

Couplage de la méthode moment magnétique avec la méthode PEEC pour la résolution des problèmes magnétodynamique.

T.LE DUC, O.Chadebec, J-M.Guichon, G.Meunier

LEG, UMR 5529 INPG/UJF - CNRS ENSIEG - BP46 - 38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex - France

E-mail : Tung.Le-Duc@leg.ensieg.inpg.fr

Résumé — Un couplage Méthode des Moments Magnétiques (MOM) – méthode PEEC pour la résolution des problèmes magnétoharmoniques est proposé. Grâce à ce couplage, les points forts de chaque méthode sont exploités : prise en compte efficace des conducteurs par la méthode PEEC et prise en compte des réactions d'induits (parties ferromagnétiques, blindages) par la méthode MOM. Le couplage est réalisé par l'introduction de la matrice d'impédance (calculée par la méthode PEEC dans le vide) au sein des équations à la méthode MOM. Un exemple de validation est présenté.

I. INTRODUCTION

Les dispositifs électrotechniques et d'électronique de puissance nécessitent des outils de modélisation de plus en plus performants afin de répondre aux exigences de miniaturisation, de performances et de fonctionnalités accrues. Pour répondre à ces exigences, deux méthodes de calcul ont été développées au sein de notre laboratoire.

La méthode intégrale PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) a été développée pour la modélisation des interconnexions s'appliquant à une large gamme de dispositifs : circuits imprimés, bus-barres,... Elle repose sur une méthode semi-analytique par la détermination d'un schéma électrique équivalent à l'aide de constantes localisées [1]. Cependant, la méthode PEEC classique ne permet pas la modélisation 3D des matériaux ferromagnétiques largement présents dans les dispositifs d'interconnexions (blindages ferromagnétiques, masses perturbatrices, noyaux d'inductances,...).

La méthode des moments magnétiques du type intégrale elle aussi, est bien adaptée pour la modélisation des matériaux magnétiques. Tout comme la méthode PEEC, elle ne nécessite pas le maillage de l'air, par contre elle se limite à la prise en compte des effets magnétostatiques.

Les deux méthodes précédentes sont complémentaires. Un couplage fort de celles-ci peut être réalisé afin de prendre en compte les effets liés aux régions magnétiques par méthode des moments magnétiques, alors que la méthode PEEC permet de modéliser les contributions des inducteurs.

II. PRINCIPE DU COUPLAGE

A. Méthode des moments magnétiques

Nous nous plaçons ici dans l'approximation magnétostatique [2]. Le champ magnétique H se décompose en deux parties :

$$H = H_0 + H_{red} \quad (1)$$

H_0 est le champ source et H_{red} est la réaction du matériau magnétique au champ source. Le champ réduit dérive d'un potentiel scalaire, nous avons alors :

$$H = H_0 - \text{grad}\phi_{red} \quad (2)$$

Avec :

$$\phi_{red} = \frac{1}{4\pi} \iiint_{V_{mag}} \frac{M \cdot r}{r^3} dV \quad (3)$$

r est le vecteur reliant le point où est calculé le potentiel au point d'intégration et V_{mag} est le volume de matériau ferromagnétique. En supposant que la région ferromagnétique est découpée en N éléments et que l'aimantation est uniforme par élément, nous avons :

$$H = H_0 + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \iiint_{V_{mag,i}} \left(\frac{M_i \cdot r}{r^5} r - \frac{M_i}{r^3} \right) dV \quad (4)$$

Et sous forme matricielle :

$$H(P) = H_0(P) + [g][M] \quad (5)$$

B. Influence du courant des conducteurs sur un élément magnétique.

Un courant parcourant un conducteur va créer un champ qui va aimanter les matériaux magnétiques. Considérons que le matériau magnétique est maillé par N éléments volumiques. On suppose que l'aimantation est uniforme pour chaque élément volumique. La valeur d'aimantation est calculée au barycentre de chaque élément [3].

