P. Garin, P.Y Le Gal, Th. Ruf (éditeurs scientifiques), 2002. La gestion des périmètres irrigués collectifs à l'aube du XXI[e] siècle : enjeux, problèmes, démarches. Actes de l'atelier, 22-23 janvier 2001, Montpellier, France. Pcsi, Cemagref, Cirad, Ird, Montpellier France, Colloques, 264 p.

L'influence des règles collectives d'allocation de l'eau sur les choix stratégiques des agriculteurs

Lecture des choix d'assolement d'un périmètre irrigué en Tunisie

Nicolas FAYSSE*[1]

*CEMAGREF, Montpellier, France

Résumé - L'influence des règles collectives d'allocation de l'eau sur les choix stratégiques des agriculteurs. Au sein des périmètres irrigués qui connaissent une pénurie d'eau structurelle, il est souvent difficile d'effectuer l'allocation de l'eau car les agriculteurs valorisent différemment l'eau, et ces capacités individuelles sont peu connues du gestionnaire du périmètre.

En l'absence de marché, la valorisation optimale peut être atteinte par un mécanisme de révélation ou un menu de contrats, mais le gestionnaire doit pour cela connaître la distribution totale sur les capacités. Lorsqu'il ne connaît pas cette distribution, il doit chercher un optimum de second rang en fonction du degré d'hétérogénéité du groupe d'agriculteurs.

De façon très générale, on peut alors définir des règles d'allocation de type *ex ante*, où chaque agriculteur reçoit une quantité d'eau indépendante de ses choix et de ceux des autres agriculteurs, et des règles de type *ex post* qui distribuent l'eau en fonction des choix effectués. Si les règles de type *ex post* permettent de bien valoriser l'eau sur l'ensemble du système irrigué, elles créent aussi des interactions stratégiques qui aboutissent à un sur-assolement. Différentes règles d'allocation possibles sont comparées en fonction de l'hétérogénéité du groupe d'agriculteurs.

Cette partie théorique est utilisée ensuite pour l'étude d'un périmètre irrigué en Tunisie, dont la règle d'allocation est de type *ex post* et a conduit effectivement à un surassolement. Cet équilibre est qualitativement retrouvé par convergence des choix individuels des agriculteurs, représentés par des modèles d'optimisation sous contraintes.

Abstract - The impact of collective water allocation rules on strategic choices made by farmers. Water allocation in water scarce irrigation schemes proves to be difficult because farmers are often unequal regarding their capacity to valorize water. Furthermore, the irrigation scheme manager usually does not know these capacities.

When it is impossible to set up a market, the water valorization optimum can still be attained with a revelation mechanism or a panel of contracts, but it requires that the Manager knows the global distribution over farmers' capacities. When the Manager does not have this information, he must look for a second rank optimum that will depend on group inequality.

Water allocation rules can be divided into two groups: *ex ante* rule grants a certain amount of water whatever the farmer and the other farmers' choices, whereas *ex post* rule shares water according to what has been put under crops. The latter can allow an efficient allocation of water given the cropping pattern but it leads also to an Nash equilibrium of overcropping. Different possible water allocation rules are compared according to farmers group inequality originating from their capacity to valorize water.

Then a Nash equilibrium is used in simple models to reproduce the actual overcropping pattern of an irrigation scheme in Tunisia and to simulate other allocation rules.

[1] n.faysse@cgiar.org. Travail effectué dans le cadre d'une coopération entre le laboratoire d'hydrologie de l'IRD (projet MERGUSIE) et la division Irrigation du Cemagref Montpellier. Ce travail constitue une synthèse d'une partie de la recherche faite dans (Faysse, 2001).

La gestion de la pénurie d'eau au sein des périmètres irrigués est un objectif majeur : de nombreux périmètres irrigués sont conçus pour desservir un maximum d'agriculteurs, dans un objectif d'équité, quitte à prévoir dès le départ que le système ne pourra pas apporter toute l'eau potentiellement nécessaire (Jurriëns et Mollinga, 1996). Cette gestion de la pénurie est d'autant plus importante que, pour l'eau d'irrigation comme pour les autres usages de l'eau, il apparaît actuellement plus difficile de mobiliser de nouvelles ressources.
De plus, les agriculteurs ne disposent pas de la même capacité à valoriser l'eau qui leur est allouée, parce qu'ils n'ont pas les mêmes compétences, ou que les pertes sur le réseau engendrent une différence de productivité par unité d'eau envoyée à partir de l'entrée du périmètre. Le Gestionnaire en charge de l'allocation de l'eau au sein du périmètre irrigué connaît en général mal les différentes capacités des agriculteurs. Cette asymétrie d'information empêche le Gestionnaire d'allouer l'eau de façon à la valoriser au mieux, puis dans un deuxième temps d'effectuer les transferts monétaires lui permettant de réaliser des objectifs d'équité.
Les agriculteurs sont souvent autonomes dans leur choix d'assolement, tant en ce qui concerne les types de cultures irriguées que les surfaces semées. Alors, une règle qui conduit à une redistribution importante des revenus incitera moins les agriculteurs valorisant bien l'eau à investir qu'une règle leur garantissant de conserver tout leur revenu : il apparaît un dilemme entre valorisation de l'eau et équité.

Comment, dans ce contexte, allouer l'eau au mieux ?
De façon générale, même dans un contexte de rareté, les marchés de l'eau sont rares, et ceci pour plusieurs raisons.
- L'eau est souvent considérée comme un bien ne pouvant être vendu et acheté. C'est le cas, par exemple, pour certains périmètres irrigués au Kenya (Gillingham, 1999).
- Les droits d'eau ne sont pas assez bien définis ou ne sont pas reconnus par l'Etat. Bauer (1998) estime que les marchés de l'eau au Chili ont abouti en partie à un échec parce que le Code des Eaux de 1981 qui a permis ces marchés n'a pas pris en compte la complexité des droits d'eau, et notamment l'existence d'usages non consommateurs (par exemple, les centrales hydroélectriques)
- Les coûts de mise en place peuvent être très importants. En raison de ces coûts, le marché peut ne pas être l'allocation qui donne la valorisation maximale de l'eau.
- La collectivité a d'autres objectifs que celui de la valorisation de l'eau, à travers l'allocation (partage du risque, redistribution sociale, etc.). D'un point de vue plus théorique, si on suppose que la Collectivité cherche à maximiser la fonction de bien-être $\int u(V(\theta), \theta) d\mu$, où V est le volume distribué et θ une caractéristique des individus, l'optimum peut être atteint par un marché couplé à des transferts forfaitaires qui dépendent de θ (deuxième théorème de l'économie du bien-être). Lorsque la Collectivité ne connaît pas ces caractéristiques individuelles, la solution précédente n'est plus possible et, dans une analyse de second rang, des solutions intéressantes peuvent être des mécanismes de taxation ou de révélation (Guesnerie, 1995).

Pour ces raisons, la Collectivité va presque toujours faire appel à d'autres règles que le marché pour répartir la ressource en eau. Il est possible de définir définir deux grandes familles de règles d'allocation de l'eau.

La première famille de règles, que nous appellerons *ex ante*, consiste à distribuer à chaque agriculteur une fraction donnée du volume, indépendamment de ses choix et de ceux des autres agriculteurs.
Il n'y a alors pas d'interactions stratégiques entre les agriculteurs mais il existe alors des différences *ex post* de valorisation de l'eau.
C'est le cas du système *warabandi* utilisé au Pakistan et en Inde et mis en place au siècle dernier par les Britanniques dans un objectif d'équité : chaque agriculteur reçoit l'eau pendant une durée proportionnelle à sa surface possédée et donc indépendante de la surface qu'il a réellement mise en culture (Chaudry et Young, 1990). Il existe aussi des allocations *ex ante* en temps d'irrigation par personne, à Haïti (Le Gentil, 1986) ou en Tanzanie (Gillingham, 1999).

La deuxième famille de règles, les règles *ex post*, consiste à allouer l'eau à chaque agriculteur en fonction des choix effectués, la règle prépondérante consistant à attribuer un volume proportionnel à la surface mise en culture.
A titre d'exemple, dans les périmètres irrigués de la Tunisie Centrale, des arbitrages collectifs sont effectués en faveur des cultures maraîchères d'été, considérées comme prioritaires par rapport aux cultures d'hiver. De plus, dans l'un d'entre eux, le périmètre d'El Melalsa, chaque agriculteur peut irriguer autant qu'il le désire une fois qu'il a la main d'eau. La durée du tour d'eau est alors celle qui permet d'irriguer suffisamment une fois tous les champs du périmètre. Chaque hectare est ainsi irrigué à chaque fois de

façon suffisante avec pour périodicité celle du tour d'eau et donc dépend de la surface mise en culture sur l'ensemble du périmètre (Faÿsse, 2000).
Sur 23 petits périmètres irrigués des Philippines étudiés par Schlager et al. (1994), 30% utilisent un tour d'eau sans limite individuelle de temps, i.e. de type *ex post*, et 56% utilisent un tour de type *ex ante*, soit avec une allocation en temps soit avec une allocation en portion du débit.

Si les règles *ex post* permettent une bonne valorisation de l'eau à assolement collectif donné, elles vont néanmoins conduire souvent *ex ante* à un équilibre de Nash de surassolement.
De façon générale, lorsqu'il n'est pas possible de mettre en place un marché, les règles possibles n'offrent que des optimums de second rang. L'étude cherche à comparer, dans ce contexte, des règles à la fois mises en œuvre, telles que celles présentées ci-dessus, et des règles possibles, telles que des mécanismes de révélation (voir infra).

Nous nous plaçons ici dans le cas où les agriculteurs, au moment du choix d'assolement, connaissent le volume collectif qui sera à partager ainsi que les modalités de la règle d'allocation qui sera utilisée. Si la règle alloue l'eau en fonction des assolements choisis, il y aura alors des interactions stratégiques entre les agriculteurs, interactions dont les équilibres sont des équilibres non-coopératifs de Nash (Ostrom, 1994).

La question posée et l'arbitrage proposé sont ici appliqués à l'agriculture, mais ils sont en fait valables pour toutes les ressources naturelles en bien commun dont la valorisation individuelle dépend d'un investissement individuel fait initialement : des questions semblables existent ainsi dans le domaine des pêches (Platteau et Seki, 1998).

L'article est organisé de la façon suivante. La section 1 pose le cadre formel utilisé ; la section 2 caractérise l'allocation optimale lorsque le Gestionnaire connaît les capacité individuelles à valoriser l'eau. Dans la section 3, le problème général lorsqu'il n'a plus cette information est défini : d'abord lorsque le Gestionnaire connaît la distribution sur le système irrigué, puis lorsqu'il ne dispose d'aucune information. Ensuite, différentes règles d'allocation existantes ou envisageables sont déterminées puis comparées en fonction du degré d'hétérogénéité du groupe. Enfin, la dernière section est consacrée à l'étude de cas sur le périmètre irrigué El Melalsa : la règle actuelle de gestion de l'eau est modélisée comme un équilibre de Nash sur les choix d'assolement. D'autres règles envisageables pour ce périmètre irrigué sont aussi déterminées.

Approche formelle du problème

Nous considérons un système irrigué composé de n agriculteurs, chacun pouvant choisir en début de campagne la surface qu'il va mettre en culture irriguée. Nous considérons que les choix des agents sont simultanés.
Lorsque le stress hydrique n'est pas trop important, le rendement à l'hectare r d'une culture peut être exprimé en unité monétaire comme une fonction concave C^1 de l'eau apportée. Nous supposons aussi qu'il existe une quantité d'eau V_m telle que $(\forall V > V_m,\ r = r_m)$ mais cette hypothèse, si elle est réaliste, n'a pas d'impact sur la formulation mathématique puisqu'il est toujours plus profitable de se placer sur la partie croissante de la courbe.
Nous supposons qu'un agriculteur peut choisir de mettre en culture irriguée une surface s_i limitée par la surface disponible s_m. Le fait qu'il puisse mettre par ailleurs une culture non irriguée de rendement indépendant des choix d'irrigation n'a pas d'importance.
Chaque agriculteur va obtenir une fraction V_i du volume collectif V et va la répartir uniformément sur la surface irriguée s_i qu'il a choisie, par concavité de la courbe de rendement[2]. Un coefficient a_i représente la capacité de l'agriculteur à valoriser l'eau : ce peut être la possibilité de faire différentes cultures ou bien une meilleure technicité. Le bénéfice que tire l'exploitant i vaut à l'hectare : $a_i r(\frac{V_i}{s_i})$.
Enfin, l'agriculteur va payer des charges pour ses cultures, charges que nous supposerons proportionnelles à la surface irriguée. Ces charges ks_i sont normalisées de telles sorte que $r(0) = 0$.
Le revenu de l'agriculteur est alors :

$$\pi_i = s_i[a_i r(\frac{V_i}{s_i}) - k]$$

[2]Par la suite, nous utilisons des lettres majuscules V pour indiquer un volume attribué sur toute la surface mise en culture et des lettres minuscules v lorsque le volume est donné à l'hectare.

