

Modélisation hamiltonienne de systèmes non linéaires micro-mécatroniques. Application au développement et au contrôle d'actionneurs en AMFM

Jean-Yves GAUTHIER¹, Arnaud HUBERT¹, Joël ABADIE¹,
Nicolas CHAILLET¹, Christian LEXCELLENT²

¹Laboratoire d'Automatique de Besançon, UMR CNRS 6596, ENSMM, UFC
24 rue Alain Savary, 25000 Besançon, France

²Institut Femto-st, département de mécanique appliquée UMR CNRS 6174, ENSMM, UFC, UTBM
24 chemin de l'Épitaphe, 25000 Besançon, France

jean-yves.gauthier@ens2m.fr
<http://www.lab.cnrs.fr>

Résumé— Cet article se propose d'appliquer le formalisme de Lagrange et plus particulièrement son extension hamiltonienne pour pouvoir concevoir, modéliser et contrôler des systèmes micro-mécatroniques. Dans ce but, la modélisation dynamique originale d'un actionneur à base d'Alliage à Mémoire de Forme Magnétique (AMFM) sera présentée. Cette modélisation de type énergétique est mise en œuvre dans le but d'obtenir une formulation homogène entre magnétisme, dynamique du solide et thermodynamique des processus irréversibles utilisée pour l'étude des matériaux actifs. Le formalisme hamiltonien bien adapté à cette tâche est alors introduit et utilisé. Cet article propose quelques rappels sur ce formalisme ainsi que sur les AMFM. Il pose ensuite l'écriture d'un hamiltonien divisé en trois parties étudiées séparément puis les équations de Hamilton qui sont alors utilisées afin d'obtenir le jeu d'équations complet utilisé dans des simulations, ce qui permettra, au delà du travail présenté ici, d'utiliser le modèle dans le cadre d'une commande non-linéaire de type modelage d'énergie (*energy shaping*).

Mots-clés— Modélisation, dynamique non-linéaire, matériaux actifs, alliages à mémoire de forme magnétiques, AMFM, formalisme lagrangien et hamiltonien.

I. INTRODUCTION

Le domaine de la mécatronique s'étend de plus en plus aux composants et systèmes de petite et très petite tailles devenant ce que l'on peut appeler la *micro-mécatronique*. Dans ce domaine, la conception de capteurs et d'actionneurs fait de plus en plus appel à des matériaux dit *actifs*. La plupart de ces derniers permettent simultanément une fonction actionnement et une fonction capteur de manière intégrée et distribuée. Cette intégration permet une mise en œuvre facilitée à des échelles micro jusqu'ici inaccessible aux systèmes mécatroniques classiques *multi-composants*.

Parmi les différents matériaux actifs utilisables (pour une revue complète, voir [1]), les alliages à mémoire de forme magnétiques (AMFM) sont des candidats possibles. Leurs performances les situent entre les matériaux piézo-

électriques (haute fréquence mais faible déformation) et les alliages à mémoire de forme classiques (grande déformation mais faible fréquence d'utilisation), c'est pourquoi, ils doivent faire l'objet d'une étude approfondie. En effet, peu d'équipes, notamment en France, se sont intéressées à l'utilisation pratique et au développement de systèmes mécatroniques mettant en jeu ces matériaux particuliers.

De nombreux travaux sur ces matériaux ont montré un comportement fortement non linéaire, ce qui posera certainement de sérieux problèmes de contrôle aux systèmes les mettant en œuvre. Des travaux antérieurs ont permis de proposer un modèle de comportement quasi-statique permettant une prédiction raisonnable [2]. Ce modèle est basé sur la thermodynamique des processus irréversibles mettant en œuvre une formulation énergétique du comportement du matériau (déformation en fonction des contraintes mécaniques et du champ magnétique appliqué). Afin d'étendre ce type de modèle quasi-statique à une utilisation dynamique permettant la conception d'actionneurs innovant et d'algorithmes de commande performants, nous proposons de modéliser l'actionneur complet à l'aide du formalisme de Hamilton. Ce formalisme permet, de notre point de vue, une grande *cohérence* et une *élégance* dans la modélisation complète du système mécatronique et nous ouvre les portes des commandes non-linéaires récentes basées sur des fonctionnelles d'énergie (*Lyapunov based design* [3], *passivity based control* [4], *energy shaping and damping assignment* [5], *Port Hamiltonian Control* [6], etc).

