - 1\right)}{\left(s^2(\gamma^2 - n + s) - s\right)^2} < 0,$$

$$\frac{\partial x_{ns}}{\partial s} = -\frac{n(s^2+1)}{\left(s(\gamma^2 - n + s) - 1\right)^2} < 0,$$

$$\frac{\partial z_T}{\partial s} = -\frac{n\gamma^2(s^2+1)}{\left(s(\gamma^2 - n + s) - 1\right)^2} < 0.$$

Concernant le point c), un signataire et un non signataire supportent le même dommage. La comparaison des paiements des deux types de pays est ainsi évidente si on se réfère à la démonstration du point a), et l'inégalité $f_s < f_{ns}$ est toujours vérifiée. CQFD.

Proposition 4.6 :

Sous les hypothèses retenues, il existe un unique accord de coopération stable à l'équilibre dont la taille ne dépend que des paramètres n et γ :

d) Quel que soit γ, si n = 2, les deux pays se retrouvent toujours gagnants quand ils coopèrent ;

e) Pour n ≥ 3, si $\gamma^2 \to n$ (cas où les complémentarités sont les plus fortes), la coalition stable rassemble entre 50% et 75% des pays engagés dans les négociations ;

f) Pour n ≥ 3, si $\gamma^2 \to 4n$ (cas où les complémentarités tendent vers zéro), la coalition stable ne rassemble que deux ou trois pays.

Preuve :

La preuve du premier point est immédiate si on se réfère à la preuve de la Proposition 4.3 b) qui établit que $f_c > f_{nc}$. Or, quand $n = 2$, $s = 1$ correspond à la solution de non coopération et $s = 2$ à la solution de coopération totale indépendamment du paramètre γ.

Pour établir que le taux de participation d'équilibre tend vers 50% des pays ($s/n \to 1/2$) dans les conditions les plus favorables ($\gamma^2 \to n$), on calcule la taille de la coalition d'équilibre pour $\gamma^2 = n + 1$. On trouve :

$$\tilde{s} = \frac{(n+1)(n+3) + \sqrt{\Delta m}}{2(2n+1)}, \text{ avec } \Delta m = (n+1)^2(n+3)^2 - 4(1+2n)(n^2+2),$$

et
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\tilde{s}}{n} = \lim_{n \to +\infty} \frac{\left(1 + 4/n + 3/n^2 + \sqrt{1 + 18/n^2 + 8/n^3 + 1/n^4}\right)}{4 + 2/n} = \frac{1}{2}.$$

Le dernier point est établi de manière similaire en utilisant $\gamma^2 = 4n$. On trouve alors :

$$\tilde{s} = \frac{-8n^2 + 19n - 1 + \sqrt{\Delta m}}{2(8n-1)}, \text{ avec } \Delta m = 64n^4 + 720n^3 - 103n^2 - 58n + 9 > 0,$$

et
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\tilde{s}}{n} = \lim_{n \to +\infty} \frac{\left(-8 + 19/n - 1/n^2 + \sqrt{64 + 720/n - 103/n^2 + -58/n^3 + 9/n^4}\right)}{16 - 8/n} = 0.$$

Cependant, dans la mesure où toutes les coalitions sont profitables quand les pays présentent des complémentarités stratégiques, un accord regroupant au moins deux pays se formera toujours, indépendamment du paramètre γ. CQFD.

Proposition 4.7 :

L'impact environnemental de la coalition d'équilibre est décroissant avec le paramètre γ et ce, d'autant plus que le nombre de pays concernés par le problème environnemental est grand.

Preuve :

Pour définir l'indice I_3, on compare la réduction requise par rapport à la situation de non coopération, pour atteindre la solution optimale du point de vue de l'ensemble des pays à celle effectivement mise en œuvre par la coopération d'un sous-ensemble de pays. En d'autres termes, on compare les deux ratios suivants :

$$\frac{z_{nc} - z_c}{z_{nc}} \quad \text{et} \quad \frac{z_{nc} - z_T}{z_{nc}} .$$

L'impact environnemental de la coalition correspond à leur rapport. On peut alors caractériser I_3 en fonction des paramètres n et γ :

$$I_3 = \frac{(n\gamma^2 - 1)(s^2 - 1)}{(n^2 - 1)(s(\gamma^2 - n + s) - 1)} > 0 .$$

