

## METHODE $FE^2$ SIMPLIFIEE APPLIQUEE A LA MODELISATION DES RUPTURES DE FIBRES ET DE SES CONSEQUENCES. CALCUL DE RESERVOIRS COMPOSITES

A SIMPLIFIED  $FE^2$  METHOD TO MODEL FIBRE BREAKS AND THEIR CONSEQUENCES.  
APPLICATION TO PRESSURE VESSELS CALCULATION

**A.Thionnet<sup>1,3</sup>, A.Bunsell<sup>1</sup>**  
et  
**S.Camara<sup>2</sup>, D.H.Allen<sup>2</sup>**

1 - Mines ParisTech, Centre des Matériaux, CNRS UMR 7633, BP 87, 91003 Evry cedex, France, e-mail :  
alain.thionnet@ensmp.fr, anthony.bunsell@ensmp.fr

2 - University of Nebraska, College of Engineering, 114 Othmer Hall, Lincoln, NE 68588-0642, USA, e-mail :  
camarasavio@huskers.unl.edu, dhallen@unl.edu

3 - Université de Bourgogne, Mirande, BP 47870, 21078 Dijon, France

### RESUME

On propose dans cette étude la modélisation des phénomènes physiques à l'origine et induits par celui de rupture de fibre au sein d'un composite unidirectionnel. Cette modélisation, faite à l'échelle microscopique, permet de construire une base de données qui va décrire cette échelle au sein d'un procédé multiéchelles  $FE^2$  simplifié. Ce procédé est ensuite utilisé pour réaliser le dimensionnement à l'éclatement d'un réservoir composite bobiné.

### ABSTRACT

This study describes the modelling of the physical phenomena resulting in fibre failures and their subsequent effects on damage accumulation in composites. The model considers the microscopic mechanisms of failure and is used to build up a data base, using the indentified physical processes, in a simplified  $FE^2$  multiscale process. It is shown how this process may be used to predict the burst strengths of pressure vessels.

**Mots clés :** rupture de fibre, réservoirs, approche multiéchelles

**Keywords :** fibre break, pressure vessels, multiscale approach

## 1 But de l'étude

Les composites unidirectionnels carbone/époxy sont de plus utilisés comme matériaux constitutifs de partie de structures industrielles. Les dégradations qui peuvent apparaître au sein de ces matériaux sont préjudiciables pour la tenue mécanique de la structure. Parmi ces dégradations on trouve en particulier la rupture des fibres qui provoque si elle devient importante en terme de densité, la ruine totale et brutale de la structure. C'est ce phénomène que l'on étudie ici de manière locale (c'est-à-dire à l'échelle de la fibre), aussi bien en termes de ses causes qu'en termes de ses conséquences. Mais ce n'est pas le seul objectif de cette étude. En effet, on souhaite, à l'issue de cette première investigation, déduire une démarche qui permette de réaliser, à l'aide de la technique des éléments finis associée à une méthode  $FE^2$ , le dimensionnement à rupture d'une structure industrielle en composite unidirectionnel carbone/époxy dont la rupture des fibres est la cause de la ruine. On appliquera cette démarche en particulier à un réservoir composite multicouches à hautes pressions. Ainsi, l'originalité de cette démarche de dimensionnement réside dans le fait qu'elle est basée sur la compréhension et la modélisation à l'échelle microscopique des phénomènes physiques associés au phénomène de rupture des fibres, mais aussi qu'elle permet d'obtenir la réponse à ce dimensionnement en un temps de calcul raisonnable. Pour y parvenir, on s'affranchit d'une discrétisation faite directement à l'échelle microscopique qui conduirait à un nombre de degrés de liberté trop important pour espérer l'aboutissement du calcul en un temps raisonnable : c'est un procédé multiéchelles qui est mis en oeuvre, et plus précisément sous la forme d'un calcul de type  $FE^2$ . Malgré la puissance croissante des calculateurs, on verra néanmoins que sans tenir compte des spécificités des phénomènes étudiés et sans réaliser des choix au sein de la modélisation à l'échelle macroscopique, le seul processus multiéchelles  $FE^2$  ne pourra pas donner des temps de calculs admissibles pour cette démarche de dimensionnement : il sera donc simplifié. On pourra ainsi présenter un premier calcul de dimensionnement sur un réservoir composite, premier pas vers un calcul idéal non encore réalisé. Une approche multiéchelles de type  $FE^2$  idéale peut être illustrée par exemple par les travaux de Feyel [13] ou Souza *et al.* [32].

L'étude de la rupture d'un unidirectionnel est l'objet, depuis de nombreuses années, d'investigations analytiques et statistiques, plus rarement numériques et prenant en compte ou non le caractère viscoélastique de la matrice. On peut, par exemple, citer les travaux suivants : Rosen [29], Cox [10], Zweben [34], Hedgepeth [17],

Ochiai *et al.* [26], Goree and Gross [14], Harlow and Phoenix [15] [16], Scop and Argon [30] [31], Kong [19], Batdorf [1] [2], Nedele and Wisnom [25] [24], Hedgepeth and Van Dyke [18], Baxevanakis [3], Landis *et al.* [22] [21], Phoenix *et al.* [27] [28], Wisnom [33], Van Den Heuvel *et al.* [11] [12], Lipschitz and Rotem [23], Lagoudas *et al.* [20], Beyerlein *et al.* [5].

