

ECOLE CENTRALE DE LILLE

Année : 2007

No d'ordre : 56

THÈSE

présentée en vue d'obtenir le grade de

DOCTEUR

en

Spécialité: AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

par

Anca-Maria LICHIARDOPOL

DOCTORAT DELIVRE EN COTUTELLE
PAR L'ECOLE CENTRALE DE LILLE ET
L'UNIVERSITÉ "POLITEHNICA" DE BUCAREST

Titre de la thèse :

L'APPROCHE BOND GRAPH POUR LA DÉCOUVERTE TECHNOLOGIQUE

Soutenue le 23 Octobre 2007 devant le jury d'examen:

M. Christophe Sueur	Président	Professeur à l'Ecole Centrale de Lille, LAGIS
M. Eric Bideaux	Rapporteur	Professeur à l'INSA de Lyon, Laboratoire AMPÈRE
M. Xavier Roboam	Rapporteur	Directeur de recherche à l'INP de Toulouse, Laboratoire LAPLACE
M. Bogdan Dumitrescu	Examineur	Professeur à l'Université "Politehnica" de Bucarest
M. Nicolas Venuti	Invité	PDG Virtual Dynamics
Mme. Geneviève Dauphin-Tanguy	Directeur de thèse	Professeur à l'Ecole Centrale de Lille, LAGIS
M. Dumitru Popescu	Directeur de thèse	Professeur à l'Université "Politehnica" de Bucarest
M. Philippe Kubiak	Directeur de thèse	Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, LAGIS

Thèse préparée dans le Laboratoire d'Automatique, de Génie Informatique et Signal
Ecole Centrale de Lille

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein du Laboratoire d'Automatique, de Génie Informatique et Signal (LAGIS – UMR CNRS 8146), dans le cadre de l'équipe Bond Graph.

C'est avec joie que je formule mes remerciements qui témoignent par écrit ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont manifesté leur soutien et leur confiance tout au long de ces années de thèse.

D'abord c'est avec un grand respect que j'adresse mes sincères remerciements et ma profonde reconnaissance à Mme. Dauphin-Tanguy, professeur à l'Ecole Centrale de Lille et directeur de l'équipe Bond Graph, pour avoir dirigé ce travail de thèse puis pour m'avoir accordé toute sa confiance pour mener à bien cette thèse. Elle a su me transmettre ses compétences, son enthousiasme, son dynamisme et son optimisme tout au long de ce travail. Je la remercie beaucoup de m'avoir accueillie au sein de l'équipe et de m'avoir permis de réaliser cette thèse dans de très bonnes conditions.

Je remercie également à mon co-encadreur M. Philippe Kubiak, Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, de m'avoir permis d'enseigner, ce qui fut pour moi une expérience très enrichissante. Je le remercie aussi pour ses conseils et ses orientations.

Je tiens aussi à remercier M. Dumitru Popescu, professeur et doyen à la Faculté d'Automatique et des Ordinateurs, Université « Politehnica » Bucarest, de m'avoir fait confiance et de m'avoir soutenue tout au long de ce travail.

Je remercie ces trois personnes d'avoir assuré la direction de ma thèse pendant toutes ces années.

J'ai l'honneur de remercier M. Christophe Sueur, professeur à l'Ecole Centrale de Lille, pour avoir accepté d'être le président du jury de ma thèse. J'ai l'honneur de remercier messieurs Eric Bideaux, professeur à l'INSA de Lyon et Xavier Roboam, directeur de recherche à l'INP de Toulouse, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de mon travail de thèse. J'ai l'honneur de remercier Bogdan Dumitrescu et Nicolas Venuti pour avoir accepté d'être les examinateurs de mon travail de thèse. Ces personnes ont ma reconnaissance pour avoir montré un intérêt à ce travail et avoir accepté de l'évaluer en faisant partie du jury.

Ma reconnaissance va à tous ceux qui ont cru en ce travail, s'y sont investis et m'ont apporté un soutien scientifique, technique et moral durant ces trois années de thèse. Je pense avant tout à la

personne la plus importante à mes yeux, mon époux. Merci pour ton soutien, ton aide, pour tout. Cette thèse t'est dédiée.

Je présente du fond de mon coeur ma sincère reconnaissance à Mlle. Hélène Catsiapis de m'avoir aidée à découvrir à travers les voyages organisés au sein du Club Time, la beauté de la France et de la langue française. Qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je remercie tous les membres du LAGIS, thésards et permanents, pour leur accueil et la bonne ambiance.

J'ajoute à ces remerciements tous mes amis et membres de ma famille qui m'ont encouragée et soutenue, d'une façon directe ou indirecte. Ils avaient toujours confiance en ma réussite.

Résumé

Notre étude se concentre sur les techniques qui offrent un support automatique pour l'adaptation et la révision des modèles dynamiques.

L'objectif est d'étudier comment l'outil bond graph peut aider à concevoir des systèmes innovants répondant à un cahier des charges exprimé en termes de comportement temporel ou fréquentiel.

Construire un modèle revient toujours à faire une abstraction du système initial. Faire une abstraction du système à modéliser signifie trouver les propriétés les plus pertinentes pour la tâche à résoudre. Pour un modélisateur peu expérimenté c'est une étape difficile, car s'il n'a pas fait les bons choix son modèle se montrera faux, étant trop grossier ou trop simple.

Avec notre approche, l'intention est d'indiquer une autre capacité de la méthodologie bond graph, celle d'un outil de reconstruction, qui pourrait suggérer des solutions dans le cas d'un dispositif inconsistant avec les spécifications.

Comme applications nous décrivons un instrument médical avec un problème fréquentiel observé après la phase de construction et un actionneur électro-hydrostatique dont on n'a pas modélisé un mécanisme physique qui influençait son comportement dynamique. On démontrera que l'outil de reconstruction présenté peut suggérer aux designers peu expérimentés des modifications à apporter aux modèles d'ordres insuffisants.

Nous désirons aussi que le système proposé dans cette étude puisse être utilisé comme outil dans la phase de conception des dispositifs technologiques soumis à un cahier des charges. En vue de la conception nous proposons un algorithme qui permet de retrouver les solutions proposées par les ingénieurs et si c'est possible des modèles alternatifs.

L'algorithme sera adapté au domaine des matériaux viscoélastiques pour obtenir, à partir des données expérimentales, tous les modèles qui correspondent à un matériau identifié.

Nous traiterons aussi le cas d'un nouveau concept pour un capteur de vitesse très sensible aux spécifications fréquentielles. Notre système est capable de proposer plusieurs architectures qui aideront l'ingénieur à choisir celle qui lui convient le mieux vis-à-vis de son cahier des charges.

Parce que les bond graphs permettent une représentation unifiée des systèmes physiques, à partir des modèles proposés, nous pouvons choisir des implémentations technologiques dans des domaines physiques différents.

Table de Matières

Remerciements.....	3
Résumé	5
Table de Matières	7
Introduction générale.....	9
Chapitre 1 : Travaux antérieurs concernant la modélisation automatique à l'aide de la méthodologie bond graph	15
1.1 Représentations des modèles dynamiques - Modèles qualitatifs, quantitatifs et combinés.....	16
1.1.1 Le raisonnement qualitatif.....	17
1.1.2 Modélisation automatique.....	19
1.1.3 Conclusions sur la modélisation automatique.....	28
1.2 Outil d'aide à la conception.....	28
1.3 Modèles de la créativité.....	30
1.4 Pourquoi les bond graphs?	32
1.5 Notre approche	33
Chapitre 2 : Modélisation orientée objet pour les concepts bond graph	39
2.1 La modélisation bond graph du point de vue programmation orientée objet.....	40
Modèle - Abstraction.....	40
Encapsulation	41
Héritage	41
Polymorphisme.....	42
Conclusions	43
2.2 Un logiciel pour la modélisation automatique	44
2.2.1 Construction des structures de jonctions.....	44
2.2.2 Détection des structures non graphiques.....	48
2.2.3 Causalité et placement des éléments	49
2.2.4 Fonction de transfert.....	51
2.2.5 Génération automatique de filtres de premier ordre.....	52
Conclusions	53
Chapitre 3 : Génération automatique de modèles à partir de données expérimentales.....	55
3.1 Notions de viscoélasticité.....	56
3.1.1 Les différents types de comportements mécaniques	56
3.1.2 Les briques de base pour les modèles de matériau.....	58
3.1.4 Les modèles généralisés	67
3.2 Identification de modèles des polymères	70
3.2.1 Les classes de modèles.....	70
3.2.2 Propriétés qualitatives des réponses.....	72
3.2.3 Tests qualitatifs pour la détermination des propriétés du matériau.....	75
3.2.4 Etape d'identification paramétrique	77
3.3 Génération automatique de modèles des polymères à partir de données expérimentales	80
3.3.1 Modélisation par bond graph des propriétés mécaniques des polymères	80
3.3.2 Application	82

Conclusions	89
Chapitre 4 : Amélioration des modèles proposés	91
4.1 Travaux antérieurs	91
4.2 Système automatique d'adaptation des modèles bond graph à des spécifications imposées	93
4.2.1 Modélisation d'un instrument médical pour diagnostiquer les maladies de l'oreille ..	94
4.2.2 La modélisation d'un actionneur hydrostatique	97
4.2.3 La génération des structures	99
4.2.4 Procédure d'adaptation	102
4.2.5 Causalité et placement d'éléments	103
4.2.6 Les solutions fournies par l'algorithme	106
Conclusions	110
Chapitre 5 : Design conceptuel.....	111
5.1 Nouveau concept pour un capteur de vitesse inertielle	114
5.1.1 La synthèse d'un filtre de vibrations	116
5.2 Le concept du capteur de vitesse	119
5.3 Générer des nouveaux concepts	123
Nouveau concept pour le filtre de vibrations	126
Conclusions	128
Conclusions	131
Discussion et perspectives	133
Références	137
Annexe A -Résumé des éléments de base des bond graphs	145
Causalité	147
Du bond graph à la fonction de transfert	150
Annexe B -Outils de combinatoire	155
Annexe C -Les Matroides	161
Algorithme pour déterminer si un matroïde est graphique	164

Introduction générale

La modélisation consiste à partitionner et représenter formellement un système complexe en plusieurs sous-systèmes sans prendre en considération les détails d'implémentation (détails de réalisation). La conception est par contre l'acte de définition d'un système ou d'un sous-système à partir d'un cahier des charges.

Quelle que soit leur utilité, les modèles partagent tous la même préoccupation, qui est la capture du comportement d'un système et la description de ses propriétés pertinentes dans un contexte donné. Du point de vue de la modélisation et de la conception, cette logique reste la même.

Dans cette thèse nous allons décrire une approche algorithmique, basée sur la méthodologie bond graph, qui permettra d'automatiser une partie de la modélisation et de la conception.

Dans un premier temps, l'algorithme s'appliquera dans la reconstruction ou amélioration d'un modèle déjà proposé, mais qui n'est pas conforme au cahier des charges à cause des effets physiques négligés.

La même démarche sera aussi utile dans le cas de la conception d'un dispositif technologique où il peut proposer d'une manière automatique des concepts qui répondent à des spécifications fréquentielles.

La conception étant une activité cognitive inhérente à l'homme, automatiser cette démarche nous approche du domaine de la découverte scientifique et de l'intelligence artificielle. Des travaux qui ont fourni des résultats probants dans ce domaine seront étudiés dans le premier chapitre.

TRIZ [Altshuller, 1999 ; Bertoluci, 2000] est une autre méthode intéressante du point de vue de la conception. Elle procure à son utilisateur, un certain nombre de connaissances de nature heuristique qui le dirigent dans la recherche d'une solution. La conception semble induire une recherche combinatoire, la méthode TRIZ permet de réduire fortement l'espace de recherche.

Cette méthode a été depuis plusieurs années associée, et ce avec un relatif succès, aux activités de conception, en particulier de conception inventive.

La théorie TRIZ énonce des principes fondamentaux auxquels obéissent tous les systèmes techniques. L'ambition de la méthode TRIZ est de favoriser la créativité, ou stimuler la recherche de concepts innovants en proposant aux ingénieurs et aux inventeurs des outils de déblocage de l'inertie mentale.

TRIZ part du principe que les problèmes rencontrés durant la conception d'un nouveau produit présentent des analogies entre eux, et donc, que des solutions analogues doivent pouvoir s'appliquer. Ce constat vient de l'analyse d'une grande masse de brevets internationaux par l'auteur de la méthode. On évite ainsi de réinventer perpétuellement la roue.

A partir du problème spécifique, il s'agit dans un premier temps de formuler un problème "standard" ou général, puis d'utiliser les outils TRIZ pour déterminer les solutions génériques, et enfin d'interpréter ces solutions génériques pour en tirer des solutions spécifiques.

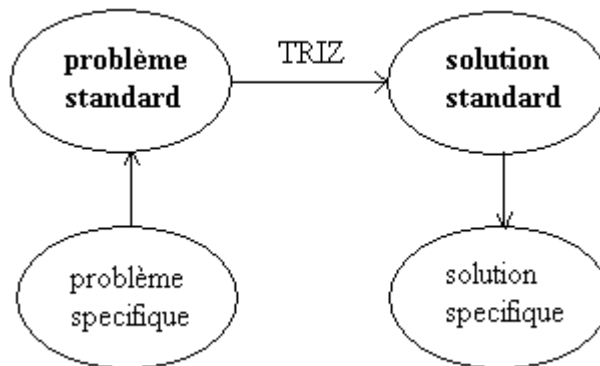


Figure 1. Processus de conceptualisation mis en œuvre avec TRIZ

En ce qui concerne le raisonnement, il est très peu formalisé et les connaissances utilisées sont peu explicites. En effet, il n'existe pas d'ontologie des concepts de la méthode TRIZ et il est difficile de relier formellement les différentes sources de connaissances utilisées par la méthode. Les implémentations informatiques existantes ne modélisent aucun raisonnement et le laissent totalement à la charge de l'utilisateur.

Un outil logiciel d'aide à la gestion de la création du modèle devrait permettre d'intégrer les connaissances sur les ressources existantes et absentes pour sélectionner uniquement les connaissances applicables dans ce contexte, cela amènerait une grande simplification dans la recherche des solutions. Avec le but de développer un tel logiciel, cette étude décrit nos premiers pas dans ce sens-là.

Afin de gérer au mieux la complexité de la tâche, les méthodes de développement employées dans les projets sont généralement basées sur un principe de hiérarchisation permettant de décrire le système comme un ensemble de sous-systèmes plus simples et donc plus faciles à concevoir. Ce principe est appliqué dans le cycle de développement le plus utilisé actuellement pour la conception des aspects matériels et logiciels : le cycle en V, qui positionne les

différentes phases (depuis la spécification jusqu'à la validation produit) suivant différents niveaux d'abstraction. La modélisation et la simulation jouent, dans ce schéma complexe, un rôle central. Parmi les quatre phases du cycle de conception : analyse des besoins (du cahier des charges fonctionnel), analyse système et modélisation, conception technologique, validation et intégration, notre algorithme concerne les deux premières phases.

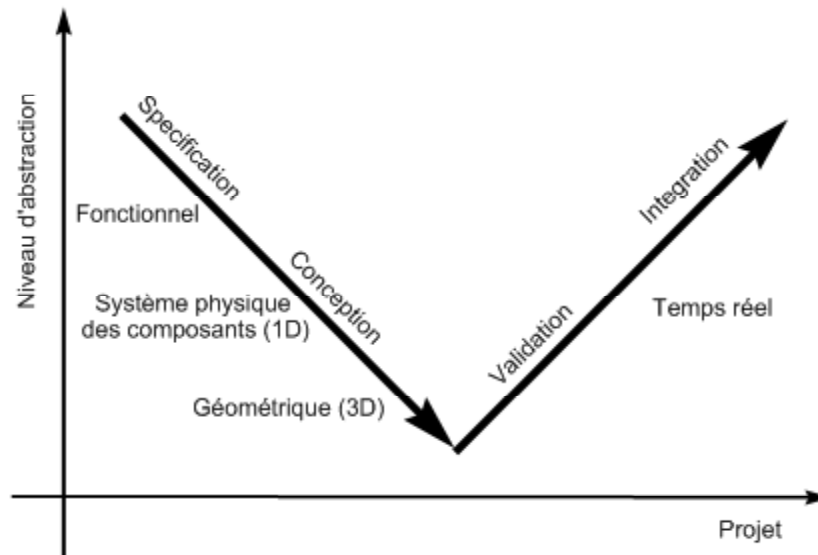


Figure 2. Les phases du cycle de conception

Ce mémoire se compose de cinq chapitres dont les quatre premiers sont consacrés à l'adaptation et la reconstruction des modèles d'ordre insuffisant, tandis que le dernier est consacré à la modélisation en vue de la conception.

Le premier chapitre est un état de l'art consacré à l'étude théorique des systèmes automatiques d'aide à la modélisation. Nous commençons d'abord par donner les définitions de tous les concepts intéressants qui font partie du domaine de cette thèse. Ensuite, nous présentons les approches pour la modélisation automatique des systèmes qui existent actuellement. Finalement, nous présentons la problématique traitée dans cette thèse, et cela, après avoir présenté les avantages de la méthodologie acteur que nous avons choisie pour la réalisation de notre travail, les bond graphs.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons d'abord la technique permettant de générer des bond graphs correspondant à des systèmes linéaires et présentant une certaine relation entrée-sortie. Nous dégagons les règles générales pour la génération automatique des structures dont on connaît la fonction de transfert. Cette procédure générale propose des modèles bond graphs

indépendants du domaine physique et technologique. Ensuite, nous donnons un exemple basique de la génération des structures pour un filtre passif de premier ordre.

La méthode décrite pour la génération des structures est une méthode de recherche aveugle et l'algorithme tel qu'il est, engendre des calculs très longs. Dans les chapitres suivants, cette méthode sera adaptée pour deux approches de type modélisation : proposer des nouveaux modèles à partir des données expérimentales (chapitre 3) et améliorer/adapter des modèles pour satisfaire tous les exigences d'un cahier des charges (chapitre 4).

Dans le troisième chapitre, nous exposons l'utilisation de cette technique pour la conception des modèles d'un matériau identifié. Nous donnons les définitions et les propriétés des composants du domaine de la viscoélasticité ainsi que les objectifs souhaités et les contraintes à respecter lors de la conception de ces derniers. Nous terminons par la modélisation de matériaux type polymère dont on essaie de reproduire le comportement interne obtenu lors des essais de fluage et relaxation. Nous montrons que, non seulement les modèles classiques sont retrouvés mais de nouveaux modèles seront proposés, susceptibles d'avoir des performances identiques et peut être meilleures que ceux qui sont déjà connus.

Dans le quatrième chapitre, la méthode qui a été brièvement décrite dans le chapitre 2 est détaillée. Nous montrerons que cette procédure permet aussi d'identifier des effets physiques qui ont été initialement négligés dans le processus de modélisation. Elle sera vérifiée dans le cas d'un actionneur hydraulique qui ne suit pas un certain cahier des charges. Cette méthode sera aussi utile dans le cas d'un instrument médical incompatible avec les spécifications imposées par le concepteur.

Nous détaillons aussi toutes les étapes de l'algorithme ainsi que toutes les informations permettant d'avoir un modèle final qui correspond à un comportement désiré.

L'outil de reconstruction présenté peut suggérer aux modélisateurs peu expérimentés des modifications à apporter aux modèles d'ordres insuffisants.

Dans le cinquième chapitre, nous montrons comment utiliser cette technique pour la conception d'un dispositif technologique. Pour cela, nous allons étudier le concept d'un capteur de vitesse inertielle par deux méthodes : la synthèse des impédances et l'algorithme d'adaptation décrit précédemment. Nous allons montrer que notre approche est capable de retrouver le concept connu et aussi un concept numériquement amélioré qui sera supérieur de point de vue implémentation physique.

Dans la dernière section nous présenterons les contributions de cette thèse, les limitations du système et les travaux qui restent à réaliser. Une bibliographie adaptée sera aussi présentée.

Le lecteur intéressé trouvera en annexes des informations supplémentaires sur les outils utilisés tout au long de ce mémoire.

L'annexe A1 rappelle, de façon assez succincte, les principales caractéristiques de la méthodologie bond graph : les symboles graphiques associés au transfert de puissance, à la représentation des phénomènes physiques et à la définition des variables généralisées. Le calcul de la matrice de transfert sera aussi détaillé ainsi que d'autres outils d'analyse structurelle.

L'annexe A2 parle des outils de combinatoire utilisés dans le deuxième chapitre pour éliminer les structures redondantes. Comme les structures manipulées dans le deuxième chapitre sont des graphes dont les sommets sont associés à des jonctions, l'algorithme présenté dans cette annexe permet de supprimer les doublons en associant les structures à des graphes à sommets colorés.

L'annexe A3 traite du lien entre les bond graphs et les matroids. Les notions intéressantes sont présentées ainsi que les méthodes utilisées dans cette thèse pour éliminer les structures physiquement irréalisables : dérivation du matroid à partir d'un bond graph et algorithme de Tutte pour la graphicité des matroids.

Chapitre 1 : Travaux antérieurs concernant la modélisation automatique à l'aide de la méthodologie bond graph

Dans ce chapitre, nous discuterons l'état actuel dans la modélisation automatique. Nous décrirons différents types de représentation des modèles et nous ferons aussi une étude des principales méthodes de modélisation automatique. Nous nous appuierons principalement sur les méthodes qui offrent un support automatique pour le design itératif des systèmes physiques. La modélisation fait partie d'un processus plus général et plus complexe d'élucidation d'un problème [Minsky, 1965]. Un modèle est une description simplifiée d'un système réel (le référent), description qui nous aide à raisonner et à tirer des conclusions concernant le référent. Vis-à-vis d'un système physique ou non, existant ou à concevoir, le modèle nous aide à comprendre ou à résoudre les problèmes. Un schéma de décisions concernant un système dynamique est présenté en figure 1.1

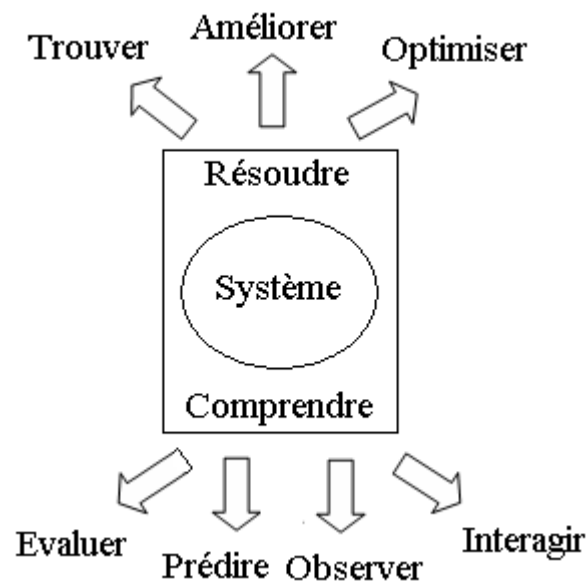


Figure 1.1 Schéma de décisions concernant un système dynamique

Les modèles peuvent être utilisés pour différentes tâches : dans le design conceptuel, des modèles représentant des solutions alternatives nous aident à tester le comportement d'un dispositif technologique avant sa construction. Dans une problématique de surveillance, un modèle peut nous révéler une défaillance dans le système. En général, un modèle est spécifique

aux problèmes à résoudre et il est obtenu à partir d'un processus itératif d'amélioration graduelle.

La modélisation est un processus d'identification des aspects les plus pertinents d'un système réel dans un contexte précis. A cause de la complexité du monde réel, cette abstraction est le premier pas dans le processus de modélisation. C'est justement cette abstraction qui d'une part nous aide et d'autre part nous pose des problèmes. Elle permet de réduire la complexité de la tâche de modélisation et de tirer des conclusions plus facilement mais si on n'a pas fait les bons choix au niveau des propriétés les plus pertinentes, on peut se retrouver avec un modèle irrecevable pour la tâche à résoudre. Lorsque nos modèles nous semblent trop grossiers ou trop simples, nous les modifions, donc la modélisation est une démarche itérative. Un modèle est proposé, évalué et adapté jusqu'à la satisfaction des besoins.

À chaque itération, des connaissances sur le comportement du système sont ajoutées et différentes options sont proposées. Le choix d'un des modèles est fait après l'évaluation de tous les cas. Ce processus itératif peut prendre quelques minutes ou plusieurs années, cela dépend de la complexité du système et des outils disponibles : instruments de mesure pour l'étude du comportement du système et ordinateurs puissants pour l'évaluation (simulation) des versions proposées.

Beaucoup d'efforts ont été faits ces dernières années pour automatiser ce processus itératif. Les approches de type intelligence artificielle visent à automatiser l'étape de modélisation dans sa totalité en utilisant des bibliothèques prédéfinies de sous-modèles combinées selon des algorithmes de calcul.

1.1 Représentations des modèles dynamiques - Modèles qualitatifs, quantitatifs et combinés

Un modèle est une représentation simplifiée (maquette par exemple) ou abstraite (schéma, représentation graphique, équations mathématiques, etc) d'un système physique. Les modèles dynamiques des systèmes physiques peuvent être représentés de différentes façons selon les besoins: « logical statements » [Hayes, 1985], équations mathématiques [Kleer et Brown, 1984 ; Kuipers, 1986], diagrammes schématiques [Sussman et Steele, 1980], bloc-diagrammes et bond graph [Xia et al., 1993 ; Amsterdam, 1992 ; Smith, 1998],...

Les équations mathématiques sont une représentation couramment utilisée pour décrire le comportement dynamique d'un système. Cette approche quantitative est basée sur les lois physiques et nécessite une connaissance profonde de la structure du système et les valeurs numériques des paramètres. Les modèles (sous forme de fonctions de transfert, d'équations d'état, d'équations différentielles, d'équations aux dérivées partielles...) peuvent être obtenus sur la base des lois physiques, ou sur la base d'une identification statistique ou dynamique des paramètres. Mais représenter un système d'une manière quantitative cache le sens physique des équations. Sans le contexte physique, il est difficile d'évaluer et d'expliquer l'évolution d'un système car les méthodes quantitatives, étant trop précises, ne répondent qu'aux questions déjà connues.

Dans le domaine de l'Intelligence Artificielle, beaucoup des travaux ont été faits pour résoudre ce problème, travaux qui ont abouti à une nouvelle approche, dite qualitative. Le raisonnement qualitatif travaille avec une description non numérique, dite naïve, des systèmes physiques.

C'est justement cette approche qui est abordée intuitivement par les hommes dans la vie de tous les jours, mais aussi par les scientifiques et les ingénieurs confrontés à un problème complexe. Après une description du système par des moyens qualitatifs (si a augmente, b diminue ; si x est positive, y est croissante), les méthodes quantitatives sont employées pour obtenir une certaine précision sur un modèle déjà esquissé.

Une discussion plus étendue sur le raisonnement qualitatif sera présentée dans la section suivante.

Un modèle bond graph représente graphiquement les flux énergétiques au sein d'un système complexe. Cet outil, permettant de modéliser de façon uniforme et graphique les systèmes physiques impliquant plusieurs domaines de la physique, est considéré comme une méthode qui combine les deux approches: qualitative et quantitative. Le bond graph se situe entre le système physique et les modèles mathématiques classiques (matrices de transfert, équations d'état). Cette capacité fait des bond graphs un puissant outil pour l'étude de la dynamique des systèmes.

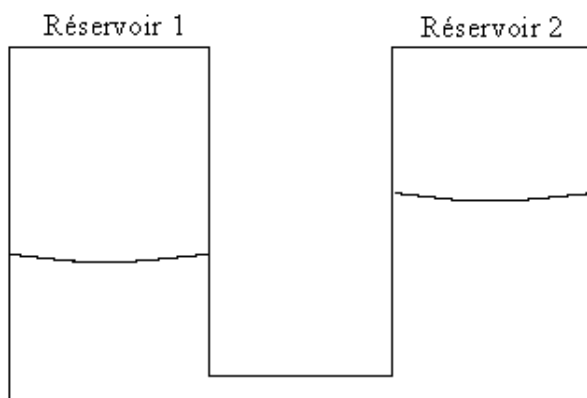
1.1.1 Le raisonnement qualitatif

Le raisonnement qualitatif propose des formalismes généraux permettant d'abstraire l'essentiel d'une réalité complexe sous la forme de modèles qualitatifs opérationnels, apportant ainsi des solutions très prometteuses pour le diagnostic, la conduite de procédés ou la surveillance.

Ce type de raisonnement a été intensivement étudié par des chercheurs en Intelligence Artificielle dans le but de créer un système automatique qui simule l'esprit humain lors d'activités intellectuelles.

L'étude du raisonnement qualitatif trouve sa motivation originale dans la compréhension du bon sens élémentaire chez l'homme. Il est largement reconnu que l'intelligence humaine fonctionne au niveau qualitatif. En ce qui concerne les raisonnements courants de tous les jours, nous saisissons les situations physiques et les interactions sous-jacentes sans que cela requière d'analyse ou de connaissances quantitatives. Dans les domaines de la science et de l'ingénierie, les ingénieurs effectuent des inférences à partir de connaissances bien moindres que celles qu'une analyse quantitative nécessiterait. Cela est particulièrement vrai pour les tâches de surveillance et de diagnostic, où des informations précises ne sont pas disponibles ou seraient trop coûteuses à obtenir.

Un modèle qualitatif consiste en une description du comportement d'un système, par des variables symboliques à la place des variables numériques. La figure 1.2 présente un exemple où des questions et des réponses sur le comportement d'un système dynamique composé de deux réservoirs, sont développées d'une manière qualitative [Forbus et Falkenhainer, 1990].



Q : Qui influence le niveau d'eau dans réservoir 2 ?

R : Le niveau d'eau dans réservoir 2 se modifie en fonction du niveau d'eau en réservoir 1.

Q : Comment varie le niveau d'eau en réservoir 2 ?

R : Le niveau d'eau en réservoir 2 diminue.

Figure 1.2. Questionnaire

Le raisonnement qualitatif a pour but de modéliser, de prévoir et d'expliquer le comportement des systèmes physiques en termes qualitatifs.

1.1.2 Modélisation automatique

La modélisation automatique est basée sur l'hypothèse que l'ordinateur peut résoudre seul un problème de modélisation après que l'utilisateur a bien défini le contexte du problème. Ce processus est censé se dérouler sans intervention humaine. Dans le domaine de la modélisation automatique, plusieurs approches se sont démarquées : modélisation basée sur la composition, modélisation basée sur la sélection et modélisation basée sur l'induction [Pos, 1997]. Les deux premières approches composent ou sélectionnent un modèle à partir d'un ensemble prédéfini de sous-modèles complets ou partiels tandis que la troisième méthode tente de modéliser directement à partir de données sur le comportement dynamique du système référent. Les deux premières tentatives d'automatisation de la tâche de modélisation sont STEAMER [Falkenhainer et Forbus, 1991], système de type composition et GoM système de type sélection [Addanki et al., 1991].

a) Modélisation par composition

Les systèmes de modélisation de type composition reposent sur une bibliothèque de modèles élémentaires ou partiels qui seront combinés pour obtenir un modèle plus complexe.

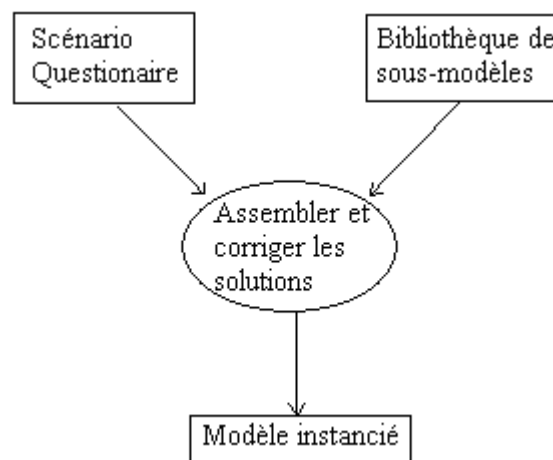


Figure 1.3. Modélisation de type composition

Par contraste, la modélisation de type induction ne possède pas de bibliothèques et le modèle évolue grâce à des comparaisons de son comportement avec celui du système référent.

Le processus de composition est contrôlé par des conditions d'applicabilité, spécifiques à chaque sous-modèle. Le modèle global du système physique est obtenu grâce à l'assemblage des sous-modèles représentant chacun un composant du système physique. Une bibliothèque, préalablement construite, regroupe les différents sous-modèles (chaque composant pouvant être représenté par plusieurs sous-modèles).

Les fragments des modèles sont des représentations d'un composant physique réel vu d'une certaine perspective. Chaque modèle est valable dans des conditions bien spécifiques, conditions déduites des hypothèses de travail. Un composant physique peut avoir un modèle différent en fonction du contexte, donc des hypothèses de modélisation. Les fragments des modèles sont organisés dans des classes en fonction des conditions d'applicabilité de ces sous-modèles. Au sein de la même classe, les hypothèses de travail sont mutuellement exclusives, donc pour un composant un seul sous-modèle d'une certaine classe peut être utilisé. Les classes des hypothèses de travail peuvent être rassemblées pour obtenir la description de tous les phénomènes spécifiques à un domaine physique.

Une phase préliminaire consiste à analyser la structure du système physique, donnée sous la forme de l'ensemble de composants et relations entre composants. Cette tâche revient à l'utilisateur et son résultat, appelé scénario, doit être fourni à la procédure de modélisation. Le scénario est complété par un ensemble de questions type questionnaire auquel le modèle est censé répondre, voir figure 1.2.

La tâche de modélisation étant considérée comme une itération, commence par l'élaboration du modèle le plus simple, puis le complexifie si besoin est pour tenir compte des hypothèses de modélisation spécifiées dans le questionnaire.

Dans les systèmes de modélisation automatique, les techniques de révision sont les plus importantes et varient d'un système à l'autre. Dans STEAMER, le modèle est constamment révisé jusqu'à l'élimination des conflits entre les fragments qui le composent.

La modélisation compositionnelle débutée avec STEAMER a gagné beaucoup d'adeptes. Des extensions ont été apportées à cette méthode surtout dans l'algorithme de composition des fragments et dans la quantité d'informations introduites par l'utilisateur.

Un des problèmes des systèmes de composition est l'incapacité à produire un modèle de parcimonie, c'est-à-dire le modèle le plus simple pour la tâche à résoudre. Les tests utilisés traitent des éventuels conflits internes mais ne mettent pas en cause le choix des fragments. Des

phénomènes physiques redondants peuvent alourdir un modèle car aucune hiérarchie n'est prévue pour les fragments.

La version de Nayak [Nayak et al., 1992; Nayak et Joskowicz, 1996] a besoin de plus d'information de la part de l'utilisateur pour établir son modèle.

Pour résoudre le problème du modèle de parcimonie, Nayak a choisi d'ordonner ses fragments dans une classe d'hypothèses de travail en fonction d'une « approximation causale ». Cette hiérarchisation des sous-modèles permet l'apparition dans chaque classe d'un modèle considéré comme le plus complexe mais pas de son antonyme, le modèle le plus simple.

Les approximations causales ne reposent pas sur la notion de causalité connue dans la méthodologie bond graph. En choisissant quelques variables cibles, des techniques mathématiques déterminent l'ordre dans laquelle les équations doivent être résolues et donc une hiérarchisation des sous-modèles en fonctions de ces variables cibles.

Le scénario de départ a été étendu pour inclure non seulement les composants du système mais aussi des informations liées à la topologie. Un modèle initial est créé en choisissant les sous-modèles les plus complexes de chaque classe d'hypothèses impliquées. C'est au moment de la révision d'un modèle que les approximations causales sont utilisées. Pour obtenir le modèle de parcimonie, les fragments de modèles sont soit remplacés par leurs approximations causales soit éliminés, ce qui revient à négliger les phénomènes physiques qui les incarnent. L'itération est terminée quand on obtient un modèle de parcimonie, ou si, par contre, aucun modèle satisfaisant ne peut être élaboré.

La modélisation automatique par composition des modèles doit toujours répondre à la question : « Quel est le moyen le plus simple et le plus riche en informations pour représenter un sous-modèle dans une bibliothèque ? ». C'est la raison pour laquelle la plupart des auteurs ont choisi la méthodologie bond graph comme formalisme pour la représentation des fragments.

Un premier pas vers une bibliothèque des composants modélisés par bond graph a été fait par Xia dans son système automatique appelé KEMS [Xia, 1994]. Comme tous les autres, KEMS prend comme entrée une description structurelle du système à modéliser, décrite en termes de composants et de leur topologie. Associé à cette description, l'utilisateur donne aussi un ensemble de critères auxquels le modèle va devoir obéir. Les critères sont des caractéristiques désirées du modèle dans des conditions d'entrée bien spécifiques.

La nouveauté se retrouve au niveau de la bibliothèque où les fragments sont hiérarchisés par leur complexité. Le modèle initial choisira pour les composants la représentation bond graph la plus simple comme par exemple un simple GY pour un moteur électrique. Si le modèle ainsi développé ne remplit pas les critères, alors les composants seront réévalués et remplacés par une représentation plus complexe.

AIM [Smith et al., 1996] a été construit sur les bases de KEMS. En termes d'entrée, il suit tous les autres avec une description des composants génériques, leurs connections et un ensemble de critères à remplir. La nouveauté se situe encore une fois au niveau de la bibliothèque, car celle-ci est coupée en deux pour stocker deux types d'informations. Une partie contient des composants physiques du monde réel. C'est un type de connaissance fortement lié au domaine physique car il y a aussi des informations sur les paramètres physiques de chaque composant.

L'autre partie contient des composants génériques, appelés des composants « m » qui sont représentés par un modèle bond graph causal. La bibliothèque des composants « m » est construite d'une manière très structurée car elle propose pour chaque modèle bond graph des améliorations à apporter dans les cas où le modèle le plus simple ne suffit plus.

Les améliorations sont en réalité des effets physiques, qu'on a négligés pour le modèle de départ mais on les introduit si un niveau plus élevé de détail est nécessaire, pour obtenir le modèle qui répond à tous les critères.

Pour être capable de trouver les corrections nécessaires, Smith établit avant de démarrer le processus de modélisation, un ensemble des variables cibles. Ces variables seront contrôlées chaque fois qu'une nouvelle correction est introduite pour s'assurer que celle-ci a un impact sur les variables d'intérêt et donc sur le modèle. Les problèmes de causalité sont détectés et résolus jusqu'à l'obtention d'un modèle de parcimonie, sans conflits internes et qui répond à tous les critères.

Une autre approche type modélisation compositionnelle a été proposée dans DME [Iwasaky et Levy, 1994 ; Levy et al., 1997] qui ressemble à STEAMER au niveau de l'entrée car elle consiste en un scénario, un questionnaire et une bibliothèque des sous modèles. Ce système s'appuie sur le concept de « relevance reasoning » [Levy, 1994], concept qui est utilisé pour déterminer quelles sont les variables pertinentes pour le questionnaire. Chaque sous-modèle est

associé à des hypothèses de travail qui seront appliquées ou rétractées en fonction de l'impact de nouvelles variables qu'ils peuvent proposer sur les variables d'intérêt général.

Encore une fois la structure de la bibliothèque a un impact décisif sur la qualité du modèle proposé.

b) Modélisation par sélection

C'est une approche qui dérive des techniques de l'Intelligence Artificielle et consiste à « sélectionner » un modèle à partir d'une bibliothèque prédéfinie. Cette approche a été exploitée par Addanki [Addanki et al.1991, 1989] et Weld [Weld, 1992].

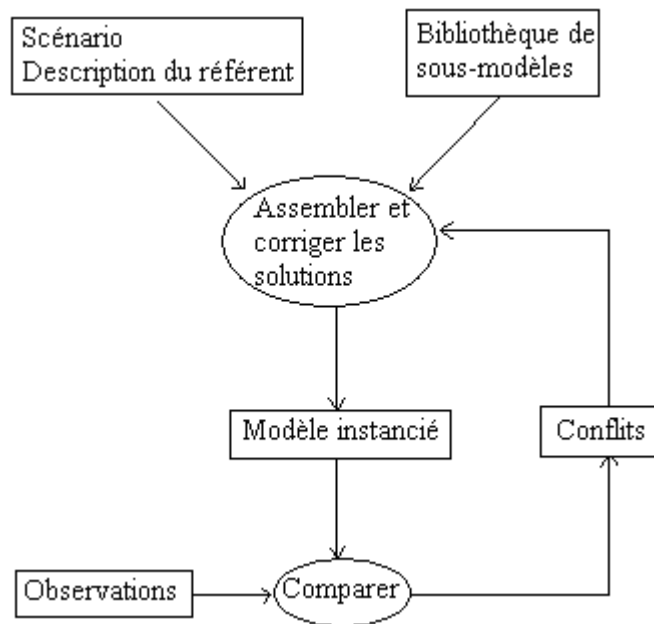


Figure 1.4. Modélisation par sélection

Cette fois la bibliothèque ne se compose plus des fragments mais des modèles complets, le défi étant de trouver celui qui convient le mieux à la tâche à résoudre. Le modèle est choisi par des comparaisons successives entre son comportement et celui obtenu par observations et mesures recueillies auprès du système physique.

L'entrée est constituée donc d'un ensemble de mesures et d'un choix de domaines physiques (mécanique, hydraulique, etc).

Dans le cas de GoM [Addanki et al.1991, 1989], la bibliothèque est un graphe qui doit être créé manuellement par un opérateur humain avant tout processus de modélisation.

Chaque noeud constitue un modèle complet dans des hypothèses de travail bien définies qui constituent des étiquettes pour les arcs. Chaque changement d'hypothèses signifie un déplacement dans le graphe pour arriver dans le nœud où on retrouve le modèle compatible avec ces hypothèses. On reconnaît la même idée de hiérarchisation des modèles en fonction de leur complexité sauf que les éventuelles corrections ont été déjà implantées.

Dans une première étape le modèle le plus simple est sélectionné et son comportement numérique est comparé avec celui du système référent. S'il y a des différences majeures, alors de nouvelles hypothèses sont testées parmi les arcs adjacents pour identifier les transitions qui assurent le modèle le plus fidèle. On déduit que le succès de GoM réside dans la complexité de son graphe des modèles et qu'il revient à l'utilisateur de penser à tous les combinaisons probables des hypothèses de travail.

