

# Etude de la magnétostriction sur un cylindre d'acier soumis à de fortes contraintes sous faible champ

A. Viana, G2Elab, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères, France, [viana@g2elab.inpg.fr](mailto:viana@g2elab.inpg.fr)

**Résumé** — L'objectif de cet article est de présenter une étude des effets magnétostrictifs subis par un cylindre d'acier soumis à de fortes contraintes internes dans un champ magnétique faible (champ magnétique terrestre). Le but de notre travail est de prédire la variation d'aimantation générée. Après une présentation de la magnétostriction et du modèle mathématique retenu, nous détaillerons le dispositif expérimental utilisé. Nous expliciterons enfin le protocole de validation des mesures.

## I. INTRODUCTION

Sous l'effet de la houle, ou de la pression dans le cas de bâtiments de plongée, la variation d'aimantation des coques induite par les contraintes provoque une variation du champ magnétique local (anomalie), et permet la détection des navires. Le rôle de la recherche de discrétion magnétique consiste à prévoir ces variations et à les minimiser.

Il est donc impératif d'avoir une bonne connaissance du phénomène de magnétostriction à travers des études phénoménologiques, ainsi qu'un modèle prédictif permettant de mettre en œuvre les moyens techniques visant à lutter contre ces effets.

## II. MODELE DE MAGNETOSTRICTION

### A. Modèle de Jiles-Atherton

Lorsqu'un matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique, on observe une déformation élastique de l'échantillon. Réciproquement, l'application d'une contrainte mécanique sur l'échantillon va induire une variation de l'aimantation totale, somme des aimantations induite et permanente. On parle alors d'effet magnétoélastique ou magnétostrictif inverse. Cet effet est critique dans le domaine de la recherche de discrétion magnétique (minimisation de la signature magnétique d'un navire par exemple).

Il existe deux catégories de modèles mathématiques de la magnétostriction. Les modèles microscopiques ne peuvent être appliqués qu'à l'échelle d'un monocristal puisqu'ils ne prennent pas en compte la structuration en domaines magnétiques du matériau, ni les effets d'interaction entre monocristaux.

Le modèle utilisé dans le cadre de notre étude est une modélisation issue des travaux de D.C Jiles et D.L Atherton [1]. Ce modèle postule que l'aimantation d'un matériau soumis à des contraintes mécaniques évolue, sous l'effet de l'énergie élastique, vers la valeur de l'aimantation anhystérétique. Il est à noter que sous un champ inducteur donné, cette valeur est une fonction de la contrainte, le tracé des courbes anhystérétiques sous différentes pressions produisant un faisceau de courbes. En se basant sur des considérations énergétiques, et sur l'équation de Langevin pour l'aimantation anhystérétique, les auteurs établissent une loi de variation de l'aimantation en fonction de la

contrainte mécanique  $\sigma$  sous champ magnétique inducteur  $H_0$  constant:

$$\frac{dM}{d\sigma} = \frac{\sigma}{\xi E} (M_{anh} - M) + c \frac{dM_{anh}}{d\sigma} \quad (1)$$

où  $M$  représente l'aimantation,  $M_{anh}$  l'aimantation anhystérétique sous le champ  $H_0$ ,  $\xi$  un coefficient de densité volumique d'énergie, représentatif des phénomènes irréversibles dans le processus d'aimantation,  $c$  un facteur reflétant la flexibilité des parois des domaines magnétiques, et  $E$  le module de Young. Il est nécessaire pour résoudre (1) de calculer la variation de l'aimantation anhystérétique en fonction de la contrainte. On procède donc à la résolution de l'équation de Langevin (2) pour l'aimantation anhystérétique, en prenant en compte les effets de la contrainte via le calcul du champ équivalent à la contrainte  $H_\sigma$ , ainsi que du champ effectif moyen de Weiss  $\alpha M$ , avec  $\alpha$  la constante de couplage en champ:

$$M_{anh}(H, \sigma) = Ms \left[ \coth \left( \frac{H + \alpha M_{anh} + H_\sigma}{a} \right) - \left( \frac{a}{H + \alpha M_{anh} + H_\sigma} \right) \right] \quad (2)$$

avec

$$H_\sigma = \frac{3\sigma}{2\mu_0} \left( \frac{\partial \lambda(\sigma, M)}{\partial M} \right)_\sigma \quad (3)$$