En dérivant cet indice par rapport à γ, on montre qu'il évolue dans le sens opposé de celui du paramètre γ :

$$\frac{\partial I_3}{\partial \gamma} = \frac{-2\gamma(s^2 - 1)(n - s)(sn + 1)}{(n^2 - 1)\left[s(\gamma^2 - n + s) - 1\right]^2} < 0 .$$

De la même façon, si on calcule la dérivée croisée de I_3 par rapport à n et γ, on trouve que l'indice décroît d'autant plus vite en γ que n est grand :

$$\frac{\partial^2 I_3}{\partial \gamma \partial n} = \frac{-2\gamma(s^2 - 1)}{(n^2 - 1)^2\left[s(\gamma^2 - n + s) - 1\right]^4}\Big[\big(sn + 1 + s(n - s)\big)(n^2 - 1)(s(\gamma^2 - n + s) - 1)^2 - $$
$$-(n - s)(sn + 1)\Big(2n(s(\gamma^2 - n + s) - 1)^2 - 2s(n^2 - 1)(s(\gamma^2 - n + s) - 1)\Big)\ \Big].$$

Après simplification, on obtient la relation suivante :

$$\frac{\partial^2 I_3}{\partial \gamma \partial n} = \frac{-2\gamma(s^2 - 1)\left[(n^2 + 1)(s^2 - 1)(s(\gamma^2 - n + s) - 1) + 2s(n^2 - 1)(n - s)(sn + 1)\right]}{(n^2 - 1)^2\left[s(\gamma^2 - n + s) - 1\right]^3} < 0 .$$

Le terme entre crochet du numérateur est toujours strictement positif, ce qui rend cette dérivée seconde croisée négative. Par conséquent, plus n est grand, plus la décroissance de I_3 en γ est forte. CQFD.

Les tableaux qui suivent donnent des valeurs de la taille de la coalition stable pour différentes valeurs de n et de γ, ainsi que leur impact environnemental respectif. Les complémentarités sont les plus fortes quand $\gamma^2 = n + 1$ et les lus faibles quand $\gamma^2 = 4n$. Le tableau où $\gamma^2 = 2n$ correspond à un cas intermédiaire.

Dans les conditions les plus favorables (les complémentarités sont les plus fortes), on voit que la taille de l'accord d'équilibre tend toujours à regrouper au moins la moitié des pays concernés par l'externalité. De plus, même si on n'observe pas la formation de la grande coalition, l'impact environnemental de la coopération est presque parfait : le niveau global des émissions d'équilibre tend vers celui qui est optimal du point de vue de tous les pays. A noter que ces conditions sont loin de requérir la présence de complémentarités parfaites entre les Etats.

Dès lors que les stratégies des pays tendent à devenir indépendantes (les complémentarités sont les plus faibles), on retrouve les résultats usuels de la théorie, c'est-à-dire que la coalition regroupe au plus 3 pays et l'impact environnemental de la coopération décroît rapidement avec le nombre de pays concernés par l'externalité.

$\gamma^2 = n + 1$

n	$\widetilde{s}$	s*	s*/n (%)	I3
2	2,52	2	100,00	1,13
3	2,88	2	66,67	0,99
4	3,28	3	75,00	0,95
5	3,70	3	60,00	0,94
6	4,14	4	66,67	0,93
7	4,59	4	57,14	0,93
8	5,06	5	62,50	0,93
9	5,53	5	55,56	0,94
10	6,00	6	60,00	0,94
15	8,42	8	53,33	0,95
20	10,88	10	50,00	0,96
25	13,35	13	52,00	0,97
30	15,84	15	50,00	0,97
40	20,82	20	50,00	0,98
50	25,80	25	50,00	0,98
60	30,79	30	50,00	0,98
70	35,79	35	50,00	0,99
80	40,78	40	50,00	0,99
100	50,78	50	50,00	0,99
200	100,76	100	50,00	1,00

