

N° d'ordre : 3744

# Thèse

présentée devant  
l'UNIVERSITÉ DE RENNES I

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Rennes I**

Mention : *Traitement du Signal et Télécommunications*

par

Aissa IKHLEF

Équipe d'accueil : Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes

École doctorale : Matisse

Composante universitaire : S.P.M.

## Séparation aveugle de sources dans les systèmes de communication MIMO

Soutenue le 19 septembre 2008 devant la commission d'examen

### *Composition du jury*

#### *Directeurs de Thèse*

M. Jacques PALICOT    Professeur, SUPELEC/IETR, Rennes

M. Daniel Le Guennec    Professeur, SUPELEC/IETR, Rennes

#### *Rapporteurs*

Mme Inbar Fijalkow    Professeur des universités, ETIS, Cergy

M. Gérard Favier    Directeur de recherche CNRS, I3S, Nice

#### *Examineurs*

M. Gérard Faucon    Professeur, Université de Rennes 1, Rennes

M. Alban Goupil    Maître de Conférences, Université de Reims, Reims



*A mes parents,  
à ma famille.*



# Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord toute ma famille qui m'a aidé à surmonter toutes les difficultés morales et matérielles pour me permettre de réussir dans mes études supérieures. Ma mère Aïcha, mon père Ammar, mes soeurs, mes frères, mes nièces et mes neveux.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur Jacques Palicot, professeur à Supélec Rennes, responsable de l'équipe SCEE et directeur de ma thèse, de m'avoir accueilli au sein de son équipe, pour ses encouragements, ainsi que pour l'intérêt constant qu'il a porté à ce travail.

Je remercie tout particulièrement mon encadrant Monsieur Daniel Le Guennec, Professeur à Supélec Rennes, pour ses nombreux conseils, sa bonne humeur, sa disponibilité, et pour toute son aide. Je le remercie également de m'avoir initié au domaine de la séparation aveugle de sources ainsi que pour la grande attention qu'il a porté à plusieurs manuscrits incluant ce document de thèse. Je lui témoigne toute ma reconnaissance pour la totale confiance et liberté qu'il m'a accordée depuis le début.

Je tiens à remercier tous les membres de mon jury. Je remercie Monsieur Gérard Faucon, Professeur à l'université de Rennes 1, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse. Je tiens à remercier Madame Inbar Fijalkow, Professeur à l'ENSEA, et Monsieur Gérard FAVIER, directeur de recherche CNRS à l'université de Nice Sophia Antipolis, d'avoir accepté de rapporter ce travail. Leurs remarques m'ont été très utiles pour améliorer le manuscrit. Je remercie également Monsieur Alban Goupil, maître de conférence à l'université de Reims, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Je remercie sincèrement et vivement Monsieur Karim Abed Meraim, Professeur à l'ENST, d'avoir accepté de collaborer avec moi et pour son aide précieuse qui m'a permis d'avancer dans mes travaux de thèse. Je le remercie de m'avoir invité à deux reprises pour visiter son équipe à l'ENST, et pour le temps qu'il a bien voulu me consacrer malgré son emploi du temps très chargé. Merci infiniment.

Je n'oublie pas de remercier tous les membres de l'équipe SCEE, enseignants chercheurs, doctorants et post-doctorants pour les années agréables que j'ai passé avec. Je remercie tout particulièrement Adel Metref, Basel Rihawi et Othmane Nasri pour leurs amitiés et aides.

Je tiens à remercier Adel Moumene pour son amitié, son aide et ses encouragements. Mes remerciements s'adressent aussi à Khwaja Ahmed Shaharyar pour son amitié, son aide

et pour toutes les discussions scientifiques et non scientifiques qu'on a eues ensemble. Je remercie également Kamel Boulelli, Zoubir Litouche, Souheil Zouggar, Lotfi Benouaden, Mohamed Boubia, Lahouari Fathi, Wahab Boussaha, Mostafa Haddad et Kaddour Guerfi pour leurs amitiés.

# Table des matières

|  |            |
|--|------------|
| <b>Remerciements</b>   | <b>iii</b> |
| <b>Table des matières</b>  | <b>v</b>   |
| <b>Table des figures</b>   | <b>1</b>   |
| <b>Liste des tableaux</b>  | <b>5</b>   |
| <b>Liste des acronymes et abréviations</b>   | <b>7</b>   |
| <b>Notations</b>   | <b>9</b>   |
| <b>Introduction générale</b>   | <b>11</b>  |
| <b>1 Introduction à la séparation de source</b>  | <b>17</b>  |
| 1.1 Bref historique . . . . .  | 17         |
| 1.1.1 Le cas instantané . . . . .  | 17         |
| 1.1.2 Le cas convolutif . . . . .  | 18         |
| 1.2 Modélisation du problème . . . . .   | 19         |
| 1.2.1 Mélange linéaire instantané . . . . .  | 19         |
| 1.2.1.1 Modèle du mélange . . . . .  | 19         |
| 1.2.1.2 Hypothèses . . . . .   | 20         |
| 1.2.1.3 Indéterminations . . . . .   | 21         |
| 1.2.1.4 La séparation . . . . .  | 21         |
| 1.2.2 Mélange linéaire convolutif . . . . .  | 22         |
| 1.2.2.1 Modèle du mélange . . . . .  | 22         |
| 1.2.2.2 Hypothèses . . . . .   | 22         |
| 1.2.2.3 La séparation . . . . .  | 22         |
| 1.3 Quelques concepts fondamentaux de la séparation aveugle de sources . . . . .                           | 23         |
| 1.3.1 Statistiques d'ordre deux . . . . .  | 23         |
| 1.3.2 Mesure de l'indépendance . . . . .   | 24         |
| 1.3.2.1 La divergence de Kullback-Leibler et l'information mutuelle . . . . .                              | 24         |
| 1.3.3 Statistiques d'ordre supérieur . . . . .   | 25         |
| 1.3.4 Fonction de contraste . . . . .  | 26         |
| 1.4 Quelques applications de la séparation aveugle de sources . . . . .                                    | 26         |
| 1.4.1 Quelle place pour la séparation de sources dans les systèmes de communication numériques ? . . . . . | 26         |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 1.5      | Séparation aveugle de sources et systèmes de communication numériques . . .      | 27        |
| 1.5.1    | Systèmes de communications MIMO . . . . .  | 28        |
| 1.5.1.1  | Transmission sur les systèmes MIMO . . . . .                                     | 28        |
| 1.5.1.2  | La détection dans les systèmes MIMO . . . . .                                    | 29        |
| 1.5.1.3  | La séparation de sources dans les systèmes MIMO . . . . .                        | 30        |
| 1.6      | Les mesures de performances . . . . .  | 30        |
| 1.6.1    | Le rapport signal sur bruit plus interférences (SINR) . . . . .                  | 31        |
| 1.6.2    | L'erreur quadratique moyenne (EQM) . . . . .                                     | 31        |
| 1.6.3    | Le taux d'erreurs symboles (TES) . . . . .                                       | 32        |
| 1.7      | Conclusion . . . . .   | 32        |
| <b>2</b> | <b>Pré-traitements et post-traitements pour la séparation aveugle de sources</b> | <b>33</b> |
| 2.1      | Pré-traitements et post-traitements pour la séparation aveugle de sources . . .  | 33        |
| 2.1.1    | Bloc de Pré-traitement . . . . .   | 33        |
| 2.1.2    | Bloc de séparation . . . . .   | 34        |
| 2.1.3    | Bloc de post-traitement . . . . .  | 34        |
| 2.1.3.1  | Décorrélacion des sorties . . . . .  | 34        |
| 2.1.3.2  | Orthonormalisation de la matrice de séparation . . . . .                         | 34        |
| 2.2      | Pré-traitement de blanchiment . . . . .  | 35        |
| 2.2.1    | Blanchiment batch . . . . .  | 36        |
| 2.2.2    | Blanchiment adaptatif . . . . .  | 36        |
| 2.2.3    | Quelques résultats . . . . .   | 38        |
| 2.3      | Post-traitement de décorrélacion . . . . .                                       | 39        |
| 2.3.1    | Méthode de décorrélacion classique . . . . .                                     | 40        |
| 2.3.2    | Une version simplifiée de la méthode de décorrélacion classique . . . .          | 41        |
| 2.3.3    | Implémentation et complexité . . . . .   | 41        |
| 2.4      | Post-traitement d'orthonormalisation . . . . .                                   | 43        |
| 2.4.1    | Méthodes basées sur la décomposition <b>QR</b> . . . . .                         | 44        |
| 2.4.1.1  | Transformation de Householder . . . . .  | 44        |
| 2.4.1.2  | Transformation de Givens . . . . .   | 44        |
| 2.4.1.3  | Transformation de Gram-Schmidt . . . . .   | 45        |
| 2.4.2    | Technique d'orthonormalisation rapide . . . . .                                  | 46        |
| 2.4.3    | Technique d'orthonormalisation asymptotique . . . . .                            | 49        |
| 2.4.4    | Quelques résultats de simulation . . . . .                                       | 51        |
| 2.5      | Conclusion . . . . .   | 54        |
| <b>3</b> | <b>Les algorithmes CMA</b>   | <b>57</b> |
| 3.1      | Bref historique . . . . .  | 57        |
| 3.2      | Le critère du module constant (CM) . . . . .                                     | 57        |
| 3.2.1    | Le critère CM . . . . .  | 58        |
| 3.2.2    | Etude de convergence du critère CM . . . . .                                     | 59        |
| 3.3      | Quelques algorithmes CMA . . . . .   | 61        |
| 3.3.1    | Les algorithmes CMA adaptatifs . . . . .   | 61        |
| 3.3.1.1  | L'algorithme CMA à base de gradient stochastique (SG-CMA) . . . . .              | 61        |
| 3.3.1.2  | L'algorithme CMA à base de moindres carrés récursifs (RLS-CMA) . . . . .         | 62        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.3.2    | Les algorithmes CMA batch . . . . .  | 64         |
| 3.3.2.1  | L’algorithme CMA analytique (ACMA) . . . . .   | 64         |
| 3.3.3    | Les algorithmes CMA itératifs . . . . .  | 68         |
| 3.3.3.1  | L’algorithme CMA à base de moindres carrés (LS-CMA) . . . . .  | 68         |
| 3.3.3.2  | L’algorithme CMA avec rotations de Givens complexes (GCMA) :<br>Un nouvel algorithme . . . . .       | 68         |
| 3.4      | Simulations . . . . .  | 72         |
| 3.5      | Conclusion . . . . .   | 79         |
| <b>4</b> | <b>Algorithmes à norme constante : une nouvelle classe</b>   | <b>81</b>  |
| 4.1      | Critère de norme constante . . . . .   | 81         |
| 4.2      | Cas particuliers du critère CNA . . . . .  | 82         |
| 4.2.1    | CNA-2 : Le critère CMA . . . . .   | 82         |
| 4.2.2    | CNA- $\ell$ . . . . .  | 83         |
| 4.2.3    | CNA- $\infty$ : La norme infinie . . . . .   | 83         |
| 4.2.4    | Combinaison CMA/CQA : La norme dynamique . . . . .   | 84         |
| 4.3      | Calcul du paramètre de dispersion $R$ . . . . .  | 85         |
| 4.4      | Implémentation adaptative des critères . . . . .   | 86         |
| 4.4.1    | Critère CNA- $\ell$ . . . . .  | 87         |
| 4.4.2    | Critère CQA . . . . .  | 88         |
| 4.4.3    | Critère basé sur la norme dynamique : combinaison CMA/CQA . . . . .                                  | 88         |
| 4.5      | Simulations . . . . .  | 89         |
| 4.6      | Conclusion . . . . .   | 93         |
| <b>5</b> | <b>Une version simplifiée de l’algorithme CQA : Simplified CQA</b>                                   | <b>97</b>  |
| 5.1      | Le critère proposé . . . . .   | 97         |
| 5.2      | Etude de convergence du critère . . . . .  | 99         |
| 5.2.1    | Le cas des signaux modulés en QAM . . . . .  | 100        |
| 5.2.2    | Le cas $P$ -PSK, ( $P \geq 8$ ) . . . . .  | 104        |
| 5.2.3    | Le cas 4-PSK . . . . .   | 105        |
| 5.3      | Implémentation adaptative du critère et complexité . . . . .   | 108        |
| 5.3.1    | Implémentation adaptative . . . . .  | 108        |
| 5.3.2    | Complexité . . . . .   | 108        |
| 5.4      | Simulations . . . . .  | 109        |
| 5.5      | Conclusion . . . . .   | 113        |
| <b>6</b> | <b>Séparation aveugle de sources dans le cas d’un canal MIMO Convolutif :<br/>un nouveau critère</b> | <b>115</b> |
| 6.1      | Modèle du signal . . . . .   | 115        |
| 6.2      | L’algorithme CMA . . . . .   | 117        |
| 6.3      | Une nouvelle méthode basée sur le critère CMA et un critère du second ordre                          | 117        |
| 6.3.1    | Dérivation du critère . . . . .  | 117        |
| 6.3.2    | Le critère . . . . .   | 119        |
| 6.3.3    | Etude de convergence . . . . .   | 120        |
| 6.3.4    | Une version simplifiée du critère . . . . .  | 127        |
| 6.3.5    | Implémentation du critère . . . . .  | 128        |
| 6.3.5.1  | Implémentation batch . . . . .   | 128        |