## 2 Description de l'échelle microscopique

### 2.1 Etude du phénomène de rupture de fibre

On étudie le phénomène de rupture de fibre au sein d'un composite unidirectionnel. L'échelle microscopique est l'échelle qui voit les fibres et la matrice du composite comme des milieux homogènes. Le repère local du matériau associé à l'échelle microscopique est le repère orthonormé direct  $R_{loc} = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  pour lequel  $(x, y, z)$  désigne les coordonnées d'un point  $M$ . Le vecteur  $\vec{z}$  est aligné avec l'axe des fibres.

Les travaux de Blassiau [6] [7] [8] [9] et ceux de Baxevanakis [3] ont dans un premier temps permis d'identifier la microstructure du Volume Élémentaire Représentatif (VER) du matériau sain (i.e., non endommagé, i.e., sans rupture de fibre).

Si l'on suppose que le matériau est périodique, et que l'arrangement des fibres est hexagonal dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ , la cellule périodique représentative du VER du matériau sain (baptisée CS32) est constituée de 32 fibres. Sa géométrie est prise comme étant un parallélépipède dont la section orthogonale au vecteur  $\vec{z}$  est un carré de côté  $c$  (Fig. 1). En ce qui concerne sa longueur suivant l'axe des fibres, elle a été identifiée par Baxevanakis [3] à 8 mm et est comprise entre les plans  $z = 0$  et  $z = L = 8$  mm. L'origine  $O$  du repère  $R_{loc}$  est le centre géométrique de la section contenue dans le plan  $z = 0$ . A cette échelle, au point  $M$ , le tenseur des contraintes est noté  $\sigma$ , le tenseur des déformations est noté  $\varepsilon$ .

A cette échelle, on a construit (Blassiau *et al.*, [6] [7] [8] [9]) un modèle du phénomène de rupture de fibre et de ses conséquences, qui tient compte :

- du caractère aléatoire et inhomogène de la valeur à rupture longitudinale d'une fibre le long de son axe. On prend en compte également en compte la variation du module de Weibull lorsque l'on considère un petit nombre de fibres (ici, 32) prises parmi un très grand nombre (Berger et Jeulin [4]) ;
- du nombre de ruptures de fibre au sein du VER au travers de 5 états d'endommagement qui permettent de passer de la microstructure saine à celle totalement endommagée. Ces 5 états d'endommagement sont symbolisés par la cellule représentative de leur VER. Ces cellules sont baptisées : C32, C16, C8, C4, C2 (Fig. 1). Elles contiennent respectivement  $N = 1, 2, 4, 8, 16$  fibres rompues parmi les 32 fibres présentes dans la cellule CS32 ;
- du transfert de charge axiale vers les fibres intactes induit par les ruptures de fibre ;
- du transfert de charge axiale induit par l'existence d'une décohésion fibre/matrice existant à l'endroit d'une rupture de fibre. Dix configurations de décohésion sont considérées : de  $3.5 \mu\text{m}$  à  $35 \mu\text{m}$  de longueur par pas de  $3.5 \mu\text{m}$  ;
- du transfert de charge axiale induit par l'existence du caractère viscoélastique (supposé linéaire) de la matrice.

La fraction volumique de fibres est maintenant également prise en compte. Le coefficient de transfert de charge longitudinale est défini par :

$$k_r(C, d, t, V_f, Z) = \frac{\int_{Z_i}^{Z_{i+1}} \int_{S_F} \sigma_{zz}(C, d, t, V_f, x, y, z) dx dy dz}{\int_{Z_i}^{Z_{i+1}} \int_{S_F} \sigma_{zz}(CS32, d = 0, t = 0, V_f, x, y, z) dx dy dz}$$

où

- $C$  désigne la cellule représentative de l'état d'endommagement considéré ;
- $d$  est la longueur de décohésion ;
- $t$  est le temps après rupture d'une fibre ;
- $V_f$  est la fraction volumique de fibres ;
- $z$  est la coordonnée selon l'axe de la fibre mesurée à partir du plan de la rupture ( $z = 0$ ) ;
- $Z_{i+1}$  et  $Z_i$  sont les abscisses des sections droites entre lesquelles est calculé le coefficient  $k_r$  ;
- $Z = \frac{Z_{i+1} + Z_i}{2}$  ;
- $S_F$  désigne la section droite courante de la fibre considérée ;
- $x, y$  désignent les coordonnées décrivant la section droite de la cellule ;
- $\sigma_{zz}$  est la contrainte axiale dans la fibre considérée.

Qu'il existe ou non une décohésion à l'interface fibre rompue/matrice, que le comportement de la matrice soit viscoélastique ou non, la définition donnée pour le coefficient  $k_r$  reste valable.

## 2.2 Justification d'une approche $FE^2$ simplifiée. Construction d'une base de données de l'analyse microscopique. Les différents niveaux de finesse de la modélisation

A titre indicatif, pour 1 cellule donnée, 1 longueur de décohesion donnée et pour une longueur axiale de cellule de 140 microns (l'effet d'une rupture de fibre disparaissant avant 140 microns, il est inutile de travailler sur la longueur totale  $L$ ), les calculs à convergence en terme géométrique, menés par éléments finis dans le cadre de l'homogénéisation périodique, nécessitent approximativement une discrétisation faite avec 250000 noeuds et 2 heures de calcul (dans le cas où le comportement de la fibre et de la matrice sont élastiques linéaires).