	$\gamma^2 = 2n$				$\gamma^2 = 4n$			
n	$\widetilde{s}$	s*	s*/n (%)	I3	$\widetilde{s}$	s*	s*/n (%)	I3
2	2,64	2	100,00	1,24	2,81	2	100,00	1,45
3	2,95	2	66,67	0,99	2,99	2	66,67	1,00
4	3,21	3	75,00	0,87	3,12	3	75,00	0,79
5	3,43	3	60,00	0,79	3,21	3	60,00	0,67
6	3,64	3	50,00	0,73	3,29	3	50,00	0,58
7	3,83	3	42,86	0,68	3,35	3	42,86	0,52
8	4,01	4	50,00	0,64	3,40	3	37,50	0,46
9	4,18	4	44,44	0,61	3,45	3	33,33	0,42
10	4,34	4	40,00	0,59	3,48	3	30,00	0,39
15	5,04	5	33,33	0,49	3,61	3	20,00	0,28
20	5,63	5	25,00	0,43	3,69	3	15,00	0,22
25	6,16	6	24,00	0,39	3,74	3	12,00	0,18
30	6,63	6	20,00	0,36	3,78	3	10,00	0,15
40	7,47	7	17,50	0,31	3,83	3	7,50	0,12
50	8,22	8	16,00	0,28	3,86	3	6,00	0,09
60	8,89	8	13,33	0,26	3,88	3	5,00	0,08
70	9,51	9	12,86	0,24	3,90	3	4,29	0,07
80	10,09	10	12,50	0,22	3,91	3	3,75	0,06
100	11,14	11	11,00	0,20	3,93	3	3,00	0,05
200	15,28	15	7,50	0,14	3,96	3	1,50	0,02

Tableaux D.1: Simulations de la taille de l'accord stable et de son impact environnemental pour des valeurs croissantes de *n* et de *γ*.

CONCLUSION DE LA PARTIE 2

Dans un contexte où les pays ont la possibilité de coordonner leur politique environnementale à travers la formation d'un AIE, la nature des interdépendances qui caractérise les pays joue de nouveau un rôle prépondérant. Elle influe non seulement sur la profitabilité d'un tel accord pour les pays qui y adhèrent, mais aussi sur le taux de participation qui émerge à l'équilibre et sur l'impact environnemental d'une telle coopération.

Dans le chapitre 3, le recours à l'approche par la fonction de partition par membre nous permet d'étudier directement le processus d'adhésion des pays à l'accord de coopération. Ce processus repose sur une hypothèse de rationalité individuelle dans le sens où un pays choisit d'adhérer si (i) son paiement est plus élevé que si aucun accord ne se formait, (ii) il est mieux doté au sein de l'accord que s'il en sortait. Les propriétés de cette fonction qui sont caractéristiques des problèmes environnementaux globaux diffèrent à la marge en fonction de la nature des interactions entre les pays. On montre en particulier que les rendements de la coopération sont toujours plus importants pour les signataires quand les stratégies des pays sont complémentaires, que lorsqu'elles sont substituables. Ce résultat est inversé du point de vue des non signataires. Il ressort de cette analyse que le niveau de coopération d'équilibre est nécessairement plus important dans le premier cas que dans le second, malgré l'incitation toujours présente à se comporter en passager clandestin et qui résulte du caractère de bien public de l'environnement.

L'analyse menée dans le dernier chapitre confirme ces résultats pour une fonction de paiement particulière postulant une relation de complémentarité entre les niveaux d'émissions des pays. Au regard des résultats présents dans la littérature et selon lesquels pas plus de quatre pays (indépendamment du nombre engagé dans les négociations) se regrouperont, ce chapitre permet ainsi d'illustrer un niveau de participation d'équilibre de l'ordre de 50% des pays concernés par le problème environnemental. Cette coopération conduit par ailleurs à un impact significatif sur l'environnement (c'est-à-dire une réduction des émissions de l'ordre de 90% par rapport à la réduction requise du point de vue globalement optimal). Malgré ces résultats, l'incitation à se comporter en passager clandestin est toujours présente. Il s'ensuit que la grande coalition, c'est-à-dire l'accord regroupant l'ensemble des pays, n'est jamais stable.

A partir de modèles qui sont standard dans la littérature, les propositions formulées apportent un nouveau regard sur les résultats qui pourraient émerger des négociations internationales environnementales, en reconsidérant uniquement la nature des interactions entre les pays. Cette approche nous permet en outre de reconsidérer le comportement de passager clandestin. Si on se réfère aux modèles exposés dans la littérature, celui-ci est généralement considéré comme le principal obstacle à la coopération internationale, dans le sens où il entrave les efforts entrepris par certains pays. Si on admet que les stratégies des pays sont substituables, l'importance de ce comportement semble sur-pondérée ; il conduit inévitablement à un niveau de coopération très faible, même dans les situations les plus critiques. A contrario, lorsque les stratégies des pays sont complémentaires, il existe toujours une incitation à se détourner de l'accord de coopération qui reste partiel. Mais, le comportement de passager clandestin prend la forme d'un effort de réduction moindre pour les non signataires que celui entrepris par les pays qui adhèrent.