$\lambda(\sigma, M)$  représente le coefficient de magnétostriction, fonction de la contrainte  $\sigma$  et de l'aimantation  $M$ . L'expression analytique de cette fonction étant inconnue pour l'échantillon, elle est approximée par un polynôme du second degré:

$$\lambda(\sigma, M) = \gamma_1(\sigma)M^2 + \gamma_2(\sigma)M^4 \quad (4)$$

avec

$$\gamma_i(\sigma) = \gamma_i(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma^n}{n!} \gamma_i^{(n)}(0) \quad (5)$$

Ici,  $\gamma_i^{(n)}(0)$  représente la dérivée à l'ordre  $n$  par rapport à  $\sigma$ , et calculée en  $\sigma=0$ . On se limite à  $n=1$  dans notre étude. On trouve alors dans [2] des valeurs de  $\gamma_1(0)$ ,  $\gamma_1'(0)$ ,  $\gamma_2(0)$  et  $\gamma_2'(0)$  pour des matériaux proches de celui utilisé dans notre maquette.

### B. Spécificités de notre étude

Notre maquette se compose d'un cylindre en acier de 50 cm de longueur, 12 cm de diamètre externe, et 2 mm d'épaisseur. Le cylindre est soumis à une pression interne, et ses extrémités sont libres en déplacement, de manière à réaliser une étude en contraintes planes :

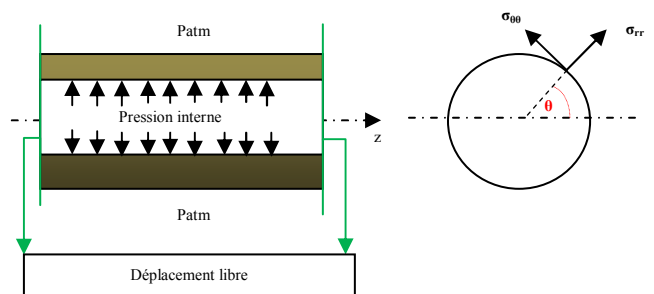


Fig. 1 : schéma du cylindre sous pression, contraintes normale  $\sigma_{rr}$  et circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$

Le cylindre est soumis à un champ magnétique inducteur vertical (orthogonal à  $\mathbf{e}_z$ ) ou longitudinal (selon  $\mathbf{e}_z$ ). Son intensité sera comprise dans l'intervalle  $[0,80]$  A/m, à comparer avec la valeur de 50 A/m du champ magnétique terrestre. Ces valeurs sont bien en deçà de celles utilisées dans la majorité des études, qui sont davantage axées sur des problématiques industrielles, en contraintes faibles et champs forts.

L'étude mécanique du cylindre montre que la contrainte dominante est la contrainte circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$ . C'est une seconde particularité de notre étude, qui présente une configuration où la contrainte dominante est orthogonale, par effet de forme, au champ inducteur lorsque ce dernier est longitudinal. Dans le cas d'un champ inducteur vertical, le champ interne et l'aimantation (en milieu magnétiquement isotrope,  $\mathbf{M}=\chi\mathbf{H}$ ) dans le cylindre seront toujours parallèles à la contrainte  $\sigma_{\theta\theta}$ . Il convient alors de substituer à  $\sigma$  dans (1),  $\sigma_{\theta}=\sigma(\cos^2\theta - \nu\sin^2\theta)$ , où  $\theta$  est l'angle entre la contrainte et l'aimantation interne  $\mathbf{M}$ ,  $\nu$  le coefficient de Poisson du matériau, et  $\sigma$  la contrainte appliquée.

