HAL
open science

Automate stochastique appliqué à l'évaluation de la fiabilité dynamique

Gabriel Antonio Perez Castaneda, Jean-François Aubry, Nicolae Brinzei

To cite this version:

Gabriel Antonio Perez Castaneda, Jean-François Aubry, Nicolae Brinzei. Automate stochastique appliqué à l'évaluation de la fiabilité dynamique. 7ème Conférence Internationale de Modélisation, Optimisation et Simulation des Systèmes, MOSIM 08, Mar 2008, Paris, France. pp.CDROM. hal-00340694

HAL Id: hal-00340694

https://hal.science/hal-00340694

Submitted on 21 Nov 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

7e Conférence Internationale de MOdélisation et SIMulation - MOSIM'08 - du 31 mars au 2 avril 2008 – Paris- France
« Modélisation, Optimisation et Simulation des Systèmes : Communication, Coopération et Coordination.».

AUTOMATE STOCHASTIQUE APPLIQUE A L'EVALUATION DE LA FIABILITE DYNAMIQUE

G. A. PEREZ CASTANEDA[1, 2], J. - F. AUBRY[1]

[1]CRAN CNRS UMR 7039
Nancy – Université, INPL – ENSEM
2, avenue de la forêt de Haye
54516 Vandœuvre-lès-Nancy, France
perezc76@ensem.inpl-nancy.fr
jean-francois.aubry@isi.u-nancy.fr

N. BRINZEI[1]

[2]Instituto Tecnológico de Tehuacán
Libramiento Instituto Tecnológico s/n, 75770
Tehuacán, Puebla, México
nicolae.brinzei@ensem.inpl-nancy.fr

RESUME : *En plus de l'hybridité naturelle (continu + événements discrets) d'un système dynamique, il faut donc tenir compte du caractère stochastique du système imposé par les défaillances des composants ou par les incertitudes sur la connaissance du système. Pour cette raison, nous avons implémenté un automate stochastique afin d'évaluer la fiabilité dynamique et disponibilité d'un système hybride puisque cette évaluation n'est possible que par simulation. L'automate stochastique prend en compte les différents modes de fonctionnement du système et le passage de l'un à l'autre sur des événements déterministes et stochastiques. Les premiers sont produits par franchissement de seuils de la variable continue, les seconds sont produits par un générateur aléatoire en fonction de leurs lois de probabilités. Nous avons défini deux variables pour l'automate, l'une pour décrire le comportement de la variable du processus et l'autre pour décrire le temps et ainsi gérer la partie stochastique du système. L'automate nous permet accéder aux grandeurs de sûreté de fonctionnement (fiabilité, disponibilité) lesquelles sont obtenues par statistique sur un grand nombre de simulations (Méthode de Monte Carlo).*

MOTS-CLES : *Automates stochastiques, fiabilité dynamique, disponibilité, simulation de systèmes dynamiques hybrides.*

1. INTRODUCTION

Une caractéristique importante de nombreux systèmes industriels est que leur comportement, comme par exemple la réponse à une perturbation, change en fonction du temps en raison des interactions entre les composants de ce système ou avec l'environnement (Siu, 1994). Chaque comportement donné du système est défini par les lois de la physique qui lui sont propres; le passage d'un comportement à un autre peut être dû à plusieurs causes : l'intervention humaine, l'action de l'organe de contrôle agissant sous l'influence des variables physiques qui décrivent l'état du système (détection d'une alarme…), une discontinuité propre au système (diode dans un circuit, couplage intermittent…) ou encore une défaillance de composant (auquel cas le système peut lui-même être dans un état de défaillance). En plus de l'hybridité (continu + événements discrets), il faut donc tenir compte du caractère stochastique du système imposé par les défaillances des composants ou par les incertitudes sur la connaissance du système. Pour cette raison, actuellement, il est très important de pouvoir évaluer la fiabilité des systèmes dynamiques hybrides.

La fiabilité dynamique doit prendre en compte les interactions entre le comportement dynamique et déterministe d'un système et le comportement stochastique de ces composants. La complexité mathématique pour la calculer nous amène à recourir à la simulation. Pour cette raison, dans ce papier, nous présentons un automate stochastique à états finis. Nous l'avons implémenté pour évaluer la fiabilité et disponibilité d'un système dynamique hybride afin de tenir en compte les interactions entre les composants et la variable du processus et aussi l'interaction avec les défaillances des composants du système. En plus, nous présentons les résultats de la modélisation et la simulation de ce système gérée par l'automate stochastique. Pour obtenir les grandeurs de sûreté de fonctionnement (la fiabilité et la disponibilité) nous avons appliqué une Simulation de Monte Carlo au modèle. Nous avons considéré le MTTF (mean time to failure), c'est-à-dire la durée moyenne de fonctionnement d'un composant avant la première défaillance (Villemeur, 1988), afin de donner une estimation en termes de temps de la fiabilité du système. L'importance de l'implémentation de l'automate stochastique réside dans le fait qu'il prend en compte les différents modes de fonctionnement du système et le passage de l'un à l'autre sur des événements déterministes et stochastiques dont les premiers sont produits par franchissement de seuils des variables continues et les seconds sont produits par un générateur aléatoire en fonction de leurs lois de probabilités. Pour cela, nous avons défini deux variables pour l'automate, l'une pour décrire le comportement physique du système et l'autre pour décrire le temps qui

nous permet associer le caractère stochastique des défaillances des composants du système.

2. LA FIABILITE DYNAMIQUE

Afin de dimensionner et mesurer l'importance de l'implémentation de l'automate stochastique et son application à l'évaluation de la fiabilité d'un système dynamique hybride, nous allons définir de façon générale qu'est-ce qu'on entend par *fiabilité dynamique* et quels sont les principaux problèmes qu'elle posent. Nous mentionnerons quelques approches développées pour évaluer la fiabilité d'un système dynamique. Dans (Pérez-Castaneda *et al.*, 2007) nous avons présenté l'état de l'art en fiabilité dynamique.