Toutes ces caractéristiques qualifient GoM comme une stratégie de recherche plutôt qu'un système de modélisation.

c) Modélisation par induction

Les systèmes de modélisation par induction utilisent des techniques d'apprentissage qui appartiennent au domaine de l'intelligence artificielle. Il n'y a pas de bibliothèque de sous-modèles mais en revanche une multitude des méthodes de révision et adaptation, car cette approche est basée sur des comparaisons successives avec le comportement désiré.

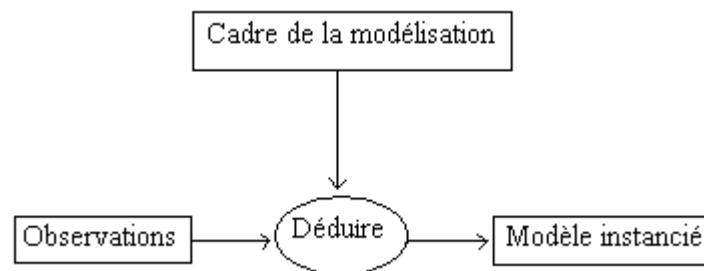


Figure 1.5. Modélisation par induction

La modélisation par induction se concentre sur la dérivation d'un modèle qualitatif ou quantitatif, par exemple sous formes d'équations comme dans [Richards et al, 1992 ; Say et Kuru, 1996] ou de bond graphs comme dans [Amsterdam, 1992 ; Redfield, 1992] à partir d'une description du comportement.

Dans le cas de MM, système développé par Amsterdam [Amsterdam, 1992], le comportement est décrit du point de vue géométrique et compositionnelle. Cette description sert à établir les zones spatiales où le comportement est uniforme, c'est-à-dire à identifier les paramètres localisés. Chaque section uniforme sera représentée par un modèle bond graph et tous ces modèles se combineront dans un modèle initial minimal.

Ce bond graph minimal est utilisé pour déduire un comportement qu'on va comparer avec celui du référent. Les différences de comportement sont détectées et traduites en termes qualitatifs qui identifient des classes de problèmes. Pour chaque type d'incohérence, des plans de révision ont été implémentés, qui indiqueront les modifications nécessaires pour que le modèle soit corrigé. Les règles de modélisation de MM sont fortement liées à la géométrie et à la structure du référent.

C'est une approche très flexible mais qui nécessite une très bonne connaissance du dispositif à modéliser et de son comportement.

Le système MODA [Wilson et Stein, 1995] est un exemple de système d'induction issu du milieu des techniques quantitatives de l'ingénierie traditionnelle. Cette fois, la méthodologie bond graph est utilisée pour des raisons de simulation et d'analyse numérique.

L'entrée de MODA consiste en une description des composants génériques doublée d'une mesure numérique spécifique du référent, appelé FROI (frequency range of interest), un critère qui indique une certaine classe de comportements que le modèle doit reproduire.

La nouveauté de ce système par rapport à MM et KEMS qui utilise aussi les bond graphs, se retrouve au niveau de la sortie, représentée par un modèle bond graph avec ses composants identifiés de point de vue numérique.

Parmi les systèmes de type induction, MODA est le plus intéressant car il est le seul à apprécier le comportement du référent par ses valeurs propres. Ses plans de révision sont limités à l'introduction de nouvelles compliances quand le comportement dynamique ne peut pas être reproduit avec le modèle initial.

007 [Pos, 1997] est différent de tous les autres par la complexité de son environnement de modélisation et la multitude des critères que l'utilisateur peut appliquer. Les besoins de l'utilisateur par rapport à un modèle, quoique nombreux et variés, sont très souvent implicites et pas très bien formalisés. Le cahier des charges doit être précis et explicite pour clarifier et

formaliser les exigences vis-à-vis d'un modèle. Ce système propose un assistant automatique pour aider l'utilisateur à décrire des spécifications claires, complètes et surtout compatibles entre elles.

Son entrée est décrite par trois modèles : une description des composants fonctionnels, un modèle bond graph et un ensemble d'équations mathématiques. Les exigences de modélisation sont centralisées dans des fiches appelées « goal clichés » et sont organisés par classes des spécifications : Prédiction, Contrôle, Analyse Comparative et Optimisation Paramétrique.

Plutôt un assistant qu'un système automatique de modélisation, 007 assure un niveau très élevé de support mais laisse à l'utilisateur le choix dans les décisions les plus sensibles.

Les plans de révision sont suggérés et c'est l'utilisateur qui choisira celui qu'il considère approprié. La révision peut se faire au niveau de la structure ou au niveau des valeurs des paramètres.

d) Comment obtenir le modèle de parcimonie

Pour n'importe quelle méthode de modélisation choisie, le modèle de parcimonie reste un problème à résoudre pour tous les systèmes automatiques.

En fait, le but même du processus de modélisation est d'obtenir le modèle de parcimonie, c'est-à-dire un modèle suffisamment simple mais qui décrira fidèlement le comportement du référent.

Si le modèle proposé est complexe, un travail supplémentaire sera nécessaire pour réduire son ordre ou trouver un équivalent plus simple. Si par contre, trop d'abstraction a conduit vers un modèle « simpliste » on risque une perte d'informations importante et donc des différences de comportement par rapport au référent.

STEAMER [Falkenhainer et Forbus, 1991] et DME [Iwasaki et Levy, 1994] détiennent des bases de connaissances non structurées qui n'assurent pas un modèle de parcimonie.

MM [Amsterdam, 1993] et GoM [Addanki, 1991] comptent sur une description très précise de la structure et du comportement du référent pour guider le processus de génération des modèles.

Pour ces systèmes, les plans de révision/adaptation décrits antérieurement visent à résoudre les conflits internes mais ne garantissent pas la génération du modèle de parcimonie.

Pour les autres systèmes, il y a quatre approches possibles : générer directement le modèle de parcimonie, générer un modèle simple qui sera réévalué et augmenté d'une manière itérative, générer un modèle complexe qui sera diminué progressivement jusqu'à l'obtention du modèle

nécessaire, utiliser une stratégie complexe qui combine des techniques de simplification et d'augmentation.

Parmi ces approches, la première est démontrée comme étant impossible [deVries et Breedveld, 1992] car nous ne sommes toujours pas capables de faire le bon choix dans le processus d'abstraction que la modélisation nécessite. Beaucoup de facteurs influencent un modèle complexe et même si on est capable de retrouver tous ces facteurs, leurs combinaisons nous échapperont encore.

Ce sera donc plus logique de générer un modèle soit plus complexe soit très simple qu'on modifiera itérativement à partir de méthodes heuristiques de recherche.

Peu de systèmes ont choisi de générer un modèle complexe, quoique le modèle complet sera toujours capable de résoudre la tâche même si son efficacité est réduite à cause de détails en trop. Nayak [Nayak, 1994] a fait ce choix en s'appuyant sur ces « approximations causales » pour remplacer ou réduire les parties du modèle qui ne sont pas pertinentes pour la tâche à résoudre. Le modèle de départ est réévalué jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de simplifications à faire. L'autre approche démarre le processus de modélisation avec un modèle initial très simplifié. Pour ce modèle, des corrections seront appliquées pour réintroduire des effets physiques négligés initialement mais ayant un impact important sur le comportement. La clé de cette approche se trouve dans la capacité du système de détecter où exactement et pourquoi le modèle échoue.

Pos [Pos, 1997] a choisi de rendre ce processus contrôlable par le manipulateur humain. Son système, appelé 007, propose des plans de révision en concordance avec les critères que le modèle doit remplir. La spécification explicite des critères de satisfaction, c'est-à-dire un cahier des charges bien précis, est très important pour la réévaluation interne.

Cette approche sera utilisée aussi dans cette étude.

Smith dans son système AIM [Smith, 1998] a choisi d'utiliser des variables cibles qui seront surveillées tout au long du processus de modélisation. Il acceptera une correction si celle-ci apporte des modifications importantes pour les variables suivies. Des arguments causaux sont aussi utilisés pour trouver la cause d'un échec de comportement.

La dernière méthode est de combiner les techniques décrites antérieurement, ce qui signifie que les deux doivent être déjà implémentées. Cette combinaison rendra le processus d'évaluation très rapide mais elle nécessite des heuristiques complexes pour surveiller cette recherche de type aller-retour.

1.1.3 Conclusions sur la modélisation automatique

Les systèmes basés sur la composition ont tous besoin d'une bibliothèque des fragments des modèles mais peu d'entre eux proposent des méthodes pour entretenir cette bibliothèque. Ces bibliothèques sont complexes et difficiles à maintenir surtout dans les cas où une certaine hiérarchisation des modèles s'impose.

Les bibliothèques sont aussi limitées en flexibilité car seules les combinaisons des fragments présents dans la base des connaissances seront utilisées. Pour maintenir les bibliothèques à des dimensions raisonnables, un utilisateur doit choisir pour les classes des hypothèses de travail, les combinaisons qu'il considère comme probables.

La tâche de modélisation étant entièrement automatisée, l'adaptation d'un modèle à des besoins particuliers qui ne se retrouvent pas implémentés dans la bibliothèque n'est pas possible.

Pour l'approche basée sur la sélection, le problème de la construction du graphe des modèles est identique à celui de l'entretien des bibliothèques. Une nouvelle application signifie qu'un nouveau graphe a besoin d'être construit. C'est une tâche très complexe car les modèles font partie d'une arborescence d'hypothèses avec des interactions prédéfinies qui nécessitent d'être respectées. Le fait d'avoir des modèles complets empêche aussi la réutilisation de ces modèles.

Les systèmes basés sur l'induction cherchent à développer des modèles à partir d'une description la plus précise possible, de son comportement. Ces systèmes dépendent fortement de la capacité de l'opérateur humain à comprendre tous les aspects physiques importants du référent et à les spécifier.

1.2 Outil d'aide à la conception

Jusqu'à ce point, nous n'avons présenté que des systèmes automatiques de modélisation, pour lesquels le système référent est connu, et qui, par des méthodes algorithmiques et des formalismes de modélisation, essaient d'obtenir le modèle le plus fidèle et le plus efficace. C'est une approche où connaître la structure et la topologie du système réel est obligatoire. D'ailleurs l'efficacité d'un système automatique dépend beaucoup de la précision avec laquelle l'utilisateur a décrit le référent.

Nous pouvons utiliser les outils de modélisation automatique décrits pour élaborer des méthodologies de conception systématique des dispositifs technologiques.

La conception est une activité cognitive inhérente à l'homme. Dès lors qu'il est confronté à des exigences particulières (cahier des charges) qu'il ne peut satisfaire immédiatement, il lui faut alors s'engager dans un processus par lequel il synthétise (détermine une structure) et dimensionne (détermine des paramètres) un produit répondant à ces exigences, tout en anticipant, par la simulation et l'analyse du produit en cours de conception, les performances et les contraintes de réalisation. Ceci est illustré dans le diagramme de la figure 1.6

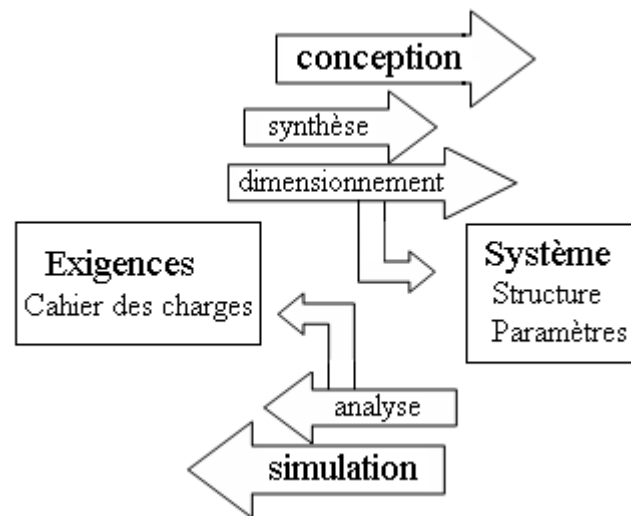


Figure 1.6. Diagramme de la décision

Les méthodologies décrites dans les paragraphes précédents peuvent servir de base pour l'élaboration d'une application informatique d'aide à la conception.

Un premier mémoire qui présente le développement d'un outil d'assistance à la conception est le « A-design Invention Machine » de Campbell [Campbell, 2000]. La motivation de cet outil est d'intégrer le raisonnement qualitatif et innovant spécifique humain dans un algorithme de calcul.

Le rôle de l'outil est de construire, évaluer et classer toutes les structures mécatroniques capables de répondre à des spécifications géométriques et fonctionnelles données afin de les suggérer au concepteur qui cherche à définir une architecture de départ.

Ce système s'articule principalement sur trois outils : une description des objectifs qui doivent être optimisés, une base de données qui joue le rôle de bibliothèque des composants mécatroniques, un module d'expertise destiné à l'aide à la conception.

Le système prend comme entrée une description du problème à résoudre. Pour les conceptions mécatroniques, les spécifications initiales sont les entrées prévues et les sorties attendues.

La stratégie de base utilisée dans la génération automatique des concepts suppose l'interaction de plusieurs agents en analogie avec le travail d'une équipe d'ingénieurs dans une entreprise de design conceptuel.

Dans l'étape de création, les agents sont divisés en deux groupes : des agents de configuration (C-agents) et des agents d'instanciation (I-agents). Les agents C cherchent à trouver des configurations appropriées pour créer une relation entrée-sortie. Ils travaillent avec des composants mécatroniques de base : des résistances, des ressorts, etc. Pour les configurations potentielles sorties, les équations de comportement sont déduites. Ces équations décrivent la façon dans laquelle les entrées sont associées aux sorties et quelles sont les variables importantes dans les configurations.

Les agents I choisissent des dispositifs réels dans un catalogue pour instancier les composants conceptuels.

Les modèles instanciés passent dans l'étape d'évaluation où des stratégies de sélection basées sur les objectifs imposés par l'utilisateur, les partagent en trois populations : optimal, bon et pauvre. Les bonnes configurations passent dans la phase de modification, où des agents essaient d'améliorer et raffiner les configurations.

En utilisant l'idée de l'optimalité Pareto définie en [Eschenauer, 1990] on peut trier d'une manière mathématique et graphique les concepts par rapport aux objectifs.

Tout au long du processus, des agents managériaux autonomes surveillent les étapes et assurent les critères de tri et le feedback pour tous les autres agents.

Cet outil a été capable de proposer des nouvelles configurations dans le cas d'un pèse personne électromécanique et d'un accéléromètre. Plusieurs expériences ont validé la capacité d'invention de ce système et son utilité dans l'élaboration des concepts alternatifs de conception.

1.3 Modèles de la créativité

Les systèmes automatiques simulant l'activité intellectuelle humaine apparaissent aussi dans le domaine de la découverte scientifique [Simon, 1979 ; 1983] c'est-à-dire de la construction des découvertes scientifiques à l'aide de procédures algorithmiques. Les objectifs des systèmes qui ont été proposés sont aussi nombreux que les activités scientifiques à simuler sont variées.

Les premiers travaux conduits dans cette direction l'ont été en 1971 avec le système DENDRAL qui analyse automatiquement la sortie d'un spectrogramme de masse [Buchanan et Feigenbaum, 1978].

En 1988 Fajtlowicz [Fajtlowicz, 1988] a développé le système GRAFFITI qui détermine des conjectures en théorie des graphes. Le système MECHEM [Valdez-Perez, 1994] détermine, quant à lui, les étapes élémentaires d'une réaction chimique à partir des données expérimentales. Le générateur d'hypothèses de ce système a été aussi utilisé dans PAULI [Valdez-Perez, 1994], qui a pour objectif d'aider à la découverte des théorèmes en physique des particules.

Corruble et Ganascia [Corruble et Ganascia, 1997] ont proposé PASTEUR pour faire de l'induction dans le domaine médical. Ils ont reconstruit la démarche intellectuelle nécessaire pour la découverte des causes du scorbut.

La dernière expérimentation que nous évoquons ici sort un peu du cadre de la recherche scientifique fondamentale, puisqu'elle porte sur le domaine de l'électronique de puissance. L'objectif de Robisson et Ganascia [Robisson, 2001] est de concevoir un système simulant la première phase de conception des alimentations à découpage. Celle-ci consiste à interconnecter des composants électriques de telle sorte que le circuit obtenu vérifie un cahier des charges défini en termes qualitatifs.

Compte tenu de la taille de l'espace, le système ne procède pas à une énumération exhaustive. Il fait appel à six niveaux d'abstraction relatifs respectivement à la forme, à la topologie, autrement dit à une description où n'interviennent que les liens physiques entre les composants, à la structure, c'est-à-dire à la décomposition en dipôles et interrupteurs, au schéma fonctionnel, au schéma de principe et finalement au modèle physique du circuit.

La décomposition des problèmes sur différents degrés d'abstraction a permis d'appliquer des connaissances relatives à chaque niveau pour limiter l'espace de recherche et éliminer les solutions non viables.

A chacun de ces niveaux correspond un modèle spécifique : graphe simple, graphe étiqueté, bond graph et des contraintes spécifiques qui limitent l'espace d'exploration.

Le système conçu par Robisson et Ganascia [Robisson, 2001] propose les circuits qui répondent à un cahier des charges fourni par l'utilisateur et qui vérifient les propriétés intrinsèques aux alimentations à découpage. La quasi totalité des circuits de référence, décrites dans la littérature du domaine de l'électronique de puissance, a été retrouvée dans un ensemble très restreint de solutions.

1.4 Pourquoi les bond graphs?

Dans les paragraphes précédents on a vu que beaucoup de systèmes de modélisation ont choisi la méthodologie bond graph comme formalisme pour la représentation de leurs sous-modèles dans les bibliothèques ou pour générer un modèle à partir d'un comportement décrit. Il y a trois caractéristiques de ce formalisme qui justifient ce choix.

Une première caractéristique est la richesse des informations qu'ils peuvent concentrer due au fait que c'est une technique qui se situe entre le schéma physique et les modèles mathématiques. Ils décrivent bien les phénomènes physiques engendrés et leurs interactions. C'est un formalisme qui se retrouve entre les deux approches générales : qualitative et quantitative.

Ils décrivent la structure logique d'un système en fonction de ses dynamiques qui traduisent les transferts d'énergie entre sous-systèmes.

De plus, c'est un langage unifié pour tous les domaines des sciences de l'ingénieur, et qui permet de traiter les chaînes d'énergie comme d'information. Les systèmes pluridisciplinaires constituent la grande majorité des produits industriels qui nous entourent.

Une deuxième caractéristique, et un des avantages majeurs des bond graphs, est la visualisation de la causalité qui permet de déduire systématiquement les équations et de détecter les incohérences. L'ordre causal est utile pour appliquer un raisonnement qualitatif type cause-effet, entrée-sortie sur le comportement. Il est aussi indispensable dans les plans de révision/adaptation pour assurer une cohérence dans le modèle après l'introduction de corrections.

La troisième caractéristique résulte aussi de la capacité d'imposer un ordre de cause à effet, ce qui donne la possibilité de déduire de façon systématique des modèles mathématiques courants (équations d'état, fonctions ou matrices de transfert, ...)

La disponibilité simultanée de toute cette information permet l'analyse directe sur le BG des propriétés clés du système (stabilité interne, commandabilité, observabilité, détermination des sensibilités) qui peuvent aussi servir dans le processus de révision.

1.5 Notre approche

Dans les paragraphes précédents nous avons fait un tour d'horizon non exhaustif des principales approches dans le domaine de la modélisation automatique.

A l'image de la problématique présentée dans les paragraphes précédents, notre système se concentre sur les techniques qui offrent un support automatique pour l'adaptation et la révision des modèles dynamiques.

Voici une récapitulation succincte des principaux axes de recherche ainsi que nos propositions.

Modélisation automatique basée sur la : composition, sélection, induction et sur l'hypothèse que l'ordinateur peut résoudre seul un problème de modélisation après que l'utilisateur a bien défini le contexte du problème. Dans cette idée nous proposons la modélisation automatique d'un matériau viscoélastique à partir de données expérimentales.

Amélioration :

- D'un concept à travers son modèle et par rapport à ses spécifications. Dans ce contexte on va traiter le modèle d'un dispositif pour le diagnostic des maladies de l'oreille (tympanomètre) non conforme au cahier des charges.
- D'un modèle par rapport à un comportement réel mesuré ou identifié. Cette fois on va étudier le modèle d'un actionneur électro-hydrostatique (pour la gouverne de l'avion A380), qui présente un comportement fréquentiel différent du modèle identifié à cause d'un effet physique non modélisé.

Conception en proposant un modèle initial qu'on manipulera par la suite jusqu'au niveau de précision nécessaire et pour satisfaire tous les besoins du concepteur. Le dispositif qu'on va discuter et qui nécessite un concept approprié est un capteur de vitesse inertielle.

Nous avons montré que deux directions principales ont été intensivement exploitées, celle de la modélisation et celle de la conception.

Si nous considérons le premier cas, construire un modèle n'est pas une tâche facile surtout quand celui-ci sera utilisé pour analyser les différents aspects du comportement du référent. Construire un modèle revient toujours à faire une abstraction du système initial. Cette abstraction permet de réduire la complexité de la tâche de modélisation et de proposer, là où c'est possible, un modèle efficace mais simple. C'est la problématique du modèle de parcimonie discutée dans un paragraphe précédent.

Faire une abstraction du système à modéliser signifie trouver les propriétés les plus pertinentes pour la tâche à résoudre. Pour un modélisateur peu expérimenté, c'est une étape difficile car s'il n'a pas fait les bons choix son modèle se montrera faux étant trop grossier ou trop simple. C'est la raison pour laquelle la tâche de modélisation est vue comme une étape itérative. Un modèle est proposé, instancié et adapté jusqu'à la satisfaction de tous les aspects du cahier des charges. Nous considérons ici le cas des systèmes linéaires monovariabiles.

Nous désirons que l'approche proposée dans cette étude puisse être utilisée comme outil de révision et d'adaptation des modèles soumis à un cahier des charges. Nous avons choisi d'exprimer les spécifications fonctionnelles de notre cahier des charges par rapport à quatre objectifs de modélisation:

- Prédiction - Répondre aux questions concernant le comportement du système. Dans ce contexte on connaît le système et l'entrée et nous désirons calculer/simuler la sortie.
- Optimisation - Essayer d'optimiser le modèle par rapport à des spécifications (critères) de sa réponse dynamique ou statique. Avec cet objectif on prend comme spécification une réponse désirée et on fournit comme solution un modèle révisé qui suit ce comportement.
- Contrôle - Déterminer comment un système peut être contrôlé, analyser ses caractéristiques qualitatives : contrôlabilité, observabilité, stabilité.
- Analyse comparative - Décrire l'effet sur le comportement/ la réponse du modèle d'une modification locale ou globale. Cette analyse est couramment utilisée quand l'objectif est d'optimiser le système par rapport à des spécifications imposés.

Dans la figure 1.7 nous avons présenté en italique les types de spécifications abordés pour nos cahiers des charges.

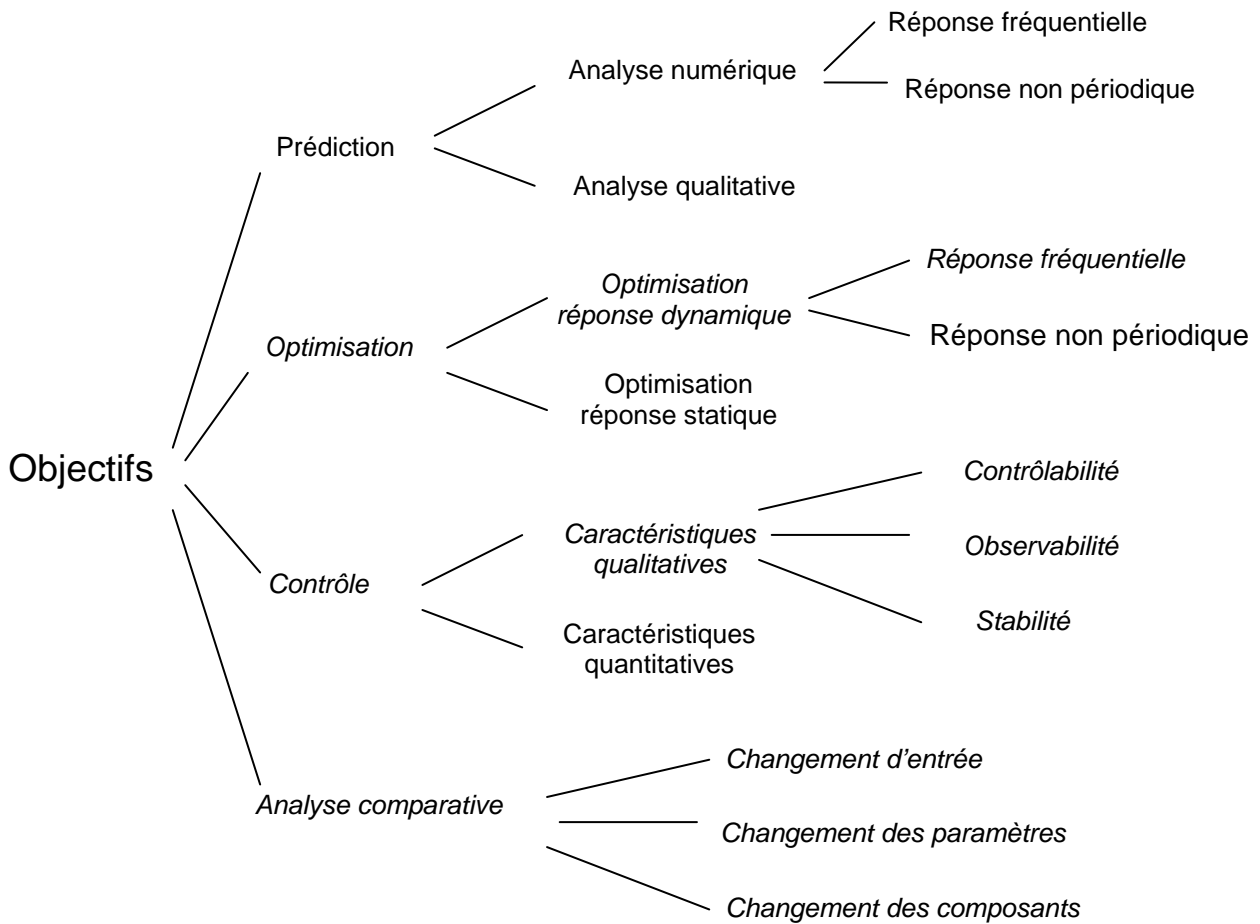


Figure 1.7. Types de spécifications

Nous allons dans un premier temps, décrire une procédure générale qui suit le processus de modélisation par la méthodologie bond graph et propose des modèles indépendants du domaine physique et technologique. Tous les modèles seront soumis à des tests pour extraire les modèles qui pourront représenter des systèmes physiques viables et qui correspondent à une certaine relation entrée-sortie. Le schéma fonctionnel de notre démarche est présenté en figure 1.8

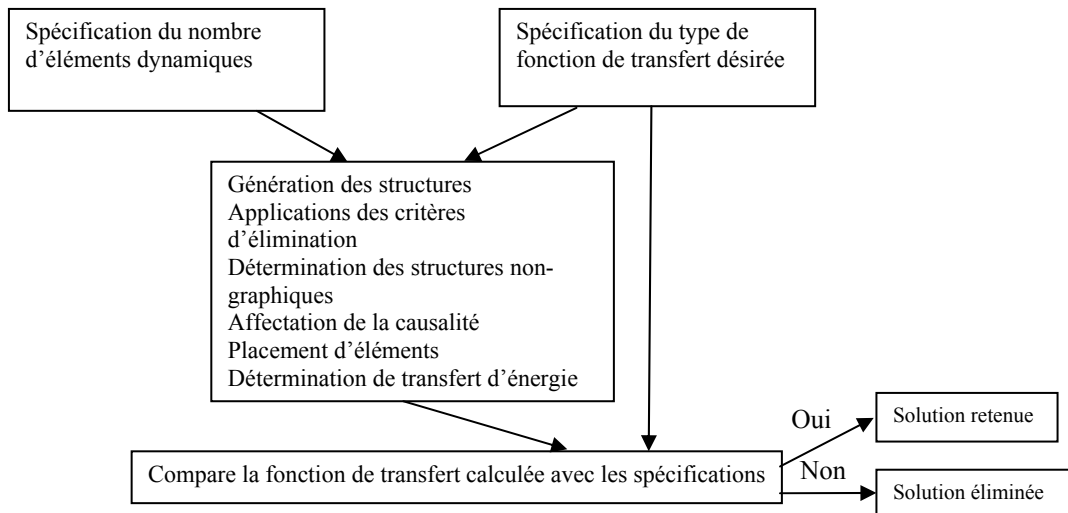


Figure 1.8. Procédé de décision proposé

Le procédé proposé dans cette première étape de la génération des structures est une méthode de recherche aveugle. Toutes les configurations des jonctions, éléments et causalité sont générées et testées d'une manière exhaustive, engendrant une taille très importante pour l'ensemble de solutions.

Cette génération des structures à l'aveugle n'est utile que pour un nombre réduit des cas comme celui de la conception de filtres analogiques.

Pour atteindre nos objectifs, notamment celui de la modélisation en vue de la conception, il est nécessaire de formuler des hypothèses de travail supplémentaires.

Le problème sera nuancé dans les chapitres suivants en utilisant plus de contraintes à chaque étape de l'évolution de la structure et en identifiant une structure de départ plus complexe.

L'algorithme sera adapté au domaine des matériaux viscoélastiques pour obtenir tous les modèles qui correspondent à un matériau identifié. Les étapes seront :

- A partir des données expérimentales obtenues sur la propriété de viscoélasticité de polymères, nous pouvons obtenir, par identification, un modèle mathématique.
- Avec le modèle défini on peut générer automatiquement tous les bond graphs qui lui correspondent.
- A partir des solutions multiples, l'extraction de certains modèles correspondant numériquement au comportement du matériel testé est réalisable.

Nous désirons que cette application permette de retrouver les solutions proposées par les ingénieurs et si c'est possible des modèles alternatifs.

Avec notre approche l'intention était d'indiquer une autre capacité de la méthodologie bond graph, celle d'un outil de reconstruction, qui pourrait suggérer des solutions dans le cas d'un dispositif inconsistant avec les spécifications.

Comme application nous décrivons un instrument médical avec un problème fréquentiel observé après la phase de construction et un actionneur électro-hydrostatique dont on n'a pas modélisé un mécanisme physique qui influençait son comportement dynamique. On démontrera que l'outil de reconstruction présenté peut suggérer aux designers peu expérimentés des modifications à apporter aux modèles d'ordre insuffisant.

Dans le dernier chapitre on s'occupera de la modélisation en vue de la conception.

A la base les bond graphs sont un formalisme dédié plus à l'analyse (au sens de la synthèse) de système qu'à la conception. En réponse à un cahier des charges, les objectifs sont de guider le concepteur pour définir une structure dont chaque élément constitutif fonctionne et s'associe à ses voisins dans des conditions physiquement acceptables.

Couplée aux possibilités offertes en termes d'analyse par le Bond Graph et la causalité, cette vision unifiante facilite l'approche de la conception.

Au contraire de l'analyse, cette "problématique inverse" va véritablement dans le sens d'une approche systémique de la conception qui préconise une démarche descendante, du cahier des charges aux solutions, intégrant la finalité pour laquelle le dispositif est conçu.

Nous traiterons aussi le cas d'un nouveau concept pour un capteur de vitesse très sensible aux spécifications fréquentielles. Notre système est capable de proposer plusieurs architectures qui aideront l'ingénieur à choisir celle qui lui convient le mieux vis-à-vis de son cahier des charges.

Chapitre 2 : Modélisation orientée objet pour les concepts bond graph

Cela fait déjà 50 ans que la modélisation bond graph a été inventée par H.Paynter mais seulement quelques années que l'approche orientée objet devient de plus en plus populaire. Plusieurs études ont déjà essayé de montrer des caractéristiques communes entre les deux formalismes [Borutzky, 1999 ; Cellier, 1991 ; Turki et Soriano, 2005].

L'approche orientée objet est un principe cardinal pour de nombreuses techniques de modélisation et d'analyse développées pour différentes branches de l'ingénierie (pas uniquement pour le développement logiciel). L'orientation objet permet la définition des architectures modulables basées sur des composants réutilisables et extensibles qui deviennent utiles dans de nombreux domaines d'application, de la modélisation et la simulation jusqu'à l'implémentation et le contrôle.

Un système complexe est par nature pluri technologique, impliquant obligatoirement la pluridisciplinarité de sa conception, depuis l'analyse du besoin initial jusqu'à la maquette numérique globale définissant le produit à industrialiser.

A cause de cette pluridisciplinarité, les langages pour la modélisation des systèmes physiques complexes comme Modelica [Broenink, 1997] sont de plus en plus populaires parce qu'ils permettent la représentation d'une manière très naturelle des composants physiques appartenant à des domaines multiples.

La méthodologie orientée objet tire ses racines de la théorie des systèmes complexes parce qu'elle considère un logiciel comme un modèle d'un système réel et un programme comme un formalisme de modélisation. Conforme à cette nouvelle philosophie, la création d'un logiciel n'est plus basée sur le codage mais plutôt sur le design d'un système physique. Pour faciliter la réutilisation et la maintenance, les systèmes complexes sont construits à partir de bibliothèques hiérarchisées de modèles. Les mécanismes de base utilisés dans la connexion des composants des bibliothèques sont : l'abstraction, l'encapsulation, l'héritage et le polymorphisme.

2.1 La modélisation bond graph du point de vue programmation orientée objet

Modèle - Abstraction

Un modèle est une représentation de la réalité faisant abstraction de larges niveaux de détails. S'il n'y a pas d'abstraction, il n'y a pas de modèle : on parle de la réalité.

Une abstraction existe aussi pour les langages de programmation. Elle est bien connue, en principe, de tous et s'appelle la programmation orientée objet (OOP). L'approche OOP s'est imposée aujourd'hui comme un standard, certainement par la continuité qu'elle offre de l'abstraction à l'écriture du code.

Le processus d'abstraction consiste à identifier pour un ensemble d'éléments des caractérisations valides pour tous les éléments et des mécanismes communs à tous les éléments, dans le but de faire une description générique de l'ensemble considéré.

En programmation Objet le résultat du processus d'abstraction s'appelle une **classe** et une réalisation particulière d'une classe s'appelle un objet. On parle encore d'instanciation.

L'abstraction dans le formalisme bond graph est un principe de base, les graphes représentent le comportement dynamique des systèmes indépendamment du domaine considéré. Chaque symbole, parmi les neuf du langage, est une abstraction d'un phénomène physique fondamental et donc peut être très bien assimilé à une classe.

L'**objet** représente une entité du monde réel qu'on veut modéliser, une implémentation d'une notion générale comme les modèles des dispositifs technologiques. Par exemple, la résistance électrique et l'amortisseur mécanique sont des instances de la classe des éléments liant la variable effort et la variable flux (élément R).

Le formalisme bond graph permet plusieurs niveaux d'abstraction (niveau technologique, niveau phénoménologique, niveau mathématique) et engendre une hiérarchie des modèles. Un modèle d'un système est composé de sous-modèles qui à leur tour contiennent des sous-modèles d'un niveau d'abstraction inférieur.

Encapsulation

En OOP, le principe d'encapsulation consiste à regrouper dans le même objet informatique des structures de données particulières (appelés les **attributs**) et les traitements définis dans un objet (appelés les **méthodes**) qui leur sont spécifiques.

En plus du regroupement des données et des traitements relatifs à une entité, l'encapsulation permet de définir deux niveaux de perception :

- Le niveau externe, la partie visible de l'objet, contenant les méthodes et attributs visibles depuis l'extérieur. C'est l'**interface de l'objet** avec l'extérieur
- Le niveau interne représente l'**implémentation** de l'objet. Les méthodes et les attributs sont visibles uniquement depuis l'intérieur de l'objet.

L'intérêt de séparer les niveaux interne et externe est de donner un cadre plus rigoureux à l'utilisation des objets dans un programme. Les objets ne peuvent être utilisés qu'au travers de leur interface (niveau externe) et donc les éventuelles modifications de la structure interne restent invisibles à l'extérieur.

On retrouve le même principe en bond graph par rapport aux éléments. De l'extérieur, un élément est perçu comme un lien entre deux variables de puissance sans aucune autre information sur cette liaison. L'interface avec l'environnement d'un élément est représentée par les ports (de signal et de puissance). Par exemple, un élément de stockage d'énergie a des attributs visibles de l'extérieur comme les ports et les paramètres mais aussi des attributs privés (encapsulés) comme la variable d'énergie.

Héritage

L'héritage est un principe propre à la programmation orientée objet, permettant de créer une nouvelle classe à partir d'une classe existante. Le nom d'héritage (pouvant parfois être appelé *dérivation de classe*) provient du fait que la classe dérivée (la classe nouvellement créée) contient les attributs et les méthodes de sa superclasse (la classe dont elle dérive). L'intérêt majeur de l'héritage est de pouvoir définir de nouveaux attributs et de nouvelles méthodes pour la classe dérivée, qui viennent s'ajouter à ceux et celles hérités.

Par ce moyen, on crée une hiérarchie de classes de plus en plus spécialisées. Cela a comme avantage majeur de ne pas avoir à repartir de zéro lorsque l'on veut spécialiser une classe existante.

Dans la méthodologie bond graph, il est possible de déceler cette dernière notion. Les classes d'éléments passifs, actifs et de jonction sont dérivées de la super classe des éléments génériques. À partir de la classe d'éléments passifs, on dérive les classes d'éléments qui dissipent l'énergie et la classe d'éléments de stockage d'énergie. Si on suit le chemin de stockage d'énergie, on peut dériver les classes d'éléments C et I. Les éléments génériques « C » héritent les propriétés de passivité et de stockage d'une quantité physique exprimée par une variable d'énergie. Jusqu'à maintenant, sur les relations constitutives, nous connaissons seulement quelles sont les variables liées. La figure 2.1 présente la hiérarchie des classes :

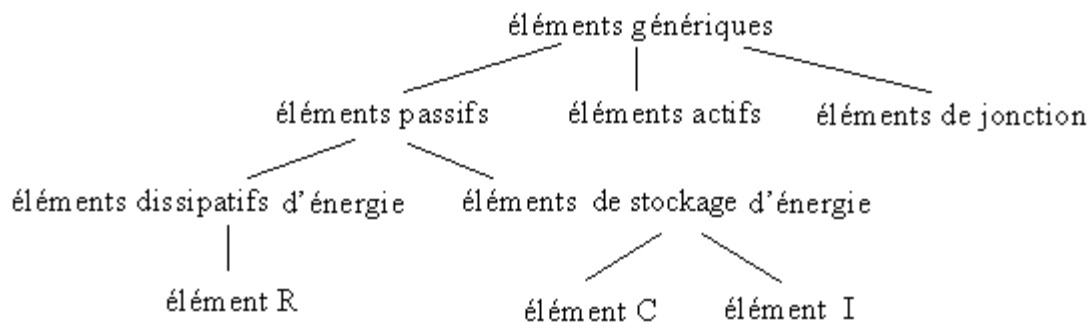


Figure 2.1. Hiérarchie de classes

Par l'instanciation de la classe C, nous créerons des objets C_i qui apporteront en plus des informations sur la loi constitutive.

Polymorphisme

Pour comprendre ce terme, il suffit d'analyser la structure du mot : *poly* comme *plusieurs* et *morphisme* comme *forme*. Le polymorphisme traite de la capacité de l'objet à posséder *plusieurs formes*.

Cette capacité dérive directement du principe d'héritage vu précédemment. En effet, comme on le sait déjà, un objet va hériter des champs et méthodes de ses ancêtres. Mais un objet garde toujours la capacité de pouvoir redéfinir une méthode afin de la réécrire, ou de la compléter.

On voit donc apparaître ici ce concept de polymorphisme : choisir en fonction des besoins quelle méthode ancêtre appeler, et ce au cours même de l'exécution. Le comportement de l'objet devient donc modifiable à volonté.

Le polymorphisme, en d'autres termes, est donc la capacité du système à choisir dynamiquement la méthode qui correspond au type réel de l'objet en cours.

Conclusions

Toutes les considérations décrites montrent que la méthodologie bond graph est structurée d'une manière orientée objet, facilitant la tâche d'implémentation.

Dans le bond graph, les phénomènes de tous les systèmes réels peuvent être séparés et concentrés dans des paramètres localisés, décrits comme des mécanismes multiports. Les paramètres localisés sont assimilés aux classes dans un langage orienté objet. Chaque nœud devient alors un objet au point de vue programmation et un sous-modèle au point de vue modélisation, qu'on utilisera comme une brique pour construire le modèle global.

Les corrélations entre ces deux méthodologies ont été exploitées par les ingénieurs dans plusieurs études [Borutzky, 1999 ; Cellier, 1991] dans le but de construire un langage dédié à l'automatisation de la modélisation bond graph.

Broenick [Broenink, 1990 ; 1997] a fait une description des symboles bond graphs dans le langage Modelica tandis que Cellier et al. ont utilisé Dymola pour implémenter les éléments bond graphs et leurs interconnexions. Les principes d'héritage et d'encapsulation ont été exploités en vue de la modélisation des systèmes complexes à partir des modèles des composants retenus dans des bibliothèques des modèles.

Modelica veut s'imposer comme un langage neutre pour faire le transfert entre les différents outils de modélisations propriétaires favorisant l'échange et l'utilisation des bibliothèques spécialisées sur les modèles bond graph des dispositifs technologiques.

C'est un langage orienté objet de description et de simulation multi-physique d'un système complexe, qui permet de manipuler des composants logiques tels que des composants cinématiques (liaisons cinématiques), dynamiques (multi-corps, inertie), électroniques, hydrauliques...

