

RÉGULARITÉ ET VARIABILITÉ DES PRATIQUES ORDINAIRES D'ENSEIGNEMENT.

LE CAS DE LA MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX EN SIXIÈME

Éric Roditi, Équipe DIDIREM de l'université Paris 7

Abstract

This article presents four different teaching experiences concerning decimal multiplication in sixth grade (11 years), all carried out in similar circumstances. The analysis studies the preparation which went into the observed lessons and the results in the classroom. It uses a double approach: the first one applies didactics of mathematics, the second one borrows a few elementary theories from the field of ergonomic psychology. The studied teaching experiences all demonstrate certain restraints which explain, on a macro level, the similarities of the four experiences. There is, however, beyond these restraints, a certain amount of individual decision-making that the observed teachers were using. This factor explains, on a micro level, the pedagogical diversity seen in these four classes.

Resumen

Este artículo presenta cuatro procesos de enseñanza de la multiplicación de los decimales, impartidas en sexto curso (11 años) en condiciones análogas. El análisis versa sobre la preparación y el desarrollo efectivo de las clases. Utiliza un enfoque doble, el primero se basa en resultados obtenidos en didáctica de las matemáticas, el segundo toma algunos elementos teóricos de la psicología ergonómica. Las prácticas docentes analizadas muestran restricciones comunes que explican, a nivel global, una gran convergencia entre los cuatro proyectos. Más allá de estas restricciones, subsiste un margen de maniobra que explica, a un nivel más local, la diversidad de las prácticas observadas.

Résumé

Cet article présente quatre enseignements de la multiplication des décimaux, dispensés en sixième (11 ans) dans des conditions analogues. L'analyse porte sur la préparation et sur le déroulement effectif des cours. Elle utilise une approche double, la première se nourrit des résultats obtenus en didactique des mathématiques, la seconde emprunte quelques éléments théoriques à la psychologie ergonomique. Les pratiques enseignantes analysées



révèlent des contraintes communes qui expliquent, au niveau global, une grande convergence des quatre projets. Au-delà des contraintes, subsiste une marge de manœuvre qui explique, à un niveau plus local, la diversité des pratiques observées.

Mots clés : Adaptation, Analyse de tâche et d'activité, Incident, Multiplication des décimaux, Pratique enseignante, Psychologie ergonomique.

La question générale que nous posons dans cet article est celle de la régularité et de la variabilité des pratiques des professeurs de mathématiques. La recherche que nous présentons traite cette question dans le cas précis de l'enseignement français de la multiplication des nombres décimaux en classe de sixième (11 ans). Notre démarche a été de partir du quotidien de séances observées dans des classes ordinaires. En recherchant les régularités des pratiques nous voulons montrer que les professeurs répondent à des contraintes de l'institution scolaire mais aussi à des exigences liées à l'exercice même du métier d'enseignant. La question de la diversité des pratiques est posée pour identifier les marges de manœuvre investies par les professeurs, par delà les contraintes.

Nous avons pris en compte le fait que le professeur cherche à concilier des objectifs d'apprentissage et des impératifs professionnels qui s'expriment par rapport à lui, et pas seulement par rapport à ses élèves. Nous avons choisi pour cela d'utiliser des outils développés en didactique des mathématiques et en psychologie ergonomique. Les pratiques de quatre professeurs exerçant dans des conditions similaires ont été analysées, des observables du scénario prévu et de son animation en classe ont été définis pour permettre à la fois des comparaisons entre les professeurs et entre la préparation et le déroulement des cours.

Deux types de résultats seront proposés. Diverses contraintes seront élucidées qui montrent que tous les scénarios envisageables *a priori* ne sont pas réalisables dans l'enseignement ordinaire. En outre, l'investissement personnel

des professeurs engendre une cohérence des pratiques qui font que pour un enseignant donné, tous les choix possibles ne peuvent pas être adoptés.

I. PROBLÉMATIQUE, SOURCES THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIE

Ce premier paragraphe a pour objet de préciser la problématique de la recherche, d'indiquer les sources théoriques sur lesquelles s'appuie cette problématique et de développer la méthodologie élaborée pour y répondre.

1. Problématique

La question centrale qui traverse cette recherche est celle de la régularité et de la variabilité des pratiques ordinaires, dans le cas précis de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en classe de sixième¹. Les constats de régularité permettront d'en évaluer les contraintes, les constats de variabilité seront interprétés comme l'investissement d'une marge de manœuvre qui existe par delà ces contraintes.

Cette question centrale, régularité vs variabilité, est décomposée en trois groupes de questions accessibles à la recherche.

1.1. Des questions sur le savoir et sur la transposition didactique

Le premier groupe de questions se résume ainsi : comment se situent les enseignements observés par rapport aux enseignements possibles ? Après avoir évalué les enjeux mathématiques de l'enseignement de la multiplication des décimaux, nous en déterminerons les transpositions didactiques possibles à la lumière des nombreuses publications qui abordent la transmission de ce savoir.

1.2. Des questions sur les contraintes et sur les marges de manœuvre

Le deuxième groupe de questions concerne les contraintes et les marges de manœuvre. Nous distinguons plusieurs contraintes qui s'exercent sur les choix

¹ Depuis la rentrée de septembre 1996, la multiplication des nombres décimaux est enseignée durant cette première année de l'enseignement secondaire, aux enfants de 11 ans, alors que jusqu'à cette date, elle était enseignée une année plus tôt durant la dernière année de la scolarité primaire (10 ans).

des professeurs, pour concevoir comme pour animer leur projet d'enseignement.

L'institution scolaire fixe le contenu, qui est défini par le programme, la progression annuelle des apprentissages et la durée dont les professeurs disposent pour dispenser leur enseignement. Ces contraintes et les connaissances réelles des élèves sont certainement des éléments importants d'explication des choix effectués par les enseignants. Viennent ensuite les contraintes sociales : elles sont liées aux attentes diverses des autres professionnels de l'établissement scolaire (l'administration, les collègues, etc), aux attentes des parents, et même parfois des élèves. Enfin, des contraintes liées à l'exercice même du métier sont à questionner : le fait qu'il faille, quand on est professeur, mener l'ensemble de la classe malgré son hétérogénéité, gérer les interactions avec les élèves, et aussi tenir compte du temps qui passe...

Les contraintes qui pèsent sur les enseignements apparaissent déjà comme importantes, sont-elles pour autant déterminantes ? Avec des contraintes analogues, les professeurs construisent-ils le même scénario pour enseigner la multiplication des nombres décimaux ? et dans leur classe, leurs pratiques sont-elles équivalentes ? Toutes ces questions portent sur la variabilité des pratiques, elles sont au cœur de la problématique.

1.3. Des questions sur la cohérence des choix de chaque professeur

Entre contraintes et marges de manœuvre, se pose la question de la cohérence des choix des enseignants. L'étude des pratiques nous a conduit dans les classes où les professeurs sont considérés comme des sujets, c'est-à-dire à la fois pour leurs caractéristiques individuelles et pour leur inscription dans une activité professionnelle, sociale. Du point de vue théorique, pour chaque professeur, la cohérence de ses pratiques est admise, nous en cherchons des « traces », des indices, en croisant les choix effectués depuis la préparation des cours jusqu'au déroulement en classe.

Cette cohérence intervient à différents niveaux : par exemple au niveau psychologique ; au niveau des conceptions des mathématiques, de leur enseignement et de leur apprentissage ; ou encore au niveau de la conception de la profession, notamment du statut de fonctionnaire de l'État pour les professeurs de l'enseignement public.

Il est à envisager que la recherche de traces de la cohérence des pratiques puisse révéler aussi des contradictions. Elles sont interprétées comme un artefact, une conséquence même de l'activité de recherche. En effet, si l'étude des pratiques d'un professeur est effectuée à un certain niveau (par exemple celui de l'apprentissage des élèves), la cohérence de ses choix se comprend peut-être à un tout autre niveau. C'est pourquoi nous considérons *a priori* les contradictions comme apparentes et nous les interprétons comme des *compensations*. C'est pourquoi aussi nous avons choisi d'analyser les pratiques enseignantes non plus seulement « *par dessus l'épaule de l'élève* »² mais avec une double approche : nous considérons d'une part l'activité du professeur pour son objectif en terme d'apprentissage des élèves, et nous envisageons d'autre part cette même activité comme celle d'un individu en situation d'exercice d'un métier, un métier qui comporte ses habitudes, ses contraintes, ses difficultés...