La relation liant le courant inconnu du conducteur k au champ qu'il crée au barycentre d'un élément discrétisé du matériau magnétique s'écrit sous la forme :

$$H_0(P) = \sum_{k=1}^{ns} C(P, k) \cdot I_k = [C(P)] \cdot [I] \quad (6)$$

Avec ns le nombre de segment du conducteur et $H_0(P)$ le champ au point P créé par le courant dans le segment k .

On en déduit :

$$H(P) = [C(P)] \cdot [I] + [g] \cdot [M] \quad (7)$$

Dans le cas de matériau ferromagnétique linéaire, la relation constitutive des matériaux est la suivante :

$$M(P) = (\mu_r - 1) ([C(P)] \cdot [I] + [g] \cdot [M]) \quad (8)$$

La collocation est écrite au barycentre de chaque élément. On obtient alors la relation linéaire suivante :

$$([Id] - (\mu_r - 1) \cdot [g]) \cdot [M] - (\mu_r - 1) [C] \cdot [I] = 0 \quad (9)$$

$[Id]$ est la matrice identité, $[M]$ est le vecteur d'aimantation, $[C]$ est Matrice d'influence des courants des segments conducteurs sur les éléments volumiques aimantés et $[I]$ est le vecteur de courant des segments.

C. Influence d'un élément volumique aimanté sur le conducteur.

Un élément volumique aimanté (moment magnétique) génère une influence sur la tension aux bornes d'un conducteur [3], [4]. En considérant l'influence de l'élément magnétique j au segment i du conducteur. Nous écrivons :

$$VM(i, j) = \oint_{\text{segment } i} \vec{A}_{M_j/C} \cdot d\vec{l}_c \quad (10)$$

Où $\vec{A}_{M_j/C}$ est le potentiel vecteur au centre de branche i , créée par le moment magnétique M_j . On peut simplifier le calcul de cette intégrale en considérant que le potentiel vecteur est uniforme sur le conducteur :

$$VM(i, j) = \vec{A}_{M_j/C} \cdot I_c \cdot \vec{u} \quad (11)$$

Le potentiel vecteur a pour expression intégrale :

$$\vec{A}_{M_j/c} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{V_M} \frac{\vec{M}_j \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} dV_M \quad (12)$$

On obtient alors une relation matricielle liant les aimantations des matériaux ferromagnétiques à la tension générée sur chaque conducteur :

$$[VM] = [D][M] \quad (13)$$

D. Couplage final.

Un système d'équations global peut être obtenu, en utilisant les équations des mailles:

$$\begin{bmatrix} MM & MC \\ MD & Z_m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M \\ I_m \end{bmatrix} = [MV] \quad (14)$$

Où $[MM] = [Id] - (\mu_r - 1)[g]$ est la matrice des moments magnétiques. Z_m est la matrice d'impédance de mailles. Avec $[MB]$ la matrice « maille-branche », nous avons $MC = -(\mu_r - 1).C.MB^T$ qui représente l'influence des courants de maille sur les éléments du volume aimanté. $MD = MB.D$ représente l'influence des moments magnétique M sur les conducteurs. MV est le vecteur des « tension ».

Une fois le système linéaire résolu, nous obtenons les valeurs des aimantations et des courants.

III. EXEMPLE

Il s'agit de deux conducteurs de section carrée placés sur deux plans parallèles. Le premier conducteur est alimenté par une source de tension (1V, 1 kHz). Le deuxième conducteur est en court-circuit. On place une barre magnétique ($\mu_r = 1000$) au centre des deux conducteurs (Fig.1). Ce modèle est en quelque sorte un transformateur très simplifié.

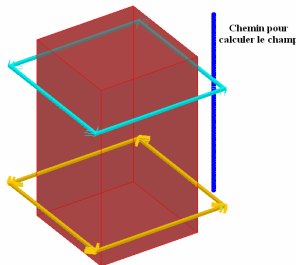


Fig.1. Géométrie du cas test.

A. Calcul des courants électriques.

Nous comparons les courants obtenus par trois modélisations, la méthode éléments finis classique (MEF), le couplage éléments finis – PEEC (Cette approche peut donc être considérée comme notre référence)[5] et le couplage MoM-PEEC. Notons que dans le tableau suivant, le nombre EV représente le nombre d'éléments volumique.

