

# Estimation de canal et suppression d'interférence pour les récepteurs OFDM à grande mobilité

Hussein HIJAZI<sup>1</sup>, Laurent ROS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>GIPSA-Lab/DIS (ex laboratoire LIS)  
INPG-CNRS, BP46, 38402 Saint Martin d'Hères, France  
hussein.hijazi@lis.inpg.fr, laurent.ros@lis.inpg.fr

**Résumé** – Cet article traite d'estimation de canal et égalisation pour un récepteur OFDM à grande mobilité. A chaque itération, l'algorithme proposé estime les variations temporelles des amplitudes complexes des trajets à l'intérieur d'un symbole OFDM (en supposant les délais invariants et parfaitement estimés), à partir desquels les termes d'interférence sont reconstruits et soustraits. L'erreur d'estimation de canal en fonction de l'étalement Doppler est analysée de manière théorique et en simulation. A vitesse élevée, l'algorithme apporte une amélioration significative des performances (particulièrement après la première itération) par rapport aux méthodes conventionnelles.

**Abstract** – In this paper, we present an iterative algorithm for estimating the time-variation of the multipath complex gains within one OFDM symbol (by assuming the delays are invariant and perfectly estimated) with inter-sub-carrier-interference (ICI) reduction in orthogonal-frequency-division-multiplexing downlink mobile communication systems. Mean Square Error theoretical analysis and simulation results show a significant performance improvement for high normalised Doppler spread (especially after the first iteration) in comparison to conventional methods.

## 1 Introduction

La modulation OFDM est mise en avant dans la plupart des systèmes de communications sans fil, car très robuste à la sélectivité en fréquence des canaux de propagations à trajets multiples. Les algorithmes d'estimation de canal classiques estiment le canal aux fréquences des différentes sous-porteuses pilotes (critères LS ou LMMSE [1]), et font une interpolation fréquentielle pour obtenir la réponse du canal [2] [6]. De meilleures performances sont obtenues dans [3], en estimant directement les délais puis les amplitudes complexes (moyennes) des trajets. Cependant, lorsque le canal a des variations temporelles à l'intérieur d'un symbole OFDM, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est brisée, ce qui entraîne de l'Interférence Entre sous-Porteuses (IEP), et de fortes dégradations des performances d'estimation du canal et de détection des symboles. Nous nous intéressons ici à ce problème, qui apparaît pour des vitesses élevées du mobile. L'algorithme proposé est basé sur un modèle paramétrique du canal. Il consiste d'abord, similairement à [3], à estimer les amplitudes complexes moyennes des trajets, en ex-

ploitant la non-variation des délais sur plusieurs symboles OFDM. Nous supposons les délais connus, mais ils peuvent en réalité être estimés avec une très grande précision par la technique ESPRIT [4], comme montré dans [3]. Après cela, les variations temporelles des gains complexes des trajets à l'intérieur d'un symbole OFDM sont obtenus par interpolation temporelle, ce qui permet de calculer la matrice du canal équivalent et de procéder à une suppression successive des interférences. Les performances de l'algorithme ont déjà été présentées dans [7] en terme de Taux d'Erreur Binaire obtenu par simulation. Les nouveautés proposées ici sont, d'une part une analyse théorique des performances d'estimation de canal en terme d'erreur quadratique moyenne (EQM) (en comparaison avec la Borne de Cramer-Rao modifiée [8]), et d'autre part une amélioration des performances de l'algorithme, rendu itératif entre les procédures d'estimation de canal et de soustraction d'interférence.

## 2 Modèle

Le modèle considéré à la réception, après l'étape de *FFT* due à la démodulation OFDM peut

se résumer [7] pour chaque symbole OFDM à :

$$\underline{Y} = \underline{H} \underline{X} + \underline{W} \quad (1)$$

où  $\underline{X}$ ,  $\underline{Y}$ ,  $\underline{W}$  sont des vecteurs  $N \times 1$  contenant respectivement, pour l'ensemble des  $N$  sous-porteuses, les symboles QPSK émis (variance unité), les symboles estimés en sortie de FFT, et les échantillons de bruit blanc complexe Gaussien (variance  $\sigma^2$ ). La matrice  $N \times N$  du canal équivalent,  $\underline{H}$ , contient la moyenne temporelle des gains en fréquence du canal  $H[k, k]$  sur la diagonale, et les coefficients de l'Interférence entre sous-Porteuses (IEP)  $H[k, m]$ ,  $k \neq m$ , ailleurs, donnés par :

