

ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DOUBLEMENT DIFFUSIVE DANS UNE CAVITE CUBIQUE : EFFETS DES CONDITIONS SUR LES PAROIS HORIZONTALES

Awatef ABIDI, Lioua KOLSI, M. Naceur BORJINI, Habib BEN AISSIA
Unité de Métrologie en Mécanique des fluides et Thermique
ENIM Monastir TUNISIE
E-mail : abidiawatef@yahoo.fr

Résumé : Dans ce travail, on considère une étude numérique tridimensionnelle de la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte cubique soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux. Des températures et des concentrations constantes et uniformes sont imposées sur les parois verticales, gauche et droite, de l'enceinte, les deux autres parois verticales sont imperméables et adiabatiques tandis que les parois horizontales sont diffusives en chaleur et en masse. Nous avons mis en évidence l'influence de ces parois diffusives en chaleur et en masse sur l'aspect tridimensionnel de l'écoulement, les profils de températures, de concentration et les caractéristiques de transfert global de chaleur et de masse pour différents paramètres gouvernant l'écoulement.

Mots clefs :

Convection tridimensionnelle, double diffusion, parois diffusives en chaleur et masse.

1. INTRODUCTION

L'étude de la convection naturelle à double diffusion a fait l'objet de nombreux travaux de recherche (Nushimura et al.[1], Beghein et al.[2], Kamakura et Ozoe[3]...). Les applications pratiques correspondantes sont très nombreuses : mouvements convectifs dans les océans, dispersion des polluants dans l'atmosphère, migration d'humidité dans les fibres isolante... Les objectifs principaux de tels travaux sont souvent l'analyse des structures résultantes d'écoulements. Récemment, Sezai et Mohamed [4] ont étudié la convection naturelle à double diffusion tridimensionnelle pour des gradients thermiques et solutal horizontaux opposés. Dans leurs résultats, ils indiquent que l'écoulement doublement diffusif dans les cavités avec les forces de volumes opposées est strictement tridimensionnel pour une certaine rangé des paramètres. Dans les études antérieures, un grand nombre d'investigations ont été conduites dans les plupart des cas pour des parois parfaitement adiabatiques et imperméables. Bien qu'il soit relativement facile d'indiquer de telles conditions de frontière dans les calculs, mais beaucoup d'effort est prié de réaliser la même chose dans les expériences. De plus, des comparaisons avec des études expérimentales réalisées dans des cavités ont montré que de larges différences subsistent entre mesures et solutions numériques. Ces écarts résultent des difficultés à réaliser expérimentalement les conditions aux limites idéales qui sont généralement introduites dans les simulations numériques. Pour le cas de la convection simple dans les deux cas bi et tridimensionnelle, beaucoup de travaux incluent l'effet des parois horizontales non parfaitement isolées (Kim et Viskanta [5], Leonadri et al. [6]...). Elles ont une influence considérable sur le flux global de la chaleur qui est intéressant pour la conception des échangeurs et des isolations thermiques. Costa [7] a étudié numériquement la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée avec des parois horizontales diffusives en chaleur et en masse. Les objectifs principaux de son étude sont la réalisation d'un modèle mathématique complet pour ce genre de problème et l'analyse

des résultats montrant ainsi l'influence des murs de horizontaux sur le transfert de chaleur et de masse. A notre connaissance, il n'y a aucuns travaux antérieurs qui ont traités le cas de la convection doublement diffusive dans une cavité tridimensionnelle ayant des parois horizontales diffusives en chaleur et en masse.

2. FORMULATION MATHEMATIQUE ET METHODE NUMERIQUE

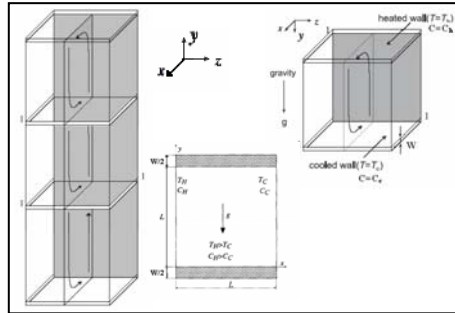


Figure 1: modèle Physique et système des coordonnées

On considère un cube de cote L . Les parois actives (verticales parallèles au plan $Y-Z$) sont soumises à des températures et des concentrations constantes ($T_h > T_c$ et $C_h > C_l$). Les deux parois horizontales sont diffusives en chaleur et en masse. Les autres parois sont supposées imperméables et adiabatiques. On suppose que l'écoulement est incompressible et newtonien. Les propriétés physiques du fluide sont supposées constante et l'approximation de Boussinesq est adoptée, Les effets Dufour et Soret sur le transfert de chaleur et de masse sont négligeables. Comme méthode numérique nous avons eu recours au formalisme fonction de courant vorticité sous une forme vectorielle dans une configuration tridimensionnelle. Le vecteur potentiel et la vorticité sont définies respectivement par les deux relations suivantes :

