

Collision de bifurcations globalement sous-critiques dans un écoulement de von Kármán fortement turbulent.

F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud & L. Marié

CEA - Saclay. Service de Physique de l'Etat Condensé bât 772. 91191 Gif sur Yvette Cédex.
ravelet@drecam.saclay.cea.fr

Résumé : pour un écoulement de von Kármán fortement turbulent ($Re \simeq 10^6$), on observe trois états moyens possibles: un état qui restaure statistiquement les symétries du système, et deux états qui la brisent statistiquement. Ces états s'échangent par deux bifurcations sous-critiques, donnant lieu à un cycle d'hystérésis. Par l'adjonction d'ailettes sur la cuve, on modifie ce cycle, et la stabilité des différents états. On peut reproduire phénoménologiquement ce comportement à l'aide d'une équation d'amplitude à deux paramètres ajustables.

1 Le dispositif expérimental

Dans un cylindre, le fluide est mis en mouvement au moyen de deux turbines coaxiales contrarotatives, munies de pales. Cet écoulement est connu sous le nom d'écoulement de von Kármán et a été très étudié pour sa capacité à donner de la turbulence très forte dans un volume réduit [1,2]. En effet, les nombres de Reynolds couramment atteints sont de l'ordre de 10^6 .

Les turbines sont mues par deux moteurs brush-less indépendants. Les puissances et couples maximaux sont respectivement de $1,8 \text{ kW}$ et de $11,5 \text{ N.m}$. La cuve cylindrique a un rayon $R = 100 \text{ mm}$. Les deux turbines sont distantes de 180 mm . Il est possible d'ajouter 4 ailettes parallélépipédiques ($10 \times 10 \times 125 \text{ mm}$) régulièrement réparties le long du cylindre. Un serpentin de cuivre et un bain thermostaté permettent d'assurer une régulation thermique à 1° près.

Nos résultats ont été obtenus pour une fréquence de rotation typique $f = 4 \text{ Hz}$ dans de l'eau à 35°C , ce qui correspond à un nombre de Reynolds de: $Re = \frac{2\pi f R^2}{\nu} \simeq 3 \cdot 10^5$. Nos deux moteurs étant indépendants, nous pouvons travailler librement dans le plan $f_1 - f_2$ (fréquences de chaque moteur). Une expérience sera repérée dans ce plan au moyen de ses coordonnées polaires $f \sim Re$, $\Theta = \text{atan}(\frac{f_2}{f_1})$. Ainsi $\Theta = 0^\circ$ correspond au cas où le moteur 1 tourne seul, $\Theta = 90^\circ$ au cas où le moteur 2 tourne seul, et enfin la contrarotation exacte correspond à $\Theta = 45^\circ$.

Les turbines sont des disques de 185 mm de diamètre et sont munies de 16 pales en arc de cercle. La hauteur des pales vaut 20 mm . Les turbines peuvent tourner dans les deux directions. Les résultats exposés ici concernent le cas où le fluide est poussé avec la face concave (voir figure 1 (a)).

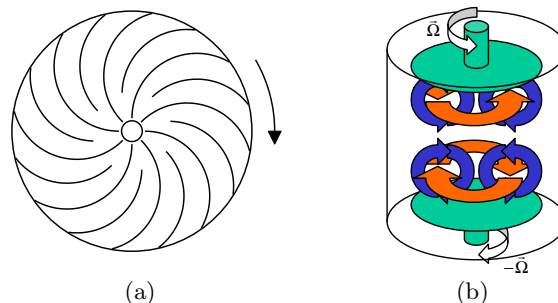


Fig. 1 —. (a) : schéma des turbines utilisées. (b) : phénoménologie de l'écoulement de von Kármán. Décomposition en deux cellules toroïdales et deux cellules poloïdales

La phénoménologie de l'écoulement est la suivante : chaque turbine agit comme une pompe centrifuge. Le fluide est mis en rotation et est expulsé radialement près de chaque turbine. Le fluide est alors pompé au cœur. Dans le cas où les deux turbines sont contrarotatives, on a alors deux cellules toroïdales, et deux cellules de recirculation poloïdale. Lorsque de surcroît les turbines tournent à la même vitesse, le problème est invariant (équations et conditions aux limites) par rotation d'angle π (\mathcal{R}_π) autour de tout axe radial passant par le centre du cylindre : on s'attend à un champ de vitesse invariant par \mathcal{R}_π . Nous qualifierons cette situation de canonique.

2 Une brisure "statistique" de symétrie

Dans le régime où nous travaillons, l'écoulement est fortement turbulent. A chaque instant, l'écoulement semble complètement désorganisé et met en jeu des structures de toutes tailles. Néanmoins, au sens statistique du terme, on peut définir un écoulement moyen. Sur la figure 2, on voit une carte du champ moyen mesuré par vélocimétrie laser Doppler (LDV). Le champ de vitesse moyen respecte l'invariance par \mathcal{R}_π et présente deux cellules : nous sommes dans la situation canonique. On sait par ailleurs [3] que le moment cinétique moyen est nul, et que chaque moteur fournit le même couple. A haut Re , la symétrie est restaurée statistiquement [4].

