

Localisation des interactions gamma dans le détecteur AGATA

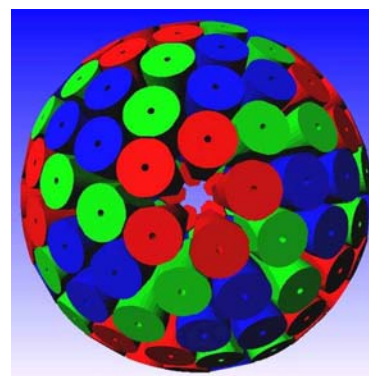
Albert OLARIU

Institut de Physique Nucléaire, Orsay



Résumé

Une nouvelle méthode pour déterminer les positions et les énergies des interactions gamma dans un cristal germanium segmenté du détecteur AGATA est présentée ¹. La procédure est basée sur la méthode des moindres carrés avec contraintes et permet de décomposer des interactions multiples, même si elles ont lieu dans le même segment. Nous avons testé la méthode avec des signaux calculés ; le bruit et la largeur de bande finie du préamplificateur ont été prises en compte.



61.1 Introduction

AGATA (Advanced Gamma Tracking Array) sera un spectromètre gamma 4π composé de 180 détecteurs Germanium segmentés électriquement (Fig. 61.1). Il aura une sensibilité de 2 à 3 ordres de grandeur supérieure à celle des spectromètres gamma actuels. La nouveauté de ce type de multidétecteur est de permettre la reconstruction des trajectoires des photons. Pour cela il faut tout d'abord déterminer les positions des interactions des photons dans le multidétecteur. Ceci requiert l'utilisation d'algorithmes d'analyse des formes d'impulsion à partir des signaux générés par l'interaction des photons dans les différents segments du spectromètre gamma. D'autre part, il faut pouvoir reconstruire à partir des positions et des énergies des interactions, la trajectoire des photons afin de déterminer leurs énergies et angles d'émission initiaux. Ceci nécessite le développement d'algorithmes de tracking.

61.2 Détecteurs segmentés

Pour permettre une localisation des interactions précise, les cristaux de germanium sont subdivisés électriquement en petits volumes de détection ($\sim 10 \text{ cm}^3$) appelés «segments». La cathode (sur la surface extérieure) est segmentée en six tranches orthogonales à l'axe du cristal, chaque tranche étant divisée en six sec-

FIG. 61.1 – Configuration à 180 cristaux du spectromètre AGATA. Les cristaux sont fabriqués en trois géométries légèrement différentes symbolisées par les couleurs.

teurs (Fig. 61.2 a. et b.). L'anode est située à l'intérieur du cristal (Fig. 61.2 c.) et n'est pas segmentée.

La segmentation électrique donne une première localisation des interactions (de l'ordre du centimètre). Cependant cette localisation n'est pas suffisante pour l'algorithme de reconstruction des trajectoires. Il est possible de localiser plus précisément l'interaction (quelques millimètres) si on analyse les signaux de charge délivrés par le détecteur.

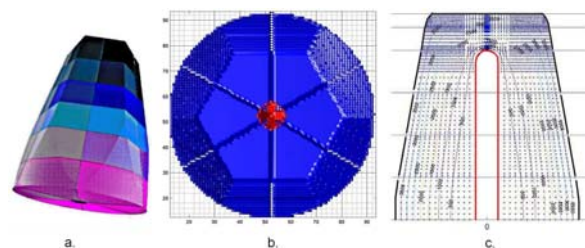


FIG. 61.2 – Vue schématique d'un cristal coaxial de section hexagonale, de 9 cm de long et 8 cm de diamètre, segmenté en 36. La figure c. montre les lignes de potentiel séparant l'anode au centre du cristal des cathodes (en noir, sur la surface extérieure).

¹Ce travail a été fait en collaboration avec P. Désesquelles, Ch. Diarra, H. Harroch, F. Le Blanc, F. Lefebvre (IPNO), K. Hauschild, A. Korichi, A. Lopez-Martens (CSNSM), P. Médina, C. Parisel, C. Santos (IReS).