$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$ et $\vec{u} = \nabla \times \vec{\psi}$. En introduisant les variables adimensionnelles suivantes : $x = \frac{x'}{L}$,

$y = \frac{y'}{L}$, $z = \frac{z'}{L}$, $(u_1, u_2, u_3) = \frac{(u'_1, u'_2, u'_3)L}{\alpha}$, $T = \frac{T' - T'_c}{T'_h - T'_c}$, $C = \frac{C' - C'_c}{C'_h - C'_c}$, les équations

adimensionnelles de conservation décrivant les phénomènes de transfert au sein de la cavité s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{u} = \text{Pr} \nabla^2 \vec{\omega} + \text{RaPr} \left[\left[-\frac{\partial T}{\partial z}, 0, -\frac{\partial T}{\partial x} \right] - N \left[\frac{\partial C}{\partial z}, 0, -\frac{\partial C}{\partial x} \right] \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \nabla^2 T \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) C = \frac{1}{\text{Le}} \nabla^2 C \quad (3)$$

$$\nabla^2 \vec{\psi} = -\vec{\omega} \quad (4)$$

En plus des équations précédentes nous avons résolu les équations de conduction et de conservations d'espèce dans les parois solides horizontales d'épaisseur W .

Les paramètres adimensionnels apparaissant dans les équations sont :

$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$, $\text{Ra} = \frac{g \beta_T (T_h - T_c) L^3}{\nu \alpha}$, $\text{Le} = \frac{\alpha}{D}$, $N = \frac{\beta_c (C_h - C_l)}{\beta_T (T_h - T_c)}$ ou Pr , Ra et Le représentent le nombre de

Prandtl, le nombre de Rayleigh et le nombre de Lewis. N correspond au rapport des forces de volume. Les conditions aux limites de température et de concentration à chaque interface

horizontale solide- fluide sont données par: $\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_f = R_c \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w$ et $\left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_f = R_d \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_w$ ou R_c et

R_d sont les rapports des coefficients de diffusion de chaleur et de masse entre le matériel de construction des parois de séparation du milieu qui remplit cavité. Pour les parois horizontales ($Y=-W/2L$ et $Y=1+ W/2L$), on considère une condition de frontière périodique selon la direction Y (Costa [7]).Elles sont données par : $T(x, 1+\frac{W}{2L}, z) = T(x, -\frac{W}{2L}, z)$ et $C(x, 1+\frac{W}{2L}, z) = C(x, -\frac{W}{2L}, z)$ Pour les conditions aux limites hydrodynamiques, on considère que sur toutes les parois les vitesses sont nulles. Les conditions de frontière pour la vorticité sont directement dérivées des conditions de frontière de vitesse. La résolution du système d'équations est effectuée numériquement par la méthode des volumes de contrôle développée par Patankar [9] en adoptant un schéma centré pour le terme de convection.

3. RESULTATS ET DISCUSSION

Dans cette communication nous avons fixé le nombre de Rayleigh   $Ra=10^5$, le nombre de Lewis   $Le=10$, le nombre de Prandtl   $Pr=10$, le rapport des forces volumiques à $N=-0.5$ et nous avons fait varier les valeurs de R_c et R_d . La plupart des cas considéré seront pour $R_c > R_d$ (Costa [7]). On s'intéresse dans ce travail aux structures de l'écoulement et aux transferts de chaleur et de masse.

3.1. Test de validation

Aucune information quantitative n'est disponible dans les études tridimensionnelles antérieures qui ont assumé des parois horizontales diffusives en chaleur et de masse. Pour cela notre code de calcul a été testé sur le cas d'une cavité cubique dont les parois sont parfaitement adiabatiques et imperméables. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux donnés par Sezai et Mohamed [4] pour une cavité cubique différentiellement chauffées (figure 2).