Par rapport aux bond graphs, dont l'objectif est de s'assurer de la cohérence énergétique du système par l'analyse des transferts de puissance entre constituants du système, le langage Modelica permet de connecter les composants par les grandeurs d'entrées et de sorties qui les caractérisent (tension, intensité, force, vitesse, pression, débit...). Chaque composant est caractérisé par son comportement, ses entrées et ses sorties, qu'elles soient du type effort ou flux. Cette plus grande souplesse facilite grandement la modélisation du système mais en contrepartie, elle nécessite de s'assurer du bilan énergétique du modèle.

2.2 Un logiciel pour la modélisation automatique

Dans cette section, l'algorithme de génération que nous proposons est détaillé. Ce programme doit sélectionner dans un ensemble de solutions, celles qui vérifient les spécifications fournies dans le cahier des charges.

Le premier paragraphe présente la procédure de génération des structures. L'algorithme démarre par la génération de toutes les structures de jonctions comportant un certain nombre de jonctions 0 et 1. Ces nombres ont été déduits à partir de l'ordre de la fonction de transfert désirée. Après la génération, étant donné que la population des solutions est très vaste, nous appliquons des filtres pour affiner la recherche. Les structures équivalentes seront éliminées.

Le deuxième paragraphe introduit les matroids pour rechercher et supprimer les structures de jonctions qui ne sont pas graphiques et qui ne peuvent pas représenter des systèmes physiques réels. Tous ces filtres vont permettre de diminuer radicalement la population des configurations possibles.

Le paragraphe suivant présente l'application de la causalité pour obtenir des bond graphs cohérents.

Le quatrième paragraphe s'occupe de la détermination de la fonction de transfert pour les bond graphs obtenus aux étapes antérieures. Les spécifications nécessaires ici concernent l'ordre du modèle. Une source, un détecteur et plusieurs éléments résistifs et dynamiques seront ajoutés en conformité avec la causalité déjà appliquée. Le résultat obtenu apparaît sous la forme d'un ensemble de bond graphs complets qu'on peut interpréter comme des solutions technologiques de différents domaines physiques.

Dans le dernier paragraphe l'algorithme développé est utilisé pour la synthèse d'un filtre passif de premier ordre.

2.2.1 Construction des structures de jonctions

Le processus de modélisation a été développé autour d'une série de règles décrites dans cette étude comme les postulats A_1 , A_2 et A_3 :

A₁: Tous les éléments sont attachés à des jonctions 1 (en cohérence avec les procédures systématiques de construction des modèles bond graphs [Karnopp et Rosenberg, 1975]).

A₂: Il n'y a pas deux jonctions identiques consécutivement.

A₃: Les éléments TF et GY sont traités comme des éléments à deux ports.

La première tâche est de déterminer toutes les structures de jonctions construites avec un certain nombre fixé de jonctions 0 et 1. Les structures sont comme des squelettes parce qu'elles contiennent seulement des jonctions et leurs liens. Pour représenter une telle structure, on utilise une matrice booléenne où une connexion entre deux jonctions est signalée par la valeur « 1 » dans la matrice.

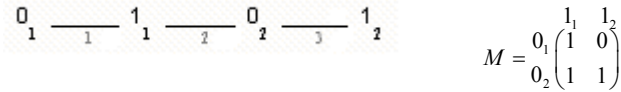


Figure 2.2. Une structure de jonctions avec sa représentation

En utilisant cette représentation, les structures avec m jonctions 0 et n jonctions 1 sont duales aux structures à n jonctions 0 et m jonctions 1, il faut juste transposer la matrice. Nous allons déterminer les structures du triangle supérieur.

		Nombre de jonctions 1				
		1	2	3	4	5
Nombre de jonctions 0	1		x	y	z	1
	2	x				
	3	y				
	4	z				
	5	1				

Tableau 2.1. La symétrie des structures

L'algorithme démarre avec une structure minimale composée d'une jonction 1 et une jonction 0 représentée par la matrice $M = (1)$

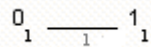
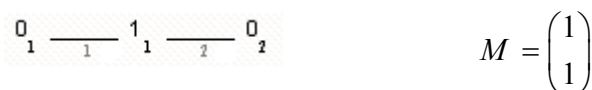


Figure 2.3. Bond graph de départ

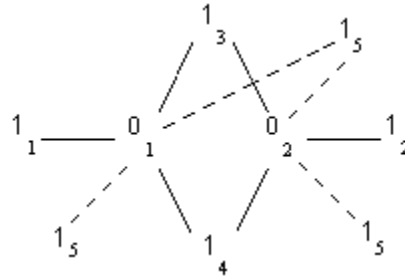
Les structures déjà développées sont considérées comme une base pour les prochaines structures avec un nombre plus élevé de jonctions 0 et 1. A partir de la figure 2.3 en ajoutant une nouvelle jonction 0, on obtient la structure de la figure 2.4 avec sa propre matrice :



(a) ajout d'une jonction 0 (b) matrice correspondante

Figure 2.4. Ajout d'une nouvelle jonction 0

Comme on peut déjà l'observer, ajouter des jonctions signifie ajouter des lignes ou des colonnes dans les matrices déjà développées (lignes pour de nouvelles jonctions 0 et colonnes pour de nouvelles jonctions 1). Une nouvelle jonction peut être ajoutée à plusieurs endroits, voir figure 2.5, chaque fois correspondant à une nouvelle structure.



(a) Ajout d'une jonction 1

$$M_1(\text{sur } 0_1) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 & 1_4 & 1_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0_1 \\ 0_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad M_2(\text{sur } 0_2) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 & 1_4 & 1_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0_1 \\ 0_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$M_3(\text{sur } 0_1 \text{ et } 0_2) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 & 1_4 & 1_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0_1 \\ 0_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

(b) Matrice correspondante

Figure 2.5. Ajout d'une nouvelle jonction 1

Du point de vue bond graph, les structures M_1 et M_2 sont équivalentes [Lamb, Woodall et Asher, 1993], même si leurs matrices sont différentes (les lignes de la deuxième colonne sont permutées). Comme la procédure de génération des structures va fournir toutes les configurations possibles, on aura plusieurs configurations équivalentes, donc redondantes. Il nous faut une méthode d'élimination des structures redondantes.

a) Elimination de structures identiques

Pour éliminer les structures redondantes, on dispose de deux techniques. Une première technique est basée sur l'automorphisme des graphes à sommets colorés et appartient à Brendan McKay [McKay, 1990]. Les graphes considérés sont les squelettes de graphes de liens obtenus antérieurement dont les sommets sont associés à des jonctions 0 et 1. Ces objets mathématiques, appelés plus généralement graphes à sommets colorés sont décrits dans l'annexe A2 avec les outils mathématiques et algorithmiques qui permettent de supprimer les doublons.

Ces outils font partie d'un logiciel très puissant développé par McKay [McKay, 1990] et qui peut travailler sur des graphes avec des dizaines de milliers de sommets.

Une autre solution « maison » a été proposée (nos graphes ne dépassent pas une vingtaine de sommets). Elle se compose de deux tâches simples pour réussir à manipuler un grand nombre de matrices.

Chaque jonction possède un nombre de liens internes pour se connecter à d'autres jonctions. Chaque fois qu'une matrice est développée, elle doit être comparée avec celles déjà mémorisées pour décider si elle est redondante ou pas. La comparaison se fait entre les jonctions correspondantes et concerne les liens internes.

Au niveau de la matrice, pour chaque jonction, la totalité des liens internes est la somme par ligne (si c'est une jonction 0) ou colonne (si c'est une jonction 1). Les sommes sont calculées et retenues dans un ensemble. Pour les matrices suivantes, les ensembles sont :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2, 1) \text{ pour les jonctions 0; } (2, 1) \text{ pour les jonctions 1}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1, 2) \text{ pour les jonctions 0; } (2, 1) \text{ pour les jonctions 1}$$

Procédure P₁:

-première tâche

- Si les ensembles pour les jonctions 0 (respectivement 1) sont différents (l'ordre de valeurs n'est pas important) alors la deuxième structure est considérée comme nouvelle et elle est mémorisée. Si les ensembles sont identiques, nous ne pouvons pas juger et nous exécutons la deuxième tâche;

-deuxième tâche

- Nous calculons tous les mineurs pour les matrices à comparer. Si les mineurs sont les mêmes, la deuxième matrice est considérée redondante et peut être éliminée.

Exemple:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ et ses mineurs (en valeur absolue) } \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1; \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1.$$

b) Réductions possibles

Après cette procédure, toutes les structures retenues avec un certain nombre de jonctions 0 et 1 sont non redondantes. Le tableau 2.1 a été complété avec le nombre de solutions bonnes.

		Nombre de jonctions 1					
		1	2	3	4	5	6
Nombre de jonctions 0	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	2	4	6	9	12
	3	1	4	13	34	76	155
	4	1	6	34	155	657	2587
	5	1	9	76	657	8052

Tableau 2.2. Nombre de structures non redondantes

La plupart des structures peuvent être réduites en des structures plus simples de la manière suivante, indiquée sur la figure 2.6.

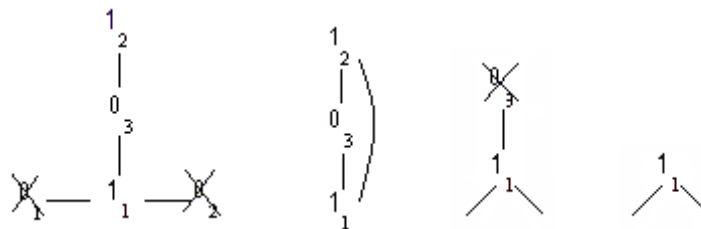


Figure 2.6. Réduction par compression

En effet, la règle A1 stipule que les éléments (R, I, C, Se, Sf, De, Df) ne peuvent pas être connectés sur les jonctions 0. A cause de cette règle, les jonctions 0 avec un seul lien interne deviennent inutiles et on peut les écarter par la suppression de leurs lignes correspondantes dans la matrice M.

Ce type de réduction est illustré dans la figure 2.6. Après une première réduction, la jonction 0 résultante possède deux liens internes. Cette jonction peut aussi être éliminée en rejoignant les deux jonctions 1.

Pour chaque structure développée, ces deux modifications sont effectuées et la nouvelle structure est retenue.

2.2.2 Détection des structures non graphiques

Les structures trouvées ne sont pas considérées a priori comme des modèles de systèmes physiques. Toutes les structures doivent être graphiques pour représenter des systèmes réels.

Pour étudier cette propriété nous utilisons la définition suivante :

Définition : Un modèle bond graph est graphique s'il existe un graphe associé.

Il est toujours possible de trouver un bond graph associé avec un graphe linéaire mais déterminer un graphe à partir d'un bond graph n'est pas toujours réalisable.

La question a été résolue par Tutte [Tutte, 1960] et la théorie des matroids. Le lien entre les matroids et les bond graphs, représentation d'une certaine classe de matroids, les matroids binaires, est exposé dans [Birkett et Roe, 1989], [Birkett et Roe, 1990].

Théorème [Tutte, 1960]: Un bond graph est graphique si et seulement si son cycle (ou co-cycle) matroid est graphique.

Procédure P2 Etapes nécessaires pour déterminer les bond graphs graphiques :

- Obtenir le matroid à partir de chaque structure
- Appliquer l'algorithme de Tutte, décrit en [Tutte, 1960] pour décider si ce matroid est graphique

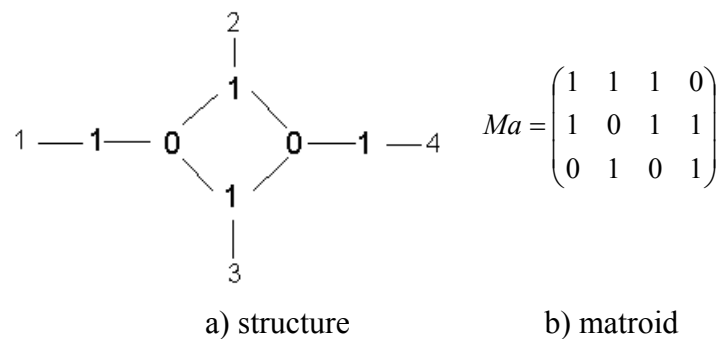


Figure 2.7. Exemple de BG et son matroid associé

Les rappels concernant les matroids et l'algorithme de Tutte se trouvent en annexe A3.

2.2.3 Causalité et placement des éléments

Dans le processus de transformation des structures en bond graphs, l'étape suivante est l'affectation de la causalité.

La causalité est représentée par l'introduction des signes (+), (-) dans la matrice M de représentation. Une causalité faible sur une jonction 1 est codée par un (-1) et causalité forte est codée par un (+1). La règle de causalité va imposer un seul (-1) pour chaque colonne. Pour les jonctions 0, la logique est inversée: une causalité forte est codée par (-1) et va imposer les autres faibles, i.e. codées avec (+1).

Chaque jonction 1 possède plusieurs liens internes (connections avec des jonctions 0) et plusieurs liens externes pour supporter des éléments. Les liens externes sont traités comme des jonctions 0 ajoutées dans la matrice comme des lignes avec la même logique pour la causalité. Pour chaque structure de jonctions, le logiciel ajoute le trait causal dans toutes les configurations possibles, en veillant à éviter les conflits de causalité. Pour une seule structure, nous aurons plusieurs solutions de causalité. Un exemple de cette convention est présenté en figure 2.8 :

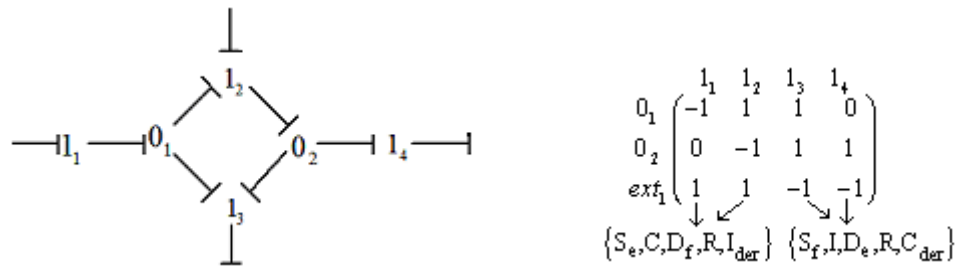


Figure 2.8. Exemple de représentation pour la causalité

Une autre règle s'impose ici :

A₄: Les boucles causales ne sont pas permises

La figure 2.9(a) présente une solution qui va être abandonnée parce qu'elle contient une boucle causale.

Pour toutes les configurations obtenues après l'introduction de la causalité, il nous faut maintenant ajouter des éléments. L'algorithme va proposer toutes les configurations des éléments sur une structure qui contient : une source, un détecteur, des éléments dynamiques I et C et des éléments R en nombre suffisant pour obtenir l'ordre du modèle recherché.

Tous les types de causalité (intégrale et dérivée) sont permis pour les éléments dynamiques. Une autre règle diminuera le nombre des solutions possibles :

A₅: Le détecteur ne doit pas imposer sa causalité sur la jonction 1 où il est connecté.

Dans la figure 2.9(b) toutes les jonctions 1 ont la causalité imposée par les éléments externes donc il s'avère impossible d'ajouter un détecteur.

2.2.5 Génération automatique de filtres de premier ordre

Pour valider cette démarche, une première implémentation directe de cet algorithme a été utilisée pour la génération automatique des intégrateurs et filtres de premier ordre [Pirvu, Dauphin-Tanguy et Kubiak, 2005].

Le filtre désiré est caractérisé par la fonction de transfert $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+\tau s}$. Après l'élimination de structures redondantes, 12 représentations possibles ont été obtenues.

Deux d'entre elles sont présentées en figure 2.11 avec $\frac{Df_1(s)}{Sf_1(s)} = \frac{1}{1+R_1C_1s}$ pour (a) et $\frac{De_1(s)}{Sf_1(s)} = \frac{R_1}{1+R_1C_1s}$ pour (b).

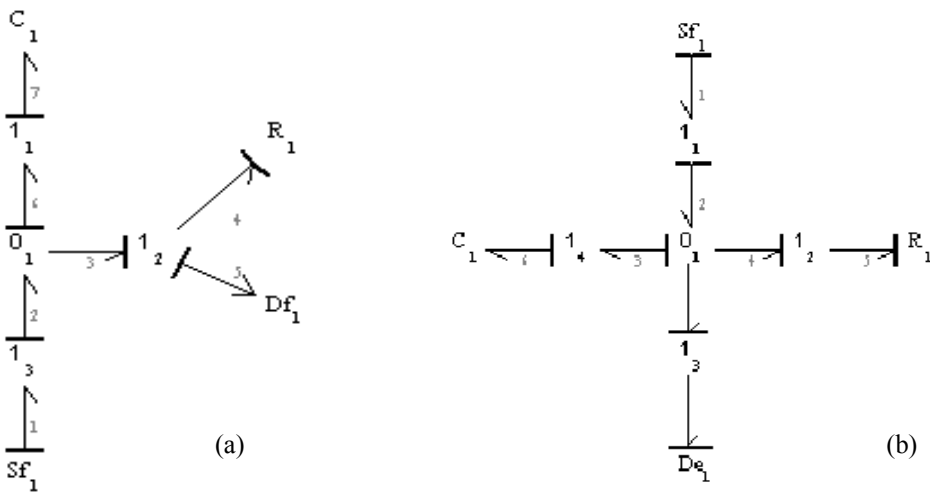


Figure 2.11. Deux exemples de BG de filtres de premier ordre

Ces modèles bond graph peuvent être associés avec des systèmes réels dans des domaines physiques différents. Deux implémentations physiques possibles ont été signalées : électrique dans Figure 2.12 (a₁) et (a₂) et mécanique dans Figure 2.12 (b₁) et (b₂).

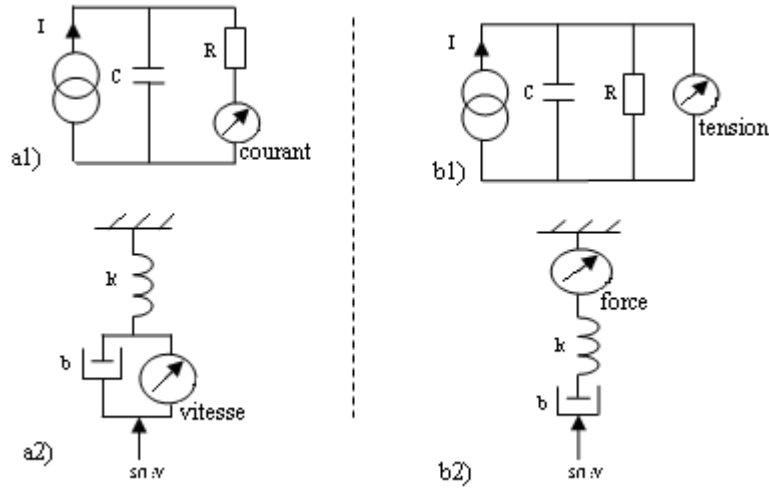


Figure 2.12. Deux implémentations physiques correspondant aux bond graphs de la figure 2.11

Conclusions

La méthode décrite pour la génération des structures est une méthode de recherche aveugle. Toute les configurations des jonctions, éléments et causalité sont générées et testées engendrant une taille très importante pour l'ensemble de solutions.

L'algorithme tel qu'il est ne peut pas être implémenté car les calculs sont très longs et on se retrouve vite dans l'impossibilité de retenir ou gérer un grand nombre de solutions.

Ces considérations montrent que cette recherche aveugle n'est pas applicable en l'état.

Le problème sera nuancé dans les chapitres suivants en utilisant plus des contraintes à chaque étape de l'évolution de la structure et en identifiant une structure de départ plus complexe et plus proche de notre cahier de charges.

Chapitre 3 : Génération automatique de modèles à partir de données expérimentales

L'objectif de ce troisième chapitre est de fournir des modèles viables qui répondent à des spécifications imposées, en utilisant la méthodologie bond graph. Au niveau des spécifications, le dénominateur commun de tous nos cahiers des charges est le comportement dynamique du système traduit par la fonction de transfert.

Dans le chapitre 2, nous avons décrit une procédure générale qui génère des modèles bond graph, indépendants des domaines physiques et technologiques. Malgré la généralité de l'algorithme décrit précédemment, des informations spécifiques sont nécessaires pour mieux comprendre l'applicabilité de cette approche.

Nous adapterons l'algorithme au domaine de la mécanique des polymères pour obtenir tous les modèles qui correspondent à un matériau identifié. Le but est la génération automatique des modèles bond graphs des matériaux possédant la propriété de viscoélasticité.

Une première section introduira toutes les notions sur la viscoélasticité nécessaires pour comprendre les propriétés mécaniques des polymères.

Dans la deuxième section, nous nous appuyerons sur une méthode d'identification des matériaux viscoélastiques [Ironi et Tentoni, 1998] pour assurer un modèle mathématique d'un polymère testé. Cette méthode est particulièrement intéressante parce qu'elle tient compte aussi bien des caractéristiques qualitatives que des données quantitatives.

Cette étape assurera une fonction de transfert pour le matériau, que nous utiliserons par la suite pour générer tous les bond graphs qui lui correspondent.

L'étape finale va produire des valeurs numériques déduites des modèles bond graphs pour chaque composant des modèles mécaniques

3.1 Notions de viscoélasticité

Les matériaux viscoélastiques sont caractérisés par leurs propriétés rhéologiques [Couarraze et Grossiord, 2000] la rhéologie étant la science de l'écoulement (rheos = qui coule, logie = science de).

Ils possèdent des propriétés à la fois élastiques (temps court, inférieur à λ) et visqueuses (temps long, supérieur à λ). Lorsque l'on jette une boule de "silly putty" (pâte à modeler) sur un mur, elle rebondit (temps court), alors que si on la pose sur la table, elle finit, au bout d'un certain temps, par s'écouler (temps long). On définit ainsi le temps caractéristique du matériau, λ .

Ces matériaux peuvent être regroupés en 3 grandes classes :

- Les polymères, solutions de polymères, mélanges de polymères, caoutchouc
- Les suspensions de particules, de gouttelettes (fluides immiscibles)
- Les autres fluides complexes (émulsions, gels, mousses, pâtes, systèmes micellaires, etc.)

3.1.1 Les différents types de comportements mécaniques

a) Fluage et relaxation

La déformation d'un solide sous l'action d'une force est dite *élastique* si elle est complètement réversible, c'est-à-dire si le solide retrouve la forme initiale lorsque l'action de la force extérieure disparaît. Dans le cas contraire on dit qu'il y a eu une déformation *plastique* (ou *visqueuse*). Analytiquement, la *déformation* est définie comme la variation relative de la dimension, elle dépend de la force appliquée par unité de surface ou *contrainte*.

La déformation élastique se caractérise par la linéarité entre la force nécessaire à l'élongation et le taux d'élongation, la déformation étant réversible. La déformation visqueuse se caractérise par une déformation résiduelle permanente après le relâchement des contraintes ayant provoqué ces déformations ; il s'agit donc d'une déformation irréversible. Dans le cas des polymères, ces deux types de déformation se superposent, c'est pourquoi nous parlons de matériaux viscoélastiques.

Les comportements mécaniques des matériaux peuvent être classés dans deux catégories principales, le comportement fragile et le comportement ductile. Un matériau est considéré fragile lorsqu'il se casse dans son domaine élastique, c'est-à-dire sans subir de déformation plastique avant la rupture. Un matériau est considéré ductile lorsqu'il peut subir de grandes déformations plastiques avant la rupture.

Les essais de traction permettent de déterminer qualitativement si un matériau est fragile ou ductile, rigide ou souple. Ils permettent aussi de quantifier certaines propriétés mécaniques telles que le module d'élasticité, la résistance maximale ou la contrainte et l'allongement à la rupture en traction [Crawford 1985].

Les procédures de tests les plus connus pour les polymères sont le **fluage** et la **relaxation** (figure 3.1). L'expérience de **fluage** consiste à appliquer une contrainte constante σ_0 au matériau et à suivre l'évolution de la déformation e en fonction du temps. L'expérience de fluage peut être suivie d'une expérience de **relaxation** au cours de laquelle on suit l'évolution de la déformation après suppression de la contrainte [Perez 1992].

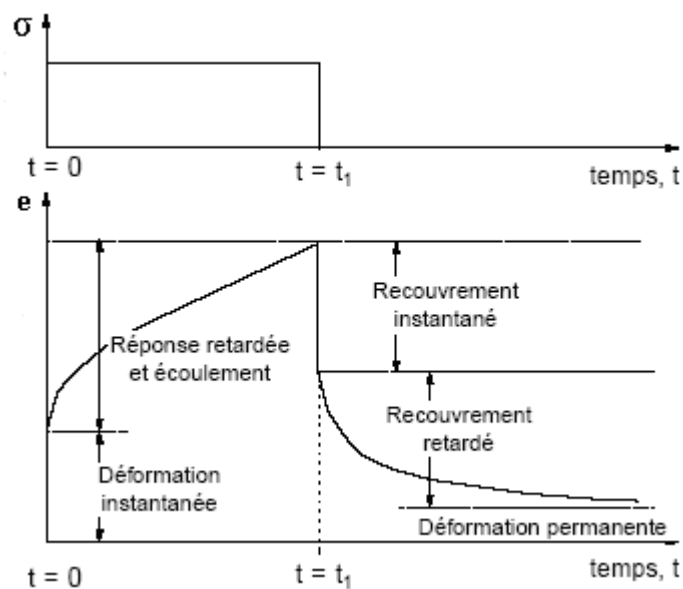


Figure 3.1. La réponse du matériau sous contrainte

On voit que la déformation totale (e) comprend trois termes :

- un terme qui correspond à la déformation élastique instantanée (e_H)
- un terme qui correspond à la déformation visqueuse encore élastique mais retardée (e_K)
- un terme qui correspond à la déformation anélastique irréversible (e_N)

$$e = e_H + e_K + e_N \quad (3.1)$$

Nous avons donc mis en œuvre trois types de comportement.

b) Viscoélasticité

La complexité du comportement viscoélastique de matériaux composites à base de polymères conduit à définir plusieurs types de viscoélasticité [Roylance, 2001]:

- Viscoélasticité linéaire :

Le comportement d'un matériau est dit « viscoélasticité linéaire » lorsqu'il satisfait la condition d'homogénéité et le principe de Boltzmann.

Dans ce cas la déformation est proportionnelle à la contrainte appliquée. Si la relation contrainte-relaxation est linéaire, la relaxation après une contrainte $a\sigma$ (a =constante) est en fait la constante a multipliée par la relaxation résultante après la contrainte σ seule :

$$e(a\sigma) = ae(\sigma) \quad (3.2)$$

La plupart des matériaux manifeste une dépendance linéaire entre les paramètres pour une déformation infinitésimale mais aussi pour une déformation finie, tant que la contrainte ne dépasse pas une certaine valeur. Cette valeur est caractéristique de chaque matériau.

- Viscoélasticité non linéaire

Lorsque la contrainte appliquée à un matériau devient importante, le comportement viscoélastique du polymère change et devient non linéaire. Le principe de superposition de Boltzmann n'est plus applicable puisque la proportionnalité entre incrément de contrainte appliquée et déformation résultante n'est plus respectée.

3.1.2 Les briques de base pour les modèles de matériau

Les modèles mécaniques simples permettent de représenter le comportement viscoélastique en couplant un élément présentant une réponse visqueuse idéale à l'application d'une contrainte (i.e. le piston, qui obéit strictement à la loi de Newton) et un élément présentant une réponse élastique idéale à l'application d'une contrainte (i.e. le ressort, qui obéit strictement à la loi de Hooke).

Les matériaux viscoélastiques possèdent des propriétés à la fois élastiques (temps court) et visqueuses (temps long). L'effet élastique est lié au stockage d'énergie, alors que l'effet visqueux est lié à la dissipation d'énergie.

Le comportement élastique d'un matériau viscoélastique est modélisé par le ressort alors que le comportement visqueux est modélisé par l'amortisseur comme l'indique la figure 3.2, où σ et e

sont la contrainte appliquée et le déplacement relatif mesuré ($s = F/s_0$, $e = DL/L_0$, $s_0 =$ surface d'échantillon, $L_0 =$ longueur initiale d'échantillon).

Le comportement du piston est donc caractérisé par une viscosité η et celui du ressort par le module d'élasticité qui est analogue au module d'Young, E .

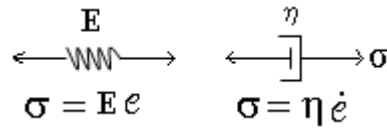


Figure 3.2. L'amortisseur Newtonien et le ressort Hookéen

$$[E] = N/m^2 ; [\eta] = Ns/m^2$$

Modèle de Maxwell- En combinant en série un ressort (solide hookéen) et un amortisseur (fluide newtonien) on obtient le modèle d'un matériau viscoélastique dit *fluide de Maxwell*.



Figure 3.3. Modèle mécanique de Maxwell

Si e_1 et e_2 sont respectivement les déformations du ressort et de l'amortisseur et e la déformation totale, on a les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma = Ee_1 = \eta\dot{e}_2 \\ e = e_1 + e_2 \end{cases} \quad (3.3)$$

Si on cherche une seule équation reliant la déformation et la contrainte, on peut dériver l'équation de la déformation :

$$\dot{e} = \dot{e}_1 + \dot{e}_2 = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (3.4)$$

On obtient l'équation différentielle qui régit le système :

$$\dot{e} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (3.5)$$

Pour étudier le comportement de ce modèle on a recours à deux tests :

- Fluage :

On soumet le système à une contrainte $s(t) = s_0 G(t)$ pour $0 \leq t \leq t_1$ et on suit en fonction du temps la déformation qui en résulte ($\dot{\epsilon} = \dot{d}(t)$, impulsion de Dirac). La solution de l'équation obtenue par intégration de (3.5) en supposant $\dot{\epsilon}(0) = 0$, constitue l'intégrale de fluage, $e(t)$:

$$e(t) = \frac{\sigma_0}{\eta} t + \frac{\sigma_0}{E} \quad (3.6)$$

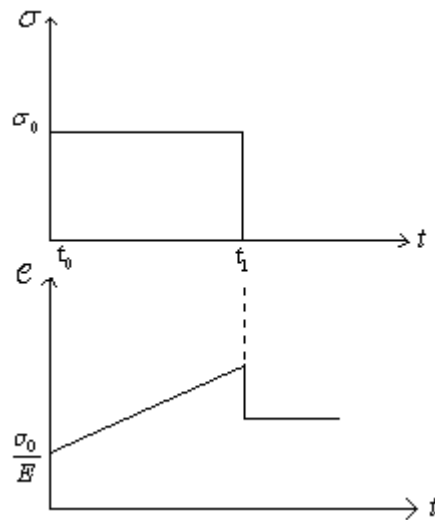


Figure 3.4. Fluage

La déformation $e(t)$ comprend une composante élastique instantanée $\frac{\sigma_0}{E}$ due au ressort et une composante visqueuse $\frac{\sigma_0}{\eta} t$ due à l'amortisseur. Lorsqu'on supprime la contrainte à $t = t_1$, la composante élastique instantanée disparaît tandis que la composante visqueuse est conservée.

- Relaxation :

Si après avoir appliqué au modèle une contrainte σ_0 on maintient constant le niveau de déformation atteint ($\dot{\epsilon} = 0$), la contrainte décroît exponentiellement.

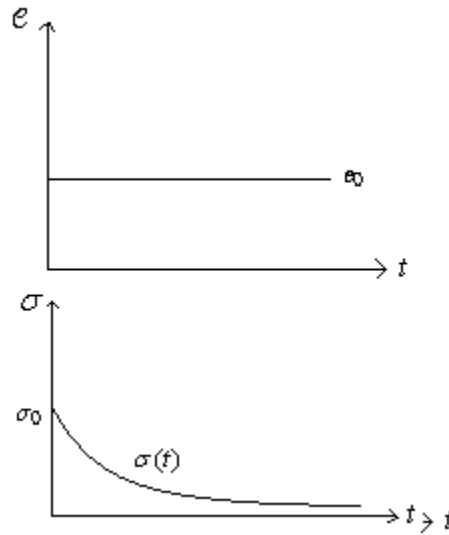


Figure 3.5. Relaxation

L'équation (3.5) devient :

$$\dot{\sigma} = -\frac{E}{\eta}\sigma \quad (3.7)$$

Par intégration (depuis une valeur σ_0 au temps zéro), on obtient :

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E}{\eta} \int_0^t dt \quad (3.8)$$

$$\ln \sigma - \ln \sigma_0 = -\frac{tE}{\eta} \quad (3.9)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.10)$$

Le paramètre $\tau = \frac{\eta}{E}$ a la dimension du temps (sec) ; il s'agit du **temps de relaxation**, caractéristique du modèle de Maxwell qui caractérise la vitesse d'évolution de la contrainte qui tend vers zéro avec $\sigma_0 = Ee_0$ où e_0 est la déformation élastique instantanée (la composante visqueuse est nulle).

Au fur et à mesure que le temps passe et que σ décroît, il y a transfert irréversible de la composante élastique à la composante visqueuse, qui seule subsiste en fin de test.

Le modèle de Maxwell représente donc bien un comportement viscoélastique, avec le phénomène typique de relaxation, obtenu par combinaison de la réponse du piston newtonien et du ressort hookéen, lorsque ces deux éléments sont assemblés en série.

Modèle de Kelvin-Voigt- En combinant en parallèle un ressort et un amortisseur on obtient le *solide de Kelvin-Voigt*. La somme des contraintes σ_1 dans le ressort et σ_2 dans l'amortisseur est égale à la contrainte totale appliquée pour produire la déformation e .

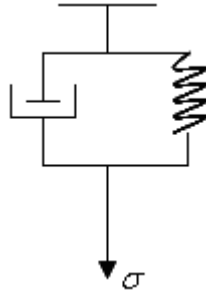


Figure 3.6. Modèle mécanique de Kelvin-Voigt

Par symétrie avec le modèle de Maxwell, nous avons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \sigma_1 = Ee \\ \sigma_2 = \eta \dot{e} \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \end{cases} \quad (3.11)$$

L'élimination de σ_1 et σ_2 entre les relations décrites antérieurement conduit à l'équation générale de ce modèle :

$$\sigma = Ee + \eta \dot{e} \quad (3.12)$$

L'étude du comportement de ce modèle sera effectuée au moyen des deux tests standards.

1. Fluage

Au temps $t=0$, on applique une contrainte sur l'assemblage et on la maintient constante. La déformation de l'assemblage évolue avec le temps, soit $e(t)$.

$$\sigma_0 = Ee + \eta \dot{e} \Rightarrow \frac{\sigma_0}{E} - e = \frac{\eta}{E} \dot{e} \quad (3.13)$$

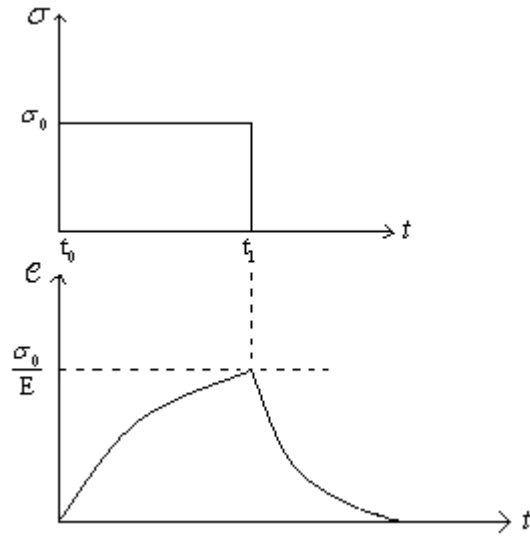


Figure 3.7. Fluage

Pour obtenir la loi de variation de la déformation au cours du temps, il faut résoudre l'intégrale suivante :

$$\int_0^e \frac{de}{\frac{\sigma_0}{E} - e} = \frac{E}{\eta} \int_0^t dt \quad (3.14)$$

Soit :

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{\sigma_0}{E} - e\right) - \ln\frac{\sigma_0}{E} &= -\frac{E}{\eta}t \\ \ln\left(1 - \frac{E}{\sigma_0}e\right) &= -\frac{E}{\eta}t \\ 1 - \frac{E}{\sigma_0}e &= \exp\left(-\frac{E}{\eta}t\right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$e(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - \exp(-t/\tau)) \quad (3.16)$$

Où $\tau = \frac{\eta}{E}$ est appelé **temps de relaxation** caractéristique du modèle de Kelvin-Voigt.

Pour $t = 0$ la déformation est nulle et au cours du temps elle tend de façon monotone vers la limite finie $e_0 = \frac{\sigma_0}{E}$. Dans le modèle de Kelvin mis brusquement sous charge constante c'est l'amortisseur qui prend toute la charge et la transfère progressivement au ressort ($\dot{e} \rightarrow 0, \sigma_2 \rightarrow 0$ et $\sigma_1 \rightarrow \sigma$).

2. Relaxation

En maintenant e constante, il y a relaxation instantanée $e = e_r$ de la contrainte qui se maintient constante et égale à $\sigma_r = Ee_r$. On voit une certaine réciprocity entre le modèle de Maxwell (transfert de déformation) et le modèle de Kelvin (transfert de contrainte).

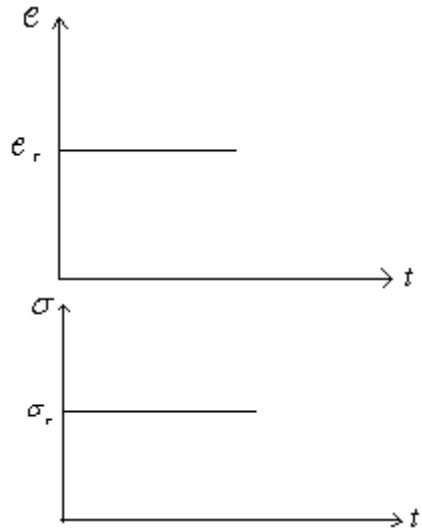


Figure 3.8. Relaxation

Modèle de Burger

Ce modèle consiste à associer un modèle de Maxwell et un modèle de Kelvin-Voigt.

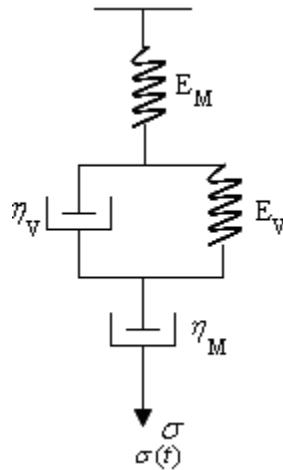


Figure 3.9. Modèle mécanique de Burger

Ce modèle a évidemment un comportement plus complexe lorsqu'une charge lui est appliquée

et la déformation résultante combinera une réponse élastique instantanée, suivie d'une réponse retardée, avec un phénomène de fluage. En outre, lorsque l'on annulera la charge, on observera un recouvrement instantané, suivi d'une relaxation incomplète, laissant une déformation résiduelle.

$$\begin{cases} \sigma = E_M e_1 \\ \sigma = E_V e_2 + \eta_V \dot{e}_2 \\ \sigma = \eta_M \dot{e}_3 \\ e = e_1 + e_2 + e_3 \end{cases} \quad (3.17)$$

En combinant les équations décrivant le comportement des éléments constitutifs, on établit l'équation différentielle du modèle soit :

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{e} - \dot{e}_1 - \dot{e}_3 = \dot{e} - \frac{\dot{\sigma}}{E_M} - \frac{\sigma}{\eta_M} \\ \ddot{e}_2 &= \ddot{e} - \ddot{e}_1 - \ddot{e}_3 = \ddot{e} - \frac{\ddot{\sigma}}{E_M} - \frac{\dot{\sigma}}{\eta_M} \\ \dot{\sigma} &= E_V \dot{e}_2 + \eta_V \ddot{e}_2 \\ \dot{\sigma} &= \eta_V \left(\ddot{e} - \frac{\ddot{\sigma}}{E_M} - \frac{\dot{\sigma}}{\eta_M} \right) + E_V \left(\dot{e} - \frac{\dot{\sigma}}{E_M} - \frac{\sigma}{\eta_M} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\ddot{\sigma} + \left(\frac{E_M}{\eta_V} + \frac{E_V}{\eta_V} + \frac{E_M}{\eta_M} \right) \dot{\sigma} + \frac{E_M E_V}{\eta_V \eta_M} \sigma = E_M \ddot{e} + \frac{E_M E_V}{\eta_V} \dot{e} \quad (3.19)$$

L'étude paramétrée des équations ci-dessus montre bien que le comportement du modèle de Burger correspond, au moins qualitativement, à la réponse typique d'un matériau polymère soumis à un chargement au temps $t_0 = 0$, maintenu constant jusqu'à un temps t_1 , puis déchargé. Au bout d'un temps suffisant, le matériau aura recouvré la déformation correspondant à la réponse élastique (instantanée et retardée) mais gardera une déformation permanente correspondant à sa réponse d'écoulement.

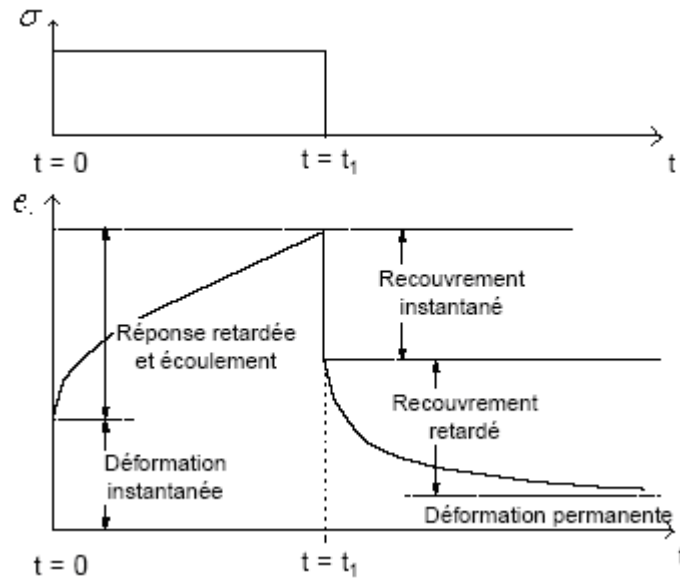


Figure 3.10. La réponse du matériau sous contrainte

On déduit de l'étude du modèle de Burger qu'une combinaison appropriée de modèles viscoélastiques simples (Maxwell, Voigt-Kelvin) permet d'obtenir une réponse qui se rapproche davantage du comportement observé avec les matériaux polymères.