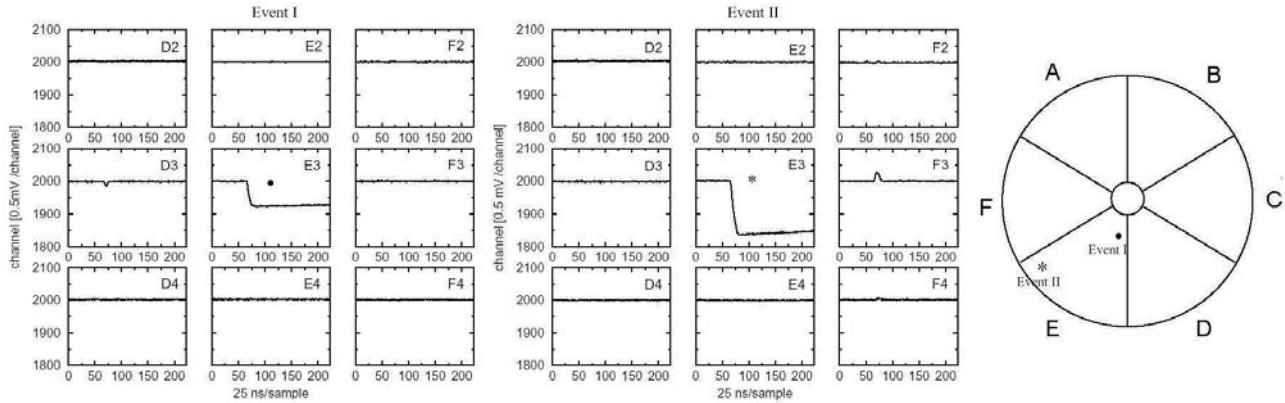


FIG. 61.3 – Exemple de signaux obtenus avec un détecteur Ge segmenté 6×6 . Pour deux événements différents, on observe un signal de charge nette dans le segment E3 dans les deux cas et des signaux de charge induits dans les segments voisins. Les secteurs du cristal sont numérotés A - F, et les traces 1 - 6.

61.3 Un exemple de localisation

Quand un photon interagit dans un segment, il transfère son énergie en créant des paires électron-trou qui se dirigent vers les électrodes dans le champ électrique. Le mouvement des charges génère des signaux de charge sur les 37 électrodes. Dans la figure 61.3 on montre, pour deux événements différents, des signaux de charge obtenus avec un détecteur Ge segmenté 6×6 [1]. Dans les deux cas on observe un signal de charge nette dans le segment touché (E3) et des signaux induits dans les segments voisins.

La position *radiale* de l'interaction est déterminée par le temps de montée de l'impulsion. La position *azimutale* est déterminée par les signaux de charge induits. Le signal de charge induit est au maximum quand les électrons et les trous se déplacent dans le segment et descend à zéro quand ils sont collectés. L'amplitude du signal induit dépend de la distance entre la position d'interaction et le segment voisin. Le signal induit est négatif si l'interaction a lieu à proximité de l'anode, et positif si l'interaction est proche de la cathode.

L'événement I (Fig. 61.3) montre une interaction dans le segment E3 et une charge induite négative dans D3. L'interaction a donc eu lieu dans le segment E3, plus proche de l'anode, à côté du D3. L'événement II montre une interaction dans E3 et une charge induite positive dans F3. L'interaction a donc eu lieu en E3, proche de la cathode et à côté de F3. Ces exemples montrent qu'il est possible de prédire approximativement où a eu lieu l'interaction si on regarde le segment touché et les segments voisins.

