



**HAL**  
open science

# PROPAGATION DANS UN CHENAL SOUS-MARIN PROFOND

R. Burvingt

► **To cite this version:**

R. Burvingt. PROPAGATION DANS UN CHENAL SOUS-MARIN PROFOND. Journal de Physique Colloques, 1990, 51 (C2), pp.C2-1033-C2-1036. 10.1051/jphyscol:19902242 . jpa-00230571

**HAL Id: jpa-00230571**

**<https://hal.science/jpa-00230571>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

1er Congrès Français d'Acoustique 1990

## PROPAGATION DANS UN CHENAL SOUS-MARIN PROFOND

R. BURVINGT

*Le Centre Thomson d'Applications Radars (L.C.T.A.R.), 6, Rue Nieupoort,  
BP. 16, F-78143 Velizy Villacoublay Cedex, France*

**Résumé** - Une méthode de calcul basée sur le formalisme de LUDWIG est prise en compte pour décrire le champ acoustique dans un chenal sous-marin profond. Dans cette méthode, les solutions de l'acoustique géométrique sont utilisées pour exprimer la solution de l'équation de HELMHOLTZ au voisinage des caustiques. On trace les rayons et les caustiques dans un chenal quartique à partir d'expressions analytiques. On examine les possibilités de décrire le champ dans ces voisinages quand les développements non uniformes et uniformes sont retenus.

**Abstract** - A computing method based on the LUDWIG formalism is taken into account for describing the acoustic field in a deep sound channel. In this method the solutions of the geometrical acoustics are used to express the solution of the HELMHOLTZ equation near the caustics. Rays and caustics are plotted in a quartic channel using analytical expressions. A close examination concerning the possibilities of describing the field near these caustics is made when non uniform and uniform developments are used.

## 1 - INTRODUCTION

L'objet de l'étude présentée ici est la description des chenaux sous-marins profonds.

Les phénomènes de propagation acoustique sont appréhendés en faisant l'hypothèse d'une mer stratifiée horizontalement et celle d'un profil d'indice analytique particulier. Cet indice est quartique, c'est-à-dire que son carré s'exprime à l'aide d'un polynôme du quatrième degré en fonction de la profondeur. Ce choix d'indice permet de rendre compte de certains chenaux qui existent dans l'océan, notamment ceux dont la bathycélérimétrie présente deux minimums (c'est-à-dire que l'indice présente deux maximums).

On considère une source ponctuelle monochromatique située dans la zone centrale du chenal. Les fréquences peuvent être relativement basses (70 Hz).

La méthode d'analyse retenue est celle de LUDWIG [1]. Elle suppose la connaissance des rayons et des grandeurs qui sont la phase et l'amplitude de l'acoustique géométrique. A partir de ces grandeurs le formalisme général de LUDWIG, tout en restant formel et ne donnant pas de moyen pratique de calcul, fournit une expression de la solution de l'équation de HELMHOLTZ.

On s'est attaché ici à exploiter ce formalisme. On présente deux étapes de cette démarche.

La première étape consiste à développer des solutions analytiques de l'acoustique géométrique en considérant, comme on l'a indiqué, un chenal quartique, et, aussi à examiner les possibilités de description des niveaux sonores qu'autorisent les expressions fournies par TATRO et SPOFFORD [2]. Ces dernières s'obtiennent par des développements non uniformes qui se déduisent des développements uniformes de LUDWIG. Le domaine d'application de ces développements non uniformes apparaît restreint notamment quand on considère des fréquences basses.

La seconde étape est une formulation de la solution à partir des développements uniformes de LUDWIG. On ne présente ici que les bases mathématiques d'une méthode de description du champ qui serait applicable dans un large domaine de situations.

## 2 - FORMULATION DES RAYONS ET DES CAUSTIQUES DANS UN CHENAL QUARTIQUE

L'indice d'un chenal quartique peut s'écrire quand Z représente la coordonnée verticale :

(1)

$$n(z) = \sqrt{1 + z^2/a^2 + N_3 z^3/a^3 + N_4 z^4/a^4}$$

Pour que cet indice présente deux maximums, il faut que :  $N_4 < 0$ . Le minimum d'indice est situé à  $Z = 0$ . "a" représente une distance caractéristique du chenal.

Les rayons émis sur la source (située en  $Z = Z_0$ ) sous un angle  $\theta$  oscillent entre deux ordonnées,  $z = \alpha$  et  $z = \beta$  ( $\alpha > \beta$ ). Ces ordonnées sont celles de deux séries de points tournants alignés horizontalement et également espacés.