Enfin, une troisième différence avec les prototypes classiques est la géométrie cylindrique de la maquette, qui impose la prise en compte du champ démagnétisant. En effet, les études sur les effets magnétostrictifs se basent généralement sur des barreaux longs et très fins, de manière à s'affranchir du champ démagnétisant, le champ appliqué étant alors égal au champ interne. Dans le cas d'un cylindre d'épaisseur  $e$  faible devant le diamètre et la longueur, l'effet de forme est très défavorable (passage à la limite de l'ellipsoïde). Par conséquent, un fort champ démagnétisant va s'opposer au champ inducteur, et le champ interne résultant sera donc faible en regard de celui obtenu dans le cas d'un champ inducteur longitudinal. Nous verrons comment calculer l'aimantation interne à partir de la mesure du champ externe à proximité du cylindre.

### III. VALIDATION EXPERIMENTALE

#### A. Identification des paramètres

Le Laboratoire de Métrologie Magnétique en Champs Faibles (LMMCF) où sont réalisés les essais, permet de contrôler très finement, à l'aide d'un simulateur de champ, le champ magnétique ambiant dans l'intervalle  $[-80,+80]$  A/m suivant les 3 axes. D'autre part, le cylindre est inséré dans un solénoïde permettant la génération d'un champ longitudinal. Une seconde bobine permet de créer un champ magnétique vertical (fig. 2). Le cylindre est mis en pression à l'aide d'une pompe hydraulique. Les deux bobines sont commandées via un contrôleur, permettant ainsi un cyclage en champ. On peut de cette manière déterminer les courbes anhystériques sous différentes pressions.

Le cylindre étant soumis à un champ magnétique constant, il est posé sur un chariot en translation défilant devant des capteurs de champ. Ces derniers enregistrent ainsi la signature magnétique du cylindre en passage. Un programme d'inversion, mis au point au sein du laboratoire par O. Chadebec [7] permet le calcul de l'aimantation interne à partir de la signature magnétique mesurée par les capteurs.

Une première série de mesures permettra de tracer les courbes anhystériques sous différentes contraintes  $M_{\sigma}(H)$ . Cette donnée est nécessaire pour résoudre (1). Nous tracerons ensuite les courbes de première aimantation sous contrainte donnée.

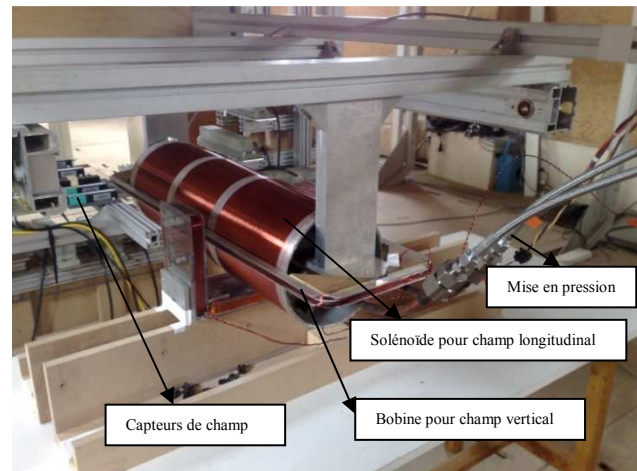


Fig. 2: le cylindre inséré dans le solénoïde, et la bobine pour le champ vertical. On aperçoit les capteurs de champ magnétique.

#### B. Mesures de l'aimantation en fonction de la contrainte

Il est possible de déterminer expérimentalement les principales constantes du modèle de Jiles et Atherton à partir de mesures expérimentales [4] précédemment décrites. La connaissance de ces constantes permet donc d'explicitier complètement le modèle.

Nous pourrions ensuite procéder aux mesures de variation  $\Delta M_H(\sigma)$  d'aimantation en champ fixe  $H$  en fonction de la contrainte, la pression interne variant entre 0 et 100 bars. Ces résultats seront comparés à ceux prédits par le modèle.