2.1. Définition

La fiabilité dynamique est l'évaluation prévisionnelle de la fiabilité d'un système dont la structure fiabiliste (ce qui exprime comment la défaillance du système dépend des défaillances de ses composants) évolue dans le temps. On peut donc dire en général que la « fiabilité dynamique » est le problème de l'évaluation probabiliste de la défaillance d'un système dynamique hybride. On peut la représenter sous la forme suivante :

$$R_S(t) = P[S(X(T),Q(T),V(T)) = 1]_{\,[0,t]\ \ 0 \le T \le t} \quad (1)$$

Cette expression exprime que la fiabilité $R_S(t)$ d'un système non réparable se mesure par la probabilité que le système fonctionne pendant un intervalle de temps [*0, t*]. *S* est la fonction de structure du système qui vaut *1* si le système fonctionne et *0* dans le cas contraire, *X(T)* et *Q(T)* sont les vecteurs d'état continu et discret. *V(T)* est le vecteur des variables aléatoires « état de fonctionnement » des composants.

2.2. Les principaux problèmes qui posent la fiabilité dynamique

Le premier problème à considérer dans le calcul de la fiabilité dynamique d'un système est de prendre en compte les interactions dynamiques existant entre les paramètres physiques et le comportement nominal ou dysfonctionnel des composants du système lui-même. Un deuxième problème (parfois lié au précédent) est de prendre en compte le temps et notamment l'ordre d'occurrence des événements notamment des défaillances. Un troisième problème est la formulation mathématique de la fiabilité dynamique. Elle nécessite l'intégration, dans le modèle de fiabilité, des interactions entre les phénomènes probabilistes et le processus physique. L'expression mathématique qui prend en compte cet aspect sur la base des équations de Chapman – Kolmogorov pour un système markovien est la densité de probabilité $\pi(\bar{x},i,t)$ de trouver le système au temps *t* dans l'état *i* où le vecteur $\bar{u}$ des variables physiques prend la valeur $\bar{x}$:

$$\begin{aligned}\pi(\bar{x},i,t) &= \int \pi(\bar{u},i,0).\delta\big(\bar{x}-\bar{g}_i(t,\bar{u})\big).e^{-\int_o^t \lambda_i(\bar{g}_i(s,\bar{u}))ds}\,d\bar{u} \\ &+ \sum_{j\neq i}\int d\bar{u}\int_o^t d\tau\,\pi(\bar{u},j,\tau)\,p(j\to i\,|\,\bar{u})\delta\big(\bar{x}-\bar{g}_i(t-\tau,\bar{u})\big).e^{-\int_\tau^t \lambda_i(\bar{g}_i(s-\tau,\bar{u}))ds}\end{aligned} \quad (2)$$

$\bar{g}_i(t,\bar{u})$ représente la trajectoire suivie par les variables physiques dans l'état discret *i* jusqu'à l'instant *t*. δ est la fonction de Dirac qui permet de ne retenir que les trajectoires menant à $\bar{x}$ à l'instant *t*. $\lambda_i(\bar{g}_i(s,\bar{u}))$ est le taux global de sortie de l'état *i* qui dépend des variables physiques (et donc de la trajectoire). $p(j\to i\,|\,\bar{u})$ est la probabilité de transition de l'état *j* vers l'état *i* au point $\bar{u}$. Cette expression est la somme de deux contributions : la première correspond au cas où le système est resté dans l'état *i* pendant l'intervalle [*0, t*]. La deuxième correspond aux cas où le système est passé d'un autre état *j* à l'état *i* à l'instant τ. Nous pouvons percevoir que cette expression est très complexe sachant que le nombre de variables à prendre en compte peut lui-même être très grand (variables discrètes et continues). Tout ceci montre la difficulté de trouver une solution analytique pour la fiabilité dynamique. Finalement, un problème plus complexe consiste à prendre en compte les défaillances progressives des composants dues à l'usure.

2.3. Les approches proposées pour évaluer la fiabilité dynamique

Pour surmonter ces difficultés on a implémentés des méthodes analytiques qui cherchent à résoudre le système d'équations [2] mais elles ne sont applicables qu'à de cas-test élémentaires (Labeau *et al.*, 2000, Devooght *et al.*, 1992). Les *méthodes semi-analytiques* (Kermish_1 *et al.*, 2000) cherchent à résoudre le système d'équations CK à l'aide d'une technique numérique classique, mais l'inconvénient principal est qu'on est confronté à un important problème de dimensions. Par ailleurs, les *méthodes de discrétisation* discrétisent soit la variable temps, soit les variables du processus soit les deux. (Tombuyses *et al.*, 1997) présentent une méthode de discrétisation appelée Cell-to-Cell Mapping Technique. Le principe de base qui sous-tend cette méthode est le suivant : l'espace des variables physiques est divisé en cellules et les lois dynamiques sont converties en probabilités de transition entre cellules voisines. Une extension de cette méthode consiste à discrétiser l'espace des variables physiques et de considérer le temps comme une

variable continue (Continuous Cell-to-Cell Mapping Technique). (Cocozza-Thivent *et al.*, 2006) ont développé une méthode issue d'un schéma implicite de volumes finis pour la résolution de systèmes d'équations aux dérivées partielles. Elle revient à effectuer une discrétisation dans l'espace qui ramène à un processus markovien de sauts, suivie d'une discrétisation en temps pour résoudre le système d'équations différentielles linéaires qui lui est associé. D'autre côté, (Dufour *et al.*, 2002) ont développé l'approche « processus markoviens déterministes par morceaux » : le système suit une trajectoire déterministe, décrite par exemple à travers d'une équation différentielle ordinaire, jusqu'à un premier instant de saut arrivant soit spontanément, de manière stochastique, soit quand la trajectoire atteint un seuil (déterministe). A partir de cet instant, un nouveau point est sélectionné par un opérateur aléatoire et le processus repart de ce nouveau point. Entre deux sauts le système suit une trajectoire déterministe.