Cet article se propose de décrire dans un premier temps les propriétés et caractéristiques des AMFM puis de rappeler les techniques de modélisation utilisant les formalismes de Lagrange et de Hamilton. Dans un second temps, nous présenterons la modélisation d'un actionneur particulier mettant en œuvre un AMFM et entraînant une charge

mécanique. Des simulations seront également présentées.

II. LES ALLIAGES À MÉMOIRE DE FORME MAGNÉTIQUES (AMFM)

A. Généralités

Parmi les caractéristiques des matériaux actifs, la déformation maximale atteignable est une propriété importante pour la conception d'actionneurs. Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) traditionnels sont l'un des matériaux actifs possédant la plus grande déformation, cependant, ils présentent des temps de réponse importants en raison du mode de conversion d'énergie qui implique un transfert de chaleur. L'ordre de grandeur de la réponse dynamique est la seconde bien qu'il dépende fortement de la géométrie de l'actionneur. Un nouveau type d'AMF réagissant à un champ magnétique a été obtenu dans les années 1995/1996 par plusieurs équipes de recherche au MIT, USA (alliage Ni_2MnGa) [7] et à l'université du Minnesota, USA (alliage FePd) [8]. Ces matériaux ont connu par la suite plusieurs améliorations concernant notamment la température de fonctionnement et la valeur maximale de déformation. Cette propriété magnétique supplémentaire a alors permis d'obtenir des déformations importantes (de 6 à 10 %) avec un temps de réponse beaucoup plus court que les AMF classiques en raison d'un contrôle par champ magnétique. L'ordre de grandeur de la réponse dynamique est désormais la milliseconde. L'AMFM utilisé dans cet article est le plus courant à l'heure actuelle, c'est à dire un monocristal de Ni-Mn-Ga. Dans ce matériau, la martensite peut être présente dans un même échantillon sous trois orientations différentes qu'on appelle les trois *variantes* de martensite (cf. figure 1 (a)).

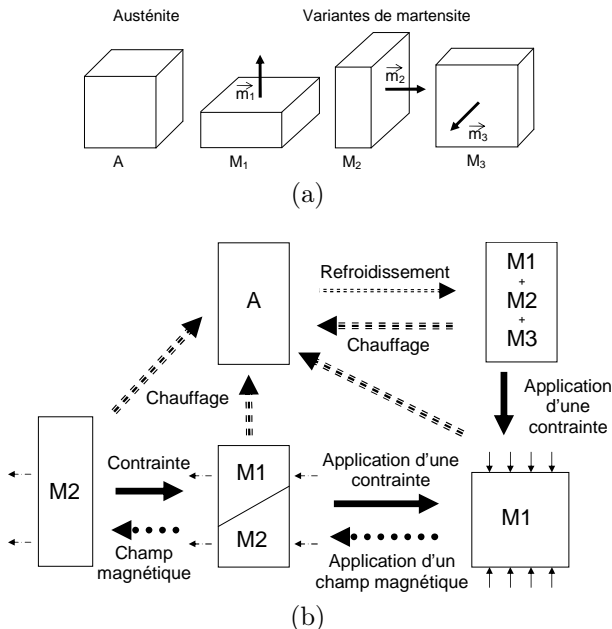


Fig. 1. Constitution d'un AMFM : (a) représentation de l'austénite et des trois variantes de martensite, (b) réarrangement martensitique : influence de la contrainte et du champ magnétique.