|  |                                     |            |
|--|-------------------------------------|------------|
| 6.3.5.2  | Implémentation adaptative . . . . . | 129        |
| 6.4  | Simulations . . . . .               | 135        |
| 6.4.1  | Batch . . . . .                     | 136        |
| 6.4.2  | Adaptatif . . . . .                 | 137        |
| 6.5  | Conclusion . . . . .                | 139        |
| <b>Conclusion générale</b>   |                                     | <b>143</b> |
| <b>Annexe</b>  |                                     | <b>147</b> |
| <b>A Développement de l'équation (5.8) dans le cas des modulations QAM,<br/>P-PSK (<math>P \geq 8</math> et 4-PSK)</b> |                                     | <b>149</b> |
| A.1  | Cas QAM . . . . .                   | 149        |
| A.2  | Cas P-PSK ( $P \geq 8$ ) . . . . .  | 151        |
| A.3  | Cas 4-PSK . . . . .                 | 152        |
| <b>B Algorithmes MUK et MMA</b>  |                                     | <b>153</b> |
| B.1  | Algorithme MUK . . . . .            | 153        |
| B.2  | Algorithme MMA . . . . .            | 154        |
| <b>Bibliographie</b>   |                                     | <b>157</b> |

# Table des figures

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Système de transmission MIMO. . . . .  | 28 |
| 1.2 | Multiplexage VBLAST. . . . .   | 29 |
| 2.1 | Structure générale d'un algorithme de séparation de sources. . . . .   | 34 |
| 2.2 | Effet du blanchiment dans le cas de l'algorithme CMA (avec décorrélation) implémenté via l'algorithme du gradient stochastique. SINR en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ , SNR=30dB. . . . .             | 40 |
| 2.3 | Effet du blanchiment dans le cas de l'algorithme CMA (avec décorrélation) implémenté via l'algorithme du gradient stochastique. SINR en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ , SNR=10dB. . . . .             | 41 |
| 2.4 | Comparaison des critères de décorrélation classique et de décorrélation simplifié en considérant l'algorithme MMA. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 2$ et SNR=30dB . . . . .   | 43 |
| 2.5 | Comparaison des techniques d'ortonormalisation classique, rapide et asymptotique. Cas de l'algorithme MUK. SINR en fonction des itérations. $M = 3$ , $N = 4$ et SNR=30dB. . . . .   | 52 |
| 2.6 | Comparaison des techniques d'ortonormalisation classique, rapide et asymptotique. Cas de l'algorithme CMA. SINR en fonction des itérations. $M = 3$ , $N = 4$ et SNR=30dB. . . . .   | 53 |
| 2.7 | Comparaison des algorithmes CMA et MUK en considérant la technique d'ortonormalisation rapide. Une seule réalisation est considérée et les performances sont pour une seule sortie. $M = 3$ , $N = 4$ et SNR=30dB. . . . . | 53 |
| 2.8 | Comparaison de la sensibilité des algorithmes CMA rapide, CMA classique, MUK classique et MUK rapide vis à vis de la variation du pas d'adaptation. $M = 3$ , $N = 4$ et SNR=30dB. . . . .                                 | 54 |
| 3.1 | Comparaison des performances des algorithmes SG-CMA et RLS-CMA. Le SINR en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ , SNR= 30dB. . . . .   | 73 |
| 3.2 | Comparaison des performances des algorithmes SG-CMA et RLS-CMA. Le MSE en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ , SNR= 30dB. . . . .  | 73 |
| 3.3 | Effet de la longueur des observations sur les performances de l'algorithme GCMA. Le SINR en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .   | 74 |
| 3.4 | Effet de la longueur des observations sur les performances de l'algorithme GCMA. Le MSE en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .  | 74 |
| 3.5 | Effet du nombre d'itérations sur les performances de l'algorithme GCMA. Le SINR en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .  | 75 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 3.6  | Effet du nombre d'itérations sur les performances de l'algorithme GCMA. Le MSE en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .   | 76  |
| 3.7  | Comparaison des performances des algorithmes GCMA, ACMA et LS-CMA. Le MSE en fonction du SNR. 8-PSK, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .   | 76  |
| 3.8  | Comparaison des performances des algorithmes GCMA, ACMA et LS-CMA. Le MSE en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .  | 77  |
| 3.9  | Comparaison des performances des algorithmes GCMA, ACMA et LS-CMA. SER en fonction du SNR. 8-PSK, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .  | 77  |
| 3.10 | Comparaison des performances des algorithmes GCMA, ACMA et LS-CMA. SER en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .   | 78  |
| 3.11 | Comparaison des performances des algorithmes ACMA et RLS-CMA. SER en fonction du SNR. 8-PSK, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .   | 78  |
| 3.12 | Comparaison des performances des algorithmes ACMA, MMSE et SD. SER en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ . . . . .   | 79  |
| 4.1  | Boule unité de différentes normes. . . . .   | 83  |
| 4.2  | Principe CMA/CQA. . . . .  | 84  |
| 4.3  | Boule de la norme $\ \cdot\ _\lambda$ pour différents $\lambda$ . . . . .  | 85  |
| 4.4  | Constellation 16-QAM. Colonne de gauche : les constellations des signaux transmis, colonne de milieu : les constellations des signaux reçus (mélanges), colonne de droite : les constellations des signaux récupérés. . . . .          | 89  |
| 4.5  | Constellation 8-PSK. Colonne de gauche : les constellations des signaux transmis, colonne de milieu : les constellations des signaux reçus (mélanges), colonne de droite : les constellations des signaux récupérés. . . . .           | 90  |
| 4.6  | Comparaison des algorithmes SG-CMA, CQA et CNA-6 en terme de vitesse de convergence pour un même SINR final. Le SINR en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ et SNR= 30dB. . . . .                                       | 90  |
| 4.7  | Comparaison des algorithmes SG-CMA, CQA et CNA-6 en terme de vitesse de convergence pour un même SINR final. Le SINR en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ et SNR= 10dB. . . . .                                       | 91  |
| 4.8  | Comparaison des performances des algorithmes SG-CMA, CQA et CNA-6 en terme d'erreur quadratique moyenne. Le MSE en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ et SNR= 30dB. . . . .  | 92  |
| 4.9  | Effet de l'ordre de la modulation QAM sur les performances du CQA . Le SINR en fonction des itérations. $M = 3$ , $N = 4$ et SNR=30dB. . . . .   | 93  |
| 4.10 | Comparaison des performances des algorithmes SG-CMA, CQA et CDNA en terme de SINR. Le SINR en fonction des itérations. 16-QAM, $M = 3$ , $N = 4$ , $\mu = 10^{-2}$ et SNR=30dB. . . . .  | 94  |
| 4.11 | Taux d'erreurs symboles en fonction du SNR. 16-QAM, $M = 3$ et $N = 4$ . . . . .   | 94  |
| 5.1  | Constellation 16-QAM. La colonne de gauche : les constellations des signaux transmis, la colonne du milieu : les constellations des signaux reçus (mélanges), la colonne de droite : les constellations des signaux récupérés. . . . . | 109 |
| 5.2  | Constellation 8-PSK. La colonne de gauche : les constellations des signaux transmis, la colonne du milieu : les constellations des signaux reçus (mélanges), la colonne de droite : les constellations des signaux récupérés. . . . .  | 110 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 5.3  | Constellation 4-PSK. La colonne de gauche : les constellations des signaux transmis, la colonne du milieu : les constellations des signaux reçus (mélanges), la colonne de droite : les constellations des signaux récupérés. . . . | 110 |
| 5.4  | Comparaison des performances des algorithmes SCQA, CQA et SG-CMA en termes de SINR. Le SINR en fonction des itérations. $M = 3$ , $N = 4$ et $\text{SNR}=30\text{dB}$ . . . . .   | 111 |
| 5.5  | Comparaison des performances des algorithmes SCQA, CQA et SG-CMA en termes de SINR. Le SINR en fonction des itérations. $M = 3$ , $N = 4$ et $\text{SNR}=10\text{dB}$ . . . . .   | 112 |
| 5.6  | Comparaison des performances des algorithmes SCQA, CQA et SG-CMA en termes d'erreur quadratique moyenne. Le MSE en fonction des itérations. $M = 3$ , $N = 4$ et $\text{SNR}=30\text{dB}$ . . . . .                                 | 112 |
| 5.7  | Taux d'erreurs symboles en fonction de SNR. $M = 3$ et $N = 4$ . . . . .  | 113 |
| 6.1  | (a) représente les valeurs absolues des composantes du filtre canal-séparateur $\mathbf{g}_1$ , (b) représente les valeurs absolues des composantes du filtre canal-séparateur $\mathbf{g}_2$ . . . . .                             | 133 |
| 6.2  | SINR en fonction du SNR. 8-PSK, $\ell = 3$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ . . .  | 133 |
| 6.3  | MSE en fonction du SNR. 8-PSK, $\ell = 3$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ . . .   | 134 |
| 6.4  | Effet du retard sur les performances du critère proposé. SINR en fonction du SNR. 8-PSK, $\ell = 3$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ . . . . .   | 134 |
| 6.5  | Taux d'erreurs symbole en fonction du SNR. 8-PSK, $\ell = 3$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ . . . . .  | 136 |
| 6.6  | (a) représente les valeurs absolues des composantes du filtre canal-séparateur $\mathbf{g}_1$ , (b) représente les valeurs absolues des composantes du filtre canal-séparateur $\mathbf{g}_2$ . . . . .                             | 138 |
| 6.7  | Comparaison des performances en termes de SINR. SINR en fonction des itérations. 8-PSK, $\ell = 3$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ , $\text{SNR}=30\text{dB}$ . . . .   | 138 |
| 6.8  | Comparaison des performances en termes de SINR. SINR en fonction des itérations. 8-PSK, $\ell = 3$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ , $\text{SNR}=20\text{dB}$ . . . .   | 139 |
| 6.9  | Comparaison des performances en termes de SINR. SINR en fonction des itérations. 8-PSK, $\ell = 11$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 7$ , $P = 15$ , $\text{SNR}=30\text{dB}$ . . . .   | 140 |
| 6.10 | Effet du retard sur les performances du critère proposé. SINR en fonction des itérations. 8-PSK, $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ , $\text{SNR}=30\text{dB}$ . . . . .   | 140 |
| 6.11 | Taux d'erreurs symboles en fonction du SNR. 8-PSK, $\ell = 3$ , $M = 2$ , $N = 4$ , $L = 2$ , $P = 5$ . . . . .   | 141 |