Sauf dans certains cas particuliers simples, il n'existe donc pas de solution analytique et on ne peut que recourir à la simulation. Cela exige d'intégrer dans une même simulation le comportement continu et discret d'une part, déterministe et stochastique d'autre part. Quelques méthodologies utilisent deux simulations, l'une qui contient l'aspect numérique et l'autre le code pour coupler les comportements probabilistes et physiques du système (Cojazzi, 1996). Les *réseaux de Petri* (RdP) ont été fortement utilisés comme un outil de modélisation et simulation des systèmes. Par exemple (Dutuit *et al.*, 1997) utilisent les RdP stochastiques pour modéliser le comportement hybride d'un système. La dépendance entre les données de fiabilité (par exemple : λ, μ) relatives aux composants d'un système et un paramètre (par exemple la température) lié au procédé supporté par ce système est prise en compte. (Medjoudj, 2004) a présenté une version d'un algorithme qui permet la construction des scénarios critiques à partir d'un modèle de RdP. Dans le même sens, (Sadou *et al.*, 2006) présentent une approche qui permet de rechercher les scénarios critiques ou de défaillances à partir d'un modèle de Réseaux de Petri qui mènent vers l'état redouté afin de prévoir les configurations nécessaires permettant de les éviter et ainsi de comprendre les raisons pour lesquelles le système dérive vers l'état dangereux. (Chabot *et al.*, 1998) présentent une approche dites « hybrides » qui consistent à piloter le modèle « continu » en fonction des événements qui se produisent dans le modèle « discret ». La méthode associe dans la même simulation les deux modélisations distinctes en interaction : les RdP stochastiques et un système d'équations intégro - différentielles avec une solution numérique. (Dejean *et al.*, 2005) présentent un modèle qui utilise les RdP stochastiques interprétés hybrides permettant de prendre en compte des aspects discrets et continus (l'aspect continu étant toute fois limité à une simple équation algébrique). (Schoenig *et al.*, 2006) proposent une méthode d'analyse quantitative basée sur la construction d'un graphe de Markov agrégé lequel permet une limitation de l'explosion combinatoire. Ce graphe est directement déduit du modèle RdP d'un système. Il est formé par un ensemble de modes fonctionnels et un ensemble de transitions. Par ailleurs, (Cabarbaye *et al.*, 2005) présentent *l'approche de modélisation et de simulation récursive* laquelle se contente de décrire le comportement d'un système entre deux instants courants t et $t+\Delta t$. Ces instants peuvent aussi bien correspondre à une incrémentation temporelle qu'à l'occurrence d'événements particuliers tels que des changements aléatoires d'état du système. L'approche proposée dans (Tchangani *et al.*, 2005) utilise *les réseaux bayesiens dynamiques* pour représenter l'interaction complexe entre l'état du système et le processus, d'une part, et le processus et une éventuelle perturbation externe, d'autre part dans l'évaluation de la fiabilité dynamique. L'approche *SME, système multi-etats-dégradable*, prend en compte les défaillances progressives des composants dues à l'usure (Soro *et al.*, 2006).

3. L'AUTOMATE STOCHASTIQUE

En vertu de que la fiabilité d'un système dynamique change chaque fois que le système change de configuration et que la formulation mathématique nous ne permet pas de disposer de la fiabilité global du système, nous avons besoin de modéliser et simuler le système afin de pouvoir évaluer sa fiabilité et sa disponibilité. L'avantage qui nous offre l'automate stochastique par rapport aux autres approches réside dans le fait qu'il nous permet piloter les dynamiques du système à travers des fonctions de transitions appelées zero-croising en détectant les événements qui se produisent par le franchissement des seuils des variables physiques ou par les défaillances ou les réparations des composants. Pour cela, nous avons implémenté un automate stochastique sur la base de l'automate hybride proposé par (Najafi *et al.,* 2007). Cela nous a permis de représenter le comportement continu et discret du système ainsi que son aspect stochastique. En outre, nous avons défini deux variables, l'une pour décrire le comportement physique du système et l'autre pour décrire le temps qui nous permet associer le caractère stochastique des défaillances des composants du système. Les dynamiques du système ont été définies à travers des équations différentielles ordinaires.

Avec l'automate stochastique à états finis nous avons effectué une simulation de Monte Carlo pour le système et à travers les résultats statistiques obtenus nous avons déterminé les grandeurs de la sûreté de fonctionnement pour le système : sa fiabilité et sa disponibilité. L'outil informatique utilisé pour implémenter l'automate stochastique, modéliser et simuler le système est la boîte outil Scicos de Scilab.

3.1. Définition de l'automate temporisé stochastique

Un automate temporisé équipé avec une structure de temps (d'horloge) stochastique, un état initial et des probabilités de transition d'état définit un automate tem-

porisé stochastique. (Cassandras, 1999) donne la définition suivante :
L'automate temporisé stochastique est un sixtuple $(\varepsilon, S, \Gamma, p, p_o, G)$ dans lequel :

- ε est un ensemble comptable d'événements
- S est un espace d'états comptable
- $\Gamma(s)$ est un ensemble d'événements faisables ou permis, défini pour toute $s \in S$ avec $\Gamma(s) \subseteq \varepsilon$
- $p(s';s,e')$ est une probabilité de transition d'état, définie pour toute $s, s' \in S, e' \in \varepsilon,$ et tel que $p(s';s,e') = 0$ pour toute $\boldsymbol{e}' \notin \Gamma(\boldsymbol{s})$
- $p_o(s)$ est la fonction de masse de probabilité $P[S_o = s],\ s \in S$ de l'état initial S_o et
- $G = \{G_j : j \in \varepsilon\}$ est une structure temporisé stochastique.

L'automate génère une séquence d'états à travers d'un mécanisme de transition :

$$S' = s' \text{ avec la probabilité } p(s';s,e')$$

et cela est mené par une séquence d'événements déterministes ou stochastique $\{E_1, E_2, ...\}$ générée pour un générateur aléatoire ou par le franchissement de seuils de la variable physique, respectivement.