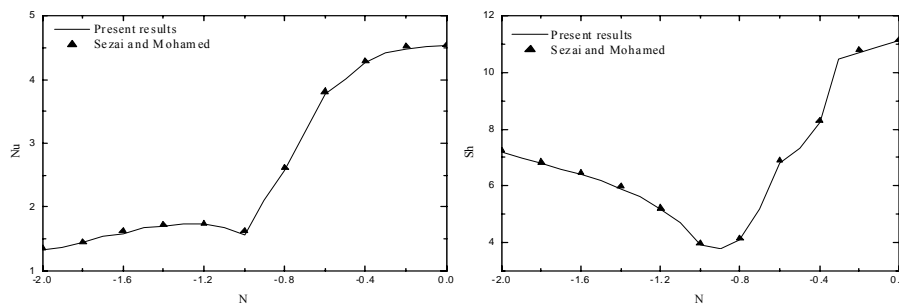


Figure 2: Comparaison avec les résultats de Sezai et Mohamed [4]: $Ra= 10^5$, $Le=10$, $Pr=10$ et $N=-0.5$

3.2. Influence de R_c et R_d sur l'écoulement principal

Sur la figure 3 sont représentés les lignes de courants, les contours de température et de concentrations obtenus pour le cas des parois adiabatiques et imperméables, $(R_c, R_d)=(1,0)$ et $(R_c, R_d)=(1,1)$ dans le plan principal de la cavité (X - Y). Pour les parois horizontales parfaitement adiabatiques et imperméables, l'écoulement est conduit par la force de volume thermique de sorte que l'écoulement principal soit dans le sens des aiguilles d'une montre. Les projections des lignes de courant dans (Y - X) montrent qu'elles ne sont pas fermées pour les deux cas avec et sans parois diffusives, ayant ainsi une forme spirale. Le développement du

caractère spiral de l'écoulement est une indication de la tridimensionnalité de l'écoulement. Une augmentation de R_c et R_d provoque un changement d'un noyau intérieur unicellulaire à un noyau multicellulaire contenant deux vortex avec une inclinaison par rapport à l'horizontal. On remarque une suppression de la stratification verticale des champs de température. La distribution de concentration se redresse verticalement. Les iso-concentrations sont plus influencées par la variation de R_c et R_d que les isothermes. Ceci est dû au coefficient de diffusion, $1/Le$, faible. Il est intéressant de mentionner que les lignes de courants, les isothermes et les iso-concentrations sont peu influencées quand (R_c, R_d) augmente de $(1, 0)$ à $(1, 1)$.

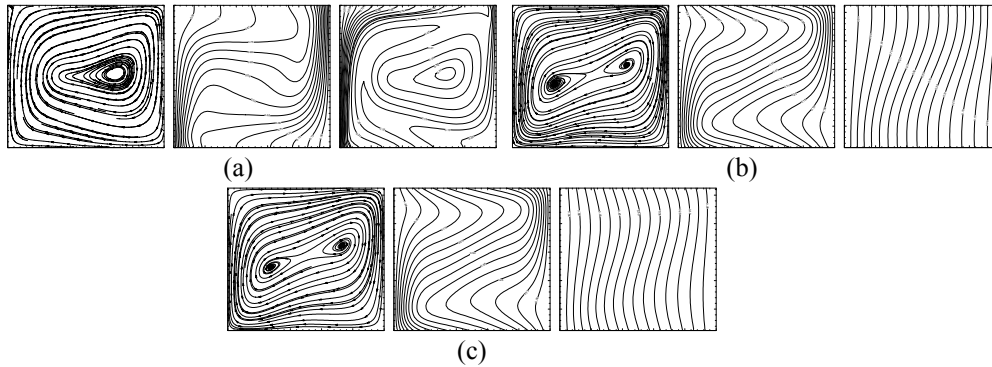


Figure 3 : Influence des coefficients R_c et R_d sur les lignes de courants, les isothermes et les iso-concentrations dans le plan principal (X-Y) pour $Pr=10$, $Le=10$, $Ra=10^5$ et $N=-0.5$: parois adiabatiques et imperméables (a), $(R_c, R_d)=(1,0)$ (b), $(R_c, R_d)=(1,1)$ (c)

3.3. Influence de R_c et R_d sur l'écoulement transversal

Dans le tableau 1 sont reportées les valeurs des composantes maximales de la vitesse dans le plan principal ($Z=0.5$). On assiste ainsi à une atténuation de l'écoulement global quand on ajoute des parois diffusives en chaleur bien que dans ce cas l'écoulement transversal s'intensifie. L'intensification de l'écoulement transversal en présence des parois diffusives en chaleur est en bon accord avec les résultats de Leonardi [6] reportés pour le cas de la convection naturelle qui se développe dans une cavité remplie d'air.