$$H[k, m] = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^L \left[ e^{-j2\pi \frac{m}{N} \tau_l} \sum_{q=0}^{N-1} \alpha_l[qT_s] e^{j2\pi \frac{m-k}{N} q} \right] \quad (2)$$

où  $k, m \in [-\frac{N}{2}, \frac{N}{2} - 1]$ ,  $L$  est le nombre de trajets du canal de Rayleigh (avec spectres de Jakes),  $\{\alpha_l\}$  est le gain complexe du  $l^{\text{ème}}$  trajet  $\tau_l$  est le  $l^{\text{ème}}$  délai normalisé par la période d'échantillonnage  $T_s$  (donc  $\tau_l$  n'est pas entier). L'énergie globale du canal est normalisée à 1.

Si on s'intéresse seulement aux  $N_p$  sous-porteuses pilotes en réception, supposées régulièrement espacées, le modèle peut se ré-écrire (le 2<sup>ème</sup> terme de droite représente l'IEP) :

$$\underline{Y}_p = \underline{X}_p \underline{H}_p + \underline{H}_{pI} \underline{X} + \underline{W}_p \quad (3)$$

où  $\underline{H}_{pI}$  est une matrice  $N_p \times N$  nulle sur la diagonale,  $\underline{X}_p$  est une matrice  $N_p \times N_p$  diagonale (contenant les symboles pilotes),  $\underline{H}_p$  est un vecteur  $N_p \times 1$  qui peut être calculé par :

$$\underline{H}_p = \underline{F}_p \underline{\alpha} \quad (4)$$

où  $\underline{F}_p$  et  $\underline{\alpha}$  sont respectivement la matrice de transformation de Fourier  $N_p \times L$  et le vecteur  $N_p \times 1$  donnés par :

$$\underline{F}_p = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi \frac{p_0}{N} \tau_1} & \dots & e^{-j2\pi \frac{p_0}{N} \tau_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi \frac{p_{N_p-1}}{N} \tau_1} & \dots & e^{-j2\pi \frac{p_{N_p-1}}{N} \tau_L} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\alpha} = [\bar{\alpha}_1, \dots, \bar{\alpha}_L]^T \quad (5)$$

avec  $\bar{\alpha}_l = \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} \alpha_l[qT_s]$  est la moyenne temporelle sur la durée effective d'un symbole OFDM de la  $l^{\text{ème}}$  amplitude complexe.

### 3 Algorithme Itératif

L'algorithme itératif d'estimation de canal et de suppression d'IEP travaille à partir de blocs de  $K$  symboles OFDM chacun. Deux blocs consécutifs ont une intersection dans deux symboles OFDM. Pour un bloc de  $K$  symboles OFDM, l'algorithme itératif s'exécute selon :

1) estimation de  $\underline{\alpha}$  pour chaque symbole en utilisant le critère LS ([2] [3]) :

$$\underline{\alpha}_{LS} = \underline{M} \underline{Y}_p \quad \text{avec} \quad \underline{M} = \left( \underline{F}_p^H \underline{F}_p \right)^{-1} \underline{F}_p^H \underline{X}_p^{-1}$$

2) interpolation par un facteur  $N + N_g$  pour obtenir les gains des trajets du bloc au pas  $T_s$  :

$$\{\hat{\alpha}_l^k(qT_s), \quad \substack{k=2, \dots, K-1 \\ q=-N_g, \dots, N-1}\} = \text{interp}(\underline{\alpha}_{LS}^k, \quad k = 1, \dots, K)$$

3) calcul de la matrice du canal  $\underline{H}^k$  selon (2)

4) suppression de l'IEP due aux pilotes dans les données reçues  $\underline{Y}_d^k$

5) décisions sur les symboles  $\underline{X}_d^k$

6) suppression des interférences :

$$\underline{Y}_p^k(\text{nouveau}) = \underline{Y}_p^k(\text{initial}) - \underline{H}^k \underline{X}_d^k$$

7) ré-itération des estimations de  $\underline{H}^k$  et  $\underline{X}_d^k$  par les étapes 1) à 6)

où *interp* dénote la fonction d'interpolation et  $k$  représente le nombre de symboles OFDM dans un bloc. Les étapes 3 à 6 sont exécutées sans prendre en compte les premiers et derniers symboles OFDM (*i.e.*,  $k = 2, \dots, K-1$ ) afin d'éviter les effets de bords de l'interpolation. La détection des symboles de données dans l'étape 5 est réalisée par la méthode de suppression successive des interférences, avec un égaliseur simple à 1 coefficient par sous-porteuse [7].