3.2 Description de l'automate temporisé stochastique

L'automate stochastique est composé d'un automate hybride et d'un générateur aléatoire. Il est montré dans le Modèle de la Simulation de la figure 1. L'automate hybride dont son sémantique est donné par (Najafi *et al.*, 2007) est un bloc Scicos. Il est constitué de *i* ports d'entrée (à gauche du bloc) et de deux ports de sortie (à droite du bloc). L'unique sortie, en bas du bloc, est une sortie d'événements en temps discret *ε*. Celle-ci est activée quant une transition d'état se produit. En ce qui concerne les entrées, il y a autant d'entrées que l'automate contient d'états (ou modes de fonctionnement) permettant de décrire le système. Chaque entrée correspond à un vecteur indiqué par l'équation 3 :

$$V = \begin{bmatrix} F_i(\dot{x}, x, u, t) \\ R_i(\dot{x}, x, u, t) \\ J_i(\dot{x}, x, u, t) \end{bmatrix} \tag{3}$$

où le premier élément du vecteur correspond à la dynamique F_i du système dans l'état courant s_i, laquelle est exprimée par une équation différentielle de la forme :

$$0 = F_i(\dot{x}, x, u, t) \tag{4}$$

Etant x et $\dot{x}$ la variable d'état et sa dérivée, u le vecteur des variables d'entrée et t le temps. Le deuxième élément R_i du vecteur d'entrée correspond aux valeurs qui sont utilisées pour réinitialiser les variables d'état dés l'arrivée dans un nouvel état. Enfin, le troisième élément J_i du vecteur correspond aux fonctions de transition lesquelles sont appelées fonctions de « zero-crossing ». En ce qui concerne aux deux sorties de l'automate, la première indique le numéro d'état ou mode de fonctionnement courant s_i et le précédent s_{i-1}. La deuxième sortie correspond au vecteur des variables d'états en temps continu x et de leurs dérivées $\dot{x}$.

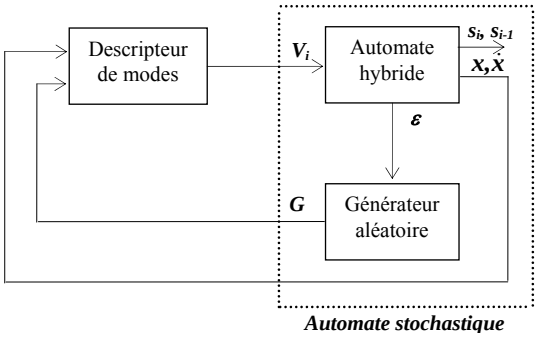


Figure 1. Modèle de la simulation

Le générateur aléatoire correspond à la structure temporisé stochastique *G* de la défintion donnée. Le générateur aléatoire réalise des tirages aléatoires pour les durées de séjour dans les différents états de l'automate. On peut disposer de ces durées aléatoires chaque fois qu'il y a un changement d'état grâce à la sortie d'activation des événements discrets de l'automate hybride, sortie qui activera le générateur aléatoire. Le générateur aléatoire est constitué de deux blocs Scicos : le premier qui permettra de définir les fonctions aléatoires spécifiques à tous les états et le deuxième qui permettra de mémoriser la valeur aléatoire générée à chaque tirage afin d'être mise à la disposition de l'automate.

Le Descripteur de modes du Modèle de la Simulation de la figure 1, correspond aux différentes dynamiques du système. Il y a tant dynamiques que des états.

Pour montrer le comportement de l'automate stochastique, nous l'avons appliqué à l'évaluation de la fiabilité et disponibilité d'un système dynamique hybride dû à que cette évaluation n'est possible que par simulation.

4. EVALUATION DE LA FIABILITE ET DISPONIBILITE D'UN SYSTEME DYNAMIQUE HYBRIDE EN UTILISANT L'AUTOMATE STOCHASTIQUE.

Il s'agit de modéliser et simuler le comportement d'un système dynamique hybride constitué d'un four et de son système de contrôle de température afin d'obtenir, par une méthode de Monte Carlo, ses grandeurs de sûreté de fonctionnement (sa fiabilité et sa disponibilité). Pour cela, nous avons doté l'automate hybride des fonctions nécessaires à la génération et à prise en compte des aspects stochastiques du système.

4.1. Description du système

Le système présenté sur la figure 2 concerne le contrôle de la température d'un four. Pour cela, il y a deux boucles de régulation : dans la première on trouve un contrôleur proportionnel-intégral (PI) dont le rôle est de contrôler la température du four en fonction de la température de référence. La deuxième boucle est de type tout ou rien (TOR), elle permet de maintenir la température du four aux alentours de la température de référence +/- ΔT. Les deux boucles ne peuvent pas fonctionner en même temps. Pour ceci, le relais bascule ses deux contacts permettant ainsi d'activer soit le PI soit le TOR. L'ordre de basculer les contacts du relais est donné par le composant « diagnostic » qui a le rôle de détecter les défaillances.

