

## Rayonnement acoustique de structures non bafflées

J. NICOLAS, F. SGARD, N. ATALLA et P. LABRECQUE

*G.A.U.S. (Groupe d'Acoustique et Vibrations de l'Université de Sherbrooke), Département de Génie Mécanique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke (Québec) J1K 2R1, Canada*

If the simulation of the radiated field of a baffled plane structure has been deeply studied, the unbaffled case, although more realistic, has retained little attention. The proposed works tend to simulate, by an analytical approach, the radiation of a plane unbaffled structure of finite dimensions and general elastic type of boundary conditions. This approach is based on an integral method coupled with a Ritz approach for the calculus of the displacement field of the structure. The power is evaluated through the pressure jump across the plate. Translation and rotational springs create varying boundary conditions. A good comparison is found with a numerical approach (B.E.M.). Parametric studies showed the effect of the baffle. Precise measurements confirm the validity of the simulations.

### 1. INTRODUCTION

Ces dernières années des progrès considérables ont été accomplis en ce qui concerne la modélisation et la compréhension des phénomènes vibroacoustiques tant pour des structures canoniques (méthode semi-analytique) que pour des structures quelconques (méthode numérique). La très grande majorité des structures canoniques (poutre, plaque, coque) étudiées par des méthodes semi-analytiques ont la particularité d'être BAFFLÉES. Seuls de rares articles [1,2,3] ont porté sur le cas NON bafflé, un cas pourtant qui correspond beaucoup plus à la réalité.

L'originalité principale de cette recherche repose donc sur le développement d'une nouvelle formulation autorisant le calcul de la puissance rayonnée d'une structure plane, NON bafflée, avec des conditions limites quelconques. L'approche de type intégral est inspirée d'une formulation développée par Hamdi [4] en vue d'un traitement, par élément fini, dans son cas.

La méthode de Ritz avec une base polynomiale est utilisée pour calculer le champ de déplacement de la plaque. Les éléments clefs au plan théorique seront présentés dans la section "bases théoriques". Une implémentation numérique de ce nouveau modèle a permis des comparaisons systématiques avec celui de Berry [5] qui lui avait traité en détails le cas de la structure bafflée. Ceci permet de mettre en évidence que l'effet du baffle est très important en basse fréquence mais qu'il n'y a pas de tendances simples. Par exemple le facteur de rayonnement de la plaque NON bafflée est, dans certaines gammes de fréquences, supérieur à celui du cas bafflé ce qui, a priori, est inattendu.

La validité de nos résultats est confirmé grâce à une comparaison systématique avec une méthode numérique, basée sur les éléments finis de frontière et mise en oeuvre à partir du logiciel Modulef. Des mesures expérimentales très fines viennent aussi confirmer tant la précision du modèle que l'existence physique des effets prédits par la simulation théorique.

2. BASES THÉORIQUES

Le calcul du rayonnement acoustique d'une plaque NON bafflée est fondé sur une approche intégrale qui transforme le problème tridimensionnel en un problème bidimensionnel. Le système couplé, de type intégral-différentiel est déterminé de la façon suivante. En s'inspirant d'une approche proposée par Hamdi [4], on prend pour variable le saut de pression à travers la plaque. L'équation de mouvement transversal est calculée par une approche variationnelle et la base fonctionnelle est de type polynomiale ce qui permet d'assurer la variabilité des conditions limites. Le système d'équations ainsi obtenu est alors résolu numériquement. Les principaux indicateurs vibroacoustiques utilisés sont la vitesse quadratique ( $V^2$ ) la puissance rayonnée ( $L_w$ , calculée à partir de l'intensité), et le facteur de rayonnement ( $\sigma$ ).

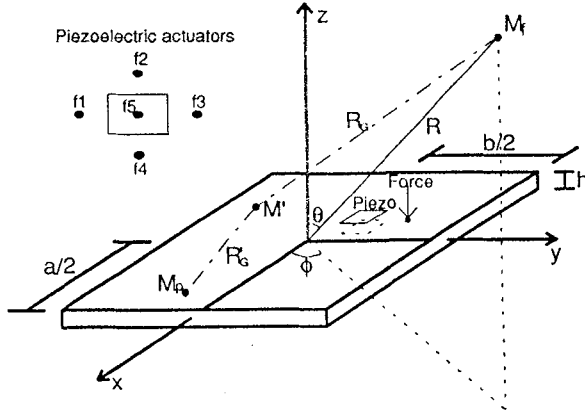


Figure 1: Isotropic rectangular plate contained in the xy plane.

