

## SIMULATION NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT DE CONVECTION MIXTE EN AVAL D'UNE MARCHE

H. Barrios, S. Viazzo\*, C. Rey et S. Poncet

Laboratoire M2P2, UMR 6181 CNRS - Universités d'Aix-Marseille

Technopôle Château-Gombert, 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille – France

bphhector@l3m.univ-mrs.fr, stephane.viazzo@l3m.univ-mrs.fr, crey@l3m.univ-mrs.fr

poncet@l3m.univ-mrs.fr

### RESUME

Des expériences numériques d'un écoulement en aval d'une marche horizontale sont menées en régime laminaire instationnaire, afin d'étudier les mécanismes thermodynamiques générés par la convection mixte dans un canal bidimensionnel de géométrie fixe. On se propose de quantifier l'influence de divers écarts de température ( $\Delta T$ ) entre la température de la base du canal et la température du fluide entrant. Les gammes de nombres de Grashof et de Reynolds considérées sont respectivement de  $3,78 \times 10^4 \leq Gr \leq 2,71 \times 10^5$  et  $194,51 \leq Re \leq 521,33$ . En analysant l'évolution temporelle de la température, on constate que l'écoulement est stationnaire lorsque  $\Delta T$  est inférieur à 4 K, puis est périodique aux alentours de 5 K. Au-delà de cette valeur, le signal temporel de la température montre un comportement apériodique.

### 1. INTRODUCTION

L'écoulement en aval d'une marche descendante est certainement l'un des « benchmarks » les plus utilisés en Mécanique des Fluides Numérique pour valider un code de calcul. L'existence d'une zone de séparation et de recollement, de plusieurs zones de recirculation et d'une condition de sortie, joue un rôle important dans l'optimisation d'une grande variété d'applications industrielles, requérant le chauffage ou le refroidissement d'une ou plusieurs parois. Ces transferts de chaleur apparaissent entre autre dans les systèmes électroniques, les chambres de combustion ou en génie des procédés. Si le problème de l'écoulement en aval d'une marche descendante en convection naturelle, mixte et forcée a été largement étudié en régime stationnaire, peu de travaux existent en régime de convection mixte instationnaire laminaire. Par exemple, une série de travaux [1-4] caractérise l'écoulement en aval d'une marche bidimensionnelle soumis à des transferts thermiques, en régime stationnaire. Les études de [5] et [6] traitent du cas instationnaire laminaire bidimensionnel en imposant des conditions d'entrée du fluide pulsées, cependant les mécanismes thermiques générés par la convection naturelle sont très faibles. Il y a aussi des applications tridimensionnelles [7-9], qui apportent des éléments d'analyse de l'écoulement soumis à des transferts thermiques. Cependant, dans ces études l'écoulement reste stationnaire et le mode de convection forcée est prédominant. Ainsi, dans ce travail on s'intéresse à des écoulements laminaires bidimensionnels, en régime *instationnaire de convection mixte* (la convection forcée et la convection naturelle sont du même ordre de grandeur). En maintenant constant le rapport du nombre de Grashof et du nombre de Reynolds au carré, on se propose d'étudier les mécanismes de transferts thermiques générés tout au long du canal en aval, et plus particulièrement dans la zone de recirculation sous la marche. Dans ce but, un code de calcul compressible dédié aux écoulements subsoniques fortement chauffés a été développé.

## 2. APPROCHE NUMERIQUE

### 2.1 Modèle géométrique

La figure 1 présente le schéma du problème traité. Il s'agit d'un canal bidimensionnel semi-confiné où il existe un élargissement brusque de la section à l'entrée dont le rapport d'expansion est défini comme  $ER = H/(H-s) = 2$ , avec  $s = 4$  cm la hauteur de la marche et  $H = 2s$  la hauteur du canal. La longueur  $L$  du canal est définie aussi en fonction de  $s$  et, généralement, elle doit être suffisamment grande afin de visualiser tous les phénomènes de recirculation provoqués par l'influence de la marche. Dans ce cas-là, on distingue deux types de convection : la convection forcée imposée par l'injection du fluide  $u_1(0, x_2)$ , et la convection naturelle générée par la différence entre la température de la paroi inférieure  $T_c$  et la température caractéristique du fluide  $T_f$ . On notera  $\Delta T = T_c - T_f$ . Lorsque les effets de la convection forcée et de la convection naturelle sont du même ordre de grandeur, on parle de *convection mixte* définie par le rapport  $Gr/Re^2 \approx 1$ . Dans cette étude, le nombre de Grashof ( $Gr$ ) et le nombre de Reynolds ( $Re$ ) sont définis en fonction de  $s$ , car on s'intéresse principalement aux effets induits par la présence de la marche, donc :  $Gr = g\beta\Delta Ts^3\nu^{-2}$  et  $Re = u_{deb}s\nu^{-1}$  ;  $g$  étant la gravité,  $\beta$  étant le coefficient de dilatation volumique,  $\nu$  étant la viscosité cinématique et  $u_{deb}$  étant la vitesse débitante à l'entrée du canal.