2. Sources théoriques

Dans la lignée des travaux d'Aline Robert (Robert 2001), la recherche présentée dans cet article a été menée avec une double approche des pratiques enseignantes : une approche qui concerne l'apprentissage, et une approche qui concerne l'exercice du métier. Pour la première approche, c'est l'activité du professeur « tournée vers ses élèves » qui est prise en compte alors que pour la seconde, c'est l'activité « tournée vers soi » qui est étudiée. Des outils théoriques empruntés à deux disciplines nous ont permis de mener notre travail : la didactique des mathématiques et la psychologie ergonomique. Bien que la didactique prenne en compte le travail de l'enseignant (et pas seulement

² L'expression est empruntée à Aline Robert.

l'apprentissage des élèves) et que la psychologie ergonomique développe des outils d'analyse du travail en fonction de la tâche prescrite (ici l'apprentissage des élèves), nous avons choisi de ne pas croiser les cadres théoriques pour l'analyse d'un même objet. Ainsi le cadre de la didactique a été utilisé pour l'étude des pratiques du professeur « tournées vers ses élèves » et celui de la psychologie ergonomique a permis l'analyse de l'activité « tournée vers soi » de l'enseignant.

2.1. Des sources théoriques qui fondent l'analyse des pratiques enseignantes en fonction de l'apprentissage des élèves

La première approche des pratiques des professeurs observés concerne donc les effets potentiels sur l'apprentissage des élèves.

Le sens des notions mathématiques doit se comprendre ici en référence à la théorie des champs conceptuels (Vergnaud G. 1990). Les enjeux mathématiques des enseignements de la multiplication des nombres décimaux ont été étudiés en s'appuyant notamment sur les travaux de Guy Brousseau (1987, 1998), de Régine Douady et de Marie-Jeanne Perrin (1986) pour les nombres décimaux, et sur les travaux de Gérard Vergnaud (1979, 1981, 1983), de Janine Rogalski (1985) et de Denis Butlen (1985) pour la multiplication. Leurs enjeux didactiques ont été évalués par l'étude des dynamiques ancien / nouveau ; des dialectiques contextualisations / décontextualisation ; des dialectiques outil / objet ; des représentations symboliques utilisées ; des tâches prescrites aux élèves³.

2.2. Hypothèses empruntées à la psychologie ergonomique pour analyser les pratiques enseignantes comme exercice d'un métier

Pour la deuxième approche des pratiques enseignantes, nous avons retenu des hypothèses élaborées à partir de travaux de psychologie ergonomique (Leplat J. 1997). Nous admettons l'existence de différences entre les prescriptions de l'institution scolaire et les activités des professeurs. Ces

différences s'interprètent par l'implication personnelle des enseignants dans leur activité professionnelle.

En reprenant la modélisation de Janine Rogalski (2000), le travail du professeur dans la classe est la gestion d'un « *environnement dynamique ouvert* ». Dynamique parce que l'apprentissage des élèves évolue même sans intervention du professeur, par exemple lorsqu'ils résolvent un exercice ; on parle alors d'évolution spontanée. Ouvert parce que, faute de théorie qui le permette, professeur ne peut pas prévoir l'effet de ses interventions, en classe, sur l'apprentissage de ses élèves. Pour la même raison, il ne peut pas non plus prévoir l'évolution spontanée.

Enfin, pour chaque professeur, la cohérence du système de ses pratiques d'enseignement est admise.

3. Méthodologie : tableau général

Nous avons mené une étude de type clinique qui porte sur les séquences de quatre professeurs. Ce type d'étude a été retenu faute de disposer de critères, définis *a priori*, pour analyser des pratiques enseignantes avec la double approche « apprentissage / métier ». Nous avons procédé par comparaison pour répondre à la problématique « régularité / variabilité ».

La méthodologie permet une analyse croisée de sources publiées et de sources expérimentales.

3.1. Analyse des sources publiées

Les sources publiées sont les programmes, les manuels, les évaluations des compétences des élèves, les publications à l'intention des enseignants ainsi que les travaux de recherche en didactique des mathématiques. Le travail effectué sur ces sources a consisté à déterminer les possibles et à situer les séquences observées par rapport à ces possibles.

³ Pour l'analyse des tâches, les outils sont empruntés à Aline ROBERT (1998).

a) Les enjeux mathématiques

Nous avons d'abord évalué les enjeux mathématiques de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux. En référence à la théorie des champs conceptuels, ces enjeux ont été évalués en repérant, dans les limites de la multiplication des nombres décimaux, les situations multiplicatives, les propriétés de l'opération et les techniques de calculs, les écritures multiplicatives et leurs transformations, ainsi que les liens qu'entretiennent les situations, les propriétés et les écritures.

b) La multiplication des décimaux, quelle transposition didactique ?

Une étude de la transposition didactique a été menée par l'analyse des diverses propositions d'enseignement (programmes, manuels, brochures à l'intention des enseignants, ingénieries) en fonction de critères relatifs à l'apprentissage des élèves.

c) La transposition à l'épreuve de l'exercice du métier

L'analyse *a priori* de l'enseignement de la multiplication des décimaux a été complétée par l'étude de deux facteurs qui sont susceptibles d'influencer les choix des professeurs : les connaissances des élèves et le programme de l'année. Les connaissances des élèves ont été étudiées par le biais des résultats à différentes évaluations de compétences, notamment celles de la DEP⁴ et de l'APMEP⁵. Les contraintes liées au programme de l'année ont été déterminées par une analyse de type écologique (Chevallard Y. 1994) de ce programme et des manuels en cours l'année où les professeurs ont été observés.

3.2. Les sources expérimentales : choix des séquences observées

Les sources expérimentales sont des enregistrements audio effectués dans des classes de 6e. Compte tenu de la question centrale sur la régularité et la

⁴ Direction de l'Évaluation et de la Prospective ou Direction de la Programmation et du Développement (Direction du Ministère de l'Éducation Nationale chargée, entre autres, de l'évaluation du système scolaire).

⁵ Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

variabilité des pratiques, que nous voulions pouvoir interpréter en termes de contraintes et de marges de manœuvre, toutes les variables qui concernent l'enseignement ont été fixées sauf celles qui sont liées au professeur, en tant qu'individu. Ainsi la notion enseignée est commune, les classes de sixième sont globalement de même niveau, de même effectif et disposent d'horaires identiques, le manuel scolaire utilisé est commun (*Cinq sur cinq*, Math 6e, 1996, Hachette) et les professeurs sont tous des professeurs expérimentés. Afin de neutraliser aussi le facteur temps, chaque professeur a été observé durant toutes les séances consacrées à la multiplication des décimaux. La *séquence* est l'ensemble de ces séances. Les séquences de quatre professeurs ont été observées.

3.3. Les sources expérimentales : constitution d'un corpus de données

La constitution du corpus de données repose sur la transcription des projets des professeurs et des enregistrements des déroulements, sur la définition d'observables et sur le codage de ces transcriptions. Afin de percevoir à la fois des régularités et des différences entre les pratiques, un point de vue médian sur les séquences observées a été adopté. Trois observables des projets des professeurs et trois observables des déroulements ont été définis. Ces observables sont ni trop fins, pour ne pas masquer les régularités, ni trop grossier, pour ne pas écraser les différences. Les projets et les bandes magnétiques ont été transcrits avec une méthode qui permet d'accéder à ces observables.

Les trois observables du projet permettent des comparaisons entre les séquences ainsi qu'avec les enseignements possibles qui ont été déterminés par l'analyse *a priori*. Les trois observables du déroulement ont pour objet de nourrir des comparaisons entre ce qui était prévu et ce qui s'est finalement passé, ainsi que des analyses des interactions entre le professeur et sa classe.

4. Les observables retenus pour l'étude des projets des professeurs

Voici la définition des trois observables des projets d'enseignement.

4.1. Le champ mathématique de la séquence

Le *champ mathématique* est l'ensemble des contenus abordés durant la séquence : les notions, les situations, les représentations symboliques et leurs transformations éventuelles, les propriétés et les théorèmes.

4.2. La stratégie d'enseignement

La *stratégie d'enseignement* est l'organisation des contenus mathématiques de la séquence selon un itinéraire. Cet itinéraire est déterminé par des motifs cognitifs ou mathématiques qui varient en fonction des professeurs. La stratégie d'enseignement permet de prendre en compte, par exemple, le fait qu'un enseignant commence ou non par exposer le savoir avant de le faire utiliser par les élèves.

4.3. Les tâches prescrites aux élèves par le professeur

Les *tâches prescrites* recouvrent ce qui est demandé aux élèves par leur professeur. Une tâche est généralement définie par le but à atteindre. Dans cette recherche, les seules tâches retenues sont celles dont le but est lié à l'apprentissage de mathématiques : l'énoncé d'un exercice ; devoir écouter ou recopier (un fragment du cours ou la solution d'un exercice) ; devoir formuler un résultat, une définition ou une propriété...