Considérons la plaque de la figure 1 sans baffle, entourée par un fluide léger. L'expression générale de la pression rayonnée est donnée par Helmotz-Kirchhoff:

$$p(M_f) = - \int_S \left[ G(M_f, M') \frac{\partial p(M)}{\partial n_{M'}} - P(M') \frac{\partial G(M_f, M')}{\partial n_{M'}} \right] dS (M') \tag{1}$$

où  $G(M_f, M')$  la fonction de Green en milieu infini.

En utilisant  $q$ , ( $q = p^+ - p^-$ ) le saut de pression à travers la plaque, en admettant l'hypothèse de plaque mince et de fluide léger, la pression devient:

$$p(M_f) = - \int_S q(M') \frac{\partial G(M_f, M')}{\partial n_{M'}} dS (M') \tag{2}$$

L'équation de continuité permet de relier le déplacement transversal et le gradient de pression à la surface de la plaque:

$$w(M_p) = \frac{1}{\rho_o \omega^2} \frac{\partial p}{\partial n_s} \tag{3}$$

Hamdi [4] propose de transformer cette relation en la multipliant par une fonction régulière  $q'$  et en l'intégrant sur toute la surface  $S$  de la plaque. Grâce à (2) et en imposant  $q(M) |_{\Gamma} = 0$  et  $q'(M_p) |_{\Gamma} = 0$ , on obtient:

$$\int_S w(M_p) q'(M_p) dS (M_p) = \frac{1}{\rho_o \omega^2} J (q, q') \tag{4}$$

avec

$$J(q, q') = - \int_S \int_S \left\{ k_0^2 q(M') q'(M_p) - \left( \frac{\partial q(M')}{\partial x_{M'}} \frac{\partial q'(M_p)}{\partial x_{M_p}} + \frac{\partial q(M')}{\partial y_{M'}} \frac{\partial q'(M_p)}{\partial y_{M_p}} \right) \right\} G(M_p, M') dS(M') dS(M_p)$$

L'expression de  $J(q, q')$  étant bilinéaire et symétrique, la solution  $q = q'$  de l'équation (4) va rendre stationnaire la fonctionnelle  $F(q)$  telle que:

$$F(q) = \frac{J(q, q)}{2\rho_0 \omega^2} + \int_S q w dS \quad (5)$$

Le saut de pression  $q$  à travers la plaque est alors approximé en utilisant une méthode de Ritz. Le saut de pression, exprimée à partir des variables adimensionnelles  $\alpha$  et  $\beta$  devient:

$$q(\alpha, \beta) = \sum_{m=0}^{N_q} \sum_{n=0}^{N_q} a_{mn}^q \Phi_m(\alpha) \Phi_n(\beta) = \sum_{m=0}^{N_q} \sum_{n=0}^{N_q} a_{mn}^q (1 - \alpha^2)^m (1 - \beta^2)^n \quad (6)$$

En appliquant la stationnarité  $\partial F(q)/\partial a_{mn}^q = 0$  pour tout  $m$  et  $n$ , on forme le système linéaire

$$([K_{ijkl}] - \omega^2 [M_{ijkl}]) \{a_{ij}^q\} = B_{ij} \quad (7)$$

avec

$$K_{ijkl} = \frac{a^2 b^2}{16\rho_0} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left\{ \frac{4}{a^2} \frac{\partial \Phi_i(\alpha_{M'})}{\partial \alpha_{M'}} \Phi_j(\beta_{M'}) \frac{\partial \Phi_k(\alpha_{M_p})}{\partial \alpha_{M_p}} \Phi_l(\beta_{M_p}) + \frac{4}{b^2} \Phi_i(\alpha_{M'}) \frac{\partial \Phi_j(\beta_{M'})}{\partial \beta_{M'}} \Phi_k(\alpha_{M_p}) \frac{\partial \Phi_l(\beta_{M_p})}{\partial \beta_{M_p}} \right\} \frac{e^{ik_0 R_G}}{4\pi R_G} d\alpha_{M'} d\beta_{M'} d\alpha_{M_p} d\beta_{M_p}$$

$$M_{ijkl} = \frac{a^2 b^2}{16\rho_0 c_0^2} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \Phi_i(\alpha_{M'}) \Phi_j(\beta_{M'}) \Phi_k(\alpha_{M_p}) \Phi_l(\beta_{M_p}) \frac{e^{ik_0 R_G}}{4\pi R_G} d\alpha_{M'} d\beta_{M'} d\alpha_{M_p} d\beta_{M_p}$$

$$B_{ij} = -\frac{ab\omega^2}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \Phi_i(\alpha_{M'}) \Phi_j(\beta_{M'}) w(\alpha_{M'}, \beta_{M'}) d\alpha_{M'} d\beta_{M'}$$