La discrétisation à l'échelle macroscopique d'une structure pour laquelle le nombre de points de Gauss (où il convient de réaliser, pour chacun d'eux, un calcul cellulaire qui correspond à l'étape de localisation du procédé multiéchelles) est de l'ordre de plusieurs milliers conduit de fait à un nombre d'heures de calcul trop important. Cette étape doit donc être rendue moins coûteuse.

Pour cela, on décide de réaliser un lissage de la fonction de transfert de charge. Les opérateurs présents dans la formulation du problème périodique posé sur la cellule considérée étant linéaires et compte tenue de sa définition, le transfert de charge est indépendant dans la charge présente dans les fibres. Le transfert de charge considéré est celui qui correspond à celui de la fibre plus proche voisine d'une fibre rompue, c'est-à-dire celui qui est le plus important.

Afin de dissocier quantitativement sur ce coefficient, la part due à la rupture de fibre de celle due à la décohesion, de celle due à l'effet viscoélastique de la matrice (c'est-à-dire du temps) on pose  $k_r(C, d, t, V_f, Z) = K_r(C, d = 0, V_f, Z) + K_r^d(C, d, V_f, Z) + K_r^v(C, d, t, V_f, Z)$  où :

- $K_r$  est la part du transfert de charge exclusivement due à la rupture d'une fibre ;
- $K_r^d$  est la part supplémentaire du transfert de charge exclusivement due à la décohesion où  $K_r^d = 0$  si l'on ne tient pas compte de cet effet ;
- $K_r^v$  est la part supplémentaire du transfert de charge exclusivement due au caractère viscoélastique de la matrice où  $K_r^v = 0$  si l'on ne tient pas compte de cet effet.

Finalement les lissages précédents vont constituer une base de données qui va décrire l'échelle microscopique du procédé multiéchelles  $FE^2$  : en ce sens, le procédé proposé est simplifié. Ainsi, à partir de la donnée de la contrainte macroscopique axiale, du temps de mise en charge et de l'état actuel d'endommagement, cette base de données permet, par linéarité, de connaître l'état microscopique de contrainte axiale au sein des fibres, sans avoir à résoudre effectivement le calcul microscopique par éléments finis, et de faire progresser l'endommagement (le nombre de fibres rompues au sein du VER). Il convient de signaler que cette base de données est construite dans la configuration la plus pénalisante où la rupture d'une fibre induit simultanément une décohesion fixée volontairement à la valeur maximale susceptible d'être atteinte (ici 35  $\mu\text{m}$ ).

Afin de comparer l'influence relative des différents phénomènes physiques pris en compte, on distingue, pour une fraction volumique de fibres donnée, 6 niveaux de finesse de modélisation : le niveau 1 de la modélisation est celui qui correspond uniquement à la prise en compte des ruptures de fibre ; le niveau 2 correspond au niveau 1 auquel on ajoute la prise en compte du transfert de charge qui s'opère sur les fibres intactes en raison de la rupture d'un fibre ; le niveau 3 correspond au niveau 2 auquel on ajoute la prise en compte du phénomène de décohesion ; les niveaux 4, 5 et 6 sont identiques aux niveaux 1, 2 et 3 auxquels on ajoute la prise en compte du caractère visqueux de la matrice.

## 3 Description de l'échelle macroscopique

### 3.1 Un ordre de grandeur de la taille de la discrétisation nécessaire au dimensionnement d'un réservoir composite. Justification du recours à un ordinateur parallèle

Si la fibre de carbone du matériau composite considéré est supposée avoir un rayon moyen de 3.5  $\mu\text{m}$ , les dimensions de la cellule CS32, pour une fraction volumique de fibres, respectivement de 19%, 39% et 64% sont respectivement 0.080 mm  $\times$  0.080 mm  $\times$  8 mm, 0.056 mm  $\times$  0.056 mm  $\times$  8 mm, 0.044 mm  $\times$  0.044 mm  $\times$  8 mm. Le volume respectif correspondant est  $V_{19\%} = 0.0512 \text{ mm}^3$ ,  $V_{39\%} = 0.0251 \text{ mm}^3$ ,  $V_{64\%} = 0.0155 \text{ mm}^3$ .

Des calculs menés sur une éprouvette d'essai ont montré que le maillage statistique à convergence peut être réalisé avec des éléments finis (de type c3d8) contenant 4 VERs.

Ainsi, si la partie cylindrique du réservoir composite à dimensionner mesure 500 mm de long, pour un rayon intérieur de 100 mm et une épaisseur de composite de 10 mm (avec une fraction volumique de fibre de 39%), alors le maillage contient approximativement 40 millions d'éléments (contenant 4 VERs) et autant de noeuds, soit approximativement 300 millions de points de Gauss et 120 millions de degrés de liberté. Le recours

a un ordinateur parallèle est donc indispensable. En outre, une approche de type  $FE^2$  "pure" nécessiterait alors, à l'étape de localisation, approximativement  $300 \text{ millions} \times 2 \text{ heures} = 600 \text{ millions d'heures de calculs}$ . Ceci justifie une nouvelle fois, la nécessité de la construction de la base de données descriptive de l'échelle microscopique qui permettra de s'affranchir de la résolution par éléments finis du calcul local sur la cellule représentative de VER du matériau.