Trois modes d'intégration des phases d'institutionnalisation ont été distinguées :

- avec le mode *bilan*, le professeur institutionnalise les savoirs qui ont été construits en classe par les élèves à partir de questions posées en classe ;
- le mode *apport* concerne l'énoncé de savoirs qui répondent à un problème posé en classe mais qui n'a pas été résolu par les élèves ;
- le mode *déclaration* correspond à la présentation de savoirs mathématiques sans qu'ils n'aient jamais fait l'objet d'un questionnement préalable en classe.

5. Les observables retenus pour l'étude des déroulements

Les trois observables des déroulements sont illustrés par quelques exemples.

5.1. Les activités effectives des élèves

Une tâche étant proposée à la classe, l'*activité potentielle* est ce que l'élève doit faire pour réaliser cette tâche ; l'*activité réelle* est ce que l'élève a fait pour accomplir la tâche. Cette activité s'effectue essentiellement en pensée, elle conduit parfois à une production. Ainsi l'activité réelle n'est pas toujours accessible au chercheur, ni même au professeur. Cela conduit à considérer finalement l'*activité effective* qui est la reconstitution de ce qu'aurait pu être l'activité réelle, en fonction de l'activité potentielle et des productions recueillies, notamment ce qui est dit par l'élève.

Voici quelques activités, suivie d'une tâche susceptible de la provoquer :

- Effectuer la multiplication de deux décimaux lorsque le multiplicateur contient un zéro intercalaire. Tâche : calculez $3,14 \times 2,08$.
- Déterminer le dernier chiffre d'un produit pour vérifier le résultat obtenu ou proposé. Tâche : Vrai ou Faux ? $3,14 \times 3 = 9,43$.
- Déterminer un ordre de grandeur du produit pour placer la virgule manquante à ce produit. Tâche : Placez la virgule au résultat $3,4 \times 2,5 = 85$.

5.2. Les adaptations des professeurs

Les adaptations des professeurs sont des accompagnements de l'activité des élèves. Les décrire nécessite des définitions préliminaires.

a) Les incidents

L'incident considéré dans cette recherche se distingue des incidents généralement constatés dans un établissement scolaire : retard, agression verbale... Ici, l'incident est une manifestation publique (au sens où elle s'intègre à la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport à l'ensemble des réponses

correctes envisageables compte tenu de la tâche proposée⁶. L'incident n'est pas nécessairement en décalage par rapport à ce que le professeur attend : c'est la tâche proposée aux élèves qui constitue la référence de ce qui est attendu. Nous allons présenter quelques incidents relatifs à une tâche donnée : « Placez la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$ ». Numériquement, les trois premiers incidents sont les plus importants dans les séquences observées.

- La question

Intervention de Raphaël : « Madame, a-t-on le droit de dire qu'il ne manque pas de virgule ? » Manifestement, Raphaël compte les décimales. Sa question montre un décalage négatif par rapport à l'activité qui mène à la réponse exacte.

- L'erreur

Intervention de Maud : « Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro. J'ai écrit : $1,35 \times 0,42 = 5,67$ ». L'erreur de Maud est certainement héritée de l'addition des décimaux.

- La réponse incomplète

Si Maud avait dit seulement « Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro » sa réponse incomplète aurait constitué un incident. La classe aurait pu alors se demander si Maud pensait à 0,42, à 4,02, à 4,20 ou à 42,0, toutes ces réponses correspondant à des démarches possibles.

- Le silence

Lorsqu'un élève interrogé, il arrive qu'il reste silencieux, attendant un encouragement du professeur pour formuler la réponse qu'il n'ose pas exprimer, attendant une aide du professeur pour trouver la réponse attendue, ou attendant que le professeur se lasse et pose la question à un autre élève.

- Le désaccord alors que personne n'a tort

⁶ Cette définition est inspirée des travaux de psychologie ergonomique, notamment de ceux de Janine Rogalski. Elle se distingue néanmoins sensiblement des incidents que considèrent les ergonomes par le fait que le professeur peut provoquer volontairement des incidents.

Il arrive que des élèves soient en désaccord alors qu'aucun d'entre eux n'a tort. En poursuivant l'exemple, deux élèves qui proposeraient respectivement 4,2 et 4,20 comme réponse pourraient entamer une discussion publique.

- La réponse à une question hors de portée des élèves

Nous avons observé aussi le cas d'un élève qui produit une réponse alors que la réalisation de la tâche proposée est hors de portée. Ces incidents surviennent par exemple lorsque le professeur veut faire comprendre à la classe l'impossibilité de résoudre un problème et qu'un des élèves propose pourtant une solution, ou bien lorsque la tâche proposée est vraiment inaccessible, des professeurs ont par exemple demandé aux élèves de déterminer un ordre de grandeur alors qu'ils ne disposaient pas de connaissances théoriques suffisantes.

b) La place d'un incident par rapport au scénario

Après avoir relevé un incident, sa place par rapport au scénario a été repérée. Un professeur qui voudrait répondre « on verra plus tard » à un élève risque fort de soulever des protestations si l'incident concerne directement un objet de l'enseignement. En revanche, cette même réponse sera plus facilement acceptée par l'élève si l'incident ne concerne pas un contenu mathématique de la séquence.

Ainsi, trois places ont été distinguées : soit l'incident ne porte sur aucune notion du champ mathématique de la séquence, soit il porte sur un objet d'enseignement qui n'est pas directement lié à la stratégie prévue par le professeur, soit enfin l'incident porte sur un contenu directement lié à la stratégie d'enseignement.

c) Les modes de gestion des incidents

La *gestion* d'un incident est l'intervention du professeur consécutive à cet incident. Dans les séquences observées, huit modes de gestion des incidents peuvent être distingués. Ils ont été classés en fonction de la possibilité de travail qui reste à l'élève après l'intervention du professeur. Reprenons la tâche

« Placez la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$ » et l'incident causé par la réponse incomplète de Maud : « Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro ». Le professeur pourra :

- Ignorer

Le professeur se comporte alors comme s'il n'avait rien entendu.

- Répondre

Par exemple il pourra lui dire qu'elle a tort d'ajouter un zéro et fournir la réponse attendue 4,2 avec ou sans explications complémentaires.

- Enrichir

Dans ce cas, l'enseignant détourne la réponse de l'élève et la complète pour parvenir à la réponse attendue, il dit par exemple : « oui, Maud a raison, dans un exercice comme celui-là on peut avoir besoin de rajouter un zéro si la réponse devait être 0,42 par exemple. Dans le cas présent ce n'est pas indispensable, en utilisant les ordres de grandeur on remarque que la réponse est environ égale à 5 donc c'est 4,2 qu'il fallait écrire. Si Maud a écrit 4,20, vous voyez que sa réponse est juste mais le zéro n'est pas indispensable. »

- Relancer

Le professeur peut aussi décider de donner d'avantage de temps de recherche à l'élève qui est à l'origine de l'incident, à un autre élève, ou à la classe entière. Cinq techniques sont utilisées par les professeurs observés : *changer d'intervenant*, *guider* l'élève pour qu'il fournisse la réponse attendue, *faciliter* la tâche, *demander un approfondissement* de la réponse, ou simplement *reprendre* la réponse fournie de façon neutre.

d) Les adaptations des professeurs

Finalemment, une *adaptation* est un triplet composé d'un incident, de sa place par rapport au scénario et de sa gestion par le professeur.

5.3. La chronologie de la séquence

Les séances n'ont pas été chronométrées mais elles ont été décomposées en épisodes. Un *épisode* est une fraction de séance, caractérisée par le but

spécifique que l'enseignant veut atteindre. Un épisode correspond souvent à la réalisation d'une tâche⁷, éventuellement de plusieurs tâches lorsque celles-ci répondent au même but pour l'enseignant.

La chronologie a un intérêt pour analyser le déroulement d'une séquence du point de vue de l'organisation des moments de l'apprentissage, elle a aussi un intérêt pour l'analyse de la gestion des incidents, repérer notamment si le temps qui passe a une influence sur ces interactions entre le professeur et les élèves, et interpréter éventuellement cette influence.

Des analyses qualitatives, quantitatives et croisées ont été menées pour répondre à la problématique de cette recherche. Ce travail a fait l'objet d'une thèse de doctorat⁸. Nous allons indiquer maintenant les principaux résultats obtenus.

Dans le paragraphe II, seront présentées les conclusions des analyses des sources publiées sur la multiplication des nombres décimaux en distinguant des éléments sur les enseignements possibles, sur les connaissances et les difficultés des élèves, et sur les contraintes qu'impose l'institution scolaire à l'enseignement.