Dans l'expression d'un rayon, sous la forme  $r = r(z, \theta)$  où  $r$  est la coordonnée horizontale, figurent des termes de la forme (Cf. BREKHOVSKIKH [3]) :

$$(2) \quad g(z_1, z_2) = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{n(z)^2 - n_0^2 \cos^2 \theta}} \quad \text{où } \beta \leq z_1 \leq z_2 \leq \alpha$$

et  $n_0 = n(z=z_0)$

Avec  $n(Z)$  donné par (1), ces termes sont des intégrales elliptiques. Dans l'expression d'un rayon mise sous la forme  $z = z(r, \theta)$  figurent alors ce type d'intégrale ainsi que des fonctions elliptiques. L'équation des caustiques s'obtient en écrivant que :  $\left. \frac{\partial z}{\partial \theta} \right|_{r=\text{cste}} = 0$

La figure ci-dessous représente une configuration de rayons et de caustiques quand on considère l'indice quartique (1) et que la source est située en  $z_0 = -a$   $r_0 = 0$

La courbe de l'indice présente comme on l'a mentionné deux maximums. Les strates de l'espace fluide situées au niveau de ces maximums définissent dans le chenal deux sous-chenaux. La source étant, sur cette figure, située dans le sous-chenal du bas, on distingue des rayons qui se confinent à ce sous-chenal, et d'autres émis sous des angles plus grands, qui oscillent dans l'ensemble du chenal.

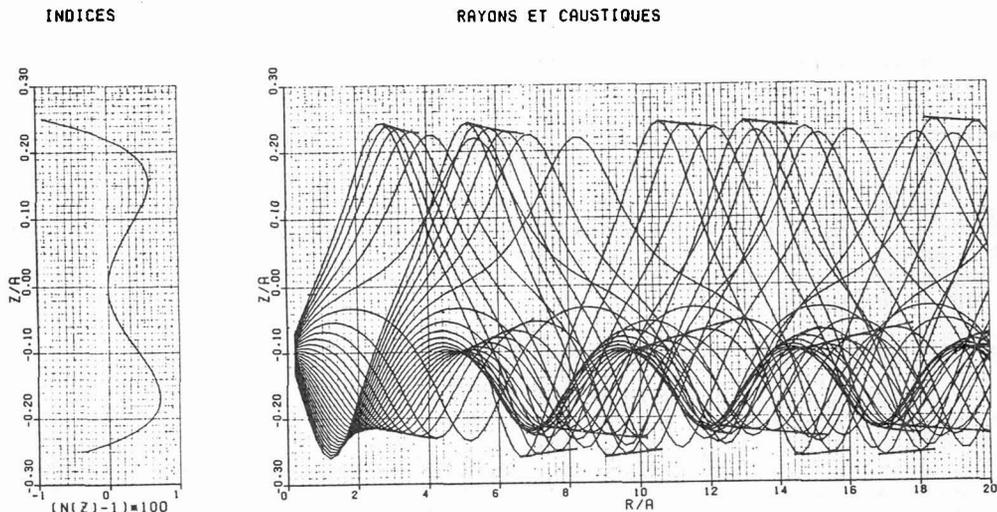


Figure - Configuration des rayons et des caustiques  
Courbe de l'indice.

### 3 - FORMULATION DE TATRO ET SPOFFORD AU VOISINAGE DES CAUSTIQUES

Les expressions asymptotiques de TATRO et SPOFFORD [2] au nombre de deux peuvent s'obtenir en considérant deux cas particuliers des développements de LUDWIG [1]. Ces développements

expriment le champ au voisinage des caustiques à l'aide d'intégrales (fonctions d'AIRY généralisées) où figurent un terme d'amplitude et un terme de phase dans l'exposant (voir paragraphe suivant). Des approximations effectuées sur ces deux termes conduisent à ces expressions asymptotiques.

La première de ces deux expressions permet de décrire le voisinage d'une caustique simple isolée (configuration à deux rayons). Elle comporte une fonction d'AIRY ordinaire. La seconde, utilisable au voisinage d'un point cuspidé isolé (configuration à trois rayons), comporte une fonction de PEARCEY (fonction d'AIRY généralisée où le degré quatre figure à l'exposant dans l'intégrale).

On remarque qu'une ou plusieurs autres expressions seraient nécessaires pour la description du champ en des points, situés près de la caustique, assez éloignés du point cuspidé (la seconde expression est inutilisable) mais non suffisamment pour que la caustique puisse être considérée comme simple et isolée (la première expression ne peut être utilisée en ces points).

Les expressions mentionnées ne peuvent donc être utilisées en tout point du voisinage des caustiques cuspidées comme celles représentées sur la figure.

Une seconde cause d'impossibilité de leur emploi peut apparaître dans le calcul en des points de domaines de l'espace où les zones de champ proche de deux caustiques voisines se recouvrent. Ces domaines existent à basse fréquence.

On note que le calcul effectué à partir de ces expressions asymptotiques est cependant possible dans certaines parties de ces domaines. En effet, si aux points de deux branches de caustique en regard passent des rayons émis sur la source avec des angles très différents, la somme algébrique des champs relatifs à chaque caustique considérée comme isolée donne une approximation justifiée du champ dans la partie du domaine invoqué (situé entre les deux branches).