CONCLUSION GENERALE

A partir d'un modèle délibérément conventionnel, nous mettons en évidence des résultats originaux au regard de ceux exposés dans la littérature. Ceux-ci émergent tout simplement de la reconsidération de la nature des interactions entre les pays. En étudiant tour à tour le cas où les stratégies des pays sont substituables et celui où elles sont complémentaires, nous mettons en évidence les différences de comportement de la part des agents qui émergent dans le cadre du problème de l'accumulation des GES dans l'atmosphère. Cette analyse est tout d'abord menée dans un contexte de « laisser-faire », puis quand les pays ont la possibilité de se regrouper pour réduire conjointement leurs émissions de GES. Nous montrons ainsi que le comportement des pays dans leur stratégie de pollution ou de dépollution est fortement conditionné par la nature et la force de leurs interdépendances.

Cette analyse des interdépendances entre les pays est justifiée par le fait que les échanges internationaux et plus particulièrement leur libéralisation a été à l'origine d'une ouverture et d'une interconnexion croissante des économies nationales. Même si dans le cadre de cette thèse, la nature des interdépendances entre les pays reste une hypothèse dont nous étudions les impacts, le modèle de Copeland, Taylor (2005) montre clairement que les échanges internationaux ont modifié de manière fondamentale les interactions stratégiques entre les pays.

Il ressort de la première partie de la thèse une typologie des comportements stratégiques des Etats. Dans le cadre d'un jeu à *N* pays symétriques, nous exposons les conditions d'existence des équilibres en l'absence de toute forme de coopération, ainsi que leur évolution par rapport aux paramètres exogènes du modèle et au regard des solutions qui seraient optimales du point de vue de l'ensemble des pays. Dans le cadre d'un jeu à deux pays, nous montrons par ailleurs que la nature des interdépendances n'est pas sans impact sur la séquence des décisions. Il ressort de cette seconde analyse un nouvel éclairage sur la controverse liée aux concepts d'équilibre de Cournot-Nash et de Stackelberg dans le cadre des problèmes environnementaux globaux. Nous mettons ainsi en exergue les conditions (non universelles) sous lesquelles la prédominance du concept d'équilibre de Cournot-Nash est vérifiée. Dans l'ensemble, le recours à la théorie des jeux supermodulaires nous permet d'exposer nos résultats sous des hypothèses minimales au regard de celles imposées par le recours au théorème de la fonction implicite.

La seconde partie traite de l'impact de la nature des interdépendances entre les pays sur le niveau de coopération qui émerge à l'équilibre. Les résultats présentés laissent place à davantage d'optimisme quant à la participation des pays à un AIE quand leurs stratégies sont complémentaires et non substituables. De ce point de vue, les deux approches sur lesquelles nous nous appuyons se complètent. La première, par la fonction de partition par membre, nous permet d'analyser la profitabilité et la stabilité des AIE d'un point de vue général ; la seconde qui repose sur une fonction de paiement spécifique, permet d'illustrer le taux de participation d'équilibre et son impact environnemental en présence de complémentarités stratégiques. En outre, même si le comportement de passager clandestin reste inhérent au fait que l'environnement possède un caractère de bien public, sa forme quand les stratégies des pays sont complémentaires diffère de celles mises en exergue jusque là dans la littérature. Il semble enfin que les résultats établis illustrent de manière plus correcte ce que l'on observe du point de vue de la coopération internationale environnementale. Même si certains auteurs restent sceptiques quant à l'issue des négociations sur le climat et du Protocole de Kyoto, le nombre de pays souhaitant y prendre part reste bien supérieur à celui postulé par les modèles traditionnels. Les Etats ont tout intérêt à coopérer s'ils veulent que la libéralisation des échanges continue à générer un accroissement des richesses et non leur destruction à terme (du fait de l'accroissement des dommages environnementaux) et ce, même s'ils semblent conscients que l'accord ne regroupera jamais la totalité des pays.

