# SUR LE PROBLÈME PLAN DE PROPAGATION POUR LE DOUBLET ÉLECTRIQUE HORIZONTAL

Par G. BOUDOURIS et D. ILIAS.
C. N. R. S. et Faculte des Sciences de Paris (*).

Le problème consiste à déterminer le champ électrique rayonné dans l'atmosphère (supposée homogène et ayant les constantes du vide) par un doublet de Hertz horizontal de longueur $l$ et de moment électrique $\mathbf{p}$ placé au point A au-dessus d'une terre plane et homogène de constante complexe relative $\varepsilon_r'$.

Ce problème classique est depuis longtemps résolu par la méthode bien connue qui fait intervenir le vecteur électrique de Hertz $\Pi$ [1, 2]. Le calcul devient cependant assez long du fait en particulier qu'ici le vecteur de Hertz ne se réduit pas à une seule composante.

La méthode plus rapide que nous allons indiquer et qui conduit finalement aux mêmes expressions du champ rayonné, consiste à ramener le problème aux cas antérieurs que nous avons supposés connus,

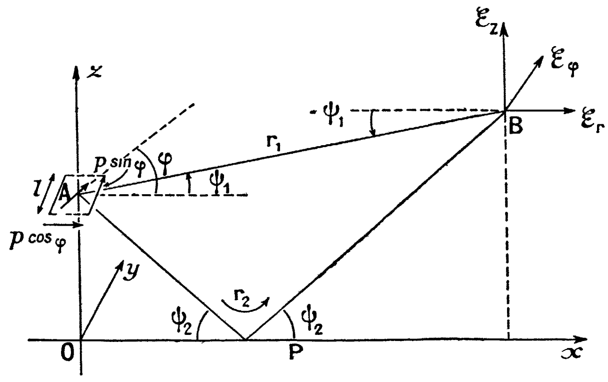


FIG. 1. — Le doublet electrique horizontal.

du doublet électrique vertical et du cadre élémentaire horizontal. Le théorème de réciprocité est utilisé au cours du calcul.

Si l'on désigne par $\varphi$ l'angle formé entre le doublet horizontal et l'axe des $x$ (*fig.* 1), le champ reçu au point B sera obtenu par la superposition des champs produits par les deux doublets horizontaux $p\sin\varphi // y$ et $p\cos\varphi // x$.

1° Considérons tout d'abord le doublet $p\sin\varphi$. Imaginons dans le plan horizontal de l'émetteur, trois autres doublets identiques formant avec le doublet considéré un cadre élémentaire carré horizontal de côté $l$ et de centre A (*fig.* 1). Ce cadre rayonne une seule composante $\mathcal{E}_\varphi^{\text{cadre}}$ dirigée suivant le vecteur unitaire $\boldsymbol{\varphi}$ d'un système de coordonnées cylindriques ($z$, $r$, $\varphi$) et due aux contributions $\mathcal{E}_\varphi^+$ et $\mathcal{E}_\varphi^-$ des deux doublets $p\sin\varphi // y$, l'effet produit au point B par les deux autres doublets étant nul. On doit en outre remarquer que chacun des deux doublets $// y$ ne produit au point B qu'une seule composante électrique suivant la direction $\boldsymbol{\varphi}$. Si il n'en était pas ainsi, les autres composantes ne donneraient pas un effet nul au point B et le cadre horizontal devrait rayonner également suivant les directions $\mathbf{z}$ ou $\mathbf{r}$ ce qui est erroné. On aura donc :

$$\mathcal{E}_\varphi^{\text{cadre}} = \mathcal{E}_\varphi^+ - \mathcal{E}_\varphi^-, \tag{1}$$

les courants dans les deux doublets parallèles à l'axe des $y$ étant opposés et les indices + et — indiquant que les champs correspondants doivent être calculés en faisant intervenir les distances (*fig.* 1) :

$$\left.\begin{aligned} r_1^+ &= r_1 + \frac{1}{2} l \cos \psi_1, \\ r_2^+ &= r_2 + \frac{1}{2} l \cos \psi_2 \end{aligned}\right\} \text{ et } \left.\begin{aligned} r_1^- &= r_1 - \frac{1}{2} l \cos \psi_1, \\ r_2^- &= r_2 - \frac{1}{2} l \cos \psi_2 \end{aligned}\right\}. \tag{2}$$

L'expression de $\mathcal{E}_\varphi^{\text{cadre}}$ étant connue [3], on en déduit sans peine l'équation (5) ci-après donnant la composante $\mathcal{E}_\varphi$ rayonné par le doublet électrique horizontal.