De plus, l'agriculteur va payer un montant t au Gestionnaire ou sur un marché. Ce montant représente souvent une taxe correspondant au coût de l'eau et alors est positif, mais il peut aussi représenter un échange monétaire effectué sur un marché et il peut alors être négatif.
Nous faisons enfin l'hypothèse que le choix de surface fait par un agriculteur n'influence les autres qu'à travers la surface totale $S = \sum s_i$ mise en culture sur le système irrigué.
La règle collective est alors définie par un couple formé d'une fonction d'allocation de l'eau $V_i = f(i, s_i, S, V)$ telle que $V = \sum_{i \in I} f(i, s_i, S, V)$ et d'une fonction de taxation $t(i, s_i, S, V)$ telle que $\sum_{i \in I} t_i \geq 0$.
On suppose que l'agriculteur maximise son revenu ; il résout alors :

$$\underset{s_i \leq s_m}{Max} \quad U_i(\pi_i) = U_i(s_i[a_i r(\frac{f(i, s_i, S, V)}{s_i}) - k] - t(i, s_i, S, V)) \tag{1}$$

Avant d'étudier la gestion collective de l'eau, nous examinons le cas d'un agriculteur seul dans ce cadre théorique.

Choix de surface irriguée pour un agriculteur seul

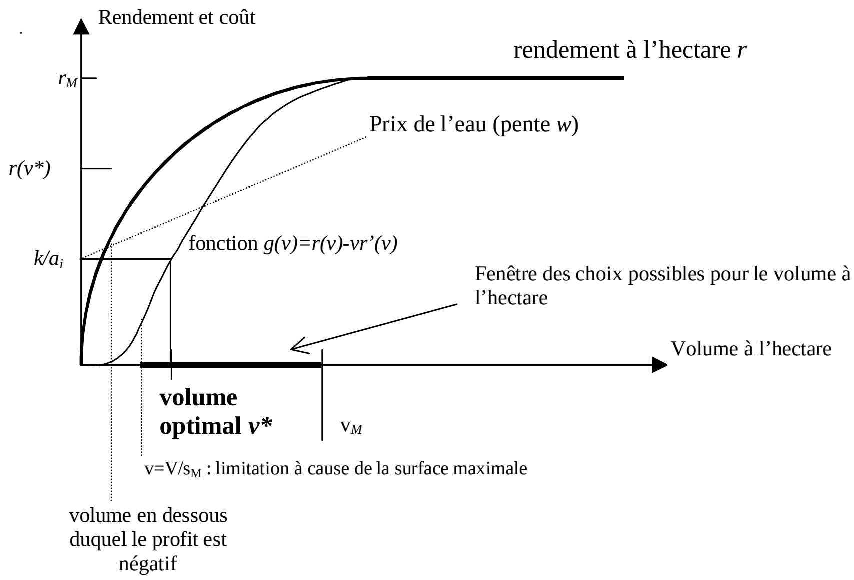

Figure 1: volume optimal par hectare pour un agriculteur seul

Ici, un agriculteur seul peut utiliser un volume V_i et paie alors un coût de production de l'eau wV_i. Le choix de la surface irriguée vient de la résolution du programme :

$$\underset{s_i \leq s_m}{Max} \quad \pi_i = s_i[a_i r(\frac{V_i}{s_i}) - k] - wV_i \tag{2}$$

Puisque la fonction de production est concave, $\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s^2} = \frac{V_i}{s_i^2} r''(\frac{V_i}{s_i}) \leq 0$ et par conséquent le profit π est lui aussi une fonction concave en s_i. Ainsi, si μ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte du problème (2), le volume par hectare optimal v_i^* est défini par :

$$a_i r(v_i^*) - a_i v_i^* r'(v_i^*) - k - \mu = 0 \tag{3}$$

Soit $g(u) = r(u) - ur'(u)$; si la surface optimale s_i^* est plus petite que s_m, alors elle est donnée par $g(v_i^*) = \frac{k}{a_i}$. De plus, $g'(u) = -ur''(u) > 0$ donc g est inversible :

$$s_i^* = \min(s_m, \frac{V_i}{g^{-1}(\frac{k}{a_i})}) \tag{4}$$

Ainsi, v_i^* a deux limites inférieures :

- celle due à la surface irrigable maximale s_m : $v_i^* \geq \frac{V_i}{s_m}$;
- et le fait que le profit doit être positif : $r(v_i) \geq \frac{k+wv_i}{a_i}$.
Si la solution est intérieure, le volume optimal par hectare est représenté sur la figure (1).

Le programme de la collectivité

Nous nous plaçons dans un contexte utilitariste : nous supposons que la fonction de bien-être social de la collectivité est $W = \sum U_i$. Le programme est donc le suivant :

$$\underset{f,t}{Max} \quad \sum_{i=1,n} \left\{ U_i \left[s_i [a_i r(\frac{f(i,s_i,S,V)}{s_i}) - k] - t(i,s_i,S,V) \right] \right\} \tag{5}$$

$$s.c. \begin{cases} \forall i \in \{1,n\} \quad s_i = Arg \underset{s_i}{Max}\, \lambda_i U_i [r_i(\frac{f(i,s_i,S,V)}{s_i}) - k] - t(i,s_i,S,V) \\ \sum_i f(i,s_i,S,V) = V \\ \sum_i t(i,s_i,S,V) \geq KT \end{cases}$$

On suppose par la suite que les agriculteurs sont ordonnés de telle façon que a_i est décroissant en i.

L'allocation optimale

Nous supposons que le Gestionnaire connaît les coefficients individuels et peut imposer les surfaces mises en culture et le volume alloué à chaque agriculteur. Le coût unitaire de production de l'eau est ici de w, comme pour la section traitant d'un agriculteur seul. Alors, l'optimum collectif est donné par :

$$\underset{\substack{(s_i,V_i)_{i\in I} \\ s.c. \ \sum V_i = V \text{ et } \forall i \in I \quad s_i \leq s_m}}{Max} \sum s_i(a_i r(\frac{V_i}{s_i}) - k) - wV_i \tag{6}$$

Proposition 1 *Quand le Gestionnaire connaît les capacités individuelles à valoriser l'eau et peut imposer les surfaces mises en culture et le volume alloué à chaque agriculteur, il peut faire la distinction entre deux groupes d'agriculteurs pour atteindre la valorisation maximale.*
○ *De l'agriculteur* 1 *à l'agriculteur* q *défini par* $a_q g((r')^{-1}(\frac{\lambda(q)}{a_q})) = k$, *toute la surface irrigable est mise en culture et chaque agriculteur reçoit* $v_i^* = r'^{-1}(\frac{\lambda}{a_i})$ *avec* λ *défini par* $V = s_m \sum_{i=1}^{q} (r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i})$. *Si on pose* $a_{-i} = (a_j)_{j\in I} \backslash a_i$, *la fonction correspondante est donc :*

$$f_{opt}(a_i, a_{-i}, V) = s_i r(r'^{-1}(\frac{\lambda}{a_i}))$$

○ *De l'agriculteur* $q+1$ *à* n, *aucune surface n'est mise en culture.*

La démonstration est faite en annexe 1. Cette allocation permet d'obtenir la valorisation maximale de l'eau. De plus, comme le Gestionnaire connaît les capacités individuelles, il peut ensuite réaliser les transferts monétaires souhaités et atteindre ainsi des objectifs d'équité qu'il aurait pu avoir par ailleurs.
Dans la suite, pour alléger l'écriture, on entendra par "allocation optimale" cette allocation qui permet de valoriser l'eau de façon optimale.

Sur quelques rares systèmes irrigués, il existe des règles d'allocation qui dépendent de la valorisation potentielle de l'eau. Ainsi, en Colombie, les réseaux d'irrigation de Coello et Saldaña sont gérés depuis 1976 par des associations d'irrigants. Le tour d'eau est déterminé en fonction d'allocations fondées sur le type de culture et sur la surface semée. En début de chaque campagne, chaque usager a la responsabilité d'aller au siège de l'association pour signer son accord pour le tour d'eau (Vermillon et Garcés-Restropo, 1996).

Lorsque le Gestionnaire ne connaît pas les capacités individuelles à valoriser l'eau

En pratique, dans la plupart des cas, le Principal ne connaît pas les valeurs des coefficients a_i. Par la suite, deux cas sont considérés.
- Soit le Gestionnaire connaît la distribution générale des capacités individuelles a_i. Par exemple, il aura effectué par sondage une typologie qu'il estime pouvoir ensuite étendre à l'ensemble de la population. Autre possibilité : la procédure d'allocation s'est répétée déjà un certain nombre d'années, ce qui permet au Gestionnaire de faire une estimation.
- Soit le Gestionnaire n'a aucune information sur les compétences. C'est par exemple le cas si la capacité individuelle rend compte des compétences, qui peuvent changer au cours du temps. On cherche alors les fonctions d'allocation et de taxation de la forme $(f,t)(s_i,S,V)$ qui permettent la meilleure valorisation totale de l'eau.

Lorsque le Gestionnaire connaît la distribution sur les capacités individuelles

On suppose que le Gestionnaire connaît la distribution des compétences individuelles $(a_i)_{i\in I}$, c'est-à-dire qu'il sait devoir répartir l'eau entre n individus ayant ces caractéristiques, même s'il n'est pas capable d'associer à chaque agriculteur du système irrigué une capacité individuelle donnée a_i.
Il est possible de concevoir un mécanisme de révélation pour atteindre l'optimum de premier rang.
Un mécanisme de révélation est un processus d'allocation lorsque le Centre ne connaît pas les caractéristiques individuelles des agents. Ce processus comporte trois étapes. D'abord, le Centre annonce ce que chaque agent va recevoir en fonction de la caractéristique annoncée. Ensuite, les agents annoncent au Centre leur caractéristique (ce mécanisme est alors *direct* dans le sens où les messages ne contiennent que les caractéristiques des agents). Enfin, le Gestionnaire procède à l'allocation en fonction des annonces faites. Par ailleurs, un mécanisme de révélation est par définition *révélateur*, c'est-à-dire que l'annonce des vraies caractéristiques est un équilibre de Nash (qu'on pourra éventuellement vouloir être en stratégies dominantes).
Dans le cas présent, le Gestionnaire va annoncer les fonctions d'allocation et de taxation qui seront utilisées. Ensuite, chaque agriculteur envoie un message dans lequel il indique la capacité individuelle à valoriser l'eau a_i qu'il souhaite annoncer. Enfin, le Gestionnaire calcule le volume alloué et la taxe à payer, en fonction de l'annonce de chacun et de la distribution totale des annonces.
Soit $h(u)$ la fonction de densité des coefficients $(a_i)_{i\in I}$, supposée connue du Gestionnaire.

Proposition 2 *Il est possible de mettre en place un mécanisme de révélation qui atteigne l'optimum de valorisation.*
○ *La fonction d'allocation est celle correspondant à l'allocation optimale :*

$$f_r(a_i,s_i,S,V) = s_i(r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i}) = f_{opt}(a_i,a_{-i},V)$$

○ *La fonction de taxation est :*

$$t_r(a_i,s_i,S,V) = s_i\left(a_i r\left((r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i}\right) - \int_{a_q}^{a_i} r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{u}))h(u)du\right)$$

Le multiplicateur de Lagrange λ est celui associé à l'allocation optimale :

$$V = \sum_{i=1}^{q} s_i(r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i}) \tag{7}$$

où q est l'agriculteur pivot pour l'allocation optimale.
Le profit individuel vaut alors : $\pi(a_i) = s_i\int_{a_q}^{a_i} r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{u}))h(u)du$.

La démonstration est faite en annexe 3.
La figure (2) représente l'ensemble des contrats possibles, qui comprennent l'origine et la courbe C dessinée dans le plan $(s=s_m)$: C est le lieu des points $(V(a_i),t(a_i))$ lorsque i décrit I avec $s=s_m$.

