

Sciences, communication et politique de l'éducation : le rôle de l'erreur à la recherche et à la formation mathématique

François KALAVASSIS

Abstract

La communication scientifique qui peut soutenir un développement culturel, insulaire et durable, doit donner priorité à un type de communication récursive, par lequel la population concernée pourra revoir son trajet historique et en même temps prendre des décisions adéquates et bien situées aux conditions spatio-temporelles. Dans le cas de la formation mathématique, ce type de communication privilégie l'étude et l'exploitation didactique de l'erreur. Par l'exposé qui suit, on essaye exactement de déterminer ce rôle de l'erreur, et présenter une vision qui a été élaborée par l'équipe de Didactique des Disciplines de l'Université d'Egée à Rhodes.

0. Introduction

La recherche vise l'élaboration des solutions des problèmes, mais elle peut également conduire à une évaluation des problèmes, à une nouvelle hiérarchie. La politique de l'éducation doit renforcer les fondements du développement, au moins au domaine de la culture et de l'environnement. Dans ce cadre on peut déterminer le rôle des sciences et plus précisément des mathématiques, et la valeur culturelle de leur communication didactique.

Le développement des sciences a des caractéristiques spatio-temporels, comme tous les actes humaines. La communication scientifique a lieu à deux phases:

- au cours de l'évolution d'une idée, d'une technique, d'une expérimentation, et
- après avoir formulé le résultat.

Le fait qu'un résultat devient acceptable, peut avoir comme conséquence la reforme des hypothèses cognitives qui avaient conduit à son acceptation (effet de l'obstacle épistémologique)

On peut ainsi conclure qu'il existe un type de communication dynamique (potentielle) à la première phase, et un type de communication récursive à la seconde phase.

La communication scientifique qui peut soutenir un développement culturel, insulaire et durable, doit donner priorité au type récursif. Dans le cas de la formation mathématique, ce type de communication privilégie l'étude et l'exploitation didactique de l'erreur. Par l'exposé qui suit, on essaye exactement de déterminer ce rôle de l'erreur, et présenter une vision qui a été élaborée par l'équipe de Didactique des Disciplines de l'Université d'Egée à Rhodes.

1. Erreur et apprentissage

L'apparition

- de nouvelles approches sur les processus d'acquisition des connaissances (d'origine épistémologique et de vision constructiviste)
- de l'informatique pédagogique (algorithmatisation des processus de calcul, modélisation des comportements d'apprentissage-enseignement, intelligence artificielle)
- de la problématique didactique sur la nature de la recherche et de la création mathématique (intuition, rigueur, langage, validité des méthodologies et des énoncés, cadres de référence, théories unificatives, démonstration-vérification expérimentale, compétences de l'esprit mathématique)

L'erreur a perdu son caractère de phénomène de connotation négative pour devenir

- un révélateur majeur de la façon dont fonctionne le jeune en situation d'apprentissage mathématique,
- un corollaire naturel de l'apprentissage,
- une occasion privilégiée de provoquer des conflits cognitifs bénéfiques.

Ainsi l'étude de l'erreur est passée des taxonomies descriptives à une analyse plus qualitative.

Elle a conduit à une remise en question des pratiques pédagogiques en mathématiques.

2. Erreur et vérité

Au niveau lexical, on définit l'erreur en se référant à la notion de la vérité ou de la réalité ou encore du but, du point de vue praxéologique.

Mais quelle est cette vérité violée par un enfant qui calcule $3+2*7=5*7=35$?

Et si il s'agit d'une convention mal comprise, comment expliquer " $3x-2y=5xy$ " ?

Quelles vérités, quelles réalités se sont violées ??

Les réalités de l'enfant (physiologique, physique, cognitive, économique, sociale, culturelle, ...)?

ou bien les réalités mathématiques, dont la suite nécessite le passage par des différents seuils conceptuels; (des nombres naturels aux autres nombres, de la géométrie euclidienne aux autres géométries,..., la réalité mathématique change et le seuil conceptuel aussi) ?

Gaston Bachelard dans son "Essai sur la connaissance approchée" souligne:

" Le problème de l'erreur nous a semblé plus important que le problème de la vérité: mieux encore, nous avons trouvé une solution possible au problème de la vérité seulement à travers l'élimination d'erreurs toujours plus raffinées (...)