### 3.2 Les hypothèses du modèle de comportement macroscopique

Afin de réduire les temps de calcul à l'échelle macroscopique, en vue d'atteindre l'objectif fixé (le dimensionnement d'une structure en composite unidirectionnel en un temps raisonnable), il est nécessaire de procéder à des hypothèses simplificatrices concernant le comportement macroscopique du composite unidirectionnel. Ces hypothèses sont basées sur l'analyse du phénomène de rupture de fibre observé à l'échelle macroscopique et ne modifieront pas la qualité du résultat final, par rapport à un calcul qui n'aurait pas fait ces simplifications.

L'échelle macroscopique est celle qui, en un point matériel donné de la structure, voit le composite comme un matériau homogène équivalent. La base du repère local du matériau associé à l'échelle macroscopique est la base orthonormée directe  $b_{loc} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ . Le vecteur  $\vec{x}_1$  est aligné avec l'axe des fibres. A cette échelle et dans cette base, au point  $M$ , le tenseur des contraintes est noté  $\Sigma$ , le tenseur des déformations est noté  $E$ .

La première hypothèse faite est de décider que c'est le seul phénomène de rupture de fibres qui est le phénomène dimensionnant. C'est-à-dire que l'on estime que la rupture d'une structure composée d'unidirectionnels est principalement gouvernée par la rupture des fibres. Par conséquent, le caractère non linéaire du comportement d'un unidirectionnel, que l'on peut observer pour les directions transversales et de cisaillement (induit par exemple par les phénomènes de fissuration intralaminaires, de viscoélasticité...) n'est pas pris en compte. La seconde hypothèse faite, basée sur des observations expérimentales, et contrairement à l'échelle microscopique, estime que l'on peut négliger la non-linéarité de type viscoélastique suivant l'axe des fibres (due au caractère visqueux de la matrice) parce qu'elle est indétectable à cette échelle macroscopique : la non-linéarité du comportement du matériau homogène équivalent, dans l'axe des fibres, est donc due exclusivement à la rupture des fibres. Cette non-linéarité reflète la densité de fibres rompues.

La loi de chute du module de rigidité longitudinale du comportement du matériau homogène équivalent, en fonction de la densité de fibres rompues, pourrait être calculée en résolvant un problème d'homogénéisation périodique. Toutefois, une approximation de type loi des mélanges (qui donne une borne supérieure de la loi de chute) est assez bien représentative de la loi homogénéisée exacte. Finalement, à l'échelle macroscopique et dans la base  $b_{loc}$ , le comportement du matériau composite unidirectionnel s'écrit, au point  $M$  :  $\Sigma(M) = a(M) : E(M)$  avec  $a(M) = a^0(M)$ , où  $a^0(M)$  désigne le tenseur de rigidité du matériau vierge d'endommagement au point  $M$ , sauf  $a_{1111}(M) = a_{1111}^0 \left\{ 1 - \frac{N_R(M)}{N_T} \right\}$  où  $N_R$ ,  $N_T$  (ici, égal à 32) sont respectivement le nombre de fibres rompues et le nombre total de fibres au sein de la cellule représentative du VER.

La seconde hypothèse faite, qui induit la relation comportementale précédente, justifie également que seul le transfert de charge axial sur les fibres est important et donc que l'étude faite à l'échelle microscopique peut être synthétisée seulement par le lissage du transfert de charge axiale, sans perte significative de la qualité de la modélisation.

## 4 Le calcul multiéchelles

Les données du calcul sont :

- à l'échelle macroscopique : les caractéristiques du matériau sain, la loi de chute de la rigidité longitudinale du comportement homogène équivalent ;
- à l'échelle microscopique, pour chaque point de Gauss : le tirage des 5 valeurs à rupture longitudinales aléatoires des fibres selon une loi de Weibull identifiée qui permettent de faire évoluer l'endommagement de l'état caractérisé par la cellule CS32 à celui caractérisé par la cellule C2 ; la base de données construite à l'issue de l'analyse microscopique qui permet de calculer la contrainte axiale réelle existant dans les fibres intactes.

Le calcul multiéchelles  $FE^2$  simplifié est itératif. Il calcule l'état d'endommagement (le nombre de ruptures de fibre) au sein du matériau à l'itération  $n$ , connaissant cet état à la fin de l'itération  $n - 1$ . Il est organisé de la manière suivante :

- l'incrément du temps est réalisé (avec incrément ou non de la sollicitation macroscopique, suivant que la structure est en cours de chargement ou en fluage) ;
- on procède à la résolution du calcul par éléments finis posé à l'échelle macroscopique afin d'en déduire l'état de contrainte macroscopique (axiale, notamment) ;

- une boucle sur les points de Gauss pour l'échelle microscopique :
  - . l'étape de localisation - A partir de la connaissance de la contrainte macroscopique et de l'état d'endommagement du matériau, on utilise la base de données des transferts de charge afin d'en déduire la contrainte microscopique axiale dans les fibres intactes. Cette contrainte permet alors de faire évoluer le nombre de fibres rompues au sein du VER par comparaison avec les valeurs à rupture ;
  - . l'étape d'homogénéisation - On calcule le comportement macroscopique du matériau homogène équivalent résultant du nouvel état d'endommagement ;
- on peut procéder alors un à un à un nouvel incrément de temps.