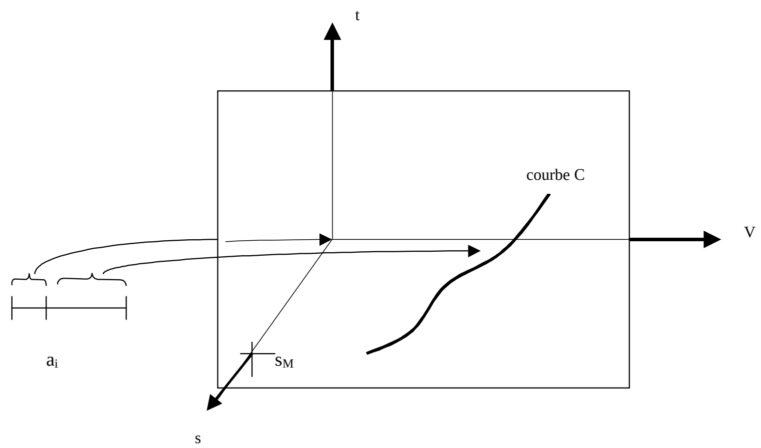

Figure 2: lieu des allocations avec l'allocation optimale et le mécanisme de révélation

En général, en théorie des contrats, un mécanisme de révélation ne permet pas d'atteindre l'optimum parce que pour inciter les “bons” agents à révéler leur type, il faut leur donner une rente nuisible à la collectivité. Ici, la situation est telle qu'il est à la fois intéressant pour les “bons” agriculteurs et pour la Collectivité que ces derniers révèlent leur type.

Peut-on, à partir du principe de taxation, définir une taxe qui soit équivalente au mécanisme de révélation, i.e. conduire à l'allocation optimale ?
Le principe de taxation pose que dans certaines conditions, toute allocation qui peut être atteinte par un mécanisme de révélation peut l'être par une taxe, et réciproquement (Guesnerie, 1995).
Dans le cas étudié, un couple d'allocation-taxation qui ne serait défini qu'en fonction de la surface mise en culture, soit $t(s_i), V(s_i)$, serait insuffisant pour décrire le lieu des allocations, puisque la population des agriculteurs se partage en $s_i = 0$ et $s_i = s_m$: il ne serait pas possible de distinguer le volume à attribuer entre différents agriculteurs ayant choisi de mettre toute leur surface en culture irriguée. Il faut donc ici laisser les agriculteurs choisir à la fois leur surface s_i et leur volume V_i, puis taxer à partir d'une fonction de taxation $t(s, V)$ construite à partir du mécanisme de révélation.

Proposition 3 *Il est possible de construire une fonction de taxation $t(s, V)$ qui permette d'atteindre le maximum de valorisation. La fonction de taxation est définie de la façon suivante :*
- $t(0, 0) = 0$;
- $\forall (s_i, V_i) \in C, \exists ! a_i; V_i = s_i(r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i}) = f_{opt}(a_i, a_{-i}, V)$ *où λ est le multiplicateur calculé pour l'allocation optimale ; alors $t(s, V) = t_r(a_i)$;*
- $\forall (s_i, V_i) \in \Re \backslash \{C \cup (0, 0)\}, \quad t(s_i, V_i) = M$ *où M est une valeur dissuasive quelconque.*

Notons que puisque le Gestionnaire connaît la distribution des $(a_i)_{i \in I}$, il peut effectivement calculer le multiplicateur λ tel que défini par l'équation (7).
Cette proposition constitue une simple application du principe de taxation : puisque le mécanisme de révélation ci-dessus permet d'atteindre l'allocation optimale, il est efficace et les conditions du principe sont vérifiées (voir Faysse, 2001). En pratique, évidemment, des “amendes” dissuasives seraient très mal acceptées : on pourra simplement remplacer ce système de taxation par un menu de contrats (V, s, t) qui décrira la courbe C.

Lorsque le Gestionnaire n'a aucune information sur les capacités individuelles

Lorsque le Gestionnaire n'a aucune information sur les capacités individuelles, il doit allouer l'eau en fonction des seuls paramètres (s_i, S, V). Le Gestionnaire ne peut alors plus réaliser l'allocation optimale puisqu'il n'a plus aucun moyen de différencier deux agriculteurs mettant en culture irriguée la surface maximale s_m (différenciation que fait l'allocation optimale). Un marché permet évidemment d'atteindre l'optimum, mais il est de nature très différente des fonctions étudiées ici.

Proposition 4 *Le marché permet d'atteindre l'optimum de valorisation de l'eau.*

La démonstration est faite en annexe 2.
Si on écarte la possibilité d'un marché, pour les raisons évoquées au chapitre préliminaire, il faut donc, en absence d'informations sur les caractéristiques individuelles, chercher à bâtir des fonctions dans un raisonnement de second rang.
Outre les règles communément utilisées *ex ante* et *ex post* associées à une taxe linéaire sur le volume, deux autres mécanismes potentiellement intéressants vont être caractérisés :
○ une allocation mixte entre les allocations *ex ante* et *ex post* ;
○ une allocation *ex post* couplée à un partage des revenus pour décourager le surinvestissement.

Allocation *ex ante*

Ici, chaque agriculteur sait avant le début de la campagne d'irrigation qu'il obtiendra une part donnée du volume collectif, par exemple $\frac{V}{n}$, et qui n'est pas liée à sa capacité individuelle à valoriser l'eau. Par conséquent, chaque agriculteur effectue ses choix de mise en culture en maximisant :

$$\pi_i = s_i[a_i r(\frac{V}{n.s_i}) - k] - w\frac{V}{n}$$

et on a $v_i = \frac{V}{ns_i} = g^{-1}(\frac{k}{a_i})$. L'agriculteur ne prend pas alors en compte les choix des autres irrigants dans son propre choix.
La fonction g^{-1} est croissante donc v_i est décroissant en a_i et croissant en i : les agriculteurs moins compétents apportent plus d'eau à l'hectare et par conséquent mettent en culture une surface moins importante. Les valorisations marginales de l'eau sont différentes : il y a un potentiel de réallocation.
De plus, $s_i = \frac{V}{ng^{-1}(\frac{k}{a_i})}$ d'où $S = \frac{V}{n}\sum \frac{1}{g^{-1}(\frac{k}{a_i})}$.
Ce n'est que lorsque tous les agriculteurs sont identiques que l'allocation *ex ante* permet d'atteindre l'optimum de valorisation de l'eau.

Allocation *ex post* sans mutualisation du profit

Chaque agriculteur va recevoir un volume proportionnel à la surface irriguée $V_i = \frac{s_i V}{\sum s_i}$ et va payer une taxe correspondant à un prix de l'eau w par unité de volume. Le profit individuel est alors :

$$\pi_i = s_i(a_i r(\frac{V}{S}) - k - w\frac{V}{S}) \tag{8}$$

Il y a interdépendance entre les agriculteurs et, de plus, le volume à l'hectare sera le même pour tous les agriculteurs : $v^* = \frac{V}{S}$. Alors, les agriculteurs qui peuvent obtenir un profit positif, c'est-à-dire pour lesquels $a_j > \frac{k+w}{r(v^*)}$, mettront en culture toute leur surface cultivable. En revanche, ceux qui ne pourraient rembourser leurs coûts fixes du fait de leur mauvaise valorisation de l'eau, i.e. ceux pour lesquels $a_i < \frac{k+w}{r(v^*)}$, ne mettront rien en culture.

Proposition 5 *Avec la règle d'allocation ex post sans partage des revenus, les agriculteurs les plus compétents mettent toute leur surface en culture, jusqu'à l'agriculteur pivot* $p(w)$ *défini par* $a_p r(\frac{V}{ps_m}) = k$*, tandis que les autres agriculteurs ne mettent rien en culture.*
Il y a un surassolement relativement à l'allocation optimale tant que le prix de l'eau $w < w^* = v_q aqr'(v_q)$*, où* v_q *est le volume à l'hectare reçu par l'agriculteur pivot* q *dans le cadre de l'allocation optimale.*
Avec cette règle, le prix $\hat{w}$ *qui permet la meilleure valorisation collective est défini par :*

$$a_{\hat{p}} r(\frac{V}{\hat{p}s_m}) - k - \frac{V}{\hat{p}^2 s_m} r'(\frac{V}{\hat{p}s_m})\sum^{\hat{p}} a_i = 0 \textit{ avec } a_{\hat{p}} r(\frac{V}{\hat{p}s_m}) = k \tag{9}$$

La démonstration est faite en annexe 4.
Un prix élevé de l'eau conduit à un mécanisme de révélation indirecte sur les compétences des agriculteurs. Néanmoins, puisque l'argent perçu doit être ensuite redistribué entre les agriculteurs, cette allocation serait fondée sur des transferts importants d'argent et courrait le risque que le Gestionnaire "prenne l'argent et s'enfuie".

Dayton-Johnson (2000) montre de même qu'avec une répartition à la personne des coûts et une allocation de l'eau proportionnelle à la surface possédée, il n'y a qu'un nombre restreint d'agriculteurs qui participeront au système.
Dans la plupart des périmètres irrigués de la région de Kairouan, des règles de priorité entre les cultures sont utilisées : elles peuvent être classées comme des règles de type *ex post*. Ainsi, au printemps, à Bled Abida comme à El Melalsa, les cultures maraîchères sont prioritaires sur les cultures d'hiver telles que le blé. De plus, le melon peut supporter 15 jours sans irrigation tandis que la pastèque ne peut attendre plus d'une semaine. C'est pourquoi, à El Melalsa, les agriculteurs qui ont semé de la pastèque peuvent s'insérer dans le tour d'eau, mais pendant la nuit uniquement.
Enfin, dans le système Pasten utilisé en Indonésie, les gestionnaires calculent les besoins en eau de chaque bloc tertiaire, puis, en tenant compte des pertes, répartissent de façon proportionnelle la pénurie en eau (Howe, 1990). Ainsi, chaque agriculteur reçoit pour la même culture la même quantité d'eau à l'hectare, quelles que soient les pertes sur le réseau jusqu'à son bloc.

Allocation mixte entre *ex ante* et *ex post*

Puisque les règles *ex ante* et *ex post* sont plus ou moins efficaces selon le degré d'hétérogénéité du groupe, il peut être intéressant de construire une allocation mixte entre les deux. Cette allocation a la forme suivante :

$$f = \beta \frac{V}{n} + \frac{(1-\beta)Vs_i}{S} \tag{10}$$

Le paramètre β varie de 0 (allocation *ex post*) à 1 (allocation *ex ante*). Le Gestionnaire peut chercher le paramètre β qui maximise la valorisation totale de l'eau.
Jurriens et Mollinga (1996) proposent que les systèmes irrigués en Inde et au Pakistan se tournent vers une agriculture de production, en limitant le nombre d'irrigants, quitte à atteindre les objectifs de protection sociale à travers des politiques économiques plus globales. Ce système correspondrait à une allocation *ex post*. Cependant, en raison des résistances au changement, ils estiment qu'il serait plutôt préférable d'envisager une solution mixte entre le système tel qu'il a été conçu au départ, de type *ex ante*, et une allocation de type *ex post*.

Allocation *ex post* avec mutualisation du profit

Le principe est ici de réaliser une allocation de type *ex post* en cherchant à limiter le surassolement par une mutualisation des revenus. Il est donc nécessaire de faire ici l'hypothèse - peu commune - que, même si les compétences individuelles ne sont pas connues, la Collectivité connaît les revenus.
Un exemple en est néanmoins donné par Platteau et Seki (1998), dans leur étude sur les pêches au Japon. L'ensemble des pêcheurs connaît l'effort de pêche de chacun, i.e. le nombre de jours en mer, équivalent au choix de la surface irriguée. Il connaît aussi la production constituée par ce que chaque navire ramène au port. Les auteurs donnent l'exemple d'une pêcherie où à la fois les coûts et les profits sont partiellement mutualisés. Il aurait été techniquement possible de définir à partir des données précédentes un paramètre d'efficacité du pêcheur mais il est probable qu'un consensus soit apparu pour ne pas rendre aussi explicites les différences de compétences entre membres.
De plus, il est nécessaire que la taxe ne soit pas linéaire pour avoir un effet sur le choix de la surface irriguée. Si on prélève un montant proportionnel au carré de la marge brute, le profit individuel est :

$$\pi_i = s_i[a_i r(\frac{V}{S}) - k] - \theta \left[s_i[a_i r(\frac{V}{S}) - k] \right]^2 \tag{11}$$

Le paramètre θ caractérise le niveau de redistribution des revenus.
Au premier ordre : $0 = [a_i r(\frac{V}{S}) - k] - \theta.2.[a_i r(\frac{V}{S}) - k]^2 s_i$ d'où :

$$s_i = \frac{1}{2\theta \left(a_i r(\frac{V}{S}) - k \right)} \tag{12}$$

avec bien sûr $s \in [0, s_m]$.
L'ensemble des agriculteurs se répartit alors en trois groupes.
- Groupe A. De l'agriculteur 1 à l'agriculteur o tel que $a_o r(\frac{V}{S}) - k = \frac{1}{2\theta s_m}$, les agriculteurs mettent en culture irriguée une surface définie par l'équation (12) inférieure à la surface maximale s_m. La règle choisie incite les agriculteurs compétents à ne pas mettre toute leur surface complètement en culture.
- Groupe B. De l'agriculteur o à m tel que $a_m r(\frac{V}{S(\theta)}) = k$, la surface est complètement mise en culture.