Dans le paragraphe III, nous proposerons les résultats essentiels de l'étude comparée des séquences des quatre professeurs observés. Quelques réponses seront apportées aux questions de régularité et de variabilité, posées dans la problématique.

Dans le paragraphe IV, nous dresserons un bilan des analyses par séquence. Nous reviendrons alors sur la question de la cohérence des pratiques enseignantes.

II. RÉSULTATS DES ANALYSES DES SOURCES PUBLIÉES

À partir des travaux déjà réalisés (notamment Brousseau 1978 à 1998, Douady & Perrin 1986, Perrin 1984, Rogalski 1985, Vergnaud 1979 à 1983)

⁷ Cette définition des épisodes correspond à celle de HACHE C. & ROBERT A. (1997).

⁸ La thèse a été dirigée par Aline Robert, elle a été soutenue le 23 novembre 2001.

nous avons repéré les composantes du champ conceptuel de la multiplication, en nous limitant à ce qui concerne spécifiquement la multiplication des décimaux. Nous avons ensuite repéré les possibles de la transposition didactique en analysant les diverses publications concernant cet enseignement.

1. Analyse de la transposition didactique

1.1. Deux classifications des enseignements proposés dans les publications

À la lecture des publications, les enseignements de la multiplication des décimaux se différencient par la représentation des nombres décimaux :

- soit ils sont considérés comme des rationnels particuliers ;
- soit ils sont traités indépendamment des fractions.

Des choix didactiques globaux permettent aussi de distinguer trois types de scénarios :

- dans les scénarios du premier type, la technique opératoire est d'abord exposée par le professeur puis elle est appliquée par les élèves, éventuellement pour résoudre des problèmes ;
- avec un scénario du deuxième type, le professeur propose d'abord un problème en introduction. La technique opératoire est élaborée seulement partiellement par les élèves et/ou sans lien avec le problème précédent. Puis la technique est appliquée, éventuellement pour résoudre des problèmes ;
- dans le troisième type de scénario, des problèmes issus de situations multiplicatives sont proposés aux élèves, leur résolution conduit à l'élaboration de la technique opératoire qui sera institutionnalisée et réinvestie dans de nouveaux problèmes.

1.2. Le type de publication et les enseignements proposés

Les manuels scolaires proposent tous des scénarios des deux premiers types, les décimaux y sont considérés indépendamment des fractions. Les propriétés algébriques de l'opération sur lesquelles repose la technique opératoire restent toujours implicites. L'étude de situations multiplicatives est

globalement délaissée, les exercices proposés sont décontextualisés ou portent sur des problèmes de prix.

Les autres publications, ouvrages et brochures à l'intention des enseignants et recherches en didactique des mathématiques, proposent des scénarios du troisième type. L'analyse montre aussi que les auteurs qui s'adressent directement aux professeurs relient les écritures fractionnaires et les écritures décimales mais ils ne tissent pas de lien entre le sens de la multiplication et la technique opératoire.

2. La transposition à l'épreuve de l'exercice du métier

Pour choisir parmi les enseignements qui viennent d'être présentés, les professeurs tiennent compte de certains facteurs, deux d'entre eux ont été explorés : ce que les élèves savent réellement en entrant en sixième et les injonctions des programmes officiels.

2.1. Les connaissances et les difficultés des élèves.

Les évaluations des compétences des élèves qui ont été étudiées permettent d'obtenir des résultats précis sur leur maîtrise des nombres décimaux et de la technique opératoire, moins sur la reconnaissance du modèle multiplicatif dans des problèmes.

a) Les nombres décimaux

À la fin de l'école primaire, les nombres décimaux restent, pour certains élèves, deux entiers séparés par une virgule, ces entiers ayant éventuellement des statuts différents. Les pourcentages d'erreurs qui correspondent à cette conception varient entre 10 % et 50 % suivant les questions posées. Les multiplications d'un décimal par 10 et 0,1... sont réussies par 50 à 70% des élèves à l'entrée en sixième.

b) La technique opératoire

À l'entrée en sixième, la multiplication de deux nombres entiers est effectuée avec succès par environ trois élèves sur quatre, cette proportion étant

modulée suivant le choix de certaines variables comme la présence d'un zéro au multiplicateur ou la nécessité d'utiliser un produit de deux facteurs supérieurs à cinq de la table de multiplication. Cette proportion se retrouve approximativement pour la multiplication d'un décimal par un entier.

En revanche, les questions qui portent sur des multiplications de deux décimaux ne sont réussies que par 35 % à 55 % des élèves. Environ 20% des erreurs au calcul du produit de deux décimaux surviennent au moment de placer la virgule. Ces résultats pourraient surprendre quiconque limiterait le prolongement de la multiplication d'un décimal par un entier à la multiplication de deux décimaux à une affaire de comptage de décimales... Ils montrent, au contraire, que les difficultés concernant la multiplication et les nombres décimaux resurgissent au moment de placer la virgule du produit.

c) La reconnaissance du modèle multiplicatif

Deux types de situations multiplicatives seulement sont évalués : des situations d'isomorphisme de grandeurs et le calcul de l'aire d'un rectangle. On dispose de peu de résultats :

les calculs de prix sont reconnus comme des situations multiplicatives par 80% des élèves à l'entrée en sixième, la dépendance entre la reconnaissance du modèle et la maîtrise technique semble globalement assez faible⁹ ;

- le calcul de l'aire d'un rectangle est une source de difficultés pour plus de la moitié des élèves de sixième qui confondent l'aire et le périmètre ou bien leurs formules respectives.

De tels résultats ne peuvent être sans conséquence sur les choix d'un professeur pour enseigner la multiplication des décimaux... La tâche confiée aux professeurs de sixième est importante. Il s'agit de compléter l'acquisition de la notion de nombre décimal, d'élargir le sens de la multiplication et d'enseigner une technique opératoire sur laquelle de nombreux élèves trébuchent.

⁹ On pourra consulter aussi à ce sujet BUTLEN D. & PEZARD M. (1996).

2.2. Les contraintes de l'institution scolaire

La progression des apprentissages définie par les programmes contraint fortement l'enseignement.

À l'école primaire, au moment de nos observations¹⁰, les fractions sont introduites mais ne sont pas approfondies, notamment les calculs avec des nombres en écriture fractionnaire s'enseignent seulement au collège. La multiplication est limitée à celle d'un décimal par un entier. Aucune situation n'est explicitement hors programme, néanmoins la limitation à un multiplicateur entier privilégie fortement la conception « addition répétée » de l'opération.

En sixième, un contenu mathématique précis est imposé : calcul écrit, calcul mental, calcul approché, calcul instrumenté (à la calculatrice) ainsi que de nombreuses situations multiplicatives. Les nombres rationnels positifs sont approfondis mais leur multiplication s'étudie seulement en cinquième.

Enfin, la contrainte de la durée est forte : en envisageant l'ensemble du programme, nous avons estimé à 4 à 6 heures la durée de la séquence portant spécifiquement sur la multiplication (y compris la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives).

III. DES PRATIQUES GLOBALEMENT CONVERGENTES

Les séquences des quatre professeurs ont été comparées depuis l'élaboration du scénario jusqu'à son animation, en classe, avec les élèves. Ces comparaisons permettent de répondre à la question centrale de la recherche : « régularité et variabilité des pratiques enseignantes ».

Pour la présentation des résultats, les professeurs observés doivent être distingués ; ils sont appelés par des noms de mathématiciens afin de préserver leur anonymat : Mesdames Germain, Agnesi et Theano et Monsieur Bombelli.

¹⁰ Programme de l'école primaire, Cycle des approfondissements, 22 février 1995.

1. Analyse des scénarios élaborés par les professeurs observés

Par comparaison aux enseignements proposés dans les publications, les choix des professeurs sont convergents : d'une part les scénarios sont tous du 1er ou du 2ème type, et d'autre part les nombres décimaux sont toujours traités indépendamment des fractions. Ce choix doit être rapproché de la contrainte des programmes puisque la multiplication des fractions ne s'étudie qu'en 5ème.

Détaillons l'analyse des projets en comparant le champ mathématique, la stratégie d'enseignement et les tâches proposées.

1.1. *Le champ mathématique est commun*

Le champ mathématique a été analysé en référence à la théorie des champs conceptuels. Ont donc été repérées, dans les limites du cadre de la multiplication des nombres décimaux : les situations multiplicatives proposées, les propriétés de l'opération et les techniques opératoires, ainsi que les représentations symboliques et leurs transformations. Le tableau n°1 présente les choix des quatre professeurs.