## 5 Application au calcul d'une éprouvette en composite unidirectionnel

L'application du procédé multiéchelles a été dans un premier temps appliqué à une éprouvette unidirectionnelle soumise à une traction uniaxiale soit monotone jusqu'à rupture (Fig. 2), soit monotone puis maintenue constante (Fig. 3). On compare dans tous les cas le nombre d'événements (ruptures de fibre) enregistrés par émission acoustique avec le nombre de ruptures de fibre donné par la modélisation. On présente les résultats dans le cas du niveau 6 de modélisation et pour différents tirages aléatoires des valeurs à rupture longitudinale des fibres selon un processus démontré par Berger et Jeulin [4]. La conclusion importante à tirer de cette application est qu'aussi bien dans le cas de la traction uniaxiale jusqu'à rupture, que dans le cas de la traction axiale maintenue constante, on retrouve numériquement la dispersion expérimentale de la courbe donnant le nombre de ruptures de fibre soit en fonction de la charge appliquée, soit du temps.

## 6 Application au calcul d'un réservoir haute pression. Les résultats

L'application du procédé multiéchelles a été dans un second temps appliqué à un réservoir composite bobiné mis en pression soit monotone jusqu'à rupture, soit monotone puis maintenue constante.

Le réservoir calculé est constitué d'une partie cylindrique (d'une longueur voisine de 1 m et d'un rayon moyen voisin de 250 mm) fermée à chaque extrémité par un hémisphère. L'épaisseur totale du réservoir est de 13.50 mm découpée de la manière suivante : un liner en aluminium de 3.5 mm et plusieurs couches de composite unidirectionnel (bobiné) pour une épaisseur totale de 10 mm. L'orientation (par rapport à l'axe du cylindre) et l'épaisseur de chaque couche de composite sont les suivantes (de la couche la plus extérieure, numérotée 1, vers celle la plus intérieure, numérotée 7) : couche 1 : 1.00 mm / 90°, couche 2 : 1.00 mm / +20°, couche 3 : 1.00 mm / -20°, couche 4 : 2.50 mm / 90°, couche 5 : 1.00 mm / +20°, couche 6 : 1.00 mm / -20°, couche 7 : 2.50 mm / 90°. On suppose dans un premier temps, afin de gagner du temps de calcul, que les hémisphères et les couches à +20° ou -20° de la partie cylindrique ne sont pas susceptibles d'être le siège de ruptures de fibre, et que seules les couches à 90° sont susceptibles de voir apparaître ce phénomène. Le maillage du réservoir dans la partie susceptible de voir apparaître le phénomène de rupture de fibre devrait idéalement être réalisé avec des éléments dont la taille est au maximum de 0.1 mm × 0.1 mm × 8 mm, soit  $120 \times 10^6$  éléments. Pour l'heure, un tel nombre est inenvisageable, et les calculs réalisés se limitent à une discrétisation faite avec quelques millions d'éléments.

On présente les résultats dans le cas du niveau 6 de modélisation. On donne :

- pour les calculs de mise en pression jusqu'à éclatement (instabilité du calcul) la courbe de pression en fonction du déplacement radial moyen jusqu'à éclatement pour un réservoir ayant respectivement une fraction volumique de 19%, 39% et 64% (Fig. 5). Ce cas est en fait plutôt non réaliste au sens où la valeur du taux usuel de fraction volumique pour ces matériaux est voisine de 60% et qu'il est difficile d'obtenir des fractions faibles. En fait, l'objectif de la prise en compte de fractions volumiques différentes est, dans la prochaine étape de la modélisation, de tenir compte du fait que certaines zones dans la structure, en raison du procédé de fabrication, peuvent être plus ou moins riches en fibres, avec néanmoins un fraction volumique moyenne voisine de 60%. La fraction volumique locale serait alors titée au sort selon une loi de Weibull à identifier ;
- pour les calculs de mise en pression puis maintien à une valeur constante, la courbe du nombre de ruptures de fibre en fonction du temps pour un réservoir ayant une fraction volumique de 64% pour 6 valeurs de pression (Fig. 6). Pour ces calculs, dans le cas des pressions les plus élevées, on observe les points où l'accumulation des ruptures de fibre devient instable.

## 7 Conclusion

Basés sur les travaux antérieurs de Blassiau [6] [7] [8] [9], on a mené jusqu'à son terme le dimensionnement tridimensionnel d'un réservoir composite multicouches à partir de l'analyse des phénomènes physiques microscopiques à l'origine et induits par les ruptures de fibres. Même si pour l'instant tout n'est pas parfait, car le calcul idéal semble pour l'instant inaccessible en raison des capacités de stockage et de mémoire informatiques disponibles, le pari était de mettre en place un processus multiéchelles complet de dimensionnement. Il a fallu pour cela, afin de minimiser les temps calculs et les besoins ponctuels de mémoire notamment :

- procéder à la modélisation des phénomènes microscopiques à partir d'investigations numériques et expérimentales puis, justifier le bien-fondé de la construction d'une base de données synthétisant ces résultats et représentant l'étape de localisation d'un procédé multiéchelles ;
- justifier des simplifications en terme de comportement à l'échelle macroscopique afin de simplifier l'étape d'homogénéisation ;
- mettre en place un calcul parallèle en raison du nombre important de degrés de liberté induit par la discrétisation à l'échelle macroscopique.