- Groupe C. De m à n les agriculteurs ne mettent rien en culture.

On peut choisir θ pour obtenir la surface totale mise en culture souhaitée (annexe 4). Il est aussi possible de déterminer le paramètre θ permettant la valorisation maximale de l'eau pour ce type de règle (voir annexe 4).
Néanmoins, la répartition entre les différents agriculteurs est très mauvaise puisque, dans le groupe A, plus l'agriculteur est compétent, moins il met en culture.

Application avec une fonction de rendement de forme racine carrée

Prenons pour fonction de rendement $r(v) = \sqrt{v}$, de telle sorte que $g(v) = \frac{\sqrt{v}}{2}$ et $g^{-1}(u) = 4u^2$.
Nous n'avons pas à nous préoccuper du problème de dérivabilité en 0 puisque la présence d'un coût $k > 0$ à l'hectare fait que tous les calculs se font au-delà d'un certain voisinage de l'origine.
Pour le coefficient de capacité à valoriser l'eau, prenons $a_p = \frac{1}{p^\alpha}$, avec $0 < \alpha < \frac{1}{3}$. Lorsque α est proche de 0, le groupe est homogène, et le groupe devient hétérogène lorsque α croît.
Ce modèle permet aussi de rendre compte d'une hétérogénéité due à des pertes, soit dans le réseau, soit à cause du type de sol. En effet, ces pertes peuvent être paramétrées par b_i et conduire à un rendement de la forme $r(\frac{V_i}{b_i s_i})$. Le profit va alors s'écrire : $\pi_i = s_i[r(\frac{V_i}{b_i s_i}) - k]$.
Si on modélise ces pertes par un coefficient $b_p = \frac{1}{p^\beta}$, alors les résultats qui seront définis avec le coefficient α précédent seront aussi valables en posant $\alpha_p = \frac{1}{\sqrt{b_p}} = p^{\frac{\beta}{2}}$.

Nous avons déterminé les résultats pour deux types d'allocation *ex post* sans mutualisation des profits :
- quand le prix de l'eau w est nul (par exemple lorsque les agriculteurs paient une somme forfaitaire, tel qu'un abonnement) ou bien lorsqu'il est négligeable devant le coût fixe à l'hectare k ;
- quand les agriculteurs paient le prix qui correspond à la valorisation optimale sur l'ensemble du périmètre.
Les équations précédentes ont été calculées dans le cas où $n = V = 1000$ et $k = 1$. Le degré d'hétérogénéité α varie de 0 à 0.3. Pour $\alpha = 0.01$, les coefficients a_i varient ainsi dans un rapport de 1 à 1.07 tandis qu'avec $\alpha = 0.3$, le rapport est de 1 à 8. Des algorithmes d'optimisation ont permis de calculer les paramètres β et θ optimaux compte-tenu de l'hétérogénéité du groupe.

La figure (3) montre la surface mise en culture par chaque agriculteur dans un groupe plutôt homogène ($\alpha = 0.05$). On remarque deux groupes bien distincts.
- Un groupe où un agriculteur pivot définit une limite entre ceux qui mettent tout en culture et ceux qui ne mettent rien. L'allocation optimale fait partie de ce groupe, tout comme deux allocations conduisant à un surassolement : l'allocation *ex post* avec taxe optimale et l'allocation *ex post* sans taxe.
- Un groupe où chaque agriculteur met une partie de son champ en culture : l'allocation *ex ante*, celle mixte entre *ex ante* et *ex post* et enfin l'allocation *ex post* avec mutualisation du revenu (du moins pour ce faible niveau d'hétérogénéité).

La figure (4) donne les profits individuels pour le même degré d'hétérogénéité et en prenant en compte une redistribution à parts égales des taxes perçues. L'allocation optimale n'est pas représentée ici ; elle est à l'origine d'un profit de 2.30 pour l'agriculteur 1 jusqu'à un profit de 1 pour l'agriculteur pivot. Sur ce graphique, les courbes des règles *ex ante* et mixte étaient proches et ont été donc confondues. Cette figure permet de donner une idée de l'équité des différentes règles étudiées.

Enfin, la figure (5) présente le ratio entre la valorisation totale pour une règle d'allocation donnée et la valorisation totale pour l'allocation optimale. Nous avons choisi de représenter ce résultat sous forme de ratio car, avec notre modélisation de l'hétérogénéité, la valorisation optimale totale diminue avec l'hétérogénéité du groupe.

Ces calculs montrent que pour un groupe plutôt homogène ($\alpha = 0.05$) l'allocation avec mutualisation du profit n'incite pas à mettre une surface importante en culture (figure 4), puisque les agriculteurs obtiennent le même profit de toute façon. Avec un groupe plus hétérogène, par exemple $\alpha = 0.2$, on retrouve les trois sous-ensembles décrits dans la partie théorique, avec $o = 100$ et $m = 300$. Les cent premiers agriculteurs préfèrent alors limiter leur surface mise en culture, les deux cents suivants mettent tout en culture, et enfin les agriculteurs restants renoncent à semer.
Steiner et Walter (1992) testent une règle de répartition de type *ex ante* et une règle de répartition avec priorité de l'amont vers l'aval, avec un modèle leur permettant de calculer la valeur totale produite sur

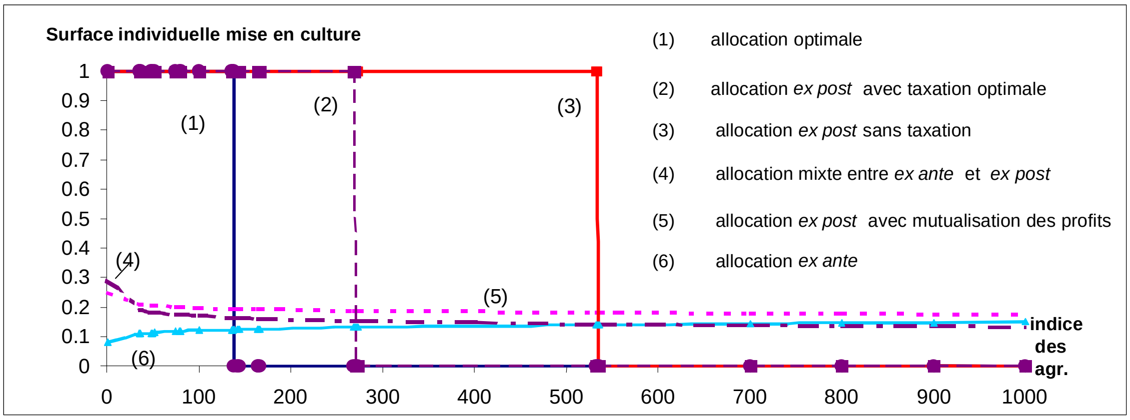

Figure 3 : surfaces mises en culture pour $\alpha = 0.05$ pour les différentes allocations

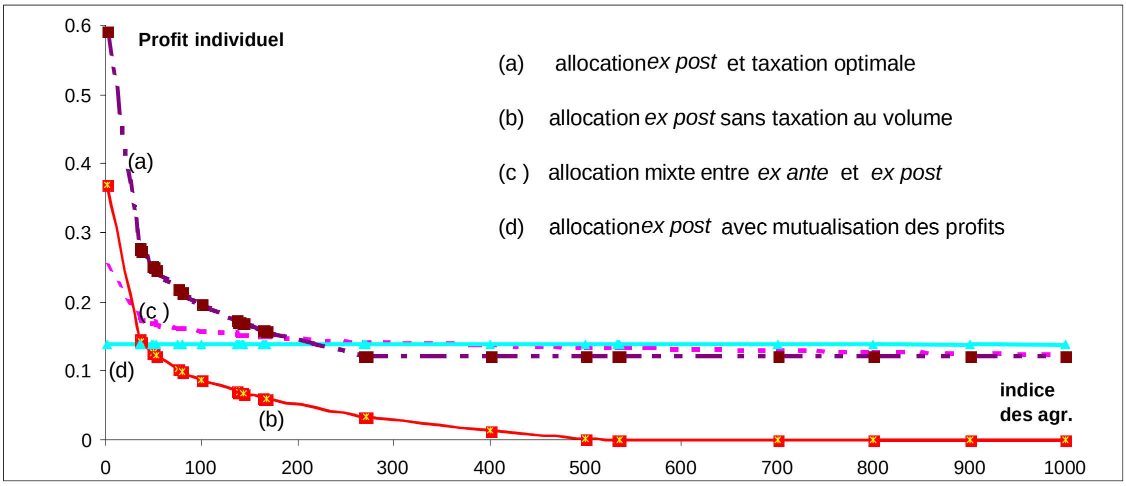

Figure 4: profit individuel (avec éventuelles taxes redistribuées de façon égale) pour $\alpha = 0.05$

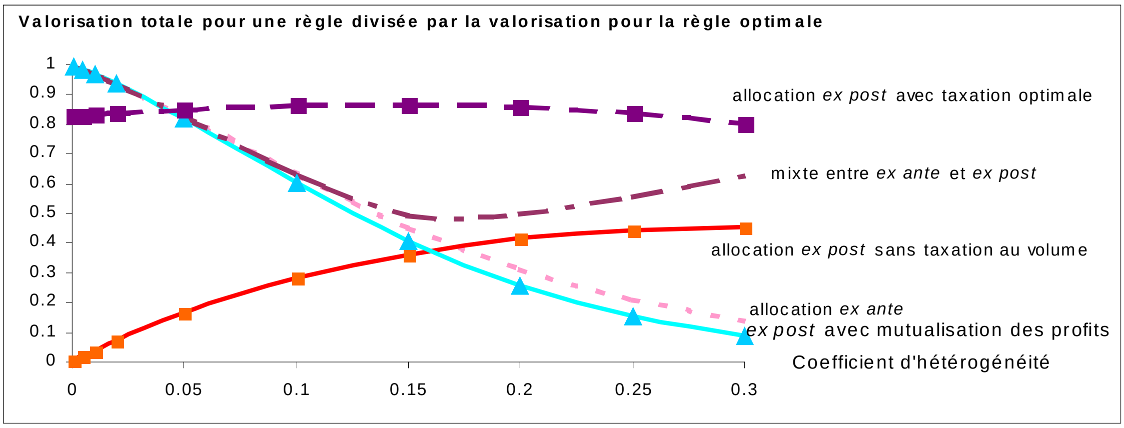

Figure 5: ratio entre valorisation totale pour une règle donnée et valorisation pour l'allocation optimale

le périmètre. Lorsqu'ils simulent différents niveaux de pertes sur le réseau, ils obtiennent que, jusqu'à 80% d'efficacité de distribution moyenne sur le réseau, la règle *ex ante* est meilleure, mais qu'au delà c'est la règle de type *ex post* qui donne une meilleure production. Ce résultat, d'ailleurs assez intuitif, est cohérent avec notre figure (5).

Proposition 6 *Dans le cadre théorique présenté ci-dessus, les résultats suivants ont été montrés.*
○ *En ce qui concerne la valorisation totale de l'eau, plus le groupe est homogène, plus l'allocation ex ante est proche de l'allocation optimale et, en revanche, plus le groupe est hétérogène, plus l'allocation ex post est proche de l'allocation optimale.*
○ *Pour un groupe plutôt homogène, les allocations ex ante, mixte et ex post avec mutualisation sont à peu près équivalentes du point de vue de la surface totale mise en culture et de la valorisation totale.*
○ *L'allocation mixte entre ex ante et ex post permet un gain significatif lorsque le groupe est hétérogène.*
○ *Une allocation ex post avec un prix élevé permet de révéler de façon indirecte les caractéristiques des agents et conduit à une valorisation de l'eau assez efficace.*
○ *Finalement, l'allocation ex post avec mutualisation ne donne jamais de meilleurs résultats que l'allocation ex ante et, de plus, est techniquement plus difficile à mettre en œuvre.*

Si l'analyse avait été faite avec un modèle de simulation des pertes sur le réseau, i.e. une fonction de production de la forme $r(a_i \frac{V_i}{s_i})$, on aurait pu aussi tester une règle d'allocation de type *ex ante* où le Gestionnaire compense les agriculteurs de leur perte. Chaque agriculteur reçoit alors un volume total $V_i = \frac{V}{a_i \sum(\frac{1}{a_j})}$ de telle sorte qu'on ait bien $\sum V_i = V$.