Contenus mathématiques	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Multiplication des décimaux				
Technique opératoire (T.O.)	✓	✓	✓	✓
« Démonstration » ou justification de la T.O.	✓	✓	✓	✓
Estimation du produit	✓		✓	✓
Propriétés algébriques de la multiplication	✓	✓	✓	
Effet de la multiplication sur l'ordre	✓		✓	
Multiplication par un facteur inférieur à un	✓	✓	✓	✓
Multiplication par zéro ou par un				
Écritures des nombres				
Signification de l'écriture décimale	✓	✓	✓	✓
Changement d'unités du système décimal			✓	
Multiplication d'un décimal par 0,1 ; 0,01...	✓		✓	
Autres notations que l'écriture « à virgule »	✓			
Situations multiplicatives				
Domaine numérique : isomorphisme (prix)	✓	✓	✓	✓
Géométrie : produit de mesure (aire rectangle)				
Géométrie : opérateur (agrandissement)				
Géométrie : composition d'opérateurs				
Gestion de données : opérateur (pourcentage)				
Gestion de données : opérateur (diagrammes)				

Tableau n°1. Champs mathématiques des quatre séquences observées

Tous les professeurs ont envisagé la technique opératoire et tous l'ont « démontrée » ou au moins partiellement justifiée. De même, tous les professeurs ont traité le cas de la multiplication par un facteur inférieur à un. Ce cas particulier est important car il remet en cause le fait bien connu que la multiplication agrandisse, cette propriété est héritée du travail sur les entiers, elle est une source de nombreuses difficultés non moins connues. Unanimité aussi des professeurs pour ne pas traiter la multiplication par 0 ou 1. Trois professeurs sur quatre ont proposé à leurs élèves d'estimer le produit en utilisant les ordres de grandeur. La même proportion des professeurs a traité les propriétés algébriques de la multiplication. La moitié des professeurs a étudié l'effet de la multiplication sur l'ordre.

En ce qui concerne les situations multiplicatives, on constate une unanimité complète des professeurs. Les seules situations étudiées sont, dans le domaine

numérique, les situations d'isomorphisme de grandeurs et en fait seulement les problèmes de prix. Les autres situations indiquées dans le tableau sont les situations au programme de la classe de sixième, les professeurs ont préféré les aborder plus tard dans l'année.

En ce qui concerne les représentations symboliques, tous les professeurs ont proposé des révisions concernant la signification de l'écriture décimale. Madame Germain est le seul professeur qui utilise une autre écriture des décimaux (3,14 est écrit $314 \times 0,01$). Madame Agnesi est la seule à proposer des changements d'unité dans le système décimal. Ces deux professeurs ont traité spécifiquement le cas de la multiplication par 0,1, 0,01... qui pose des difficultés à environ la moitié des élèves à l'entrée en sixième.

1.2. Les stratégies d'enseignement

L'analyse des stratégies d'enseignement montre que les ingénieries didactiques ne sont pas reprises dans l'enseignement ordinaire mais, au delà de ce constat, des divergences apparaissent, notamment concernant l'introduction du nouveau savoir.

a) Les ingénieries didactiques ne sont pas reprises

Une certaine unité se dégage quant à l'introduction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil/objet. Ainsi, le constat déjà formulé par Jeanne Bolon (1996) se confirme : pas de reprise des ingénieries didactiques dans l'enseignement ordinaire. Cependant, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, un scénario contredit son hypothèse selon laquelle ce manque de reprise s'expliquerait par la volonté des professeurs de collègue « *d'aboutir au plus vite à des algorithmes de calculs décontextualisés* »¹¹.

¹¹ Voir pages 327 et suivantes de sa thèse.

b) Des stratégies pourtant différentes

Les stratégies d'enseignement diffèrent d'abord par leur chronologie. Monsieur Bombelli commence par exposer la technique opératoire qu'il justifie à l'aide d'opérateurs multiplicatifs, puis il propose des exercices d'application. Madame Theano introduit le calcul du produit de deux décimaux en utilisant les ordres de grandeurs, la méthode permet d'induire la technique opératoire. Les élèves contrôlent leurs conjectures avec la calculatrice. Suivent des exercices d'application et de calcul mental dont certains viennent interroger la technique opératoire. Madame Agnesi commence par des problèmes de prix de marchandises, les produits de facteurs décimaux peuvent se calculer en effectuant des conversions. Les exemples ainsi fournis permettent d'induire la technique opératoire. Le reste de la séquence est consacré à des exercices d'application et à l'examen systématique des propriétés de la multiplication. Madame Germain pose d'entrée de jeu la question à ses élèves : « Comment calculer le produit de deux décimaux ? » Elle les laisse produire des règles efficaces sur certains cas particuliers. À la fin de la séquence seulement, toutes ces règles étudiées conduiront les élèves à l'élaboration de la technique usuelle.

Ainsi, un professeur a élaboré un scénario du premier type, les trois autres ont élaboré un scénario du deuxième type. Un professeur introduit le nouveau savoir par l'étude d'une situation, les autres proposent un enseignement décontextualisé. Un professeur laisse l'élaboration et la justification de la technique opératoire aux élèves, les autres l'indiquent sans toujours la justifier, le cas échéant, ils prennent complètement en charge sa justification.

1.3. Les tâches prescrites

Les tâches proposées aux élèves sont analogues sauf celles qui concernent l'institutionnalisation des savoirs. Trois types de tâches ont été distingués : celles qui visent l'introduction du nouveau savoir, les exercices sur la multiplication de deux décimaux (ce qui explique la mention « niveau collège »

sur le tableau n°2), et les tâches proposées durant les phases d'institutionnalisation.

Tâches prescrites	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Introduction du nouveau savoir				
Proposition de situation a-didactique				
Cadres mobilisés	Numérique	Numérique	Numérique	Numérique
La multiplication est un objet de savoir	✓	✓	✓	✓
La multiplication est un outil				
Problèmes contextualisés			✓	
Exercices proposés (niveau collègue)				
Détermination d'un produit	75%	71%	50%	64%
- Par application de la technique	17%	14%	17%	09%
- Par un calcul mental ou raisonné	33%	43%	17%	00%
- Par calcul approché ou encadrement	25%	14%	16%	55%
Questions théoriques	25%	29%	33%	18%
Pb. issus de situations multiplicatives	00%	00%	17%	18%
Les phases d'institutionnalisation				
Mode d'intégration dans la séance	Bilan	Déclaration	B + D	B + Apport
Justification de la technique opératoire	✓	✓		
La présentation des propriétés comporte :				
- Un titre explicatif			✓	
- Une règle d'action décontextualisé	✓	✓	✓	
- Un exemple générique	✓	✓	✓	✓

Tableau n°2. Les tâches proposées aux élèves par les quatre professeurs observés

L'analyse des tâches proposées aux élèves confirme les choix communs des professeurs concernant l'introduction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil / objet. Seule Madame Agnesi propose des problèmes reposant sur une situation multiplicative. Mais la technique n'est pas construite en référence à cette situation.

On note également une homogénéité assez grande concernant les exercices proposés aux élèves : 50 à 75% d'entre eux portent sur le calcul du produit de deux décimaux sans pour autant qu'on puisse les réduire à de simples applications techniques. Ces applications concernent un exercice sur cinq au

maximum, les autres exercices sont des calculs raisonnés, des calculs approchés, des questions théoriques ou des résolutions de problèmes issus de situations multiplicatives.

Les phases d'institutionnalisation sont nettement contrastées. Madame Germain est le seul des quatre professeurs à n'utiliser que le mode bilan pour présenter les nouveaux savoirs. Au contraire Monsieur Bombelli n'utilise que le mode déclaration. Entre ces deux pôles, Mesdames Agnesi et Theano institutionnalisent avec le mode bilan les savoirs directement liés à leurs stratégies d'enseignement et changent de mode pour les autres savoirs. Les quatre autres lignes du tableau confirment la variabilité des pratiques d'institutionnalisation, elles montrent aussi que le mode d'intégration de ces phases est indépendant des choix concernant le contenu et la forme du cours.

Finalement, les projets des professeurs observés sont convergents quant aux tâches prescrites, sauf durant les phases d'institutionnalisation qui, paradoxalement, laissent supposer des activités différentes des élèves, notamment en ce qui concerne la construction des connaissances. Ce bilan contrasté soulève deux questions : les activités effectives des élèves sont-elles analogues dans les quatre séquences ? et l'hypothèse d'une divergence concernant la construction des connaissances se vérifie-t-elle ?