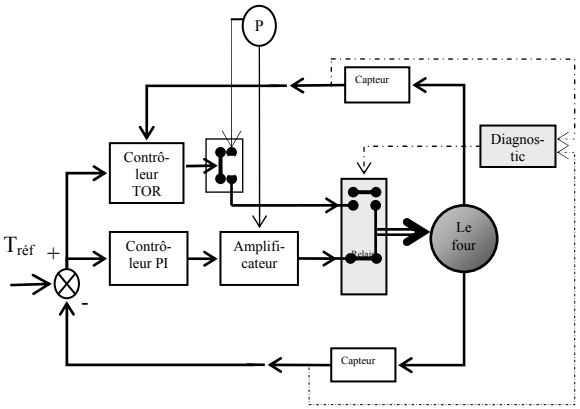


Figure 2. Diagramme structurel du système de contrôle de la température d'un four

$T_{réf}$ – Température de référence P – Alimentation de puissance

4.2. Comportement du système

Le système fonctionne de la manière suivante: au démarrage la température T du four est contrôlée par le contrôleur PI. Au bout d'un certain temps aléatoire (λ_{PI}) le contrôleur tombe en panne et la température du four augmente rapidement. Le diagnostic détecte que la température du four a atteint une valeur dangereuse (c'est-à-dire : $T>T_{max}$) déduisant ainsi que la température du four est hors contrôle. Il donne alors l'ordre au relais de basculer sur la boucle TOR. La boucle du contrôleur PI est maintenant ouverte et la boucle TOR fermée. On dit que la température du four est « contrôlée » maintenant par le TOR (c'est-à-dire : $T_{sinf} < T < T_{ssup}$). Dès que le diagnostic a détecté que la température est hors contrôle, il a donné l'ordre de basculer au relais, et enclenché le processus de réparation du contrôleur PI (on va aussi considérer une réparation de durée aléatoire μ_{PI}). Cependant, la possibilité de défaillance du TOR existe, après une durée également aléatoire (λ_{TOR}). Une fois que le contrôleur est réparé, le diagnostic bascule le relais sur la boucle du contrôleur PI et ouvre la boucle du TOR. La température du four est maintenant à nouveau contrôlée par le contrôleur PI. On inclut également le processus de réparation du TOR (μ_{TOR}). L'automate d'états de la figure 3 résume le comportement du système. On a considéré que le four n'est pas défaillant.

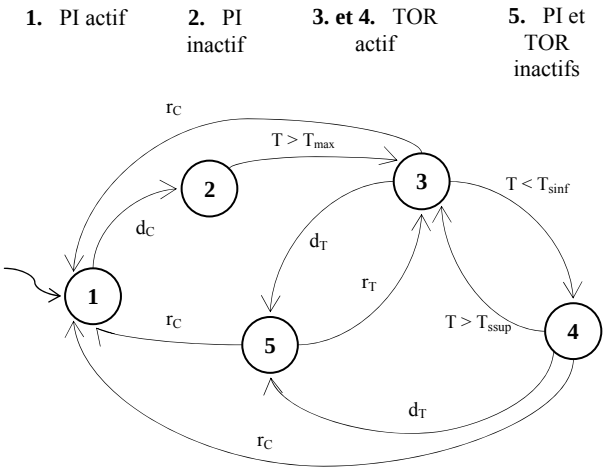


Figure 3. Automate d'états du système de contrôle de la température d'un four

T – température ; T_{max} – température maximal ;
T_{ssup} – température de seuil supérieur ; T_{sinf} – température de seuil inférieur ;
d_C, r_C – défaillance et réparation du contrôleur PI ; d_T, r_T – défaillance et réparation du contrôleur TOR.

Les états du système correspondant à l'automate d'états de la figure 3 sont:

– État 1, le contrôleur PI est actif et il contrôle la température du four.

– État 2, le contrôleur PI est défaillant mais toujours active car cela n'a pas été diagnostiqué.

– États 3 et 4, la défaillance du PI est détectée pour le diagnostic car $T > T_{max}$, alors la boucle du PI est désactivée. Le contrôleur TOR est activé et on lance la réparation du PI. Les seuils pour le TOR sont délimités par : $T > T_{ssup}$ et $T < T_{sinf}$.

– État 5, le TOR est maintenant défaillant, c'est-à-dire que les deux boucles sont HS et inactives ; on lance les réparations des deux contrôleurs.

Les événement aléatoires d_C, d_T, r_C, r_T étiquetant les arcs du graphe (transitions) sont respectivement les défaillances (d) et les réparations (r) du contrôleur PI (C) et du contrôleur TOR (T). Ils correspondent donc à des transitions stochastiques du système. Ils seront produits pour un générateur aléatoire dans la simulation. T est la mesure de température du four. T_{max} est le seuil de température maximale au-delà de laquelle le diagnostic identifie la défaillance du contrôleur PI. Les transitions (2→3, 3→4 ou 4→3) sont déterministes, elles correspondent aux franchissements de seuils par la température.

4.3. Paramètres pour la modélisation et la simulation

Le système a deux composants : le contrôleur PI et le TOR. Les taux de défaillance ainsi que les taux de réparation sont constants (distribution exponentielle des du-

rées de fonctionnement et de réparation) et ils sont produits pour le générateur aléatoire. Donc, les paramètres utilisés par la simulation sont:

– $T_{réf}$ = 190 °C ; T_{max} = 240 °C ; T_{sinf} = 170 °C ; T_{ssup} = 210 °C
– λ_{PI} = 20 10^{-06} h^{-1}; λ_{TOR} = 8 10^{-06} h^{-1}
– μ_{PI} = 14 10^{-05} h^{-1}; μ_{TOR} = 10 10^{-05} h^{-1}

Les équations différentielles pour l'automate d'états de la figure 3 sont :

– Etat 1 :

$$\dot{x} + 0.0015x - 0.0015u = 0$$

– Etat 2 :

$$1500\dot{x} + x - u_{map} = 0$$

– Etats 3 et 4 :

$$1500\dot{x} + x - u_{map} = 0$$

$$1500\dot{x} + x - u_{mip} = 0$$

– Etat 5 :

$$1500\dot{x} + x - u_{mip} = 0$$

dont :

– $u = 190°C$ (température de référence)