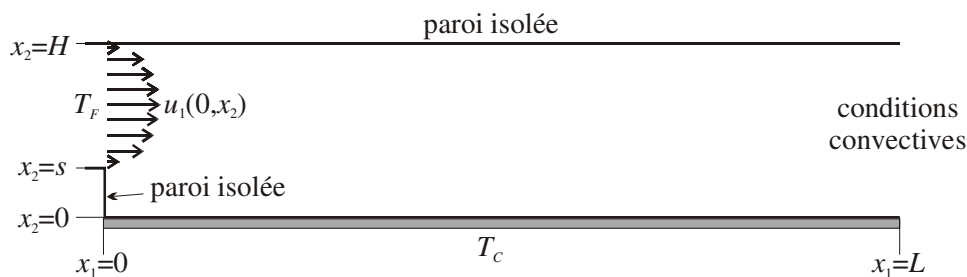


Figure 1. Configuration géométrique.

### 2.2 Modèle mathématique

Les équations compressibles dimensionnelles de Navier-Stokes sont appropriées. L'équation de conservation de la masse (1), les équations de conservation de la quantité de mouvement (2) et l'équation de conservation de l'énergie (3) sont résolues sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g \delta_{ij}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = -\frac{RT}{c_v} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{\gamma}{\rho c_p} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (3)$$

où  $\tau_{ij} = \mu[(\partial u_i / \partial x_j) + (\partial u_j / \partial x_i) - (2/3)\delta_{ij}(\partial u_k / \partial x_k)]$  est le tenseur de contraintes,  $q_i = -\kappa(\partial T / \partial x_i)$  est le flux de chaleur,  $\kappa = \mu c_p Pr^{-1}$  est la conductivité thermique,  $u_i$  est la composante de la vitesse dans la direction  $x_i$ ,  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $p$  est la pression,  $T$  est la température,  $\mu$  est la viscosité,  $c_p$  est la capacité thermique massique à pression constante,  $c_v$  est la capacité thermique massique à volume constant,  $\gamma = c_p / c_v$ ,  $R$  est la constante universelle des gaz parfaits et

Pr est le nombre de Prandtl. Puisque le fluide est considéré comme étant peu visqueux et soumis à de faibles vitesses, l'effet de la dissipation visqueuse dans l'équation de conservation de l'énergie est négligé. La loi des gaz parfaits est utilisée comme loi d'état :

$$p = \rho RT, \quad (4)$$

### 2.3 Méthode numérique

La résolution des équations discrètes repose sur une formulation implicite basée sur l'approche temporelle proposée dans [10]. Afin de déterminer la pression, une équation du type Helmholtz est dérivée du couplage entre les équations de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement. L'algorithme est basé sur une formulation aux différences finies du second ordre sur une grille décalée. Le jeu d'équations est résolu en utilisant une procédure itérative prédicteur-correcteur à chaque pas de temps. Lors de l'étape de prédiction, les équations de quantité de mouvement (2) et de l'énergie (3) sont avancées au moyen d'un schéma implicite de Crank-Nicolson pour les termes d'advection/convection et de diffusion. Le terme de pression dans l'équation de l'énergie (3) est traité de façon implicite. La solution numérique de l'équation d'Helmholtz est obtenue à l'aide d'un solveur Multigrille (cycles en V) basé sur une relaxation ILU de type SIP (Strong Implicit Procedure).