#### C. Première validation expérimentale du modèle de Jiles

Une première étape de notre étude consiste à valider le comportement magnétique du cylindre lorsque celui-ci est soumis à une pression interne. Plus précisément, nous montrons ici comment la mise en pression du cylindre conduit l'aimantation permanente vers sa valeur anhystérique sous un champ inducteur égal au champ vertical terrestre. Pour cela, on dispose sous le cylindre d'un capteur de champ magnétique, et on procède à une mesure en passage du champ rayonné (signature magnétique).

On procède dans un premier temps à la désaimantation du cylindre. A l'aide du simulateur du LMMCF, on procède à la compensation du champ magnétique terrestre de manière à travailler en champ inducteur nul. A l'aide du solénoïde, on procède ensuite à un cyclage en champ décroissant de manière à annuler le champ permanent. Au terme de cette opération, le cylindre est désaimanté.

On règle ensuite le simulateur de champ magnétique ambiant de façon à soumettre le cylindre à un champ inducteur vertical de valeur  $H_v=41000$  nT, soit environ la valeur du champ magnétique vertical terrestre. On trouve alors une valeur de l'aimantation  $M=5280$  nT. Etant

donnée la faible valeur du champ inducteur, celle-ci se situe dans le domaine de Rayleigh. Par conséquent, l'aimantation étant réversible dans ce domaine, l'aimantation mesurée est une aimantation induite : il s'agit de l'induit vertical magnétique  $IVM = 5280 \text{ nT}$ .

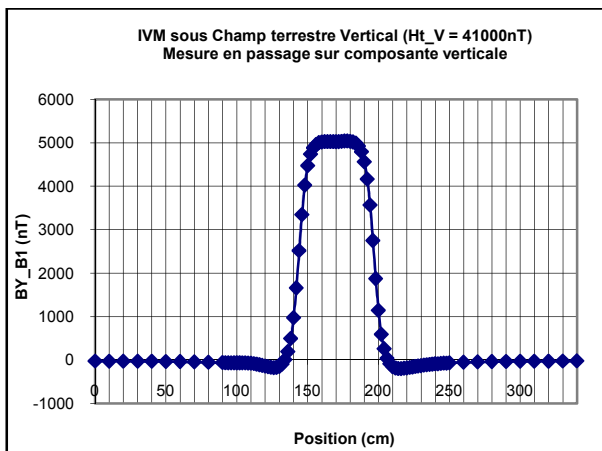


Fig.3 : composante verticale de l'aimantation du cylindre en champ inducteur  $H_v=41000 \text{ nT}$

On soumet ensuite le cylindre à un cycle de pression : la pression interne est portée à 100 bars, puis progressivement redescendue vers sa valeur initiale ( $P_{atm}$ ) en maintenant le champ inducteur constant (cycle HPP). La signature magnétique obtenue sur la composante verticale est représentée sur la figure 4.

L'aimantation totale mesurée à la fin du cycle HPP est de  $8295 \text{ nT}$ . L'application de la contrainte a donc généré un accroissement d'aimantation de  $3015 \text{ nT}$ .

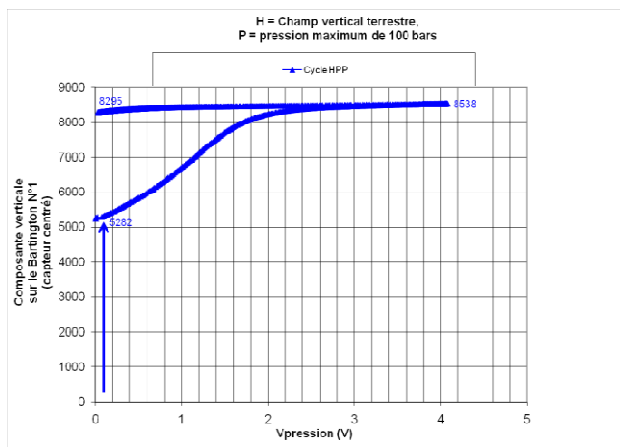


Fig. 4: Evolution de la composante verticale de l'aimantation sous un cycle HPP

On mesure dans un second temps la valeur de l'aimantation anhystérique sous un champ inducteur vertical de norme  $41000 \text{ nT}$ . On a d'autre part vérifié que l'aimantation anhystérique en champ faible est très faiblement modifiée par la contrainte. On peut donc utiliser pour la validation la valeur de l'aimantation anhystérique sous contrainte nulle. On procède donc à un cyclage en champ décroissant sous un champ de polarisation de valeur  $H_v$ . On obtient alors la valeur suivante pour l'aimantation anhystérique :  $Manh(H_v=41000) = 8127 \text{ nT}$ , soit 98% de la valeur finale de l'aimantation mesurée.