61.4 Localisation en utilisant une méthode matricielle

Pour obtenir les positions et les énergies déposées dans le cristal, la réponse du détecteur en fonction de la position de l'interaction doit être connue. Nous avons donc besoin d'une base de signaux qui caractérisent la réponse du détecteur à des interactions uniques sur une grille régulière recouvrant tout le détecteur (points noirs sur la figure 61.4). Soit M_1, M_2, \dots, M_n les signaux de la base. Un signal M_i est un vecteur avec m composantes qui contient "en série" les signaux de charge du segment touché et des segments voisins. Soit S un signal expérimental qui correspond à une interaction multiple dans le cristal, nous supposons qu'il peut être exprimé comme une somme pondérée des signaux de la base, les poids étant les énergies déposées :

$$S = X_1 \cdot M_1 + X_2 \cdot M_2 + \dots + X_n \cdot M_n, \quad (61.1)$$

où X_i est le dépôt d'énergie qui correspond au point i de la grille. (61.1) est un système d'équations linéaires d'inconnues X_1, X_2, \dots, X_n et de paramètres M_1, M_2, \dots, M_n et S . Le système est apparemment sur-déterminé, car il y a plus d'équations que d'inconnues. Cependant comme la matrice $M^t \times M$ est singulière (le déterminant est proche de zéro), le système est sous-déterminé. Ce système bien que sous-déterminé n'ayant pas de solution exacte, nous cherchons une solution *positive* qui minimise la différence des carrés entre S et $X_1 \cdot M_1 + X_2 \cdot M_2 + \dots + X_n \cdot M_n$. Il s'agit donc de minimiser

$$\chi^2(X_1, X_2, \dots, X_n) = |S - (X_1 \cdot M_1 + X_2 \cdot M_2 + \dots + X_n \cdot M_n)|^2. \quad (61.2)$$

Si on appelle M la matrice $(M_1 M_2 \dots M_n)$, la fonction χ^2 peut être exprimée de manière plus compacte :

$$\chi^2(\mathbf{X}) = |\mathbf{S} - \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}|^2. \quad (61.3)$$

Pour trouver le minimum positif de χ^2 nous utilisons un algorithme de minimisation avec contraintes [3].

61.5 Test avec une interaction unique

Dans la figure 61.4 nous montrons le résultat d'un test en deux dimensions avec une interaction unique. Les signaux de charge ont été calculés avec MGS, un programme de calcul des signaux pour des détecteurs germanium segmentés [4]. Pour construire la base des signaux nous avons utilisé une grille de 2 mm, les points de la grille étant symbolisés dans la figure par des points noirs. Les dépôts d'énergie calculés à chaque point de la grille (les valeurs X_i) sont symbolisés par des disques de surface proportionnelle au dépôt. La position de l'interaction est calculée comme le centre de gravité des dépôts d'énergie. Dans le cas des interactions uniques, nous avons obtenu une erreur moyenne sur la position de 1 à 2 mm.

Nous voyons que les dépôts d'énergie trouvés sont plutôt dispersés autour du point d'interaction, ce qui risque de masquer d'éventuels interactions multiples. Pour diminuer cette dispersion nous utilisons la Décomposition en Valeurs Singulières.

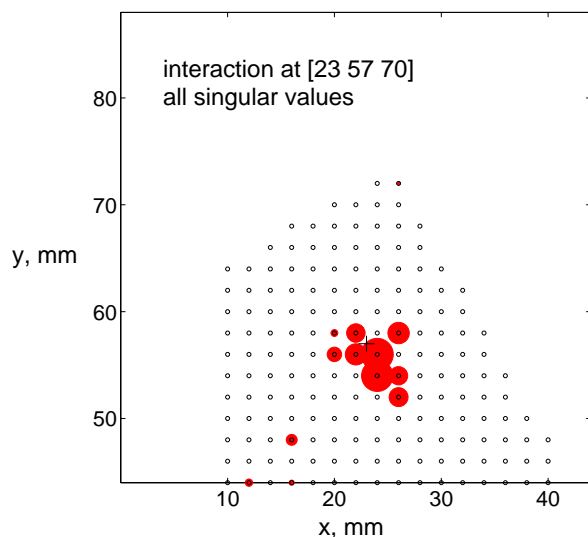


FIG. 61.4 – Résultat d'un test avec une seule interaction. Les dépôts d'énergie sont plutôt dispersés autour du point d'interaction. La position de l'interaction simulée est marquée par le symbole +.