### 3. RESULTATS ET DISCUSSION

Afin d'analyser l'influence de différents écarts de température, le rapport  $Gr/Re^2$  est maintenu égal à 1. Le tableau 1 montre les écarts de température considérés ainsi que les nombres de Grashof et de Reynolds correspondants. La longueur du canal aval vaut 30s, sauf dans S4 où elle est égale à 17,5s. Le maillage adopté comprend  $420 \times 67$  points et est fortement resserré près des parois et dans la zone de cisaillement. Un profil parabolique de vitesse sous la forme  $u_1(0, s \leq x_2 \leq H) = -6u_{deb}(x_2^2 s^{-1} + 2s - 3x_2)$  et une température  $T_F = 293$  K sont appliqués en tant que conditions d'entrée, où la vitesse débitante  $u_{deb}$  est estimée à partir du rapport  $Gr/Re^2$  et des écarts de température imposés pour chaque simulation. En sortie, des conditions convectives pour les composantes de vitesse, des conditions de type Neumann pour la température et la pression sont considérées. Compte tenu des écarts de température envisagés, les propriétés thermo-physiques sont supposées constantes.

Tableau 1. Ecart de température considérés dans les simulations numériques et nombres de Grashof et de Reynolds respectifs.

Simulation	$\Delta T$ (K)	Gr	Re
S1	4	$0,3783 \times 10^5$	194,51
S2	5	$0,4721 \times 10^5$	217,28
S3	10	$0,9363 \times 10^5$	306,00
S4	30	$2,7179 \times 10^5$	521,33

Les lignes de courant et les isothermes instantanées obtenues pour chaque simulation sont représentées sur la figure 2. Dans un premier temps, on observe que la transition vers l'instationnarité apparaît entre 4 et 5 K d'écart, car le cas S1 reste stationnaire, tandis qu'à partir du cas S2 des instabilités d'origine thermique provoquent la génération de rouleaux instationnaires contrarotatifs. En fait, la présence de la marche est à l'origine d'une accumulation progressive de chaleur dans la zone de recirculation. Ainsi, lorsque cette accumulation devient importante, l'énergie est libérée en déclenchant un rouleau thermoconvectif qui se déplace vers la sortie du canal, puis, ce phénomène se répète. Au-delà des effets de la marche, les structures

thermoconvectives qui transportent la chaleur tout au long du canal adoptent un comportement du type Poiseuille-Rayleigh-Bénard. En même temps, on peut remarquer sur les lignes de courant, la génération de deux petits tourbillons au-dessous de la marche qui se maintiennent en permanence dans toutes les simulations. L'analyse du signal temporel de la température au point  $(x_1 = 0,345; x_2 = 0,04)$  situé dans la zone de déclenchement des rouleaux (figure 3) met en évidence que la thermodynamique de la simulation S2 maintient un comportement périodique, puisque le signal possède une décomposition spectrale harmonique, où chaque fréquence est un multiple entier de la fréquence fondamentale. Par ailleurs, les simulations S3 et S4 montrent des signaux qui n'ont pas de régularité temporelle et sont aperiodiques.