Ce processus permet d'accéder à l'évolution du nombre des ruptures de fibres au sein de la structure à dimensionner et par là même d'accéder au point d'instabilité qui marque le début de sa ruine catastrophique.

## Références

- [1] S.B. Batdorf. Tensile strength of unidirectionally reinforced composites - 1. *Journal of reinforced plastics and composites*, 1 :153–163, 1982.
- [2] S.B. Batdorf. Tensile strength of unidirectionally reinforced composites - 2. *Journal of reinforced plastics and composites*, 1 :165–175, 1982.
- [3] C. Baxevanakis. Comportement statistique à rupture des composites stratifiés. *Thèse, Ecole des Mines de Paris*, 1994.
- [4] M.H. Berger and D. Jeulin. Statistical analysis of the failure stresses of ceramic fibres : Dependence of the weibull parameters on the gauge length, diameter variation and fluctuation of defect density. *Journal of Materials Sciences*, 38 :2913–2923, 2003.
- [5] I.J. Beyerlein, C.H. Zhou, and L.S. Schadler. Time evolution of stress redistribution around multiple fiber breaks in a composite with viscous and viscoelastic matrices. *International journal of solids and structures*, 35 :3177–3211, 1998.
- [6] S. Blassiau. Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein d'un composite unidirectionnel carbone/époxy et prédiction de durée de vie : contrôle et qualification de réservoirs bobinés. *Thèse, Ecole des Mines de Paris*, 2005.
- [7] S. Blassiau, A. Thionnet, and A. Bunsell. Micromechanisms of load transfert in a unidirectional carbon-fibre epoxy composite due to fibre failures. part 1 : Micromechanisms and 3d analysis of load transfert, the elastic case. *Composite Structures*, 74 :303–318, 2006.
- [8] S. Blassiau, A. Thionnet, and A. Bunsell. Micromechanisms of load transfert in a unidirectional carbon-fibre epoxy composite due to fibre failures. part 2 : Influence of viscoelastic and plastic matrices on the mechanism of load transfert. *Composite Structures*, 74 :319–331, 2006.
- [9] S. Blassiau, A. Thionnet, and A. Bunsell. Micromechanisms of load transfert in a unidirectional carbon-fibre epoxy composite due to fibre failures. part 3 : multiscale reconstruction of composite behaviour. *Composite Structures*, 83 :312–323, 2008.
- [10] H.L. Cox. The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. *British journal of applied physics*, 12 :72–79, 1951.
- [11] P.W.J. Van den Heuvel, S. Goutianos, R.J. Young, and T. Peijs. Failure phenomena in fibre-reinforced composites part 6 : a finite element study of stress concentrations in unidirectional cfr epoxy composites. *Composites science and technology*, 64 :645–656, 2004.
- [12] P.W.J. Van den Heuvel, M.K. Wubbolts, R.J. Young, and T. Peijs. Failure phenomena in two-dimensional multi-fibre model composites : 5. a finite element study. *Composites A*, 29 :1121–1135, 1998.
- [13] F. Feyel. A multilevel finite element method (fe2) to describe the response of highly non-linear structures using generalized continua. *Computer Methods in applied Mechanics and engineering*, 192 :3233–3244, 2003.
- [14] J.G. Goree and R. Gross. Stresses in a three-dimensional unidirectional composite containing broken fibers. *Engineering fracture mechanics*, 13 :395–405, 1980.

- [15] D.G. Harlow and S.L. Phoenix. The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials 1 : Analysis and conjectures. *Journal of composite materials*, 12 :195–213, 1978.
- [16] D.G. Harlow and S.L. Phoenix. The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials 2 : a numerical study of convergence. *Journal of composite materials*, 12 :314–334, 1978.
- [17] J.M. Hedgepeth. Stress concentrations in filamentary structures. *Rapport, NASA TND882, Langley research center*, 1961.
- [18] J.M. Hedgepeth and P. Van Dyke. Local stress concentrations in imperfect filamentary composite materials. *Journal of composite materials*, 1 :294–309, 1967.
- [19] P. Kong. A monte carlo study of the strength of unidirectional fiber-reinforced composites. *Journal of composite materials*, 13 :311–327, 1979.
- [20] D.C. Lagoudas, C.Y. Hui, and S.L. Phoenix. Time evolution of overstress profiles near broken fibers in a composite with a viscoelastic matrix. *International journal of solids and structures*, 25 :45–66, 1989.
- [21] C.M Landis, I.J. Beyerlein, and R.M. McMeeking. Micromechanical simulation of the failure of fiber reinforced composites. *Journal of the mechanics and physics of solids*, 48 :621–648, 2000.
- [22] C.M Landis and R.M. McMeeking. Stress concentrations in composites with interface sliding, matrix stiffness and uneven fiber spacing using shear lag theory. *International journal of solids and structures*, 36 :4333–4361, 1999.
- [23] J.M. Lifschitz and A. Rotem. Time-dependent longitudinal strength of unidirectional fibrous composites. *Fibre science and technology*, 3 :1–20, 1970.
- [24] M.R. Nedele and M.R. Wisnom. Stress concentration factors around a broken fibre in a unidirectional carbon fibre-reinforced epoxy. *Composites*, 25 :549–557, 1994.
- [25] M.R. Nedele and M.R. Wisnom. Three dimensional finite analysis of the stress concentration at a single fibre break. *Composites science and technology*, 51 :517–524, 1994.
- [26] S. Ochiai, K. Schulte, and P.W. Peters. Strain concentration for fibers and matrix in unidirectional composites. *Composites science and technology*, 41 :237–256, 1991.
- [27] S.L. Phoenix. Statistical issues in the fracture of brittle matrix fibrous composites : localized load-sharing and associated size effects. *International Journal of Solids and Structures*, 34 :2649–2668, 1997.
- [28] S.L. Phoenix and I.J. Beyerlein. Statistical strength theory for fibrous composite materials. in *Comprehensive composite materials*, Pergamon-Elsevier Science, A. Kelly and C. Zweben editors :559–639, 2000.
- [29] B.W. Rosen. Tensile failure of fibrous composites. *AIAA journal*, 2 :1985–1991, 1964.
- [30] P.M. Scop and A.S. Argon. Statistical theory of strength of laminated composites. *Journal of composite materials*, 1 :92–99, 1967.
- [31] P.M. Scop and A.S. Argon. Statistical theory of strength of laminated composites 2. *Journal of composite materials*, 3 :30–44, 1969.
- [32] F.V. Souza, D.H. Allen, and Y.R. Kim. Multiscale model for predicting damage evolution in composites due to impact loading. *Composites Sciences and Technology*, 68 :2624–2634, 2008.
- [33] M.R. Wisnom and D. Green. Tensile failure due to interaction between fibre breaks. *Composites*, 26 :499–508, 1995.
- [34] C. Zweben. Tensile failure of fibers composites. *AIAA journal*, 6 :2325–2331, 1968.