Vitesse dans le plan $Z=0.5$	$(R_c, R_d)=(0, 0)$	$(R_c, R_d)=(1, 0)$	$(R_c, R_d)=(1, 1)$
U_{1max}	45.910	29.293	29.280
U_{2max}	52.333	47.346	47.006
U_{3max}	0.133	2.636	1.620

Tableau 1: Influence de R_c et R_d sur les composantes maximales de la vitesse dans le plan principal ($Z=0.5$) pour $Ra=10^5$, $Le=10$, $Pr=10$, $N=-0.5$.

3.4. Influence de R_c et R_d sur les transferts de chaleur et de masse

	$(R_c, R_d)=(0, 0)$	$(R_c, R_d)=(1, 0)$	$(R_c, R_d)=(1, 1)$
Nu	4.02	2.152	2.158
Sh	7.328	0.935	1.129

Tableau 2: Influence de R_c et R_d sur les nombres de Nusselt et de Sherwood moyen (calculés sur la face chaude) en fonction de R_c pour $Ra=10^5$, $Le=10$, $Pr=10$, $N=-0.5$

Dans le tableau 2 sont reportées les valeurs des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens pour les différents couples de R_c et R_d traités. En augmentant (R_c, R_d) de $(0,0)$ à $(R_c, R_d)=(1,0)$ ou à $(R_c, R_d)=(1,1)$, on note une diminution considérable de nombres de Nusselt et Sherwood moyens. Ce résultat est en bon accord avec celui trouvé par Costa[7] pour la cas d'un écoulement bidimensionnel. Toutefois le nombre de Sherwood est très affecté par l'ajout des parois horizontales diffusives ce qui explique le profile trouvé de concentration précédemment. Le nombre de Nusselt est peu influencé quand (R_c, R_d) augmente de $(1, 0)$ à $(1, 1)$.

4. CONCLUSION

La convection naturelle a double diffusion dans une cavité tridimensionnelle remplie d'une solution aqueuse et ayant les parois horizontales diffusives en chaleur et en masse a été étudiée numériquement en utilisant le formalisme vorticité vecteur potentiel. Les effets de ces conditions ont été traités pour $Ra=10^5$ $Pr=10$ et $Le=10$ pour différentes valeurs des coefficients de transfert de chaleur et de masse R_c et R_d . Cette étude a montré que l'ajout des parois diffusives en chaleur et en masse induit une diminution de l'intensité globale de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse d'une part et favorise l'écoulement transversal d'autre part.

Nomenclature

C concentration adimensionnelle
 L hauteur de cavité
 R_c rapport de conductivité thermique
 R_d rapport des coefficients massique
 T température adimensionnelle
 t temps adimensionnel , $t = \alpha t' / L^2$

W épaisseur des parois horizontales

Symboles grecs

$\vec{\omega}$ vecteur vorticité adimensionnel
 $\vec{\psi}$ vecteur potentiel adimensionnel

Exposants

' variables adimensionnelles

References

- [1]. T. Nishimura, M. Wakamatsu, and A. M. Morega, Oscillatory Double-Diffusive Convection in a Rectangular Enclosure with Combined Horizontal Temperature and Concentration Gradients, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 41, pp.1601-1611,1998.
- [2]. C. Beghein, F. Haghghat, and F. Allard, Numerical Study of Double-Diffusive Natural Convection in a Square Cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 35, pp. 833-864 ,1992.
- [3]. K. Kamakura and H. Ozoe, Experimental and numerical analysis of double diffusive natural convection heated and cooled from opposed vertical walls with an initial condition of a vertically linear concentration gradient, *Int. J. Heat Mass Transf.* **36**, pp. **2125-2134** , **1993**.
- [4]. Sezai I. and A. A. Mohamad, Double diffusive convection in a cubic enclosure with opposing temperature and concentration gradient, *Phys. Fluids* 12, pp. 2210-2223, 2000.
- [5]. Kim D.M. and R. Viskanta, Study of the effects of wall conductance on natural convection in differentially oriented square cavities, *J. Fluid Mech.* 144, pp. 153-176, 1984.
- [6]. E. Leonardi, T.A. Kowalewski, V. Timchenko, G. de Vahl Davis, Effects of finite wall conductivity on flow structures in natural convection, paper at CHMT1999, Proceeding of the inter. Confer. on computational Heat and Mass Transfer, Cyprus 26-29 April 1999.
- [7]. V. A. F. Costa, Double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls, *Int. J. Heat Mass Transfer* 40,pp. 4061-4071,1997.
- [8]. S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw Hill, New York, 1980.