Equité des règles d'allocation

Nous mesurons ici le degré d'équité associé à chaque type d'allocation.
Nous calculons l'équité des différentes règles étudiées dans la section précédente pour un groupe homogène ($\alpha = 0.001$) et pour un groupe hétérogène ($\alpha = 0.3$) (fig. 6 et 8).

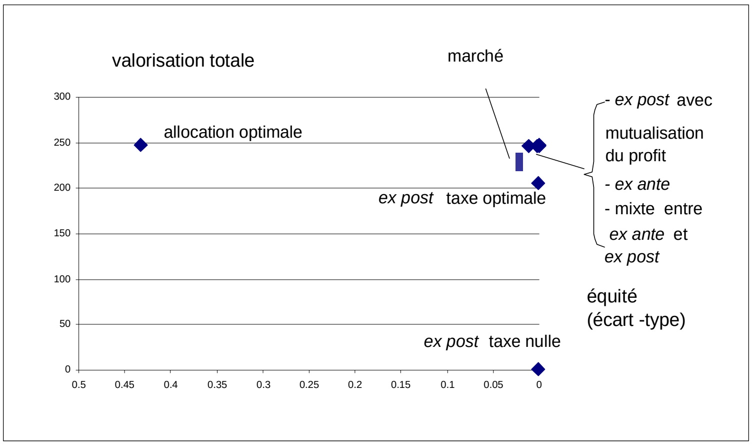

Figure 6: dilemme équité-valorisation de l'eau pour un groupe homogène ($\alpha = 0.001$)

Le marché est symbolisé par une barre, de façon à représenter le fait que le marché peut donner lieu à une valorisation plus ou moins importante de l'eau en fonction de ses coûts de mise en œuvre.

Le dilemme équité-valorisation de l'eau est particulièrement visible dans le cas d'un groupe hétérogène. On remarque que, dans le cas d'un groupe homogène, l'allocation *ex post* avec mutualisation conduit à une bonne valorisation de l'eau.

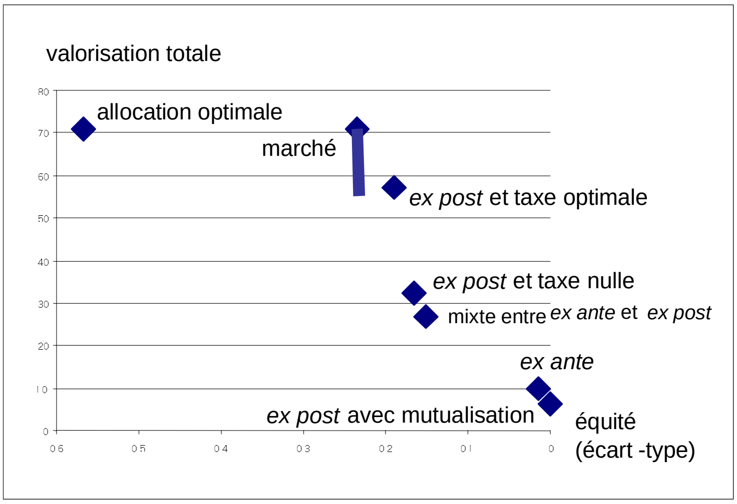

Figure 7: dilemme équité-valorisation de l'eau pour un groupe hétérogène $(\alpha = 0.3)$

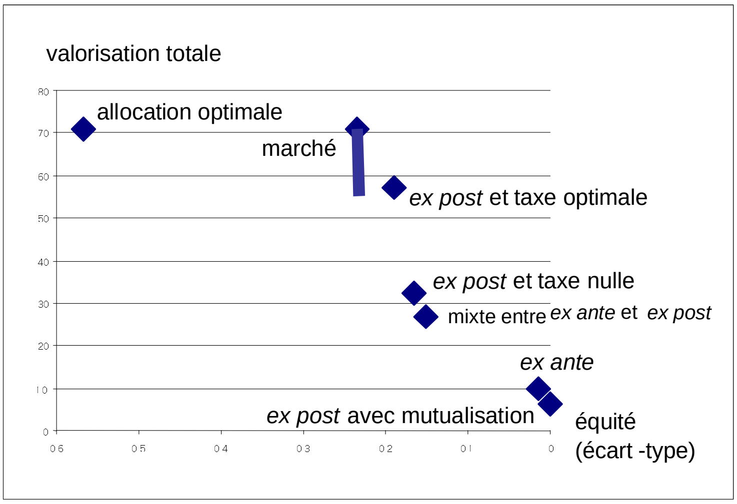

Figure 8: dilemme équité-valorisation de l'eau pour un groupe hétérogène $(\alpha = 0.3)$

Application au périmètre irrigué d'El Melalsa

Le périmètre irrigué d'El Melalsa se site à une trentaine de kilomètres de Kairouan, dans le centre de la Tunisie. Il distribue de l'eau à partir d'un forage délivrant en moyenne, compte-tenu des pertes de charge, 24 l/s répartis en trois mains d'eau, sur une surface de 160 ha pour 54 exploitants. Le système cultural repose pour l'essentiel sur la culture du blé de début novembre à fin avril, puis du melon l'année suivante de la mi-mars à fin juin, puis du piment associé à la fève de début septembre à la mi-mars (figure 9). Pour le blé, nous distinguerons une période 1 de début novembre à la mi-mars et une période 2 de la mi-mars à la fin avril, période de chevauchement avec le melon.
La source principale d'hétérogénéité est l'existence d'importantes pertes sur plus de la moitié du réseau. Depuis le début du périmètre il y a 8 ans, un tour d'eau est défini entre agriculteurs. Chacun peut irriguer autant qu'il le souhaite lorsqu'il a la main d'eau, et il n'y a pas de contrôle sur les surfaces mises en culture. Dans ce contexte, les agriculteurs ont semé pendant l'année 98-99 61 ha de blé, 21 ha de fève et de 27 ha de melon. Les agriculteurs reconnaissent que même si les pluies avaient été d'ampleur moyenne, une telle surface collective aurait causé un tour d'eau très long en mars 1999, d'au moins 10 jours, et les cultures n'auraient pas été correctement irriguées : on peut parler d'un surassolement. En fait, la quantité de pluie a été faible ce printemps là et les responsables du GIC ont décidé d'attribuer l'eau au cas par cas, ce qui a conduit à une faible équité dans la distribution.

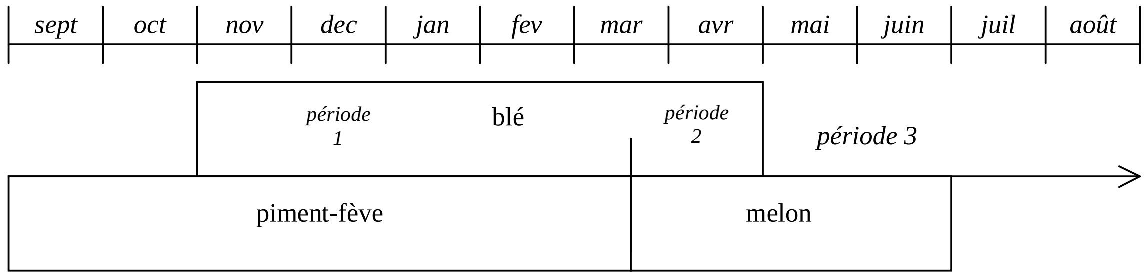

Figure 9: périodes de présence pour les trois principales cultures à El Mesalsa

L'eau est un bien commun au sein du périmètre irrigué : un agriculteur n'a pas de compensation à demander si le Président et l'aiguadier décident de retarder son tour d'eau pour inclure un agriculteur qu'ils considèrent comme prioritaire.
Nous simulons ces choix d'assolement pour déterminer si l'équilibre de Nash associé à la règle utilisée rend compte de l'assolement réalisé. De plus, nous simulons ce que donnerait une règle *ex ante*, avec un quota d'heures par hectare puis une règle de type *ex post* avec un contrôle de la durée du tour d'eau.
Sur les 54 agriculteurs, nous en avons exclu 10 qui possèdent un puits dans ou à proximité du périmètre et qui de fait ne participent pas au tour d'eau. Nous faisons ensuite la distinction entre les agriculteurs qui ont un puits hors du GIC (type A) et ceux qui n'en possèdent pas (type B). De façon générale, les agriculteurs de type A cultivent toujours du maraîchage hors du GIC et devront donc payer de la main d'œuvre s'ils cultivent du maraîchage dans le GIC : ils ne le feront que si les conditions d'accès à l'eau sont bonnes.
Les choix d'agriculteurs sont simulés par un modèle de programmation linéaire en univers certain. Les détails de la simulation sont donnés en annexe 5.

Simulation de différentes règles d'allocation

Tour d'eau avec une durée individuelle d'irrigation libre

Méthode générale

Nous commençons la simulation avec une surface collective en melon, piment-fève et blé qui peut être considérée comme satisfaisante d'un point de vue collectif. La valeur de cet assolement initial a peu d'importance puisque, pour cette simulation effectuée tout du moins, il est apparu qu'il n'existe qu'un assolement d'équilibre.
Cet assolement est utilisé en entrée d'un logiciel de bilan hydrique au pas de temps journalier qui permet de calculer la longueur du tour d'eau nécessaire pour que chaque champ, lorsqu'il obtient l'eau, soit suffisamment irrigué. Cette simulation permet de donner un rendement commun pour tous les champs cultivés avec la même culture : le rendement ne dépend donc plus de la place dans le réseau.
Les quantités d'eau apportées augmentent néanmoins avec la distance au forage, en raison des pertes sur le réseau. Par conséquent, au sein de chacun des types A et B, il existe un groupe d'agriculteurs situés loin du forage qui peuvent décider de ne pas semer de melon en raison d'un coût de l'eau trop important. On donc définir un niveau seuil pour chacun des types, qui les divise en eux sous-groupes : les agriculteurs des sous-types A1 et B1 ont un coefficient de pertes sur le réseau plus faible que le niveau seuil et sèment du melon tandis que le coefficient des sous-types A2 et B2 est supérieur au niveau seuil et ces deux derniers types ne cultivent que du blé et du piment-fève. Ce seuil dépend bien-sûr du rendement des différentes cultures.
Ensuite un agriculteur moyen est calculé pour chacun des sous-types, ce qui permet de simuler la surface mise en culture en melon pour chacun des sous-types (voir annexe 5). On en déduit alors la surface totale mise en culture en melon, qui est dans un deuxième temps comparée à la surface initialement supposée.
Si la surface totale mise en culture en melon par les sous-groupes A1 et B1 est supérieure à la surface supposée initialement, on recommence la simulation avec une surface initiale plus importante. De même, on diminue la surface initiale si A1 et B1 mettent in fine moins en culture que supposé initialement.

Application

Nous commençons avec un assolement de 15 ha de melon et de 71.6 de piment-fève. Le tour d'eau pour le melon est alors court : les rendements sont de 6.6 t/ha pour le piment-fève et de 10.5 t/ha pour le melon. Les seuils de perte se situent alors à 0.15 pour le type B et 0.25 pour le type A : tous les agriculteurs cultivent du melon (voir fig 10).
En fait, les agriculteurs sèment toujours un tiers de leur surface en blé (voir annexe 5) donc l'assolement possible total vérifie la contrainte que la somme des surfaces en melon et en piment-fève vaut 86.6.
Après plusieurs essais, la convergence est atteinte pour une surface en melon de 28 ha. Sur la figure (10) sont rapportées deux étapes "extrêmes" ainsi que l'assolement de convergence. Si la surface totale mise en culture reste constante, le rendement réel du blé dépend évidemment des choix de surface en melon et en piment-fève ; nous ne l'avons pas cependant indiqué car il ne joue pas de rôle déterminant dans le choix de l'assolement.