2. Les déroulements en classe : analyse des activités des élèves

Avant d'aborder l'analyse des déroulements, il est important de préciser que les séquences observées ont duré de 2h30 à 5h00, évaluation non comprise. Aucun des professeurs n'ayant proposé l'étude de situations multiplicatives, on peut considérer que la durée estimée à partir des programmes a été respectée. Les séquences sont comparables : aucun professeur n'a surinvesti l'enseignement de la multiplication du fait de la recherche.

2.1. Les activités effectives des élèves sont plus variées que l'analyse des tâches proposées ne le laissait prévoir

Le graphique résume les résultats obtenus quant à la répartition des activités effectives classées par type. Sur l'axe horizontal figurent les sept types d'activités repérés par leurs initiales : Révisions de l'école élémentaire (REE), Élaboration de la technique opératoire (ETO), Calcul d'un produit avec papier et crayon (PC), Calcul d'un produit avec la machine à calculer (MAC), Calcul mental ou calcul raisonné (CMCR), Questionnement plutôt théorique (QT) et Étude de situations multiplicatives (SM).

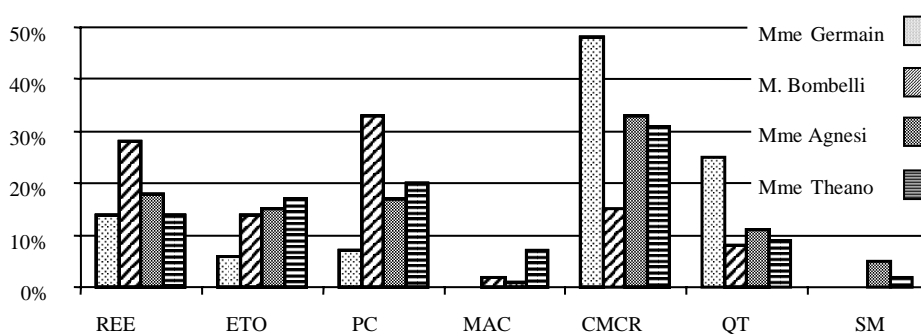


Figure n°1. Répartition des types d'activités dans les séquences observées

Le graphique montre des ressemblances et des différences entre les séquences, les différences s'expliquent par la stratégie d'enseignement.

Les activités de Révisions de l'école élémentaire (REE) sont plus nombreuses dans la séquence de Monsieur Bombelli, comme le sont aussi les activités de Calcul avec papier et crayon (PC). La stratégie de ce professeur est de présenter la technique opératoire et de la faire appliquer. De nombreux incidents, comme ceux qui ont été présentés avec les interventions des élèves Maud et Raphaël, sont rabattus à la technique opératoire.

La stratégie de Madame Germain est de laisser les élèves élaborer des règles pour faciliter le calcul de certains produits, ces règles devant les conduire à la technique opératoire. Ainsi, les activités des élèves étaient peu du type Élaboration de la technique opératoire (ETO) et Calcul avec papier et crayon

(PC), jamais du type Calcul avec la machine à calculer (MAC) ou Étude de situations multiplicatives (SM) mais beaucoup de Calcul raisonné (CMCR) et de Questions théoriques (QT).

Les graphiques de Mesdames Agnesi et Theano sont très proches. Ils se distinguent principalement par les activités d'Étude de situations multiplicatives (SM) et de Calcul avec la machine à calculer (MAC). La stratégie d'enseignement explique cette différence : celle de Madame Agnesi est d'introduire la technique opératoire par des problèmes de prix de marchandises alors que Madame Theano fait placer la virgule en déterminant l'ordre de grandeur du produit, puis elle fait contrôler la position de la virgule avec la calculatrice.

Pour conclure l'analyse, on remarquera que la répartition des activités effectives des élèves donne une bien plus grande variabilité des pratiques des professeurs que celle qui était constatée en analysant les tâches prescrites. Cela montre que l'accompagnement en classe est déterminant sur l'activité des élèves. Et cela s'explique par le fait que les professeurs, pendant le déroulement, modifient sensiblement les exercices choisis dans le manuel, par exemple en posant des questions complémentaires. Généralement ces questions tendent à renforcer leur stratégie d'enseignement.

2.2. Le cas des activités de construction des savoirs

Une question reste posée quant aux activités de construction des savoirs : nous avons remarqué une variabilité importante des modes d'intégration des phases d'institutionnalisation qui laissait supposer, entre les séquences, des différences concernant ces activités.

Nous avons donc regroupé, d'une part les activités pour lesquelles les élèves doivent appliquer une technique apprise et, d'autre part, celles qui les conduisent à enrichir leurs connaissances, soit parce qu'ils découvrent de nouvelles propriétés de la multiplication, soit parce qu'ils sont confrontés à un

problème pour lequel ils ne disposent pas de méthode de résolution déjà établie.

Les résultats obtenus figurent dans le tableau n°3 :

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Application de connaissances	20%	80%	47%	56%
Construction de connaissances	80%	20%	53%	44%

Tableau 3. Activité de construction ou d'application des savoirs

Les résultats confirment donc l'hypothèse : 80% d'activités de construction des savoirs dans la séquence de Madame Germain contre 20% dans celle de Monsieur Bombelli ; environ 50% dans les séquences de Madame Agnesi et Madame Theano. Les séquences de Madame Germain et de Monsieur Bombelli constituent deux pôles opposés d'un axe où la classe est soit un lieu de « construction du savoir », soit un lieu « d'exposition et d'application du savoir ». Les séquences de Mesdames Agnesi et Theano occupent des positions médianes sur cet axe.

Après les activités effectives des élèves, abordons maintenant les adaptations des professeurs en classe qui, elles aussi, peuvent induire des activités différentes des élèves.

3. Les déroulements en classe : analyse des adaptations

Les adaptations sont déterminées par les incidents, leur place par rapport au scénario et la gestion qui en est faite par le professeur. Pratiquement tous les incidents concernent des notions du champ mathématique et la stratégie d'enseignement. Pour aborder la question de la régularité et de la variabilité des pratiques, des analyses comparées ont porté sur l'effectif et la répartition des incidents et de leur gestion.

3.1. Des incidents nombreux, inégalement répartis suivant les séquences

Le nombre d'incidents par heure de cours varie du simple au double suivant les professeurs. Ils sont cependant très nombreux : un incident toutes les trois

minutes en moyenne dans la séquence de Monsieur Bombelli qui en rencontre le moins.

Le tableau suivant indique la répartition des incidents suivant les séquences. La dernière colonne indique les résultats pour l'ensemble des professeurs.

	Mme Theano	Mme Agnesi	M. Bombelli	Mme Germain	Ensemble
Erreur	26%	21%	28%	27%	25%
Question	20%	15%	32%	16%	18%
Incomplet	36%	49%	16%	36%	38%
Silence	7%	6%	8%	12%	9%
Hors de portée	11%	4%	0%	1%	4%
Désaccord	0%	5%	16%	7%	6%

Tableau n°4. Répartition des incidents dans les séquences observées

On constate que la fréquence des erreurs ou des silences d'élèves interrogés est la même dans toutes les classes mais que ce n'est pas vrai des autres incidents. Le cas des questions hors de portée des élèves est spécifique à la séquence de Madame Theano qui repose sur l'utilisation des ordres de grandeur or cette notion pose de nombreux problèmes théoriques¹². Les questions sont plus nombreuses dans la classe de Monsieur Bombelli et les réponses incomplètes sont plus rares. En revanche, elles sont plus nombreuses dans la classe de Madame Agnesi. Cette différence montre une divergence pédagogique : les élèves de Monsieur Bombelli doivent formuler des réponses plus abouties que ceux de Madame Agnesi, quand ils ne savent pas, au lieu de répondre de façon incomplète, ils se taisent (ce qui explique le plus faible nombre d'incidents) ou ils questionnent leur professeur.

On retiendra donc, pour deux professeurs, une influence personnelle sur les incidents qui émergent durant leur séquence.

¹² On pourra consulter à ce sujet l'annexe A de la thèse, RODITI (2001).

3.2. Des gestions très différentes des incidents

L'étude des modes de gestion des incidents a nécessité une analyse de leur répartition puis une analyse croisée du mode de gestion en fonction de la nature de l'incident ou en fonction de la nature de l'activité en cours lors de l'incident.

a) Tendances générales de la gestion des incidents

Le graphique de la figure n°2 montre la répartition des différents modes de gestion des incidents en fonction des professeurs observés. Pour chaque professeur, cette répartition correspond à ce qui a été appelé sa *tendance générale de gestion des incidents*. L'observation globale montre des tendances différentes.