Module de relaxation et compliance de fluage

On généralise la notion des modules élastiques en introduisant des modules fonction de temps. On définit le module de relaxation :

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{e_0} \text{ où } \sigma(t) \text{ représente la réponse du système à une déformation constante } e = e_0$$

appliquée au temps $t = t_0$ et maintenue indéfiniment (test de relaxation).

De même, la compliance η est généralisée en introduisant la compliance de fluage :

$$C(t) = \frac{e(t)}{\sigma_0} \text{ où } e(t) \text{ est la déformation due à l'application au temps } t = t_0 \text{ de la contrainte } \sigma_0$$

maintenue constante (test de fluage).

Les allures typiques du module de relaxation $E(t)$ et de la compliance de fluage $C(t)$, représentées avec une échelle de temps logarithmique, sont sinusoïdales.

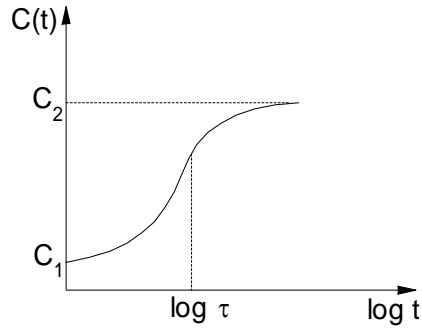


Figure 3.11. Compliance de fluage

Pour $t = 0$, $C(0) = C_1$ et $E(0) = E_1$, valeurs instantanées ou non relaxées.

Pour $t \rightarrow \infty$, $C(\infty) \rightarrow C_2$ et $E(\infty) \rightarrow E_2$, valeurs dites relaxées. On a $C_1 = \frac{1}{E_1}$ et $C_2 = \frac{1}{E_2}$ mais pour toutes

les valeurs de t intermédiaires :

$$C(t) \neq \frac{1}{E(t)}$$

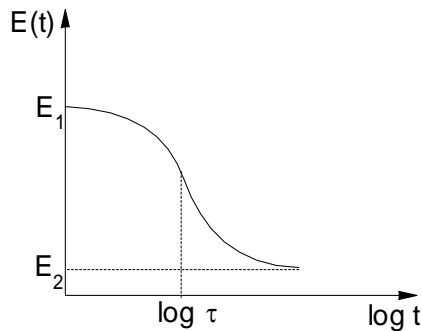


Figure 3.12. Module de relaxation

Dans le cas d'un solide, C_2 et E_2 ont des valeurs finies, tandis que pour un liquide $C_2 \rightarrow \infty$ et $E_2 \rightarrow \infty$.

3.1.4 Les modèles généralisés

Les modèles simples précédents ne suffisent cependant pas pour reproduire quantitativement le comportement viscoélastique d'un matériau réel. Un polymère réel ne se relâche pas avec un seul temps de relaxation comme prédit par les modèles déjà décrits. Les segments moléculaires sont de dimensions variables, les segments plus courts se relâchent plus vite que les segments

plus longs, indiquant une distribution de temps de relaxation. C'est un effet que l'ingénieur décide de modéliser ou pas en fonction de ses besoins.

Pour suivre plus fidèlement ce comportement, nous avons recours à des modèles plus complexes formés en combinant plusieurs modèles de Maxwell ou de Kelvin différents.

Modèle de Maxwell généralisé

En associant en parallèle m éléments de Maxwell de paramètres $(E_i; \eta_j)$, on obtient le modèle de Maxwell généralisé.

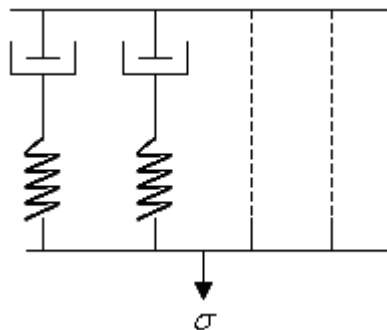


Figure 3.13. Modèle mécanique de Maxwell généralisé

La contrainte totale σ transmise par le modèle est la somme de toutes les contraintes de chaque élément Maxwell.

$$\sigma = \sum_i \sigma_i = \sum_i \sigma_0 \exp(-t/\tau_i) \quad (3.20)$$

τ_i sont les temps de relaxation des éléments constitutifs, définis par $\tau_i = \frac{\eta_i}{E_i}$.

Modèle de Kelvin généralisé

En associant cette fois-ci en série n modèles de Kelvin de paramètres $(E_i; \eta_j)$ et un modèle de Maxwell (pour conserver toute la généralité au modèle qui pourrait s'appliquer à un fluide), on obtient la chaîne de Kelvin.

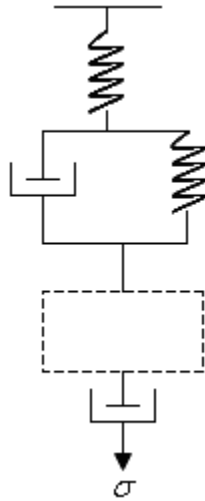


Figure 3.14. Modèle mécanique de Kelvin généralisé

Dans la section courante nous avons présenté les notions rhéologiques les plus importantes [Kaye et al., 1998] pour la compréhension des propriétés mécaniques des matériaux viscoélastiques. Les modèles les plus connus dans la littérature ont été décrits [Roylance, 2001].

3.2 Identification de modèles des polymères

3.2.1 Les classes de modèles

Dans le cas général, un modèle mathématique associé à un matériau viscoélastique peut être décrit comme :

$$\beta(D) \cdot \sigma = \alpha(D) \cdot e \quad (3.21)$$

$$D = \frac{d}{dt}; \quad \sigma = \text{contrainte}; \quad e = \text{déformation}$$

L'identification automatique des matériaux viscoélastiques a été approfondie par Antonio C. Capelo, Liliana Ironi, Stefania Tentoni dans [Capelo et al., 1993], [Capelo et al., 1998], [Ironi and Tentoni 2002].

Dans leur étude, ils ont démontré que tous les modèles admissibles pour les matériaux viscoélastiques font partie d'une des quatre classes suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Classe 1 : } & \sum_{i=0}^m \beta_i D_i \sigma = \sum_{i=0}^m \alpha_i D_i e \\ \text{Classe 2 : } & \sum_{i=0}^m \beta_i D_i \sigma = \sum_{i=1}^{m+1} \alpha_i D_i e \\ \text{Classe 3 : } & \sum_{i=0}^m \beta_i D_i \sigma = \sum_{i=0}^{m+1} \alpha_i D_i e \\ \text{Classe 4 : } & \sum_{i=0}^{m+1} \beta_i D_i \sigma = \sum_{i=1}^{m+1} \alpha_i D_i e \end{aligned} \quad (3.22)$$

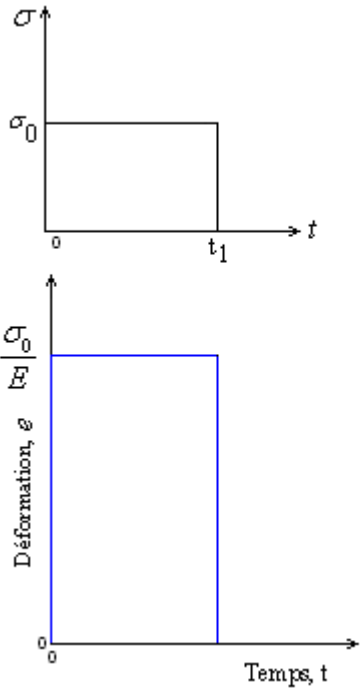
$$\alpha_i, \beta_i \in \mathfrak{R}; \quad D = \frac{d}{dt}, \quad D_i = \frac{d^i}{dt^i}$$

Remarque : Pour $m=0$ on retrouve les éléments de base pour composer tous les modèles.

La contrainte est supposée de la forme $s(t) = s_0 G(t)$ pour $0 \leq t \leq t_1$.

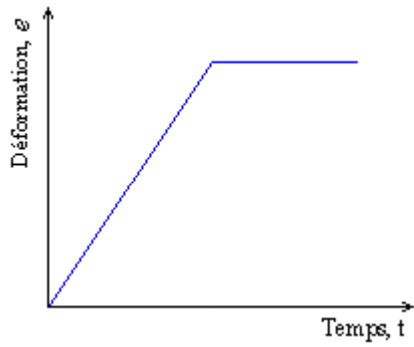
Classe 1 : $m = 0 \Rightarrow \sigma = Ee$

Comportement purement élastique (ressort)



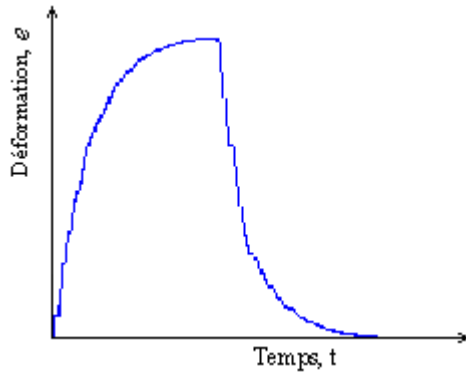
Classe 2 : $m = 0 \Rightarrow \sigma = E\dot{\epsilon}$

Comportement purement visqueux (amortisseur)



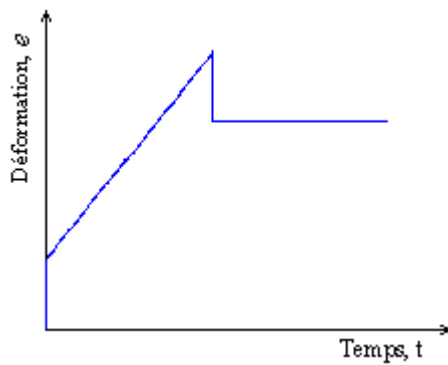
Classe 3 : $m = 0 \Rightarrow \sigma = E\epsilon + \eta\dot{\epsilon}$

Comportement viscoélastique (Modèle de Kelvin-Voigt)



Classe 4 : $m = 0 \Rightarrow \sigma + \frac{\eta}{E} \dot{\sigma} = \eta \dot{\epsilon}$

Comportement viscoélastique (Modèle de Maxwell)



3.2.2 Propriétés qualitatives des réponses

Les auteurs cités ont aussi proposé une méthode pour obtenir un modèle mathématique à partir de tests de fluage et relaxation. Il prend en compte les propriétés qualitatives de la réponse. Les données expérimentales se composent de la force et du déplacement échantillonnés et le but est de déterminer un modèle continu. Dans le cas de matériaux viscoélastiques, une procédure standard d'identification peut ne pas donner un modèle compatible du point de vue qualitatif avec le comportement. Nous pouvons décider dans quelle classe chercher le modèle d'un polymère si nous connaissons le comportement qualitatif de la déformation. L'analyse qualitative proposée par les auteurs mentionnés va déterminer dans quelle classe chercher le modèle de matériau testé.

L'ordre optimal du modèle est calculé avec le critère d'optimisation d'Akaike.

Pour interpréter qualitativement une courbe de viscoélasticité, nous devons soumettre la courbe de déformation à trois tests : Elasticité instantanée, Viscosité, Elasticité retardée.

Chaque test est valable sur une certaine partie de la courbe. Nous devons donc diviser en intervalles la courbe de déformation, de la manière suivante :

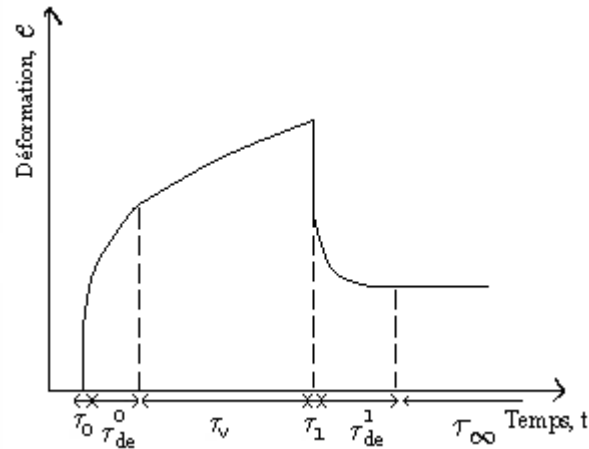


Figure 3.15. Intervalles nécessaires pour la description qualitative

Parce que les instruments d'échantillonnage ne réagissent pas assez vite à des événements instantanés, tous les points considérés importants sur l'échelle de temps sont en fait traités comme des intervalles.

$$\tau_{[0,1]} = [\tau_{[0,1]} - \zeta, \tau_{[0,1]} + \zeta], 0 < \zeta \ll 1$$

Pour appliquer les tests et obtenir une interprétation qualitative de cette courbe, nous avons besoin d'une méthode pour faire une corrélation entre les descripteurs de la courbe et les données quantitatives.

Les descripteurs choisis pour représenter la courbe expérimentale sont :

e = la réponse du polymère soumis à une contrainte (la déformation relative dans le temps)

\dot{e} = dérivée première de cette réponse

\ddot{e} = dérivée seconde

r^2 = carré de coefficient linéaire de corrélation

Du point de vue des valeurs numériques, le même raisonnement par intervalles est appliqué.

Pour exemple, si τ est un instant sur l'échelle des temps (figure 3.15) on dit que \dot{e} prend la valeur 0 en τ quand la pente de la droite de moindres carrés qui passe par les points expérimentaux en τ appartient à l'intervalle $[0 - \zeta; 0]$ avec $\zeta \rightarrow 0$.

L'élasticité instantanée est la propriété du matériau permettant de répondre promptement à une contrainte par une déformation rapide. Cette réponse rapide est reconnue dans les données expérimentales par la verticalité de la courbe dans les points τ_0 et τ_1 . Cette pente abrupte se traduit mathématiquement par une valeur maximum de la première dérivée $\dot{\varepsilon}(\pm\infty)$ ou une valeur très proche du maximum $(\pm l)$.

La viscosité se caractérise sur la courbe par une linéarité croissante dans l'intervalle τ_v et une déformation résiduelle dans τ_∞ .

Pour une définition plus complète des intervalles et des tests, voir [Capelo et al., 1998].

Attribut qualitatif de la courbe	Caractérisation
verticale	$\dot{\varepsilon}(\tau) = \pm\infty$
abrupte	$\dot{\varepsilon}(\tau) \leq -l$ ou $\dot{\varepsilon}(\tau) \geq +l$
linéaire	$r^2(\tau) = 1$
linéaire croissante	$r^2(\tau) = 1$ et $\dot{\varepsilon}(\tau) > 0$
faible linéaire	$r^2(\tau) = 1^-$
faible linéaire&croissante	$r^2(\tau) = 1^-$ et $\dot{\varepsilon}(\tau) > 0$
concave	$\ddot{\varepsilon}(\tau) < 0$
vaguement concave	$\ddot{\varepsilon}(\tau) \leq 0$
convexe	$\ddot{\varepsilon}(\tau) > 0$
vaguement convexe	$\ddot{\varepsilon}(\tau) \geq 0$
asymptotiquement horizontale positive	$e(\tau_\infty) > 0$ et $\dot{\varepsilon}(\tau_\infty) = 0$
largement asymptotiquement horizontale positive	$e(\tau_\infty) > +s$

Tableau 3.1. Caractérisation des propriétés graphiques de la courbe

Dans le tableau 3.1, il y a certaines variables $(\pm\infty, s, \pm l)$ qui ne sont pas bien délimitées pour tous les ensembles de données expérimentales. Ceux-ci sont des seuils que nous établissons chaque

fois que nous commençons une nouvelle identification car pour chaque ensemble de données, les valeurs extrêmes changent.

3.2.3 Tests qualitatifs pour la détermination des propriétés du matériau

a) Test pour la détermination de l'Elasticité Instantanée

Si la courbe est ((verticale à τ_0) ET (abrupte à τ_1)) OU ((abrupte à τ_1) ET (verticale à τ_0))

Alors propriété d'élasticité instantanée est vraie.

Sinon propriété d'élasticité instantanée est fausse.

Fin si

b) Test pour la détermination de la Viscosité :

Si la courbe est ((linéaire ET croissante à τ_v) ET (asymptotiquement horizontale positive à τ_∞)) OU ((linéairement faible et croissante à τ_v) ET (largement asymptotiquement horizontale positive à τ_∞))

Alors propriété de viscosité est vraie.

Sinon propriété de viscosité est fausse.

Fin si

c) Test pour la détermination de l'Elasticité Retardée :

Si $\tau_{de}^0 = \emptyset$

Alors propriété d'élasticité retardée est fausse.

Sinon en partitionnant l'intervalle d'étude $\tau_{de}^0 = \cup \tau_h$

Si la courbe est (vaguement concave à tout τ_h) ET (concave au dernier τ_h)

Alors propriété d'élasticité retardée est vraie.

Sinon propriété d'élasticité retardée est fausse.

Fin si

Fin si

Chaque test donne une réponse booléenne (Vrai ou Faux). A la fin, la courbe aura une caractérisation qualitative composée par trois valeurs booléennes correspondant chacune à un type de déformation.

Par exemple, un matériau purement visqueux aura l'interprétation (F, V, F), c'est-à-dire qu'il n'a pas d'élasticité instantanée ou retardée mais il a de la viscosité.

Avec cette caractérisation, nous pouvons savoir à quelle classe de modèles appartient le matériau. Toutes les caractérisations se retrouvent dans le tableau 3.2:

(V,F,V)	Classe 1, $m>0$
(V,F,F)	Classe 1, $m=0$
(F,V,V)	Class 2, $m>0$
(F,V,F)	Class 2, $m=0$
(F,F,V)	Class 3
(V,V,V)	Class 4, $m>0$
(V,V,F)	Class 4, $m=0$

Tableau 3.2. Correspondance entre les classes et l'interprétation qualitative de la courbe

Lorsque le type de fonction de transfert cherché a été identifié, la dernière étape est constituée par l'identification des paramètres.

Pour retrouver l'ordre optimal du modèle, les auteurs ont indiqué le critère de Akaike [Akaike, 1974]

Critère : L'équation d'ordre k qui est la plus proche des données expérimentales est l'équation possédant les paramètres $n(k)$ qui minimisent la fonction :

$$AIC(n(k)) = 2n(k) + m \log S^2(n(k))$$

Où m =nombre de points expérimentaux,

S^2 =le critère de minimisation des moindres carrés

Du point de vue algorithmique, l'ordre du modèle et les paramètres sont calculés dans une boucle où les pas sont les suivants :

1. Sélection d'une équation $E(k, n(k))$
2. Identification des paramètres $n(k) = \{\alpha_i, \beta_i\}$, $i = 0, m$ de cette équation
3. Évaluation de $AIC(n(k))$

4. Si $AIC(n(k-1)) < AIC(n(k))$ alors l'ordre optimal de modèle est 'k'

3.2.4 Etape d'identification paramétrique

Les données expérimentales sont préparées pour l'identification d'un modèle discret, mais l'interprétation qualitative de la réponse est connue pour des classes de modèles continus. C'est la raison pour laquelle toutes les informations extraites des données expérimentales, notamment les contraintes imposées par une certaine classe, doivent être traduites en contraintes sur le modèle discret.

Pour l'identification du modèle discret on utilise un algorithme de type gradient [Dauphin-Tanguy, Foulloy, Popescu, 2004]. Le modèle discrétisé du polymère s'écrit :

$$Y(z) = \frac{z^{-d} B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z) \quad (3.23)$$

Où $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{nA} z^{-nA}$, $B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nB} z^{-nB}$ sont les polynômes qui doivent être identifiés, $U(z)$ correspond à la contrainte et $Y(z)$ correspond à la déformation.

Cette équation s'écrit encore sous la forme :

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{nA} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{nB} b_i u(k-d-i) = \theta^T \phi(k) \quad (3.24)$$

Où :

$\theta^T = [a_1, \dots, a_{nA}, b_0, \dots, b_{nB}]$ sont les paramètres du procédé.

L'algorithme minimise le critère des « moindres carrés » :

$$J(k) = \sum_{i=1}^k [y(i) - \theta^T \phi(i)]^2 \quad (3.25)$$

La solution de cet algorithme est :

$$\theta = \left[\sum_{i=1}^k \phi(i-1) \phi^T(i-1) \right]^{-1} \sum_{i=1}^k \phi(i-1) y(i) \quad (3.26)$$

Pour la deuxième partie de l'identification, nous devons faire la transformation du domaine discret vers le domaine continu. Pour cela, nous utilisons la technique « bloqueur d'ordre zéro » ce qui permet d'obtenir la nouvelle fonction de transfert continue.

Les classes de modèles que nous avons découvertes au pas antérieur expriment des informations qui regardent la fonction de transfert en s , mais l'identification est faite en z et c'est pour cela

que nous devons transférer ces informations sur les modèles discrets pour ensuite, calculer les bons paramètres.

Le tableau 3.3 montre l'adaptation des contraintes continues au modèle discret :

Classe	Expression en continu	Contraintes discrètes
I	$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{i=0}^m \beta_i \cdot s^i}{\sum_{i=0}^m \alpha_i \cdot s^i}$	$\begin{aligned} nA &= m \\ nB &= m \\ d &= 0 \end{aligned}$
II	$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{i=0}^m \beta_i \cdot s^i}{\sum_{i=1}^{m+1} \alpha_i \cdot s^i}$	$\begin{aligned} nA &= m+1 \\ nB &= m \\ d &= 1 \\ 1 + \sum_{i=1}^{nA} a_i &= 0 \end{aligned}$
III	$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{i=0}^m \beta_i \cdot s^i}{\sum_{i=0}^{m+1} \alpha_i \cdot s^i}$	$\begin{aligned} nA &= m+1 \\ nB &= m \\ d &= 1 \end{aligned}$
IV	$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{m+1} \beta_i \cdot s^i}{\sum_{i=1}^{m+1} \alpha_i \cdot s^i}$	$\begin{aligned} nA &= m+1 \\ nB &= m+1 \\ d &= 0 \\ 1 + \sum_{i=1}^{nA} a_i &= 0 \end{aligned}$

Tableau 3.3. Adaptation des contraintes continues au modèle discret

$1 + \sum_{i=1}^{nA} a_i = 0$, parce que 1 est une racine du polynôme $A(z^{-1})$.

La transformation suivante a été utilisée :

$$H(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ \frac{H(s)}{s} \right\} \quad (3.27)$$

Pour $H(s) = \frac{1}{s}$ $H(z) = (1 - z^{-1}) \frac{Tz}{(z-1)^2} = \frac{Tz^{-1}}{1-z^{-1}}$ (3.28)

Pour les classes 1 et 3, l'algorithme s'applique facilement, mais pour les classes 2 et 4 nous devons introduire des modifications pour nous assurer que la condition $1 + \sum_{i=1}^{nA} a_i = 0$ sera satisfaite.

Les modifications nécessaires pour les classes 2 et 4 sont :

- A partir de $1 + \sum_{i=1}^{nA} a_i = 0$ on peut déduire un des coefficients du polynôme $A(z^{-1})$ en

$$\text{fonction des autres : } a_{nA} = -1 - \sum_{i=1}^{nA-1} a_i$$

- L'équation (3.24) sera réécrite en modifiant les vecteurs des paramètres :

$$y(k) = - \left(-1 - \sum_{i=1}^{nA-1} a_i \right) y(k-nA) - \sum_{i=1}^{nA-1} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{nB} b_i u(k-d-i) \quad (3.29)$$

$$y(k) - y(k-nA) = - \sum_{i=1}^{nA-1} a_i (y(k-nA) - y(k-i)) + \sum_{i=0}^{nB} b_i u(k-d-i) = \theta^T \phi(k) \quad (3.30)$$

Les vecteurs $\phi(k)$ doivent être modifiés :

$$\phi(k) = [y(k-nA) - y(k-1) \dots y(k-nA) - y(k-nA+1), u(k-d), \dots, u(k-d-nB)]^T \quad (3.31)$$

Et on obtient :

$$y(k) = \theta^T \phi(k) + y(k-nA) \quad (3.32)$$

- Dans l'équation (3.32), nous avons obtenu une formule récursive :

$$y(k) - y(k-nA) = \theta^T \phi(k)$$

$$y(k-nA) - y(k-2nA) = \theta^T \phi(k-nA)$$

⋮

$$y(k-p \cdot nA) - y(k-(p+1)nA) = \theta^T \phi(k-p \cdot nA)$$

$$y(k) = \theta^T (\phi(k) + \phi(k-nA) + \dots + \phi(k-p \cdot nA)) + y(k-(p+1)nA)$$

Si on considère les conditions initiales nulles ($y(\tau) = 0; \forall \tau < 0$) i.e.

$k - (p+1)nA < 0 \Rightarrow y(k - (p+1)nA) = 0$ et on somme, on obtient :

$$y(k) = \theta^T (\phi(k) + \phi(k-nA) + \phi(k-2nA) + \dots) \quad (3.33)$$

- Un nouveau vecteur $\Omega(k) = \phi(k) + \phi(k-nA) + \phi(k-2nA) + \dots$ est introduit et dans l'algorithme on doit remplacer $\phi(k)$ par $\Omega(k)$.

Résultats de l'identification

A la fin de l'identification, nous sommes capables d'assurer, pour chaque polymère testé, un

modèle mathématique. Ce modèle correspond qualitativement et quantitativement avec les données expérimentales.

Nous avons l'intention d'utiliser ce modèle pour retrouver toutes les structures bond graphs qui lui correspondent.

3.3 Génération automatique de modèles des polymères à partir de données expérimentales

3.3.1 Modélisation par bond graph des propriétés mécaniques des polymères

Quelques hypothèses ont été avancées dans le contexte de l'identification des matériaux.

Nous allons considérer que les modèles sont linéaires et décrits par des équations différentielles ordinaires aux coefficients constants.

Les matériaux sont considérés continus, homogènes et isotropiques et sont décrits par des données expérimentales obtenues dans des conditions isothermes.

Comme on a vu dans la section 3.1, les modèles classiques des polymères sont obtenus par combinaison en série et en parallèle des phénomènes de raideurs et de dissipations. La figure 3.16 rappelle les modèles les plus connus.

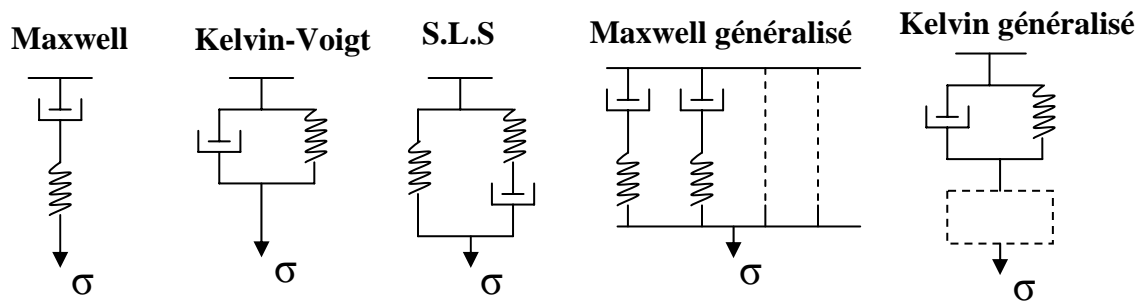


Figure 3.16. Modèles mécaniques pour les polymères de la littérature

La figure 3.17 donne les modèles bond graphs associés aux modèles mécaniques les plus simples.

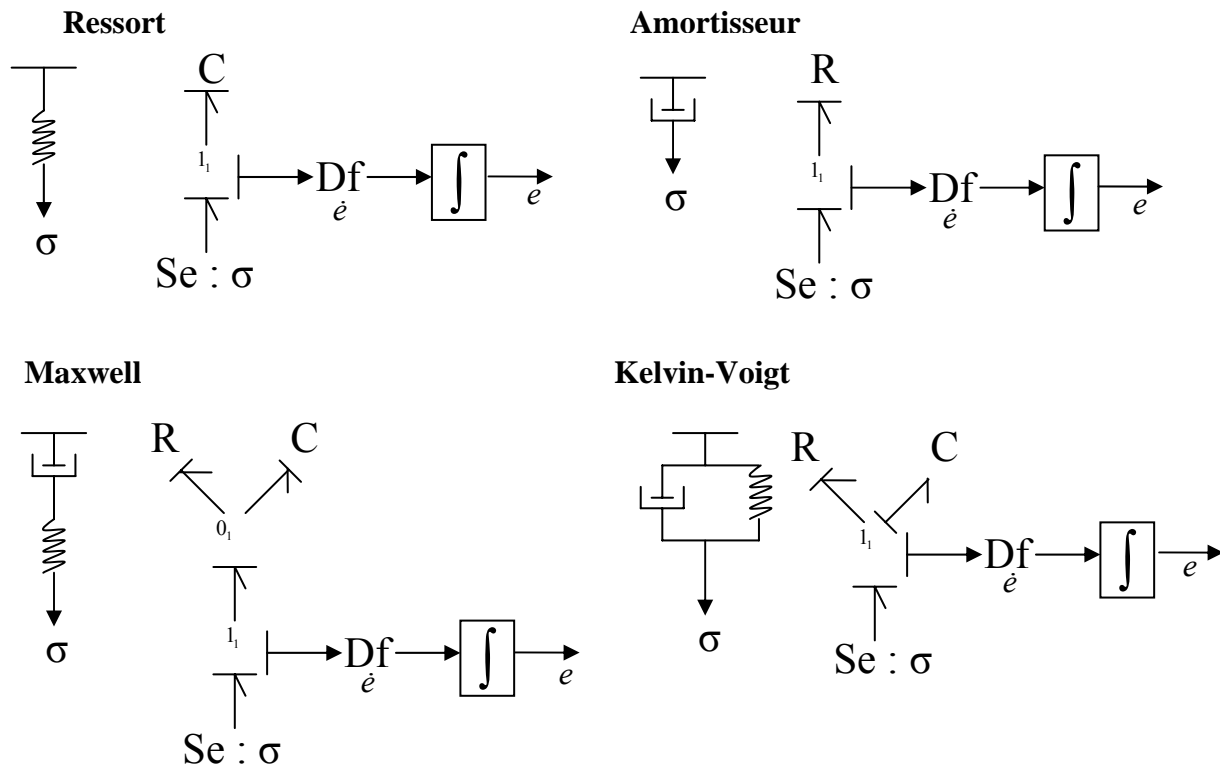


Figure 3.17. Modèles bond graphs pour les polymères de la littérature

La procédure que nous proposons pour obtenir les modèles bond graphs qui caractérisent le comportement mécanique des polymères s'effectue en trois étapes :

- A partir des données expérimentales obtenues sur la propriété de viscoélasticité de polymères, nous pouvons obtenir, par identification, un modèle mathématique.
- Avec le modèle défini, on peut générer automatiquement tous les bond graphs qui lui correspondent, et en déduire les structures mécaniques correspondants.
- Pour chaque modèle bond graph, on peut déterminer les valeurs des paramètres.

L'objectif est de démontrer que l'approche proposée et le logiciel développé trouvent non seulement les structures classiques, mais aussi des structures nouvelles qui ne sont pas habituellement utilisées pour ces matériaux.

3.3.2 Application

Soit une éprouvette de polychlorure de vinyle (PVC plastifié) de longueur $L=35\text{mm}$, de largeur $l=6\text{ mm}$ et d'épaisseur $e=3\text{mm}$, voir figure 3.18 a)



Figure 3.18 a) Eprouvette de PVC plastifié.

b) Machine d'essais mécaniques

Cette éprouvette subira initialement un essai de traction pour déterminer la charge maximale qu'on peut appliquer dans un essai de fluage.

Les relevés expérimentaux pour PVC plastifié ont été obtenus sur une machine d'essais mécaniques du laboratoire Matériaux, Ecole Centrale de Lille.

La courbe de traction est habituellement établie en mesurant la force exercée sur l'éprouvette, lorsqu'on soumet celle-ci à une traction à vitesse de déformation constante jusqu'à la rupture. Les essais de traction permettent de solliciter une éprouvette en traction uniaxiale jusqu'à la rupture pour déterminer ses caractéristiques mécaniques telles que le module d'élasticité, la résistance maximale ou la contrainte et l'allongement à la rupture en traction. Pour nous, l'essai de traction indique la force maximale que nous pouvons appliquer afin que le matériau reste dans son domaine de linéarité.

Le comportement mécanique des polymères est sensible à de nombreux paramètres tels que la vitesse de déformation et la température. La température ne sera cependant pas considérée dans

cette étude, les équations étant présentées seulement dans des conditions isothermes ambiantes pour simplifier le problème.

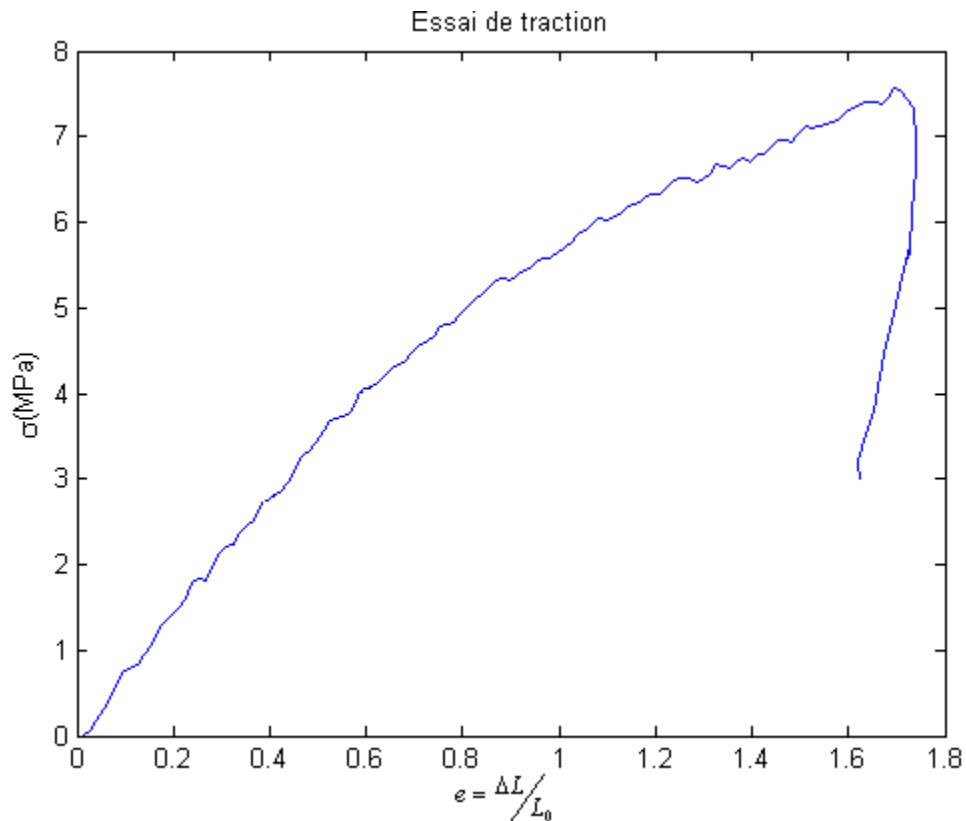


Figure 3.19. Essai de traction pour PVC plastifié

Dans la figure 3.19 la limite de la zone linéaire initiale se situe autour de $\sigma = 4 \cdot 10^6 \text{ Pa}$.

Pour les tests de fluage et relaxation nous utilisons donc une contrainte $\sigma = \frac{F}{s_0} = \frac{60 \text{ N}}{18 \text{ mm}^2} = 3.33 \text{ MPa}$, pour rester dans cette zone linéaire.

Les données expérimentales obtenues dans les essais de fluage et relaxation sont décrites en figure 3.20 précédées par la contrainte appliquée.

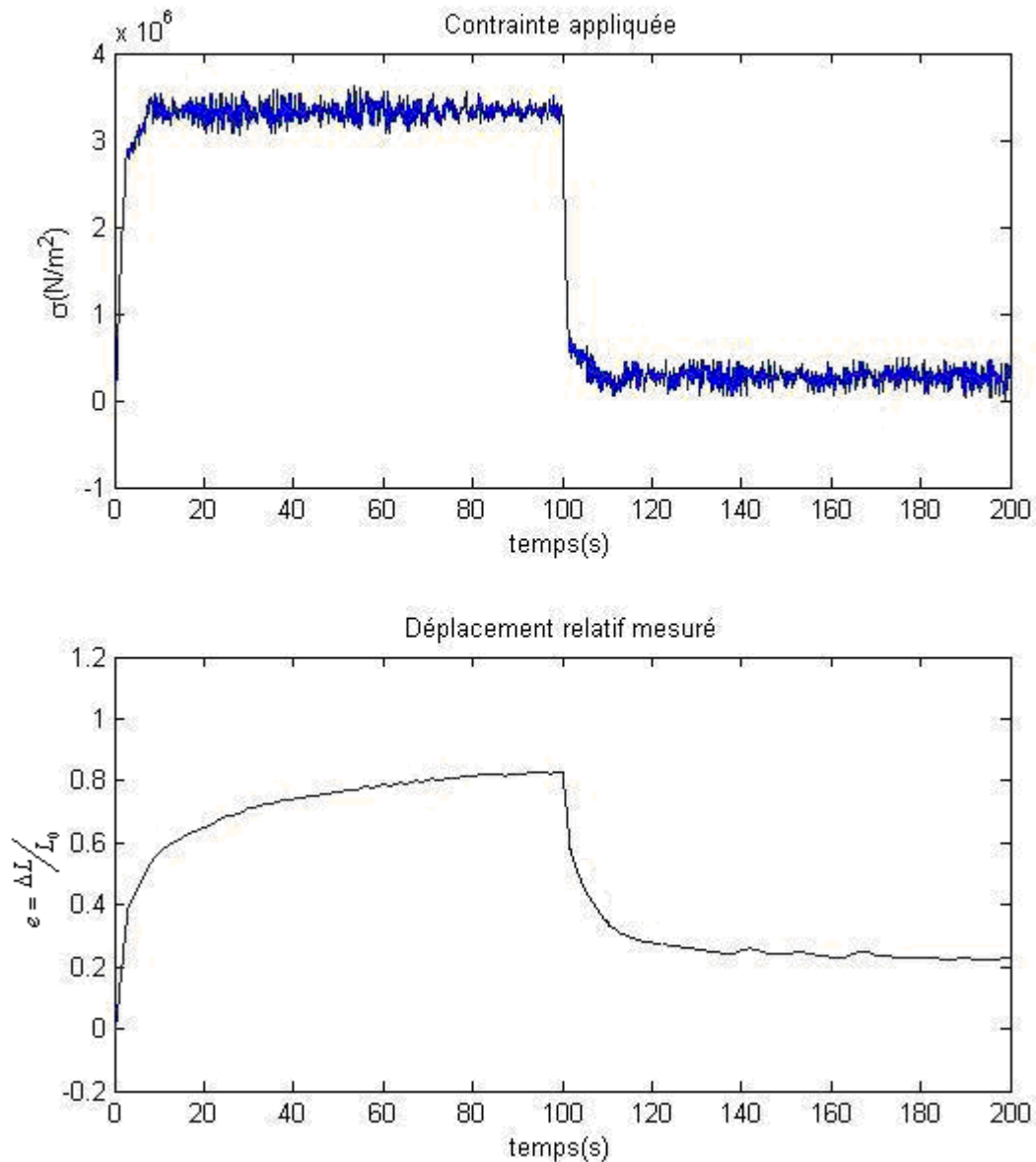


Figure 3.20. Essai de fluage-relaxation pour PVC plastifié

a) Détermination de la classe de modèles

Pour une réponse d'un matériau comme celui de la figure 3.20, la procédure d'analyse qualitative a conclu que le modèle appartient à la **Classe 1, $m > 0$** . En conséquence, le modèle

sera de type
$$\sum_{i=0}^m \beta_i D_i \sigma = \sum_{i=0}^m \alpha_i D_i e .$$

L'identification quantitative décrite antérieurement a calculé un degré optimal $m=2$ qui nous permettra de bien définir le comportement de ce matériau par sa fonction de transfert,

$$H(s) = \frac{e(s)}{\sigma(s)}$$

$$H(s) = \frac{10^{-7}(31.95s^2 + 325.1s + 3.51)}{543.47s^2 + 183.75s + 1}$$

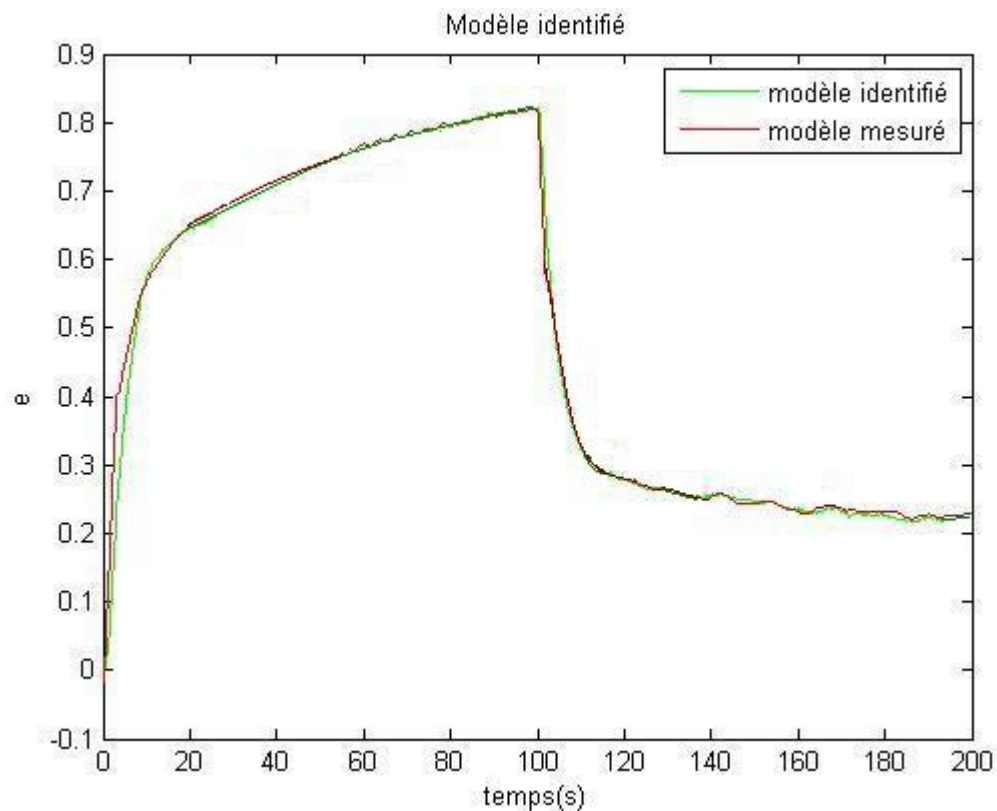


Figure 3.21. Comportement du modèle identifié

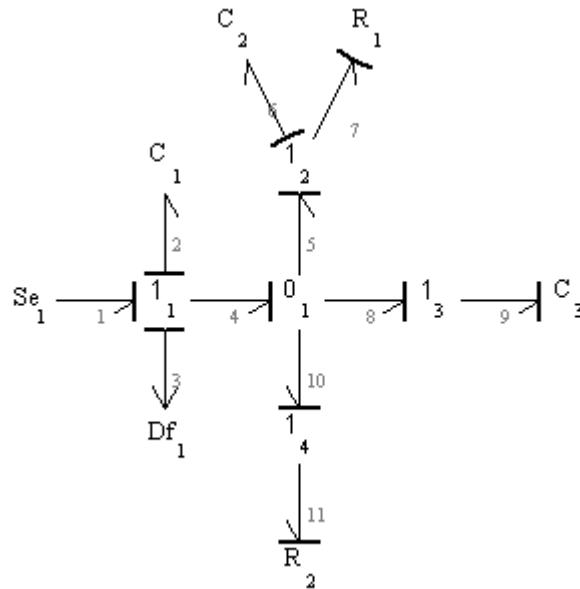
Ces résultats montrent que le modèle proposé permet de simuler de façon très satisfaisante le comportement du polychlorure de vinyle plastifié, dans le domaine viscoélastique (voir figure 3.21).

b) Génération des modèles bond graph pour le comportement identifié

L'analyse qualitative des données expérimentales suivie par une identification quantitative a fourni un modèle mathématique pour le matériau testé, exprimé par un type de fonction de

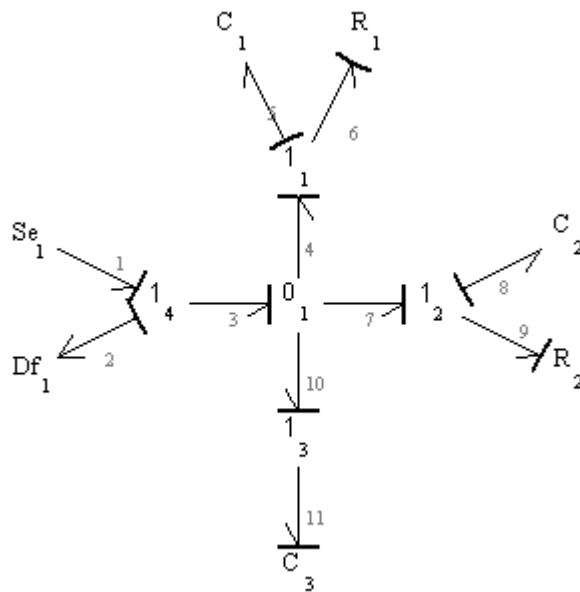
transfert et l'ordre du modèle. Ces informations sont fournies à la procédure de génération automatique des modèles bond graphs, décrite dans le chapitre 2. Tous les modèles correspondant aux spécifications ont été développés et sont présentés en figure 3.22.

