
NOTE SUR LA THÉORIE DU SACCHARIMÈTRE LAURENT A LUMIÈRE BLANCHE;

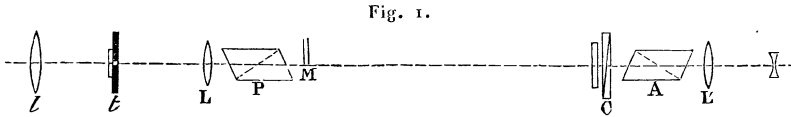
PAR M. H. DUFET.

Le saccharimètre à pénombres de M. Laurent ⁽²⁾ a été récemment modifié par lui et permet l'emploi de la lumière blanche. Il comprend toujours une lame de quartz, parallèle à l'axe, demi-onde pour les rayons jaunes, ne couvrant qu'une moitié du champ et placée entre deux nicols; mais, après l'interposition de la dissolution sucrée, on ramène l'égalité de teinte des deux moitiés du champ, non plus en tournant le nicol analyseur, mais au moyen d'un compensateur, en ajoutant une épaisseur convenable de quartz.

(¹) Ou la *couleur actinique* du corps considéré.

(²) Voir *Journal de Phys.*, 1^{re} série, t. III, p. 183, et t. VIII, p. 164.

L'appareil se compose essentiellement (*fig. 1*) : d'une lentille l concentrant la lumière d'une lampe sur un diaphragme t percé d'un petit trou (2^{mm} de diamètre) que recouvre une lame de bichromate de potasse ; la lumière tombe sur une première lentille L ,



traverse le nicol polariseur P (¹), la mi-lame de quartz M et, s'il y a lieu, la dissolution sucrée. Ensuite vient le compensateur Soleil C (*fig. 1*), le nicol analyseur A et une lunette de Galilée servant à viser la mi-lame. L'objectif de cette lunette L' se trouve au point même occupé dans l'espace par l'image réelle du trou du diaphragme t , fournie par la lentille L , et a une grandeur égale à cette image.

Cette dernière disposition présente un avantage sur lequel il convient d'insister. On voit facilement que chaque point du trou du diaphragme se comporte comme un point lumineux envoyant sur L un cône de rayons qui se transforme par la réfraction en un autre cône ayant pour sommet un des points de la lentille L' ; il en résulte que toute la lumière qui, traversant le diaphragme, tombe sur la lentille L , vient tomber sur la lentille L' ; elle concourt à former l'image virtuelle observée, sans qu'aucune portion en soit rejetée latéralement et puisse, après réflexion sur les parois du tube à dissolution sucrée, venir troubler les phénomènes. On peut dire, en considérant une marche inverse des rayons, que le trou du diaphragme représente l'*anneau oculaire* d'une lunette astronomique formée par les deux lentilles L et L' et que par suite toute la lumière qui traverse l'*objectif* L' vient passer par cet anneau. Ce dispositif est d'ailleurs applicable à bien d'autres instruments qu'au saccharimètre.

Avec l'emploi de la lumière blanche, il y a quelque intérêt à

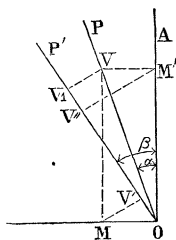
(¹) La flamme éclairante étant placée à 0^m,20 de la lentille l , l'échauffement est nul, et l'on peut employer un nicol au lieu du prisme biréfringent, dont la seconde image peut donner lieu à des réflexions gênantes.

discuter complètement le rôle de la mi-lame et à en déduire les conditions d'exactitude de l'appareil.

Soient (*fig. 2*) OP et OP' les sections principales du polariseur et de l'analyseur, α et β les angles qu'elles font avec OA, direction de l'axe de la mi-lame de quartz.

Considérons d'abord la portion du faisceau qui ne traverse pas

Fig. 2.



la lame; si OV est la vibration qui sort du premier nicol, celle qui sortira du second sera OV_1 , et l'intensité sera

$$I = \cos^2(\beta - \alpha).$$

En tombant sur la lame de quartz, la vibration OV se sépare en deux, OM et OM'; le rayon extraordinaire prend un retard δ . Les vibrations qui sortent du second nicol, OV' et OV'' , ont pour amplitudes

$$\begin{aligned} OV' &= OV \sin \alpha \sin \beta, \\ OV'' &= OV \cos \alpha \cos \beta. \end{aligned}$$

L'intensité du rayon émergent est donc, d'après une formule connue,

$$I' = \cos^2(\beta - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Il faut tenir compte de ce que la lumière n'est pas homogène, et remplacer le terme $\sin^2 \frac{\pi \delta}{\lambda}$ par une somme de termes semblables: on a donc, pour la valeur de l'intensité du second faisceau,

$$I' = \cos^2(\beta - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \Sigma \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Nous donnons le Tableau des valeurs de I et de I' pour les valeurs

remarquables de β :