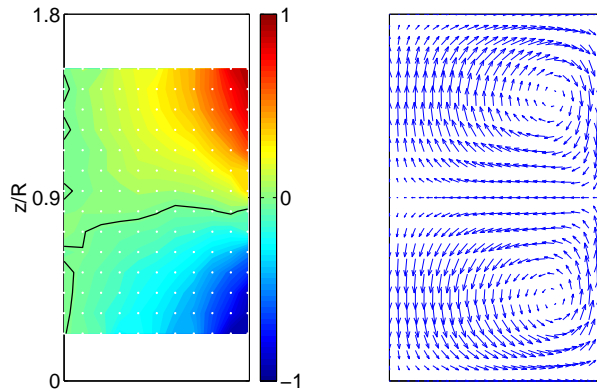


Fig. 2 —. Champ moyen mesuré par LDV à $Re = 1.5 \cdot 10^5$. 60 s par point de mesure. Le cylindre est vertical, l'axe se trouve sur la gauche. Les deux turbines sont en contra-rotation exacte. A gauche : composante toroïdale. A droite, composante poloïdale. Les vitesses sont adimensionnées par $2\pi Rf$. La zone en blanc correspondant aux pales est inaccessible à la LDV. L'écoulement est symétrique : état (a)

Dans un ancien montage, partant de $\Theta = 45^\circ$, nous avons observé qu' "au bout d'un temps plus ou moins long", la structure globale de l'écoulement moyen bifurque spontanément [5]. Le champ de vitesse moyen adopte alors la structure visible sur la figure 3. Il n'y a plus qu'une seule cellule. Une des deux turbines pompe le fluide au cœur du cylindre et le met en rotation sur toute la hauteur. Le fluide spirale sur le bord du cylindre vers la turbine tournant en sens inverse. Au niveau de cette turbine, dans une petite zone inaccessible à la LDV, sa rotation est brutalement freinée, puis il est réinjecté vers le cœur, où il est pompé par la première turbine. Le fluide contenu dans toute la cuve est globalement en rotation : le moment cinétique moyen n'est plus nul. Les moteurs fournissent environ 4 fois plus de couple, et leur différence n'est plus nulle (voir figure 4).

En pratique, dans le nouveau montage, une très légère dissymétrie de la consigne semble nécessaire pour observer une bifurcation de l'état canonique à deux cellules vers un état bifurqué à une cellule¹ (une étude de la statistique des temps de transition est en cours : pour $\Theta = 45,5^\circ$, on a un temps

1. La présence d'eau de remplissage de part et d'autre des turbines joue sûrement un rôle stabilisant par son inertie.

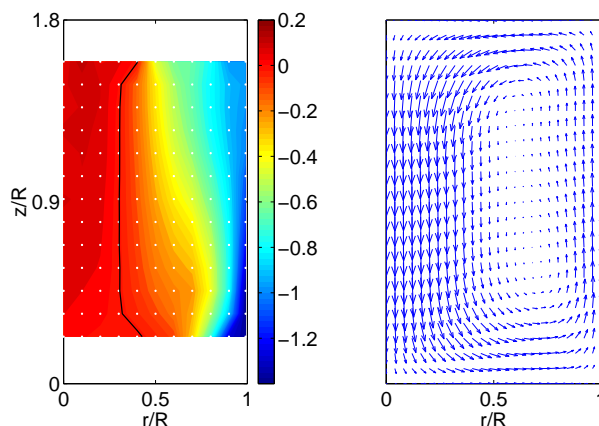


Fig. 3 –. Champ moyen mesuré par LDV dans les mêmes conditions que la figure 2. Les deux turbines sont en contra-rotation exacte, l'écoulement est bifurqué vers la turbine 1 : état (b)

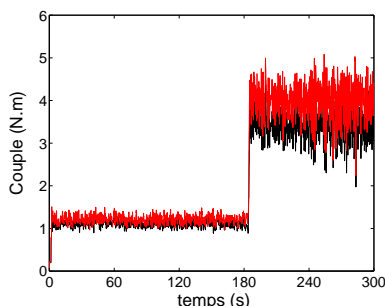


Fig. 4 –. Signal temporel du couple fourni par les moteurs mettant en évidence la transition de l'état canonique vers l'état bifurqué. $Re = 3 \cdot 10^5$, $\Theta = 46,17^\circ$