61.6 La décomposition en valeurs singulières

La décomposition en valeurs singulières (Singular Value Decomposition ou SVD) est une méthode qui permet d'analyser des systèmes d'équations dont la matrice est singulière. SVD est basée sur le théorème suivant : toute matrice $M_{m \times n}$ peut être décomposée comme un produit de 3 matrices :

$$M = U \cdot W \cdot V^t, \quad (61.4)$$

où U est une matrice de dimension $m \times n$, V est de dimension $n \times n$ et

$$W = \begin{pmatrix} w_1 & & & 0 \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & w_n \end{pmatrix}$$

est une matrice diagonale dont les éléments sont nuls ou positifs [2]. Les éléments diagonaux de W sont appelés *valeurs singulières*. Les matrices U et V ont pour propriété que, multipliées par leur transposées, elles donnent la matrice unité : $U \cdot U^t = I_m$ et $V \cdot V^t = I_n$. La décomposition en valeurs singulières est à peu près unique, c'est-à-dire qu'elle est unique aux permutations des colonnes de U , des éléments de W et des colonnes de V près.

Dans la figure 61.5, nous montrons un exemple de distribution de valeurs singulières pour une matrice M . La matrice contient les signaux qui correspondent à un balayage de 173 positions. Le maillage est de 2 mm.

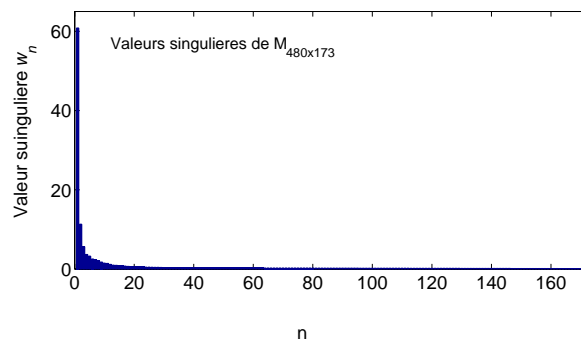


FIG. 61.5 – Exemple de valeurs singulières w_i d'une matrice M correspondent à un balayage avec 173 points dans un segment du détecteur.

61.7 Approximation de la matrice

Dans notre cas, la plupart des valeurs singulières de la matrice M sont très petites par rapport à la valeur

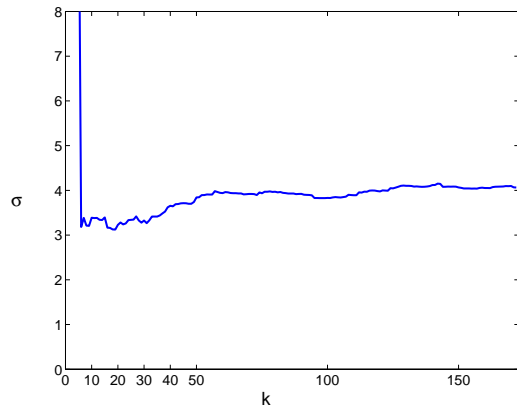


FIG. 61.8 – Dispersion des dépôts d'énergie en fonction du nombre de valeurs singulières non nulles.

Références

- [1] J.J. Valiente-Dobón, et al., Performance of a 6 x 6 segmented germanium detector for γ -ray tracking, NIM A 505 (2003), p. 174-177
- [2] William Press, Numerical Recipes in C++, p. 62
- [3] Charles Lawson, Solving Least Squares Problems
- [4] [http ://mgs2005.in2p3.fr/Mgs.php](http://mgs2005.in2p3.fr/Mgs.php)