Pour terminer, l'ensemble des résultats exposés souffre des mêmes limites et donc des mêmes extensions possibles que les modèles originaux. On peut citer, entre autres, l'hypothèse de symétrie des pays, l'hypothèse de formation d'un unique accord de coopération et les règles qui y sont associées ou encore l'hypothèse de simultanéité des décisions des signataires et des non signataires. A notre avis, la principale limite du jeu des émissions globales reste néanmoins qu'il évince complètement l'idée d'innovations technologiques et de mécanismes de développement propres. En d'autres termes, il ne permet pas de dire si les efforts de réduction entrepris par les pays sont liés à une réduction de leur niveau d'activités économiques ou à l'accroissement de l'efficacité énergétique des processus de production. Il s'avère en réalité que les deux idées sont soutenables. D'un côté, les estimations montrent que la croissance européenne n'a pas souffert du respect des engagements pris dans le cadre du Protocole de Kyoto. Il semble au contraire que l'on assiste à une déconnexion croissante entre les taux de croissance des pays et leur niveau d'émissions. Dans cette perspective, on peut se demander dans quelle mesure le jeu des émissions globales reste pertinent pour modéliser la nature des interactions entre les pays. D'un autre côté, l'actualité vient remettre quel que peu en cause cette dernière assertion. La crise financière de ces derniers mois et qui se propage actuellement à la sphère économique génère un ralentissement de l'économie mondiale et donc de l'ensemble des niveaux d'activités économiques dont aucun gouvernement n'est épargné. Dans cette perspective, on peut se demander de quel ordre seront les répercussions de cette crise sur le niveau global des émissions.

SOMMAIRE

Remerciements

Sommaire

Introduction générale

<u>Préface mathématique</u> : La classe des jeux supermodulaires : principaux théorèmes et extensions

1. Statique comparative monotone
2. Le rôle de la supermodularité et de la complémentarité dans les jeux non coopératifs
3. Résultats d'existence pour des stratégies de meilleure réponse décroissantes

<u>Partie 1 :</u> Une typologie des comportements stratégiques des Etats face au problème de l'accumulation des émissions de gaz à effet de serre dans l'atmosphère

Chapitre 1 : Le jeu des émissions globales : de l'impact des interactions stratégiques sur l'existence et les propriétés des solutions d'équilibre

1. Le jeu des émissions globales
2. Caractérisation des équilibres dans la situation de non coopération
3. Propriétés paramétriques des solutions de non coopération
4. Coopération versus non coopération : position relative des solutions d'équilibre

Annexe A

Chapitre 2 : Timing endogène dans le jeu des émissions globales à deux pays : équilibres de Cournot-Nash versus équilibres de Stackelberg

2. Le jeu des émissions globales étendu
3. Définition et existence des équilibres dans le jeu à deux pays
4. Résultats : les équilibres parfaits en sous-jeux du jeu étendu

Annexe B

Conclusion de la partie 1

<u>Partie 2 :</u> L'impact des interactions stratégiques sur les Accords Internationaux Environnementaux

Chapitre 3 : Profitabilité et stabilité des AIE : une approche par la fonction de partition par membre

1. Le jeu de l'environnement : un jeu en deux étapes
2. Profitabilité d'un AIE face à des pays non contraints
3. La question de la stabilité des accords de coopération

Annexe C

Chapitre 4 : Les AIE en présence de complémentarités stratégiques : une illustration du niveau de participation d'équilibre et de son impact environnemental

2. Le modèle et ses hypothèses
3. Non coopération versus coopération totale : les deux cadres de référence
4. Formation endogène d'un accord de coopération : un jeu en deux étapes

Annexe D

Conclusion de la partie 2

Conclusion générale

Table des matières

Références bibliographiques

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Amir, R. (1996), "Cournot oligopoly and the theory of supermodular games", *Games and Economic Behavior*, 15, 132-48.

Amir, R. (2005), "Supermodularity and complementarity in economics: an elementary survey", *Southern Economic Journal*, 71, 636-660.

Amir, R., I. Grilo (1999), "Stackelberg versus Cournot equilibrium", *Games and Economic Behavior,* 26, 1-21.

Amir, R., V. Lambson (2000), "On the effects of entry in Cournot markets", *Review of Economic Studies*, 67, 235-254.

Aranson, A.L. (1993), "From 'cooperator's loss' to cooperative gain: negotiating greenhouse gas abatement", *The Yale Law Journal*, 102, 2143-2175.