caractéristique de 4000 s). Si on part d'un état bifurqué et qu'alors on amène la consigne de vitesse en $\Theta = 45^\circ$, on ne voit jamais l'écoulement adopter l'état canonique. Il y a donc pour une même consigne de vitesse symétrique trois états possibles : un état qui respecte au sens statistique l'invariance par \mathcal{R}_π (fig. 2) que nous désignerons par (a), et deux états qui la brisent : un état (b) bifurqué "vers la turbine 1" correspondant à la figure 3 ; et un état (c) bifurqué "vers la turbine 2" qui se déduit de (b) par \mathcal{R}_π . On peut passer spontanément de l'état (a) vers l'état (b)-(c). Nous n'avons jamais observé de retour depuis (b)-(c) vers (a). En outre, pour passer de (b) à (c), il est nécessaire de ralentir fortement la turbine qui entraîne : on a une hystérésis très marquée que nous détaillons dans la prochaine section.

3 Les cycles d'hystérésis, description par une équation d'amplitude

Nous pouvons définir comme paramètre caractérisant l'état bifurqué la différence des couples fournis par les moteurs. Nous avons vérifié que, comme on peut s'y attendre à haut Re [4], Le couple C fourni par un moteur pour une consigne (f, Θ) est indépendant de Re et s'écrit : $C = K_p(\Theta) \rho R^5 (2\pi f)^2$ [5], avec ρ la densité du fluide et K_p le coefficient de puissance adimensionnel. Sur la figure 5, nous avons reporté la différence des couples ΔC adimensionnelle en fonction de Θ pour deux configurations.

Dans la première, correspondant au haut de la figure 5, la cuve cylindrique est lisse. Pour $\Theta = 45^\circ$, il y a trois solutions possibles : l'état canonique (a) correspond à $\Delta C = 0$, et les deux états (b) et (c) symétriques l'un de l'autre. L'état (a) est quasiment réduit à un point. La stabilité de cette branche

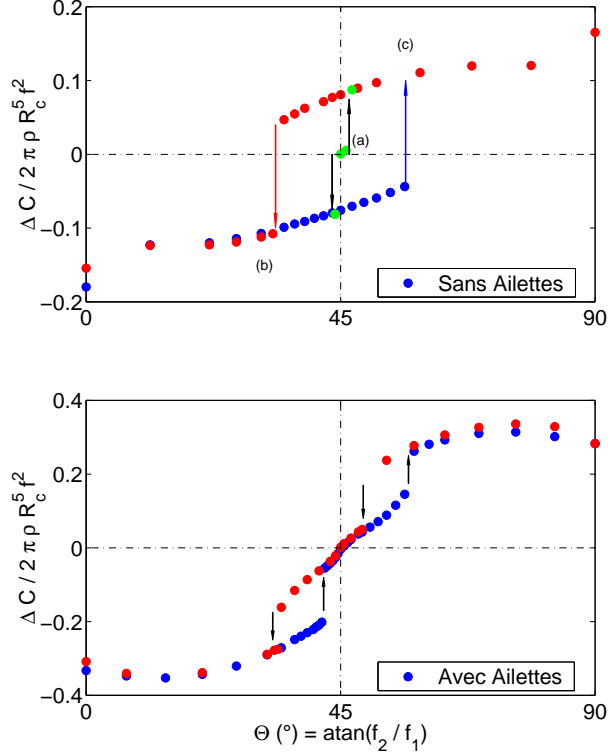


Fig. 5 – Cycle d’hystérésis mesuré avec et sans ailettes. En abscisse, angle Θ dans le plan $f_1 - f_2$. En ordonnée, différence adimensionnelle des couples fournis par les deux moteurs. Nous restons environ 120 s par point

centrale dépend du temps passé sur chaque point (ici $\simeq 120$ s), et une étude de ce facteur est en cours. On note par exemple sur la figure 4 que l’état (a) reste stable plus de 120 s pour $\Theta = 46,17^\circ$ et $Re = 3 \cdot 10^5$. Lorsqu’on bifurque depuis (a) vers (b), on tombe sur une branche reliée continuellement à la consigne $\Theta = 0^\circ$.

Partons donc maintenant de $\Theta = 0^\circ$, où seule la turbine 1 tourne, état que nous confondrons avec l’état (b). En augmentant progressivement la vitesse f_2 , on se déplace dans le sens des Θ croissants. On reste sur la branche (b) au delà de $\Theta = 45^\circ$: l’écoulement reste bifurqué vers 1, alors que 2 tourne plus vite. L’écoulement se renverse et on passe de (b) à (c) pour $\Theta \simeq 60^\circ$. On arrive alors à $\Theta = 90^\circ$ où seule 2 tourne. En se déplaçant alors vers les Θ décroissants, on reste à nouveau sur (c) au delà de $\Theta = 45^\circ$, et la transition de (c) à (b) a lieu pour $\Theta \simeq 30^\circ$. On ne remonte en revanche jamais sur l’état canonique (a) si on l’a quitté : le système garde une mémoire de la façon dont il a été démarré.

