

Validation d'un modèle découplé magnétodynamique – électrique 3D par la détermination de l'impédance de microbobines

P. Pham Quang^{1,2}, C. Guérin², G. Meunier¹

¹Laboratoire de Génie électrique de Grenoble, G2ELab, F-38402 St Martin d'Hères Cedex, France
²Cedrat SA, 15, Chemin de Malacher, F-38246 Meylan Cedex, France

E-mail: phuong.pham-quang@g2elab.inpg.fr, christophe.guerin@cedrat.com, gerard.meunier@g2elab.inpg.fr

Résumé — Ce papier présente un modèle de calcul a posteriori du champ électrique dans les régions non conductrices après la résolution d'un problème magnétodynamique en régime harmonique. La méthode de calcul utilisée est celle des éléments finis en 3 dimensions. La démarche est validée par le calcul de l'impédance équivalente d'une bobine sur laquelle la résolution complète des équations de Maxwell peut être effectuée.

I. INTRODUCTION

Les problèmes magnétodynamiques en régime sinusoïdal permettent de tenir compte des effets inductifs et résistifs des dispositifs étudiés, par exemple des bobines ou des transformateurs. Dans certaines conditions, les effets capacitifs peuvent être ignorés. Ces effets deviennent non négligeables dans d'autres conditions, en particulier pour les microbobines à fréquence élevée, de l'ordre du MHz.

Une solution générale consiste à résoudre les équations de Maxwell complètes (MC), par l'utilisation d'une formulation de type AV qui permet de connaître les champs magnétique et électrique en tout point de l'espace. Cette solution, si elle ne présente pas de difficulté particulière de mise œuvre a néanmoins deux inconvénients : d'une part elle conduit à des problèmes de taille très importante, d'autre part elle peut conduire à des problèmes mal conditionnés, liés à l'importance relative des termes de permittivité et de conductivité notamment.

Une autre possibilité est de suivre la démarche décrite dans [1] et [2], qui consiste à effectuer deux résolutions successives : une résolution magnétoharmonique suivi par un calcul du champ électrique dans les régions non conductrices. C'est le modèle découplé, que nous appellerons modèle MH3DE pour « MagnétoHarmonique 3D avec calcul du champ Electrique dans les régions non conductrices ». Notre travail a consisté à valider ce modèle et à chercher sa limite d'application en prenant le modèle général – modèle Maxwell complet (MC) – comme référence. L'ensemble des développements a été effectué avec le logiciel Flux®.

II. DEMARCHE DU MODELE DECOUPLE

Le modèle découplé MH3DE se compose de deux résolutions successives :

- Résolution magnétoharmonique
- Calcul du champ électrique dans les régions non-conductrices, en résolvant l'équation $\text{div } \mathbf{D} = 0$.

Pour le 1^{er} calcul en magnétoharmonique, nous utilisons les formulations en champ magnétique de type $T_0\phi / T\phi$ [3], ces dernières étant très souvent privilégiées pour leurs

temps de calcul réduit par rapport aux formulations électriques de type AV. Elles permettent en particulier une prise en compte aisée des conditions de type impédance surfacique. Pour le 2^{ème} calcul, la formulation AV est utilisée car cette dernière ne nécessite pas de coupure de boucle de courant.

La démarche de résolution est finalement la suivante :

- Résolution magnétoharmonique avec les formulations en champ magnétique $T_0\phi / T\phi$.
- Détermination de A (dans tout le domaine) et de V dans les régions conductrices à partir de la solution en $T_0\phi / T\phi$.
- Calcul du champ électrique dans les régions non conductrices en fonction de la solution en AV précédente [1], [2].

III. GRANDEURS GLOBALES D'UNE BOBINE

Nous validons le modèle MH3DE en calculant l'impédance équivalente d'une bobine à différentes fréquences. Le modèle Maxwell complet (MC) est pris comme référence.