L'EQM globale de l'estimation des gains complexes au pas  $T_s$ , est définie par :

$$eqm_{T_s} = \sum_{k=2}^{K-1} \sum_{q=-N_g}^{N-1} E \left[ (\hat{\alpha}_q^k - \alpha_q^k)^H (\hat{\alpha}_q^k - \alpha_q^k) \right] \quad (6)$$

avec  $\underline{\alpha}_q^k = [\alpha_1^k[qT_s], \dots, \alpha_L^k[qT_s]]^T$

Elle est due à différentes contributions : erreur d'estimation de la moyenne, erreur entre moyenne et valeur centrale, et erreur d'interpolation.

L'EQM de l'estimateur LS des moyennes,  $eqm_1$ , est donnée par :

$$eqm_1 = E \left[ (\underline{\alpha}_{LS} - \underline{\alpha})^H (\underline{\alpha}_{LS} - \underline{\alpha}) \right] = \text{Tr} \left( \underline{M} \underline{R} \underline{M}^H \right) \quad (7)$$

avec  $\underline{R} = E \left[ \underline{H}_{pI} \underline{X} \underline{X}^H \underline{H}_{pI}^H \right] + \sigma^2 \underline{I}_{N_p}$

Notre estimateur des moyennes est non biaisé, et ses performances pourront être comparés à la borne de Cramer-Rao [8] (calculée avec l'IEP supposée connue) :

$$BCR(\underline{\alpha}) = \frac{1}{RSB} Tr \left( \left( \underline{F}_p^H \underline{X}_p^H \underline{X}_p \underline{F}_p \right)^{-1} \right) \quad (8)$$

où  $RSB = \frac{1}{\sigma^2}$  est le rapport signal à bruit normalisé. Il est facile à démontrer que :

$$\begin{cases} eqm_1 \text{ (avec IEP)} > BCR(\underline{\alpha}) \\ eqm_1 \text{ (sans IEP)} = BCR(\underline{\alpha}) \end{cases} \quad (9)$$

Ainsi, en estimant et en enlevant l'IEP itérativement,  $eqm_1$  se rapprochera de  $BCR(\underline{\alpha})$ .

L'EQM pour la supposition que  $\underline{\alpha}_{LS}$  est une estimation de la valeur centrale  $\underline{\alpha}_c$ , est donnée par :

$$\begin{aligned} eqm_c &= E [(\underline{\alpha}_{LS} - \underline{\alpha}_c)^H (\underline{\alpha}_{LS} - \underline{\alpha}_c)] \quad (10) \\ &= eqm_1 + eqm_2 + eqm_{12} + eqm_{21} \end{aligned}$$

où  $eqm_2$  est l'EQM entre vraies moyennes  $\underline{\alpha}$  et vraies valeurs centrales  $\underline{\alpha}_c$ , et,  $eqm_{12}$  et  $eqm_{21}$  sont les très négligeables termes croisés, donnés par :

$$\begin{aligned} eqm_2 &= E [(\underline{\alpha} - \underline{\alpha}_c)^H (\underline{\alpha} - \underline{\alpha}_c)] \\ &= \sum_{l=1}^L \sigma_{\alpha_l}^2 \left( \frac{1}{N^2} \sum_{q_1=0}^{N-1} \sum_{q_2=0}^{N-1} J_0[2\pi f_d T_s (q_1 - q_2)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{N} \sum_{q=0}^{N-1} J_0[2\pi f_d T_s (q - \frac{N}{2})] + 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} eqm_{12} &= E [(\underline{\alpha}_{LS} - \underline{\alpha})^H (\underline{\alpha} - \underline{\alpha}_c)] \\ &= Tr \left( E \left[ (\underline{\alpha} - \underline{\alpha}_c) \underline{X}^H \underline{H}_{p_l}^H \right] \underline{M}^H \right) \\ eqm_{21} &= E [(\underline{\alpha} - \underline{\alpha}_c)^H (\underline{\alpha}_{LS} - \underline{\alpha})] = eqm_{12}^* \end{aligned}$$

où  $J_0[\cdot]$  denote la fonction Bessel d'ordre zéro,  $f_d$  est l'étalement Doppler et  $\sigma_{\alpha_l}^2$  est la variance du  $l^{\text{ème}}$  trajet.

