SUR LE PRINCIPE DE MACH ET QUELQUES QUESTIONS CONNEXES

Par O. Costa de Beauregard,
Institut Henri-Poincaré, Paris.

Une intéressante suggestion de D. Park [1] est à l'origine de remarques que nous avons exposées ici même [2] ainsi que d'un modèle de cosmos expansif récemment proposé par nous [3] avec une application [4] aux idées de Dirac sur les constantes universelles [5].

Toutefois, nous n'avions pas su bien mettre en évidence le point essentiel, et c'est ce que nous nous proposons de faire ici.

L'idée de D. Park est d'interpréter l'hypothèse bien connue de Mach relative à l'inertie, en disant que la constante universelle I de la loi de Galilée-Newton $\vec{F} = Im\vec{\gamma}$ représente en réalité la valeur du fond non nul du potentiel de gravitation ; introduisant donc la masse M du cosmos (supposée finie), une longueur L caractéristique des dimensions globales de l'espace et la constante de Newton G ou, mieux, la constante d'Einstein $\chi = 8\pi\, Gc^{-2}$, D. Park propose d'écrire

$$I = \chi M/L\,; \tag{1}$$

le second membre est bien (comme on le sait) un nombre pur, et il doit se trouver rendu égal à 1 du fait du choix même des unités classiques.

Une confirmation frappante de l'idée de D. Park est fournie par la théorie cosmologique d'Einstein, où l'on a, A désignant le rayon de la sphère spatiale,

$$\chi M/A = 4\pi^2\,; \tag{2}$$

des relations ne différant que par la valeur du second membre valent dans plusieurs modèles de cosmos expansifs, et notamment celui récemment proposé par nous (3). Ceci incite à un examen plus serré de la question.

La constante universelle de la formule $F = Im\gamma$ est certainement un scalaire d'espace-tmps, car cette formule admet la transcription 4-dimensionnelle bien connue $F^\lambda d\tau = Im_0 du^\lambda$.

Par ailleurs, la formule (2) est conséquence très directe de l'équation d'Einstein contractée

$$-R = \chi T \quad \text{ou} \quad -\chi T/R = 1, \tag{3}$$

comme on le voit au moyen des relations (où $2\pi^2 A^3$ est le volume de l'hypersphère spatiale) :

$$M = 2\pi^2 A^3 \rho, \qquad A^2 R = -4, \qquad T \equiv \rho_0,$$
$$\rho_0/\rho = \textit{rapport simple.}$$

C'est donc l'équation d'Einstein contractée (3) *qui assure automatiquement la satisfaction du principe de Park* : le nombre $-\chi TR^{-1}$, homogène à un potentiel gravifique, se trouve, dans le cas d'un cosmos sphérique homogène, égal à l'expression

$$\chi M_0/8\pi^2 A = 1, \quad \text{avec} \quad M_0 = 2\pi^2 A^3\, T(A). \tag{4}$$

Avant de changer de sujet, faisons encore deux remarques. Au second membre de la formule d'Einstein

$$R^{\lambda\mu} - \frac{R}{2} g^{\lambda\mu} = \chi T^{\lambda\mu} \tag{5}$$

figure la somme de toutes les densités d'impulsion-énergie inertiques, potentielles, etc..., sauf une : la densité d'impulsion-énergie potentielle de gravitation. Or, l'énergie potentielle de gravitation figurant dans la théorie classique doit bien apparaître quelque part en relativité. *Il est tout naturel d'admettre que l'expression*

$$-\frac{1}{\chi}\left(R^{\lambda\mu} - \frac{R}{2} g^{\lambda\mu}\right)$$

représente la densité d'impulsion-énergie potentielle de gravitation ; l'équation (5) d'Einstein exprime alors en particulier que la somme de toutes les densités d'impulsion-énergie est nulle.

$L \equiv \nu D/\delta\nu$ désignant maintenant la constante de récession de Hubble, Jordan [6] a remarqué que, d'après les valeurs expérimentales des trois facteurs intervenant, le nombre $\chi\rho L^2$ semble avoir une valeur de l'ordre de l'unité. Or, théoriquement, il en doit bien être ainsi en conséquence de la formule d'Einstein contractée (3) ; en effet, le rapport $\rho_0/\rho = T/T_{44}$ est toujours un nombre petit, et il en est de même du rapport L/A dans la plupart des modèles de cosmos expansifs. En bref, *la remarque de Jordan peut être considérée comme l'expression d'une vérification* (*fort peu précise il est vrai*) *de la théorie de la relativité générale.*

Manuscrit reçu le 5 février 1957.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *J. Physique Rad.*, 1957, 18, 11.
[2] *J. Physique Rad.*, 1957, 18, 73.
[3] *C. R. Acad. Sc.*,
[4] *C. R. Acad. Sc.*,
[5] *Proc. Roy. Soc.*, 1938, **165**, 199 ; *Nature*, 1937, **139**, 323.
[6] *Nature*, 1949, **164**, 637.