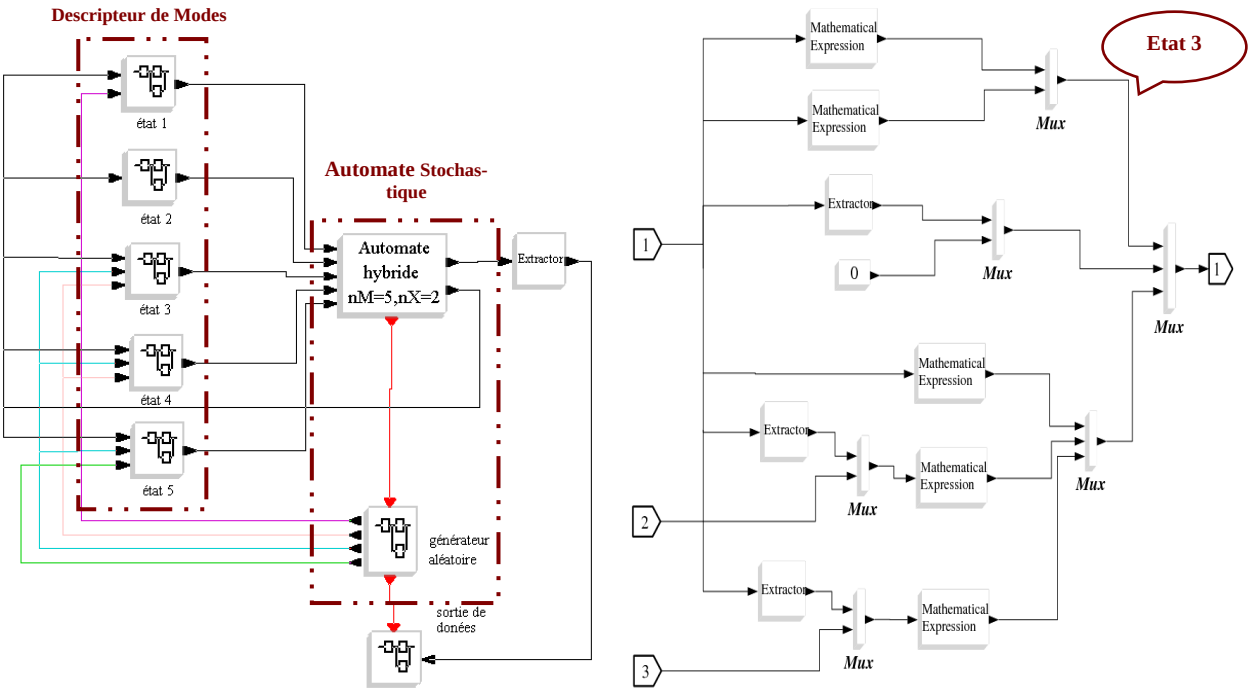
– $u_{map} = 300°C$ (température de maximale puissance)

– $u_{mip} = 0°C$ (température de minimale puissance)

5. RESULTATS

5.1. Le modèle et la simulation du système dynamique

Scicos offre une structure modulaire pour construire des systèmes dynamiques hybrides en utilisant un éditeur de blocs diagrammes. La figure 4.a présente le modèle Scicos du système dynamique de contrôle de la température du four dont le comportement a été présenté (figure 3). Le modèle Scicos est constitué par les blocs suivants : l'automate stochastique (composé de l'automate hybride et du générateur aléatoire) et le descripteur de modes pour les cinq états du système, ainsi que la sortie de données. L'enregistrement 4.b présente, par exemple, les blocs correspondant à l'état 3 : La première entrée du bloc « Mux », situé à l'extrême droite, correspondent aux équations différentielles définissant le comportement dynamique du système F_i et le temps t. La deuxième entrée apporte les valeurs R_i pour la réinitialisation des variables et la troisième entrée correspond aux fonctions J_i des conditions de transition. Sur le même enregistrement (à l'extrême gauche), les entrées 2 et 3 viennent du générateur aléatoire (dans ce cas, elles correspondent à réparation du contrôleur Pi r_C et la défaillance du TOR d_T).



a) b)

Figure 4. Modèle Scicos du système hybride

Les résultats graphiques de la simulation du système sont montrés sur la figure 5. La courbe du haut montre le numéro de l'état courant du système au cours du temps (selon l'automate de la figure 3) alors que la courbe du

bas présente la simulation du système lui-même, c'est-à-dire l'évolution de la température du four. Cette dernière courbe montre la réponse à l'échelon de référence au démarrage, puis la défaillance de la boucle PI (à t_1) identifiée par le passage du seuil de danger (à t_2) et ensuite la régulation TOR (de t_2 à t_3). On peut voir, sur l'enregistrement, la défaillance du TOR qui tombe lui-même en panne (à t_3). La température chute vers zéro jusqu'à la réparation du contrôleur PI (à t_4) qui reprend le contrôle pour un certain temps et ainsi de suite. Il existait la possibilité de que la réparation du TOR arriverait avant que la du contrôleur PI.