Finalement, en respectant le théorème d'échantillonnage dans le domaine temporel ( $f_d T \leq 0.5$ , où  $T$  est la durée d'un symbole OFDM), et en utilisant un interpolateur performant, on aura :

$$eqm_{T_s} \approx eqm_c \quad (11)$$

## 4 Simulations

Nous présentons des résultats avec un système OFDM tel que :  $N = 128$  sous-porteuse,  $N_g = 16$  échantillons de garde,  $N_p = 16$  pilotes et  $K = 10$  symboles OFDM dans chaque

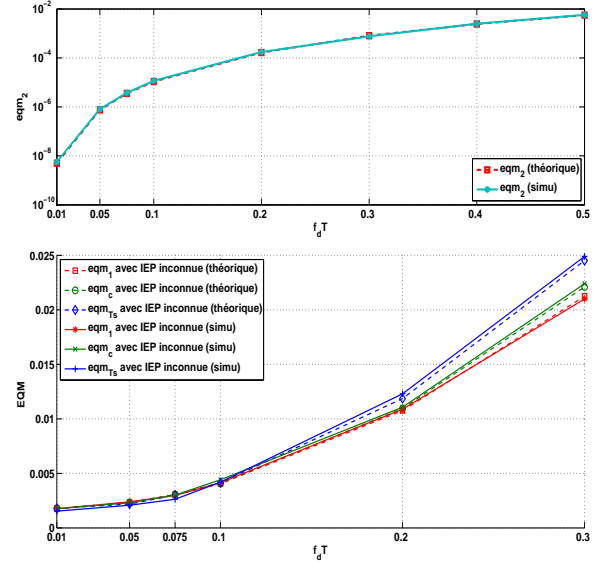


FIG. 1 – Comparaison entre les EQM ( $RSB = 20dB$ )

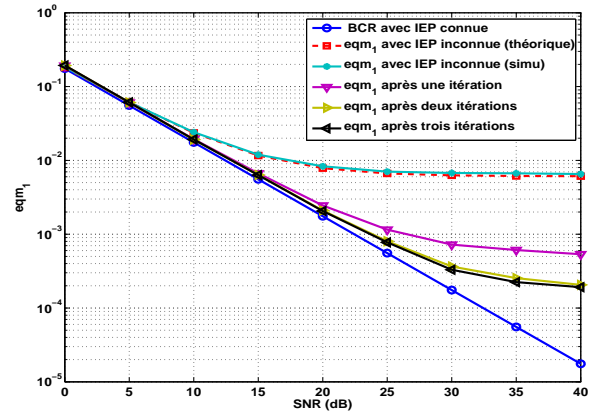


FIG. 2 – EQM de l'estimateur LS ( $f_d T = 0.1$ )

bloc. Le canal de rayleigh est issu de [5] [6], il est composé de  $L = 6$  trajets, avec un étalement temporel de  $10 T_s$ . Les figures 1, 2 et 3 montrent qu'il y a adéquation entre la théorie et la simulation.

Fig 1 donne l'évolution de EQM en fonction de  $f_d T$ , pour un  $RSB = 20dB$ . On remarque que, avec l'IEP inconnue, les EQM obtenues par simulation vérifient les EQM théoriques. On vérifie que  $eqm_{T_s} \approx eqm_c$ , cela signifie que notre méthode d'interpolation sur un bloc de  $K$  symboles OFDM est adéquate. Comme  $eqm_2$  est négligeable par rapport à  $eqm_1$  donc on peut dire que  $eqm_{T_s} \approx eqm_1$ .

Fig 2 montre l'évolution de  $eqm_{T_s} \approx eqm_1$  avec les itérations en fonction du RSB pour un  $f_d T = 0.1$ . Après une itération, une grande amélioration est réalisée et  $eqm_1$  est très proche de la BCR particulièrement pour les faibles et moyens RSB. En effet, l'IEP n'est pas complè-