Le principe du réarrangement martensitique est représenté sur la figure 1 (b) : à haute température, le matériau

est en phase austénitique. Après refroidissement, l'austénite se transforme en martensite en ne privilégiant aucune variante. Nous obtenons alors un échantillon contenant à parts égales les trois variantes de martensite (M1, M2 et M3). Si nous appliquons une contrainte suivant une direction particulière, la variante correspondante à cette direction croît aux dépens des deux autres. Si cette contrainte est suffisante, l'échantillon ne contient plus qu'une seule variante de martensite, par exemple M1. Si nous diminuons cette contrainte, la fraction volumique de cette variante M1 ne diminue pas selon le même chemin qu'elle avait précédemment emprunté en raison d'un fort hystérésis. Cependant, l'application d'un champ magnétique dans une direction orthogonale à celle de la contrainte peut favoriser la création d'une autre variante de martensite, par exemple M2. Si enfin nous diminuons le champ magnétique en appliquant la contrainte, la variante M1 réapparaît progressivement. Si nous appliquons un champ magnétique dans une direction orthogonale à l'axe court de la martensite (également axe de facile aimantation), les plaquettes de martensite ont tendance à s'orienter de manière à ce que l'axe de facile aimantation soit l'axe d'application du champ, ce qui correspond pour notre exemple à la variante M2.

En résumé, un champ magnétique favorise la création de la martensite qui a son axe court dans la direction de ce champ. Le réarrangement d'une variante en une autre crée une déformation macroscopique et donc un déplacement. Ce comportement nous permet d'utiliser l'AMFM comme actionneur. Pour avoir un actionnement réversible en appliquant un champ magnétique, il est nécessaire de pré-contraindre l'échantillon dans une direction orthogonale au champ magnétique appliqué. Notons également que nous pouvons toujours revenir à l'état austénitique en chauffant le matériau.

Ce matériau ne présente malheureusement pas que des avantages et parmi ses limitations, nous pouvons citer la fragilité du matériau, le champ magnétique important à créer (400 kA/m), la forte dépendance à la température des paramètres du matériau, la faible contrainte de blocage (2-3 MPa), ainsi qu'un hystérésis très important.

B. Modélisation thermodynamique

B.1 Introduction

La modélisation proposée ici est basée sur la thermodynamique des processus irréversibles à variables internes. Le lecteur pourra se référer à [2] pour une explication du modèle. Nous reprenons, dans cette partie quelques points clés de cette modélisation. Nous considérons un échantillon d'AMFM constitué de deux variantes de martensite nommées M1 et M2. La variable interne z et son complément $(1 - z)$ sont respectivement les fractions volumiques de martensite M2 et M1. Un champ magnétique H et une contrainte mécanique σ sont appliqués sur l'échantillon comme dans la partie II-A. La déformation ε est alors séparée en une partie élastique $\frac{\sigma}{E}$ et une partie due à la réorientation des variantes de martensite $\gamma \cdot z$, avec E , le module d'Young de l'AMFM et γ , la déformation maximale due au réarrangement.

B.2 Energie libre de Helmholtz

L'expression de l'énergie libre de Helmholtz Φ est divisée en trois parties : $\Phi = \Phi_{meca} + \Phi_{int} + \Phi_{mag}$. Afin de pas surcharger le modèle, nous négligerons l'énergie thermique (la température est considérée constante) ainsi que l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie cinétique de l'AMFM lui-même.

Φ_{meca} prend en compte l'énergie élastique et l'énergie due au réarrangement martensitique :

$$\Phi_{meca}(\varepsilon, z) = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{E}{2}(\varepsilon - \gamma z)^2 \quad (1)$$

Φ_{int} correspond à l'énergie d'interaction entre les variantes :

$$\Phi_{int}(z) = K_{12} \cdot z \cdot (1 - z) \quad (2)$$

K_{12} est le paramètre d'interaction entre les variantes M1 et M2 et Φ_{mag} est l'énergie magnétique de l'AMFM :

$$\Phi_{mag}(B, z) = \int_0^B H db \quad (3)$$

B.3 Comportement magnétique de l'AMFM

Nous considérons deux variables internes dans la modélisation magnétique de l'AMFM. La figure 2 montre le volume élémentaire représentatif [9]. $\alpha(H)$ correspond à la largeur du domaine de Weiss et $\theta(H)$ est l'angle de rotation de la magnétisation. Si aucun champ magnétique n'est appliqué, α et θ sont égaux à zéro. Lorsqu'un champ magnétique faible est appliqué dans la direction \vec{x} , α augmente (correspondant à une magnétisation dans la direction de facile aimantation de M2). Lorsqu'un champ plus important est appliqué, θ augmente de manière à aligner la magnétisation dans la direction du champ magnétique appliqué (correspondant à une magnétisation dans la direction de difficile aimantation de M1). La magnétisation dans la direction \vec{x} est déduite à partir de la figure 2 :