# Liste des tableaux

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 1.1 | Résumé sur le cadre du travail dans ce document. . . . .   | 20  |
| 2.1 | Algorithme de blanchiment adaptatif . . . . .  | 39  |
| 2.2 | L'algorithme d'orthonormalisation rapide . . . . .   | 49  |
| 2.3 | L'algorithme d'orthonormalisation asymptotique . . . . .   | 51  |
| 3.1 | L'algorithme RLS-CMA . . . . .   | 64  |
| 3.2 | L'algorithme ACMA . . . . .  | 67  |
| 3.3 | L'algorithme GCMA . . . . .  | 72  |
| 5.1 | Comparaison de la complexité des algorithmes SCQA, CQA et CMA pour<br>une seule itération. . . . . | 109 |
| 6.1 | Implémentation batch du critère proposé . . . . .  | 129 |
| 6.2 | Implémentation du critère proposé via l'algorithme RLS . . . . .                                   | 135 |
| B.1 | L'algorithme MUK . . . . .   | 154 |



# Liste des acronymes et abréviations

|         |   |
|---------|---|
| ACI     | Analyse en Composantes Indépendantes                      |
| ACMA    | Analytical Constant Modulus Algorithm                     |
| ACP     | Analyse en Composantes Principales                        |
| BPSK    | Binary Phase Shift Keying                                 |
| CDMA    | Code Division Multiple Access                             |
| CDNA    | Constant Dynamic Norm Algorithm                           |
| CMA     | Constant Modulus Algorithm                                |
| CNA     | Constant Norm Algorithm                                   |
| CQA     | Constant sQuare Algorithm                                 |
| EMSE    | Excess Mean Square Error                                  |
| EQM     | Erreur Quadratique Moyenne                                |
| FIR     | Finite Impulse Response                                   |
| GCMA    | Givens Constant Modulus Algorithm                         |
| GSM     | Global System for Mobile communications                   |
| ICA     | Independent Component Analysis                            |
| JADE    | Joint Approximate Diagonalization of Eigen-matrices       |
| LS-CMA  | Least Square Constant Modulus Algorithm                   |
| MIMO    | Multiple Input Multiple Output                            |
| MISO    | Multiple Input Single Output                              |
| MMA     | Multi-Modulus Algorithm                                   |
| MMSE    | Minimum Mean Square Error                                 |
| MRE     | Mutually Referenced Equalizer                             |
| MSE     | Mean Square Error   |
| MUK     | Multi-User Kurtosis maximization algorithm                |
| OFDM    | Orthogonal Frequency Division Multiplexing                |
| OCMA    | Orthogonal Constant Modulus Algorithm                     |
| PAST    | Projection Approximation Subspace Tracking                |
| PASTd   | Projection Approximation Subspace Tracking with deflation |
| PSK     | Phase Shift Keying  |
| QAM     | Quadrature Amplitude Modulation                           |
| RLS     | Recursive Least Square                                    |
| RLS-CMA | Recursive Least Square Constant Modulus Algorithm         |
| SCQA    | Simplified Constant sQuare Algorithm                      |
| SD      | Sphere Decoding   |
| SER     | Symbole Error Rate  |

|          |   |
|----------|---|
| SGA      | Stochastic Gradient Algorithm                                   |
| SG-CMA   | Stochastic Gradient Constant Modulus Algorithm                  |
| SIMO     | Single Input Multiple Output                                    |
| SINR     | Signal to Interference and Noise Ratio                          |
| SISO     | Single Input Single Output                                      |
| SNR      | Signal to Noise Ratio   |
| TDMA     | Time Division Multiple Access                                   |
| TES      | Taux d'Erreur Symbole   |
| UMTS-TDD | Universal Mobile Telecommunications System Time Division Duplex |
| VBLAST   | Vertical Bell Laboratories Layered Space Time                   |
| VCMA     | Vector Constant Modulus Algorithm                               |

# Notations

Dans ce document les matrices sont en général représentées par des majuscules grasses, les vecteurs par des minuscules grasses et les scalaires par des minuscules non grasses.

|                        |   |
|------------------------|---|
| $(.)^T$                | Transposée  |
| $(.)^H$                | Transposée conjugué                                 |
| $(.)^*$                | Complexe conjugué                                   |
| $j$                    | Nombre complexe tel que $j = \sqrt{-1}$             |
| $ \cdot $              | Module d'un scalaire                                |
| $\ \cdot\ $            | Norme   |
| $\ \cdot\ _2$          | Norme 2   |
| $\ \cdot\ _\infty$     | Norme infinie                                       |
| $(.)_{\Re}$            | Partie réelle                                       |
| $(.)_{\Im}$            | Partie imaginaire                                   |
| $\mathbf{1}_m$         | Vecteur $[1, \dots, 1]^T$ de taille $m$             |
| $\mathbf{I}_m$         | Matrice identité de taille $m \times m$             |
| $E(\cdot)$             | Espérance mathématique                              |
| $Cum(\cdot)$           | Cumulant  |
| $\delta(\cdot)$        | Impulsion de Dirac                                  |
| $\nabla$               | Le gradient   |
| $Diag$                 | Matrice diagonale carrée formée des éléments donnés |
| $Rang$                 | Rang d'une matrice                                  |
| $\mathbb{C}$           | Ensemble des nombres complexes                      |
| $\mathbb{R}$           | Ensemble des nombres réels                          |
| $\mathbb{R}^+$         | Ensemble des nombres réels positifs                 |
| $\otimes$              | Produit de Kronecker                                |
| $\circ$                | Produit de Kharti-Rao                               |
| $vec(\mathbf{A})$      | Vectorisation de la matrice $\mathbf{A}$            |
| $vec^{-1}(\mathbf{a})$ | Opération inverse de vectorisation                  |
| ■                      | Indique la fin de preuve d'un théorème              |



# Introduction générale

## Contexte et motivations

Avec l'intégration de nouveaux services et applications dans les systèmes de communication sans fil, la demande en terme de débit et qualité de service ne cesse d'augmenter. Durant ces dernières années, plusieurs techniques ont été développées pour répondre à ce besoin. Parmi elles, les techniques TDMA (Time Division Multiple Access) et CDMA (Code Division Multiple Access) et leurs variantes ont connues un véritable succès. D'ailleurs elles ont été adoptées dans plusieurs normes comme par exemple le GSM et l'UMTS. Ces techniques offrent la possibilité d'avoir des systèmes de communication multi-utilisateurs. Le TDMA permet d'exploiter la dimension temporelle et son principe consiste à allouer à chaque utilisateur un time-slot unique dans la trame de données. Le CDMA appartient aux techniques d'étalement de spectre et son principe se base sur l'attribution à chaque utilisateur d'un code d'étalement différent. Plus récemment, dans les années 90, des chercheurs des laboratoires BELL ont découvert les systèmes MIMO (Multiple-Input Multiple-Output). Un système MIMO est un système de communication qui utilise, contrairement aux systèmes classiques (SISO, MISO et SIMO), plusieurs antennes à l'émission aussi bien qu'à la réception. En bénéficiant des traitements spatio-temporels associés, un système MIMO se caractérise par le fait qu'il permet une augmentation considérable de l'efficacité spectrale. Un nombre important de travaux ont été publiés sur les systèmes MIMO et plusieurs combinaisons avec les techniques CDMA, OFDM ont été également proposées.

Les techniques conventionnelles utilisées à la réception pour annuler la distorsion apportée par le canal MIMO nécessitent souvent, soit la connaissance du canal, soit l'utilisation d'une séquence de symboles connue au niveau du récepteur. Dans la pratique le canal est inconnu, donc une estimation de ce dernier est nécessaire. Souvent l'estimation du canal est basée sur l'utilisation des séquences d'apprentissage multiplexées avec les données utiles, ce qui diminue bien évidemment le débit utile. Pour des canaux invariant dans le temps, la perte n'est pas significative car un seul cycle d'apprentissage est nécessaire. Pour des canaux variant dans le temps, les séquences d'apprentissage sont envoyées périodiquement, ce qui résulte en une forte diminution du débit utile. Par exemple, dans l'UMTS-TDD, environ 20% des symboles sont utilisés pour l'estimation du canal. De plus, si le canal a des variations rapides ou une réponse impulsionnelle longue, l'exploitation des séquences d'apprentissage devient plus difficile. Or, le but des systèmes MIMO est d'augmenter l'efficacité spectrale qui est une ressource limitée. Ces arguments, parmi d'autres, ont motivé le recours à des méthodes de traitement dites aveugles, dont la séparation aveugle de sources fait partie, où la connaissance du canal MIMO n'est pas nécessaire et remplacée

par d'autres connaissances tirées du signal reçu.

Le problème de la séparation aveugle de sources peut être défini de la façon suivante :  $M$  signaux sources sont transmis à travers un canal MIMO, instantané ou convolutif, reçus par  $N$  capteurs. L'objectif de la séparation aveugle de sources est de récupérer les signaux sources, sans la connaissance du mélange, en utilisant seulement les observations. Depuis deux décades ce problème a suscité un grand intérêt et a engendré de nombreuses contributions. Comme le modèle du signal de la séparation aveugle de sources est sensiblement le même que celui d'un système de transmission MIMO, son application aux systèmes MIMO est très prometteuse. En effet, le canal MIMO et le traitement de réception dans un système MIMO sont équivalents, respectivement, aux mélange et matrice de séparation dans la séparation de sources. Malgré des avancés considérables dans ce domaine, l'application dans la pratique de cette technique est loin d'être satisfaisante et beaucoup de travail reste à effectuer pour améliorer celle-ci. Le présent travail s'inscrit dans ce cadre et son objectif est de contribuer à cette problématique en proposant de nouveaux critères de séparation et en évaluons leurs performances par rapport aux algorithmes classiques.

## Contributions de la thèse

En général les algorithmes de séparation de sources se décomposent en trois étapes :

- Prét-traitement : Il s'agit en général du blanchiment. Ce dernier permet d'éviter les solutions triviales et permet aussi de réduire la matrice de canal à une matrice unitaire, ce qui facilite par la suite la tâche de la séparation.
- Séparation : Dans cette partie une matrice de séparation est calculée en minimisant un critère donné.
- Post-traitement : Lors de la séparation il se peut qu'un même signal soit récupéré sur plusieurs sorties. La décorrélation des sorties de la séparation empêche que ceci se produise. Dans le cas où l'étape de préblanchiment est considérée, le terme de décorrélation peut être remplacé par une contrainte d'orthonormalité sur le séparateur.