β .	I.	I'.
0	$\cos^2 \alpha$	$\cos^2 \alpha$
α	1	$1 - \sin^2 2\alpha \Sigma \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}$
$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\sin^2 2\alpha$	$\sin^2 2\alpha \left(1 - \Sigma \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}\right)$
$\frac{\pi}{2}$	$\sin^2 \alpha$	$\sin^2 \alpha$
$\frac{\pi}{2} + \alpha$	0	$\sin^2 2\alpha \Sigma \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}$
$\pi - \alpha$	$\cos^2 2\alpha$	$\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha \Sigma \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}$

L'image d'intensité I' est dénuée de coloration pour les deux valeurs $\beta = 0$, $\beta = \frac{\pi}{2}$, et dans ces deux cas I' est égal à I ; ce sera pour ces deux positions de l'analyseur que les demi-images présenteront la même intensité. On sait que, dans le saccharimètre, on choisit la dernière position, parce que, pour une faible rotation α , l'une au moins des deux images passe au noir franc.

Ceci n'est vrai absolument que pour la portion du faisceau transmise par l'air; quant à celle qui a traversé la mi-lame, elle présente, pour $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$, une intensité qui n'est pas nulle, et une coloration déterminée. La lame de quartz employée est *demi-onde* pour les rayons jaunes; le terme $\Sigma \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}$ représente donc une teinte jaune-orange, le terme $\left(1 - \Sigma \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}\right)$ la teinte bleue complémentaire. Donc, avec la lumière blanche, une rotation de l'analyseur de $\frac{\pi}{2} - \alpha$ à $\frac{\pi}{2} + \alpha$ fera passer cette partie du champ du bleu sombre au jaune sombre; ces changements de coloration seraient très gênants pour apprécier l'égalité d'éclat.

Une lumière monochromatique voisine de celle pour laquelle la lame est *demi-onde* donnera dans la position $\frac{\pi}{2} - \alpha$ une intensité négligeable et dans la position $\frac{\pi}{2} + \alpha$ une intensité très voisine de $\sin^2 2\alpha$. Il en résulte que la lame de quartz *n'a pas besoin d'être exactement demi-onde pour la lumière de la soude*; une des

moitiés du champ ne pourra, il est vrai, être ramenée au noir absolu, mais la position correspondant à l'égalité d'éclairement ne sera pas modifiée.

Dans le saccharimètre à lumière blanche, la lumière est, comme nous l'avons dit, tamisée par une lame de bichromate de potasse; il ne passe que les radiations les moins réfrangibles, à peine jusqu'à la raie E. En réalité, la lame de quartz donne aux rayons jaunes un retard de trois demi-longueurs d'onde; son épaisseur est d'environ $\frac{1}{10}$ de millimètre (exactement $0^{\text{mm}},0967$, correspondant à un retard de $\frac{3\lambda}{2}$ pour la raie D).

Placée de manière à laisser passer complètement les rayons de la raie D (axe à 45° entre les nicols croisés), elle laisse passer les $\frac{63}{100}$ du vert de la raie E, et les $\frac{58}{100}$ du rouge de la raie B; elle présentera donc avec la lumière qui a traversé le bichromate de potasse une teinte jaune, un peu moins orangée que celle de cette lumière. Entre les nicols parallèles, elle donnerait non plus la teinte bleue complémentaire du jaune, mais une teinte d'un gris très foncé, légèrement teinté de rougeâtre, qui, ajoutée à la teinte jaune donnée entre les nicols croisés, reproduirait la teinte jaune orangé du bichromate.

On voit, par ce qui précède, que, lorsqu'on fait tourner le polariseur de $\frac{\pi}{2} - \alpha$ à $\frac{\pi}{2} + \alpha$, la moitié du champ couverte par la lame de quartz passe du gris rougeâtre à un jaune plus clair; mais ces changements de teinte sont très difficilement appréciables, et en pratique on peut dire que les deux moitiés du champ ont toujours la même teinte, ceci étant d'ailleurs rigoureusement vrai lorsque leur éclat est le même.