$$M(z, H) = M_S [(2\alpha(H) - 1)z + \sin(\theta(H))(1 - z)] \quad (4)$$

De plus les fonctions $\alpha(H)$ et $\theta(H)$ sont choisies de manière à obtenir un comportement linéaire suivi d'une saturation pour $M(H)$ lorsque z est constant :

$$\begin{aligned} 0 \leq \alpha &= \frac{\chi_a H}{2M_S} + \frac{1}{2} \leq 1 \\ 0 \leq \theta &= \arcsin\left(\frac{\chi_t H}{M_S}\right) \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

χ_a et χ_t sont respectivement les susceptibilités magnétiques suivant les axes de facile et de difficile aimantation. M_S est la valeur de magnétisation à saturation.

B.4 Inégalité de Clausius-Duhem

Comme le comportement mécanique du matériau est irréversible, nous écrivons l'inégalité de Clausius-Duhem, correspondant au second principe de la thermodynamique qui peut être réduit à :

$$dD = \pi^{f*} dz \geq 0 \quad (6)$$

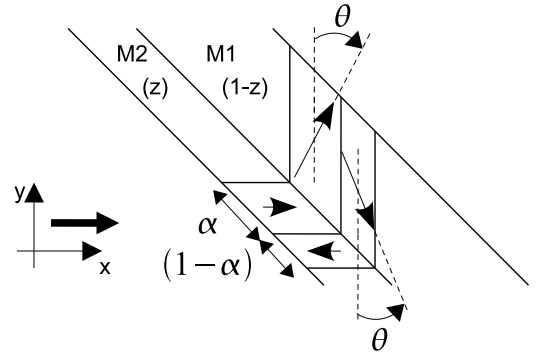


Fig. 2. Volume élémentaire représentatif, les flèches représentent les magnétisations locales au sein des domaines.

où π^{f*} est la force thermodynamique associée à z :

$$\pi^{f*} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \sigma\gamma - K_{12}(1 - 2z) + \pi_{mag}^f(\alpha, \theta) \quad (7)$$

Nous observons dans cette expression l'opposition entre la contrainte mécanique de compression $\sigma < 0$ et la force due au champ magnétique $\pi_{mag}^f(\alpha, \theta)$. Cette dernière a pour expression :

$$\begin{aligned} \pi_{mag}^f(\alpha, \theta) &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\int_0^B H db \right) \\ &= \mu_o M_S^2 \left[\frac{(1 - 2\alpha) \sin \theta}{\chi_t} + \frac{(2\alpha - 1)^2}{2\chi_a} + \frac{\sin^2 \theta}{2\chi_t} \right] \end{aligned}$$

Une boucle complète, c'est à dire pour un réarrangement complet de $z = 0$ to $z = 1$ (chemin a) et de $z = 1$ à $z = 0$ (chemin b), est reportée sur la figure 3. Le réarrangement commence lorsque $\pi^{f*} \geq \pi^{cr}$ pour le chemin a et lorsque $\pi^{f*} \leq -\pi^{cr}$ pour le chemin b. Lorsque le réarrangement a démarré, le comportement est modélisé par l'équation cinétique suivante :

$$\pi^{f*} = \lambda_C \dot{z} \quad (8)$$

Nous écrivons cette fonction sous la forme simplifiée :

$$\pi^{f*}(z, \dot{z}) = \lambda_C \left[z + \frac{\text{sign}(\dot{z})}{2} - \frac{1}{2} \right] + \pi^{cr} \cdot \text{sign}(\dot{z}) \quad (9)$$

Dans cette expression, on ne prend pas en compte les boucles internes. λ_C correspond à une cinétique constante. π^{cr} correspond à un frottement interne.