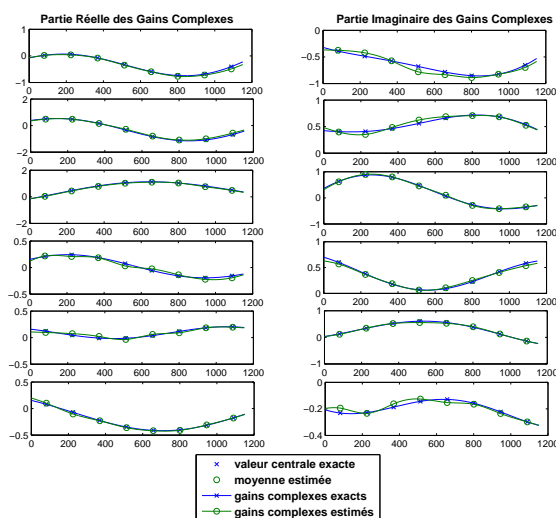


FIG. 3 – Gains estimés ( $f_d.T = 0.1$ , 1<sup>ère</sup> itération)

tement enlevée due à l'erreur de détection des symboles, mais pour de faibles RSB la contribution du bruit est dominante.

Fig 3 illustre les parties réelles et imaginaires des gains complexes exacts et estimés (après une itération) pour une réalisation du canal sur 8 symboles OFDM avec un  $RSB = 20dB$  et  $f_dT = 0.1$ . On vérifie que l'on a une bonne estimation, malgré la rapidité du canal.

Fig 4 prouve que, avec l'IEP inconnue, notre algorithme a une meilleure performance que les méthodes classiques (LS et LMMSE) [2] [6]. De plus, quand on commence la suppression d'interférence notre algorithme montre une amélioration du Taux d'erreur binaire après chaque itération, grâce à l'amélioration de l'estimation de l'IEP. Après deux itérations, le TEB de notre algorithme est très proche du TEB obtenu par suppression d'IEP avec canal connu. Pour de forts RSB on a un plancher qui est dû surtout aux erreurs de décision de l'égaliseur et non à l'estimation des gains.

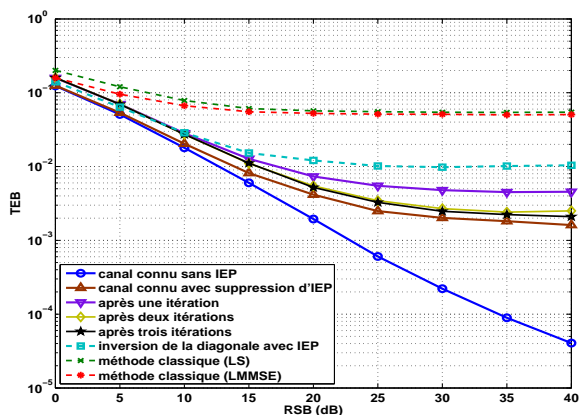


FIG. 4 – Comparaison des TEB ( $f_d.T = 0.1$ )

En conclusion, l'analyse théorique et les résultats de simulation de notre algorithme montre que, en estimant et en supprimant l'IEP à chaque itération, l'estimation des gains et la démodulation cohérente apportent une amélioration significative pour des vitesses élevées (particulièrement après la première itération).

## Références

- [1] M. Hsieh and C. Wei, "Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels" in *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol.44, no. 1, Feb. 1998.
- [2] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri and A. Bahai, "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems" in *IEEE Trans. Broad.*, vol. 48. no. 3, pp. 223-229 Sep. 2002.
- [3] B. Yang, K. B. Letaief, R. S. Cheng and Z. Cao, "Channel estimation for OFDM transmission in multipath fading channels based on parametric channel modeling" in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 3, pp. 467-479, March 2001.
- [4] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques" in *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, pp. 984-995, July 1989.
- [5] European Telecommunications Standards Institute, European Digital Cellular Telecommunication System (Phase 2); Radio Transmission and Reception, GSM 05.05, vers. 4.6.0, Sophia Antipolis Cedex, France, July 1993.
- [6] Y. Zahao and A. Huang, "A novel Channel estimation method for OFDM Mobile Communications Systems based on pilot signals and transform domain processing" in *Vehicular Techno. Conf.*, Phoenix, USA, May 1997, pp. 2089-2093.
- [7] H. Hijazi, L. Ros and G. Jourdain, "OFDM Channel Parameters Estimation used for ICI Reduction in time-varying Multipath channels" in *EUROPEAN WIRELESS Conf.*, Paris, FRANCE, April 2007.
- [8] A. D'Andrea, U. Mengali and R. Reggiani, "The modified Cramér-Rao bound and its application to synchronization problems" in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 1391-1399, Feb./Mar./Apr. 1994.