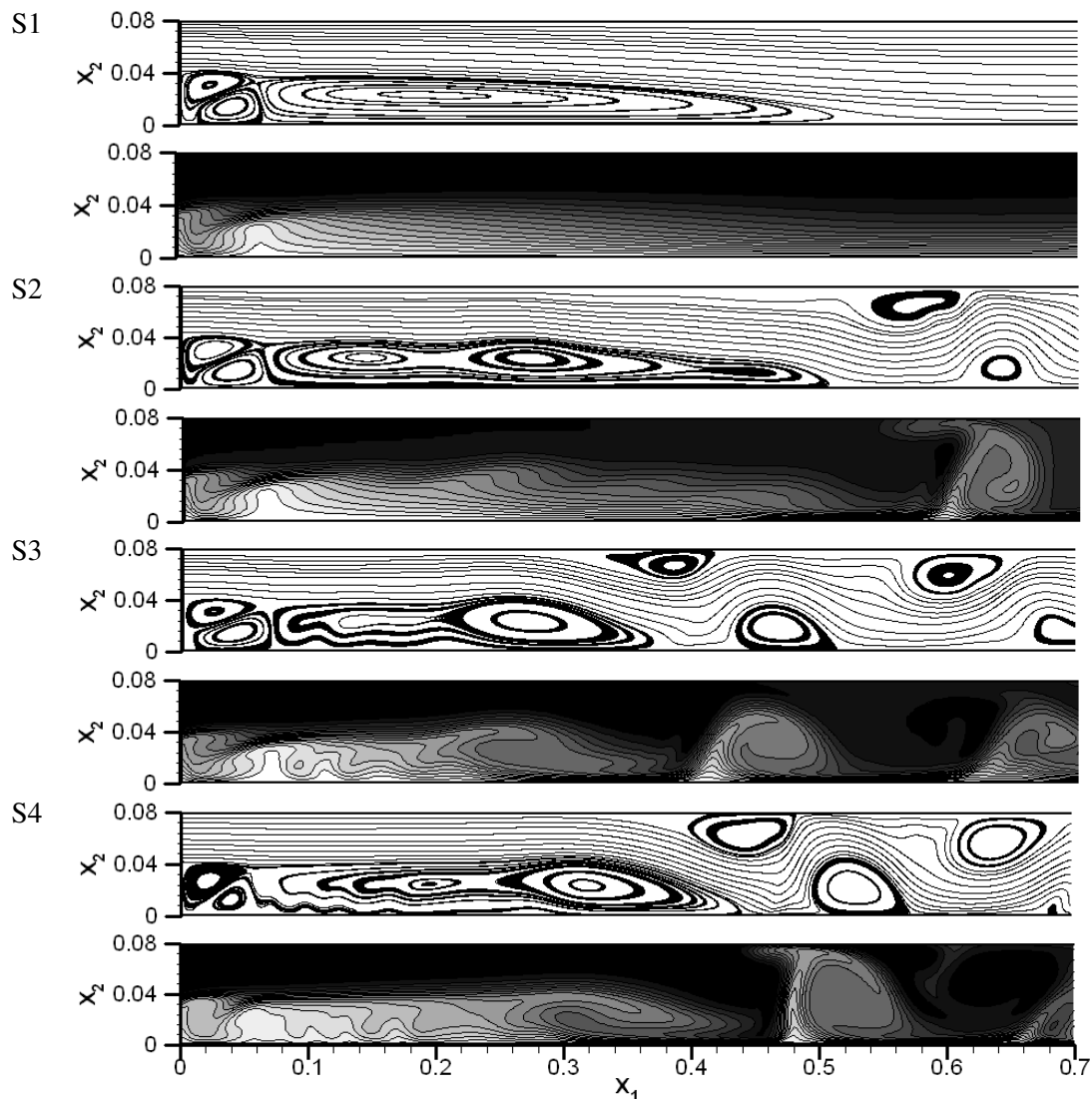


Figure 2. Lignes de courant et isothermes instantanées.

La figure 4a représente les nombres de Nusselt locaux ( $Nu$ ) calculés à partir des valeurs moyennes de la température :  $Nu = (q_2|_{x_2=0}) / (k\Delta T)$ . Le maximum local situé en  $x_1 \approx 0,02$  est dû à la présence des deux tourbillons contrarotatifs juste derrière la marche. On constate que l'évolution du nombre de Nusselt maximum en fonction du nombre de Reynolds dans le cas des écoulements instationnaires S2-S4 (figure 4b), obéit à la loi  $Nu_{\max} = C \cdot Re^{2/3}$  caractéristique des régimes transitionnel et turbulent [11], où  $C$  est égale à 0,093.