Remarque : Les détecteurs dans les bond graphs suivants mesurent une vitesse et comme nous avons besoin du déplacement, il faut intégrer la sortie mesurée (la fonction de transfert est multipliée par s^{-1}).



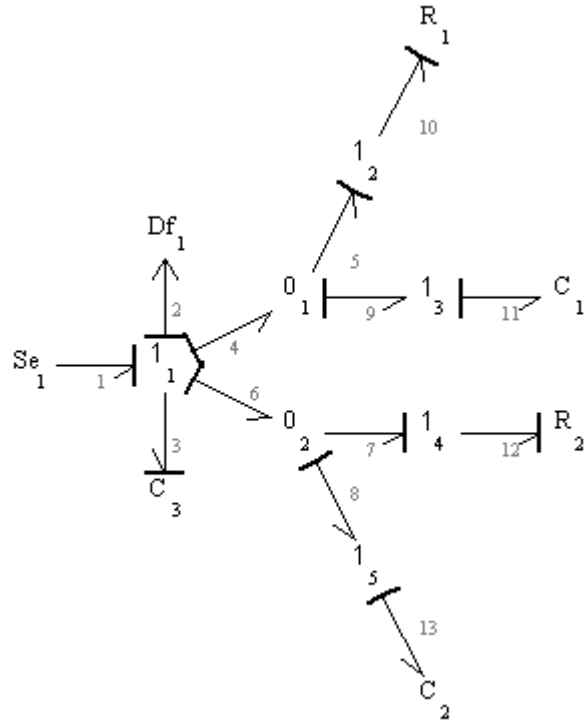
Modèle a)

$$H_1(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 s^3 + (R_1 C_1 C_2 + R_2 C_1 C_3 + R_2 C_1 C_2) s^2 + C_1 s}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + C_2 C_3 R_1 R_2 s^2 + (R_1 C_2 + R_2 C_1 + R_2 C_2 + C_3 R_2) s + 1}$$



Modèle b)

$$H_2(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 s^3 + (R_2 C_2 C_3 + R_1 C_1 C_3 + R_1 C_1 C_2 + R_2 C_1 C_2) s^2 + (C_1 + C_2 + C_3) s}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + (C_1 R_1 + C_2 R_2) s + 1}$$



Modèle c)

$$H_3(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 s^3 + (R_2 C_2 C_3 + R_1 C_1 C_3) s^2 + C_3 s}{(C_1 C_2 R_1 R_2 + C_1 C_3 R_1 R_2 + C_2 C_3 R_1 R_2) s^2 + (C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_3 R_1 + C_3 R_2) s + 1}$$

Figure 3.22. Les modèles bond graph et leurs fonctions de transfert pour le comportement recherché

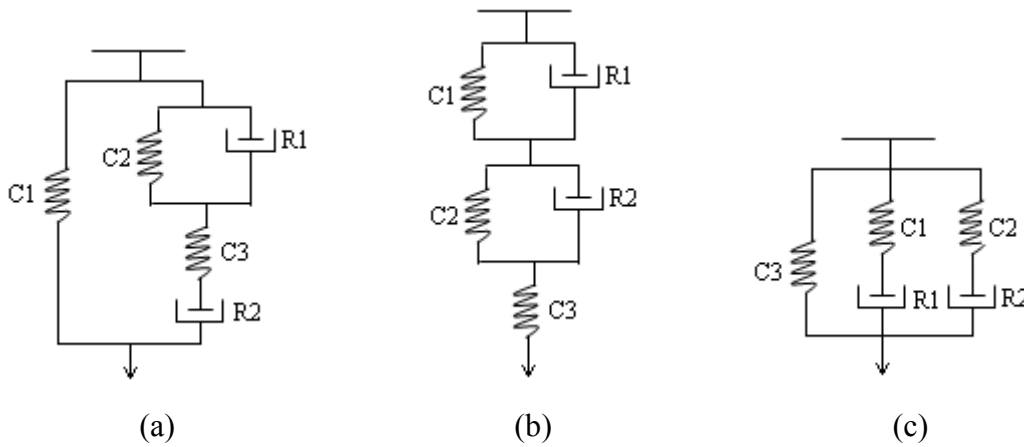


Figure 3.23. Les modèles mécaniques déduits des modèles bond graph de la figure 3.22

c) Identification paramétrique des modèles bond graphs

Plusieurs solutions ont été proposées par génération automatique. Parmi les modèles obtenus, nous pouvons observer des modèles considérés comme classiques : le modèle 3.23(b) est un Kelvin-Voigt généralisé tandis que le modèle 3.23(c) est un Maxwell généralisé. La solution 3.23(a) est équivalente du point de vue dynamique mais différente comme construction. Chaque modèle possède sa propre utilité.

Les solutions multiples sont très utiles parce que certains modèles peuvent être numériquement incorrects, quand les valeurs des éléments les composant ont des valeurs complexes ou négatives.

Pour déterminer quels sont les modèles identifiables du point de vue paramétrique, nous devons déterminer des valeurs pour chaque composant du modèle. Par identification un modèle numérique a été développé qui doit être comparé aux modèles formels obtenus par la méthodologie bond graph.

Cela revient à résoudre un système d'équations algébriques non linéaires. La méthode numérique appliquée est l'algorithme Levenberg-Marquardt, introduit en [Marquardt, 1963 ; Levenberg, 1944].

L'algorithme de Levenberg-Marquardt, permet d'obtenir une solution numérique au problème de minimisation d'une fonction, souvent non linéaire et dépendent de plusieurs variables.

Il consiste à interpoler l'algorithme de Gauss-Newton et la méthode de descente de gradient. L'algorithme est plus stable que le premier, c'est-à-dire qu'il trouve une solution même s'il est démarré très loin d'un minimum.

Dans notre cas les modèles 3.23(a) et (b) sont physiquement réalistes tandis que 3.23(c) n'a pas de solution. Pour les solutions viables, les éléments les composant ont les valeurs suivantes :

$$a) R_1 = 6.8745 Nsm^{-1}, R_2 = 9.2628 Nsm^{-1}, C_1 = 8.1743 \mu mN^{-1}, C_2 = 10.9388 mN^{-1}, C_3 = 0.7802 mN^{-1}$$

$$b) R_1 = 6.8745 Nsm^{-1}, R_2 = 9.2628 Nsm^{-1}, C_1 = 10.9388 mN^{-1}, C_2 = 0.7802 mN^{-1}, C_3 = 8.1743 \mu mN^{-1}$$

Les paramètres C_i sont les compliances des ressorts, soit $\frac{1}{E_i}$ avec E_i le module d'élasticité.

Conclusions

Les polymères sont largement utilisés dans des applications industrielles, notamment pour l'isolation vibratoire. Pour établir un modèle d'un système d'isolation vibratoire [Monner, 2005], un modèle réel du matériau doit être assuré. Nous avons prouvé que, à partir des données expérimentales, on peut déterminer un comportement linéaire dans un domaine (restreint aux petites déformations) et générer automatiquement tous les modèles qui correspondent à ce comportement. Des modèles alternatifs aux modèles classiques de la littérature sont proposés. A partir des solutions multiples, l'extraction de certains modèles correspondant numériquement au comportement du matériel testé est réalisable.

Influence de la température sur les données expérimentales

En réalité, la procédure d'identification ne donne pas toujours le même modèle dans n'importe quelles conditions environnementales. La température peut influencer le comportement des matériaux. Des données expérimentales obtenues à 5°C peuvent conduire à un modèle différent d'un modèle obtenu après une identification sur le même matériau à une température de 25°C. Cela s'explique par un changement de la structure interne du matériau après une certaine limite. Si la température du milieu industriel où le matériau réside varie avec des écarts importants, alors des modèles qui prennent en compte la température doivent être considérés.

Chapitre 4 : Amélioration des modèles proposés

Le design de systèmes mécatroniques inclut en général deux étapes : design conceptuel et design détaillé. Ces deux étapes seront abordées dans ce chapitre en utilisant des approches différentes de l'algorithme décrit dans chapitre deux.

A chaque étape, la stratégie sera de développer une procédure capable d'explorer l'espace de recherche de modèles candidats d'une manière automatique jusqu'à l'obtention des solutions qui répondent au cahier de charges.

4.1 Travaux antérieurs

Beaucoup de travaux ont été effectués dans le domaine du design automatique mais concentrés plutôt sur les systèmes appartenant à un seul domaine physique. Par exemple, le design automatique des circuits analogiques a attiré beaucoup d'attention [Grimbley, Lohn, Koza, Fan, 1996] surtout à une époque où le pouvoir de calcul des machines a connu un saut important. Les méthodes choisies ont été basées sur les algorithmes génétiques ou sur la programmation génétique, deux très bonnes méthodes qui peuvent assurer une topologie pour le modèle et aussi les valeurs des paramètres.

La programmation génétique, extension des algorithmes génétiques, est aussi une méthode très efficace pour la génération des candidats d'une manière ouverte mais statistiquement structurée. Plusieurs travaux ont combiné la programmation génétique avec un type de modélisation d'un système physique pour retrouver de bons modèles de conception. Le plus notable est le travail de Koza et ses collègues [Koza et al., 1996] qui ont proposé un système de conception automatique de circuits analogiques incluant filtres passe-bas, amplificateurs opérationnels et régulateurs. Pour trouver des circuits répondant à un cahier des charges, cette méthode demande l'introduction de plusieurs paramètres : un circuit embryon et un nombre évaluant la qualité d'une solution appelé la fonction « fitness ». Des fonctions transformant la topologie du circuit doivent être aussi précisées.

Plus tard cette approche a été enrichie par [Rosenberg, Goodman et Seo, 2001] en adoptant la méthodologie bond graph pour l'investigation de systèmes multidisciplinaires. Les auteurs avaient besoin d'une représentation uniforme pour pouvoir se déplacer très facilement au sein

des hiérarchies de modèles d'abstraction. Le bond graph comme outil performant de design était déjà un concept essayé par [Sharpe et Bracewell, 1995], [Tai, 1992], [Redfield, 1993]. L'analyse de causalité et la conservation d'énergie peuvent révéler des propriétés intrinsèques des systèmes et aider le processus de conception.

Nous montrerons dans la partie 4.2 que les contraintes à appliquer dans notre cas, sont très diverses et qu'elles doivent pouvoir être incorporées facilement dans le programme.

Enfin, pour savoir si les solutions optimales ont été proposées par les ingénieurs, toutes les solutions à un problème donné doivent être fournies par le programme. Or, les algorithmes génétiques sont des algorithmes stochastiques ne proposant que certains représentants d'une population donnée.

4.2 Système automatique d'adaptation des modèles bond graph à des spécifications imposées

Dans cette partie, nous allons apporter des modifications à la procédure décrite dans le chapitre 2 pour développer une méthode d'élaboration des structures bond graph linéaires qui reproduisent un comportement d'un ordre insuffisant.

Cette procédure permettra aussi d'identifier des effets physiques qui ont été initialement négligés dans le processus de modélisation. Elle sera vérifiée dans le cas d'un actionneur hydraulique qui ne suit pas un certain cahier des charges. Cette méthode sera aussi utile dans le cas d'un instrument médical incompatible avec les spécifications imposées par le concepteur.

Le principal souci d'un ingénieur confronté à un problème de modélisation est de faire une abstraction du système qu'il veut modéliser. Les choix faits dans cette étape peuvent être la source des modèles inconsistants qui échoueront dans la phase d'analyse ou de contrôle. Plusieurs aspects physiques qui n'ont pas été pris en compte (frottement, inertie du fluide, etc.) peuvent être la cause de ces modèles inconsistants.

D'autres problèmes peuvent apparaître après la phase de modélisation quand certains aspects du système ne sont pas conformes aux spécifications. Tout cela prouve que la modélisation est une tâche itérative et que le modèle proposé est constamment adapté et révisé jusqu'à ce qu'il satisfasse les besoins de l'ingénieur [Fan et al., 2001]

Cette étude proposera une automatisation de ce processus.

La première section décrira un instrument médical avec un problème fréquentiel observé après la phase de construction. Le concept de fonction de transfert « cible » sera décrit.

La section suivante introduira un autre dispositif qui a besoin d'être remodelisé : un actionneur électro-hydrostatique. Le but sera de compenser un mécanisme physique qui influençait son comportement dynamique et qui n'a pas été modélisé dans un premier temps.

Dans la dernière section, la procédure sera introduite avec toutes les modifications nécessaires pour améliorer une structure connue d'un modèle.

Les solutions seront discutées et traduites dans des dispositifs physiques.

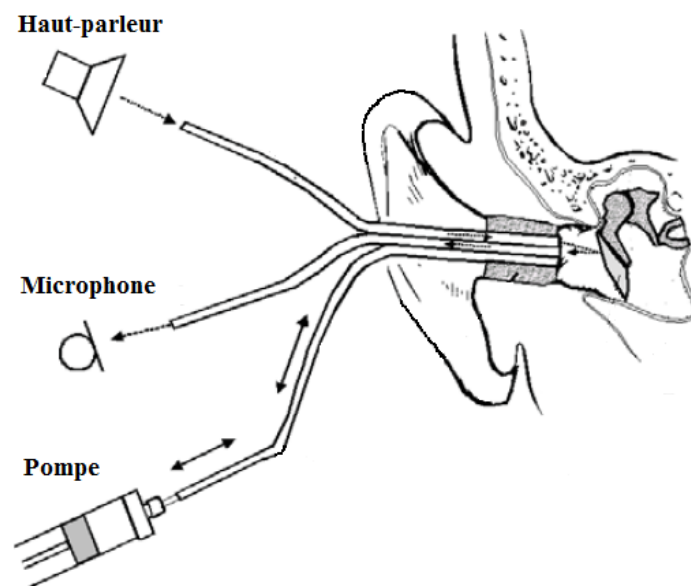
4.2.1 Modélisation d'un instrument médical pour diagnostiquer les maladies de l'oreille

Cette application a été décrite par D. Margolis dans [Margolis, 2002] comme une erreur de conception qui aurait pu être évitée si une analyse plus élaborée avait été faite pendant la phase de conception.

Une solution a été trouvée après la phase de production avec les coûts supplémentaires et nous voulons montrer que cette solution pouvait être indiquée d'une manière automatique par l'algorithme proposé.

Le dispositif appelé tympanomètre utilise un signal acoustique pour détecter des éventuelles maladies de l'oreille interne. Son schéma fonctionnel est décrit dans la figure 4.1. Un petit cône en caoutchouc est inséré dans l'oreille. Quand on appuie sur un bouton, un moteur pompe pressurise la cavité de l'oreille jusqu'à 20mmHg. Puis la pression diminue par décrets de 5mmHg alors qu'un signal acoustique à une fréquence de 226 Hz est émis dans la cavité de l'oreille. La pression acoustique est mesurée avec un microphone miniature. Le signal est traité et un affichage sur la poignée de l'appareil indique la santé de l'oreille.

Le modèle bond graph de la partie encadrée est présenté dans la figure 4.2 suivie des descriptions des compliances, inertie du fluide et résistance du fluide.



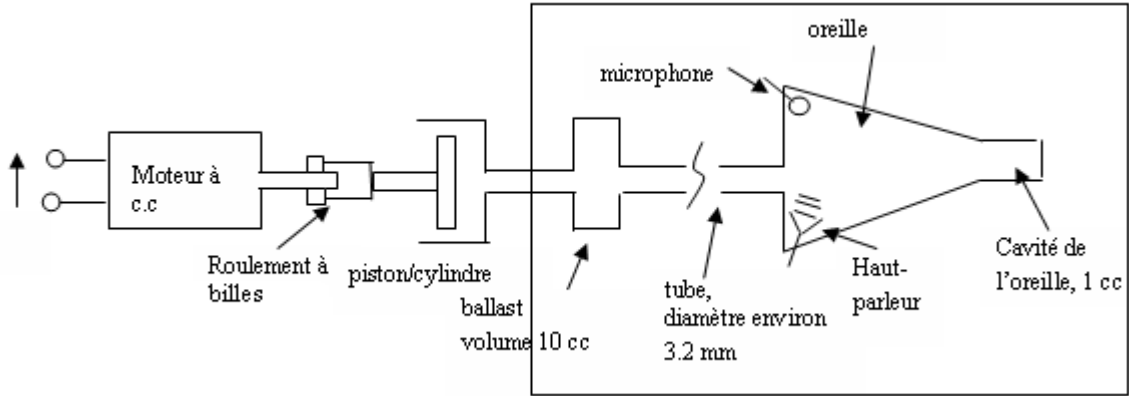


Figure 4.1. a) Principe du tympanomètre
b) Schéma fonctionnel du dispositif

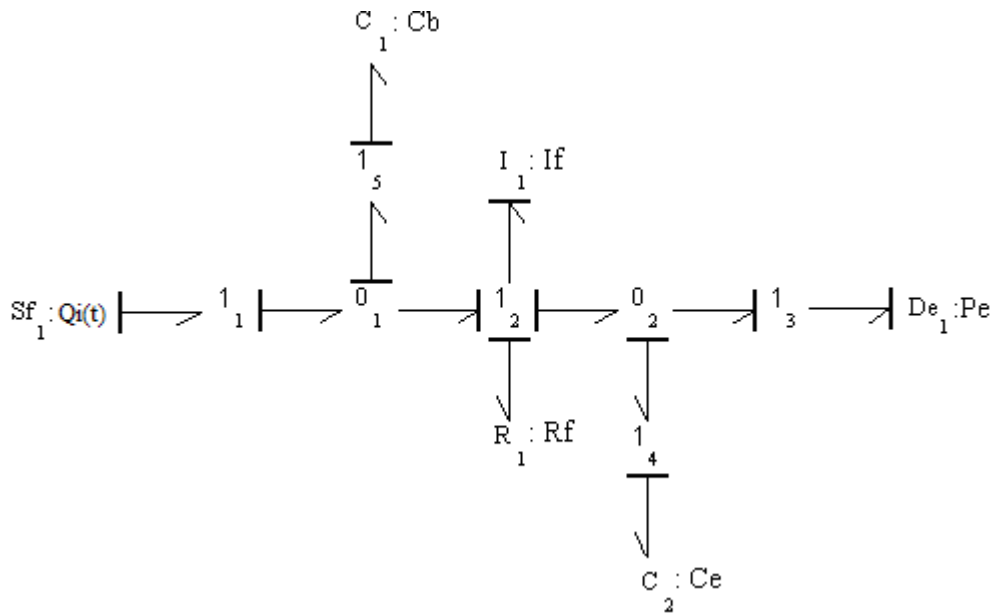


Figure 4.2. Modèle bond graph de la partie encadrée

$$I_f = \frac{\rho L}{A_t}, L = \text{longueur du tube}; A_t = \text{section du tube} \quad (4.1)$$

$$I_f = 8.154e^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4}$$

$$C_i = \frac{V_i}{\rho v_s^2}, V_i = \text{volume des chambres}; \rho = \text{densité de l'air}; \quad (4.2)$$

$$v_s = \text{vitesse du son dans l'air} (343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$C_b = 7.05968e^{-11} \text{ m}^4 \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$C_e = 7.05968e^{-12} \text{ m}^4 \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$R_f = \frac{8\eta L}{\pi r^4}, \quad r = \text{rayon du tube},$$

$$\eta = \text{viscosité dynamique de l'air} (18 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s})$$

$$R_f = 149.674 e^6 \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3} \quad (4.3)$$

Après que ce dispositif fut produit, certains dysfonctionnements ont été observés. Une analyse plus profonde a été initiée.

Quand la pompe est en mouvement, les bords glissants du piston ont des effets de frottement de type "slip-stick". Cela produit du bruit dans le ballast.

Le comportement dynamique du modèle de la figure 4.2 est décrit par la fonction de transfert suivante :

$$H_1(s) = \frac{P_e}{Q_i}(s) = \frac{1/C_e C_b I_f}{s \left(s^2 + \frac{R_f}{I_f} s + \frac{1}{I_f} \left(\frac{1}{C_e} + \frac{1}{C_b} \right) \right)} \quad (4.4)$$

où P_e est la pression interne de l'oreille mesurée par D_{e1}

Conformément aux valeurs réelles données pour ce dispositif, la fréquence naturelle de 220 Hz a été trouvée sur le modèle.

$$\omega_n^2 = \frac{1}{I_f} \left(\frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_e} \right) \approx 440\pi \quad \text{proche de 226 Hz} \quad (4.5)$$

Les dynamiques du système amplifient le bruit à la fréquence exacte pour laquelle le traitement de signal est fait et donc l'algorithme traite du bruit. Le problème est apparu dans l'unité de production car la source de bruit (vibrations dues au frottement slip-stick) est enfermée très près du ballast et des composants pneumatiques.

Une solution serait de faire varier les paramètres de l'instrument pour éviter que la valeur de la fréquence naturelle soit trop près de celle du signal acoustique. La phase de production étant commencée, modifier les paramètres signifierait modifier des composants déjà produits, ce qui n'est pas désirable. Une autre solution ne détruit pas les composants actuels est donc nécessaire.

Une solution théorique est d'introduire une paire de zéros dans la fonction de transfert qui élimineront la fréquence concernée.

$$H_2(s) = \frac{P_e}{Q_i}(s) = \frac{k(s^2 + \omega_0^2)}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (4.6)$$

Ce zéro sera fixé à une valeur qui nous permettra d'éliminer la fréquence de 220 Hz et d'éviter la propagation du bruit à cette fréquence.

En théorie, c'est une solution possible mais on ne connaît pas les conséquences d'une introduction de dynamiques dans le système et surtout on ne sait pas comment les interpréter en termes de composants physiques réels.

Le modèle bond graph de la figure 4.2 peut être utilisé comme le point de départ pour des modèles qui fournissent un double zéro au système. La fonction de transfert désirée $H_2(s)$ est considérée comme une spécification pour la procédure de génération.

Comme ce dispositif était en phase de production quand le problème est apparu, le souci principal fut de garder le plus possible l'ancienne structure. Le but était d'obtenir un modèle qui introduit les zéros nécessaires, maintient l'ordre du modèle et déclenche le minimum de modification de la structure du départ [Pirvu et al., 2006].

La méthode que nous proposons est présentée dans le paragraphe 4.1.3

4.2.2 La modélisation d'un actionneur hydrostatique

Le dispositif à modéliser est le nouvel actionneur électro-hydrostatique, appelé EHA, pour la gouverne de l'Airbus A380. Dans ce cas comme dans celui du tympanomètre, les liens entre les domaines de la mécanique du solide, des fluides et de l'électrique imposent un outil de modélisation spécifique, comme la méthodologie bond graph.

Afin de mettre en évidence plusieurs caractéristiques du système, celui-ci fut modélisé en 2 étapes, d'un niveau de précision de plus en plus élevé [modèle fourni par J.C Maré, Professeur à l'INSA de Toulouse].

Le niveau fonctionnel (figure 4.3), dont l'objectif est de représenter le comportement du système le plus simplement possible, se décompose en 4 éléments :

- le moteur
- la pompe
- le vérin
- la gouverne



Figure 4.3 : Niveau fonctionnel

Il apparaît clairement sur la figure 4.4 que le comportement des éléments tels que le moteur, la pompe et le vérin a été simplifié, puisqu'ils sont réduits à des composants de conservation de puissance.

Pour la gouverne :

- le transformateur symbolise l'effet du bras de gouverne
- la résistance R_s et l'inductance I_s caractérisent les pertes
- la capacité C_{air} modélise l'effet des efforts extérieurs (vent principalement) sur la gouverne

Le modèle bond graph de l'EHA est décrit figure 4.4 :

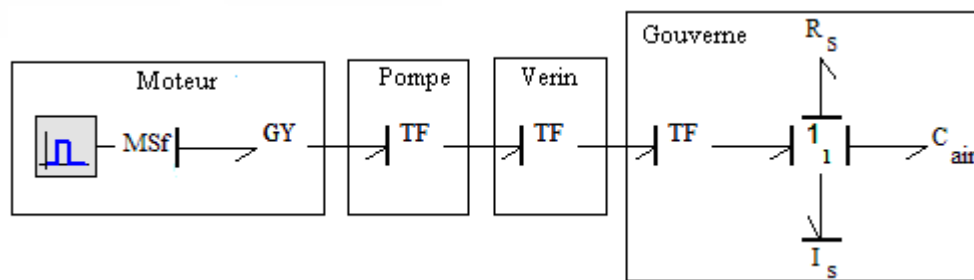


Figure 4.4 : Modèle bond graph du niveau fonctionnel

La différence majeure entre l'étape « fonctionnelle » et l'étape suivante se situe au niveau des composants actifs et passifs insérés à l'étape 2 et caractérisant la dissipation ou le stockage de l'énergie. Le modèle bond graph retenu est le suivant :

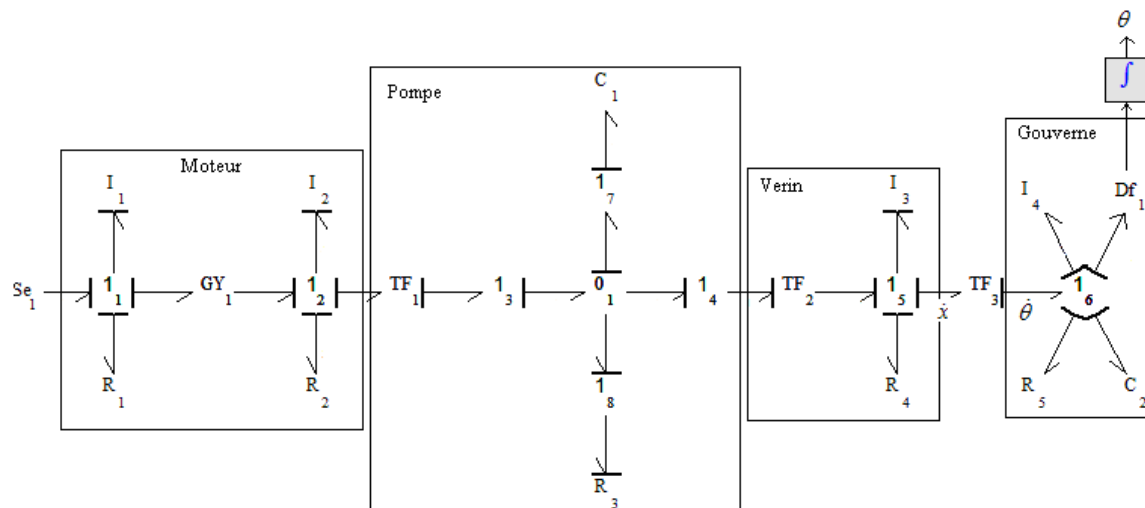


Figure 4.5 : Modèle Bond Graph du deuxième niveau de modélisation

R_1 et I_1 caractérisent les pertes d'énergie (effets résistifs et inductifs) dans la partie électrique du moteur, R_2 et I_2 sont les pertes par frottement et l'inertie dans la partie mécanique, C_1 est la compressibilité du fluide, R_3 correspond aux fuites de la pompe, I_3 est la masse du vérin et R_4 est le frottement du vérin sur la chambre.

Avant d'envisager la mise en place d'une régulation, il est nécessaire de tester son fonctionnement en boucle ouverte. Pour cela, un échelon de tension $U=150V$ est appliqué à l'entrée du système réel. Les différents états du système sont visualisés par la suite et notamment la sortie qui est l'angle représentant la position de la gouverne. La simulation est présentée dans l'annexe avec les paramètres connus du modèle.

Une identification du système a été faite en observant la variation de l'angle de la gouverne en fonction de la tension.

L'étape d'identification a fourni la fonction de transfert suivante, qu'on considère comme la fonction « cible » pour notre système.

$$\frac{\theta(s)}{Se_1} : H(s) = \frac{b_0}{a_7s^7 + a_6s^6 + a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (4.7)$$

Comme le modèle bond graph envisagé dans la figure 4.5 est un modèle du cinquième ordre et le modèle identifié est lui d'ordre sept, cela prouve que certains aspects physiques n'ont pas été pris en compte lors de la construction du modèle bond graph. Si un concepteur peu expérimenté a fait une abstraction du système en abandonnant des phénomènes physiques importants, le modèle résultant sera inconsistant et défectueux.

Ces deux applications (tympantomètre et EHA) seront présentées en parallèle afin de mieux comprendre l'approche proposée.

4.2.3 La génération des structures

Cette section reprend l'algorithme présenté dans le chapitre deux et apporte les modifications nécessaires à celui-ci pour la spécificité de la tâche. L'idée est de construire une population de solutions, à partir d'une structure de départ et avec un comportement dynamique « cible » exprimé par une certaine fonction de transfert.

Dans cette population, par des moyens appartenant à la méthodologie bond graph, on identifie les modèles qui nous conviennent du point de vue dynamique.

Chaque modèle est différent et apporte ses propres spécifications et contraintes. C'est la raison pour laquelle des informations spécifiques doivent être fournies à la procédure de génération avant de démarrer le processus de génération de structures.

- Quel est le cahier des charges c'est-à-dire le comportement voulu ?
- Quelle partie du modèle initial est à reconstruire et implicitement quelle partie est considérée vitale, donc inchangeable ?

La première tâche est de construire toutes les structures de jonctions qui seront les squelettes des modèles par les moyens expliqués dans le chapitre 2.

Comme décrit antérieurement, l'algorithme démarre avec une structure minimale comme structure de départ. Cette fois-ci, on traite le cas d'un outil d'adaptation et de reconstruction de modèles et donc, le point de départ sera une structure plus complexe qui correspond à un modèle déjà développé.

Dans tous les cas de modélisation, l'ingénieur est toujours capable d'identifier une certaine partie du système comme la « colonne vertébrale » de tout le modèle. Cette structure représentera la partie vitale ou la partie la plus simple à modéliser de notre dispositif et aussi notre point de départ.

Les deux applications discutées dans la section 4.1.1 et 4.1.2 auront les structures de départ suivantes :

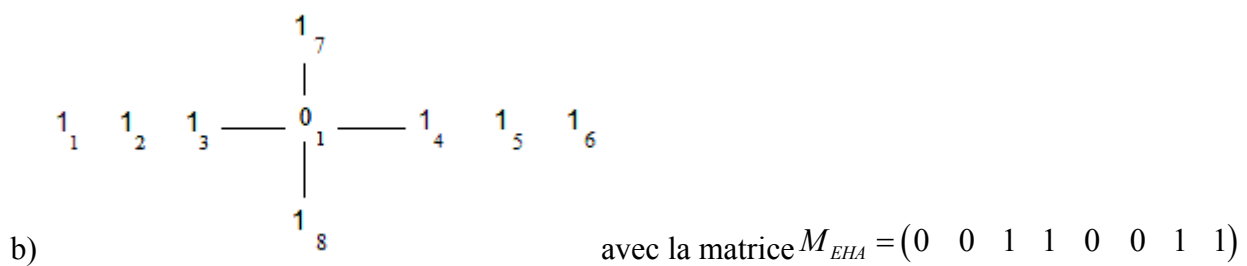
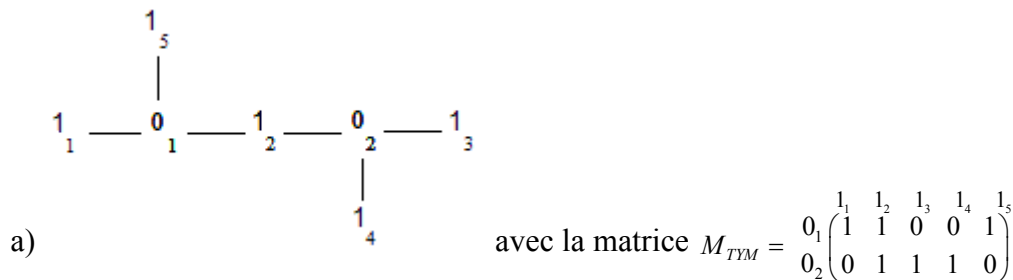


Figure 4.6 : a) BG de départ pour le tympanomètre (de la figure 4.2)

b) BG de départ pour l'actionneur (de la figure 4.5)

Le processus de modélisation a été développé autour des postulats A_1 et A_2 donc les structures de départ sont adaptées pour suivre ces règles.

A_1 : Tous les éléments sont attachés à des jonctions 1 (en cohérence avec les procédures systématiques de construction des modèles bond graphs [Karnopp et Rosenberg, 1975])

Le postulat A_1 impose l'introduction des jonctions 1_7 et 1_8 pour soutenir R_3 et C_1 dans la figure 4.6 b).

A_2 : Les éléments TF et GY sont traités comme des éléments à deux ports et sont connectés sur les jonctions 1.

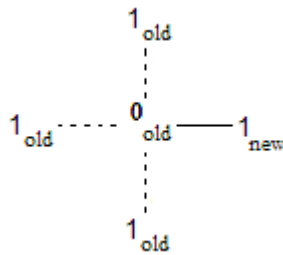
A cause du postulat A_2 , on a introduit 1_3 et 1_4 pour soutenir TF_1 et TF_2 .

Jusqu'à ce point, les seules contraintes imposées par le système EHA et le tympanomètre sont les matrices M_{TYM} et M_{EHA} . A chaque étape de cette procédure, d'autres contraintes vont s'ajouter afin de mieux suivre les spécificités des systèmes.

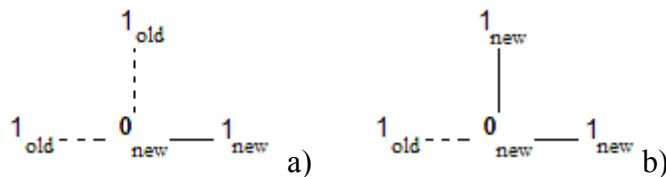
Ajouter des jonctions est une tâche différente suivant le lieu d'implantation des jonctions.

Plusieurs cas sont présentés :

- Ajouter une nouvelle jonction 1 sur une jonction 0 déjà présente dans le modèle :

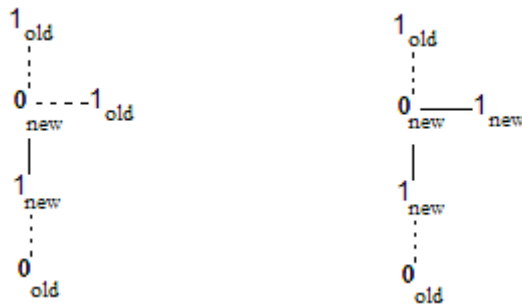


- Ajouter une nouvelle jonction 0 sur une jonction 1 déjà présente dans le modèle :

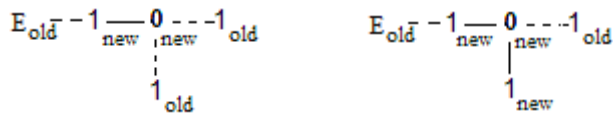


Chaque fois qu'une nouvelle jonction 0 s'ajoute, elle doit être reliée à trois jonctions 1 comme décrit au chapitre 2. Ces jonctions peuvent être : a) une nouvelle jonction 1 et deux autres déjà présentes dans le modèle ou b) deux nouvelles jonctions 1 et une déjà présente dans le modèle.

- Ajouter entre deux jonctions présentes dans le modèle :



- Ajouter entre une jonction et un élément du modèle :



Si le concepteur n'indique pas où commencer le processus d'expansion, l'algorithme choisira et évoluera dans toutes les directions. Cela pourrait être très coûteux au niveau du temps et de la mémoire car il peut évoluer dans des directions peu nécessaires. C'est la raison pour laquelle le concepteur fera bien de choisir lui-même une liste de points de départ que l'algorithme favorisera dans sa recherche. Cela permettra d'éviter des multiplications dans une direction peu utile.

Dans le cas de l'EHA, comme les modèles des composants ont été modélisés avec une précision satisfaisante, on peut considérer que seules les connections entre eux ne sont pas idéales et donc pourront être reconsidérées.

En revanche, le modèle du tympanomètre ne suggère pas de points de départ possibles et donc le modèle entier sera reconsidéré.

4.2.4 Procédure d'adaptation

Les modèles sont reconstruits suivant deux étapes qui seront alternées dans le cas d'une reconstruction totale : ajouter des nouvelles jonctions et ajouter des nouveaux éléments.

- Ajouter des nouveaux éléments

Quand de nouveaux éléments (autres que des sources ou des détecteurs) sont introduits dans un modèle, chaque jonction 1 est considérée comme un support. Si la jonction possède déjà des éléments « vitaux » comme dans le cas du tympanomètre, l'algorithme ne permettra pas l'addition de nouveaux éléments de même type. Dans l'exemple de la figure 4.7, on ne peut ajouter qu'un élément I en causalité dérivée.

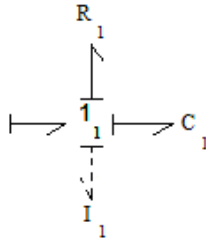


Figure 4.7: L'addition des nouveaux éléments

Si une modification de structure a été faite comme décrite précédemment, de nouvelles jonctions 1 libres d'éléments seront ajoutées dans le modèle. Ces jonctions seront utilisées comme des supports pour de nouveaux éléments, qu'on ajoutera dans toutes les combinaisons possibles. Toutes les possibilités d'arrangement seront exploitées.

- Ajouter de nouvelles jonctions

Si ajouter des nouveaux éléments ne suffit pas pour obtenir le comportement désiré, alors une modification de structure est déclenchée. L'algorithme reprend la structure et ajoute des nouvelles jonctions pour permettre au modèle d'évoluer.

4.2.5 Causalité et placement d'éléments

Dans tous les cas de modélisation, même un concepteur peu expérimenté peut identifier des composants ou des mécanismes physiques vitaux pour tout le système. Dans le modèle bond graph, la source et le détecteur sont des éléments vitaux facilement reconnaissables car nous savons toujours le type d'entrée et ce qu'on mesure.

Toutes les informations de ce type doivent être fournies à la procédure de génération car la précision du modèle initial nous donnera la précision de la solution.

Au niveau structure, la matrice M était suffisante pour générer des nouveaux squelettes. Au niveau éléments et causalité, les mécanismes physiques importants et leurs causalités sont pris en compte.