Par symétrie, dans le cas de plaque mince, on peut faire l'hypothèse que  $|P^+(M)| = |P^-(M_p)|$ , et la puissance peut alors se calculer par

$$W_{nbaf} = \frac{ab}{8} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \operatorname{Re} \{ q(\alpha, \beta) i\omega w^*(\alpha, \beta) \} d\alpha d\beta$$

L'efficacité de rayonnement sera, quant à elle, donnée par

$$\sigma_{nbaf} = \frac{W_{nbaf}}{\rho_0 c_0 ab \{w(\alpha, \beta)\}^2} \quad (8)$$

### 3. RÉSULTATS

#### 3.1 Comparaison avec une méthode éléments finis de frontière

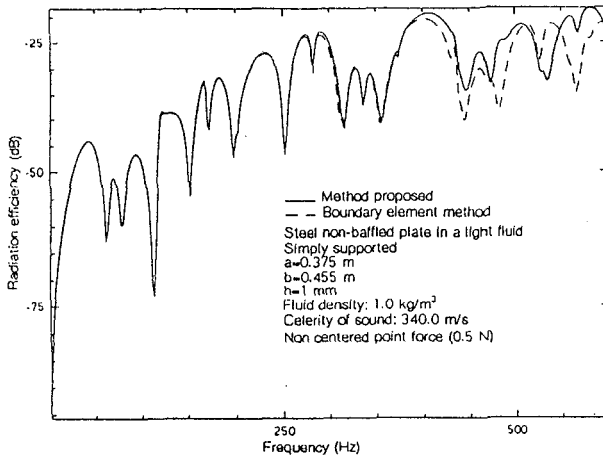


Figure 2: Facteur de rayonnement  
Comparaison méthode analytique (—), méthode numérique (---)

#### Caractéristiques:

- plaque d'aluminium
- dimensions (0,375x0,455)m
- épaisseur  $10^{-3}$  m
- force excitation excentrée (0,08 et 0,09)

L'accord entre les deux méthodes est excellent. La tendance au rayonnement de type dipolaire est confirmée en basses fréquences. Les écarts croissants à partir de 400 Hz sont dus à un maillage un peu insuffisant pour la méthode par éléments finis.

#### 3.2 Comparaison avec l'expérience

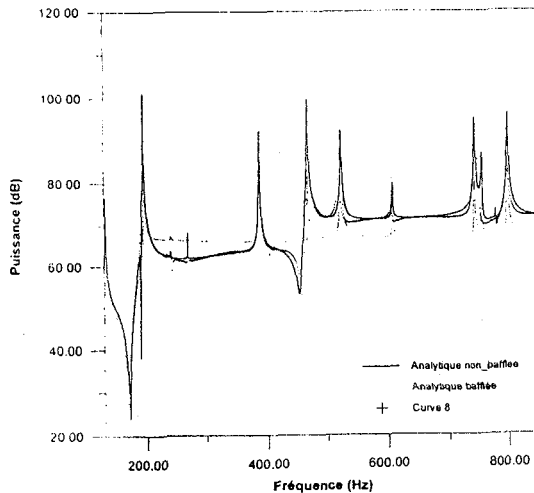


Figure 3: Puissance comparaisor  
théorie-mesures

#### Caractéristiques:

- plaque d'aluminium
- dimensions (0,63x0,53)m
- épaisseur  $1,6 \times 10^{-3}$  m
- force excitation excentrée (0,08 et 0,09)

La comparaison est remarquable et traduit bien les différences par rapport au cas bafflé. La première zone jusqu'à 200 Hz où la plaque non bafflée rayonne moins que la plaque bafflée, la deuxième zone de 200 à 450 Hz où les deux configurations donnent le même résultat, la troisième ou, surprenamment, la plaque non bafflée rayonne plus que la plaque bafflée.

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] S.N. Yousri, F.J. Fahy, "Sound radiation from transversely vibrating...", J.S.V., 26(4), 1973
- [2] M.C. Junger, "Sound radiation by resonances of free-free beams", J.A.S.A., 52, 332-334, 1972.
- [3] R.A. Johnston, A.D.S. Bar, "Acoustic and internal damping ...", J. Mech. Eng. Sci., 1, 117, 1969.
- [4] M.A. Hamdi, "Une formulation variationnelle par équations intégrales pour la résolution de l'équation de Helmholtz...", C.R. Acad. Sc. Paris Ser. II, t. 292, 17-20, 1981.
- [5] A. Berry, J.L. Guyader, J. Nicolas, "A general formulation for the sound...", J.A.S.A., 88(6), 1990.