III. LE SYSTÈME ET SA MODÉLISATION HAMILTONIENNE

A. Présentation du banc d'essai

Nous proposons de modéliser l'actionneur à base d'AMFM représenté sur la figure 4 : un circuit magnétique, composé d'un bobinage électrique et d'un noyau ferromagnétique, permet de générer un champ magnétique dans l'entrefer où est inséré l'échantillon d'AMFM. Celui-ci est en contact mécanique avec, d'une part, le support fixe et, d'autre part, une charge mobile.

B. Formalisme de Hamilton

On se propose de modéliser le système complet dans un formalisme de Hamilton. Dans le cas d'un système physique

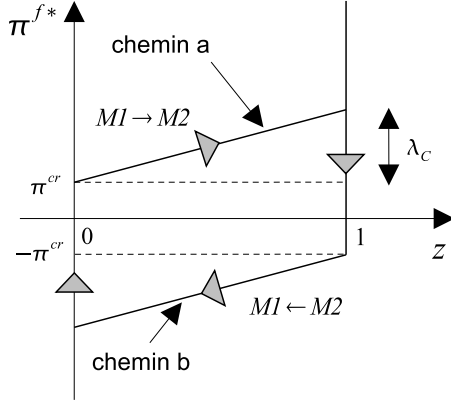


Fig. 3. Force thermodynamique π^{f*} en fonction de la variable z .

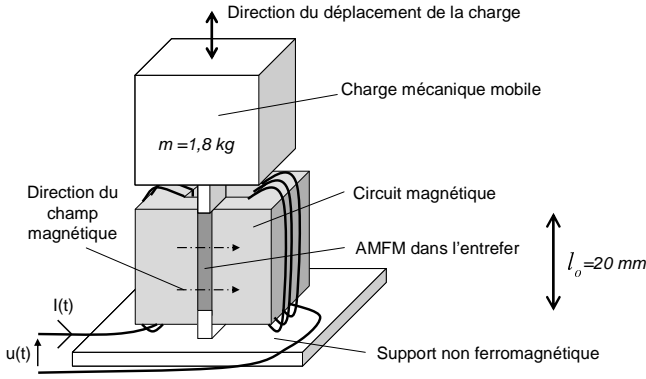


Fig. 4. Schéma général du système modélisé.

classique – non relativiste –, l'hamiltonien correspond à l'énergie totale exprimée en utilisant les variables \mathbf{q} et les impulsions généralisées \mathbf{p} :

$$\mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \mathcal{T}(\mathbf{p}) + \mathcal{V}(\mathbf{q}) \quad (10)$$

Les $2n$ équations d'ordre 1 de Hamilton sont alors :

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \end{cases} \quad i \in [1, n] \quad (11)$$

Les techniques récentes dites "Port-Hamiltonian" utilisent alors les outils matriciels du formalisme d'état de sorte que nous puissions mettre les équations de Hamilton sous la forme matricielle suivante [5] :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} q_i \\ p_i \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \end{pmatrix} \quad (12)$$

L'extension lagrangienne à un système dissipatif (fonction de Rayleigh \mathcal{F} et énergie dissipée par frottement secs \mathcal{W}_s) avec des contraintes cinématiques f_i (multiplicateur de Lagrange λ_i) et commandé par un effort extérieur $u_i(t)$ peut également être utilisée dans un hamiltonien augmenté :

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial \mathcal{W}_s}{\partial q_i} - \lambda \cdot \frac{\partial f_i}{\partial q_i} + u_i(t) \end{cases} \quad (13)$$

En utilisant une matrice \mathbf{A} qui représente les contraintes cinématiques entre les différentes variables q_i ainsi qu'une matrice \mathbf{R} de dissipation tenant compte des frottements secs et visqueux et une commande $u(t)$:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & -\mathbf{R} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{p}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A} \end{pmatrix} \cdot \lambda + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} \cdot u(t) \quad (14)$$

IV. LES DIFFÉRENTES ÉNERGIES MISES EN JEU

Nous établissons dans cette partie les énergies nécessaires à la modélisation. Les sous-systèmes (éléments) du système complet seront étudiés successivement (circuit magnétique, AMFM et charge entraînée). Dans chacun de ces éléments, nous expliciterons les variables q_i , les impulsions généralisées p_i , l'hamiltonien, la matrice de dissipation \mathbf{R} , ainsi que les contraintes cinématiques pour la matrice \mathbf{A} .