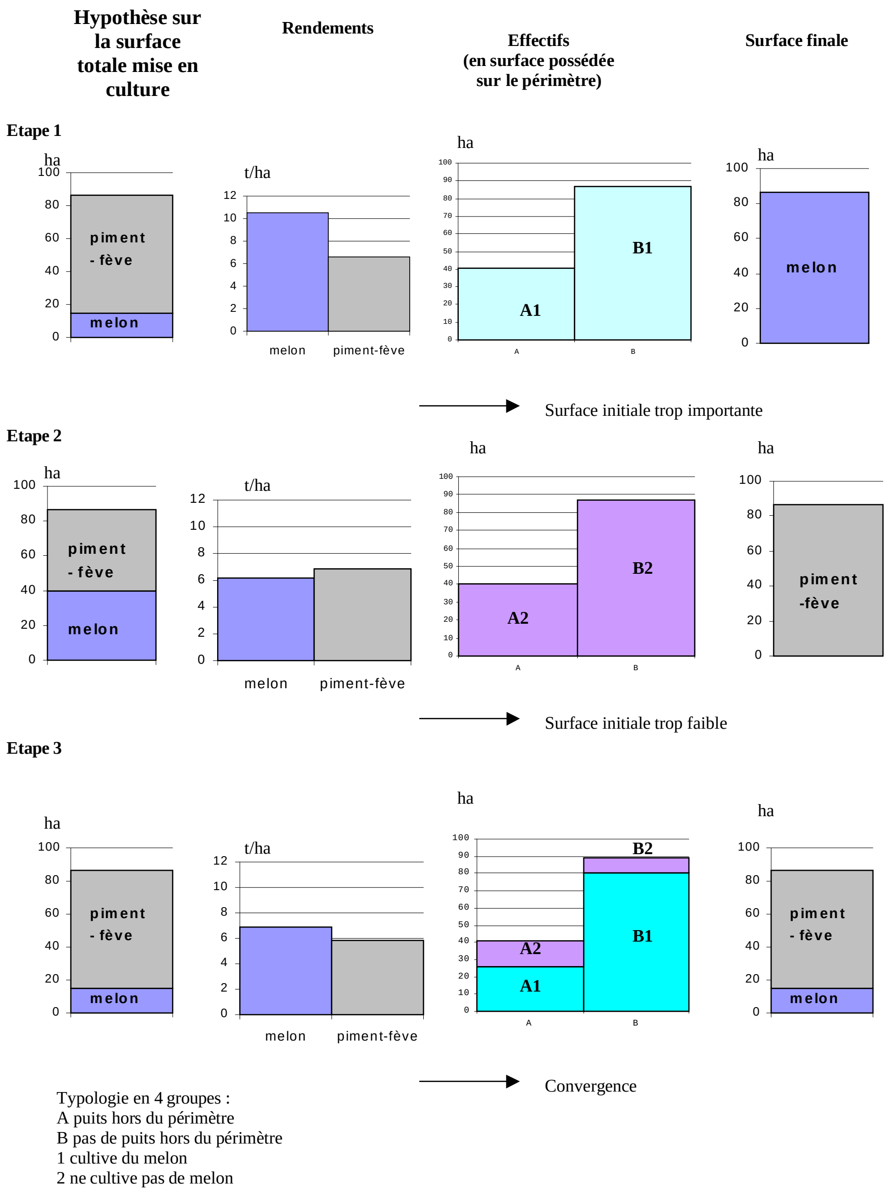

Figure 10 : différentes étapes de simulation pour atteindre l'assolement à l'équilibre

A l'assolement de convergence correspondent des rendements de 5.8 t/ha pour le piment-fève et de 6.9 pour le melon, les volumes apportés étant respectivement de 1288 et 1592 m^3/ha. Le seuil est alors de 0.45 pour le type A, c'est-à-dire que le groupe A1 est composé de 9 agriculteurs possédant ensemble une

Tableau 1 : les types d'agriculteurs à El Melalsa, selon les décisions d'assolement à l'équilibre pour la règle ex post avec durée individuelle libre

Type	Nombre d'éléments	SAU moyenne par agriculteur dans le GIC	Surface totale du type dans le GIC	Surface cultivable hors du GIC	Main d'œuvre	Coefficient moyen de pertes	Volume d'eau disponible hors du GIC (m^3/j)
A1	9	2.9	26.1	8	2.3	0.77	346
A2	3	4.8	14.4	12	2.7	0.31	346
B1	26	3.1	80.6	6	1.9	0.75	0
B2	6	1.4	8.4	0.6	2.2	0.28	0

surface dans le périmètre de 26.8 ha. Le niveau seuil est de même 0.45 pour le type B, i.e. le type B1 est composé de 26 agriculteurs représentant une surface totale de 80.6 ha (table 1). De plus, l'agriculteur type A1 moyen a une main d'œuvre de 2.3 et possède 8 ha hors du périmètre : vu le coût de la main d'œuvre, ce type A1 ne met que 0.33 ha en culture de melon dans le périmètre, soit 4.4 ha pour l'ensemble du type.
La figure (10) montre un basculement très brutale du seuil d'une surface initiale à l'autre. Cet effet est dû au fait que la simulation s'est faite avec, à chaque fois, uniquement quatre agriculteurs moyens représentant chacun un sous-type. Le basculement correspond à un changement de base optimale pour un voire deux sous-types ainsi représentés. Il aurait été possible d'obtenir un effet plus progressif en ne simulant pas l'agriculteur moyen, mais en déterminant l'agriculteur pivot, dont le niveau de perte correspond à un changement d'assolement. Cependant, il aurait été nécessaire alors de ne plus calculer des valeurs moyennes sur un type mais de raisonner sur un agriculteur précis ; or les agriculteurs ont en fait, individuellement, des caractéristiques très hétérogènes. Il n'aurait pas été intéressant d'utiliser les caractéristiques particulières des différents agriculteurs potentiellement pivots pour déterminer le seuil.

Si on compare avec les assolements réels, les surfaces totales obtenues sont relativement proches des surfaces réellement mises en culture (figure 11).
Quant au stress hydrique, l'enquête menée nous a permis de mesurer un rapport (rendement réel/rendement potentiel) moyen de 0.26 contre 0.45 simulé. Cette différence vient de l'important manque d'équité dans la distribution de l'eau.

Allocation *ex ante*

Nous simulons ici ce que seraient les choix des agriculteurs si on décide de maîtriser la longueur du tour d'eau en attribuant à chacun un quota d'heures proportionnel à la surface possédée. Chaque agriculteur fait donc ses choix individuellement, indépendamment des autres. Un des résultats est que tous les agriculteurs cultivent du melon (figure 11).

Allocation *ex post* selon les surfaces mises en culture

Nous utilisons le même formalisme que pour l'allocation *ex ante* mais ici le volume distribué pendant la période 2 est proportionnel à la surface mise en culture. L'intérêt de cette règle est que la durée du tour d'eau reste contrôlée.
Nous faisons aussi l'hypothèse que le melon doit recevoir une quantité d'eau correspondant à ses besoins (i.e. l'agriculteur va limiter si besoin est sa surface mise en culture en melon), tandis que l'eau éventuellement non utilisée pour l'irrigation du melon en période 2 pourra être utilisée pour irriguer le blé. Nous débutons avec une surface collective de 25 ha semée en melon. A cette surface correspond à un volume distribué par hectare semé en melon $v_{mel} = 3974$ m^3. Le coefficient seuil entre ceux qui choisissent de faire du melon et les autres est alors de 0.32 pour les deux types, soit une surface mise en culture en melon de 40 ha. Lorsqu'on débute avec une surface initiale de 32 ha, $v_{mel} = 2484$ m^3 et le seuil est de 0.41 pour les deux types. A part un agriculteur dans le groupe B, on obtient en fait la même répartition qu'avec la règle *ex post* sans contrôle de la durée individuelle d'irrigation. Les simulations effectuées sur des agriculteurs moyens donnent 9 ha de melon pour le sous-type A1 et 23 ha de melon pour B1.

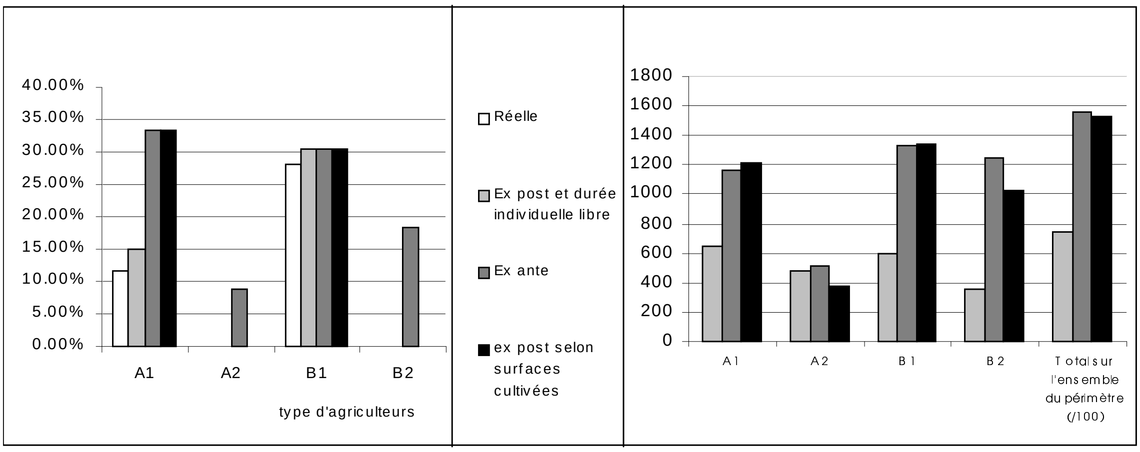

Figure 11 : pour chaque type d'agriculteur, (a) la part du melon sur la surface totale cultivable, (b) le profit à l'hectare issu des cultures du périmètre, pour les différentes allocations

Comparaison

Les règles *ex ante* et *ex post* permettent une bien meilleure valorisation de l'eau, pour tous les types d'agriculteurs (fig. 11).
En fait, la règle *ex post* selon les surfaces mises en culture valorise mieux l'eau que la règle actuelle parce qu'elle rend possible le contrôle de la durée du tour d'eau. Elle valorise aussi l'eau quasiment autant que la règle *ex ante* : si on cherchait à situer cette situation par rapport au cadre théorique présenté ci-dessus et illustré sur la figure (5), le coefficient d'hétérogénéité α serait donc de l'ordre de 0.15. Dans le cadre de l'analyse faite dans la partie théorique, on peut en déduire que l'inégalité résultant des pertes sur le réseau peut être considérée comme moyenne.
Autrement dit : l'inefficacité liée à l'équilibre de Nash de surassolement est du même ordre de grandeur que celle qui serait engendrée si la même quantité d'eau était allouée à tous les agriculteurs quelles que soient leurs places dans le périmètre.
Selon l'un des agriculteurs d'El Melalsa, 25 ha de maraîchage pourraient être mis en culture avec le réseau actuel si l'organisation était bonne. La surface qu'il propose est inférieure aux 32 ha obtenus avec la règle d'allocation *ex post* avec durée individuelle libre, elle-même inférieure à la surface semée en melon avec la règle *ex ante* (fig 11). Cet agriculteur pense qu'avec l'organisation actuelle, il serait nécessaire de limiter à 12 ha la surface mise en cultures maraîchères.
Enfin, l'intégration du risque aurait permis de prendre en compte le fait que les agriculteurs qui ont un puits hors du périmètre peuvent prendre davantage de risque dans le périmètre et ainsi forcer les autres agriculteurs à ne pas semer de cultures maraîchères.

Conclusion

Dans le contexte d'un périmètre irrigué où les agriculteurs valorisent l'eau différemment, on a caractérisé l'allocation optimale en ce qui concerne la valorisation de l'eau. Néanmoins, cette méthode dépend de la connaissance des coefficients de valorisation par le Gestionnaire, ce qui est rarement le cas.
Un marché permet d'atteindre cet optimum sans connaître ces informations. Cependant, même si le coût d'acquisition de l'information va probablement diminuer et ainsi rendre le marché plus facile à mettre en œuvre, dans de nombreux pays le statut de bien collectif attribué à l'eau restera un obstacle. Un mécanisme de révélation peut être utilisé mais il est difficile à mettre en œuvre et les taxes complexes ne sont pas aisément accepté par les agriculteurs. A notre connaissance, aucun mécanisme de révélation n'est actuellement utilisé pour allouer l'eau d'irrigation. En revanche, il serait très intéressant d'écrire le menu de contrats correspondant à ce mécanisme de révélation, d'après le principe de taxation.
Les règles existantes, *ex ante* ou *ex post*, ont l'avantage de ne pas faire appel à la connaissance des capacités à valoriser l'eau. Selon le degré d'hétérogénéité du groupe, une bonne allocation sera la règle *ex ante* ou *ex post*. Une règle mixte entre les deux précédentes peut donner de bons résultats, en particulier si le groupe est hétérogène. Enfin, une taxe convexe associée à une allocation de type *ex post*, de façon à partager les profits, incite les meilleurs agriculteurs à ne pas valoriser au mieux leur surface.

L'application au périmètre irrigué d'El Melalsa montre que, dans le cadre de l'application d'une règle donnée, l'équilibre de Nash donne une bonne lecture de la résultante des interactions stratégiques entre agriculteurs.