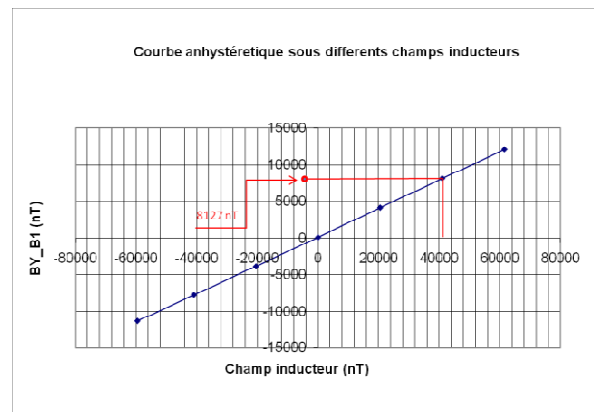


Fig. 5: détermination de l'aimantation anhystérique sous champ inducteur  $H_v = 41000 \text{ nT}$

On vérifie donc bien que l'aimantation a migrée vers l'aimantation anhystérique.

#### IV. PROCHAINES ÉTAPES

Nous allons procéder à des séries de mesures sur des cycles HPP-PP-PP de manière à mettre en évidence de potentiels effets d'hystérésis liés à des cycles de contrainte.

Il sera également nécessaire d'éclaircir le comportement de l'aimantation lorsque la contrainte maximale imposée au cylindre n'est pas suffisante pour atteindre la valeur de l'aimantation anhystérique. En effet, le modèle de Jiles stipule que l'aimantation suit la courbe anhystérique lorsque la contrainte est ramenée à 0, mais ne prédit pas le comportement de l'aimantation lorsque la contrainte n'a pas été suffisante pour amener l'aimantation sur sa valeur anhystérique. Or, l'équation (1) est numériquement instable lorsqu'on cherche à calculer le comportement de l'aimantation « en retour », c'est-à-dire lorsque la condition initiale est donnée pour une contrainte non nulle, et que l'on désire déterminer la valeur finale de l'aimantation lorsque la contrainte est ramenée à 0.

Enfin, l'adaptation du modèle à une géométrie complexe est nécessaire. Elle permettra de déterminer l'évolution de l'aimantation lorsque le champ interne dans la matière et la contrainte principale ne sont pas parallèles. C'est le cas lorsque le champ inducteur est longitudinal.

#### REFERENCES

- [1] D.C Jiles, D.L Atherton, "Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 17(1984), pp. 1265-1281.
- [2] M.E Kuruzar, B.D Cullity, "The magnetostriction of iron under tensile and compressive stress", *Int. J. Magn.*, 1, 323
- [3] D.J Craik, M.J Wood, "Magnetization changes induced by stress in a constant applied field", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1970, vol 3, pp. 1009-1016
- [4] D.C Jiles, J.B. Thoelke, M.K Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis", *IEEE Trans. Magn. Vol. 28, N°1, 1992*

- [5] C. Kittel, "Physical theory of ferromagnetic domains", *Review of Modern Physics*, Vol. 21, Number 4, Oct. 1949
- [6] Louis Lliboutry, "L'aimantation des aciers dans les champs magnétiques faibles : effets du temps, des tensions, des chocs, des champs magnétiques transversaux", *Thèse de Doctorat présentée à la Faculté des Sciences de Grenoble*, 1950
- [7] Olivier Chadebec, "Recent improvements for solving inverse magnetostatic problem applied to thin shells", *IEEE transaction on magnetics* 38,2 (2002) 1005-1008