Dans cette thèse nous avons contribué dans les deux dernières parties. Dans ce document, le blanchiment et la décorrélation ou l'orthonormalisation, ont été désignés, respectivement, par prétraitement et posttraitement pour la séparation aveugle de sources. Voici un résumé de nos contributions par chapitre :

**Chapitre 2 :** Dans ce chapitre nous avons proposé une version simplifiée de la méthode de décorrélation classique [93]. La nouvelle méthode présente une complexité moindre sans, toute de même, dégrader les performances. Aussi, nous avons introduit deux méthodes d'orthonormalisation qui permettent d'accélérer la vitesse de convergence de l'algorithme de séparation [90].

**Chapitre 3 :** Dans ce chapitre nous avons proposé un nouvel algorithme CMA (Constant Modulus Algorithm) de type itératif. Il se compose de deux étapes. La première est une étape de blanchiment qui permet de réduire la matrice de canal à une matrice unitaire. La seconde étape consiste à minimiser itérativement le critère CMA via des rotations de

Givens complexes. Nous avons nommé cet algorithme GCMA pour Givens-CMA. Il présente des meilleures performances comparé à l'algorithme itératif LS-CMA (Least Square CMA). Dans le cas des signaux QAM, le GCMA donne des performances semblables à celles de la version algébrique du CMA, ACMA (Analytical CMA). Par contre, dans le cas des signaux PSK, le GCMA est moins performant que l'ACMA.

**Chapitre 4 :** Dans ce chapitre nous avons proposé une extension d'une classe d'algorithmes appelée CNA pour Constant Norm Algorithm. Du critère général, nous avons dérivé deux algorithmes. Le premier, appelé Constant sQuare Algorithm (CQA), considère la norme infinie et est plus adapté au cas des modulations QAM. Le deuxième algorithme appelé CDNA utilise une combinaison de la norme infinie et de la norme deux. Dans la phase initiale il se comporte comme le CMA, il est alors insensible à la phase, et après convergence il tend vers le CQA, pour sa capacité à atteindre de bonnes performances en EQM [94, 118, 115].

**Chapitre 5 :** Dans ce chapitre nous avons proposé une version simplifiée de l'algorithme CQA présenté dans le chapitre 4. Nous l'avons appelé Simplified CQA (SCQA). Nous avons proposé également une étude de sa convergence. L'avantage principal du SCQA est sa faible complexité car il considère seulement soit la partie réelle soit la partie imaginaire des sorties du séparateur [117, 93].

**Chapitre 6 :** Dans ce chapitre, contrairement aux chapitres précédents, nous avons considéré le cas d'un canal MIMO convolutif. Nous y proposons, un nouveau critère basé sur le critère CMA et un critère du second ordre [86]. La minimisation du nouveau critère résulte en un séparateur qui permet de séparer les signaux sources avec un certain retard choisi. Nous y proposons également une étude de ses points stationnaires et montrons également l'importance de pouvoir choisir le retard avec lequel les signaux sont récupérés.

## Plan du document

Le présent mémoire de thèse se divise en six chapitres et deux annexes. Les chapitres 2, 3, 4 et 5 considèrent le cas d'un canal MIMO instantané tandis que le chapitre 6 considère le cas d'un canal MIMO convolutif.

Le premier chapitre introduit la problématique de la séparation aveugle de sources et donne un aperçu rapide sur les systèmes de communication MIMO. Nous commençons par exposer un bref historique sur les techniques existantes. Nous présentons le modèle du signal, les notations utilisées et les hypothèses considérées dans les chapitres suivants. Nous donnons aussi quelques concepts de base de la séparation aveugle de sources. Nous exposons aussi quelques applications de la séparation aveugle de sources, en soulignant plus particulièrement son application dans les systèmes MIMO. Nous définissons aussi les mesures qui permettent d'évaluer les performances des algorithmes.

Nous présentons dans le chapitre 2 quelques traitements associés à la séparation aveugle de sources à savoir, le pré-traitement de blanchiment, la décorrélation et l'orthonormalisation, qui seront utilisés souvent dans les chapitres suivants. Nous proposons une ver-

sion simplifiée du critère de décorrélation classique qui permet de réduire la complexité sans dégrader, tout de même, les performances. Nous proposons aussi dans ce chapitre deux méthodes d'orthonormalisation que nous avons appelés orthonormalisations rapide et asymptotique. Ces deux méthodes permettent d'accélérer considérablement la vitesse de convergence des algorithmes de séparation sans augmenter la complexité.

Le chapitre 3 présente le critère du module constant et ses algorithmes les plus connues. Nous rappelons le critère CMA avec l'étude de sa convergence. Nous rappelons aussi quelques algorithmes adaptatifs, batchs et itératifs de ce critère. Nous proposons ici un nouvel algorithme pour minimiser le critère CMA. Il est itératif et se compose de deux étapes : une étape de blanchiment qui permet de réduire la matrice de canal à une matrice unitaire, ensuite une deuxième étape permet d'estimer cette matrice unitaire, en minimisant le critère CMA, à travers des rotations de Givens complexes. L'algorithme proposé donne des performances satisfaisantes par rapport aux autres algorithmes CMA.

Dans le chapitre 4, nous introduisons une nouvelle classe d'algorithmes, nommée algorithmes à norme constante (CNA pour Constant Norm Algorithm) dans le cas d'un mélange instantané. Elle représente une généralisation de l'algorithme CMA aux autres modulations à travers une norme qui doit être en relation directe avec la constellation de la modulation concernée. Nous présentons le critère CNA qui utilise une norme générale définie dans le plan complexe. Ce critère représente une extension au cas MIMO du critère initialement proposé dans [114]. De ce critère général nous dérivons d'autres algorithmes. L'algorithme CQA (Constant sQuare Algorithm) qui est plus adapté aux signaux qui possèdent une constellation carrée. Il utilise la norme infinie et son principe consiste à contraindre les sorties du séparateur à être sur un carré. Le CQA a l'inconvénient de récupérer la phase ce qui rend l'algorithme sensible à un résidu de porteuse. Or la récupération de la porteuse se situe souvent après le séparateur. Le CMA n'utilisant que le module n'a alors pas ce problème. Pour surmonter ceci nous dérivons l'algorithme CDNA (Constant Dynamic Norm Algorithm) qui combine la norme deux et la norme infinie. Cet algorithme utilise le CMA dans la phase initiale pour ses bonnes propriétés face à la phase et termine la convergence par le CQA pour ses capacités à atteindre de bonnes performances, lorsque la phase est accrochée. Une implémentation adaptative via l'algorithme du gradient stochastique pour ces critères est aussi présentée.

Le chapitre 5 introduit une version simplifiée de l'algorithme CQA présenté dans le chapitre 4. Cette version simplifiée est nommée SCQA pour Simplified CQA. Contrairement au CMA et CQA, le critère SCQA considère seulement la partie réelle (ou la partie imaginaire). Nous proposons l'étude de convergence de ce critère où nous montrons que les seuls minima stables correspondent à la récupération de tous les signaux sources. Nous montrons également que l'indétermination de phase change d'une modulation à l'autre. Nous proposons également dans ce chapitre une implémentation adaptative, du critère, via l'algorithme du gradient stochastique et nous évaluons sa complexité. L'intérêt majeur de ce critère est sa convergence globale et sa complexité réduite sans dégrader les performances.

Dans les chapitres précédents, le cas d'un canal MIMO instantané a été considéré. Ce type de canal est rarement rencontré dans la pratique et peu réaliste. Alors, dans le chapitre 6 nous considérons un canal MIMO convolutif qui est plus réaliste et qui est généralement utilisé pour modéliser un canal de transmission. Pour récupérer les signaux sources, nous proposons d'optimiser un nouveau critère dont la minimisation résulte en une matrice de séparation qui permet de récupérer les signaux sources avec un retard choisi. Ce nouveau critère est constitué de deux termes, un terme du second ordre qui permet de réduire le mélange convolutif à un mélange instantané, le deuxième terme est le critère du module constant permettant la séparation du mélange instantané. L'algorithme proposé permet de contrôler le retard avec lequel les signaux sont récupérés et par conséquent ceci permet de lever l'indétermination, dans le retard, inhérente à la séparation de sources dans le cas d'un système MIMO convolutif. En plus, il est connu dans l'égalisation aveugle que si le retard est choisi dans le milieu de l'intervalle de tous les retards possibles, les performances sont considérablement améliorées. Nous étudions les points stationnaires du critère où nous démontrons que les seuls minima correspondent à la récupération de tous les signaux sources et avec le retard choisi. Nous proposons deux implémentations du critère, batch et adaptative.

## Publications

Les travaux réalisés ont fait l'objet des publications suivantes :

### Revue

- A. Ikhlef and D. Le Guennec, "A Simplified Constant Modulus Algorithm for Blind Recovery of MIMO QAM and PSK Signals : A Criterion with Convergence Analysis," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2007, Article ID 90401, 13 pages, 2007. doi :10.1155/2007/90401.

### Conférences internationales

- A. Ikhlef, K. Abed Meraim and D. Le Guennec, "A new blind adaptive signal separation and equalization algorithm for MIMO convolutive systems," *In IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP07)*, Madison, USA, August 2007.
- A. Ikhlef, K. Abed Meraim and D. Le Guennec "A fast blind adaptive separation algorithm using multiuser kurtosis maximization criterion," *In IEEE. SPAWC*, Helsinki, Finland, June 2007.
- A. Ikhlef, D. Le Guennec, " Blind recovery of MIMO QAM signals : A criterion with its convergence analysis," *In Proc. EUSIPCO*, Florence, Italy, September 2006.
- A. Ikhlef, D. Le Guennec and J. Palicot, "Constant norm algorithms for MIMO communication systems," *In Proc. EUSIPCO*, Antalya, Turkey, Sep. 2005.
- A. Ikhlef, D. Le Guennec and J. Palicot, "A new blind algorithm to blind separate QAM signals in narrowband MIMO communication systems," *In IEEE Proc. ISSPA*, Sydney, Australia, August 2005.

**Conférence nationale**

- A. Ikhlef, D. Le Guennec and J. Palicot, "Algorithmes à norme constante pour les systèmes de communication MIMO," *In Proc. GRETSI*, Belgium, Sep. 2005.

**Divers**

- A. Ikhlef, "Séparation aveugle de sources dans les systèmes MIMO," Journée recherche, Supélec, Campus de Rennes, France, 1 Mars 2006.
- A. Ikhlef, "Séparation aveugle de sources dans les systèmes MIMO," Séminaire SCEE, Supélec, Campus de Rennes, France, 1 Juin 2006.
- A. Ikhlef, "Séparation aveugle de sources dans les systèmes MIMO," Doctoriales de Bretagne 2006, Landerneau, France, 12-17 Nov. 2006.

# Chapitre 1

## Introduction à la séparation de source

Ce premier chapitre présente un aperçu général sur la séparation aveugle de sources et les systèmes de communication MIMO. Nous commençons par présenter un bref historique non exhaustif sur les méthodes de séparation aveugle de sources existantes. Ensuite nous modélisons ce problème dans le cas des canaux instantanés et convolutifs. Puis, nous donnons quelques concepts fondamentaux de la séparation de sources. Ensuite, nous évoquons quelques applications de séparation de sources en insistant plus sur son application dans les systèmes de communication numériques et plus particulièrement les systèmes MIMO. Quelques critères pour mesurer les performances sont également donnés.