Pour les dispositifs à remodeliser présentés dans les figures 4.2 et 4.5, ce type d'information sera représenté dans une nouvelle matrice qui tient compte de toutes les positions des éléments dans le modèle initial.

$$P_{TYM} = \begin{matrix} \text{int bonds} \\ \text{ext bonds} \end{matrix} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ S_f & R & D_e & C_1 & C_2 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right.$$

$$P_{EHA} = \begin{matrix} \text{int bonds} \\ \text{ext bonds} \end{matrix} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ Se & I_2 & TF_1 & TF_2 & I_3 & D_f & C_1 & R_3 \\ I_1 & R_2 & 0 & 0 & R_4 & I_4 & 0 & 0 \\ R_1 & TF_1 & 0 & 0 & TF_2 & C_2 & 0 & 0 \\ GY_1 & GY_1 & 0 & 0 & TF_3 & R_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & TF_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right.$$

Comme on peut déjà l'observer dans P_{TYM} , le dispositif introduit certaines contraintes qui font partie du processus technologique : on injecte de l'air (S_f) dans le volume du ballast (C_1) ; on mesure une pression (D_e) dans la cavité de l'oreille (C_2) et un tube est introduit dans l'oreille (I_1 , R). Tous ces composants ont été déjà construits et cela sera préférable de ne pas être obligé de les modifier. C'est justement le type d'information qu'on précise avant de développer de nouveaux modèles.

P_{EHA} indique que tous les composants du modèle d'EHA ont été préservés car cette fois ci, on s'intéresse aux couplages.

La procédure de génération a fourni toutes les configurations différentes de jonctions 0 et 1. Le pas suivant consiste à peupler la structure avec des éléments tout en gardant la place de ceux qui ont fait partie du modèle initial, puis prendre en compte la causalité. Elle est effectuée comme décrite dans le chapitre 2, en introduisant des signes dans la matrice de structure.

Pour le modèle du tympanomètre, la source d'air impose sa causalité sur la première jonction 1 alors que 1_3 a sa causalité imposée par 0_2 . Le reste de la causalité est complété d'une manière automatique chaque fois que de nouveaux éléments sont ajoutés. (± 1) est une notation choisie pour montrer que la causalité n'est pas imposée.

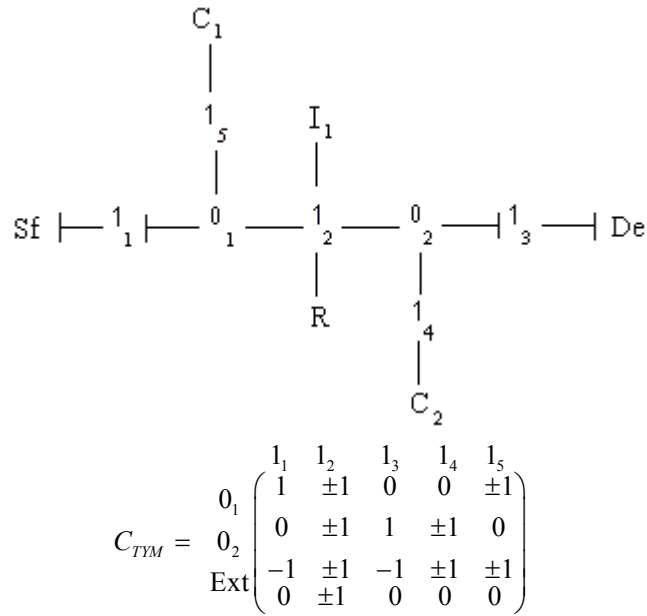


Figure 4.8: Structure minimale du tympanomètre et causalité imposée

$$C_{EHA} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Figure 4.9: Représentation de la causalité pour l'EHA

Même si à chaque étape, une nouvelle matrice a été utilisée, au niveau implémentation l'algorithme en retient une seule avec toutes les informations nécessaires pour personnaliser le processus de reconstruction.

Si une modification de structure a été déclenchée et que de nouvelles jonctions 1 sont apparues, la causalité pour ces jonctions est imposée d'une manière automatique tout en respectant la causalité déjà imposée sur certaines jonctions.

Les nouvelles jonctions seront peuplées avec des éléments qui respectent la causalité des composants vitaux. (-1) indiquera qu'un membre de la famille « flux sortant » $\{I, R, C_{\text{der}}\}$ pourra être ajouté tandis que (+1) indiquera un candidat de la famille « effort sortant » $\{C, R, I_{\text{der}}\}$.

Chaque solution de causalité est explorée et chacune prend en compte différentes combinaisons d'éléments résistifs et dynamiques.

Il n'y a que deux cas où un nouvel élément installé pourra changer la causalité de tout le système :

- Ajouter un élément résistif qui forme un chemin causal avec un élément dynamique en causalité dérivée.

Dans ce cas, l'élément résistif permettra à l'élément dynamique de passer en causalité intégrale.

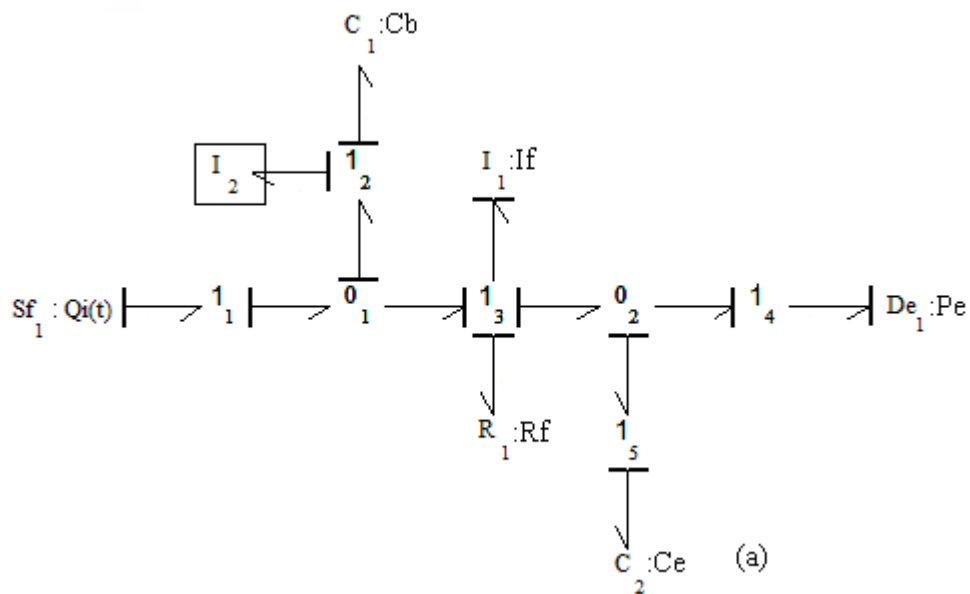
- Ajouter un élément dynamique en causalité dérivée qui forme un chemin causal avec un autre élément dynamique en causalité dérivée.

Dans ce cas, tous les deux passent en causalité intégrale en modifiant aussi la causalité autour d'eux.

Ces deux cas sont très importants car ils créent tous les deux de nouvelles dynamiques pour le système.

4.2.6 Les solutions fournies par l'algorithme

Dans le cas de l'instrument auditif, la procédure de génération a fourni deux solutions possibles correspondant aux spécifications :



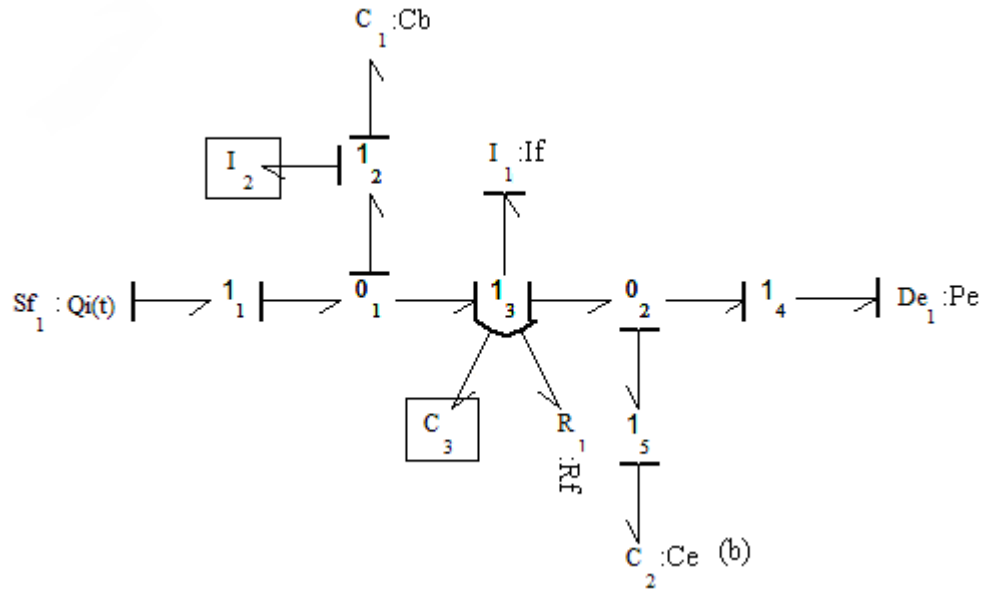


Figure 4.10: Solutions possibles pour le tympanomètre

Le modèle 4.10(a) introduit un élément I additionnel (I_2) qui fournit la paire des zéros complexes nécessaires pour rejeter une certaine fréquence. La pression dans l'oreille est virtuellement non affectée par un bruit contenant de l'énergie proche de la fréquence correspondante.

La fonction de transfert conforme à la nouvelle configuration est :

$$\frac{P_e}{Q_i}(s) = \frac{\frac{1}{C_e} \frac{1}{(1 + \frac{I_f}{I_b})} \left(s^2 + \frac{1}{I_b C_b} \right)}{s \left(s^2 + \frac{R_f / I_b}{1 + \frac{I_f}{I_b}} s + \frac{1}{(1 + \frac{I_f}{I_b})} \left(\frac{1}{I_b C_b} + \frac{1}{I_b C_e} \right) \right)} \quad (4.8)$$

$$\text{Avec } \omega_0^2 = \frac{1}{I_b C_b}, \quad I_b = I_2$$

Le ballast de 10cm^3 de volume a été préservé mais il peut être couplé à un tube de longueur calculée pour avoir la fréquence souhaitée. Il suffit d'ajouter un T pour fixer le nouveau tube : tous les composants tiennent dans la poignée existante.

C'est précisément la solution trouvée par les ingénieurs pour l'adaptation de ce dispositif. Elle correspond à l'utilisation d'un oscillateur de Helmholtz en conservant le volume du ballast

comme volume de l'oscillateur. La branche secondaire de 4.6 cm a été facilement installée sans affecter la configuration initiale du dispositif.

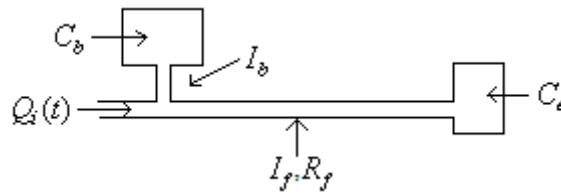


Figure 4.11: Nouveau concept pour le tympanomètre

La solution 4.10(b) introduit un élément I pour assurer la paire de zéros nécessaires mais aussi un élément C supplémentaire. Cet élément en causalité intégrale devrait normalement augmenter l'ordre du système et comme le dénominateur reste inchangé, une analyse supplémentaire s'impose pour vérifier la légitimité de cette solution.

Pour faire cette analyse les démarches présentées dans (Sueur, Dauphin-Tanguy 1989) ont été utilisées :

On note "n" le nombre d'éléments dynamiques en causalité intégrale sur le bond graph en causalité intégrale préférentielle.

Quand on met le bond graph en causalité dérivée préférentielle, C₂ et C₃ restent en causalité intégrale, indiquant que le rang de la matrice d'état est :

$$\text{rank}(A) = n - 2 \quad (4.9)$$

et on a deux modes nuls. Comme la fonction de transfert calculée contient un seul pôle nul, on déduit qu'une simplification pôle nul -zéro nul a eu lieu. Après la dualisation de la source, on garde toujours l'élément C₃ en causalité intégrale indiquant que cet élément n'est pas contrôlable par la source Se₁. A cause de ces propriétés structurelles, une solution comme celle décrite en figure 4.10 (b) n'est pas acceptable.

Dans le cas de l'actionneur EHA, deux solutions possibles ont été trouvées, décrites dans la figure 4.12 (a) et (b). Toutes les deux considèrent « l'élasticité de transmission » entre le vérin et la gouverne, comme la source des modes manquants. Une nouvelle branche apparaît dans le modèle bond graph contenant un élément C qui apporte une nouvelle dynamique et modifie la causalité de l'élément I₄, et relevant ainsi les deux modes manquants.

L'élément R₆ peut être traduit comme une perte d'énergie par frottement dans la liaison.

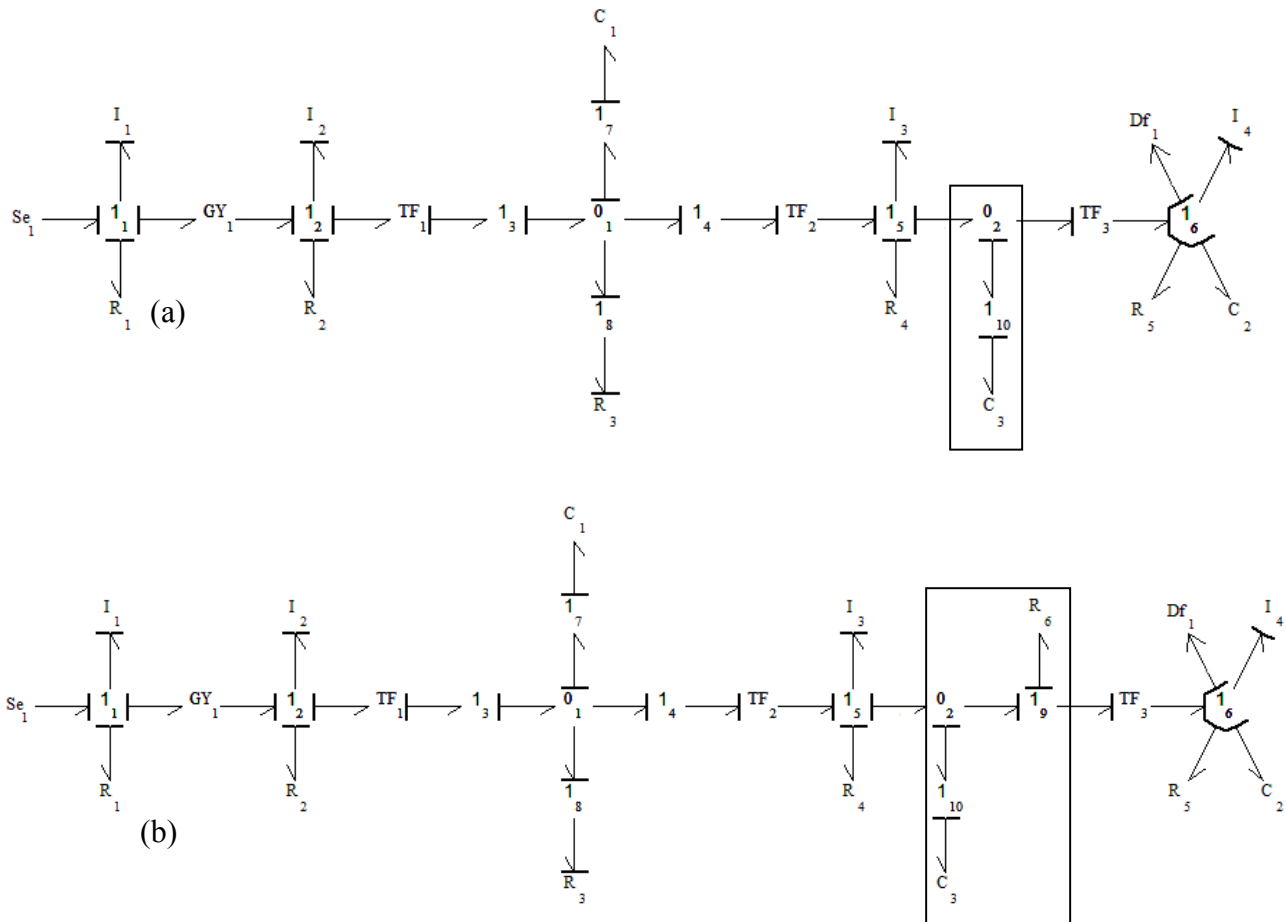


Figure 4.12: Nouveaux concepts pour l'EHA

La dernière tâche est de calculer les valeurs approximatives des nouveaux composants introduits. Les simulations fournissent un modèle numérique qui sera couplé aux modèles formels obtenus dans la procédure de génération.

En utilisant un algorithme de type Levenberg-Marquardt, nous pouvons calculer la valeur de C_3 et R_6 .

$$C_3 = 4.00 \cdot 10^{-8} \text{ qui correspond à une raideur de } k = \frac{1}{C_3} = 0.25 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

R_6 s'avère d'une valeur trop petite pour influencer le système.

Conclusions

L'outil de reconstruction présenté peut suggérer aux concepteurs peu expérimentés, des modifications à apporter aux modèles d'ordre insuffisant.

Dans le cas d'un actionneur électro-hydrostatique connecté à une gouverne, l'algorithme a été capable de retrouver un mécanisme physique négligé mais qui affectait le comportement dynamique.

Dans [Margolis 2002] l'applicabilité de la méthodologie bond graph pendant la phase de conception a été discutée et démontrée. Le cas d'une erreur de modélisation d'un instrument médical a été traité et la méthodologie bond graph s'est montrée parfaite pour extraire les équations d'état. Notre approche dans ces deux exemples montre une autre capacité, celle d'un outil de reconstruction, qui pourrait suggérer des solutions dans le cas d'un dispositif inconsistant avec les spécifications.

Remerciements

Nous remercions professeur J. C Maré de l'INSA de Toulouse pour son aide dans la modélisation de l'EHA.

Chapitre 5 : Design conceptuel

À la fin du premier chapitre nous avons abordé la problématique de la modélisation en vue de la conception. Dans ce contexte plusieurs approches ont été analysées, notamment celle qui s'appuie sur la modélisation compositionnelle [Campbell, 2000] et celle qui utilise des techniques d'intelligence artificielle [Robisson, 2001].

La décomposition des modèles en sous-modèles, une approche qui vient à la rencontre de l'idée que tous les systèmes complexes sont composés des sous-systèmes, a été intensivement exploitée jusqu'à l'obtention des bases de données partagées entre plusieurs universités [Campbell et Rai, 2003]. De multiples équipes d'ingénieurs appartenant à plusieurs domaines physiques se sont impliquées dans la maintenance de ces bases de données. Une telle infrastructure est difficile à développer et à entretenir et nécessite beaucoup de moyens humains et matériels.

L'alternative pourrait être de proposer un modèle initial qu'on manipulera par la suite jusqu'au niveau de précision nécessaire et pour satisfaire tous les besoins du concepteur.

Dans ce chapitre nous proposons une approche du design conceptuel utilisant la méthodologie bond graph et des spécifications entrée-sortie dynamiques de type fréquentielles.

Le premier paragraphe introduira le dispositif qui nécessite un concept approprié, un capteur de vitesse inertielle. Une première méthode basée sur la synthèse des impédances sera étudiée, ainsi que le concept résultant. Cette méthode nécessite des spécifications entrée-sortie fréquentielles et des techniques de traduction de ces spécifications dans des bonds graphs primitifs. A partir de ces primitifs, nous pouvons déterminer par la suite les composants nécessaires et la topologie recherchée. Une analyse sera effectuée sur le concept résultant pour étudier son implémentabilité du point de vue physique.

Dans la deuxième partie de ce chapitre nous allons adapter l'algorithme décrit dans le quatrième chapitre pour obtenir des nouveaux concepts pour ce dispositif. Pour satisfaire des spécifications variées, un environnement automatique de calibrage de ce dispositif sera développé, utilisant la technique d'adaptation et des fonctions Matlab.

Au niveau de l'organisation interne, l'algorithme se compose de plusieurs modules dont le schéma interne est esquissé dans la figure 5.1 :

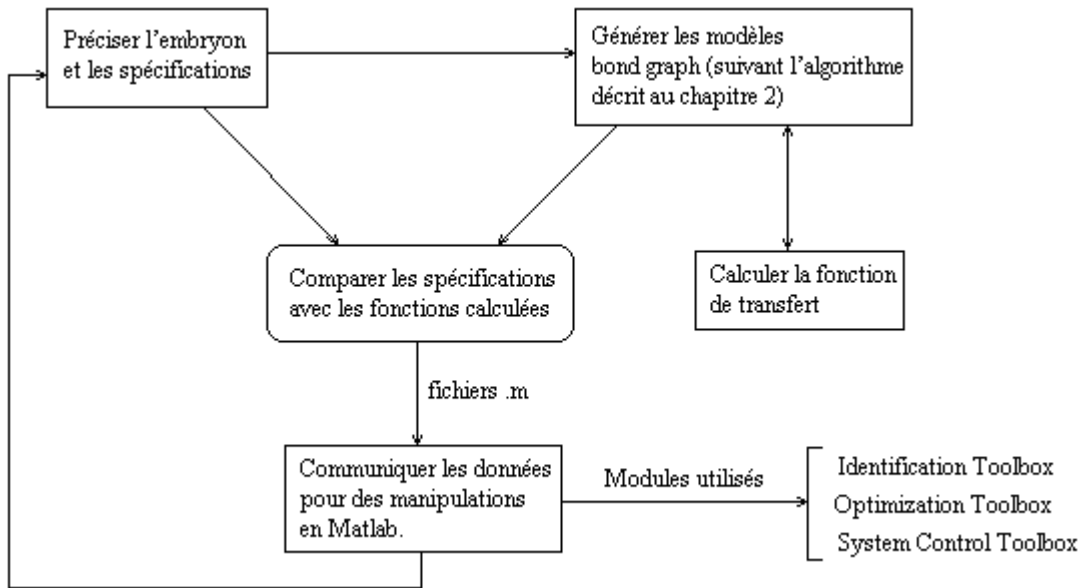


Figure 5.1. Organisation interne du programme

La structure de départ est introduite par l'utilisateur à l'aide d'un simple fichier texte contenant la matrice qui décrit la structure de l'embryon et les positions d'éléments vitaux (matrice P , décrite en chapitre 4) et la matrice de causalité (matrice C).

Les spécifications numériques sont introduites à l'aide d'une interface graphique où on précise l'ordre du modèle, la forme de la fonction de transfert, les valeurs numériques des paramètres, et les coordonnées des sites modifiables (voir figure 5.2).

The interface is titled 'Interface pour les spécifications' and contains the following elements:

- Nominator:** A row of five checkboxes for coefficients $b_4 s^4$, $b_3 s^3$, $b_2 s^2$, $b_1 s^1$, and $b_0 s^0$. The checkboxes for $b_3 s^3$, $b_2 s^2$, and $b_1 s^1$ are checked.
- Denominator:** A row of five checkboxes for coefficients $a_4 s^4$, $a_3 s^3$, $a_2 s^2$, $a_1 s^1$, and $a_0 s^0$. All five checkboxes are checked.
- System order set:** A checkbox that is currently unchecked.
- Source:** Two radio buttons: 'Effort Source' (selected) and 'Flux Source'.
- Detector:** Two radio buttons: 'Effort Detector' (selected) and 'Flux Detector'.
- Other checkboxes:** 'Dynamical Element in Derivate Causality' (unchecked), 'Multiple Domains' (unchecked), and 'With Embriion' (checked).
- Input fields:** Three text boxes labeled 'Add type', 'Position zero', and 'Position one', each containing the value '0'. A checkbox 'Add junction' is checked.
- Filename:** A text box containing 'f_embriion_vibration_absorber.txt' and a browse button '...'.
- Denominator Coefficient for s^3 :** A text box containing '0.001'.
- Buttons:** An 'OK' button at the bottom center.

Figure 5.2. Interface pour les spécifications

Une fois que l'utilisateur a précisé son embryon et ses spécifications, le logiciel génère toutes les configurations bond graphs qui correspondent et calcule leurs fonctions de transfert à l'aide de la règle de Mason après détermination des gains, des chemins causaux et des boucles causales (voir Annexe A pour plus de détails).

Des comparaisons successives entre les spécifications et les fonctions de transfert générées établissent un espace de solutions possibles qui sont transférées par la suite en Matlab pour les manipulations nécessaires. Le logiciel fournit à Matlab des fichiers .m avec les structures détaillées, notamment la solution formelle obtenue à partir du bond graph et les données numériques qui proviennent de spécifications. Les données sont exploitées par les modules d'Identification, Optimisation et Control.

5.1 Nouveau concept pour un capteur de vitesse inertielle

Il y a plusieurs solutions pour déterminer une vitesse. Parmi celle-ci, les plus connues consistent à intégrer un signal d'accélération, différencier un signal de déplacement ou employer des filtres Kalman.

Ayant connaissance des inconvénients présentés par ces méthodes, Redfield [Redfield, 1993] a développé un nouveau concept pour un capteur de vitesse en utilisant une technique basée sur la manipulation des impédances mono port, idée suggérée par la synthèse des réseaux électriques [Carrere, 1974].

L'approche de conception de son étude nécessite la détermination avant toute manipulation, d'un système de départ. L'embryon est considéré comme une base nécessaire pour toutes les autres architectures qui seront développées. Cette idée est analogue à celle utilisée dans le chapitre précédent pour l'adaptation d'un modèle initial.

Dans le cas du capteur de vitesse, l'embryon a été inspiré des capteurs sismiques. Pour mesurer une vitesse V , cette configuration initiale proposée se compose d'une masse suspendue à un ressort (voir figure 5.3).

Comme spécification fréquentielle on considère le rapport entre l'entrée, représentée par la vitesse, et une sortie qu'on a la possibilité de mesurer (ici un déplacement relatif q).

Un nouveau sous-système est ajouté en parallèle avec le ressort pour que son déplacement (q) ou la force élastique (F) soit une mesure de V . Ce nouveau système crée une relation appropriée (une relation proportionnelle est désirée) entre la vitesse et le déplacement q .

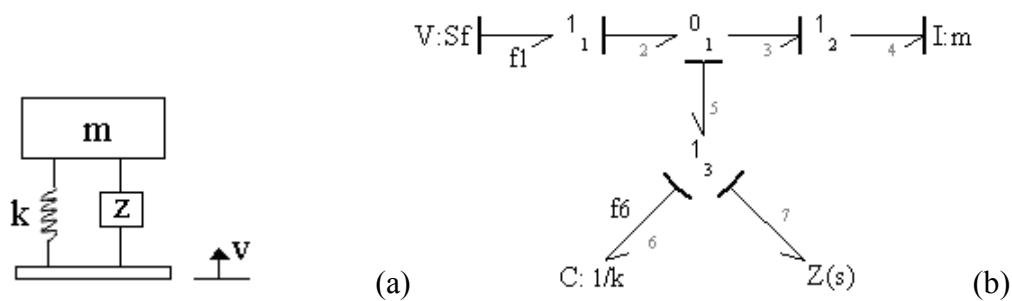


Figure 5.3. Configuration initiale pour le capteur de vitesse et son modèle bond graph

Ce système pourrait être aussi ajouté en série avec le ressort générant ainsi un nouveau concept. La fonction de transfert entre l'entrée (f_1) et le déplacement (q_6) est calculée dans l'équation (5.1), $Z(s)$ étant l'impédance du sous-système inconnu :

$$H(s) = \frac{q_6(s)}{f_1(s)} = \frac{ms}{ms^2 + Z(s)s + k} \quad (5.1)$$

Plusieurs architectures sont possibles en fonction des performances demandées. Une discussion détaillée de plusieurs types de performances exprimées en termes d'entrée-sortie est présentée dans [Redfield, 1993] ainsi que plusieurs concepts pour le capteur de vitesse. Comme on l'a déjà précisé, une relation proportionnelle est idéale, mais celle-ci s'avèrera irréaliste au niveau des composants qu'elle entraîne.

Redfield a essayé plusieurs types de filtres ; la conclusion de l'auteur cité est que la performance est améliorée considérablement si on utilise un filtre passe-bande qui fournit une réponse d'amplitude presque plate et des petits changements de phase autour des fréquences de coupure (une bande des fréquences centrée en $f_0 = 1\text{Hz}$).

$$Z(s) = \frac{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1} \quad (5.2)$$

En introduisant des pôles multiples pour chaque fréquence de coupure, la phase est plate entre les fréquences d'intérêt.

Les performances fréquentielles demandées imposent une fonction de transfert comme décrite en équation (5.3)

$$H(s) = \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5.3)$$

Le problème se réduit donc à la synthèse d'un filtre à partir de sa fonction de transfert, c'est-à-dire trouver une configuration des composants qui reproduit la spécification entrée-sortie exigée. L'approche choisie par Redfield pour obtenir un concept possible est basée sur la méthode de synthèse des impédances. Cette méthode s'appuie sur la décomposition de $Z(s)$, l'impédance du système inconnu, dans des termes qui représentent les impédances de dispositifs électrique simples: résistances(R), capacités(C) et inductances (I).

Cette tâche de décomposition est accomplie par un processus de division polynomiale [Wilson et Eryilmaz, 2006]. Les termes de base obtenus sont comparés à une bibliothèque des primitifs bonds graphs pour déterminer s'ils correspondent à une définition d'admittance/impédance

connue. Si un terme ne correspond pas à un primitif bond graph, alors la décomposition est continuée jusqu'à l'obtention de tous les termes possédant une forme basique. A partir de cette décomposition et en faisant la correspondance avec les primitifs bond graphs, la topologie du système peut être retrouvée.

5.1.1 La synthèse d'un filtre de vibrations

Pour étudier cette technique, nous allons l'appliquer sur un modèle simple, esquissé dans [Redfield et Krishnan, 1990] et repris par Connolly dans [Connolly, 2001]. Il s'agit de la conception d'un filtre de vibrations passif pour un oscillateur mécanique simple. Le système de démonstration est présenté figure 5.4 et consiste en une masse $m = 1kg$ suspendue à un ressort $k = 1000 N/m$ qui est soumis à une force sinusoïdale $F(t) = \sin \omega t$.

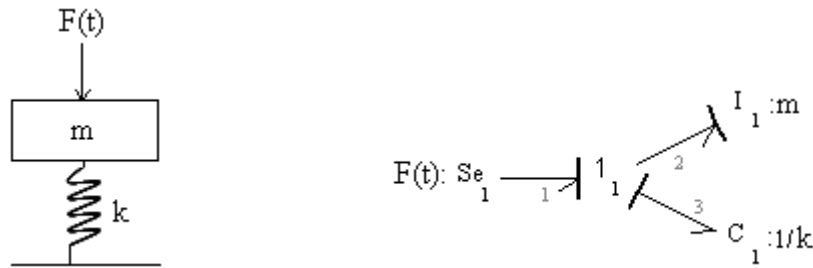


Figure 5.4. Oscillateur mécanique et son modèle bond graph

La fonction de transfert entre la force d'entrée et la vitesse de la masse est :

$$H(s) = \frac{s}{ms^2 + k} \quad (5.4)$$

La fonction de transfert pour la réponse désirée :

$$H(s) = \frac{0.001s^3 + 0.086s^2 + s}{0.001s^4 + 0.22s^3 + 14.1s^2 + 220s + 1000} \quad (5.5)$$

Dans la figure 5.5 se trouve la réponse en fréquence qui correspond à cette spécification entrée-sortie et aussi la réponse désirée.

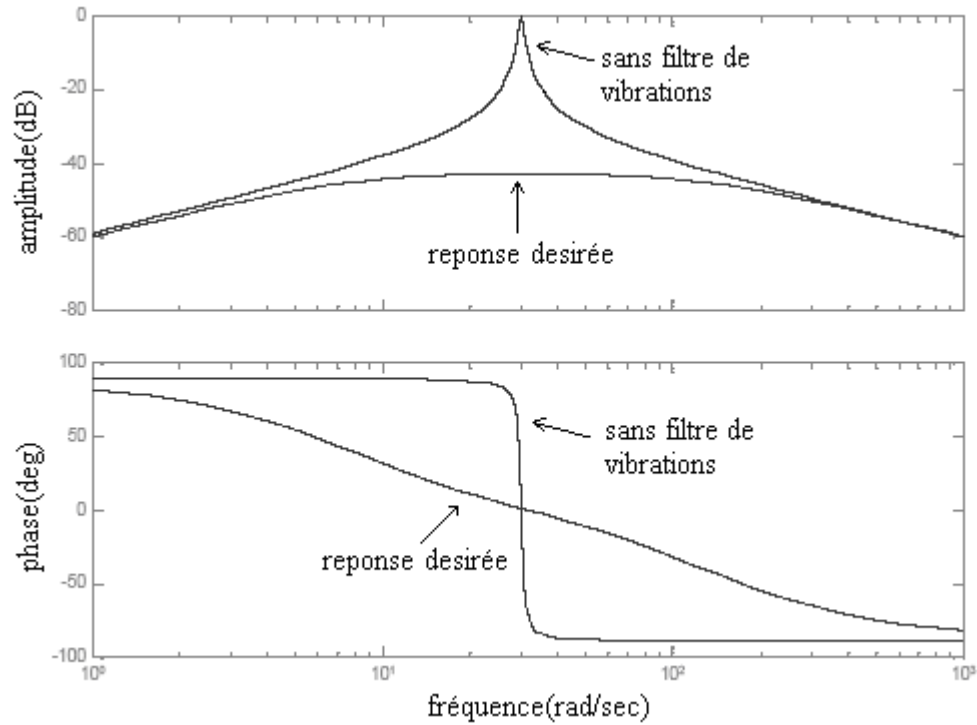


Figure 5.5. Comparaison entre la réponse réelle et la réponse désirée.

Comme on peut observer sur la figure 5.5, il y a un pic indésirable qu'on essaiera d'annuler avec un filtre de vibrations. L'architecture de ce filtre est inconnue mais on connaît le comportement désiré du système et à partir de cette réponse désirée nous obtiendrons le filtre. On choisit d'introduire ce nouveau sous-système en parallèle avec le ressort comme sur la figure 5.6.

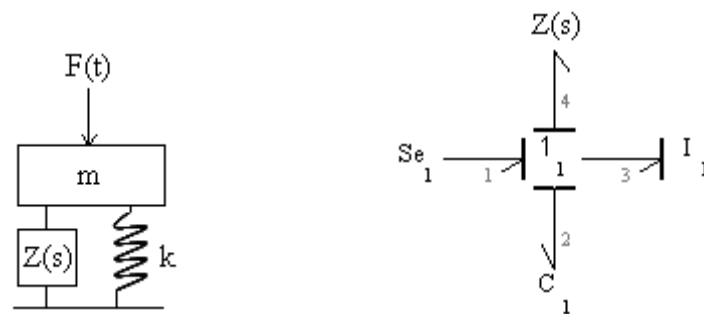


Figure 5.6. Le modèle du système avec un filtre de vibrations

La fonction de transfert devient alors:

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 1000 + Z(s) \cdot s} \quad (5.6)$$

En utilisant les équations (5.6) et (5.4) on peut extraire la définition de l'impédance $Z(s)$:

$$Z(s) = \frac{134s^2 + 12100s + 13400}{s^2 + 86s + 1000} \quad (5.7)$$

Si on utilise une méthode de décomposition en fractions simples, $Z(s)$ peut être décomposée en trois impédances connectées en parallèle, voir figure 5.7.

$$Z(s) = 134 - \frac{137.02}{13.86 + s} + \frac{713.02}{72.138 + s} \quad (5.8)$$

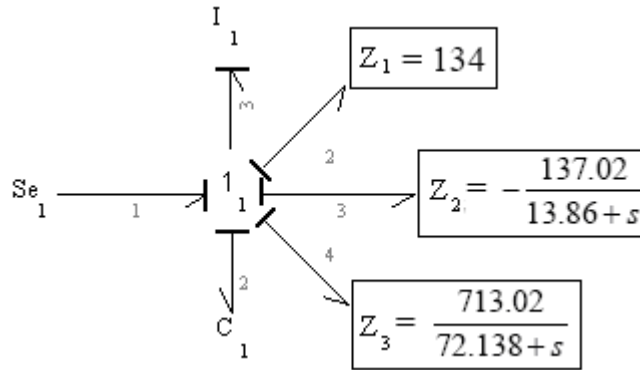


Figure 5.7. La décomposition du $Z(s)$

Si on regarde la définition de l'impédance $Z(s)$ dans l'équation (5.8), on distingue un premier terme basique qui correspond à un primitif bond graph, notamment un élément résistif. Cet élément étant positif il est physiquement réalisable. Les deux autres termes sont composites et ne correspondent pas encore à des primitifs de base. Dans ces deux cas, la décomposition se poursuit jusqu'à l'obtention des impédances simples, qu'on pourra associer à des éléments bond graphs.

Une contrainte importante s'est déjà révélée après cette première décomposition, le deuxième terme est négatif et donc celui-ci correspond à un élément actif.

Pour continuer la décomposition, on va inverser les impédances pour former des admittances qui seront connectées à une jonction 0.

Le premier terme $Z_2(s)$ devient :

$$\frac{1}{Z_2(s)} = -\frac{13.86 + s}{137.02} = -0.1012 - 0.0073s \quad (5.9)$$

Dans cette nouvelle décomposition le premier terme correspond à un frottement négatif de $-\frac{1}{0.1012} = -9.884$, tandis que le deuxième correspond à un ressort négatif de raideur $k = -\frac{1}{0.0073} = -137.02$.

De la même manière, $Z_3(s)$ sera réduite en impédances de base, générant ainsi la fonction de transfert suivante, suivie par le concept résultant :

$$Z(s) = 134 + \frac{1}{\frac{1}{9.884} - \frac{s}{137.02}} + \frac{1}{\frac{1}{9.8841} + \frac{s}{713.02}} \quad (5.10)$$

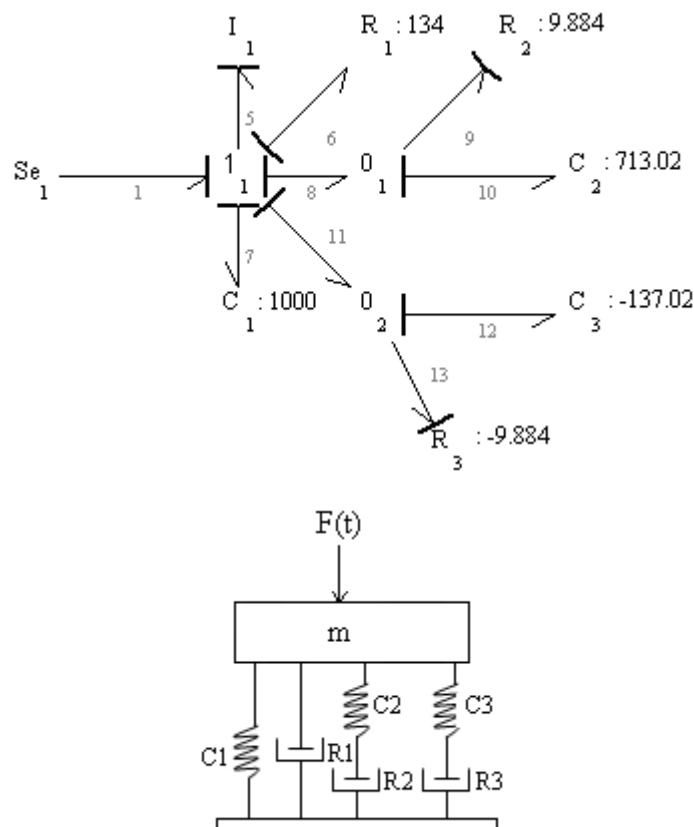


Figure 5.8. Modèle bond graph du système avec filtre

5.2 Le concept du capteur de vitesse

Cette méthode appliquée dans le cas du capteur de vitesse a trouvé une décomposition possible pour la fonction de transfert et donc une conception possible pour le nouveau concept de capteur de vitesse. Le modèle bond graph et le dispositif résultant sont présentés en figure 5.9.

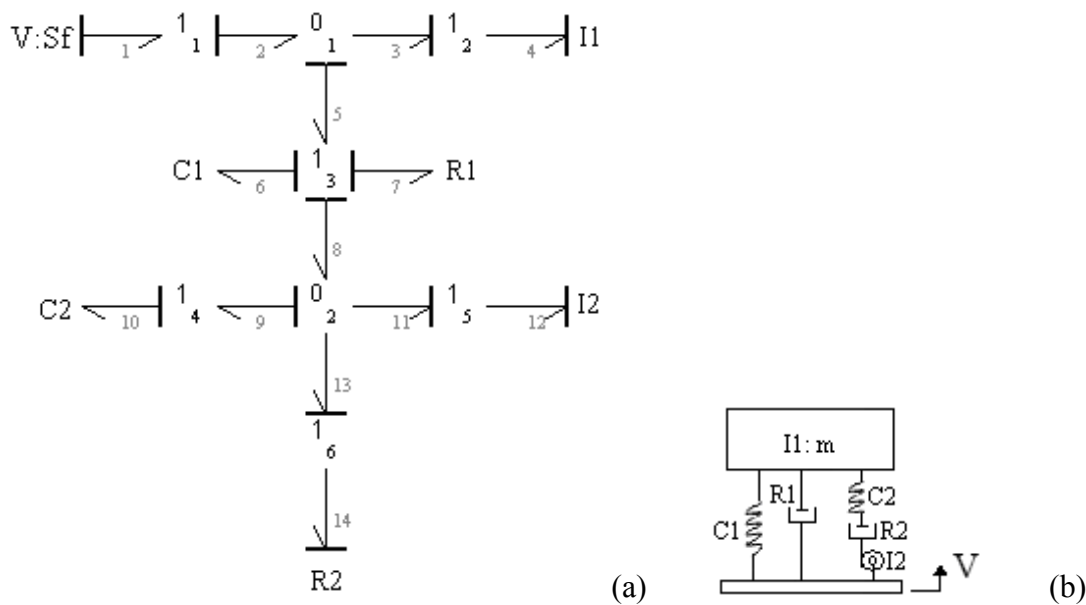


Figure 5.9. Concept final pour le capteur de vitesse et son modèle bond graph

Son implémentation physique implique une masse I_2 qui bouge à une vitesse relative $V_{masse} = V - V_m - V_{R2} - V_{C2}$. Comme une masse translationnelle ne peut pas avoir un tel mouvement [Won and Hogan, 1999], une masse rotationnelle a été utilisée. Ce paramètre est une fonction de l'inertie rotationnelle J et de son rayon, r .

$$I_2 = \frac{J}{r^2} \quad (5.11)$$

Malgré son apparente simplicité, la méthode rencontre des nombreux obstacles qui se manifestent par l'apparition des coefficients négatifs. Cette même technique a été utilisée par d'autres ingénieurs [Connolly, 2001] pour la synthèse d'éléments actifs où les impédances décomposées ne sont pas positives.