Si ces angles sont voisins, le champ ne peut être évalué à l'aide de cette somme. On doit mettre en oeuvre alors d'autres techniques de calcul comme celles décrites dans ce qui suit.

#### 4 - UTILISATION DES DEVELOPPEMENTS UNIFORMES DE LUDWIG

D. LUDWIG exprime la solution de l'équation de HELMHOLTZ sous la forme :

$$(3) \quad u(\vec{x}) = \int_C g(\vec{x}, \xi) e^{ik_0 \varphi(\vec{x}, \xi)} d\xi \quad \text{où } k_0 \text{ est le nombre d'onde de référence} \\ \text{et } C \text{ un contour d'intégration}$$

Si  $m$  rayons (réels ou complexes) concourent au point d'observation  $\vec{x}$ , on écrit  $\varphi(\vec{x}, \xi)$  sous la forme d'un polynôme de degré  $m+1$  en  $\xi$ , et,  $g(\vec{x}, \xi)$  sous la forme d'un polynôme de degré  $m-1$  en  $\xi$ . Chaque terme de  $g(\vec{x}, \xi)$  se présente comme un développement en puissance de  $(k_0 a)^{-1}$ . Comme en général  $k_0 a \gg 1$  seul le premier terme de ce développement peut être retenu.

Les coefficients de ces polynômes satisfont un système algébrique où interviennent les phases et les amplitudes de l'acoustique géométrique [4,5].

Le calcul du champ à l'aide de (3) nécessite alors trois tâches qui sont :

- L'écriture des solutions de l'acoustique géométrique au point d'observation pour les  $m$  rayons.
- La résolution du système algébrique satisfait par les coefficients des polynômes.
- Le calcul des fonctions d'AIRY généralisées qui interviennent dans (3) et dépendent des coefficients précédents.

Ces trois tâches semblent pouvoir être menées à bien. La réalisation de la première tâche pose le problème de la détermination des phases et des amplitudes complexes dans

les zones d'ombre des caustiques. Ce problème peut être résolu en considérant des racines complexes pour l'angle (prolongement analytique de la valeur de l'angle du rayon sur la source) et en les reportant dans les expressions des phases et des amplitudes définies dans les zones éclairées. Ceci conduit aux valeurs de ces grandeurs dans la zone d'ombre.

La seconde tâche peut être accomplie en élevant à des puissances entières appropriées les diverses équations satisfaites par  $\varphi(\vec{x}, \xi)$  et en les combinant. Par exemple pour une configuration à trois rayons ( $m = 3$ ) on est conduit à la résolution d'une équation du quatrième degré. Des équations de degré supérieur doivent être considérées pour des configurations de plus de trois rayons ( $m > 3$ ). La résolution doit être alors numérique.

La troisième tâche doit pouvoir être réalisée dans bon nombre de problèmes rencontrés en utilisant la méthode du col.

Une démarche analytique conduisant à une expression utilisable de (3) est donc définie. Par ce formalisme on peut décrire une configuration à quatre rayons  $m = 4$  (correspondant au domaine de superposition des zones de champ proche d'une cuspide et d'une caustique simple, domaine suggéré sur la figure) et également une configuration à cinq rayons  $m = 5$  (correspondant au domaine de superposition de deux cuspidés emboîtées).

La prise en compte, au cours des calculs, de ces domaines à l'aide des développements uniformes doit donc permettre de retenir des fréquences basses (fréquences pour lesquelles ces domaines existent).

#### 5 - CONCLUSION

L'étude présentée ici décrit une mise en oeuvre de la méthode de LUDWIG pour les chenaux sous-marins. Elle est basée sur la considération des rayons et de leurs caustiques. En cela elle diffère dans son principe d'autres méthodes notamment la méthode des modes normaux et celle de l'équation parabolique.

Cette approche apparaît adaptée lorsque l'on fait le choix d'un indice comme l'indice quartique qui autorise une grande part de développements analytiques.

Les développements non uniformes de la solution au voisinage des caustiques ne permettant pas la description du champ en tout point de ces voisinages à basse fréquence, les développements uniformes ont été pris en compte. Il semblerait autoriser, sans calcul numérique important, une description précise du champ dans certains chenaux sous-marins.

#### RERMERCIEMENTS

La présente étude a été faite sous contrat de la Direction des Recherches, Etudes et Techniques (Délégation Générale pour l'Armement) que l'auteur remercie pour son autorisation de publier.

#### REFERENCES

- /1/ LUDWIG, D., Comm. Pure Appl. Math. 19 (1966) 215.
- /2/ TATRO, P.R. and SPOFFORD, C.W., IEEE 1973, Ocean Environment.
- /3/ BREKHOVSKIKH, L.M., Waves in Layered Media, Academic Press (1980).
- /4/ SALTIEL, L., Revue du Cethedec. 48 (1976) 35.
- /5/ KRAVTSOV, Y.A., Sov. Phys. Acoust. 14 (1968) 1.