D'Aspremont, C. A., J. Jacquemin, J. Gabszeweitz, J.A. Weymark (1983), "On the stability of collusive price leadership", *Canadian Journal of Economics*, 16, 17–25.

Axelrod, R. (1984), *The Evolution of Cooperation*, New York, Basic Books.

Barrett, S. (1992), "Strategy and the environment", *The Columbia Journal of World Business*, 202–208.

Barrett, S. (1994a), "Self-enforcing international environmental agreements", *Oxford Economic Papers*, 46, 878–894.

Barrett, S. (1994b), “Strategic environmental policy and international trade”, *Journal of Publics Economics*, 54, 325-338.

Barrett, S. (1997a), “The strategy of trade sanctions in international environmental agreements”, *Resource & Energy Economics*, 19, 345-362.

Barrett, S. (1997b), “Heterogeneous International Agreements”, dans C. Carraro (ed.), *International Environmental Negotiations: Strategic Policy Issues*, Edward Elgar, Cheltenham, 9-25.

Barrett, S. (2003), *Environment and Statecraft: The strategy of Environmental Treaty-Making*, Oxford University Press, Oxford.

Barrett, S. (2005), “The Theory of International Environmental Agreements”, dans *Handbook of Environmental Economics*, *Economywide and International Environmental Issues*, Amsterdam and San Diego: North-Holland, Elsevier, 1457-1516.

Bauer, A. (1992), “International cooperation over greenhouse gas abatement”, Seminar für empirische Wirtschaftsforschung, University of Munich, mineo.

Bloch, F. (1997), “Non cooperative models of coalition formation in games with spillovers”, dans C. Carraro et D. Siniscalco (eds.), *New directions in Economic Theory of the Environment*, Cambrige University Press.

Bontems P., G. Rotillon (2007), L’é*conomie de l’environnement*, Editions La Découverte, Paris.

Botteon, M., C. Carraro (1997), “Burden-Sharing and Coalition Stability in Environmental Negotiations with Asymmetric Countries”, dans C. Carraro (ed.), *International Environmental Negotiations: Strategic Policy Issues*, Edward Elgar, Cheltenham, 26-55.

Botteon, M., C. Carraro (1998), Strategies for Environmental Negotiations: Issue Linkage with Heterogeneous Countries”, dans Hanley, N. and H. Folmer (eds.), *Game Theory and the Global Environment*, Edward Elgar, Cheltenham, 180-200.

Bülow, J., J. Geanakoplos, P. Klemperer (1985), “Multimarket oligopoly: strategic substitutes and complements”, *Journal of Political Economy*, 93, 488-511.

Carraro, C., C. Marchiori (2002), “Stable coalitions”, Nota Di Lavoro 5.2002, Fondazione Eni Enrico Mattei, Milan, Italie.

Carraro C., F. Moriconi (1998), “Endogenous formation of environmental coalitions”, paper presented at the Coalition Theory Network Workshop on “Coalition Formation: Applications to economic Issues”, Venice, 8-10 January.

Carraro, C., D. Siniscalco (1992), “Transfers and commitments in international negotiations”, dans K.G. Maler (ed.), *International environmental problems: An economic perspective*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Carraro, C., D. Siniscalco (1993), “Strategy for the international protection of the environment”, *Journal of public Economics*, 52, 309-328.

Carraro, C., D. Siniscalco (1994), “Environmental policy reconsidered: the role of environmental innovation”, *European Economic Review*, 38, 545-554.

Carraro, C., D. Siniscalco (1998), “International institutions and environmental policy: international environmental agreements: incentives and political economy”, *European Economic Review*, 42, 561-572.

Carraro, C., D. Siniscalco (2001), “Transfers, commitments, and issue linkage in international environmental negotiations”, dans A. Ulph (ed.), *Environmental Policy, International Agreements and International Trade*, Oxford University Press.

Carraro, C., D. Siniscalco (2003), “Global governance for sustainable development”, in C. Carraro (ed.), *Governing The Global Environment*, E. Elgar.

Chander, P., H. Tulkens (1996), “The core of an economy with multilateral environmental externalities”, *International Journal of Game Theory*, 26, 379-402.

Chayes A., A. H. Chayes (1991), “Compliance without enforcement: state regulatory behavior under regulatory treaties”, *Negotiation Journal*, 7, 311-331.