Les primitifs bond graphs qui représentent des éléments du système avec des impédances négatives, ne sont pas physiquement réalisables par des moyens passifs. Une solution sera de synthétiser les éléments actifs par des moyens électroniques ou en utilisant des actionneurs contrôlés.

L'auteur cité n'a pas pris en compte cet aspect. Une analyse plus élaborée sur l'identifiabilité de ce concept doit être effectuée pour déterminer les limites de cette configuration.

Quand on remplace $Z(s)$ dans l'équation (5.1) par un filtre passe-bande comme celui d'équation (5.2) la fonction de transfert du système devient :

$$H(s) = \frac{I_1 s(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1)}{C_1 I_1 \alpha_2 s^4 + (C_1 I_1 \alpha_1 + C_1 \beta_2) s^3 + (C_1 I_1 + C_1 \beta_1 + \alpha_2) s^2 + (\alpha_1 + C_1 \beta_0) s + 1} \quad (5.12)$$

Les spécifications imposent que celle-ci soit aussi un système d'ordre quatre, avec un lieu de Bode particulier.

$$H(s) = \frac{As(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)}{(T_1^2 s^2 + 2\zeta_1 T_1 s + 1)(T_2^2 s^2 + 2\zeta_2 T_2 s + 1)} \quad (5.13)$$

En utilisant les équations (5.12) et (5.13) nous pouvons extraire les paramètres :

$$\begin{aligned} I_1 &= A && \text{-masse initiale} \\ C_1 &= \frac{T_1^2 T_2^2}{AT_3 T_4} && \text{-compliance du ressort initial} \\ \alpha_1 &= T_3 + T_4 \\ \alpha_2 &= T_3 T_4 \\ \beta_0 &= 2(\zeta_1 T_1 + \zeta_2 T_2) - (T_3 + T_4) \frac{AT_3 T_4}{T_1^2 T_2^2} \\ \beta_1 &= \frac{4A\zeta_1 \zeta_2 T_1 T_2 T_3 T_4 + AT_3 T_4 (T_1^2 + T_2^2) - AT_1^2 T_2^2 - AT_3^2 T_4^2}{T_1^2 T_2^2} \\ \beta_2 &= \frac{2T_3 T_4 (\zeta_2 T_1 + \zeta_1 T_2) - AT_1 T_2 (T_3 + T_4)}{T_1 T_2} \end{aligned} \quad (5.14)$$

On peut considérer une impédance $Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ comme la fonction de transfert d'un système linéaire. Le dénominateur $D(s)$ est donc un polynôme de Hurwitz. Mais l'admittance $1/Z(s)$ peut de même être considérée comme un système, donc $N(s)$ est également un polynôme de Hurwitz.

Les deux polynômes $N(s)$ et $D(s)$ d'une impédance $Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ étant des polynômes de Hurwitz ne contiennent que des coefficients positifs.

$$\alpha_i, \beta_i > 0 \quad (5.15)$$

A partir des inégalités du système (5.15) on est capable d'extraire toutes les conditions nécessaires aux fréquences mesurées pour garder les paramètres positifs et donc physiquement réalisables.

$$\begin{cases} T_3 < T_1 < T_2 < T_4; T_1 < 1 < T_2 \\ 0 < \zeta_i < 1 \\ 2(\zeta_1 T_1 + \zeta_2 T_2) > T_3 + T_4 \\ 4A\zeta_1 \zeta_2 T_1 T_2 T_3 T_4 + T_3 T_4 (T_1^2 + T_2^2) > T_1^2 T_2^2 + T_3^2 T_4^2 \\ 2\zeta_2 T_1^2 T_2 T_3 T_4 + 2\zeta_1 T_1 T_2^2 T_3 T_4 > T_1^2 T_2^2 (T_3 + T_4) \end{cases} \quad (5.16)$$

Les spécifications (T_i, ζ_i) doivent remplir ces conditions, nécessaires mais pas suffisantes pour assurer des impédances implémentables. Un ensemble de spécifications qui vérifient ces conditions est :

$$\begin{cases} T_1 = 0.01; T_2 = 10; T_3 = 0.9T_1; T_4 = 1.1T_2 \\ \zeta_1 = 0.6; \zeta_2 = 0.59488; \\ A = 1 \Rightarrow I_1 = 1kg \end{cases} \quad (5.17)$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{0.099s^3 + 11.01s^2 + s}{0.01s^4 + 1.201s^3 + 100.1s^2 + 11.91s + 1} \quad (5.18)$$

Jusqu'à ce point de cette étude des conditions générales ont été développées, nécessaires pour garder les paramètres positifs de n'importe quelle configuration. Mais l'implémentabilité d'un concept dépend aussi de l'architecture de l'impédance générée.

Pour le concept de la figure 5.9, en résolvant le système d'équations non-linéaires décrit en(5.19), on peut calculer les valeurs spécifiques des composants de l'impédance $Z(s)$.

$$\begin{cases} C_2 I_2 = 0.099 \\ \frac{I_2}{R_1} = 11.01 \\ C_1 C_2 I_2 = 0.01 \\ R_2 C_1 C_2 I_2 + \frac{C_1 I_2}{R_1} = 1.201 \\ C_2 I_2 + C_1 I_2 + C_1 + \frac{R_2 C_1 I_2}{R_1} = 100.1 \\ R_2 C_1 + \frac{I_2}{R_1} = 11.91 \end{cases} \quad (5.19)$$

Ce système contient 6 équations et 5 paramètres variables et la dernière équation ne peut pas être résolue avec une solution valable pour les cinq précédentes, donc le système n'a pas de solution. Pour contourner ce problème on peut réinterpréter cette dernière équation en termes des fréquences.

Les définitions de R_2, C_1, I_2, R_1 peuvent être exprimées à l'aide des variables de l'équation (5.16), résultant ainsi en une sixième contrainte pour les spécifications qui s'ajoute à toutes les autres décrites par le système (5.16)

$$2\zeta_2 T_1^2 T_2 T_3 T_4 + 2\zeta_1 T_1 T_2^2 T_3 T_4 - T_1^2 T_2^2 (T_3 + T_4) + T_3 T_4 (T_3 + T_4) - 2T_3^2 T_4^2 (\zeta_1 T_1 + \zeta_2 T_2) = 0 \quad (5.20)$$

Cette contrainte est beaucoup plus forte que les inégalités antérieures (voir(5.16)). A cause de cette restriction, de petites modifications des spécifications mènent à des paramètres négatifs pour l'impédance. Cette solution devient donc très sensible aux spécifications.

Après cette analyse, on peut conclure que la méthode de synthèses des impédances trouve une seule solution. Si cette solution se trouve très sensible aux spécifications ou mène à des paramètres négatifs, alors on se retrouve sans option.

Nous allons proposer par la suite, d'utiliser la technique décrite dans le quatrième chapitre pour générer plusieurs solutions pour la synthèse de la fonction de transfert désirée, donnant ainsi la possibilité au concepteur de choisir le concept qui répond le mieux au cahier des charges.

5.3 Générer des nouveaux concepts

Dans le chapitre précédent, nous avons mentionné quel type d'informations doit être fourni à la procédure de génération avant de démarrer le processus de génération de structures. Deux questions ont été considérées :

- Quel est le cahier des charges?
- Quelle partie du modèle initial est à reconstruire et implicitement quelle partie est considérée vitale, donc inchangeable ?

Tout d'abord il faut préciser les spécifications c'est-à-dire le comportement désiré. Dans notre cas c'est la relation entrée-sortie exprimée par $H(s)$ de l'équation (5.18) .

La réponse pour la deuxième question mène à la précision d'un embryon et d'un point de départ (liste des sites de départ). Notre embryon sera la structure de jonctions du modèle bond graph arbitraire de la figure 5.3. Celui-ci imposera une matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$:

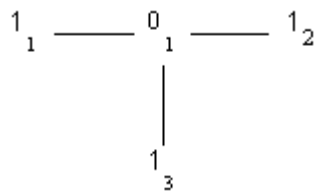


Figure 5.10. Structure de départ

Dans cet embryon nous allons introduire une nouvelle branche qui nous permettra d'établir une relation appropriée entre la vitesse et le déplacement.

Comme on peut l'observer, on a fait le choix d'introduire la nouvelle impédance en parallèle avec le ressort initial. Ce n'est pas le seul choix possible car il n'y a pas de restrictions dans le nombre des sites à développer. Des degrés de liberté multiples sont permis (voir figure 5.11) ; donc si en introduisant une seule impédance on n'a pas eu de solutions on peut faire varier deux impédances.

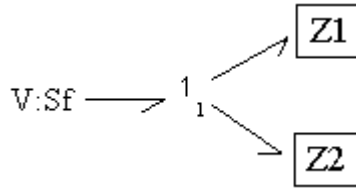


Figure 5.11. Concept avec deux degrés de liberté

Avec cette structure et en utilisant l'algorithme décrit dans le quatrième chapitre nous allons développer de nouvelles structures qui obéissent aux spécifications fréquentielles de l'équation(5.18).

La structure initiale comporte des éléments (masse, ressort) qui doivent se retrouver dans les solutions qui suivront. Ce type d'information doit être passé à la procédure de génération pour obtenir des solutions conformes au contexte initial de conception. C'est la matrice P qui précise les éléments vitaux et leur position dans la topologie de la configuration initiale. Elle sera complétée en introduisant des signes (± 1) pour établir une causalité initiale :

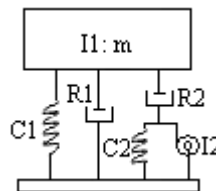
$$P = \begin{matrix} \text{lien internes} \\ \text{lien externes} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ Sf & I_1 & C_1 \\ 0 & 0 & Z \end{matrix} \right\} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Figure 5.12. Eléments vitaux et représentation de la causalité

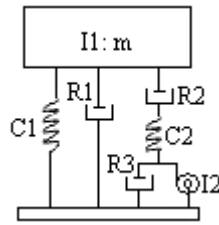
En utilisant la technique décrite dans le paragraphe précédent, 42 concepts différents ont été obtenus et parmi eux on retrouve aussi le concept de la figure 5.9, concept trouvé par la synthèse des impédances.

Les concepts nouveaux ont des architectures très complexes et se catégorisent dans trois classes de solutions en fonction de leur nombre d'équations et des variables inconnues. Dans la figure 5.13 un exemple de chaque classe est représenté.

-5 paramètres inconnus. Ex:



- 6 paramètres inconnus. Ex:



- ≥ 7 paramètres inconnus. Ex:

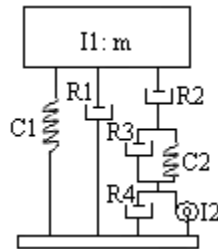


Figure 5.13. Des nouveaux concepts

La tâche suivante est d'introduire les spécifications numériques pour le comportement dynamique, spécifications qui permettent de quantifier les performances du capteur et de sélectionner ses paramètres.

Compte tenu de la discussion de la première section, il y a une relation étroite entre les spécifications et l'architecture appropriée pour l'impédance $Z(s)$. Quelques spécifications numériques peuvent conduire à une configuration avec des éléments passifs et d'autres vers des configurations qui ne peuvent pas être utilisées par la suite. Une structure nouvelle avec des nouveaux paramètres doit être trouvée parmi l'ensemble des solutions.

Tout ce processus adaptatif est une tâche difficile de résoudre à la main. Chaque fois, un nouveau système d'équations non linéaires doit être résolu pour fixer les paramètres du capteur. Pour cette tâche une procédure automatique basée sur l'algorithme Levenberg-Marquardt a été développée. Elle permet de choisir la configuration appropriée et ses paramètres qui satisferont au mieux les spécifications.

Cette application offre une interface dans laquelle l'utilisateur peut introduire des spécifications fréquentielles et retrouver le concept exact qui satisfait les demandes.

L'identification paramétrique est faite via des fonctions Matlab.

Pour les spécifications de l'équation(5.18), 2 solutions ont été fournies par l'application.

La première solution est le concept (figure 5.9) originaire trouvé en utilisant des techniques de synthèse des impédances.

La deuxième solution est un concept similaire qui produit presque le même comportement, mais avec un élément dissipatif supplémentaire R_3 , qui assure un meilleur amortissement.

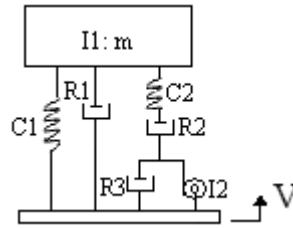


Figure 5.14. Nouveau concept avec un élément dissipatif supplémentaire

Cette solution conduit à un système non linéaire avec 6 équations et 6 paramètres inconnus, qui est plus robuste que la solution présentée en figure 5.9.

La présence de cette 6^{ième} variable d'une valeur non négligeable permet une meilleure identification des paramètres (le résidu de la fonction objectif $F(x)$ au point x est minimisé en valeur absolue) et assure des performances meilleures vis-à-vis de la sensibilité des spécifications aux valeurs des paramètres.

Nouveau concept pour le filtre de vibrations

Dans le paragraphe 5.1 nous avons montré la méthode de décomposition par des impédances simples sur un modèle d'un filtre de vibrations passif pour un oscillateur mécanique simple. Le système de démonstration est présenté figure 5.4 et consiste en une masse $m = 1kg$ suspendue à un ressort $k = 1000 N/m$, ensemble qui est soumis à une force sinusoïdale $F(t) = \sin \omega t$. Par la méthode de décomposition un concept a été proposé avec des paramètres négatifs.

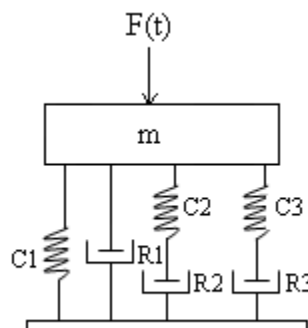


Figure 5.15. Concept issu de la décomposition pour le filtre de vibrations

Avec la même structure de départ et en utilisant l'algorithme décrit, nous cherchons à développer de nouvelles structures qui obéissent aux spécifications fréquentielles de l'équation (5.5).

L'algorithme a ajouté 2 nouvelles jonctions 0 peuplées avec des éléments en essayant d'éviter les paramètres négatifs tout en restant proche des spécifications (voir figure 5.16). La meilleure solution obtenue satisfait bien les contraintes en termes de gain, mais ne respecte pas les spécifications pour la phase (cf figure 5.17).

Dans ce cas le cahier des charges ne peut pas être satisfait complètement à l'aide de dispositifs physiquement réalisables ; nous avons fait le choix d'améliorer le gain de ce filtre de vibrations au détriment de la phase qui ne présente pas l'importance qu'elle avait pour le capteur de vitesse. Les valeurs numériques obtenues pour les différents paramètres sont :

$$R_1 = 0.4240 \text{ Nsm}^{-1}, C_2 = 0.4237 \text{ mN}^{-1}, I_2 = 5.8892 \text{ kg}, R_2 = 147.4409 \text{ Nsm}^{-1}$$

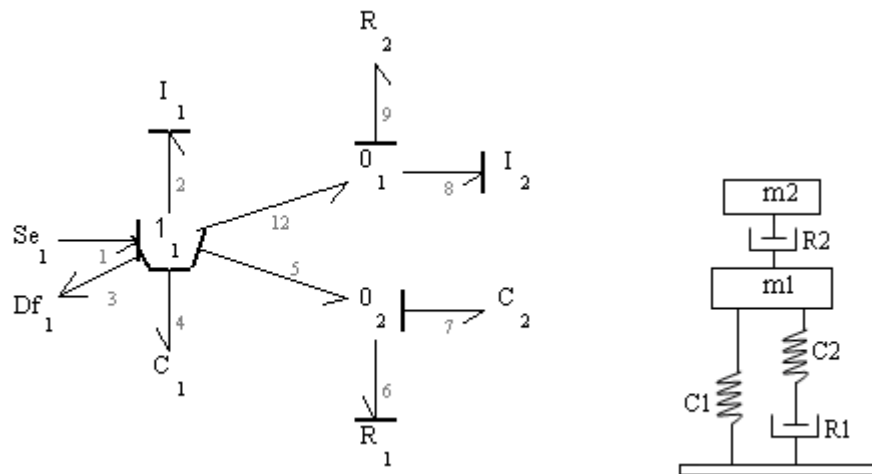


Figure 5.16. Nouveau concept pour le filtre de vibrations

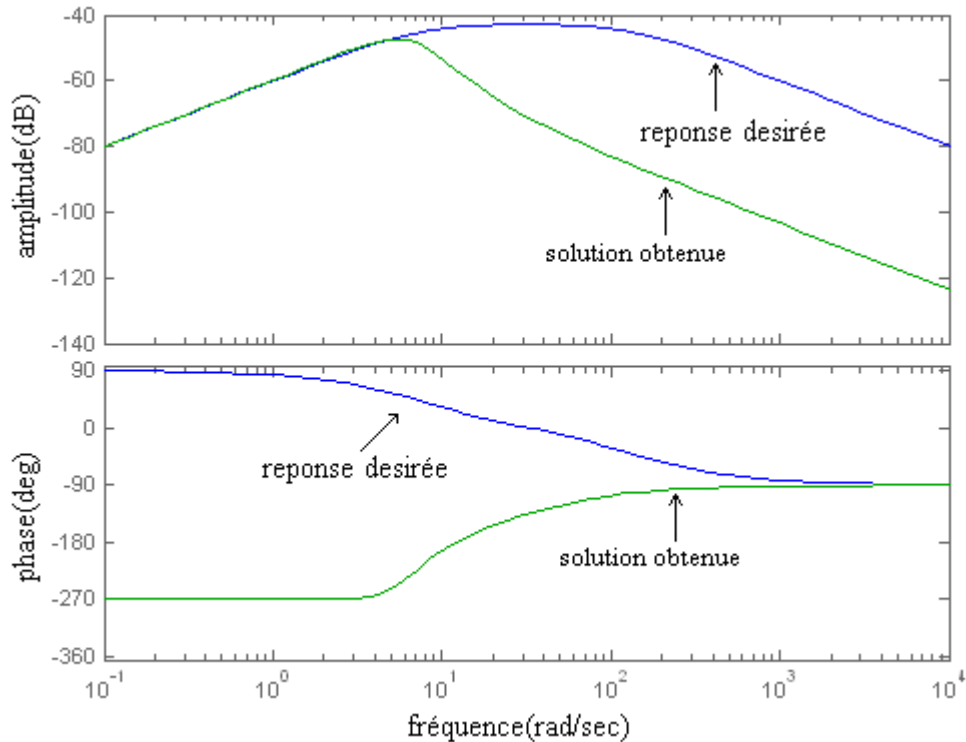


Figure 5.17 Caractéristiques du filtre comportant des paramètres positifs

Conclusions

Dans le chapitre précédent on a considéré un modèle comme une abstraction d'un système. Un modèle sert à valider le cahier des charges, à détecter les erreurs de conception avant la réalisation du système, et éventuellement contribue à déterminer certains paramètres du système tels que les paramètres de contrôle/commande.

La conception est par contre l'acte de définition d'un système ou d'un sous-système. La conception implique généralement la réalisation de plusieurs modèles, chacun étant un raffinement du précédent. On part d'un premier modèle, l'embryon, considéré comme la spécification formelle du système et par des manipulations algorithmiques on essaie d'obtenir le dernier modèle qui est l'implémentation du système. La conception est la modélisation raffinée jusqu'à obtenir un modèle exécutable sur la plateforme ciblée [Feredj, 2005].

Dans ce dernier chapitre nous avons présenté un algorithme basé sur la méthodologie bond graph qui peut être utilisé comme outil dans la modélisation pour la conception des systèmes.

Pour les concepteurs peu expérimentés cet outil peut suggérer les élaborations nécessaires pour générer des concepts conformes à un ensemble des spécifications fréquentielles.

Dans le cas d'un capteur de vitesse, le système a été capable de retrouver la solution proposée dans [Redfield, 1993] et de développer des architectures alternatives. Une de ces architectures s'est avérée être numériquement améliorée.

Conclusions

A travers ce document, nous avons présenté une approche logicielle permettant la création et l'adaptation de modèles à partir d'un cahier des charges. L'objectif final du travail était de disposer d'un outil évolutif de modélisation destiné à la conception de dispositifs technologiques. Pour cela, nous avons analysé les approches existantes et fait le choix de baser cet outil sur un formalisme unificateur dans le domaine de la modélisation et de l'analyse : les bond graphs.

Dans les paragraphes suivants les principaux résultats, limitations et perspectives seront résumés.

Le premier chapitre a présenté un historique non exhaustif du domaine de la modélisation automatique. Nous avons ensuite effectué une revue représentative des approches logicielles de modélisation de systèmes complexes existantes. Une grande partie de cette revue concerne les environnements basés sur le formalisme bond graph et la modélisation compositionnelle. Cette partie nous a amenés à identifier les principales caractéristiques logicielles d'intégration de ce formalisme.

Dans le second chapitre, nous avons proposé une procédure générale qui développe des modèles bond graphs indépendants du domaine physique et technologique. C'est une approche originale car elle permet d'aborder deux problématiques à partir d'un cahier des charges : modélisation/adaptation d'un modèle connu et conception d'un dispositif en passant par son modèle bond graph. Le défi était d'aborder les deux directions en utilisant la même plateforme algorithmique et sans construire des bibliothèques des composants.

A partir de règles géométriques de construction appartenant au formalisme bond graph, nous avons développé un algorithme unique d'évolution de modèles, qui exploite l'interdisciplinarité du formalisme et son approche des lois physiques. Pour la reconstruction d'un modèle incomplet ou non conforme aux spécifications, nous avons décrit des règles dans un processus d'évolution d'un embryon par l'ajout de jonctions et d'éléments.

Cette approche est donc destinée à la fois aux spécialistes et aux non spécialistes du domaine de la conception.

La procédure proposée au troisième chapitre permettra aux spécialistes de la mécanique des polymères, d'obtenir de façon systématique tous les modèles qui correspondent à un matériau identifié. Le but est la génération automatique des modèles bond graph des matériaux possédant la propriété de viscoélasticité.

En utilisant cette technique, le comportement dans le domaine viscoélastique du polychlorure de vinyle plastifié a été modélisé. Parmi les solutions obtenues, nous avons retrouvé aussi les modèles connus dans la littérature, démontrant ainsi la pertinence de cette méthode dans le domaine de la viscoélasticité des polymères.

Toutes les solutions ont été vérifiées pour déterminer quels sont les modèles identifiables du point de vue paramétrique. Une des solutions classiques s'est avérée avoir des paramètres négatifs, donc non réalisable. Cela prouve l'utilité de notre méthode qui arrive à proposer plusieurs solutions afin d'assurer toujours un modèle fidèle et physiquement réaliste.

Pour les non spécialistes, le logiciel développé contribue à ce qu'ils identifient des effets physiques qui ont été initialement négligés dans le processus de modélisation.

Pour un dispositif de diagnostic des maladies de l'oreille, les problèmes étaient apparus après la phase de construction quand les concepteurs ont observé que les dynamiques du système amplifiaient un bruit de type « slip-stick » à la fréquence exacte pour laquelle le traitement de signal est fait. Pour éliminer ce problème, une solution théorique est devenue tout de suite évidente ; cependant cette solution supposait l'introduction de nouvelles dynamiques et on ne connaissait pas les conséquences d'une introduction de dynamiques dans le système et surtout on ne savait pas comment les interpréter en termes de composants physiques réels.

Dans le cas de cet instrument auditif, la procédure de génération a fourni une solution viable consistant en l'introduction d'un petit tube secondaire (générant ainsi l'oscillateur de Helmholtz) qui a été facilement installé sans affecter la configuration initiale du dispositif. C'est précisément la solution trouvée par les ingénieurs pour l'adaptation de ce dispositif.

Dans le cas d'un actionneur électro-hydrostatique, une différence d'ordre a été observée entre le modèle bond graph envisagé, qui était un modèle du cinquième ordre, et le modèle identifié d'ordre sept. Cela signifiait que le modélisateur avait fait une abstraction trop radicale du système et que certains aspects physiques n'avaient pas été pris en compte quant à la construction du modèle bond graph.

Pour retrouver les deux modes manquants, notre algorithme a proposé deux solutions. Toutes les deux ont considéré la « raideur de transmission » entre deux composants comme la source des modes manquants.

Dans ce nouveau contexte, nous avons montré la pertinence de cette approche comme base unificatrice permettant la réadaptation d'un modèle, comme celui d'un actionneur hydraulique d'ordre insuffisant, mais aussi une aide dans la conception comme dans le cas d'un instrument médical incompatible avec les spécifications imposées par le concepteur.

Dans le cinquième chapitre nous avons montré que cet outil peut suggérer les élaborations nécessaires pour générer des concepts conformes à un ensemble de spécifications fréquentielles.

Dans le cas d'un capteur de vitesse, le système a été capable de retrouver la solution proposée et de développer des architectures alternatives. Une de ces architectures s'est avérée être numériquement améliorée.

Nous avons prouvé aussi que cette approche n'est pas invalidée par la multidisciplinarité d'un problème de conception. L'algorithme est capable d'aborder plusieurs domaines physiques et de se développer à travers les éléments de transformation réversible GY ou TF. Les problèmes de contrôlabilité et observabilité sont aussi abordés pour éviter de générer des solutions inutilisables.

L'ensemble de ces travaux a fait l'objet de publications parmi lesquelles nous pouvons citer: [Pirvu, Dauphin-Tanguy et Kubiak, 2005; 2006; 2007a; 2007b].

Discussion et perspectives

Dans cette thèse, nous avons tenté de reproduire une activité intellectuelle complexe, celle qui conduit les ingénieurs à inventer des concepts pour des dispositifs technologiques.

L'approche qui a été proposée pour aborder ce problème est originale. L'algorithme responsable de la tâche de génération est un algorithme de recherche basé exclusivement sur des méthodes géométriques spécifiques au langage bond graph. En abordant plusieurs domaines physiques nous avons montré que cette approche est valable dans des applications diverses.

Les algorithmes décrits ont été implémentés en C# sur une plateforme .NET.

Généralement, la rentabilité du processus de modélisation d'un système dépend de facteurs comme l'indépendance de la démarche vis à vis des outils logiciels propriétaires, la réutilisation des modèles existants ainsi que la flexibilité et la portabilité des modèles développés. L'utilisation d'un langage standard de type orienté objet est un premier moyen pour répondre a

ces spécifications. Mais une totale maîtrise du processus d'implémentation nécessite plutôt d'utiliser des logiciels libres.

Toutefois, l'utilisation d'un compilateur libre montre des limites qui sont aussi celles de la plupart des logiciels libres, à savoir : (1) une interface homme-machine généralement rudimentaire, (2) une absence d'outil de débogage efficace et (3) une absence quasi totale d'interopérabilité entre logiciels libres [Bastogne, 2005].

Pour tous ces inconvénients et aussi par préférence personnelle, le langage C# a été choisi.

Ce travail concerne l'étude des systèmes dynamiques linéaires par approche bond graph et utilise des techniques graphiques connues pour la détermination formelle de la fonction de transfert, l'analyse des propriétés structurelles et la construction des équations d'état. Ces techniques ne sont plus utilisables dans le cas de systèmes non linéaires où une approche d'état serait nécessaire.

Une première limitation à la méthode qui a été proposée est qu'elle met en œuvre une recherche heuristique. Le nombre de solutions potentielles engendrées augmente de façon exponentielle avec l'ordre de la fonction de transfert. Cependant, même si l'espace de recherche est très vaste, l'utilisation des embryons évolués, des contraintes et des techniques de suppression des doublons permettent de réduire considérablement le temps de calcul. En effet, la représentation par bond graphs est la représentation idéale pour détecter les solutions topologiquement distinctes mais physiquement équivalentes. Cette représentation associée à des méthodes pour détecter la graphicité et la symétrie permet le développement d'un algorithme très utile et efficace dans les applications où l'espace de recherche est très vaste (des centaines de milliers de modèles à vérifier).

Au niveau du temps de calcul, la génération de modèles allant jusqu'à 9 jonctions avec des éléments est réalisée en au plus 60 minutes. L'intérêt de ce travail étant de générer des solutions répondant à des spécifications, des calculs d'identification suivent généralement le processus de génération. Cela peut alourdir le temps de calcul en fonction de la tâche et de l'espace de recherche. Aucune application jusqu'à ce point n'a duré plus d'une demi-journée.

Pour le modèle du polychlorure de vinyle plastifié, 5 minutes se sont déroulées pour obtenir les 1276 solutions issues de la première phase de construction et 100 minutes pour identifier chaque structure et calculer ses paramètres en utilisant des fonctions Matlab (sur une machine Intel Pentium 4, 3.2GHz)

La seconde limitation est spécifique au domaine de la mécanique des polymères : notre approche considère des petites déformations afin que le matériau reste dans son domaine de linéarité.

L'outil de reconstruction présenté peut suggérer aux concepteurs peu expérimentés des modifications à apporter aux modèles d'ordre insuffisant ou des modèles conceptuels non conformes au cahier des charges. Comme discuté auparavant, les solutions peuvent être très nombreuses si l'embryon choisi est minimal et si plusieurs sites sont modifiables.

Le grand nombre de solutions entraîne une autre limitation, le nombre élevé de concepts physiquement irréalisables dus à des combinaisons d'éléments non concluants dans le domaine de travail abordé. Cela peut être évité en introduisant des contraintes supplémentaires concernant les combinaisons indésirables des différents domaines physiques.

Nous avons évoqué dans le premier chapitre le cas des modèles à base de composants, modèles décrivant les composants internes du système et leurs modes d'interaction et qui nécessitent une base de données très complexe. Par rapport à ces modèles, notre approche présente l'avantage de ne pas nécessiter une bibliothèque de composants et de ne pas faire appel à des sous-modèles stockés au préalable. C'était précisément le but de notre travail. Tout de même, cet avantage réclame la nécessité de « traduire » les solutions graphiques obtenues en termes d'effets physiques ou de dispositifs technologiques. C'est une tâche qui revient systématiquement à l'utilisateur et qui demande des connaissances du formalisme bond graph aussi bien que du domaine du travail.

Plusieurs perspectives de recherches et de réalisations se dessinent à l'issue de ce travail.

A court terme, nous envisageons de poursuivre la démarche d'évolution de l'outil en faisant plus d'études de cas, ce qui nous amènera à construire davantage de modèles et ainsi enrichir notre base théorique. Un premier pas sera d'implémenter plus de contraintes pour réduire l'explosion combinatoire :

- Des contraintes supplémentaires spécifiques au domaine du travail courant pourront être envisagées pour limiter le nombre de solutions non concluantes ainsi que le nombre total de solutions.
- Plus de critères d'optimisation pour le calcul des paramètres seront utilisés pour réduire l'incidence des valeurs irréalistes sur/sous dimensionnées, non standardisées.

Avec cet algorithme nous pouvons aussi aborder le cas d'une révision d'un modèle qui implique un autre domaine physique que celui de départ (et qui signifiera employer des TF et GY pour faire évoluer une structure).

A moyen terme, nous comptons modifier notre outil pour qu'il puisse aborder des systèmes multivariables à plusieurs entrées et plusieurs sorties. Dans un premier temps cela gardera inchangée la représentation des structures mais entraînera la modification des spécifications de fonction de transfert en matrice de transfert. Des modifications au niveau de la propagation de la puissance seraient aussi nécessaires dans ce contexte.

Actuellement notre outil n'autorise que l'interconnexion avec Matlab pour les simulations et les modules d'identification mais nous bénéficions aussi d'une architecture modulaire nous autorisant à intégrer nos sous-modèles (par exemples les modèles des polymères) en 20-SIM. Toutes les solutions pourront ainsi être réutilisées comme pièces dans un système plus complexe (voir un système d'isolation vibratoire).

La détermination formelle de l'équation d'état à partir du modèle bond graph repose, dans le cas linéaire, sur les mêmes procédures (à l'aide des chemins causaux et boucles causales) que pour la fonction de transfert.

Une extension à certaines classes de systèmes non linéaires (systèmes à commutation, modèles affines) pourra être faite si nous considérons des nouvelles spécifications et de nouveaux critères de comparaison entre le comportement désiré et le comportement calculé.

Pour pouvoir aborder des systèmes non linéaires nous devons aussi élargir le champ des spécifications du point de vue numérique.

D'autres techniques devront aussi être intégrées à l'outil pour qu'il puisse prétendre devenir une plate-forme d'adaptation/conception de systèmes ; nous pensons en particulier à une interface graphique plus conviviale, qui aide l'utilisateur à spécifier le cahier des charges dans des formes multiples (fonction de transfert, lieu de Bode, une sortie désirée issue d'une simulation ou des données expérimentales) et l'embryon d'une manière graphique.

Références

- [Addanki et al., 1991] Addanki, S., Cremonini, R., Penberthy, J. S. 1991. “Graphs of Models”, *J. of Artificial Intelligence*, vol.51, pp. 145–177
- [Akaike, 1974] Akaike, H. 1974. « A new look at the statistical model identification » *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19:716–723
- [Altshuller, 1999] G. Altshuller “TRIZ The innovation algorithm; systematic innovation and technical creativity” Traduit par Lev Shulyak et Steven Rodman, Technical Innovation Center Inc., Worcester, MA, 1999
- [Amsterdam, 1992] Amsterdam, J. 1992. “Automated Modelling of Physical Systems”, in Falkenhainer, B. & Stein, J. L. (eds.), *Automated Modelling*, DCS 41, American Society of Mechanical Engineers, pp. 21-30.
- [Amsterdam, 1993] Amsterdam, J. 1993. “Automated Qualitative Modelling of Dynamic Physical Systems”, Ph.D Thesis, MIT AI Lab.
- [Bertoluci, 2000] G. Bertoluci, M. Le Coq « Intégration du TRIZ au sein du cycle de conception de produit » *IDMME’2000*, Montréal, 2000
- [Birkett et Roe, 1989] S.H.Birkett, P.H. Roe. 1989. “The mathematical foundations of bond graphs-I. Algebraic Theory”, *J. of Franklin Institute*, Vol. 326, No.3, pp. 329-350.
- [Birkett et Roe, 1990] S.H.Birkett, P.H. Roe. 1990. “The mathematical foundations of bond graphs-III Matroid Theory”, *J. of Franklin Institute*, Vol. 327, No.1, pp. 87-108
- [Birkett, 1993] S.H.Birkett. 1993. “On the special properties of graphic and co-graphic bond graphs”, *J. of Franklin Institute*, Vol 330, No. 4, pp. 735-761.
- [Borutzky, 1999] Borutzky, W. 1999. “Bond graph modelling from an object oriented modelling point of view” *Simulation Practice and Theory*, Vol.7, pp.439-461
- [Broenink, 1990] J.F. Broenink. 1990. “Computer-aided physical systems modelling and simulation: a bond graph approach”, Ph.D Thesis, University of Twente, Netherlands
- [Broenink, 1997] J.F. Broenink. 1997. “Bond graph modelling in Modelica”, *European Simulation Symposium, ESS’97*, Passau (Germany), pp. 137-141.
- [Brown, 1972] F.T. Brown. 1972 “Direct application of the loop rule to bond graphs”, *ASME, J. of Dyn. Syst. Meas. Control*, Vol. 94, pp. 253-261

- [Buchanan et Feigenbaum, 1978] B.G. Buchanan, E.A. Feigenbaum. 1978. "Dendral and metadendral: Their applications dimension", J. of Artificial Intelligence, Vol. 11, pp.5-24.
- [Campbell, 2000] Campbell, M. 2000. The A-Design Invention Machine: A Means of Automating and Investigating Conceptual Design, Ph.D. Dissertation, Carnegie Mellon University.
- [Capelo et al., 1993] A. C. Capelo, L. Ironi, S.Tentoni. 1993. "A model-based system for the classification and analysis of materials", Journal of Intelligent Systems Engineering, pp.145-158.
- [Capelo et al., 1998] A.C. Capello, L.ironi, S.Tentoni. 1998. "Automated modelling from experimental data: an application to material science", IEEE Trans.SMC, Vol. 28, pp.356-370
- [Carrere, 1974] Carrere A. 1974. "Synthèse des circuits passifs ". Editions Masson.
- [Cellier, 1991] Cellier, F.E. (1991). "Continuous system modelling", Editor Springer-Verlag, New York.
- [Corruble et Ganascia, 1997] Corruble V., Ganascia J.-G. 1997. "Induction and the discovery of the causes of scurvy: a computational reconstruction", J. of Artificial Intelligence, Elsevier Press, (91)2 pp. 205-223.
- [Couarraze and Grossiord, 2000]G. Couarraze, J.L. Grossiord. 2000. "Initiation à la rhéologie", Technique et documentation Lavoisier
- [Crawford 1985] Crawford R.J. 1985. "Plastics and rubbers: engineering design and applications" Mechanical Engineering Publications, London.
- [Dauphin-Tanguy, Foulloy et Popescu, 2004] G. Dauphin-Tanguy, L.Foulloy, D.Popescu. 2004 "Modelisation, Identification et commande des systemes", Ed. Academiei Romane, Bucarest
- [Eschenauer, 1990] Eschenauer, H., J. Koski, A. Osyczka (eds.). 1990. Multicriteria Design Optimization, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- [Fan et al., 2001] Fan Z., J. Hu, K. Seo, E. Goodman, R. Rosenberg, and B. Zhang. 2001. "Bond Graph Representation and GP for Automated Analog Filter Design," Genetic and Evolutionary Computation Conference Late-Breaking Papers, San Francisco, pp. 81-86.
- [Falkenhainer et Forbus, 1991] Falkenhainer, B., Forbus, K. 1991. "Compositional Modelling: Finding the Right Model for the Job", J. of Artificial Intelligence, Vol. 51, pp. 95-143.