Lorsqu'on laisse les agriculteurs choisir eux-mêmes la règle, il existe un jeu coopératif entre les différents groupes d'agriculteurs en fonction de ce que chaque partie perd ou gagne par type d'allocation. Ainsi, Dayton-Johnson (2000) montre que, plus les associations d'irrigants sont hétérogènes, plus les riches irrigants arrivent à imposer une règle d'allocation proportionnelle à la surface possédée et non égalitaire. Il s'est produit la même chose à El Melalsa. De plus, si l'allocation avec mutualisation ne fait jamais mieux que l'allocation *ex ante*, et elle est plus difficile à mettre en œuvre. Elle profite surtout aux agriculteurs moyens, elle peut donc néanmoins être obtenue à la suite d'une négociation entre irrigants.

Bibliographie

BAUER C.J., 1997. Bringing water markets down to earth : the political economy of water rights in Chile, 1976-95. World Development 25(5).

BEDOUCHA G., 1984. L'eau, l'ami du puissant. Une communauté oasienne du Sud tunisien. Ed des archives contemporaines. CNRS.

CHAUDRY M.A., YOUNG R., 1990. Economic Impacts of Alternative Irrigation Water Allocation Institutions: Pakistan's Warabandi System. in Social Economic and Institutional Issues in IIIrd World Irrigation Management. R.K. Sampath et R.A. Young (ed.) Boulder: Westview Press.

DAYTON-JOHNSON J., 2000. Choosing rules to govern the commons: a model with evidence from Mexico. Journal of Economic Behavior and Organization, n°42.

FAYSSE N., 2000. Analyse couplée du fonctionnement technique et social d'un réseau d'irrigation : le cas des Groupements d'Intérêt Collectif sur la nappe de Kairouan en Tunisie. Séminaire d'hydrologie IAHP, 12-13 octobre 2000, Montpellier.

FAYSSE N., 2001. L'influence des règles collectives d'allocation de l'eau sur les choix stratégiques des agriculteurs. Des petits périmètres tunisiens aux prélèvements en rivière dans le bassin de l'Adour. Thèse d'économie, Paris X Nanterre.

GILLINGHAM M., 1999. Gaining Access to Water: Formal and Working Rules of Indegenous Irrigation Management on Mount Kilimanjaro, Tanzania. Natural Resources Journal, vol 39, summer.

GUESNERIE R., 1995. A contribution to the theory of pure taxation. Cambridge University Press Edition.

HOWE C., 1990. Equity versus efficiency in Indonesian Irrigation: An economic evaluation of the PASTEN Method. In Social, Economic and Institutional Issues in Third World Irrigation Management. Westview Press, Boulder.

JURRIENS R., MOLLINGA P., 1996. Scarcity by Design : Protective Irrigation in India and Pakistan. *ICID Journal*, vol 45, n°2.

LARDILLEUX, S., 2000. Fonctionnement de périmètres irrigués à différents stades d'évolution en Tunisie Centrale. Analyse des irrigations par modélisation du bilan hydrique. ENGESS, projet de fin d'étude.

LE GENTIL A., 1986. Création de périmètres irrigués en Haïti. Rôles du projet et des usagers dans la conception, la réalisation et la gestion des aménagements. In : Aménagement Hydroagricoles et système de production. Ed CIRAD/DSA.

OSTROM E., 1994. Rules, Games and Common Pool Resources. University of Michigan Press.

SCHALGER E., BLOMQUIST W., TANG S.Y., 1994. Mobile flows, Storage, and Self-Organized Institutions for Governing Common-Pool Resources. Land Economics, aug , 70(3).

PLATTEAU J.P., SEKI E., 1998. Coordination and Pooling Arrangement in Japanese Coastal Fisheries. Working Paper. n°208. University of Namur.

VERMILLON D., GARCES-RESTREPO C., 1996. Results of Management Turnover in Two Irrigation Districts in Colombia. Research Report n°4 IWMI.

Annexes

Annexe 1 Allocation optimale

Le Lagrangien du problème (6) est :

$$\Lambda = \sum s_i(a_i r(\frac{V_i}{s_i}) - k) + (\lambda - w)V - \lambda \sum V_i - \sum \mu_i(s_i - s_m) \tag{13}$$

Une des conditions du premier ordre égalise les valorisations marginales entre agriculteurs :
$\forall i \quad a_i r'(\frac{V_i}{s_i}) = \lambda$.
Par conséquent :

$$\forall i \quad v_i^* = r'^{-1}(\frac{\lambda}{a_i}) \tag{14}$$

La fonction r' est décroissante donc r'^{-1} l'est aussi : v_i^* croît avec a_i et donc décroît en i. Nous vérifions que les agriculteurs les plus compétents obtiennent plus d'eau à l'hectare que les autres. De plus, les surfaces individuelles mises en culture vérifient la condition de premier ordre :

$$a_i r(v_i^*) - v_i^* a_i r'(v_i^*) = a_i g(v_i^*) = k + \mu_i \tag{15}$$

Par conséquent, nous pouvons distinguer deux groupes d'agriculteurs :
- ceux pour qui $\mu_i = 0$, donc $s_i < s_m$ et le volume à l'hectare alloué par le Gestionnaire correspond à celui qu'aurait choisi l'agriculteur s'il était seul ;
- ceux pour qui $\mu_i > 0$, donc $s_i = s_m$ et le volume à l'hectare est supérieur à celui qu'apporterait l'agriculteur seul.
D'après l'équation (14), v_i est croissant en a_i, donc la fonction $g(u)$ est croissante. Par conséquent, d'après (15), si $a_i > a_j$ alors $a_i g(v_i^*) > a_j g(v_j^*)$ et $\mu_i > \mu_j$. Puisque $a_1 > a_2 ... > a_n$, nous avons aussi $\mu_1 > \mu_2 ... > \mu_n$.
Supposons que l'agriculteur q soit le premier de la liste qui vérifie $\mu_q = 0$, soit : $a_q g(v_q^*) = k$. Alors, pour $i < q$: $s_q = s_m$: tous les agriculteurs plus compétents que lui auront mis toute leur surface en culture.
De même, pour $i > q$, supposons que $s_i > 0$, alors $v_i^* < v_q^*$, d'où $g(v_i^*) > g(v_q^*)$, et $\frac{k}{a_i} > \frac{k}{a_q}$ ce qui donne $a_i < a_q$ ce qui est impossible.
Par conséquent $s_i = 0$ pour $i > q$, ce qui est intuitif : si l'agriculteur q ne met pas tout en culture, *a fortiori* un agriculteur de technicité inférieure ne fera pas mieux sur une partie de sa terre.

Enfin, on a, pour tout i plus petit que q : $a_i r'(\frac{V_i}{s_m}) = \lambda$ soit $V_i = s_m (r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i})$. D'où : $V = s_m \sum^{q} (r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i})$ ce qui donne une fonction implicite $\lambda(q)$.

Annexe 2 Optimalité du marché

Supposons un marché entre les agriculteurs. Ils échangent des volumes d'eau au prix unitaire p et le programme individuel est alors :

$$\underset{s_i \leq s_m}{Max}\, \pi_i = s_i \left[a_i r(\frac{V_i}{s_i}) - k \right] - pV_i$$

Au premier ordre en s_i :

$$a_i r'(\frac{V_i}{s_i}) = p$$

Au premier ordre en V_i :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial s} = a_i r(\frac{V_i}{s_i}) - a_i \frac{V_i}{s_i} r'(\frac{V_i}{s_i}) = k + \mu_i$$

On retrouve respectivement les équations (14) et (15). Si on ajoute la contrainte totale sur le volume, la résolution est identique à celle effectuée pour l'allocation optimale : on retrouve l'optimum de valorisation de l'eau.
De plus, le prix p est le multiplicateur de Lagranges λ de l'allocation optimale.

Annexe 3 Mécanisme de révélation

Condition d'incitation
Le profit d'un agriculteur de capacité à valoriser l'eau a_i et qui annonce $\widetilde{a}_i$ est :

$$
\begin{aligned}
\pi(a_i,\tilde{a}_i) &= s_i\left(a_i r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{\tilde{a}_i}))-k\right)-s_i\left(\tilde{a}_i r\left((r')^{-1}(\frac{\lambda}{\tilde{a}_i}\right)-\int_{a_q}^{\tilde{a}_i} r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{u}))h(u)du\right)\\
&= \pi(a_i,a_i)+s_i\left[\int_{a_i}^{\tilde{a}_i} r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{u}))h(u)du-(\tilde{a}_i-a_i)r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{\tilde{a}_i}))\right]\\
&= \pi(a_i,a_i)+s_i\int_{a_i}^{\tilde{a}_i}\left(r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{u}))-r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{\tilde{a}_i}))\right)h(u)du
\end{aligned}
$$

La fonction $r((r')^{-1}(\frac{\lambda}{u}))$ est croissante en u donc $\pi(a_i,\tilde{a}_i)\leq\pi(a_i,a_i)$.

Contrainte de rationalité
Le profit est une fonction croissante de a_i et $\pi(a_q)=0$: chaque agriculteur de coefficient meilleur que celui de l'agriculteur pivot q mettra tout en culture.

On montre aussi que la fonction $t(a_i)$ est une fonction croissante de a_i :

$$\frac{\partial t}{\partial a_i}=s_i\left[r(r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i})+a_i\frac{-\lambda}{a_i^2}((r')^{-1})'(\frac{\lambda}{a_i})r'(r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i})-r(r')^{-1}(\frac{\lambda}{a_i})\right]$$

Or le terme $((r')^{-1})'$ est négatif donc $\frac{\partial t}{\partial a_i}\geq 0$. De même, V est une fonction croissante de a_i, ce qui justifie la forme de la courbe dessinée sur la figure (2).

Annexe 4 Allocations *ex post* avec et sans mutualisation des profits

Allocation *ex post* sans mutualisation du profit

Soit $z(x)=a_x r(\frac{V}{xs_m})-k-w$ une fonction décroissante en x. La surface totale mise en culture est donnée par l'indice de seuil $p(w)$ tel que : $z(p(w))=0$. Supposons que $w<v_q aqr'(v_q)$, où q est l'agriculteur pivot pour l'allocation optimale. Puisque le volume par hectare décroît en i pour l'allocation optimale : $\frac{V}{qs_m}>v_q$. Donc :

$$z(q)>a_q r(v_q)-k-w=v_q r'(v_q)-w>0$$

Par conséquent $p>q$ et il y a au moins un surassolement pour $w<v_q aqr'(v_q)$.
De plus, la valorisation totale est : $W_{expost}=s_m\sum_1^{p(w)}(a_i r(\frac{V}{ps_m})-k)$
Par conséquent, à l'optimum :

$$\frac{dW_{expost}}{dw}=\frac{dw}{dp}s_m\left[\sum^{p_{opt}}\left(a_i\frac{-V}{p_{opt}^2 s_m}r'(\frac{V}{p_{opt}s_m})\right)+\left(a_{p_{opt}}r(\frac{V}{p_{opt}s_m})-k\right)\right]=0 \tag{16}$$

Cette relation donne l'équation de définition de la partie principale.

Allocation *ex post* avec mutualisation des revenus
D'après la description des trois groupes d'agriculteurs faite dans la partie principale, la surface totale mise en culture est :

$$S(\theta)=\frac{1}{2\theta}\sum_{i=1}^{o(\theta)}\frac{1}{a_i r(\frac{V}{S})-k}+s_m\left(m(\theta)-o(\theta)\right) \tag{17}$$

On remarque que $S(\theta)<s_m m$, donc $m>p(0)$, l'agriculteur pivot pour la règle d'allocation *ex post* sans taxe. D'autre part, puisque l'ensemble des cotisations s'annulent, la valorisation totale est :

$$W_{mut}=\frac{o(\theta)}{2\theta}+s_m\sum_{o(\theta)}^{m(\theta)}\left(a_i r(\frac{V}{S(\theta)})-k\right)$$

Si on cherche le θ optimal :

$$\frac{\partial W}{\partial\theta}=-\frac{o(\theta)}{\theta^2}+s_m\sum_{o(\theta)}^{m(\theta)}a_i\frac{-V}{S^2}r'(\frac{V}{S})\frac{dS}{d\theta}=0$$

On obtient ainsi la relation caractérisant S à θ optimal donné :

$$\frac{o(\theta)}{\theta^2}=s_m\frac{-V}{S^2}r'(\frac{V}{S})\frac{dS}{d\theta}\sum_{o(\theta)}^{m(\theta)}a_i$$

On obtient bien une fonction $S^*(\theta)$, la dérivée $\frac{dS}{d\theta}$ étant calculée à partir de l'équation (17).