### 1.1 Bref historique

Les premiers travaux sur la séparation aveugle de sources ont été initiés par C. Jutten et J. Héroult [1] en 1985, dans le cas d'un mélange instantané. Depuis une multitude d'algorithmes a été proposée. Nous faisons ici un rapide tour d'horizon des méthodes de séparation de sources proposées dans la littérature. Les algorithmes de séparation de sources peuvent être classés selon différents critères : mélange instantané ou mélange convolutif, linéaire ou non linéaire, batch ou adaptatif, statistiques d'ordre deux ou d'ordre supérieur. Ici nous considérons un classement selon le type de mélange étudié.

#### 1.1.1 Le cas instantané

Le problème de la séparation de sources dans le cas d'un mélange instantané, connu aussi sous le nom d'analyse en composantes indépendantes ACI (ou ICA, acronyme de l'anglais Independent Component Analysis) a donné lieu à d'importants travaux. En général pour réaliser la séparation le recours aux statistiques d'ordre supérieur est souvent nécessaire. Dans [2] Cardoso a proposé de considérer les propriétés algébriques des cumulants d'ordre quatre en utilisant l'information d'ordre deux pour rendre unitaire la matrice de mélange puis de l'identifier par des techniques de diagonalisation. En revanche, il montre dans [3, 4] que les cumulants d'ordre quatre sont suffisants pour permettre, à eux seuls, d'estimer la matrice de mélange. En 1993, il publie l'algorithme, très connu, JADE [5]. L'approche développée par Comon [6], en 1990, élargit la théorie de l'Analyse en Composantes Princi-

pales (ACP) à l'analyse en composantes indépendantes et introduit la notion de fonction de contraste. Comon propose comme contraste à maximiser la somme des cumulants d'ordre quatre. Delfosse et Loubaton [7] ont proposé une approche de type "déflation" dans laquelle les signaux sont extraits séquentiellement, c'est à dire, un par un. Dans [8] Laheld et Cardoso ont développé une famille d'algorithmes adaptatifs basés sur la notion de gradient matriciel relatif. En absence de bruit, ces algorithmes ont l'avantage de fournir des performances indépendantes de la matrice de mélange et donc de son conditionnement. Dans [9], Pham et al. ont résolu le problème de séparation par une méthode fondée sur le principe du maximum de vraisemblance en considérant des observations non bruitées.

Depuis ces travaux pionniers en séparation de sources, ce domaine de recherche a pris une importance grandissante au point où un workshop annuel lui est dédié (ICA Workshop). En plus des méthodes développées spécialement pour la séparation de sources, plusieurs méthodes sont issues de l'extension des algorithmes d'égalisation aveugle. Parmi ces méthodes, les deux algorithmes les plus connus sont l'algorithme MUK (Multiuser Kurtosis maximization) [10] et le CMA (Constant Modulus Algorithm) [11, 12]. L'algorithme MUK, qui représente une extension de l'algorithme proposé par Shalvi et al. [13], est basé sur la maximisation du kurtosis sous contrainte d'orthonormalité. L'algorithme CMA est basé sur le critère du module constant qui est adapté au cas des signaux PSK [14, 15, 16, 17, 18]. Une version modifiée du CMA appelée MMA (pour Multimodulus Algorithm) a été proposée pour améliorer l'égalisation des signaux utilisant des constellations QAM denses [19, 20], son extension au cas MIMO a été proposé dans [21].

La plupart des algorithmes appartiennent à la catégorie des méthodes exploitant des statistiques d'ordre supérieur implicitement ou explicitement. Sous certaines conditions, les statistiques d'ordre deux peuvent cependant suffire. Dans ce cas, les méthodes tirent alors partie de la diversité spectrale des signaux sources [22] soit de leur non stationnarité [23]. Contrairement au cas surdéterminé (plus de capteurs que de sources), le cas sousdéterminé, malgré son importance, est beaucoup moins étudié, néanmoins quelques travaux ont été réalisés [24, 25, 26, 27].

### 1.1.2 Le cas convolutif

Les premiers travaux modélisant cette situation de mélanges ont été initiés au début des années 90. Le premier travail qui traite le mélange convolutif, à notre connaissance, est celui de Jutten et al. [28, 29]. Le mélange convolutif, relativement au mélange instantané, a été moins étudié mais il existe néanmoins beaucoup d'algorithmes pour ce type de mélange qui convient à une variété d'applications physiques.

Dans la continuité des développements du cas instantané, plusieurs algorithmes connus dans le cas instantané ont été généralisés au cas convolutif [30, 31, 32, 33, 34, 35]. Dans [36], Gorokhov et Loubaton ont proposé une méthode basé sur la prédiction linéaire. Cette méthode permet de réduire un mélange convolutif en un mélange instantané, puis d'utiliser un des algorithmes de séparation de sources dans le cas instantané. Dans le cas convolutif, plusieurs méthodes considèrent le domaine fréquentiel. Le point de vue fréquentiel présente l'avantage de transformer un problème convolutif en une collection de problèmes instantanés. De telles méthodes se placent en général dans le cadre de signaux i.i.d. et

consistent à réaliser des séparations instantanées sur un ensemble de fréquences distinctes [37, 38]. La difficulté majeure est alors de résoudre le problème de l'indétermination de permutation entre les différentes séparations instantanées du domaine fréquentiel. Comme dans le cas instantané, l'utilisation des seules statistiques d'ordre deux peut suffire pour réaliser la séparation des sources dans le cas convolutif, et ceci par l'exploitation soit de la diversité spectrale [39], soit de la cyclostationnarité [40]. Notons aussi l'existence des méthodes algébriques [41] fondées sur l'appartenance des sources à un alphabet fini.

## 1.2 Modélisation du problème

Le problème de la séparation de source est un problème fondamental et très général. Il se modélise d'une manière générale indépendamment du domaine d'application, de la façon suivante : des signaux (sources) émis par un nombre fini  $M$  d'émetteurs indépendants, traversant un mélange de dimension  $N \times M$ , sont reçus par un nombre fini  $N$  de capteurs. A la réception, on a accès seulement aux signaux reçus, les signaux émis et le mélange sont tous inconnus. L'objectif est de restituer les signaux émis en utilisant uniquement les signaux reçus. Pour se faire, les chercheurs dans ce domaine se basent essentiellement sur l'hypothèse de l'indépendance mutuelle des signaux sources, c'est à dire que, la densité de probabilité des signaux sources est égale au produit de ses densités de probabilités marginales. Dans ce cas le problème est connu aussi sous le nom de l'analyse en composantes indépendantes (ICA pour Independent Component Analysis).

Le mélange peut être linéaire ou non linéaire, instantané ou convolutif. Aussi, il peut être variant ou invariant dans le temps. En général, c'est le modèle linéaire invariant dans le temps qui est considéré dans la plupart des algorithmes proposés. Cependant, il faut noter que plusieurs travaux ont traité le cas non linéaire [42]. Tout au long de ce document on s'intéressera seulement au modèle linéaire invariant dans le temps où l'on considère plus particulièrement les cas des mélanges instantanés et convolutifs. Le tableau 1.1 résume les cas considérés, la forme des algorithmes proposés et les types des traitements considérés dans le cadre de ce travail.

### 1.2.1 Mélange linéaire instantané

#### 1.2.1.1 Modèle du mélange

Dans le cas d'un mélange instantané et pour un système avec  $M$  émetteurs et  $N$  capteurs,  $M$  signaux sources sont émis à travers un système de mélange instantané (sans mémoire). Chacun des  $N$  signaux reçus, représente un mélange linéaire des signaux sources émis. Ce modèle se traduit par l'équation suivante :

$$y_i(n) = \sum_{j=1}^M h_{ij} s_j(n) + b_i(n), \quad i = 1, \dots, N \quad (1.1)$$

ou sous forme matricielle par :

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n) \quad (1.2)$$

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| Canal MIMO                           | Linéaire invariant dans le temps : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Instantané ou,</li> <li>• Convolutif</li> </ul>  |
| Algorithmes de séparation de sources | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pré-traitement : blanchiment ou rien</li> <li>• Différents critères : classiques ou nouveaux</li> <li>• Post-traitement :             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Orthonormalisation (nécessite préblanchiment) ou,</li> <li>- Décorrélation ou,</li> <li>- Aucun</li> </ul> </li> </ul> |
| Types de traitements                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Adaptatifs (point par point)</li> <li>• Itératifs</li> <li>• Batches</li> </ul>   |

TAB. 1.1 – Résumé sur le cadre du travail dans ce document.

où  $\mathbf{y}(n) \triangleq [y_1(n), \dots, y_N(n)]^T$  est le vecteur des  $N$  observations,  $\mathbf{s}(n) \triangleq [s_1(n) \dots s_M(n)]^T$  est le vecteur contenant les  $M$  signaux sources, tandis que  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_M]$  est la matrice de mélange de dimension  $N \times M$  ( $\mathbf{h}_j = [h_{1j}, \dots, h_{Nj}]^T$ ,  $j = 1, \dots, M$ , est le  $j$ ème vecteur colonne de  $\mathbf{H}$ ), elle représente un mélange instantané et  $\mathbf{b}(n)$  est un possible bruit additif.

### 1.2.1.2 Hypothèses

En général pour réaliser la séparation des signaux sources, quelques hypothèses sont nécessaires. Dans le cas d'un mélange instantané, nous supposons que :

- H1.** Les signaux sources sont indépendants et identiquement distribués (iid) et mutuellement indépendants.
- H2.** Le nombre de capteurs est supérieur ou égal au nombre d'émetteurs ( $N \geq M$ ). Cette hypothèse est nécessaire dans la plupart des algorithmes existants<sup>(1)</sup>.
- H3.** La matrice de canal  $\mathbf{H}$  est de rang complet  $M$ .
- H4.** Le bruit  $\mathbf{b}(n)$  est additif indépendant des signaux sources.
- H5.** Au plus un seul signal source a une distribution gaussienne.

D'autres hypothèses peuvent exister soit sur les signaux sources, le bruit et/ou la matrice de mélange. En général ces hypothèses permettent la conception de nouveaux algorithmes, comme par exemple l'algorithme CMA qui exploite l'aspect de module constant des signaux modulés en PSK [11, 12].

<sup>(1)</sup>Dans ce document on ne considère pas le cas  $N < M$  correspondant au système sous déterminé.

### 1.2.1.3 Indéterminations

Dans un contexte aveugle où les signaux sources et la matrice de canal sont tous des inconnus, on remarque facilement que le même vecteur  $\mathbf{y}(n)$  peut être généré à partir d'une infinité de vecteurs  $\mathbf{s}(n)$ . En effet, l'ordre des signaux est arbitraire car toute permutation appliquée sur les signaux sources et sur les lignes de la matrice  $\mathbf{H}$  correspondantes donne le même vecteur  $\mathbf{y}(n)$ . Donc les signaux sources ne peuvent être récupérés qu'à une permutation près. En plus, l'échange d'un facteur d'échelle entre un signal source et le vecteur colonne de la matrice de mélange  $\mathbf{H}$  correspondant n'affecte en rien les observations. Ceci est montré à travers l'équation suivante :

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{H}\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n) = \sum_{i=1}^M \frac{\mathbf{h}_i}{\alpha_i} \alpha_i s_i(n) + \mathbf{b}(n) \quad (1.3)$$

Donc, au mieux, les signaux sources sont restitués à une permutation et un facteur d'échelle près. Ces indéterminations sont dues au fait que les signaux sources et la matrice de canal sont tous à la fois des inconnus et ces indéterminations n'influencent pas l'indépendance des signaux que l'on cherche à travers la minimisation de certains critères <sup>(2)</sup>.