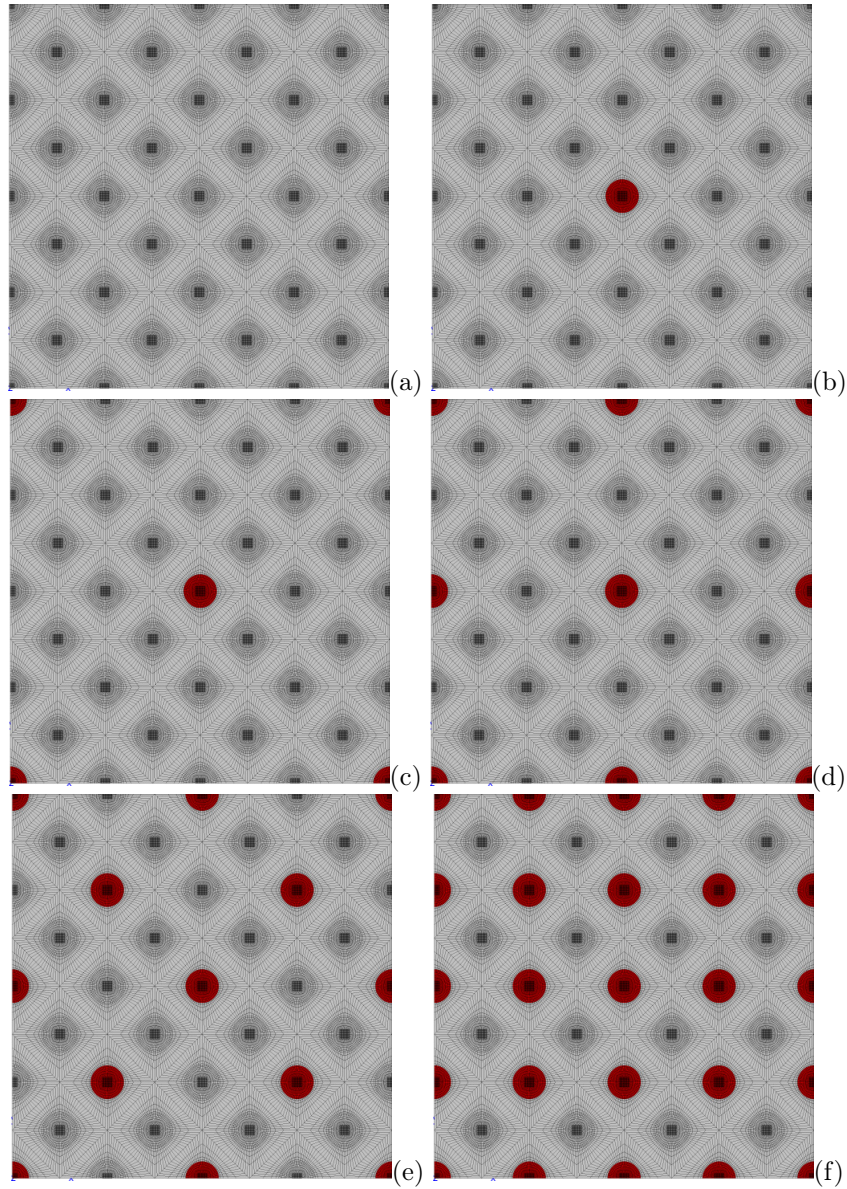


FIG. 1 – Cellules représentatives des états d'endommagements choisis. (a) Cellule CS32. (b) Cellule C32. (c) Cellule C16. (d) Cellule C8. (e) Cellule C4. (f) Cellule C2. En rouge, les fibres rompues.