Annexe 5 Le modèle de décisions d'assolement à El Melalsa

Les choix des agriculteurs sont simulés avec des modèles de programmation linéaire dans un contexte déterministe. Deux modèles légèrement différents sont construits pour les règles *ex post* et *ex ante*.
Nous considérons que le piment suivi par la fève constitue une seule culture. Parce que le prix réel de l'eau est élevé en fin de réseau et parce que les cultures se chevauchent, nous prenons en compte le fait que l'agriculteur peut délibérément décider de ne pas irriguer autant que nécessaire le blé et la fève. Nous considérons qu'il mettra toujours suffisamment peu de melon pour lui assurer un absence de stress. Pour les agriculteurs disposant d'eau hors du périmètre, nous estimons qu'il est toujours profitable d'irriguer correctement la fève hors du périmètre puisque le coût d'exhaure de l'eau de puits est moins élevé et, d'après nos observations de terrain, les agriculteurs peuvent toujours décider de ne pas irriguer leur blé suffisamment en cas de contraintes sur l'eau.
Les caractéristiques de l'agriculteur sont : sa surface dans (SAU) et hors ($SAUH$) du périmètre, le coefficient de perte moyen sur l'ensemble de ses parcelles a ($a = 1$ si il n'y a pas de pertes et a diminue lorsque les pertes augmentent), la main d'œuvre familiale (MO) et un éventuel volume journalier disponible hors du périmètre par un puits (Vjh).
Les variables de décision sont : les surfaces dans le périmètre en blé, piment-fève et melon (S_{ble}, S_{pfe}, S_{mel}), hors du périmètre (S_{bleh}, S_{pfeh}, S_{melh}), les volumes totaux affectés au blé en période 1 et 2 (V_{ble1}, V_{ble2}), au piment-fève (V_{pfe}), et de même hors du périmètre (V_{bleh1}, V_{bleh2}), et enfin la possibilité de louer de la main d'œuvre en mars ($Locmoms$) et en juin ($Locmojn$).
Les contraintes communes aux deux modèles sont :
○ la limitation de surface dans le périmètre : $S_{ble} + S_{pfe} + S_{mel} \leq SAU$ et de même hors du périmètre $S_{bleh} + S_{pfeh} S_{melh} \leq SAUH$;
○ l'impossibilité de semer du melon sur la même parcelle plus d'une année sur trois :
$S_{mel} \leq \frac{SAU}{3}$ et de même hors du périmètre ;
○ la contrainte en main d'œuvre en mars et en juin ;
○ l'obligation de semer du blé au moins une année sur trois : $S_{ble} \geq \frac{SAU}{3}$ et de même hors du périmètre.
La dernière contrainte correspond au fait que les agriculteurs cultivent du blé par tradition, avec une autoconsommation importante ; les agriculteurs cultivent aussi du blé pour limiter la prise de risque puisque, même si l'agriculteur décide de ne pas l'irriguer et de s'en remettre à la pluie, cette culture nécessite un faible investissement initial.
Lorsqu'un agriculteur pourra choisir le volume apporté à l'ensemble de la surface cultivée, on part de l'équation très approximative suivante :

$$r = r_m \left[1 - ky(1 - \frac{aV + s.pluie}{s\Sigma ETM}) \right]$$

où r est le rendement réel, r_m est le rendement maximal, ky le coefficient de stress hydrique, V le volume apporté et s la surface choisie. Enfin, ΣETM représente l'évapotranspiration maximale totale sur la période de culture considérée. Si P est le prix de la culture, CV les charges variables, Pe le prix de l'eau alors le profit réalisé avec la culture est :

$$\begin{aligned} \pi &= (P.r - CV)s - PeV \\ &= \left(P.r_m \left[1 - ky(1 - \frac{pluie}{\Sigma ETM}) - CV \right] \right) s + (aP.r_m.\frac{ky}{\Sigma ETM} - Pe)V \\ &= \alpha.s + (a\beta - Pe).V \end{aligned}$$

avec $\alpha = P.r_m \left[1 - ky(1 - \frac{pluie}{\Sigma ETM}) - CV \right]$ et $\beta = P.r_m.\frac{ky}{\Sigma ETM}$
Dans le cas du blé, nous utiliserons $r = r_m[1 - ky(1 - \frac{V_{ble1} + V_{ble2} + pluie}{s\Sigma ETM})]$ soit une marge brute tirée de cette culture :

$$\pi_{ble} = (P.r_m(1 - ky(1 - \frac{pluie}{\Sigma ETM})) - CV)S_{ble} + (P.r_m.\frac{ky}{\Sigma ETM} - Pe)V_{ble1} + (P.r_m.\frac{ky}{\Sigma ETM} - Pe)V_{ble2}$$

De même, pour le melon : $\pi_{mel} = (P.r_m - CV)S_{mel} - Pe.\frac{\Sigma ETM - pluie}{a}$
Il faut aussi vérifier qu'à chaque pas de temps le volume apporté est inférieur au besoin compte tenu des pertes :

Tableau 2 : principaux coefficients utilisés pour la simulation sur le GIC d'El Melalsa

Culture	Période	Ky	Récolte max. (T)	ETM totale (mm)	Pluie (mm)	Besoins totaux en irrigation (m^3)	Besoin d'irrigation par période (m^3)	Prix de la culture (DT/T)	Charges (DT/ha)	α	β	Revenu si la culture est suffisamment irriguée (DT/ha)
Blé	1	1.05	4	2770	900	4110	1870	285	200	81.42	0.43	1686
	2			2960	720		2240					
Piment fève		1	7	4059	1480	2579	1900	280	800	-85.34	0.43	1160
							0					
Melon	2		15	829	720	4650	1000	250	1000	2570		2570
	3			3900	250		3650					

$$\begin{cases} -\Sigma ETM.S_{pfe} + aV_{pfe} \leq pluiepfe \\ -\Sigma ETM.S_{ble} + aV_{ble1} \leq pluie1 \\ -\Sigma ETM.S_{ble} + aV_{ble2} \leq pluie2 \end{cases}$$

Le melon nécessite 550 m^3 en plus en début de période 2 car nous prenons en compte une irrigation de semis. Le prix de l'eau est de 0.041 DT/m^3 dans le périmètre et le coût d'exhaure de l'eau d'un puits vaut 0.02 DT/m^3. Enfin, les marges brutes hors du périmètre sont pour la fève de 1288 DT et pour le melon de 2663 DT. En ce qui concerne la ressource collective, la pompe fonctionne 10 heures par jour du 1^{er} septembre au 15 mars et 20 heures pendant l'autre partie de l'année.

Lors des différentes simulations effectuées, le blé n'est jamais financièrement intéressant, il est donc cultivé à son niveau minimal, i.e. une surface totale de 43.35 ha ; c'est-à-dire que les autres cultures sont situées sur un segment $S_{mel} + S_{pfe} = 86.65$ ha.

Compléments pour la règle avec durée individuelle libre

Un logiciel de bilan hydrique, Bilhy, a été conçu sous Excel. Il permet, compte-tenu d'une règle donnée de distribution de l'eau, d'établir un bilan hydrique pour chaque champ et donc d'estimer les rendements liés à des stress hydriques (Lardilleux, 2000). Ce logiciel utilise une année pluviométrique médiane à la fois pour les saisons d'hiver et d'été.

A un jour donné, les besoins en eau pour chaque plante sont satisfaits. Le tableur calcule le temps nécessaire pour irriguer selon les besoins des plantes toute la surface du périmètre en fonction du débit journalier : l'irrigation des surfaces n'est ensuite recommencée qu'au bout de cette durée. On recrée ainsi une évolution de la longueur du tour d'eau en fonction de la surface mise en culture et de la pluviométrie (fig. 12). Enfin, Bilhy calcule le rendement associé à chaque culture i par le biais de la formule suivante :

$$r = r_m[1 - ky_i(1 - \frac{\Sigma ETR}{\Sigma ETM})]$$

Tous les agriculteurs du périmètre obtiendront ce rendement ; néanmoins, les agriculteurs prennent en compte les pertes sur le réseau lorsque, à un tour d'eau donné, ils irriguent de façon à remplir le réservoir sol. Les factures d'eau payées au GIC différeront donc suivant la place de l'agriculteur sur le réseau.

Nous avons aussi utilisé les éléments suivants.

- Le tour d'eau est au minimum d'une semaine.
- Les agriculteurs n'apportent que 50% du maximum entre le réservoir de surface et le réservoir racinaire pour le blé et le piment-fève, ceci pour prendre en compte le fait que, même si les agriculteurs ont des stratégies d'irrigation différentes, ils n'irriguent jamais le piment-fève et le blé au maximum de leurs besoins, comme le montrent les bilans hydriques effectués.
- Pour 130 ha mis en culture, le taux de perte moyen en prenant en compte les pannes chroniques de la pompe est de 50%.

Compléments pour la règle *ex ante*

Soit V_{j1} et V_{j2}les volumes quotidiennement délivrés par la pompe pendant les périodes 1 et 2. Soit aussi $V_{jh} = 346m^3$ le volume d'exhaure quotidien à partir d'un puits.

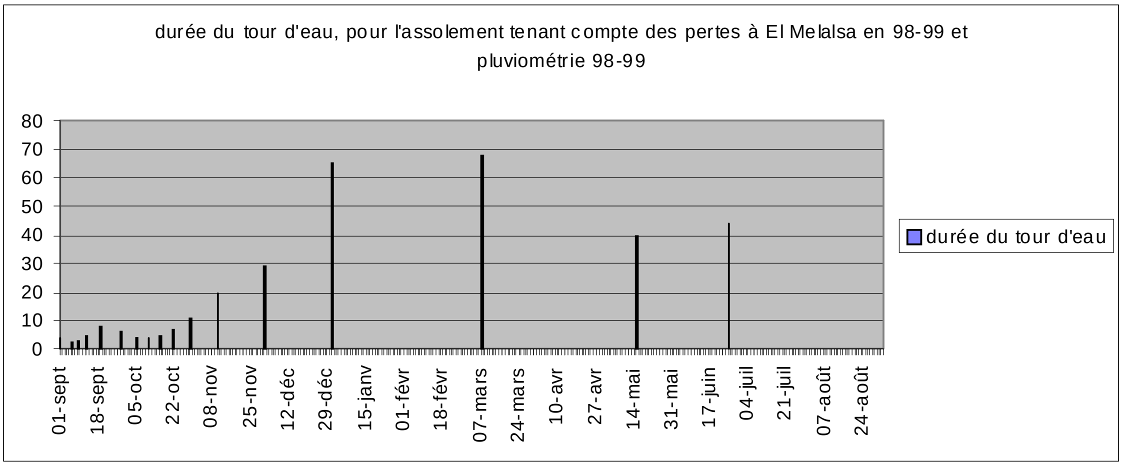

Figure 12 : simulation de l'évolution de la longueur du tour d'eau pour la règle de durée individuelle d'irrigation libre avec assolement et pluie de l'année 98-99 pour El Melalsa

Chaque agriculteur peut irriguer jusqu'à un volume de $V_j.\frac{SAU}{\Sigma SAU}$ par jour. Par conséquent, avec $n_{per1} = 135$ et $n_{per2} = 46$ les durées respectives des périodes 1 et 2, les nouvelles contraintes sont en période 1 :

$$\begin{cases} V_{ble1} + V_{pfe} \leq V_{j1}.\frac{SAU}{\Sigma SAU}.n_{per1} \\ \text{et à l'extérieur } 1870S_{pfe} + V_{bleh1} \leq V_{jh}n_{per1} \end{cases}$$

De la même façon, en période 2 :

$$\begin{cases} \frac{\Sigma ETM - pluie}{a}S_{mel} + V_{ble2} \leq V_{j2}.\frac{SAU}{\Sigma SAU}.n_{per2} \\ \frac{\Sigma ETM - pluie}{a}.S_{mel} + V_{bleh2} \leq V_{jh}.n_{per2} \end{cases}$$

Compléments pour la règle *ex post* proportionnelle aux surfaces mises en culture
Chaque agriculteur reçoit pendant la période 2 un volume total proportionnel à la surface qu'il a mise en culture en melon S_{mel}, soit $V = n_{per2}\frac{S_{mel}V_j}{S_{totmel}}$ où V_j représente le volume quotidien délivré par la pompe, ici 1728 m^3/j, et S_{totmel} la surface totale mise en culture en melon. Puisque le melon nécessite 1000 m^3 pendant la période 2, l'équation représentant les besoins en melon pendant la période 2 devient alors : $1000.S_{mel} + V_{ble2} < \mu a.S_{mel}$ soit $(1000 - \mu a).S_{mel} + V_{ble2} < 0$.