- [Forbus et Falkenhainer, 1989] Falkenhainer, B., Forbus, K. D., Gentner, D. 1989. "The Structure-Mapping Engine: Algorithm and Examples", *J. of Artificial Intelligence*, Vol.41, pp.1-63
- [Hayes, 1985] Hayes, P. J. (1985), "Naive Physics I: Ontology for Liquids", in Hobbs, J.&Moore, B. (eds.), *Formal Theories of the Commonsense World*, Abex Publishing, pp. 71-89.
- [Ironi et Tentoni, 2002] L.Ironi, S.Tentoni. 2002. "A model-based approach to the assessment of physiochemical properties of drug delivery materials", *Computers and Chemical Engineering*, Vol.27, pp.803-812
- [Iwasaky et Levy, 1994] Iwasaki, Y., Levy, A. Y. 1994. "Automated Model Selection for Simulation", *Proceedings AAAI-94*, pp. 1183–1190.
- [Karnopp et Rosenberg, 1975] Karnopp, D.C. and R.C. Rosenberg. 1975. "System Dynamics: A Unified Approach", John Wiley.
- [Kaye et al., 1998] A. Kaye , R. F. T. Stepto , W. J. Work ,J. V. Aleman , A. Ya. Malkin .1998. « Definition of terms relating to the of polymers non-ultimate mechanical properties », *Pure & Applied Chemistry.*, Vol. 70, No. 3, pp. 701-754
- [deKleer et Brown, 1984] de Kleer, J., Brown, J. S. 1984. "A Qualitative Physics Based on Confluences", *Artificial Intelligence* 24, 7–83.
- [Kuipers, 1986] Kuipers, B. 1986. "Qualitative Simulation", *J. of Artificial Intelligence* 29, pp. 289–388.
- [Lamb, Woodall et Asher, 1993] J.D. Lamb, D.R. Woodall, G.M. Asher. 1993. "Equivalences of bond graph junction structures", *ICBGM'93, San Diego (USA)*, pp. 79-84
- [Levenberg, 1944] K. Levenberg. 1944."A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares." *Quart. Appl. Math.*,Vol. 2, pp.164-168
- [Levy et al., 1997] Levy, A., Iwasaki, Y., Fikes, R. 1997. "Automated Model Selection for Simulation Based on Relevance Reasoning", *Artificial Intelligence* 96, 351–394
- [Levy, 1994] Levy, A. Y. 1994. "Creating Abstractions Using Relevance Reasoning", *Proceedings of AAAI-94*, pp. 588–594.
- [Margolis, 2002] Margolis, R. 2002. "Bond graphs, modelling, and simulation in industry" *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Hammamet (Tunis)*
- [Marquardt , 1963] D. Marquardt. 1963. "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters" *SIAM J. Appl. Math.*,Vol. 11, pp. 431-441

- [McKay, 1990] McKay B.D. 1990. "Nauty user's guide". Technical Report TR-CS-90-02, Australian National University.
- [Minsky, 1975] Minsky, M. 1975. "A Framework for Representing Knowledge", in Winston P. H., *The Psychology of Computer Vision*, New York: McGraw-Hill, pp. 211–277.
- [Monner 2005] H. P. Monner. 2005. "Smart materials for active noise and vibration reduction", *NOVEM: Noise and Vibration: Emerging Methods*, Saint-Raphaël, France
- [Nayak, 1992] Nayak, P. P. 1992. "Automated Modelling of Physical Systems", Ph.D Thesis, Stanford University, Department of Computer Science, Stanford, CA
- [Nayak et Joskowicz, 1996] Nayak, P. P., Joskowicz, L. 1996. "Efficient Compositional Modeling for Generating Causal Explanations", *J. of Artificial Intelligence*, Vol. 83, pp.193-227
- [Nayak et al., 1992] Nayak, P. P., Joskowicz, L., Addanki, S. 1992. "Automated Model Selection Using Context Dependent Behaviours", *Proceedings of AAI-92*, pp.710-716.
- [Ort et Martens, 1973] J.R. Ort, H.R. Martens. 1973. "The properties of bond graph junction structure matrices" *Trans ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control*, Vol. 95, pp. 362-367
- [Paynter, 1961] Paynter, H. M. 1961. *Analysis and Design of Engineering Systems*, Cambridge, Mass: MIT Press.
- [Perez 1992] Perez, Jo. 1992. "Physique et mécanique des polymères amorphes" *Technique et Documentation Lavoisier*
- [Pirvu, Dauphin-Tanguy et Kubiak, 2005] Pirvu, A, G. Dauphin-Tanguy and P. Kubiak. 2005. "Automatic Generation of all Bond Graph Structures Matching a Given Transfer Function". *ICBGM '05, New Orleans (USA)*
- [Pirvu, Dauphin-Tanguy et Kubiak, 2006] Pirvu, A, G. Dauphin-Tanguy and P. Kubiak. 2006. "Automated Reconstruction of Bond Graph Models based on Frequential Specifications". *ECMS '06, Bonn (Germany)*
- [Pirvu, Dauphin-Tanguy et Kubiak, 2006] Pirvu, A, G. Dauphin-Tanguy and P. Kubiak. 2006. "Génération automatique de modèles à partir de données expérimentales". *CIFA '06, Bordeaux (France)*
- [Pirvu, Dauphin-Tanguy et Kubiak, 2007] Pirvu, A, G. Dauphin-Tanguy and P. Kubiak. 2007. "Advanced Procedures for Bond Graph Model Adaptation". *SSC16 '07, Bucharest (Romania)*

- [Pirvu, Dauphin-Tanguy et Kubiak, 2007] Pirvu, A, G. Dauphin-Tanguy and P. Kubiak. 2007. "Automatic System for Bond Graph Model Adaptation". ICBGM '07, San Diego (USA)
- [Pos, 1997] Pos, A. (1997), "Automated Redesign of Engineering Models", Ph.D Thesis, University of Twente, Netherlands.
- [Redfield, 1993] Redfield R.C. 1993. "Dynamic System Synthesis with a Bond Graph Approach Part II – Conceptual Design of an Inertial Velocity Indicator," ASME, J. of Dyn. Sys. , Meas. and Control, Vol. 115, No. 3, pp.364-369.
- [Richards et al, 1992] Richards, B. L., Kraan, I., Kuipers, B. J. 1992. "Automatic abduction of qualitative models". In Rosenbloom, P, Szolovits, P., editors, Proceedings of the 10th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-92), pp.723–728, San Jose, CA. AAAI Press.
- [Robisson, 2001] B. Robisson. 2001. "Découverte automatique de circuits en électronique de puissance", Ph.D. Thesis, Laboratoire d'Informatique de Paris 6.
- [Roylance 2001] David Roylance. 2001. "Engineering viscoelasticity" lecture notes, Department of Materials Science and Engineering, MIT Press
- [Sharpe et Bracewell, 1995] Sharpe, J.E.E. and Bracewell, R.H. 1995. "The Use of Functional Reasoning for the Conceptual Design of Interdisciplinary Schemes", in 10th International Conference on Engineering Design (ICED'95), Praha, Heurista, v2, pp. 465-470.
- [Say et Kuru, 1996] Say, A. C. C., Kuru, S. 1996. "Qualitative system identification: deriving structure from behaviour", J. of Artificial Intelligence, Vol.83 (1), pp.75-142.
- [Seo et al., 2001] K. Seo, E. Goodman, and R. Rosenberg. 2001. "First Steps toward Automated Design of Systems Using Bond Graphs and Genetic Programming", Proc. Genetic and Evolutionary Computation Conference, San Francisco (USA), pp. 189-200.
- [Smith, 1998] Neil Smith. 1998. "Reducing the Need for Assumptions in the Automated Modelling of Physical Systems" Ph.D. Thesis, De Montfort University, United Kingdom
- [Sueur et Dauphin-Tanguy, 1989] C. Sueur and G. Dauphin-Tanguy. 1989."Structural controllability/observability of linear system represented by bond graph", J. of Franklin Institute, Vol. 326, No 6, pp.869-883.
- [Sussman et Steele, 1980] Sussman, G. J., Steele. 1980. "Constraints- A Language for Expressing Almost-Hierarchical Descriptions", J. of Artificial Intelligence, Vol.14, pp.1-39.

- [Turki et Soriano, 2005] Turki S., T.Soriano. 2005. “A SysML extension for Bond Graphs support”, Supméca Toulon.
- [Tutte, 1960] W.T. Tutte .1960. “An algorithm for determining whether a given binary matroid is graphic”, Proc. American Society, Vol. 11, pp. 905-917
- [Valdez-Perez, 1994] R.E. Valdés-Perez. 1994. “Conjecturing hidden entities by means of simplicity and conservation laws: machine discovery in chemistry”. J. of Artificial Intelligence, Vol. 65, pp. 247-280.
- [deVries et Breedveld, 1992] de Vries, T. J. A., Breedveld, P. C. 1992. “A Model of the Modelling Process” in Breedveld, P. C. & Dauphin-Tanguy, C. (eds.), Bond Graphs for Engineers, Elsevier, pp. 301–312.
- [Weld, 1992] Weld, D. S. 1992. “Reasoning about Model Accuracy”, J. of Artificial Intelligence, Vol.56, pp. 225-300.
- [Welsh, 1976] D.J., Welsh .1976. "Matroid theory" Academic Press, London
- [Wilson et Stein, 1995] Wilson, B. H., Stein, J. L. 1992. “An Algorithm for Obtaining Minimum-Order Models of Distributed and Discrete Systems”, in Falkenhainer, B & Stein, J. L. (eds.), Automated Modelling, DCS 41, American Society of Mechanical Engineers, pp. 37–46.
- [Won et Hogan, 1999] Won, J. and Hogan, N. 1999. “Nodic and Non-nodic Structures in Physical Systems,” International Conference on Bond Graph Modeling and Simulation 1999, The Society for Computer Simulation, Granda and Cellier editors, pp. 90-95.
- [Xia et al., 1993] Xia, S., Linkens, D. A., Bennett, S. 1993. “Automatic Modelling and Analysis of Dynamic Physical Systems Using Qualitative Reasoning and Bond Graphs”, Intelligent Systems Engineering 3(2), pp.201-212.
- [Xia et Smith, 1994] Xia, S., Smith, N. 1994. “Mixed Quantitative and Qualitative Simulation of Dynamic Systems”, Proceedings of the European Simulation Symposium (ESS-94), pp. 230–234.
- «Handbook of Materials Behavior Models ». 2001. Academic Press.
- “More electric control surface actuation - A380 and Beyond”, Aircraft Technology Engineering and Maintenance, october/november 2004, pp. 28-33

Annexe A -Résumé des éléments de base des bond graphs

Cette annexe présente les bases du langage bond graph en particulier les éléments constitutifs, la procédure d'affectation de la causalité et la règle de Mason pour le calcul de la fonction de transfert.

Une grande variété de systèmes techniques peut être décrite avec des éléments bond graphs localisés: éléments idéaux 1-port actifs et passifs connectés grâce à des éléments de jonction multi-ports.

Le bond graph se propose de représenter graphiquement l'articulation des transferts de puissance entre les phénomènes impliqués dans un système. Les variables qui interviennent dans ces transferts sont les efforts : $e(t)$ (au sens large, pression, couple, tension,...) et les flux : $f(t)$ (au sens large, vitesse, intensité, débit,...). La puissance instantanée vaut $P(t)$. Les variables qui caractérisent l'énergie sont les intégrales premières temporelles des efforts et des flux. On a le moment généralisé, $p(t)$ et le déplacement généralisé, $q(t)$.

Symboles :

$$E(t): \text{Énergie } E(t) = E(0) + \int_0^t P(\tau) d\tau$$

$$P(t): \text{Puissance } P(t) = e(t) \cdot f(t)$$

$e(t)$: Variable d'effort

$f(t)$: Variable de flux

$$p(t): \text{Variable de moment : } p(t) = p_0 + \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau$$

$$q(t): \text{Variable de déplacement : } q(t) = q_0 + \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau$$

Le tableau A.1 donne les variables de puissance et d'énergie des domaines classiques des sciences de l'ingénieur.

Les variables d'état sont généralement liées aux éléments de stockage d'énergie ; ce sont les moments et les déplacements généralisés ci-dessus.

Domaine	Effort	Flux	Moment	Déplacement
Mécanique	force	vitesse	moment	Déplacement
Translation	couple	vitesse angulaire	moment angulaire	Angle
Electrique	tension	courant	flux magnétique	charge
Hydraulique	pression	débit volumique	moment de pression	volume
Chimique	potentiel chimique	flux molaire		nombre de moles
Thermodynamique	température	flux d'entropie		entropie

Tableau A.1. Variables bond graph et leurs significations physiques

Les éléments de base du formalisme énergétique bond graph sont au nombre de neuf que l'on peut classer en quatre groupes :

1. Les éléments de stockage ou dissipation d'énergie: I, C et R
2. Les éléments sources : Se (source d'effort) et Sf (source de flux)
3. Les éléments de transformation réversible : TF (transformateur) et GY (gyrateur)
4. Les éléments de jonction, jonction 0 et jonction 1

Les éléments de base sont résumés dans les tableaux ci-dessous :

	Source d'effort	Source de flux
Equation constitutive	$e = e(t)$	$f = f(t)$
Symbole bond graph	Se \longrightarrow	Sf \longrightarrow

Tableau A.2. Éléments 1-port actifs (sources)


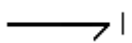
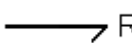
	Capacité	Inertie	Résistance
Forme générale	$\Phi(e, \int f dt) = 0$	$\Psi(f, \int e dt) = 0$	$\Gamma(e, f) = 0$
Symbole bond graph			

Tableau A.3. Éléments 1-port passifs

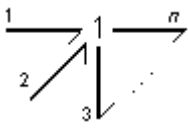
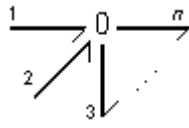
	Jonction à flux commun	Jonction à effort commun
Equation constitutive	$f_i = f_j \quad i, j = \overline{1, n}$ $\sum_{i=1}^n a_i e_i = 0 \quad a_i = \pm 1$	$e_i = e_j \quad i, j = \overline{1, n}$ $\sum_{i=1}^n a_i f_i = 0 \quad a_i = \pm 1$
Symbole bond graph		

Tableau A.4. Éléments de jonction multi-ports

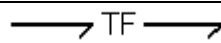
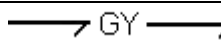
	Transformateur	Gyrateur
Equation constitutive	$e_1 - m e_2 = 0$ $f_2 - m f_1 = 0$	$e_1 - r f_2 = 0$ $f_2 - r f_1 = 0$
Symbole bond graph		

Tableau A.5. Éléments de jonction 2-ports asymétrique

Causalité

La causalité consiste à imposer un ordre de cause à effet dans les relations entre les variables représentant un système. Sur un bond graph, la causalité est marquée par un trait perpendiculaire au lien bond graph à l'une des extrémités de celui-ci. Par convention, on impose l'effort du côté du trait de causalité. Le flux est donc imposé de l'autre côté du lien.

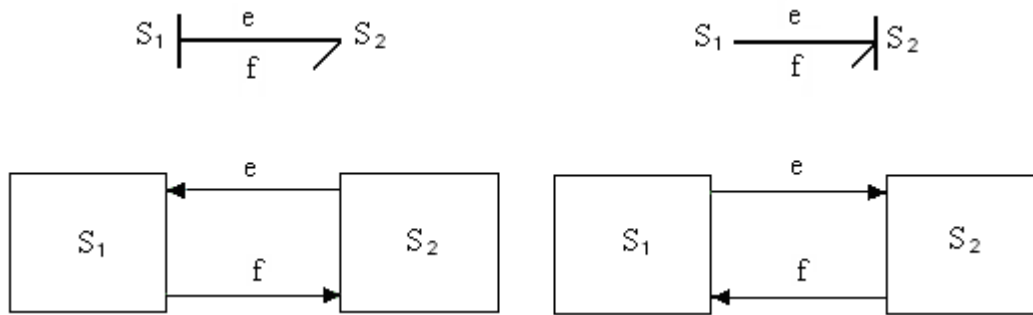


Figure A.1 Causalité

De même qu'il existe une procédure pour tracer un bond graph, il en existe une pour déterminer la causalité sur un bond graph (voir tableau A.6). Elle est basée sur les remarques suivantes :

- 1) Les éléments sources (Se et Sf) imposent une causalité unique.
- 2) Pour les jonctions 0, les jonctions 1, les transformateurs et les gyrateurs, une contrainte de causalité est imposée
- 3) Pour les éléments de stockage C et I, le choix de la causalité intégrale est préférable au choix de la causalité différentielle.
- 4) Pour l'élément de dissipation R, il n'y a aucune préférence dans le cas linéaire.

Liens et causalité	Equation constitutive	Type de causalité
	$e = \frac{1}{C} q = \frac{1}{C} \int f dt$	Causalité intégrale
	$f = C \frac{d}{dt} e$	Causalité dérivée
	$f = \frac{1}{I} p = \frac{1}{I} \int e dt$	Causalité intégrale
	$e = I \frac{d}{dt} f$	Causalité dérivée
	$e = R f$	Causalité résistance
	$f = \frac{1}{R} e$	Causalité conductance

$E(t): Se \begin{array}{c} \xrightarrow{e} \\ \xleftarrow{f} \end{array} \diagup$	$e := E(t)$	Causalité imposée
$F(t): Sf \begin{array}{c} \xleftarrow{e} \\ \xrightarrow{f} \end{array} \diagdown$	$f := F(t)$	Causalité imposée
$\begin{array}{c} \xrightarrow{e_1} \\ \xleftarrow{f_1} \end{array} \diagup \text{TF} \begin{array}{c} \xrightarrow{e_2} \\ \xleftarrow{f_2} \end{array} \diagup$ $\begin{array}{c} \xleftarrow{e_1} \\ \xrightarrow{f_1} \end{array} \diagdown \text{TF} \begin{array}{c} \xleftarrow{e_2} \\ \xrightarrow{f_2} \end{array} \diagdown$	$\begin{array}{l} e_1 = me_2 \\ f_2 = mf_1 \\ \\ e_2 = \frac{1}{m}e_1 \\ f_1 = \frac{1}{m}f_2 \end{array}$	Causalité symétrique
$\begin{array}{c} \xrightarrow{e_1} \\ \xleftarrow{f_1} \end{array} \diagup \text{GY} \begin{array}{c} \xrightarrow{e_2} \\ \xleftarrow{f_2} \end{array} \diagdown$ $\begin{array}{c} \xleftarrow{e_1} \\ \xrightarrow{f_1} \end{array} \diagdown \text{GY} \begin{array}{c} \xleftarrow{e_2} \\ \xrightarrow{f_2} \end{array} \diagup$	$\begin{array}{l} e_1 = rf_2 \\ e_2 = rf_1 \\ \\ f_2 = \frac{1}{r}e_1 \\ f_1 = \frac{1}{r}e_2 \end{array}$	Causalité asymétrique
$\begin{array}{c} \xrightarrow{e_2} \\ \xleftarrow{f_2} \end{array} \diagdown \text{0} \begin{array}{c} \xleftarrow{e_3} \\ \xrightarrow{f_3} \end{array} \diagup$ $\begin{array}{c} \xleftarrow{e_1} \\ \xrightarrow{f_1} \end{array} \diagdown \text{0} \begin{array}{c} \xleftarrow{e_3} \\ \xrightarrow{f_3} \end{array} \diagup$	$\begin{array}{l} e_1 = e_2 = e_3 \\ f_1 = -f_2 - f_3 \end{array}$	Un seul effort est imposé sur la jonction 0
$\begin{array}{c} \xrightarrow{e_2} \\ \xleftarrow{f_2} \end{array} \diagdown \text{1} \begin{array}{c} \xleftarrow{e_3} \\ \xrightarrow{f_3} \end{array} \diagup$ $\begin{array}{c} \xleftarrow{e_1} \\ \xrightarrow{f_1} \end{array} \diagdown \text{1} \begin{array}{c} \xleftarrow{e_3} \\ \xrightarrow{f_3} \end{array} \diagup$	$\begin{array}{l} f_1 = f_2 = f_3 \\ e_1 = -e_2 - e_3 \end{array}$	Un seul flux est imposé sur la jonction 1

Tableau A.6 Causalité et bond graph

Procédure d'affectation de la causalité :

1. Affecter les causalités imposées par les éléments sources d'effort et de flux et les propager aussi loin que possible en prenant en compte les contraintes imposées par les transformateurs, gyrateurs, jonctions 0 et jonctions 1.
2. Affecter la causalité intégrale (de préférence) aux éléments de stockage I et C et la propager dans le bond graph.
3. Affecter une causalité arbitraire aux éléments dissipatifs R et la propager dans le bond graph.
4. Si le bond graph n'est pas complet d'un point de vue causal, affecter une causalité arbitraire aux éléments non traités et la propager au sein du bond graph.

Si lors des étapes 2 à 4, il existe un conflit, il faut alors utiliser une causalité différentielle pour les éléments C et I de manière à lever le conflit.

Du bond graph à la fonction de transfert

Nous présentons ici la méthode pour obtenir la fonction de transfert (ou matrice de transfert dans le cas d'un bond graph multi entrées, multi sorties) par une analyse structurelle du bond graph.

Les définitions ci-dessous sont celles données dans [Dauphin-Tanguy, 2000].

Définition 1 – *Chemin causal* : Un chemin causal dans une structure de jonction bond graph est une alternance de liens et d'éléments de base, appelés ici « noeuds », telle que :

- tous les noeuds ont une causalité complète et correcte ;
- deux liens du chemin causal ont en un même noeud des orientations causales opposées.

Définition 2 – *Chemin causal simple* : Un chemin causal est simple s'il est parcouru en suivant toujours la même variable. Il existe donc dans une même séquence de liens et de noeuds, deux chemins en suivant soit l'effort, soit le flux, comme le montre la figure A.2.

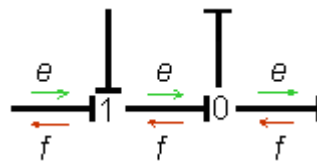


Figure A.2. Chemin causal simple

Définition 3 – *Chemin causal mixte* : Un chemin causal est mixte direct si son parcours comporte un gyrateur imposant le changement de variable suivie (figure A.3). Un chemin causal est mixte indirect s’il passe par un élément passif R, I ou C (figure A.4).



Figure A.3. Chemin causal mixte direct

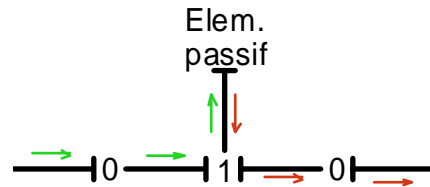


Figure A.4. Chemin causal mixte indirect

Définition 4 – *Boucle causale* : Une boucle causale est un chemin causal fermé entre deux éléments passifs sans lien parcouru en suivant la même variable plus d’une fois (figure A.5).

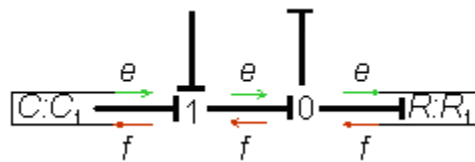


Figure A.5. Boucle causale

Définition 5 – *Chaîne d’action* : Une chaîne d’action est un chemin causal entre une source et une sortie.



Figure A.6. Chaîne d’action

Définition 6 – Deux boucles causales sont disjointes si elles n’ont ni lien ni jonction en commun parcourus en suivant le même type de variable.

Définition 7 – *Gain d’un chemin causal* : Dans le cas linéaire, le gain d’un chemin causal est la fonction liant la variable d’entrée origine du chemin à la variable de sortie extrémité du chemin.

Définition 8 – *Gain d’une boucle causale* : Dans le cas linéaire, le gain d’une boucle causale est le produit des gains des éléments de la boucle.

Les relations suivantes permettent le calcul de ce gain pour les trois types de chemins causaux.

-Pour les chemins causaux simples ou mixtes directs

$$T = (-1)^{n_0+n_1} \prod_i m_i^{k_i} \prod_j r_j^{l_j} \quad (1)$$

-Pour les chemins causaux mixtes indirects

$$T = (-1)^{n_0+n_1} \prod_i m_i^{k_i} \prod_j r_j^{l_j} \prod_e g_e \quad (2)$$

-Pour les boucles causales

$$B = (-1)^{n_0+n_1} \prod_i (m_i^2)^{k_i} \prod_j (r_j^2)^{l_j} \prod_e g_e \quad (3)$$

Dans lesquelles :

n_0 : nombre de changements d'orientation aux jonctions 0 quand on suit la variable flux.

n_1 : nombre de changements d'orientation aux jonctions 1 quand on suit la variable effort.

m_i : module de l'élément TF_i traversé avec $k_i = \pm 1$ suivant le type de causalité appliquée au transformateur.

r_j : module de l'élément GY_j traversé avec $l_j = \pm 1$ suivant le type de causalité appliquée au gyrateur.

g_e : gain de l'élément passif traversé suivant le tableau ci-après.

Élément	Type de causalité	Gain
R	résistance	R
	conductance	$\frac{1}{R}$
C	intégrale	$\frac{1}{Cs}$
	dérivée	Cs
I	intégrale	$\frac{1}{Is}$
	dérivée	Is

Tableau A.7. Gains des éléments passifs

Règle de Mason pour un système à une entrée et une sortie :

Soient u l'entrée et y la sortie du modèle. La fonction de transfert a pour expression

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_k T_k(s) \Delta_k(s)}{\Delta(s)} \quad (4)$$

Dans laquelle :

$$\Delta(s) = 1 - \sum_i B_i + \sum_{i,j} B_i B_j - \sum_{i,j,k} B_i B_j B_k + \dots \quad (5)$$

$\sum_i B_i$: somme des gains des boucles causales entre deux éléments passifs, prises une à une.

$\sum_{i,j} B_i B_j$: somme des produits 2 à 2 des gains des boucles causales disjointes.

$T_k(s)$: gain de la k^e chaîne d'action.

Δ_k : se calcule de la même manière que $\Delta(s)$ quand on a enlevé du BG la k^e chaîne d'action.

Cette règle se généralise aisément aux matrices de transfert

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} N_{11}(s) & \dots & N_{1m}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{p1}(s) & \dots & N_{pm}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ \vdots \\ U_m(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Annexe B -Outils de combinatoire

Dans cette annexe nous présentons les outils mathématiques qui permettent d'éliminer des structures bond graph équivalentes, c'est-à-dire dont la représentation graphique ne diffère que d'une rotation ou d'un retournement [Robisson, 2001 ; Berge 1968].

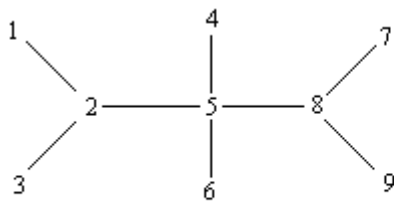
Les bond graphs sont des graphes dont les sommets sont associés à des jonctions. Dans une première partie, les graphes à sommets colorés sont présentés ainsi que l'action d'une permutation sur un tel graphe. Puis nous décrirons l'ensemble des permutations qui correspondent à une rotation (appelé groupe d'automorphisme du graphe). Nous montrons que ce groupe permet de déterminer et ainsi de supprimer les structures redondantes.

Dans la partie finale nous allons décrire l'algorithme sur un exemple.

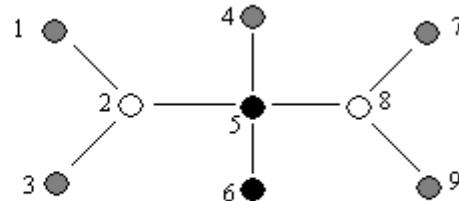
Définition 1. Un graphe simple à sommets colorés est un quadruplet $G = (V, E, T, \theta)$. Le couple (V, E) est un graphe simple, $T = \{t_1, \dots, t_m\}$ est un ensemble de couleurs et θ une application de l'ensemble V dans T . Cette application est appelée colorations des sommets de G .

Le graphe 2 de la figure B.1 est un graphe à sommets colorés. Il est obtenu à partir du graphe simple 1 de la figure B.1. L'ensemble des couleurs est $T = \{n, b, g\}$, avec n , b et g désignant respectivement les couleurs noir, blanc et gris.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ g & b & g & g & n & n & g & b & g \end{pmatrix}.$$



Graphe 1



Graphe 2

Figure B.1. Graphe simple et graphe à sommets colorés

Définition 2. Une permutation de degré n est une application bijective d'un ensemble $X = \{1, 2, \dots, n\}$ dans lui-même. On note $\gamma(i)$ l'image d'un élément i par une permutation γ . Par

exemple, l'application $\gamma_0 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ est une permutation. Elle transpose

les éléments 1 et 5 et les éléments 7 et 9. On a donc $\gamma_0(1) = 5$ et $\gamma_0(7) = 9$. L'ensemble des permutations de degré n forment un groupe S_n , appelé groupe symétrique (à n variables).

L'image d'une coloration θ des sommets d'un graphe par une permutation γ est aussi une coloration qui associe à tout $i \in V$, la couleur $\theta(\gamma(i))$. Elle est notée $\theta * \gamma$ par la suite. Par exemple, l'image de la coloration θ_0 par la permutation γ_0 est la coloration

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ n & b & g & g & g & n & g & b & g \end{pmatrix}.$$

Pour obtenir l'image d'un graphe par une permutation, il suffit de changer les labels des sommets.

Par exemple, l'image du graphe de la figure B.1 par la permutation γ est reportée en figure B.2.

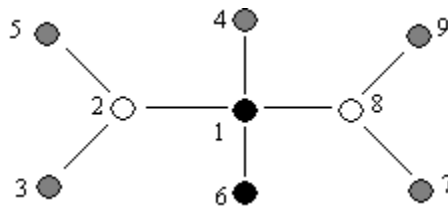


Figure B.2. Image du graphe coloré de la figure B.1 par la permutation γ_0

Définition 3. Les permutations γ qui laissent le graphe coloré $G_0 = \gamma * G_0$ invariant, forment un groupe. Celui-ci est appelé *groupe d'automorphisme* du graphe à sommets colorés. Par la suite, il sera noté Γ_{G_0} . Le programme Nauty[McKay, 1990] détermine le groupe d'automorphisme d'un graphe quelconque. Celui du graphe 2 de la figure B.1 possède huit éléments qui sont engendrés par les trois générateurs suivants :

$$\gamma_1 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_2 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_3 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Le groupe d'automorphisme du graphe de la figure B.1 restreint aux sommets gris est le groupe engendré par les permutations ci-dessous :

$$\gamma_1 : \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 & 9 \\ 3 & 1 & 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_2 : \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 & 9 \\ 3 & 1 & 4 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_3 : \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 & 9 \\ 7 & 9 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Exemple

On désire colorier les sommets gris du graphe G_0 de la figure B.3 à l'aide de deux couleurs, noir et blanc et supprimer des graphes ainsi obtenus, les graphes redondants

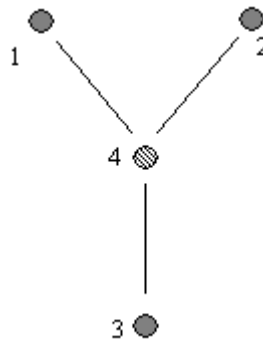


Figure B. 3. Graphe à sommets colorés

Dans ces conditions, l'ensemble X est l'ensemble des sommets gris soit $X = \{1,2,3\}$, l'ensemble des couleurs est $A = \{n,b\}$ et le sous-groupe de S_3 à considérer est le groupe d'automorphisme de G_0 restreint aux sommets gris. Celui-ci est noté $\Gamma_{G_{gris}}$ et est composé des six permutations suivantes :

$$\gamma_1 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \gamma_2 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \gamma_3 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \gamma_4 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \gamma_5 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \gamma_6 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

D'après l'algorithme décrit dans [McKay, 1990], il est avant tout nécessaire d'énumérer l'ensemble des colorations possibles. Chaque sommet peut être associé à deux couleurs, il y a trois sommets donc il y a 2^3 colorations possibles. Celles-ci sont reportées ci-dessous :

$$\alpha_1 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ b & b & b \end{pmatrix} \alpha_2 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ b & b & n \end{pmatrix} \alpha_3 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ b & n & b \end{pmatrix} \alpha_4 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ b & n & n \end{pmatrix}$$

$$\alpha_5 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ n & b & b \end{pmatrix} \alpha_6 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ n & b & n \end{pmatrix} \alpha_7 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ n & n & b \end{pmatrix} \alpha_8 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ n & n & n \end{pmatrix}$$

Le tableau B.1 illustre la mise en œuvre de l'algorithme. La coloration α_1 est invariante par les éléments de $\Gamma_{G_{gris}}$. Par contre, la coloration α_2 a pour images les colorations $\{\alpha_2, \alpha_3, \alpha_5\}$. Par conséquent α_3 et α_5 sont éliminées de l'ensemble Col . De même, les colorations α_6 et α_7 sont éliminées de Col car elles sont obtenues à partir de α_4 . Enfin, α_8 est invariante par les éléments de $\Gamma_{G_{gris}}$.

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
α_1	α_1	α_1	α_1	α_1	α_1	α_1
α_2	α_2	α_3	α_5	α_2	α_5	α_3
α_4	α_4	α_4	α_7	α_6	α_6	α_7
α_8	α_8	α_8	α_8	α_8	α_8	α_8

Tableau B.1. Exemple de mise en œuvre de l'algorithme

On obtient donc quatre schémas distincts pour la coloration des sommets gris du graphe de la figure B.3. Ces colorations sont reportées en figure B.4.

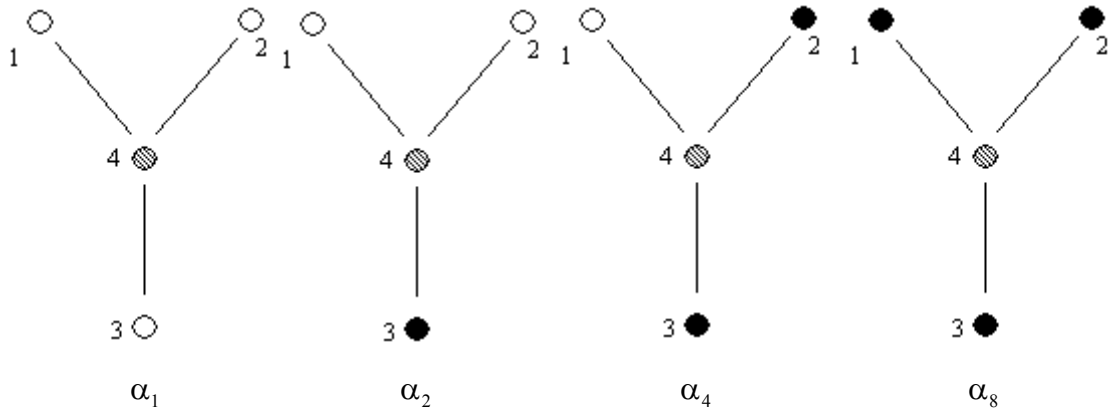


Figure B.4. Les quatre colorations du graphe de la figure B.3

Annexe C -Les Matroides

Dans le chapitre 2 nous avons exposé un algorithme capable de proposer des structures bond graph selon un cahier des charges. Les structures trouvées ne sont pas considérées a priori comme des modèles de systèmes physiques. Pour représenter des systèmes réels, toutes les structures doivent être graphiques (planaires).

Pour étudier la propriété de graphicité d'une structure, nous avons fait appel à des matroides bond graph.

Dans un premier temps nous allons rappeler les définitions utilisées pour le bond graph et le matroïde [Birkett et Roe, 1990 ; Rimaux, 1991], suivies par les méthodes graphiques nécessaires dans l'élaboration d'un matroïde bond graph.

Dans la deuxième partie nous décrivons un algorithme permettant de déterminer si un matroïde donné est graphique ou non [Tutte, 1960].

Définition 1. Un bond graph B consiste en :

- 1) Un graphe (V, E_i) appelé graphe associé ne contenant pas de boucle propre, avec :
 - a) un ensemble de sommets, V , partitionné en deux ensembles disjoints 0 et 1
 - b) Un ensemble de liens internes E_i
- 2) Un ensemble de liens externes E_e
- 3) Une relation qui associe précisément un élément de V à un élément de E_e .

Le bond graph est considéré sans causalité et on ne prend pas en compte le sens des demi-flèches. Seule l'existence d'une connexion physique nous intéresse.

Les liens externes sont identifiés par des nombres entiers, les liens internes par des $o_1, o_2 \dots$

Exemple :

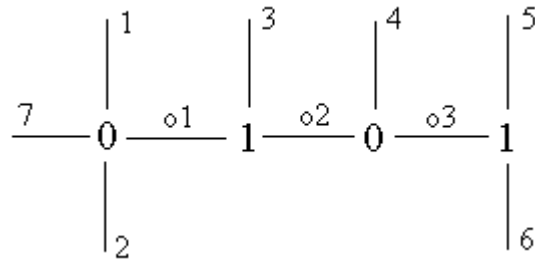


Figure C.1. Un exemple de bond graph selon la définition 1

Définition 2. On appelle Vecteur de type 1, un ensemble composé de tous les liens incidents sur une jonction 1 (l'ordre de ces liens n'est pas importante).

On appelle Vecteur de type 0 un ensemble composé de deux liens incidents sur une même jonction 0 (l'ordre n'est pas importante).

Exemple :

Pour le bond graph de la figure C.1 les vecteurs sont :

$$\text{Vecteur1} = \{3 \text{ o1} \text{ o2}; \text{ o3} \text{ 5} \text{ 6}\}$$

$$\text{Vecteur0} = \{1 \text{ 2}; 1 \text{ 7}; 1 \text{ o1}; 4 \text{ o2}; 4 \text{ o3}\}$$

Définition 3. Une base cyclique W_{cy} associée à un bond graph est un ensemble de cycles qui engendrent tous les cycles du bond graph et donc du graphe qui lui est associé.

Algorithme de détermination d'une base cyclique :

- 1) Ecrire les vecteurs de type 0 et 1.
- 2) Eliminer les liens internes par répétition de ceux-ci dans une somme de vecteurs espaces.
- 3) Compléter en ajoutant les liens externes attachés à la jonction 0 si leur nombre est supérieur ou égal à 2.

Exemple :

$$1) \text{ Vecteur1} = \{3 \text{ o1} \text{ o2}; \text{ o3} \text{ 5} \text{ 6}\}$$

$$\text{ Vecteur0} = \{1 \text{ 2}; 1 \text{ 7}; 1 \text{ o1}; 4 \text{ o2}; 4 \text{ o3}\}$$

$$2) \text{ Elimination liens internes : } \begin{matrix} \text{o1} \text{ 3} \text{ o2}+1 \text{ o1}+4 \text{ o2}=1 \text{ 3} \text{ 4} \\ \text{o3} \text{ 6} \text{ 5}+4 \text{ o3}=4 \text{ 5} \text{ 6} \end{matrix}$$

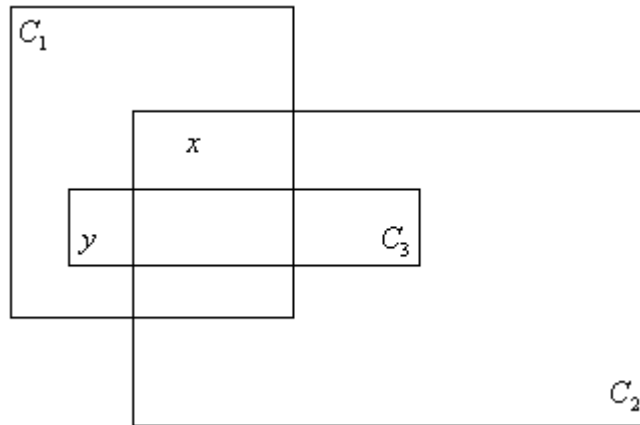
3) Complément : 1 2 et 17 car la jonction 0 de gauche a trois liens externes

$$\Rightarrow W_{cy} = \{134; 456; 12; 17\}$$

Définition 4. Un matroïde $M(L, C)$ est une structure mathématique consistant en un ensemble fini L d'éléments et une collection C de sous-ensembles non vides de L :

- i) aucun sous-ensemble de la collection C ne contient en propre d'autres sous-ensembles ;
- ii) Si C_1 et C_2 sont des sous-ensembles de la collection C , et x et y des éléments de L tels que $x \in C_1 \cap C_2$ et $y \in C_1 - C_2$, alors M est matroïde si $\exists C_3$ tel que $y \in C_3$ et $x \notin C_3$ et $C_3 \subset (C_1 \cup C_2)$

Cela est traduit dans le diagramme de Venn :



Exemple :

	a	b	c	d	e
C_1	0	1	1	1	1
C_2	1	0	1	1	1
C_3	1	1	0	1	1
C_4	1	1	1	0	1
C_5	1	1	1	1	0

Condition : i) vérifiée

ii) vérification pour $x = c$ et $y = b$

$$c \in C_1 \cap C_2$$

$$b \in C_1 - C_2$$

$$\begin{aligned}
& b \in C_3 \text{ et } c \notin C_3 \\
& \text{et } C_3 \in C_1 \cup C_2 \\
& \Rightarrow C \text{ est bien un matroïde.}
\end{aligned}$$

Définition 5. Un matroïde bond graph est formé par tous les cycles de B , obtenus par combinaison des différents vecteurs de la base cyclique W_{cy} .

Propriété : $M(B)$ est une matrice booléenne à n lignes et m colonnes où $n = 2^p - 1$ avec $p = \dim W_{cy}(B)$ et m le nombre de liens externes.

Exemple :

Si la base cyclique d'un bond graph est $W_{cy} = \{14;25;123\}$ le matroïde vaut alors :

$$\begin{array}{l}
f_1 \\
f_2 \\
f_3 \\
f_1 + f_2 \\
f_1 + f_3 \\
f_2 + f_3 \\
f_1 + f_2 + f_3
\end{array}
\begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{pmatrix}$$

Algorithme pour déterminer si un matroïde est graphique

L'algorithme proposé par Tutte a pour principe de décomposer le matroïde en plusieurs sous-matroïdes. Pour que le matroïde de départ soit graphique, les sous-matroïdes doivent être eux-mêmes graphiques.

Exemple :

Considérons le matroïde composé des cycles élémentaires du bond graph, ordonnés pour faire apparaître dans les premières lignes et colonnes, une matrice identité, comme le montre la matrice M_1 .

$$M_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Nous allons prendre la ligne 5 comme Key-ligne parce qu'elle contient le plus de 1 et assurera donc la décomposition la plus fine.

En enlevant la 5ème ligne et les colonnes ayant un 1 dans cette ligne, on obtient la matrice standard suivante :

$$M_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 7 & 14 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Les éléments séparateurs de M_2 (appelés aussi ponts) sont $B_1 = \{6\}$, $B_2 = \{1, 7, 15\}$, et $B_3 = \{2, 3, 4, 14\}$. La règle générale pour construire ces ponts est de prendre une ligne arbitraire de M_2 , puis chaque ligne ayant un 1 dans les mêmes colonnes que la première ligne choisie, puis toutes les lignes ayant un 1 dans les mêmes colonnes que les lignes déjà prises, et ainsi de suite. Les key-composantes correspondant aux ponts $B_{i=1,3}$ sont représentées dans l'ordre par les trois sous-matrices de M_1 suivantes.

Dans chaque sous-matrice, la dernière ligne représente la Keyligne.

$$M_3 = \begin{pmatrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si l'on ignore les colonnes nulles ce sont toutes des matrices standard, à une permutation des lignes près.

La question suivante est : est-ce que les $B_{i=1,3}$ partitionnent la Keyligne ? Pour y répondre, par exemple pour B_3 , on enlève toutes les colonnes ayant un 0 dans la dernière ligne.

$$\begin{pmatrix} & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Cette matrice peut être réduite à une forme standard en ajoutant la première ligne aux autres, puis la nouvelle seconde ligne au troisième et quatrième ligne et enfin la nouvelle troisième ligne à la dernière.

$$\begin{pmatrix} & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cette matrice standard a bien un seul 1 dans chaque colonne. Nous pouvons donc dire que B_3 partitionne la Keyligne.

P_3 , la partition correspondante, vaut $P_3 = \{\{5,13\}, \{8,10\}, \{9,12\}, \{11\}\}$

De même, B_1 et B_2 déterminent les partitions $P_1 = \{\{8,9,10,12,13\}, \{5,11\}\}$ et

$P_2 = \{\{5,10,11\}, \{8,9\}, \{12,13\}\}$ de la Keyligne respectivement.

Si les trois ponts n'avaient pas partitionné la Keyligne, on aurait pu conclure que M_1 était non-graphique.

Il faut maintenant se demander si la Keyligne est paire ou non. B_1 et B_2 ne se chevauchent pas puisque l'union de l'élément $\{8,9,10,12,13\}$ de P_1 et l'élément $\{5,10,11\}$ de P_2 forme l'ensemble de la Keyligne. Donc la Keyligne est paire puisque ces ponts peuvent être arrangés en deux classes distinctes $U = \{B_1, B_2\}$ et $V = \{B_3\}$ pour que deux éléments de la même classe ne se chevauchent pas. Si nous avions trouvé que la Keyligne n'était pas paire, nous aurions prouvé que M_1 était non-graphique.

A ce niveau, nous avons terminé la première étape de l'algorithme. Nous pouvons affirmer que M_1 est graphique si et seulement si M_3, M_4 et M_5 sont toutes graphiques. Il ne nous reste plus qu'à appliquer l'algorithme à celles-ci.

M_3 est graphique car elle comporte au plus 2 un dans chaque colonne.

Pour M_4 si l'on prend la première ou la troisième ligne comme Keyligne, on trouve que celle-ci n'est pas paire. Mais le choix de la deuxième ligne nous conduit à une réponse positive. Si ce n'avait pas été le cas, nous aurions pu dire que M_4 était non-graphique.

On trouve aussi que M_5 est graphique et nous pouvons donc conclure que M_1 est graphique.