L'erreur est une des faces de la dialectique qu'il faut nécessairement traverser. Elle permet la naissance d'enquêtes plus précises et elle est l'élément moteur de la connaissance (...)

Ce n'est qu'au terme d'une polémique que la vérité atteint son plein sens (...)

L'objectivité d'une idée sera d'autant plus claire et distincte si elle apparaît sur un fond d'erreurs profondes et diverses "

Les conséquences sur le rôle didactique de l'erreur sont alors évidentes!

3. Erreurs et conception des mathématiques

Les deux positions fondamentales qui sont à la base de nos attitudes vis-à-vis des erreurs des élèves, sont en relation directe avec deux conceptions fondamentales des mathématiques.

a)La position "volontariste" est liée avec une perspective platonicienne de la connaissance.

Selon cette position l'erreur est le résultat de quelque chose qui trouble le bon fonctionnement de l'intelligence.

René Descartes propose :

"Une seule source (pour les erreurs) est possible: la volonté étant plus importante et plus étendue que l'intelligence, il m'est impossible de la maintenir dans les limites de cette dernière et, par conséquent, elle couvre même les choses que je ne comprends pas. Elle se perd alors facilement et choisit pour vrai ce qui est faux."

Cette position volontariste et moraliste de l'erreur est liée à une conception où les mathématiques sont une réalité déjà préexistante, dans sa perfection. Les erreurs ne sont pas dans la nature du savoir, mais dans le contrôle et l'application erronés des hommes.

Ainsi souvent l'interprétation des erreurs dans l'école est liée à un jugement global négatif de la personne.

b) la position intellectualiste qui valorise une perspective constructiviste de la connaissance mathématique.

La mathématique est une construction humaine qui se fait peu à peu à la base d'efforts, des erreurs personnelles et d'échanges, même conflictuels, avec des autres. Science conjecturale, hypothético-déductive, où les erreurs engendrent son développement.

Dans cette perspective les erreurs sont à la base de toute connaissance.

Karl Popper cite:

"Eviter les erreurs est un idéal mesquin: si nous n'osons pas affronter les problèmes difficiles parce qu'il est pratiquement impossible, dans ce cas, d'éviter les erreurs, la conséquence sera qu'il n'y aura pas de croissance de la connaissance"

Dans ce sens, il convient, non pas d'éviter les erreurs des élèves, mais de les encadrer dans une tension intellectuelle, vers une connaissance contrôlée et dialectique.

4. Origines des erreurs

Les études de classification et les recherches d'analyse des erreurs se sont développées sur trois domaines essentiels:

a) facteurs cognitifs explicatifs des erreurs

exemple: l'utilisation d'un seul contexte dans l'enseignement d'un sujet particulier (résolution des équations par traitement uniquement algébrique)

b) facteurs affectifs et socio-culturels explicatifs des erreurs

ex. Les préjugés, l'anxiété et le blocage affectif apparaissent en étroite liaison avec la constitution des images mentales qui font obstacle à la compréhension des mathématiques. L'estime de soi aussi. Des énoncés avec des "habillages" non liés à l'expérience de l'élève, des énoncés pseudo-concrets, le choc culturel des enfants défavorisés.

c) erreurs induites par le langage: formel, naturel, symbolique, graphique, etc.

Les langages: expressions verbales, langages algébriques, dessins, graphes cartésiens.

et leur analyse: fonction des différents systèmes de représentation, analyse linguistique (code, syntaxe, sémantique), analyse rhétorique (métaphores, métonymies), méta cognitif.

5. Distinctions importantes et suggestions didactiques

La prévention des malentendus et des erreurs est orientée du présent vers le futur, la remédiation, du présent vers le passé. Pour pouvoir bien remédier à une erreur, il faut bien comprendre de quoi elle est symptomatique et quelles ont été ses sources.

Dans ce sens il faut faire trois distinctions importantes:

a) Entre l'obstacle épistémologique, dérivé d'un niveau limité des théories ou des outils intellectuels disponibles, et de ce qu'en psychologie on appelle immaturité ou encore absence d'un état d'apprentissage (learning set)

Les obstacles d'ordre épistémologique sont à la source de la pensée scientifique: reconnaître les erreurs qui en dérivent et les surmonter constituent le centre de l'activité scientifique. Les erreurs dues à l'immaturité cherchent leur remédiation au niveau du programme didactique adéquat avec l'âge scolaire.

b) Distinction entre erreur (error) et faute (mistake). L'erreur est symptôme de connaissances inadéquates, la faute est symptôme de manque de contrôle, d'attention.