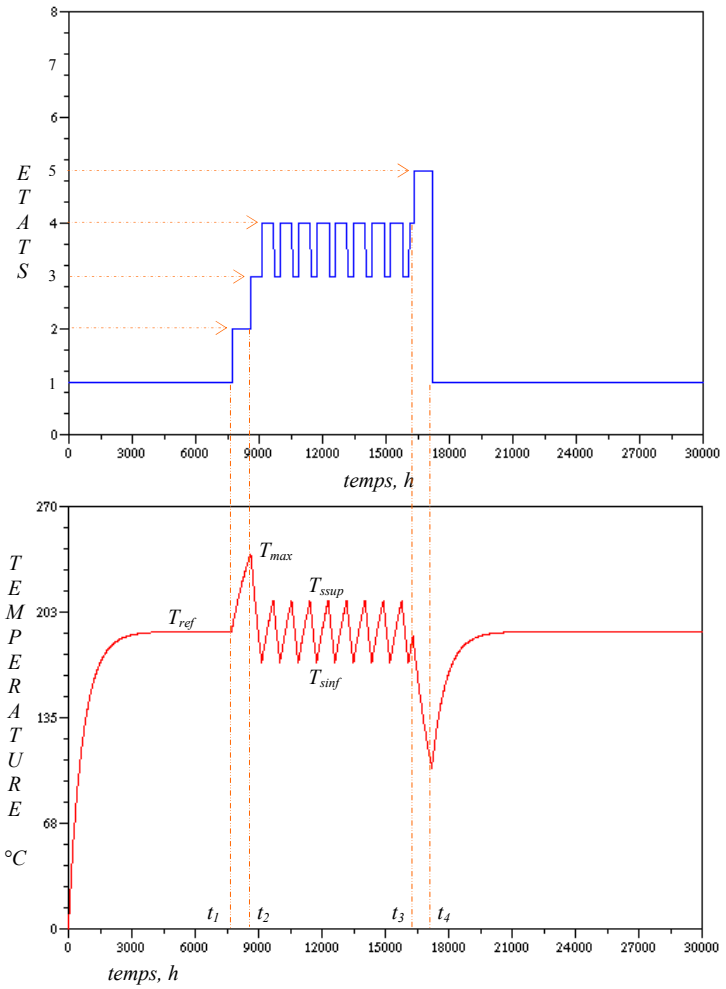


Figure 5. Simulation du système hybride avec l'automate stochastique

5.2. La disponibilité du système

Pour obtenir la disponibilité du système, c'est-à-dire, la probabilité que le système soit en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, nous avons choisir à faire 10 simulations en assurant pour chacune d'elles que tous les états de l'automate de la figure 3 aient été visités au moins 5000 fois (critère d'arrête de la simulation). Nous avons choisi de faire 10 simulations afin de garantir la convergence des résultats. Le Tableau 1 montre les résultats obtenus et nous pouvons constater la convergence du temps de séjour dans chaque état. Donc, la disponibilité du système est déterminée par les temps de séjour du système dans les états 1, 2, 3 et 4 (*tse1, tse2, tse3, tse4*) d'après le comportement du système défini dans la figure 3. Soit *tts* le temps total du séjour, ainsi la disponibilité *d* du système est donné par:

$$d = \frac{tse1 + tse2 + tse3 + tse4}{tts} = 0.9961$$

5.3. *La fiabilité du système*

Pour calculer la fiabilité du système, nous avons effectué 10 000 simulations en rendant l'état 5 de l'automate absorbant. La fiabilité du système est la probabilité qu'il soit dans les états 1, 2, 3 et 4. Comme nous avons mentionné avant, le MTTF nous permet de donner une estimation de la fiabilité du système en indiquant quelle est la moyenne des temps d'accès à l'état absorbant. Donc, nous avons trouvé :

$$MTTF = 1{,}061 \cdot 10^6\ h.$$

Les résultats ont montré qu'il n'est pas nécessaire de faire plus de 8000 simulations pour trouver le MTTF avec une précision relative de 10^{-3}. Le temps de simulation de l'ordinateur est tout de même de l'ordre de 2 heures, ce qui est à relativiser par rapport à la facilité de modélisation vis-à-vis de l'impossibilité à trouver une solution analytique. La figure 6 montre ces résultats.

Numéro de sim	Temps de séjour dans chaque état (h)					Temps de séjour total dans les cinq états (h)
	1	2	3	4	5	
1	4.554E+09	82647459.	2.574E+08	3.684E+08	21036286.	5.283E+09
2	4.546E+09	83184788.	2.602E+08	3.732E+08	20573513.	5.283E+09
3	4.563E+09	82485020.	2.575E+08	3.679E+08	21458141.	5.293E+09
4	4.574E+09	83184956.	2.597E+08	3.717E+08	20782773.	5.309E+09
5	4.394E+09	79893419.	2.497E+08	3.577E+08	21157527.	5.102E+09
6	4.496E+09	82123110.	2.569E+08	3.679E+08	20651360.	5.216E+09
7	4.488E+09	82321974.	2.582E+08	3.701E+08	20753463.	5.227E+09
8	4.555E+09	82655863.	2.575E+08	3.685E+08	21030087.	5.285E+09
9	4.553E+09	82618908.	2.575E+08	3.684E+08	21021799.	5.283E+09
10	4.543E+09	82430701.	2.569E+08	3.674E+08	21095031.	5.271E+09
Moyenne	**4.527E+09**	**82354620.**	**2.572E+08**	**3.681E+08**	**20955998.**	**5.255E+09**