Ainsi, après avoir effectué la résolution avec les modèles MH3DE et MC, les puissances sont calculées par les formules suivantes (nous avons décomposé la puissance réactive Q en 2 parties : Q_L que nous avons appelé la « puissance réactive magnétique » et Q_C que nous avons appelé la « puissance réactive électrique », avec $Q = Q_L - Q_C$) :

$$\text{- Puissance active : } P = \int_{\text{Conducteur}} \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^* d\Omega$$

$$\text{- « Puissance réactive magnétique » : } Q_L = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \omega \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} d\Omega$$

$$\text{- « Puissance réactive électrique » : } Q_C = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \omega \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} d\Omega$$

A l'aide de ces puissances, le module et l'argument de l'impédance équivalente d'une bobine sont calculés par :

$$|Z| = \frac{|U|^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad \text{Arg}(Z) = \arctg\left(\frac{Q}{P}\right)$$

où |U| est la tension efficace appliquée aux bornes de la bobine.

Si on considère le schéma équivalent RLC d'une bobine tel que C soit en parallèle avec R et L en série :

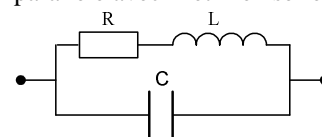


Fig. 1. Schéma équivalent de la bobine utilisé

Les valeurs de R, L, C sont calculées par les formules :

$$R = \frac{|U|^2 \cdot P}{P^2 + Q_L^2} \quad L = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{|U|^2 \cdot Q_L}{P^2 + Q_L^2} \quad C = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{Q_C}{|U|^2}$$

IV. RESULTATS DE VALIDATION

Nous avons défini une bobine, et calculé son impédance à différentes fréquences pour valider le modèle découplé. Le calcul a été mené en utilisant deux conductivités pour la bobine ($\rho=1,8 \cdot 10^{-7} \Omega m$, puis $\rho=10^{-8} \Omega m$), afin de se placer dans des conditions différentes sur l'importance relative des effets résistifs, capacitifs et inductifs.

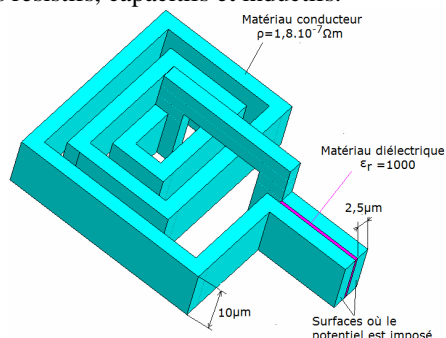


Fig. 2. Géométrie de la bobine à valider

A. Cas 1

Pour ce premier cas la conductivité de la bobine est de $1,8 \cdot 10^{-7} \Omega m$. Les figures ci-dessous représentent l'évolution de R, L et C en fonction de la fréquence calculées avec le modèle découplé (MH3DE) et avec le modèle de référence (MC - Maxwell complet).

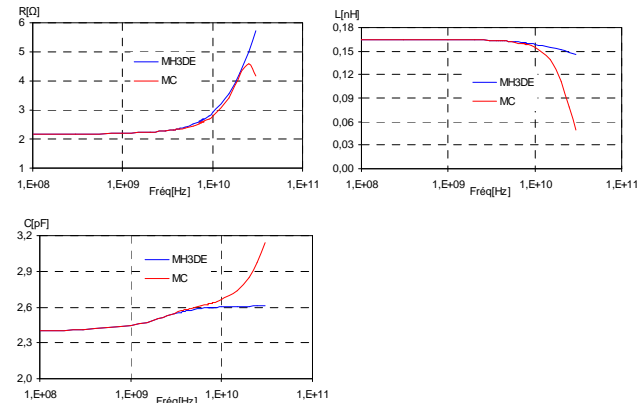


Fig. 3. R, L, C, |Z|, Arg(Z) du cas 1 en fonction de la fréquence

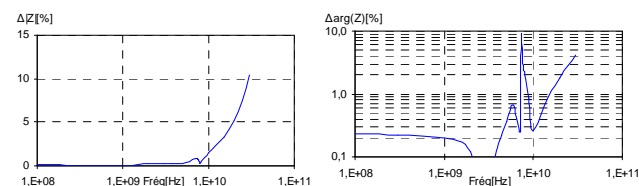


Fig. 4. $\Delta|Z|$, $\Delta Arg(Z)$ du cas 1 en fonction de la fréquence

Pour connaître la limite de validité du modèle MH3DE, nous avons défini un critère de validité à l'aide du rapport Q_L/Q_C . Plus ce rapport est grand, plus le calcul par le modèle découplé MH3DE est valable.