### 1.2.1.4 La séparation

Le principe général de la séparation aveugle de sources consiste à trouver une transformation  $\mathbf{W}$  qui permette d'obtenir, à partir des signaux reçus, des signaux mutuellement indépendants, ou en d'autres termes de calculer l'inverse de la matrice de mélange  $\mathbf{H}$ . Alors, on a :

$$\mathbf{z}(n) = \hat{\mathbf{s}}(n) = \mathbf{W}^T \mathbf{y}(n), \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{W}$  est la matrice de séparation de dimension  $N \times M$  permettant de récupérer les signaux sources à un facteur d'échelle et une permutation près. Alors, dans la suite une matrice  $\mathbf{W}$  est dite matrice de séparation, si et seulement si elle satisfait, en l'absence de bruit, l'égalité suivante :

$$\mathbf{W}^T \mathbf{y}(n) = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{s}(n) \quad (1.5)$$

ou encore :

$$\mathbf{W}^T \mathbf{H} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda} \quad (1.6)$$

où  $\mathbf{P}$  est une matrice de permutation et  $\mathbf{\Lambda}$  est une matrice diagonale non singulière.

Soit :

$$\mathbf{G}^T = \mathbf{W}^T \mathbf{H} \quad (1.7)$$

la matrice globale du système composé du canal et du séparateur. La séparation parfaite des signaux sources, c'est à dire une séparation sans permutation et sans facteur d'échelle, correspond à :

$$\mathbf{G}^T = \mathbf{W}^T \mathbf{H} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{I} \quad (1.8)$$

Quelques principes et méthodes existants pour calculer la matrice de séparation  $\mathbf{W}^T$  seront présentés après.

<sup>(2)</sup>Ces indéterminations peuvent être délicates dans une application réelle où on cherche à récupérer les signaux dans le bon ordre et avec les bonnes amplitudes. En pratique ce problème est réglé en utilisant des courtes séquences d'apprentissage (méthodes semi-aveugles). Dans ce travail, pour évaluer les performances, les indéterminations seront levées manuellement.

## 1.2.2 Mélange linéaire convolutif

### 1.2.2.1 Modèle du mélange

Pour un mélange linéaire convolutif le signal reçu se modélise comme suit :

$$\mathbf{y}(n) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(n-k) + \mathbf{b}(n) \quad (1.9)$$

où  $\mathbf{y}(n) \triangleq [y_1(n), \dots, y_N(n)]^T$  est le vecteur des  $N$  observations,  $\mathbf{s}(n) \triangleq [s_1(n), \dots, s_M(n)]^T$  le vecteur des  $M$  signaux sources,  $\mathbf{b}(n)$  le vecteur bruit, et  $\mathbf{H}(k)$ ,  $k = 0, \dots, L$ , la suite des  $L+1$  matrices de dimension  $N \times M$  de la réponse impulsionnelle du canal. Nous supposons que  $\sum_{k=0}^L \|\mathbf{H}(k)\| < \infty$ .

Soit :

$$\mathbf{H}(z) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k)z^{-k} = [\mathbf{h}_1(z) \dots \mathbf{h}_M(z)] \quad (1.10)$$

la matrice de transfert FIR d'ordre  $L+1$  et de dimension  $(N \times M)$ , causale et stable. Notons par  $L_i$  le degré de  $\mathbf{h}_i(z)$ , c'est à dire :  $\mathbf{h}_i(z) = \sum_{k=0}^{L_i} \mathbf{h}_{i,k}z^{-k}$ . D'autre part, nous supposons que  $L_i \leq L$  pour  $i = 1, \dots, M$ .

Par commodité, on peut utiliser la notation suivante :

$$\mathbf{y}(n) = [\mathbf{H}(z)]\mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n). \quad (1.11)$$

### 1.2.2.2 Hypothèses

Comme dans le cas d'un mélange instantané, des hypothèses sur les signaux sources et le mélange sont nécessaires afin de réaliser la séparation. Dans le cas convolutif, en plus des hypothèses H1, H4 et H5, les hypothèses suivantes sont considérées dans la suite :

**H6.**  $N > M$ , c'est à dire que le nombre de capteurs est strictement supérieur au nombre d'émetteurs <sup>(3)</sup>.

**H7.** La matrice de transfert  $\mathbf{H}(z)$  est une matrice irréductible, c'est à dire :  $\text{rang}(\mathbf{H}(z)) = M$ ,  $\forall z$ .

**H8.** La matrice de transfert  $\mathbf{H}(z)$  est une matrice à colonnes réduites, c'est à dire :  $\text{rang}([\mathbf{h}_{1,L_1}, \dots, \mathbf{h}_{M,L_M}]) = M$ .

Notons que ces hypothèses permettent d'assurer l'inversibilité à gauche de la matrice de Sylvester qui sera présentée dans le chapitre 6.

D'autres hypothèses seront considérées dans la suite.

### 1.2.2.3 La séparation

Il est connu que, sous les hypothèses ci-dessus, il existe un filtre inverse du mélange. L'objectif de la séparation de sources est de calculer un filtre séparateur  $\mathbf{W}(n)$  qui permette

<sup>(3)</sup>Ici on considère  $N > M$ , mais il faut noter qu'il existe des algorithmes pour le cas  $N \geq M$ .

d'inverser le canal. La sortie du filtre séparateur s'écrit alors :

$$\mathbf{z}(n) = \sum_{k=0}^P \mathbf{W}(k)^T \mathbf{y}(n-k) = [\mathbf{W}(z)^T] \mathbf{y}(n) \quad (1.12)$$

Dans le cas d'un mélange convolutif, la séparation ne peut se faire qu'à un facteur d'échelle, une permutation et un retard près. En effet, les signaux estimés peuvent être réorganisés par une matrice de permutation  $\mathbf{P}$ , et retardés par un filtre diagonal  $\mathbf{\Lambda}(z)$ , par rapport aux signaux initialement émis sans que cela n'affecte leur indépendance. Alors, la matrice  $\mathbf{W}(z)$  FIR MIMO est dite matrice de séparation si et seulement si :

$$\mathbf{G}(z)^T = \mathbf{W}(z)^T \mathbf{H}(z) = \mathbf{P} \mathbf{\Lambda}(z) \quad (1.13)$$

où  $\mathbf{G}(z)$  est la matrice de transfert globale de dimension  $M \times M$  du système composé du mélange et du séparateur,  $\mathbf{P}$  est une matrice de permutation de dimension  $M \times M$ , et  $\mathbf{\Lambda}(z)$  est une matrice diagonale de dimension  $M \times M$ , définie comme suit :

$$\mathbf{\Lambda}(z) = \text{diag}(\lambda_1 z^{-\tau_1}, \dots, \lambda_M z^{-\tau_M}) \quad (1.14)$$

où  $\lambda_i$  est un scalaire complexe et  $\tau_i$  est un retard pur.

La sortie globale peut s'exprimer en fonction des signaux sources et du filtre global, en l'absence de bruit, comme :

$$\mathbf{z}(n) = [\mathbf{G}(z)^T] \mathbf{s}(n). \quad (1.15)$$

ce qui s'écrit aussi dans le domaine temporel :

$$\mathbf{z}(n) = \sum_{k=0}^{L+P} \mathbf{G}(k)^T \mathbf{s}(n-k) \quad (1.16)$$

## 1.3 Quelques concepts fondamentaux de la séparation aveugle de sources

### 1.3.1 Statistiques d'ordre deux

Le principe général de la séparation de sources consiste à appliquer des transformations aux observations pour obtenir des signaux statistiquement indépendants qui seront proportionnels aux signaux sources qu'on veut estimer. Ainsi le problème de la séparation de sources revient à celui de la recherche de composantes indépendantes dans un mélange linéaire de ces dernières. On peut penser à une première solution qui consiste à rendre les observations indépendantes à l'ordre deux en exploitant la matrice d'autocovariance de ces dernières, mais on se rend compte rapidement que celle-ci est insuffisante pour identifier la matrice de mélange. En effet, la matrice d'autocovariance des observations est donnée par :

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}(n)^H] = \mathbf{H}\mathbf{R}_s\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_b \quad (1.17)$$

où  $\mathbf{R}_s$  est la matrice d'autocovariance des signaux sources que l'on supposera égale à la matrice identité, ceci vient du fait que les signaux sources sont souvent supposés de

puissances unité, et  $\mathbf{R}_b$  est la matrice d'autocovariance du bruit. En l'absence de bruit, la matrice d'autocovariance de  $\mathbf{y}(n)$  se réduit à :

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{H}\mathbf{H}^H \quad (1.18)$$

Alors, il est clair qu'à partir de  $\mathbf{R}_y$  dans (1.18), la matrice  $\mathbf{H}$  ne peut être identifiée qu'à une matrice unitaire près. Donc l'utilisation de la seule matrice d'autocovariance n'est pas suffisante pour la séparation. Certaines techniques de séparation de sources commencent d'abord par utiliser la matrice d'autocovariance des observations pour déterminer  $\mathbf{H}$  à une matrice unitaire près à partir de  $\mathbf{R}_y$ , ensuite cherchent la rotation manquante en utilisant d'autres informations. Dans le cas où les signaux sources présentent une cohérence temporelle, on peut utiliser les matrices d'intercovariance des observations pour déterminer la matrice unitaire manquante. Dans le cas où les signaux sources sont non gaussiens, on utilise des cumulants comme outils de test d'indépendance pour obtenir des signaux statistiquement indépendants à un ordre supérieur à deux.

### 1.3.2 Mesure de l'indépendance

Nous commençons tout d'abord par définir l'approche nommée Analyse en Composantes Indépendantes (ACI), plus connus sous le nom anglophone Independent Component Analysis (ICA). Cette approche a été proposée initialement par Comon et peut être simplement définie comme suit :

**Définition 1.1** *Étant donné un ensemble de  $N$  observations, l'ICA est le processus qui permet de décomposer ces observations en  $M$  composantes mutuellement indépendantes.*

Dans le contexte de la séparation de sources, les observations sont les mélanges linéaires des signaux sources qui sont supposés indépendants. Donc on voit bien que l'hypothèse d'indépendance est essentielle pour l'estimation de la matrice de séparation  $\mathbf{W}$ .

Par définition, un vecteur aléatoire  $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_M]$  avec une densité de probabilité  $p(\mathbf{s})$  a des composantes indépendantes si sa densité de probabilité peut se factoriser comme :

$$p(\mathbf{s}) = \prod_{i=1}^M p_i(s_i) \quad (1.19)$$

Il existe plusieurs outils pour mesurer l'indépendance, parmi eux on peut citer les deux outils les plus connus, à savoir l'information mutuelle et les cumulants.

#### 1.3.2.1 La divergence de Kullback-Leibler et l'information mutuelle

Une mesure de la distance entre les deux distributions dans (1.19) peut être vue comme un moyen pour caractériser l'indépendance entre les signaux. La divergence de Kullback-Leibler est la mesure de distorsion entre deux fonctions de densité de probabilité  $p(\mathbf{s})$  et  $q(\mathbf{s})$ , elle est donnée par [43] :

$$\mathcal{K}(p, q) = \int p(\mathbf{s}) \log \frac{p(\mathbf{s})}{q(\mathbf{s})} d\mathbf{s}, \quad (1.20)$$

où  $p$  et  $q$  sont des densités de probabilité de vecteurs de dimension  $m$ . Cette divergence est toujours positive, et égale à zéro si et seulement si :  $p(\mathbf{s}) = q(\mathbf{s})$ . Cette divergence parfois appelée distance de Kullback-Leibler n'est pas vraiment une mesure de distance car elle n'est pas symétrique.