TABLEAU I. COURANTS SUR DEUX CONDUCTEURS

MEF (EV=91108)	$I_1=225 - 353,2i$	$I_2=-78,6 + 39,8i$
MEF (EV=283684)	$I_1=198,0 - 340,5i$	$I_2=-66,1 + 40,6i$
MEF-PEEC (EV=129859)	$I_1=180,5 - 333,6i$	$I_2=-59,4 + 41,6i$
MOM-PEEC (EV=90)	$I_1=195,5 - 337,5i$	$I_2=-61,8 + 38,9i$
MOM-PEEC (EV=640)	$I_1=185,2 - 336,7i$	$I_2=-60,4 + 40,1i$

Le couplage MOM-PEEC présente des résultats similaires avec les résultats précédents. De plus, il est à noter que la convergence en fonction du nombre

d'inconnues est rapide et permet d'obtenir des résultats précis avec un nombre d'inconnues dans le matériau très limité.

B. Calcul du champ magnétique.

La Fig.2 représente le calcul du champ magnétique sur une ligne (Fig.1) issu des trois méthodes. La encore, la précision de la méthode éléments finis augmente avec le nombre de maille. Les méthodes PEEC-MEF et MoM-PEEC donne elles des résultats très similaires.

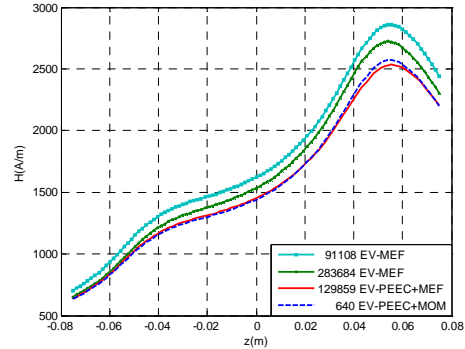


Fig.2 Champ magnétique calculé par différentes méthodes

Nous comparons maintenant plusieurs simulations avec des maillages différents pour le couplage MoM-PEEC. Remarquons que les courbes de champ convergent très rapidement.

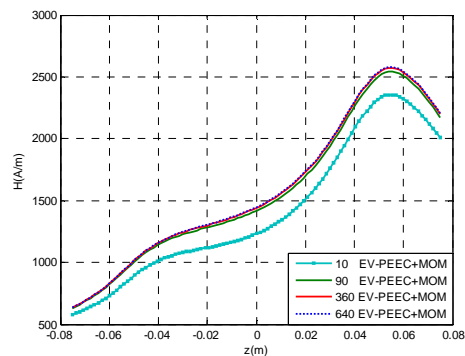


Fig.3 Champ magnétique calculé par couplage MOM-PEEC

IV. CONCLUSION

Nous avons développé une formulation couplée MOM-PEEC. En appliquant cette méthode à un dispositif simple, les résultats obtenus comparativement à la méthode éléments finis (Flux 3D) et au couplage PEEC-MEF nous permettent de valider notre approche. De plus, cette dernière présente des résultats précis avec un nombre d'inconnus relativement peu élevé.

REFERENCES

- [1] J.Roudet, E.Clavel, J-M Guichon, J-L Schanen, "Modélisation PEEC des connexions dans les convertisseurs de puissance", Technicien-Ingénieur, D 3071.
- [2] O.Chadebec, L-L.Rouve, J-L.Coulomb, 'New Methods for a Fast and Easy Computation of Stray Fields Created by Wourd Rods', IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL38, NO.2, MARCH 2002
- [3]: O.Chadebec, « Notion d'utilisation de Locapi 3.3 », Grenoble, Janvier 2005.
- [4]: G. Antonini, M. Sabatini, G. Miscione, « PEEC Modeling of Linear Magnetic Materials », 1-4244-0293-X/06/\$20.00 (c) 2006 IEEE.
- [5]: T.S. Tran, G. Meunier, P. Labie, Y. Le Floch, J. Roudet, J-M. Guichon, "Couplage Eléments Finis – PEEC pour la résolution des problèmes magnétodynamiques", Proceedings de Numelec 2006, Lilles, France