2° Considérons ensuite le doublet $p\cos\varphi$ parallèle à l'axe des $x$. Ce doublet produit au point B une composante verticale $\mathcal{E}_z$ qui sera obtenu au moyen du théorème de réciprocité : La composante $\mathcal{E}_z$ doit être égale à la composante horizontale qui serait produite au point A par un doublet électrique vertical placé au point B et ayant la longueur $l$ et le moment $p\cos\varphi$. On se ramène ainsi au cas du doublet électrique vertical [4] et on en déduit l'expression (3) ci-après de la composante $\mathcal{E}_z$.

On remarquera maintenant que le doublet $p\cos\varphi$ ne doit pas produire au point B une composante horizontale suivant la direction $\boldsymbol{\varphi}$. Si en effet une telle composante existait et si l'on déplaçait le doublet considéré au point B suivant la direction $\boldsymbol{\varphi}$, on devrait retrouver au point A, d'après le théorème de réciprocité, une composante non nulle suivant la direction $\mathbf{r}$ ce qui est en contradiction avec les résultats obtenus ci-dessus (1°).

(*) Laboratoire de Physique de l'Atmosphère (Prof. E. VASSY).

Il ne reste plus qu'a determiner la composante $\mathcal{E}_r$ rayonnee par le doublet p cos φ ou, ce qui revient au même, par le doublet **p**. On peut l'obtenir (équation 4 ci-apres) au moyen de l'equation div $\mathcal{E} = 0$, les composantes $\mathcal{E}_z$ et $\mathcal{E}_\varphi$ etant deja connues.

Les expressions suivantes résument les resultats obtenus (unités M. K. S.) :

$$\mathcal{E}_z = E_0 \cos\varphi \Big[\frac{\exp(ik_0 r_1)}{r_1} \sin\psi_1 \cos\psi_1 - \mathcal{R}_V \frac{\exp(ik_0 r_2)}{r_2} \sin\psi_2 \cos\psi_2 + (1 - \mathcal{R}_V) \frac{\sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\psi_2}}{\varepsilon'_r} \mathcal{W} \frac{\exp(ik_0 r_2)}{r_2} \cos\psi_2\Big], \quad (3)$$

$$\mathcal{E}_r = - E_0 \cos\varphi \Big[\frac{\exp(ik_0 r_1)}{r_1} \sin^2\psi_1 - \mathcal{R}_V \frac{\exp(ik_0 r_2)}{r_2} \sin^2\psi_2 + (1 - \mathcal{R}_H) \mathcal{W}_H \frac{\exp(ik_0 r_2)}{r_2} - \frac{1 - \mathcal{R}_V}{\varepsilon'_r} \mathcal{W} \frac{\exp(ik_0 r_2)}{r_2}\Big], \quad (4)$$

$$\mathcal{E}_\varphi = E_0 \sin\varphi \Big[\frac{\exp(ik_0 r_1)}{r_1} + \mathcal{R}_H \frac{\exp(ik_0 r_2)}{r_2} + (1 - \mathcal{R}_H) \mathcal{W}_H \frac{\exp(ik_0 r_2)}{r_2}\Big], \quad (5)$$

avec $k_0 r = 2\pi r/\lambda_0 \gg 1$, $E_0 = 60\pi I_0 l/\lambda_0$ ($V/m$, crête), φ etant l'angle du doublet horizontal avec le plan vertical d'incidence, $\mathcal{R}_V$ et $\mathcal{R}_H$ les coefficients de reflexion plane en polarisation verticale et horizontale, $\mathcal{W}$ s'exprimant par la relation $\mathcal{W}(v) = 1\text{-}2\sqrt{v}\exp(-v)\int_{i\infty}^{\sqrt{v}} \exp(t^2)\,dt$ ou $v = \dfrac{4\rho}{(1 - \mathcal{R}_V)^2}$ avec $\rho = \dfrac{ik_0 r_2}{2} \dfrac{\varepsilon'_r - \cos^2\psi_2}{\varepsilon'^2_r}$ (distance numerique) et $\mathcal{W}_H(v_H)$ ayant la même expression que $\mathcal{W}(v)$ mais en introduisant au lieu de $v$ l'argument $v_H = \dfrac{4\rho_H}{(1 - \mathcal{R}_H)^2}$ ou $\rho_H = \dfrac{ik_0 r_2}{2} (\varepsilon'_r - \cos^2\psi_2)$. Les grandeurs geométriques sont d'ailleurs suffisamment indiquees sur la figure 1.

Manuscrit reçu le 20 mai 1957.

## BIBLIOGRAPHIE


[1] von Hoerschelman (H.), *Jahr. der Drahtl. Tel. und Tel*, 1911, **5**, 14 34 et 188 211.

[2] Norton (K. A.), *Proc. I. R. E.*, 1936, **24**, 1367-1387, 1937, **25**, 1203-1236.

[3] Boudouris (G.), « Propagation Tropospherique », edition du Centre de Documentation Universitaire, § IV, 3.

[4] d°, § III, 5.