Dans la seconde configuration (en bas sur la figure 5), les ailettes verticales sont installées. On a maintenant une séparation de notre grand cycle d’hystérésis en deux petits cycles de part et d’autre de $\Theta = 45^\circ$. L’état central est stabilisé, on peut l’atteindre depuis n’importe quelle condition initiale : en faisant un aller-retour de $\Theta = 0^\circ$ à 90° , on passe de (b) à (a) avec une hystérésis, puis de (a) à (c) avec hystérésis.

On peut décrire la transition observée statistiquement dans l’expérience par une équation d’amplitude à deux paramètres ajustables :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = (\epsilon - \epsilon_c)|D| + h|D|D - |D|^2D$$

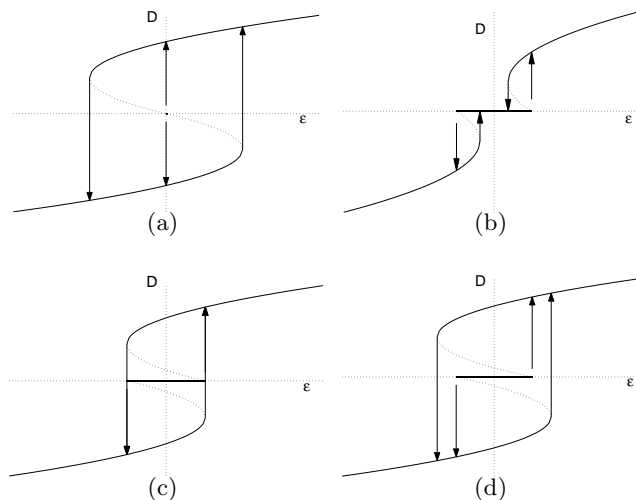


Fig. 6 —. Diagramme de stabilité des solutions de l'équation d'amplitude considérée pour : (a) $\epsilon_c = 0$. (cas sans ailettes) (b) $\epsilon_c > \frac{h^2}{8}$. (cas avec ailettes) (c) $\epsilon_c = \frac{h^2}{8}$. (d) $\epsilon_c < \frac{h^2}{8}$.

Cette équation est écrite à partir d'une bifurcation trans-critique, que nous avons symétrisée. Identifions le paramètre de contrôle ϵ au différentiel de vitesse Θ et la "distance à l'état non bifurqué" D à la différence des couples ΔC ; en jouant sur les paramètres h et ϵ_c , on obtient les diagrammes présentés sur la figure 6. On retrouve en particulier les différents états du système et l'influence des ailettes. Cette description laisse cependant de côté l'aspect statistique de la transition.

4 Conclusion

Nous avons donc mis en évidence expérimentalement une "bifurcation globale" sur un écoulement très turbulent : on a brisure de symétrie (au sens statistique) et échange de stabilité entre différents états. On connaît d'autres écoulements fluides présentant de l'hystérésis [6], mais ces écoulements sont laminaires. Dans notre situation, quelle est l'influence de Re ? Mais surtout quel est le rôle de la turbulence? Peut-on traiter ce problème avec les outils classiques issus de l'étude de systèmes dynamiques de basse dimensionnalité?

Nous menons également une étude statistique des temps au bout desquels on passe de (a) à (b). Nous voyons ainsi une influence de Re . D'autres types d'ailettes nous permettront de vérifier la validité de la description en terme d'équation d'amplitude.

Lorsque nous fixons la différence de couple ΔC (moteurs commandés en couple) à une valeur où il n'y a pas de solutions sur le diagramme 5, nous observons un comportement intermittent du système qui visite les états (a) et (b) de manière chaotique [5]. Pour des turbines aux pales plus faiblement courbées, nous avons observé des relaxations intermittentes de l'état bifurqué vers l'état non bifurqué.

Références

1. TITON J. H., CADOT O., Direct measurements of the energy of intense vorticity filaments in turbulence, *Phys. Rev. E*, **67**, 027301 (2003).
2. LABBÉ R., PINTON J-F., FAUVE S., Study of the Von Kármán flow between coaxial corotating disks, *Physics Of Fluids*, **8**, 914-922, (1996).
3. MARIÉ L., DAVIAUD F., Experimental measurement of the scale-by-scale budget of angular momentum in a turbulent shear flow, *accepted in Physics Of Fluids*, (2003).
4. FRISCH U., *Turbulence - The legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, New York , 1995.
5. MARIÉ L., *Transport de moment cinétique et de champ magnétique par un écoulement tourbillonnaire turbulent : influence de la rotation.*, Rapport de thèse de l'université Paris VII, 2003.
6. SHTERN V., HUSSAIN F., Hysteresis in swirling jets, *J. Fluid Mech.*, **309**, 1-44, (1996).