Cooper, R. (1999), *Coordination games: complementarities and macroeconomics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Copeland B., S. Taylor (1995), “Trade and transboundary Pollution”, *American Economic Review*, 85, 716-737.

Copeland B., S. Taylor (2005), “Free trade and global warming: a trade theory view of the Kyoto Protocol”, *Journal of Environmental Economics and Management*, 49, 205-234.

Dasgupta, P. (1993), *An Inquiry into Well-Being and Destitution*, Oxford, Clarendon Press.

De Cara, S. (2001), *Dimensions stratégiques des négociations internationales sur le climat*, thèse de doctorat, Université Paris X-Nanterre.

Diamantoudi, E., E. Sartzetakis (2006), "Stable international environmental agreements: an analytical approach", *Journal of Public Economic Theory*, 8, 247–263.

Downs, G.W., D. M. Rocke, P. N. Barsoon (1996), "Is the good news about compliance good news about cooperation?", *International Organization*, 50, 379-406.

Endres, A. (1997), "Increasing environmental awareness to protect the global commons: a curmudgeon's view", *Kyklos*, 50, 3-27.

Eyckmans J., M. Finus (2003), "New roads to international environmental agreements: the case of global warming", Nota Di Lavoro 88.2003, Fondazione Eni Enrico Mattei, Milan, Italie.

Finus, M. (2001), *Game Theory and International Environmental Cooperation*, New horizons in environmental economics, E. Elgar.

Finus, M. (2004), "*International cooperation to resolve international pollution problems*", Nota Di Lavoro 41.2004, Fondazione Eni Enrico Mattei, Milan, Italie.

Finus, M., B. Rundshagen (1998), "Toward a Positive Theory of Coalition Formation and Endogenous Instrumental Choice in Global Pollution Control", *Public Choice*, 96, 145-86.

Finus, M., B. Rundshagen (2003a), "Endogenous Coalition Formation in Global Pollution Control: a partition function approach", dans C. Carraro (ed.), *The endogenous formation of economic coalitions*, Elgar Publishing, Cheltenham, UK.

Finus, M., B. Rundshagen (2003b), "How the rules of coalition formation affect the stability of international environmental agreements", Nota Di Lavoro 62.2003, Fondazione Eni Enrico Mattei, Milan, Italie.

Fudenberg D., J. Tirole (1991), *Game Theory*, The MIT Press, London, England, 479-499.

Gaudet, G., S. Salant (1991), "Increasing the profits of a subset of firms in oligopoly models with strategic substitutes", *American Economic Review*, 3, 658-65.

Golombek, R., C. Hagem, M. Hoel (1994), "The design of a carbon tax in an incomplete international climate agreement", dans C. Carraro (ed.), *Trade, Innovation, Environment*, Kluwer Academic, Dordrecht.

Hamilton, J., S. Slutsky (1990), "Endogenous timing in duopoly games: Stackelberg or Cournot equilibria", *Games and Economic Behavior*, 2, 29-46.

Hardin, G. (1968), "The tragedy of the commons", *Science*, 162, 1243-1248.

Heal, G. (1993), "Formation of international environmental agreements", dans Carraro, C. (ed.), *Trade Innovation, Environment*, Kluwer, Dordrecht.

Hellwig, M., W. Leininger (1987), "On the existence of subgame-perfect equilibrium in infinite-action games of perfect information", *Journal of Economic Theory*, 43, 55-75.

Hoel, M. (1991), "Global environmental problems: the effects of unilateral actions taken by one country", *Journal of Environmental Economics and Management*, 20, 55-70.

Hoel, M. (1992), "International environment conventions: the case of uniform reductions of emissions", *Environmental and Resource Economics*, 2, 141-159.

Keohane, R. O. (1986), "Reciprocity in international relations", *International Organization*, 40, 1-27.

Martinez E. (2000), *L'analyse économique des négociations internationales sur le changement climatique à partir de la théorie des jeux à structure de coalitions*, thèse de doctorat, Université Montpellier I.

Milgrom, P., J. Roberts (1990a), "The Economics of Modern Manufacturing: Technology, Strategy and Organization", *American Economic Review*, 80, 511-28.

Milgrom, P., J. Roberts (1990b), "Rationalizability, learning and equilibrium in games with strategic complementarities", *Econometrica*, 58, 1255-77.