En tenant compte de (1.19), si les variables aléatoires sont indépendantes, leur densité de probabilité conjointe peut se factoriser. Alors, l'indépendance entre  $s_i$  peut être mesurer à l'aide de la divergence de Kullback-Leibler entre la densité  $p = p(\mathbf{s})$  et  $q = p_1(s_1)p_2(s_2) \cdots p_m(s_m)$ , où  $p_i(s_i)$  est la densité marginale de  $s_i$ . Cette forme de la divergence de Kullback-Leibler est appelée l'information mutuelle et définie comme [44, 45] :

$$\mathcal{I}(s_1, s_2, \dots, s_m) = \mathcal{K}(p(\mathbf{s}), p_1(s_1)p_2(s_2) \cdots p_m(s_m)). \quad (1.21)$$

La distance dans (1.21) est nulle si et seulement si les variables sont indépendantes. D'autre part elle est positive. Grace à cette propriété l'information mutuelle peut être utilisée pour mesurer l'indépendance. Pour plus de détail sur ce point, se référer à [46].

### 1.3.3 Statistiques d'ordre supérieur

Les cumulants sont des outils pratiques pour tester l'indépendance [43, 47]. Ils sont définis à partir de la deuxième fonction caractéristique. Ils présentent des propriétés intéressantes. En effet, ils sont d'une part multilinéaires et d'autre part additifs dans la superposition de variables indépendantes.

On rappelle la définition des cumulants d'ordre deux et quatre en se limitant au cas complexe circulaire (pour plus de détails voir [47]). Soit une famille de  $m$  variables aléatoires complexes circulaires  $x_i, i = 1, \dots, m$  (c'est à dire  $E[x_i x_j] = E[x_i^* x_j^*] = 0, \forall i, j$ ) et de moyennes nulles. Les cumulants d'ordre deux et quatre sont, pour tous les choix des indices :

$$\text{cum}^{(2)}(x_i, x_j^*) = E[x_i x_j^*]. \quad (1.22)$$

$$\text{cum}^{(4)}(x_i, x_j^*, x_k, x_\ell^*) = E[x_i x_j^* x_k x_\ell^*] - E[x_i x_j^*]E[x_k x_\ell^*] - E[x_i x_\ell^*]E[x_k x_j^*]. \quad (1.23)$$

Une propriété importante des cumulants est la suivante :

**Propriété 1.1** *Pour  $m$  variables aléatoires  $x_1, x_2, \dots, x_m$  indépendantes entre elles et de moyennes nulles, nous avons :*

$$\text{cum}^{(m)}(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0. \quad (1.24)$$

L'équation (1.24) signifie que les cumulants croisés des variables indépendantes sont nuls. Cette propriété n'est pas vraie en règle générale pour les moments.

Une conséquence de cette propriété est que tout cumulants d'ordre supérieur d'un vecteur aléatoire constitué de composantes mutuellement indépendantes, est un tenseur diagonal. Cette condition algébrique est la base des méthodes d'analyse en composantes indépendantes. Enfin, les cumulants d'ordre supérieur à deux d'une variable gaussienne sont nuls. Les variables gaussienne sont entièrement décrites par les statistiques d'ordre deux.

Donc l'indépendance statistique revient à annuler tous les cumulants croisés de tous les ordres. Notons que ce critère est difficile à réaliser en pratique car on a une infinité de cumulants. Pour plus de détail sur les cumulants se référer à [47].

### 1.3.4 Fonction de contraste

La séparation de sources peut être réalisée en optimisant une fonction de contraste. Le concept de la fonction de contraste a été proposé initialement par Comon [6, 43].

**Définition 1.2** *Un critère d'optimisation  $\mathcal{J}$  est un contraste s'il satisfait les conditions suivantes, pour un vecteur aléatoire  $\mathbf{z}$  :*

- $\mathcal{J}(\mathbf{z})$  ne dépend que de probabilité du vecteur  $\mathbf{z}$ .
- $\mathcal{J}(\mathbf{Pz}) = \mathcal{J}(\mathbf{z})$ , où  $\mathbf{P}$  est une matrice de permutation quelconque.
- $\mathcal{J}(\mathbf{\Lambda z}) = \mathcal{J}(\mathbf{z})$ , où  $\mathbf{\Lambda}$  est une matrice diagonale quelconque.
- Si les composantes de  $\mathbf{z}$  sont indépendantes alors

$$\mathcal{J}(\mathbf{Mz}) \leq \mathcal{J}(\mathbf{z}), \quad \text{où } \mathbf{M} \text{ est une matrice réelle ou complexe quelconque.}$$

et  $\mathcal{J}(\mathbf{Mz}) = \mathcal{J}(\mathbf{z}) \iff \mathbf{M} = \mathbf{\Lambda P}$ .

Plusieurs types de fonctions de contrastes pour l'ICA ont été proposés ces quinze dernières années. Citons par exemple les contributions de Comon [43, 48], de Cardoso [49, 8] dont les fonctions de contraste sont basées sur l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur et de Amari [50, 51] dont l'approche utilise des notions de théorie de l'information à savoir le principe de l'infomax. La plupart de ces fonctions de contraste découlent du principe de l'estimation du maximum de vraisemblance. En effet, pour le modèle de l'ICA, maximum de vraisemblance, minimum d'entropie, minimum d'information mutuelle et infomax coïncident, si l'on impose des contraintes supplémentaires de blancheur sur les sources [52, 53].

## 1.4 Quelques applications de la séparation aveugle de sources

Le problème de la séparation aveugle de sources attire l'attention d'un grand nombre de chercheurs dans le monde entier, notamment en raison de ses applications diverses, comme par exemple le traitement du signal médical [54], traitement de la parole [55], le traitement du signal radar [56], l'analyse sismique [57], la séparation des vibrations dans les machines tournantes [58], le traitement d'image [59] et les systèmes de communication [60, 61]. Nous nous intéresserons par la suite à cette dernière application. Nous commencerons par montrer l'intérêt de la séparation de sources dans les systèmes de communications. Ensuite, nous présenterons les systèmes MIMO parce qu'ils constituent le contexte de notre travail.

### 1.4.1 Quelle place pour la séparation de sources dans les systèmes de communication numériques ?

La question qui se pose est : "quelle est l'intérêt d'utiliser la séparation aveugle de sources, ou plus généralement les traitements aveugles, dans les systèmes de communications numériques ?" Il y a plusieurs raisons de considérer les algorithmes aveugles, parmi celles-ci

on cite<sup>(4)</sup> :

- La capacité du système peut être augmentée en éliminant ou en réduisant les séquences d'apprentissage. Car aujourd'hui tous les systèmes utilisent ces séquences qui réduisent énormément la capacité.
- Dans le cas des canaux qui varient rapidement, l'utilisation des séquences d'apprentissage devient inefficace.
- Un évanouissement sévère du canal pendant l'envoi de la séquence d'apprentissage peut conduire à une mauvaise estimation du canal.

Les techniques conventionnelles utilisées à la réception pour annuler la distorsion apportée par le canal MIMO nécessitent souvent, soit la connaissance du canal, soit l'utilisation d'une séquence de symboles connue au niveau du récepteur. Dans la pratique le canal est inconnu, donc une estimation de ce dernier est nécessaire. Souvent l'estimation du canal est basée sur l'utilisation des séquences d'apprentissage multiplexées avec les données utiles, ce qui diminue bien évidemment le débit utile [34]. Pour des canaux invariants dans le temps, la perte n'est pas significative car un seul cycle d'apprentissage est nécessaire. Pour des canaux variants dans le temps, les séquences d'apprentissage sont envoyées périodiquement, ce qui résulte en une forte diminution du débit utile. Par exemple, dans l'UMTS-TDD, environ 20% des symboles sont utilisés pour l'estimation du canal. Ainsi, si le canal a des variations rapides ou une réponse impulsionnelle longue, l'exploitation des séquences d'apprentissage devient plus difficile. D'autre part, le but des systèmes MIMO est d'augmenter l'efficacité spectrale qui est une ressource limitée. Ces arguments, parmi d'autres, ont motivé le recours à des méthodes de traitement dites aveugles, dont la séparation de sources fait partie, où la connaissance du canal MIMO n'est pas nécessaire et remplacée par d'autres connaissances tirées du signal reçu.

Notons aussi que les traitements aveugles, comparés aux traitements non aveugles, présentent aussi quelques inconvénients. Le principal inconvénient est que les algorithmes aveugles ont une complexité calculatoire plus élevée. Un autre problème est celui de la convergence. Sans oublier les indéterminations inhérentes à la séparation de sources. Des méthodes aveugles plus robustes ont été développées pour remédier à ces problèmes. Mais pratiquement, une séquence d'apprentissage très courte reste nécessaire au début de l'établissement de la liaison, on parle alors des systèmes semi-aveugles.

## 1.5 Séparation aveugle de sources et systèmes de communication numériques

Plusieurs systèmes de communication peuvent se modéliser sous la forme du problème de séparation de sources. Le cas des canaux multi-trajets correspond au mélange convolutif et le cas simple trajet (canal sans mémoire) correspond au mélange instantané. On peut citer par exemple : le système SDMA (Spatial Division Multiple Access) [62, 63], le système CDMA (Code Division Multiple Access) [64, 65, 66]. Mais l'application la plus prometteuse

---

<sup>(4)</sup>A notre avis la première raison est la plus convaincante, car, actuellement, pour les deux autres raisons les algorithmes aveugles ne permettent pas d'avoir des solutions efficaces surtout dans le cas des canaux qui varient rapidement.

reste les systèmes MIMO (Multiple Input Multiple Output) [67, 68, 69] dont le modèle est exactement celui de séparation de sources. Dans la suite nous donnerons un aperçu rapide sur les systèmes MIMO et le lien avec la séparation de sources.

### 1.5.1 Systèmes de communications MIMO

L'apparition des systèmes MIMO a été motivée par le besoin accru en terme de débit dû à l'arrivée de nouveaux services tels que l'accès à Internet et la transmission d'images via les systèmes de communications sans fil, ainsi que la saturation des ressources en canaux de transmission, en particulier dans la bande de la téléphonie mobile. Les systèmes MIMO consistent à utiliser plusieurs antennes à l'émission et à la réception (voir figure 1.1). En bénéficiant des traitements spatio-temporels associés, ces systèmes ont montré une augmentation considérable de l'efficacité spectrale (proportionnelle au nombre d'antennes utilisées) [70, 71].

Partant du point de vue de la théorie de l'information, deux chercheurs des laboratoires Bell, Foschini [72] et Teletar [73] ont indépendamment montré que la capacité des systèmes multi-antennes augmentait linéairement avec le nombre d'antennes émettrices. Le résultat de ces découvertes sont les systèmes MIMO qui visent essentiellement à résoudre les problèmes d'encombrement et de limitation de capacité des réseaux sans fil large bande.