Fréq [Hz]	Q_L/Q_C	$\Delta Z $ [%]	$\Delta Arg(Z)$ [%]
$1,0 \cdot 10^{10}$	0,57	1,54	0,26
$1,5 \cdot 10^{10}$	0,26	3,25	0,91
$2,0 \cdot 10^{10}$	0,15	5,17	1,84

Tab. 1. Ecart de $|Z|$, $Arg(Z)$ de 10^{10} à $2 \cdot 10^{10}$ Hz du cas 1

B. Cas 2

Pour ce cas, la conductivité du matériau conducteur est $\rho=10^{-8} \Omega m$.

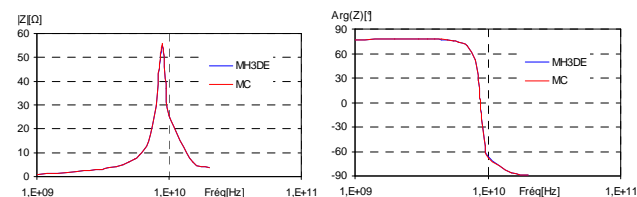


Fig. 5. $|Z|$, $Arg(Z)$ du cas 2 en fonction de la fréquence

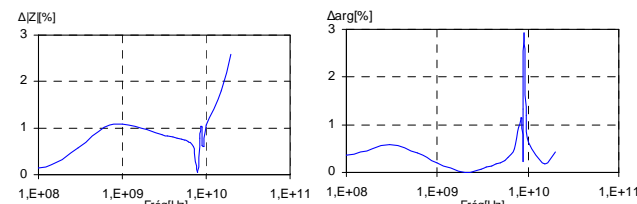


Fig. 6. $\Delta|Z|$, $\Delta Arg(Z)$ du cas 2 en fonction de la fréquence

Fréq [Hz]	Q_L/Q_C	$\Delta Z $ [%]	$\Delta Arg(Z)$ [%]
$1,0 \cdot 10^{10}$	0,78	1,055	0,621
$1,5 \cdot 10^{10}$	0,36	1,795	0,177
$2,0 \cdot 10^{10}$	0,20	2,594	0,425

Tab. 2. Ecart de $|Z|$, $Arg(Z)$ de 10^{10} à $2 \cdot 10^{10}$ Hz du cas 2

D'après les tableaux 1 et 2, nous constatons que le modèle MH3DE reste valable même si $Q_L/Q_C < 1$. La limite de validité du modèle MH3DE semble être $Q_L/Q_C=0,3$ pour obtenir une précision de moins de 2% sur l'impédance Z.

V. CONCLUSIONS

Nous avons validé un modèle découplé de calcul du champ électrique dans les régions non conductrices après une résolution magnétoharmonique en 3D. Nous avons constaté que ce modèle est valide sur une large plage de fréquence et notamment lorsque le rapport Q_L/Q_C est $\geq 0,3$.

REFERENCES

- [1] P. Dular, R.V. Sabariego, P. Kuo-peng, "Three-dimensional finite element modeling of inductive and capacitive effects in micro-coils", *COMPEL*, Volume 25 Number 3, pp. 642—651, 2006.
- [2] P. Dular, P. Kuo-Peng, "Dual finite element formulations for the three-dimensional modeling of both inductive and capacitive effects in massive inductors", *IEEE Trans. Magn.*, Vol 42, No 4, pp. 743—746, 2006.
- [3] G. Meunier, Y. Le Floch and C. Guérin, "Une formulation magnétique générale pour la résolution des problèmes 3D multiplement connexes", *RIGE*, vol. 8, no. 1, pp. 9—22, 2005.
- [4] FLUX®, Cedrat, www.cedrat.com.