Tableau 1. Résultats de la simulation

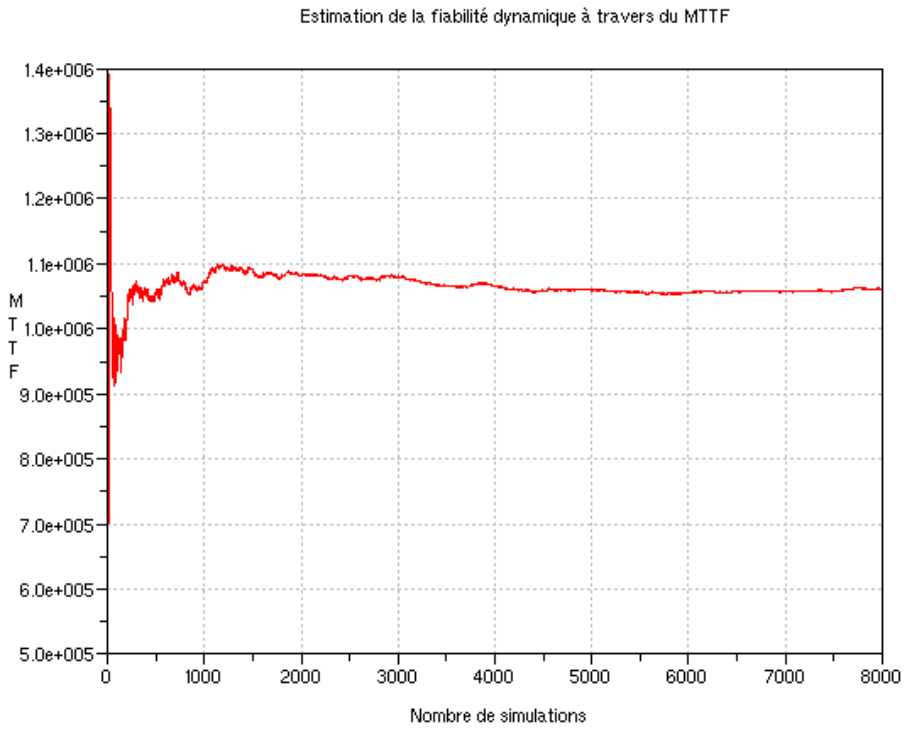


Figure 6. Courbe qui représente le MTTF du système

6. Conclusions et perspectives

La modélisation et la simulation d'un système dynamique hybride simple avec l'automate stochastique ont permis d'évaluer la fiabilité et disponibilité de ce système. L'intérêt du formalisme est bien entendu de simplifier l'aspect mathématique en évitant le recours à des expressions analytiques complexes. Nous avons pu prendre en compte les interactions entre fonctionnement et dysfonctionnement pour une évaluation fine de ces paramètres de sûreté de fonctionnement. Nous pouvons remarquer que le modèle Scicos du système est simple et l'approche est systématique et réutilisable. Par ailleurs, à travers de l'automate nous avons pu visualiser les changements d'état au cours de la simulation. Finalement, nous avons pu constater la capacité de l'automate de piloter la simulation malgré le comportement déterministe et stochastique. Il reste que les temps de simulations sont relativement longs mais ils sont peu influencés par la nature des lois de probabilités associées aux défaillances, ce qui permet de prendre en compte de nombreux systèmes technologiques. Un effort doit être fait pour rechercher les modalités d'accélération de la simulation, notamment en mettant à profit les différentes échelles de

temps présentes entre les aspects fonctionnels et dys-fonctionnels.

REFERENCES

Cabarbaye, Laulheret. Evaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes dynamiques par modélisation récursive. *6ème Congrès International pluridisciplinaire, qualité et sûreté de fonctionnement*, Qualita 2005, Bordeaux, France, 2005.

Cassandras, Lafortune. Introduction to Discret Event Systems. *Kluwer Academic Publishers*. 1999.

Chabot, Ducamp, Mattei, Dutuit, Hutinet. Simulation hybride méthode de modélisation intégrant phénomènes continus et discrets. *11eme Colloque National de Fiabilité et Maintenabilité-Lambda-mu 11*, Arcachon, France, 1998.

Cocozza-Thivent C., Eymard R. Algorithmes de fiabilité dynamique. *Lambda mu, Lille, France, 15 du 10 au 12 octobre 2006.*

Cojazzi. The DYLAM approach for the dynamic reliability analysis of systems. *Reliability Engineering and System Safety* 52, 279-296, 1996.

Dejean, Averbuch, Gainville, Doux. Développement de modèles pour la gestion intégrée des risques pour les systèmes de production pétroliers offshore. Utilisation de réseaux de Petri Stochastiques interprétés. *6ème Congrès International pluridisciplinaire, qualité et sûreté de fonctionnement, Qualita 2005*, Bordeaux, France, 2005.

Devooght, Smidts. Probabilistic reactor dynamics. I. The theory of continuous event trees. *Nuclear Science and Engineering* 111, pp. 229-240, 1992.

Dufour, Dutuit. Dynamic Reliability: A new model, Fiabilité dynamique: un nouveau modèle. *Lambda mu 13 – ESREL, European Conférence*, pp. 350-353, 2002.

Dutuit, Châtelet, Signoret, Thomas. Dependability modelling and evaluation by using stochastic Petri nets: application to two test cases. *Reliability Engineering and System Safety* 55, 117-124, 1997.

Kermish_1, Labeau. *Approche dynamique de la fiabilité des systèmes. Projet 6/2000 de l'ISdF. Tâche n°1 : établissement de l'état de l'art en fiabilité dynamique*. Université Libre de Bruxelles, 2000.

Labeau, Smidts, Swaminathan. Dynamic reliability: towards an integrated platform for probabilistic risk assessment. *Reliability Engineering and System Safety* 68, 219-254, 2000.

Medjoudj. Extraction des scénarios critiques pour l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques. *5e Congrès des Doctorants, Ecole Doctorale Systèmes,* Toulouse, France, 2004.

Najafi M., Nikoukhah R. Modeling Hybrid Automata in Scicos. *16th IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Singapore, October 2007 (à apparaître).

Pérez-Castaneda, Aubry, Brinzei. Etat de l'art en fiabilité dynamique. *2èmes Journées Doctorales du GDR MACS JDMACS 2007*, Reims, France, 2007.

Sadou, Demmou, Valette. Scénarios critiques minimaux pour la fiabilité des systèmes dynamiques. *7ème Congrès International pluridisciplinaire, qualité et sûreté de fonctionnement, Qualita 2007*, Tanger, Maroc, 2007 (à apparaître).

Siu N., Risk assessment for dynamic systems: An overview. *Reliability Engineering and System Safety* 43, 43 – 73, 1994.

Soro, Nourelfath, Aït-Kadi. Evaluation des indices de performance d'un système multi-etats degradable. *6ème Conférence Francophone de MOdélisation et SIMulation, MOSIM'06*, Rabat, Maroc, 2006.

Schoenig, Aubry, Cambois, Hutinet. An aggregation method of Markov graphs for the reliability analysis of hybrid systems. *International Journal on Reliability Engineering and System Safety RESS*, Vol 91/2 pp 137-148, 2006.

Tombuyses, Aldemir. Computational efficiency of the continuous cell-to-cell mapping technique as a function of integration schemes. *Reliability Engineering and System Safety* 58, 215-223, 1997.

Tchangani, Noyes. Attempt to modeling dynamic reliability using dynamic Bayesian networks. *6ème Congrès International pluridisciplinaire, qualité et sûreté de fonctionnement, Qualita 2005*, Bordeaux, France, 2005.

Villemeur A. Sûrté de fonctionnement des systèmes industriels. *Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France*. Editions Eyrolles. 1988