Il n'est pas inutile de faire remarquer que la disposition de la lame de quartz est telle que la partie du faisceau qui la traverse ne subit pas de perte par réflexion. Cette lame est en effet collée au baume de Canada entre deux lames de verre, et l'espace qui correspond à l'autre moitié du champ est rempli de baume. La perte par réflexion aux deux passages *baume-quartz*, *quartz-baume*, est tout à fait négligeable. Il n'en serait plus de même si la lame de quartz était placée dans l'air: l'intensité du faisceau lumineux qui la traverse serait réduite aux $\frac{92}{100}$ de sa valeur. En nous plaçant dans le cas le plus simple, celui d'une lame *demi-onde* pour la

lumière monochromatique employée, la valeur de l'angle β qui correspond à l'égalité d'éclairement serait donnée par l'équation

$$I = 0,92 I',$$

$$\cos^2(\beta - \alpha) = 0,92 [\cos^2(\beta - \alpha) - \sin 2\alpha + \alpha \sin 2\beta].$$

La racine qui donne la valeur de β voisine de $\frac{\pi}{2}$ est

$$\text{tang } \beta \text{ tang } \alpha = - 47,98.$$

La position du zéro dépend donc de la valeur de α ; par exemple, si l'on fait successivement α égal à 2° et à 5° , on trouve

$$\beta = 90^\circ 3' 30'' \quad \text{et} \quad \beta = 90^\circ 6' 20''.$$

Si donc on a à étudier une dissolution colorée, pour laquelle on doit faire tourner le polariseur, afin d'augmenter la valeur de α et par suite l'intensité lumineuse, on doit faire le réglage du zéro à vide avec la même valeur de α .

Cette précaution est en tous cas bonne à prendre, car l'effet d'une absorption de la lumière par le baume serait absolument le même que celui d'une réflexion sur le quartz.

Il n'y a pas à craindre l'effet d'une rotation possible du plan de polarisation de la lumière incidente par la lame de baume de $\frac{1}{10}$ de millimètre. Outre l'extrême petitesse de cet effet, il suffit de remarquer que, si l'on appelle α' le nouvel angle de la vibration avec l'axe de la lame de quartz, la condition d'égalité des deux parties du champ devient

$$\begin{aligned} \cos^2(\beta - \alpha') &= \cos^2(\beta - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\beta, \\ \cos^2(\beta - \alpha') &= \cos^2(\beta + \alpha); \end{aligned}$$

d'où, pour la solution qui convient à la question,

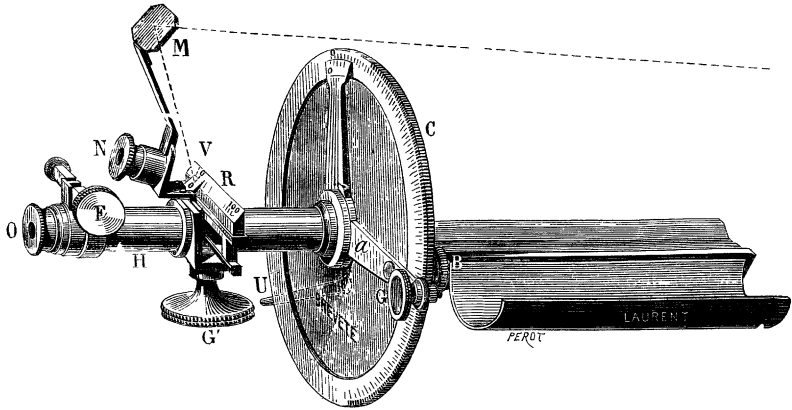
$$\beta = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha' - \alpha}{2}.$$

La valeur de β ne dépend donc pas de l'angle α , mais seulement de la différence $\alpha' - \alpha$.

Lorsqu'on a interposé la dissolution sucrée, il n'est plus possible, avec la lumière hétérogène qui traverse l'instrument, de ramener l'égalité de teinte en tournant l'analyseur, comme on le faisait dans le saccharimètre à lumière monochromatique : il faut

employer le compensateur. Cela restreint évidemment l'usage de l'instrument aux dissolutions sucrées dont la loi de rotation est sensiblement la même que celle du quartz. Le compensateur peut

Fig. 3.



C, limbe divisé en degrés et en centièmes de sucre. — *a*, alidade entraînant l'analyseur. — G, bouton faisant mouvoir l'alidade. — B, bouton arrêtant le mouvement de l'alidade. — U, levier agissant sur le polariseur. — R, compensateur Soleil. — G', bouton déplaçant le compensateur. — V, vernier. — N, lampe. — M, miroir renvoyant la lumière de la lampe sur le vernier. — H, tube contenant l'analyseur. — F, bouton déplaçant l'analyseur seul pour la mise au zéro. — O, oculaire de la lunette de Galilée.

d'ailleurs s'enlever de manière à transformer à volonté le saccharimètre à lumière blanche en l'ancien saccharimètre à lumière jaune. La *fig.* 3 représente la disposition du compensateur et de l'oculaire.