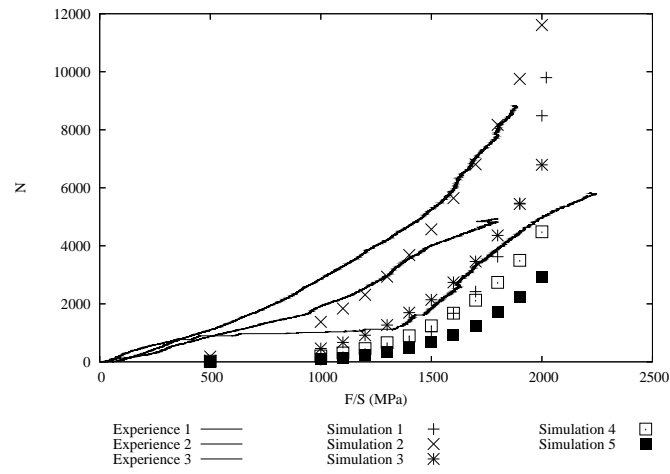


FIG. 2 – Traction uniaxiale d'un unidirectionnel jusqu'à rupture. Nombre de ruptures de fibre (N) en fonction de la contrainte appliquée (F/S, unité : MPa).

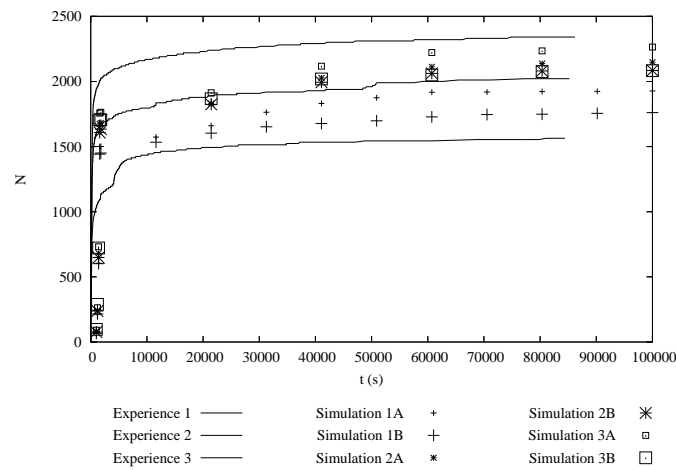


FIG. 3 – Traction uniaxiale d'un unidirectionnel maintenue à une valeur constante (80% de la contrainte à rupture). Nombre de ruptures de fibre (N) en fonction du temps (t, unité : s).

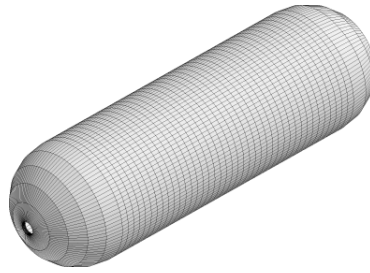


FIG. 4 – Maillage tridimensionnel d'un réservoir composite.

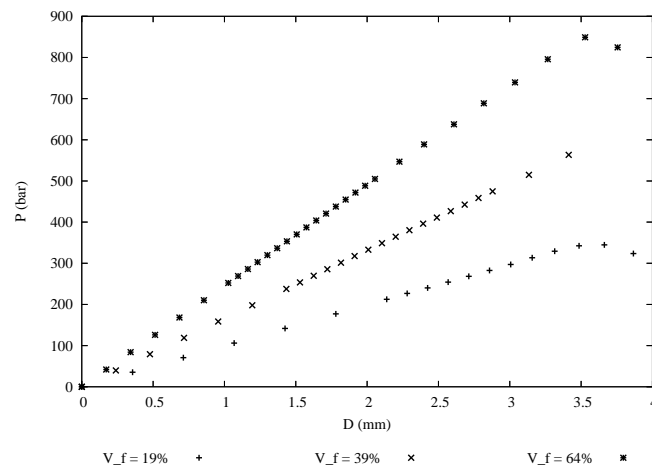


FIG. 5 – Calcul de la mise en pression d'un réservoir composite jusqu'à éclatement. Pression appliquée (P, unité : bar) en fonction du déplacement radial moyen (D, unité : mm).

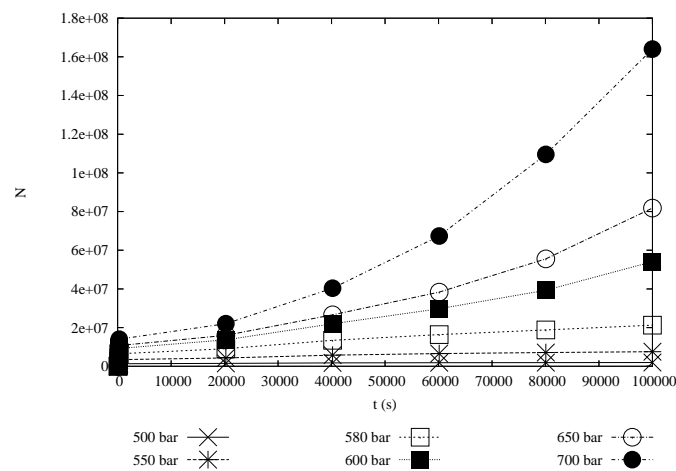


FIG. 6 – Calcul du maintien à pression constante d'un réservoir composite jusqu'à éclatement. Nombre de ruptures de fibre (N) en fonction du temps (t, unité : s).