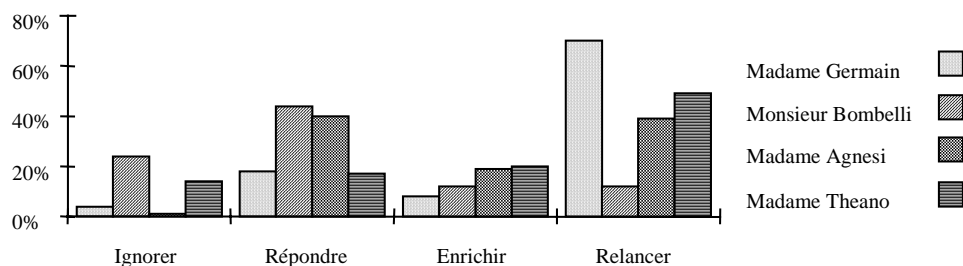


Figure n°2. Modes de gestion des incidents par les professeurs observés

La gestion de Madame Germain est la plus ouverte : elle relance l'activité des élèves dans plus de 70% des cas. À l'opposé, la gestion de Monsieur Bombelli est très fermée : dans 70% des cas, il ignore l'incident ou il fournit la réponse attendue. Entre ces deux pôles qui ont déjà été identifiés, se situent les tendances générales de gestion des incidents de Mesdames Agnesi et Theano.

b) Gestion des incidents en fonction de leur nature ou de l'activité

Les professeurs modifient-ils leur tendance générale de gestion des incidents en fonction de la nature des incidents ou en fonction des activités des élèves ? Les réponses sont très variables.

Quelle que soit la nature de l'incident, Monsieur Bombelli suit parfaitement sa tendance générale. Madame Agnesi et Madame Theano l'adaptent mais elles effectuent des choix opposés : Madame Agnesi relance davantage lors des

réponses incomplètes alors que Madame Theano relance davantage lors des erreurs. Madame Germain, quant à elle, relance davantage pour gérer les réponses incomplètes et les erreurs.

Madame Agnesi et Madame Theano ne modifient pas leur gestion des incidents suivant les activités des élèves. En revanche, les deux autres professeurs radicalisent leur gestion durant les activités les plus fondamentales au regard de la stratégie prévue : celle de Monsieur Bombelli est encore plus fermée et celle de Madame Germain est encore plus ouverte.

En conclusion, les adaptations apparaissent comme une pratique peu contrainte. Les professeurs investissent cette marge de manœuvre en fonction de leur conception sur l'apprentissage et de la stratégie d'enseignement prévue.

IV. LES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DE CHAQUE PROFESSEUR FORMENT UN SYSTÈME COHÉRENT

La variabilité des pratiques enseignantes concerne donc à la fois les activités induites chez les élèves et les adaptations. Cette diversité des déroulements est surprenante quand on la compare à la grande convergence des projets. L'approche ergonomique des pratiques enseignantes, en considérant les pratiques des professeurs comme étant à la fois personnelles et partie prenante d'un milieu professionnel, permet d'avancer quelques hypothèses.

1. Entre projet et déroulement, des résultats sous forme d'hypothèse

À chaque fois que les professeurs ont effectué des choix convergents pour élaborer leur projet, nous nous sommes demandé à quelles nécessités professionnelles cela répondait. Nous avons obtenu quelques hypothèses, qui ont été appelées *principes* car tout se passe comme si des principes de nécessité professionnelle étaient respectés par les professeurs.

1.1. Principe de conformité au programme officiel

Les professeurs observés respectent le contenu du programme, ils en respectent aussi le rythme. Cette conformité assure sans doute une légitimité professionnelle aux enseignants.

1.2. Des principes pour délimiter le champ mathématique

a) Principe d'efficacité pédagogique

Deux principes permettent de mieux comprendre les choix convergents des professeurs pour délimiter le champ mathématique. Le *principe d'efficacité pédagogique* traduit le fait que les professeurs n'aient pas abordé les contenus mathématiques avec lesquels les élèves éprouvent des difficultés et qui ne sont pas « indispensables » à la séquence. Ainsi, les fractions et les aires de rectangles ont été écartés.

b) Principe de clôture du champ mathématique

Le principe de *clôture du champ mathématique* traduit le fait que les professeurs, ayant écarté certains éléments du champ conceptuel des structures multiplicatives, en ont écarté aussi les éléments reliés : les situations, mais aussi les concepts et les théorèmes qui permettent de les analyser comme des tâches mathématiques. Ainsi, les objets mathématiques qui restent dans le champ de la séquence sont reliés entre eux mais ne dépendent pas (ou peu) de ceux qui n'y ont pas été intégrés, le champ mathématique est une partie « auto-close » du champ conceptuel.

Ces deux principes conduisent à écarter les contenus qui risquent de provoquer des questions que le professeur ne souhaite pas aborder pour ne pas être dévié de l'itinéraire prévu dans le scénario. Le professeur garantit ainsi une ligne directrice forte. Elle lui permettra de rester dans ce que Janine Rogalski (2000) appelle « *l'enveloppe des trajectoires acceptables du déroulement* ».

1.3. Deux principes pour élaborer une stratégie d'enseignement

Deux autres principes aident à comprendre certains choix effectués par les professeurs pour élaborer leur stratégie d'enseignement.

a) Principe de nécessité de succès d'étape

Le principe de nécessité de succès d'étape explique que les professeurs segmentent leur enseignement de manière à mettre régulièrement l'élève en activité d'application de ce qui vient d'être enseigné. Les professeurs ne disposent d'aucun modèle précis et complet de la dynamique propre des acquisitions ni de l'impact de l'intervention didactique. Ils utiliseraient les exercices d'application pour évaluer régulièrement l'impact de leur enseignement à très court terme, afin d'adapter leur activité aux réactions des élèves, afin de garantir la confiance et la sérénité de la classe.

b) Principe de respect de l'attente des élèves

Les étapes sont courtes. Tout se passe comme si les activités de recherche ne devaient pas excéder une certaine durée après laquelle les élèves attendraient du professeur qu'il expose et qu'il explique ce qu'ils n'ont pas su trouver seuls. Il semble difficile de déroger à ce principe de respect de l'attente des élèves. Madame Germain l'a fait, une fois, une seule dans toute la séquence. Pendant l'activité de recherche, elle a répété qu'elle savait qu'elle les faisait « souffrir » pour leur montrer qu'elle était convaincue de l'utilité de cette recherche prolongée. Qui fixe cette durée ? Le débat est ouvert mais son existence montre le caractère social, partagé, de chaque pratique enseignante.

La *nécessité de succès d'étape* et le *respect de l'attente des élèves* sont deux principes que respectent les enseignants pour élaborer leur stratégie d'enseignement. Ils permettent aux professeurs de donner en classe un sentiment de réussite et de progrès dans l'apprentissage. Ce sentiment assure un climat suffisamment serein pour permettre à la classe de fonctionner.

Les projets élaborés par les enseignants tiennent compte des indications des programmes, concernant le contenu et le rythme, mais aussi de contraintes liées

à la gestion d'une classe. Ces deux éléments de l'exercice du métier semblent expliquer la convergence des projets des professeurs observés, malgré les différences importantes constatées dans les stratégies d'enseignement et dans les déroulements.

2. Quelle cohérence des pratiques d'enseignement ?

Le constat simultané de régularité et de variabilité des pratiques d'enseignement qui sont à la fois personnelles et inscrites dans un contexte professionnel, social, pose la question de la cohérence de ce système, pour chaque professeur. Des analyses de chaque séquence, effectuées en croisant les différents résultats recueillis, ont permis de repérer des dimensions qui donnent une cohérence aux pratiques.

2.1. *La conception de la classe et la stratégie d'enseignement assurent une cohérence aux pratiques*

On a remarqué souvent l'opposition entre la séquence de Monsieur Bombelli et celle de Madame Germain. Ce qui oppose ces professeurs semble tenir à leur conception de la classe : un « lieu d'exposition et d'application du savoir » pour Monsieur Bombelli ou bien, pour Madame Germain, un « lieu de construction du savoir » par les élèves. Cette dimension donne une cohérence aux pratiques. Dans une classe « lieu d'exposition et d'application du savoir » l'exposition des savoirs a lieu très tôt, les activités effectives sont surtout des applications, les incidents sont plutôt des questions ou des erreurs et leur gestion relance rarement l'activité des élèves. Dans une classe « lieu de construction du savoir », le savoir est institutionnalisé assez tard comme un bilan, les activités de recherche dominant, la gestion des incidents relance l'activité des élèves.