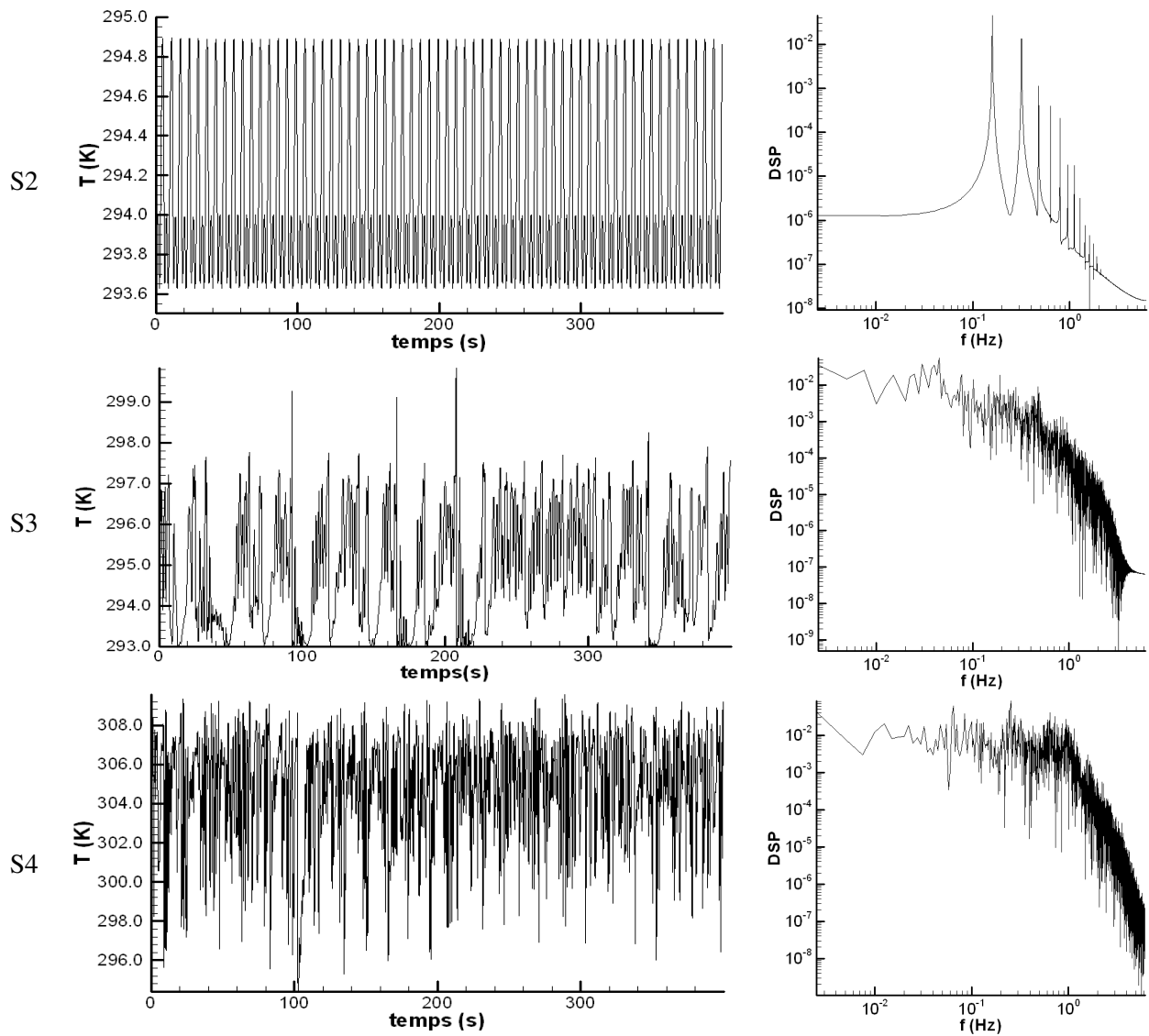


Figure 3. Evolution temporelle du signal de température et spectre fréquentiel, au point  $(x_1 = 0,345; x_2 = 0,04)$ .