Mais souvent les fautes sont les manifestations superficielles des conceptualisations erronées plus profondes, des vraies règles intériorisées. Pour y remédier il faut détruire et reconstruire ces conceptualisations.

Brown et Burton définissent ces règles erronées "bugs", terme dérivé de la programmation des ordinateurs. L'opération de "debugging", de correction systématique du programme des erreurs, représente le paradigme à suivre, selon eux, pour surmonter ces comportements incorrects. Les enfants doivent penser à leurs erreurs comme à des instructions fausses ou incorrectes placées dans le programme.

"Ceux-ci commenceraient à considérer leurs propres comportements erronés, non pas comme des indices de leur stupidité, mais comme une source d'informations qui leur permettrait de comprendre leurs propres erreurs".

Il faut donc utiliser les erreurs comme instrument d'identification de conceptualisations erronées.

Michele Pellerey fait la distinction entre erreur et faute de la façon suivante:

"Un problème est une question qui, pour être satisfaite, nécessite une nouvelle théorie (ou une théorie pas encore connue du sujet qui se pose le problème); alors qu'un exercice est une question qui suppose déjà un contexte de résolution. Le problème exige une découverte à faire; l'exercice s'exécute parce qu'une découverte a déjà été faite. En général on commet une faute quand on n'applique pas correctement une règle ou une théorie que l'on connaît déjà (ou tout au moins qu'on devrait connaître); on commet une erreur quand on cherche une nouvelle théorie. Par conséquent, les personnes exposées aux risques d'erreurs sont celles qui sont occupées à faire des découvertes, tandis que les sujets exposés aux risques de fautes sont ceux qui ne doivent rien inventer, mais simplement appliquer des théories toutes faites. En d'autres termes, alors que l'erreur est étroitement liée à l'imagination et à la créativité, la faute, elle, est le fruit d'une mauvaise mémoire ou d'une attention insuffisante. (...) La meilleure école, évidemment, sera celle qui permettra de commettre plus d'erreurs que de fautes, celle qui présentera aux jeunes plus de problèmes que d'exercices! Cela ne veut pas dire qu'il faut exclure les exercices à résoudre, mais simplement que ceux-ci ne doivent jamais précéder la solution des problèmes auxquels ils sont reliés."

c) J. Dewey a souligné la distinction entre erreurs mathématiques et obstacles d'ordre pragmatique, distinction assez difficile à faire pendant les processus de mathématisation des situations problématiques non mathématiques. cette distinction est liée avec la question posée par

la dialectique entre représentation informelle d'une situation problématique et représentation formelle.

d) La psychologie contemporaine a valorisé soit la distinction piagetienne entre assimilation et accommodation à propos de l'organisation de la mémoire et de l'activation des processus cognitifs, soit celle de Dunker, reprise par Ausubel, entre apprentissage significatif et mécanique. Les erreurs peuvent être interprétées dans ces contextes comme des symptômes très différents.

Il est clair que si on se trouve devant des erreurs qui montrent une conceptualisation profonde, inadéquate ou fautive, soit dans le domaine déclaratif, soit dans le domaine procédural (suivant les analyses récentes de la représentation de la connaissance et de l'acquisition de la connaissance), alors c'est la même structure cognitive qui est insuffisante dans l'organisation possédée. Il faut provoquer une véritable accommodation, il faut produire une vraie mise en discussion des systèmes d'explication et de production souvent intériorisées par les individus. En cela, la démonstration des types d'erreurs des autres individus, enrichit la dialectique de la discussion. Mais cette perspective demande une autre organisation temporelle de l'enseignement dans et hors l'école.

Bibliographie

Stella Baruk, "Echec et maths", Seuil, Paris, 1973

C.L.Boyer, "The history of the calculus and its conceptual Development" Dover, New York, 1949

J.L.Bell, "Brève critique de la pratique mathématique actuelle", dans "Pourquoi la Mathématique ?", ed.10/18, 1974

Actes de la C.I.E.A.E.M.-39, "The role errors play in the learning and teaching of mathematics", Sherbrooke, Canada, 1987.