L'idée de base dans les systèmes MIMO est le traitement spatiotemporel, où le temps (dimension naturelle) est complété par une dimension spatiale inhérent à l'utilisation de plusieurs antennes. Un tel système peut être vu comme l'extension des antennes intelligentes. La propriété clef d'un système MIMO est sa capacité à tourner la propagation multi-trajets (traditionnellement un inconvénient) en un avantage, en d'autres termes les systèmes MIMO exploitent les trajets multiples plutôt que de les supprimer.

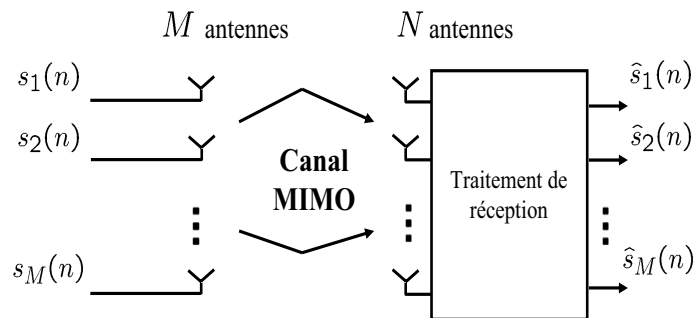


FIG. 1.1 – Système de transmission MIMO.

#### 1.5.1.1 Transmission sur les systèmes MIMO

On distingue principalement deux types de techniques pour la transmission sur les systèmes MIMO [70, 71], la première est basée sur les codes spatio-temporels, l'autre sur le multiplexage spatial. Notons qu'il existe d'autres techniques [74].

### Codes spatio-temporels

Afin d'améliorer la qualité de la transmission, Alamouti [75] et Tarokh [76] ont conçu des systèmes basés essentiellement sur la diversité, proposant un codage et un étiquetage conjoints. Ce codage spatio-temporel permet également des communications plus sûres, il consiste à ajouter de la redondance aux données binaires émises afin d'augmenter la diversité spatiale et éviter les évanouissements propres au canal MIMO. Pour plus de détails sur les codes spatio-temporels se référer à [70, 71, 75, 76].

### Multiplexage spatial

Le multiplexage spatial, ou V-BLAST (Vertical Bell Labs Layered Space-Time) [77, 78] peut être vu comme une classe spéciale des codes spatio-temporels, son principe consiste à diviser le flux de données à l'entrée en plusieurs sous-flux, ces derniers sont transmis sur des antennes différentes. Cette architecture vise principalement à augmenter la capacité du système. Une description simple est donnée sur la figure 1.2. Pour plus de détails sur le multiplexage spatial se reporter à [70, 71, 79, 77, 78].

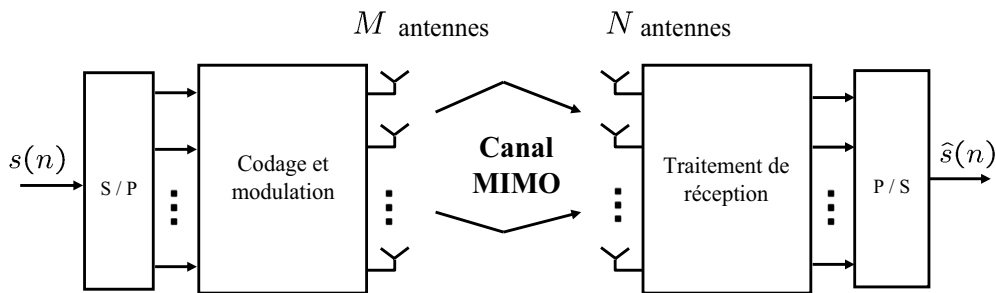


FIG. 1.2 – Multiplexage VBLAST.

#### 1.5.1.2 La détection dans les systèmes MIMO

Le modèle du signal d'un système MIMO dans le cas des canaux sans mémoire ou convolutifs sont respectivement donnés par (1.2) et (1.9). Dans ce modèle la matrice de mélange représente le canal MIMO sans mémoire ou convolutif,  $M$  et  $N$  représentent respectivement le nombre d'antennes à l'émission et à la réception. Les signaux sources sont émis par  $M$  antennes à travers un canal MIMO et reçus par  $N$  antennes. Dans ce paragraphe nous considérons seulement le cas d'un canal instantané.

Dans les systèmes MIMO le récepteur du maximum de vraisemblance (MV) demande une importante puissance de calcul, en particulier lorsque le nombre d'antennes et la taille de l'alphabet des symboles sont grands. D'autres structures de récepteurs sont donc utilisées, bien qu'elles soient sous-optimales en terme de taux d'erreurs bits (TEB), comme par exemple les détecteurs ZF, MMSE, VBLAST [77, 81] et le décodage sphérique (SD) [82, 83]. Vu le nombre de détecteurs sous optimaux existants, nous nous limitons ici aux

trois détecteurs qui seront utilisés par la suite pour comparer les algorithmes. Notons que, pour ces détecteurs, la matrice de canal est supposée parfaitement estimée.

### Détecteur ZF

Ce détecteur cherche à annuler les contributions des autres émetteurs sur chaque symbole, la solution consiste à calculer la pseudo-inverse de la matrice de canal  $\mathbf{H}$  [80] :

$$\mathbf{W}^T = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (1.25)$$

Notons que si  $\mathbf{H}$  est mal conditionnée, l'inversion dans (1.25) amplifie le bruit, ce qui dégrade sérieusement les performances à faible SNR. Autrement dit, l'annulation complète des interférences peut dégrader les performances en augmentant le bruit. En général, le récepteur ZF est le moins performant.

### Détecteur MMSE

Ce critère minimise l'erreur quadratique moyenne (EQM) due à la fois au bruit et aux interférences, contrairement au récepteur ZF qui ne s'occupe que des interférences. Son expression est bien connue dans la littérature [80] :

$$\mathbf{W}^T = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_b^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (1.26)$$

Ce récepteur résiste mieux au bruit que l'égaliseur ZF, mais n'annule pas parfaitement les interférences. Lorsque la variance du bruit tend vers zéro, le récepteur MMSE tend vers le récepteur ZF. Notons que les deux détecteurs ZF et MMSE sont linéaires.

### Décodage sphérique : Sphere decoding (SD)

Le détecteur du maximum de vraisemblance (MV) est optimal mais vu sa grande complexité, spécialement pour les constellations de grande taille, de nombreux algorithmes sous-optimaux, ont vu le jour. Parmi ces algorithmes, on trouve le décodage sphérique (en anglais sphere decoding, SD). Le décodage sphérique permet à la fois de réduire la complexité mais en gardant des performances très proches de celles du MV. Pour plus de détails sur cet algorithme et son principe se référer à [82, 83, 84]. Plus récemment une variante plus simple a été proposée dans [85].

#### 1.5.1.3 La séparation de sources dans les systèmes MIMO

Comme vu ci-dessus, le modèle du signal dans la séparation de sources et celui des systèmes MIMO sont exactement les mêmes. Donc les méthodes de séparation de sources peuvent être utilisées pour récupérer les signaux transmis mais à condition que ces signaux soient mutuellement indépendants. Dans les chapitres suivants nous proposerons quelques algorithmes qui permettent de réaliser ceci.

## 1.6 Les mesures de performances

Dans les chapitres suivants nous évaluerons et comparerons les performances des algorithmes que nous proposerons. Mais pour pouvoir faire cette comparaison, les indéterminations inhérentes à la séparation de sources doivent être levées. Vu que la résolution de

ce problème ne fait pas partie de l'objectif de ce travail, dans toutes les simulations les indéterminations seront levées manuellement et ceci après la convergence des algorithmes. Notons que dans la pratique, pour enlever ces indéterminations, une courte séquence d'apprentissage reste nécessaire. Cependant, quelques techniques qui gardent l'aspect aveugle ont été proposées. Par exemple pour enlever le facteur d'échelle, on fixe la variance des signaux sources à l'unité. Pour le déphasage, le décodage différentiel peut être appliqué. Quant à l'ambiguïté dans le retard dans le cas d'un mélange convolutif, nous avons proposé un critère permettant de contrôler le retard avec lequel les signaux sont récupérés [86].

Supposant que les indéterminations ont été enlevées, on cite ci-dessous trois mesures permettant d'évaluer les performances des algorithmes de séparation de sources.

### 1.6.1 Le rapport signal sur bruit plus interférences (SINR)

Le rapport signal sur bruit plus interférences, plus connu sous l'acronyme SINR pour Signal to Interference plus Noise Ratio, est la mesure de performance la plus répandue dans la séparation de sources. Il permet de mesurer la contribution des autres sources et du bruit sur une des sorties du séparateur. Etant donné le modèle du signal dans (1.2), le SINR est donné par :

$$\text{SINR}_k = \frac{|g_{kk}|^2}{\sum_{\ell, \ell \neq k} |g_{\ell k}|^2 + \mathbf{w}_k^T \mathbf{R}_b \mathbf{w}_k^*} \quad (1.27)$$

où :  $\text{SINR}_k$  est le SINR du signal source présent à la  $k$ -ième sortie,  $\mathbf{G}^T = \mathbf{W}^T \mathbf{H}$  et  $\mathbf{g}_k^T = \mathbf{w}_k^T \mathbf{H}$  est le  $k$ -ième filtre canal-séparateur  $\mathbf{G}$  ( $\mathbf{g}_k$  est le  $k$ -ième vecteur colonne de  $\mathbf{G}$ ).  $\mathbf{R}_b = E[\mathbf{b}\mathbf{b}^H]$  est la matrice de covariance du bruit.

Dans les simulations et pour éviter l'encombrement, on considère plutôt le SINR moyen sur toutes les sorties. Il est donné par :

$$\text{SINR} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \text{SINR}_k \quad (1.28)$$

### 1.6.2 L'erreur quadratique moyenne (EQM)

L'erreur quadratique moyenne (EQM) (ou en anglais Mean Square Error (MSE)) comme son nom l'indique permet de mesurer la moyenne du carré de l'erreur entre le signal émis et le signal estimé. Si  $\hat{\mathbf{s}} = [\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_M]^T$  est le vecteur source récupéré, elle est donnée par :

$$\text{MSE}_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |s_i(k) - \hat{s}_i(k)|^2 \quad (1.29)$$

où  $K$  représente le nombre de symboles utilisés.

La valeur moyenne du MSE sur toutes les sorties est :

$$\text{MSE} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \text{MSE}_k \quad (1.30)$$

### 1.6.3 Le taux d'erreurs symboles (TES)

Soit  $\mathbf{s}$  le vecteur des signaux émis et  $\hat{\mathbf{s}}$  la sortie du séparateur. Le taux d'erreurs symboles (SER : Symbole Error Rate) consiste à comptabiliser le nombre de symboles différents entre  $\mathbf{s}$  et  $\hat{\mathbf{s}}$ . Notons que dans le cas des signaux BPSK, le SER est assimilé au taux d'erreurs bits (BER : Bit Error Rate). Cette mesure de performance est la plus répandue dans la communauté des communications numériques.

## 1.7 Conclusion

Dans ce premier chapitre nous avons donné un aperçu général sur la séparation de sources et les systèmes de communication MIMO. Nous avons commencé par présenter un bref historique sur les méthodes de séparation de sources les plus populaires. Ensuite nous avons modélisé le problème de la séparation de sources dans le cas des mélanges instantanés et convolutifs. Nous avons également présenté quelques concepts fondamentaux de la séparation de sources. L'intérêt de la séparation de sources dans les systèmes MIMO a été aussi évoquée. Quelques mesures de performances ont été finalement présentées.