Milgrom, P., J. Roberts (1994), "Comparing Equilibria", *American Economic Review*, 84, 441-59.

Milgrom, P., C. Shannon (1994), "Monotone comparative statics", *Econometrica*, 62, 157-80.

Mitchell, R. B. (2007), "International Environmental Agreements Database Project, 2002-2007", accessible à l'adresse : http://iea.uoregon.edu/. Date accessed: 11 April 2008.

Montet C., D. Serra (2003), *Game Theory and Economics*, Palgrave MacMillan, Great Britain, 248-328.

Nordhaus, W., Z. Yang (1996), "A regional dynamic general equilibrium model of alternative climate-change strategies", *American Economic Review*, 86, 741-765.

Novshek, W. (1985), "On the existence of Cournot equilibrium", *Review of Economic Studies*, 52, 85-98.

Organisation Mondiale du commerce (1999), "Trade and Environment", Special studies 4, accessible à l'adresse : http://www.wto.org/english/res_e/reser_e/special_studies_e.htm.

Pereau, J-C, G. Rotillon, T. Tazdaït (2002), « Une taxonomie des différents comportements coopératifs possibles face aux problèmes environnementaux globaux : de la coordination à l'engagement unilatéral », dans Rotillon, G. (éd.), *Régulation environnementale : Jeux, Coalitions et Contrats*, Economica, Paris.

Rasmusen, E. (2006), *Games and Information: An introduction to Game Theory*, 4th edition, Blackwell Publishers Ltd.

Ray D., R. Vohra (1999), "A theory of endogenous coalition structures", *Games and Economic Behavior*, 26, 286-336.

Rotillon, G. (2002), *Régulation environnementale : Jeux, Coalitions et Contrats*, Economica, Paris.

Rotillon G., T. Tazdaït (1998), « Engagement unilatéral provoqué en présence de problèmes environnementaux globaux », *Revue Economique*, 49, 1089-1102.

Rotillon, G., T. Tazdait, S. Zeghni (1996), "Bilateral or multilateral bargaining in the face of global environmental change?", *Ecological Economics*, 18, 177-188.

Selten, R. (1970), *Preispolitik der mehr Produktenunternehmung in der statischen Theorie*, Springer Verlag, Berlin.

Shin, H., S-S. Yi (2000), "Endogenous formation of research coalitions with spillovers", *International Journal of Industrial Organization*, 18, 229-256.

Sobel, M. (1988), "Isotone comparative statics for supermodular games", Working paper. SUNY at Stony Brook.

Stern, N. (2006), *Stern review on the economics of climate change*, www.sternreview.org, 575p.

Tarski, A. (1955), "A lattice-theoretic fixed point theorem and its application", *Pacific Journal of Mathematics*, 5, 285-309.

Tazdaït, T. (1995), *Coopération en présence de risques globaux : une approche par la théorie des jeux*, Thèse de doctorat, Université Paris X-Nanterre.

Topkis, D. (1968), *Ordered optimal solutions*, Ph.D. dissertation, Standford University.

Topkis, D. (1978), "Minimizing a submodular function on a lattice", *Operations Research*, 26, 305-21.

Topkis, D. (1979), "Equilibrium points in nonzero-sum n-person submodular games", *Journal on Control and Optimization*, 17, 773-787.

Topkis, D. (1998), *Supermodularity and Complementarity*, Princeton University Press, New Jersey.

Ulph, A. (2001), *Environmental Policy, International Agreements and International Trade*, Oxford University Press.

Ulph, A., L. Valentini (1997), "Plant location and strategic environmental policy with inter-sectoral linkages", *Resources and Energy Economics*, 19, 363-83.

Venables, A. (1999), "Economic policy and the manufacturing base: hysteresis in location", dans J. F. François et R. E. Baldwin (eds.), *Dynamic issues in commercial policy*, Cambridge University Press.

Vives, X. (1990), "Nash Equilibrium with Strategic Complementarities", *Journal of Mathematical Economics*, 19, 305-321.

Vives, X. (1999), *Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools*, Cambridge, MIT Press.

Wang, Z., A. Winters (2001), "Carbon Taxes and industrial location: evidence from multinationals literature", dans A. Ulph (ed.), *Environmental Policy, International Agreements and International Trade*, Oxford University Press.

Yi, S-S. (1997), "Stable coalition structures with externalities", *Games and Economic Behavior*, 20, 201-237.