La référence à la stratégie d'enseignement est une autre source de cohérence : les activités effectives des élèves sont plus ou moins valorisées, qualitativement et quantitativement, conformément à la stratégie d'enseignement, en outre, deux professeurs modifient leur mode de gestion des

incidents lorsqu'ils surviennent durant les activités les plus fondamentales au regard de la stratégie d'enseignement.

2.2. La recherche de cohérence fait apparaître des compensations

Les analyses croisées font apparaître quelques contradictions qui sont interprétées comme des compensations.

Madame Agnesi laisse émerger beaucoup plus d'incidents que ses collègues, pourtant son mode de gestion est plus fermé que ceux de Mesdames Germain et Theano. Cette professeure souhaite que ses élèves s'expriment librement car elle cherche à en impliquer le maximum dans le déroulement de la classe et favoriser ainsi leur apprentissage. Néanmoins, ces incidents prennent beaucoup de temps, Madame Agnesi les gère donc de manière à obtenir assez rapidement les réponses aux problèmes posés.

Mesdames Theano et Germain, plus que leurs deux autres collègues, utilisent le mode bilan pour les institutionnalisations ; cependant leur gestion est plus fermée lors de ces phases. Le mode choisi par les deux professeures est lié à leurs conceptions de l'apprentissage. Dans ce deuxième exemple, ce n'est pas la contrainte du temps qui explique la fermeture de la gestion mais celle de la validité des énoncés mathématiques : leurs élèves s'accommodent facilement de règles dont la formulation est imprécise, Mesdames Theano et Germain finissent donc souvent par donner elles-mêmes le texte qu'il conviendra de noter sur les cahiers.

Mesdames Agnesi et Germain ont les séquences les plus longues, pourtant leur gestion se ferme une fois passée la première moitié de la durée prévue. Dans ce dernier exemple, on retrouve une contradiction entre des choix relevant des objectifs d'apprentissage des élèves et des contraintes de temps.

Ces trois exemples de compensations illustrent de compromis liés à des situations de régulation. Ils n'infirmement pas l'hypothèse selon laquelle les pratiques enseignantes de chaque professeur forment un système cohérent.

CONCLUSION

L'étude des pratiques d'enseignement qui a été menée est une étude de type clinique. Elle en possède donc les limites, les résultats portent sur le travail de seulement quatre professeurs. Il faudrait bien sûr évaluer, avec d'autres moyens, leur pertinence sur une population plus importante. Certains niveaux d'analyse des pratiques, notamment le niveau psychologique, ne sont pas pris en compte. Le travail mené dans cette recherche a consisté à croiser deux types d'analyses des séquences observées : les premières sont très précises, elles portent sur le travail des élèves en classe et utilisent des outils spécifiques à la didactique des mathématiques ; les secondes sont plus globales, elles portent sur l'exercice même du métier d'enseignant et utilisent des outils propres à la psychologie ergonomique.

Cette recherche a produit trois catégories de résultats.

Les régularités constatées, constantes indépendantes des professeurs observés, montrent que l'institution scolaire, en fixant le contenu à enseigner et la durée de l'enseignement contraint les pratiques enseignantes, depuis la préparation des cours jusqu'à leur déroulement en classe avec les élèves. En outre, les conditions d'exercice du métier conduisent les professeurs à effectuer des choix analogues globalement quant aux contenus abordés et à l'organisation adoptée pour les transmettre. Tous ces invariants délimitent une enveloppe au sein de laquelle s'inscrivent les enseignements observés et qui ne pourrait pas contenir tous les scénarios envisageables *a priori* avec seulement des critères liés à l'apprentissage des élèves. Des recherches sont encore nécessaires pour explorer davantage ce ciment des pratiques qui constitue le métier d'enseignant.

Cependant s'exprime une variabilité des pratiques d'enseignement : les professeurs investissent les marges de manœuvre qui existent par delà les contraintes. La recherche a montré une palette de différences qui concernent tant les activités induites en classe chez les élèves que les adaptations des professeurs. La diversité observée s'explique par une dimension personnelle du

système des pratiques de chaque professeur, plutôt en rapport avec ses conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement.

Entre régularité et variabilité, par de nombreux croisements, la recherche a montré des traces de la cohérence des pratiques de chaque professeur, elle porte sur les décisions locales concernant le contenu d'enseignement et son organisation, elle porte aussi sur la gestion de la classe et notamment de l'imprévu. Ainsi tout ne semble pas possible pour un même enseignant et les choix nombreux qu'il effectue semblent se répondre les uns les autres pour suivre une logique déterminée. Des recherches complémentaires pourraient confirmer et préciser ces invariants individuels.

Cette recherche participe donc au travail entrepris sur le pôle enseignant du système didactique. Sur l'exemple de l'enseignement d'un contenu précis, elle a permis de dégager ce qui est variable et qui tient aux personnes, de ce qui est partagé par tous, qui tient aux contraintes mais peut-être aussi, plus largement, au métier.

BIBLIOGRAPHIE

- APMEP (1987, 1991), *Evaluation du programme de mathématiques Sixième*, Paris : APMEP.
- BOLON J. (1996), *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière Ecole-Collège*, Thèse de didactique des mathématiques de l'Université de Paris 5.
- BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- BROUSSEAU G. & BROUSSEAU N. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, Bordeaux : IREM de Bordeaux.
- BUTLEN D. (1985), *Introductions de la multiplication à l'école primaire : histoire, analyses didactiques, manuels actuels*, Cahier de didactique des mathématiques n°19, Paris : IREM de Paris 7.
- BUTLEN D. & PEZARD M. (1996), *Rapports entre habileté calculatoire et « prise de sens » dans la résolution de problèmes numériques, étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire*, Cahier de DIDIREM n°27, Paris : IREM de Paris 7.
- CHEVALLARD Y. (1994), Les processus de transposition didactique et leur théorisation, In Arzac et al. (Eds) *La transposition didactique à l'épreuve* (135-180), Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- DEP ou DP&D (depuis 1989), *Evaluation CE 2 - 6ème - Résultats nationaux*, Paris : Ministère de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, Direction de l'évaluation et de la prospective.
- DOUADY R. & PERRIN M.-J. (1986), *Liaison Ecole-Collège : Nombres décimaux*, Brochure n°62, Paris : IREM de Paris 7.
- HACHE C. & ROBERT A. (1997), Analyse de pratiques effectives en classe de seconde, *Recherches en didactique des mathématiques* 17/3 (103-150), Grenoble : La Pensée sauvage éditions.
- LEPLAT J. (1997), *Regard sur l'activité en situation de travail - Contribution à la psychologie ergonomique*, Paris : PUF.
- PERRIN M.-J. (1984), *Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège*, Cahier de didactique des mathématiques n°24, Paris : IREM de Paris 7.
- ROBERT A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au Lycée et à l'Université, *Recherches en didactiques des mathématiques* 18/2 (139-190), Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- ROBERT A. (1999), Pratique des enseignants de mathématiques, in : *Didaskalia* n°15 (123-157), De Boeck & Larcier : Louvain-la-Neuve.
- ROBERT A. (2000), Recherches sur les pratiques des enseignants de mathématiques du secondaire : imbrication du point de vue de l'apprentissage des élèves et du point de vue de l'exercice du métier d'enseignant, in *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*, Paris : ARDM.

- ROBERT A. (2001), Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 21/1-2, Grenoble : La Pensée sauvage éditions.
- RODITI E. (2000), Ordre de grandeur et multiplication des décimaux, in *Bulletin APMEP n° 431 Novembre-Décembre 2000 (719-727)*, APMEP : Paris.
- RODITI E. (2001), *L'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaires*, Thèse de doctorat de l'Université de Paris 7.
- RODITI E. (2002), *La multiplication des nombres décimaux; enjeux, transpositions didactiques et contraintes d'enseignement*, Cahier didrem n°39, Paris : IREM de Paris 7.
- ROGALSKI J. (1985), *Acquisition de la bidimensionnalité*, Thèse d'Etat.
- ROGALSKI J (2000), Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant, in : *Actes du XXVI^e colloque COPIRELEM* (pp. 45-66). Limoges : IREM.
- VERGNAUD G., ROUCHIER A., RICCO G., MARTHE P., METREGISTE R., GIACCOBBE J. (1979), *Acquisition des « structures multiplicatives »*, IREM d'Orléans et Centre d'études des processus cognitifs et du langage, Paris : EHESS-CNRS.
- VERGNAUD G. (1981), *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne : Peter Lang.
- VERGNAUD G. (1983), Multiplicatives structures, in R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics : Concepts and processes*. New York : Academic Press.
- VERGNAUD G. (1990), La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques* 10/2.3 (133-170), Grenoble : La pensée sauvage éditions.