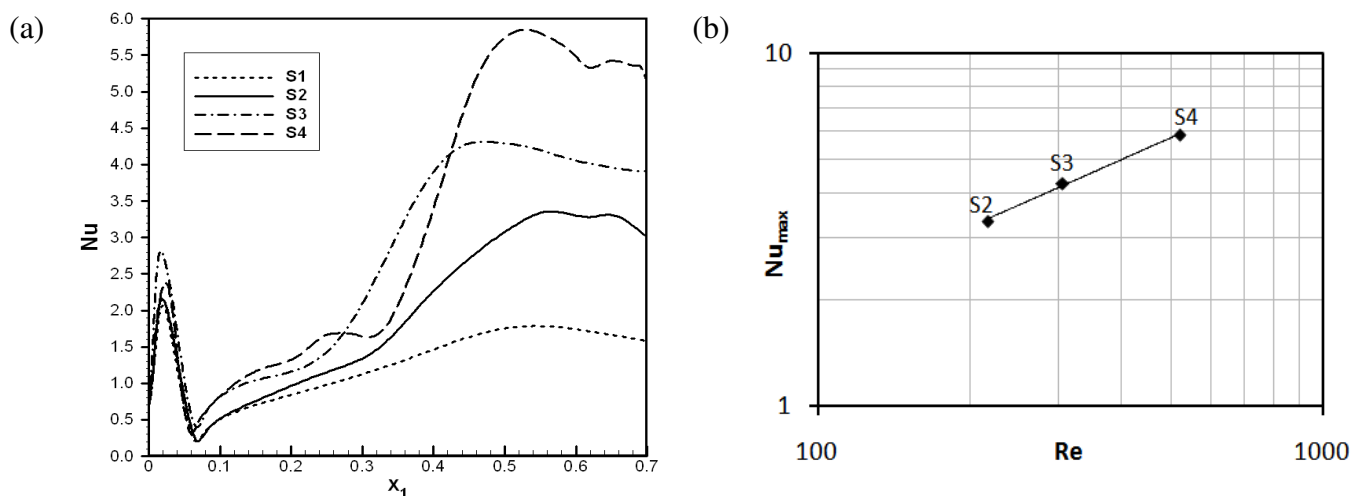


Figure 4. (a) Nombre de Nusselt moyen et (b) évolution de la valeur maximale en fonction du nombre de Reynolds.

#### 4. CONCLUSION

Les mécanismes thermodynamiques de l'écoulement en aval d'une marche horizontale bidimensionnelle en convection mixte ont été analysés au moyen d'expériences numériques. On constate que l'écoulement est stationnaire lorsque  $\Delta T$  est inférieur à 4 K, tandis qu'au-delà des instabilités d'origine thermique apparaissent dans la zone de recirculation en déclenchant des rouleaux instationnaires contrarotatifs. Dans le cas où  $\Delta T = 5$  K, le comportement temporel de l'écoulement est périodique, tandis qu'au-delà de cette valeur (pour  $\Delta T = 10$  et 30 K), il est aperiodique. Finalement, on montre que pour les cas instationnaires, la courbe de tendance du maximum du nombre de Nusselt moyen obéit à la loi  $Nu_{\max} = C \cdot Re^{2/3}$  avec  $C = 0,093$ .

#### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. H. I. Abu-Mulaweh, B. F. Armaly et T. S. Chien, 1993, Measurements of laminar mixed convection in boundary-layer flow over horizontal and inclined backward-facing steps. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n° 7: pp. 1883-1895.
2. H. I. Abu-Mulaweh, 2003, A review of research on laminar mixed convection flow over backward- and forward- facing steps. *Int. J. of Thermal Sciences*, vol. 42: pp. 897-909.
3. B. Hong, B. F. Armaly et T. S. Chien, 1993, Laminar mixed convection in a duct with a backward-facing step: the effects of inclination angle and Prandtl number. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n° 12, pp: 3059-3067.
4. C. Y. Soong et W. C. Hsueh, 1993, Mixed convection in a suddenly-expanded channel with effects of cold fluid injection. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n° 6, pp: 1477-1484.
5. A. Velazquez, J. R. Arias et B. Mendez, 2008, Laminar heat transfer enhancement downstream of a backward facing step by using a pulsating flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, pp: 2075-2089.
6. K. Khanafer, B. Al-Azmi, A. Al-Shammari et I. Pop, 2008, Mixed convection analysis of laminar pulsating flow and heat transfer over a backward-facing step. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.04.060.
7. J. H. Nie et B. F. Armaly, 2002, Three-dimensional convective flow adjacent to backward-facing step – effects of step height. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, pp: 2431-2438
8. S. J. G. Barbosa, N. K. Anand et V. Sarin, 2005, Numerical simulation of mixed convective flow over a three-dimensional horizontal backward facing step. *J. of Heat Transfer*, vol. 127, pp: 1027-1036.
9. H. Iwai, K. Nakabe, K. Suzuki et K. Matsubara, 2000, The effects of duct inclination angle on laminar mixed convective flows over a backward-facing step. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, pp: 473-485.
10. E. A. Sewall et D. K. Tafti, 2008, A time-accurate variable property algorithm for calculating flows with large temperature variations. *Computers & Fluids*, vol. 37, pp: 51-63.
11. F. Boizumault, S. Harmand et B. Desmet, 2000, Echange thermique convectif local dans la zone de recirculation en aval d'une marche. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, pp: 791-806.