A. Énergies du circuit magnétique

La modélisation choisie pour le circuit magnétique est du type réseau d'inductances, cette modélisation permet de prendre en compte les fuites magnétiques ainsi que la saturation du matériau ferromagnétique avec un calcul numérique réduit comparé aux méthodes plus précises telles que la méthode des éléments finis. Dans cet exemple, les pertes par courant de Foucault seront négligées (le matériau ferromagnétique est constitué de tôles en Fe-Si afin de limiter ce type de pertes).

A.1 Choix des variables

Nous avons choisi une notation « électrostatique » car elle permet d'obtenir la tension appliquée aux bornes du bobinage comme une force extérieure généralisée. Le circuit choisi est représenté sur la figure 5. Les inductances L_{fer} , L_f , L_e et L_{amfm} représentent respectivement les inductances du Fe-Si, des fuites, de l'entrefer et de l'AMFM. Remarquons dès à présent que les inductances L_{fer} et L ont des comportements non-linéaires. Les variables choisies sont alors :

	q_i	\dot{q}_i	p_i	f_i
Bobinage	charge q_c	I	ϕ	u
Fer	D_{fer}	$H_{fer} \cdot l_{fer}$	$B_{fer} \cdot S_{fer}$	E_{fer}
Fuites	D_f	$H_f \cdot l_f$	$B_f \cdot S_f$	E_f
Entrefer	D_e	$H_e \cdot l_e$	$B_e \cdot S_e$	E_e
AMFM	D	$H \cdot l$	$B \cdot S$	E

Pour le bobinage, une forme globale est prise en compte avec la charge électrique q_c et le courant I . Pour le reste du circuit, une forme locale est utilisée avec les excitations magnétiques H_i et les excitations électriques D_i .

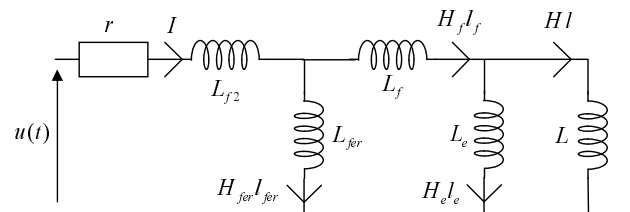


Fig. 5. Modélisation sous forme de réseau d'inductances.

A.2 Potentiel de dissipation

Les pertes par effet Joule sont prises en compte par un potentiel de dissipation (fonction de Rayleigh). r représente la résistance du bobinage électrique.

$$\mathcal{F}_1 = \frac{1}{2} r \dot{q}_c^2 \quad (15)$$

A.3 Énergies magnétiques

L'énergie magnétique dépend des champs magnétiques B_i (impulsions généralisées p_i) et du volume V :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = \mathcal{W}_{mag} &= \int_V \int_o^{B_i} H_i(b) db \cdot dV \\ &= \mathcal{W}_{f_2} + \mathcal{W}_{f_{fer}} + \mathcal{W}_f + \mathcal{W}_e \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{f_2}(\phi) &= \frac{\phi^2}{2L} \\ \mathcal{W}_{f_{fer}}(B_{fer}) &= V_{fer} \int_o^{B_{fer}} H_{fer}(b) db \\ \mathcal{W}_f(B_f) &= V_{fuites} \frac{1}{2\mu_o} B_f^2 \\ \mathcal{W}_e(B_e) &= V_{entrefer} \frac{1}{2\mu_o} B_e^2 \end{aligned} \quad (17)$$

L'expression de l'énergie contenue dans le Fe-Si \mathcal{W}_{fer} ne peut pas être simplifiée sans prendre en compte le comportement magnétique non-linéaire du Fe-Si. Un comportement du matériau de la forme $arctan$ est utilisé dans les simulations.

A.4 Effort extérieur

L'effort extérieur correspond à la tension appliquée aux bornes du bobinage : $f_{ext} = u(t)$.

A.5 Contraintes cinématiques

Le théorème d'Ampère (loi des noeuds sur la représentation de la figure 5) fournit des relations algébriques supplémentaires entre les variables, celles-ci correspondent à des contraintes cinématiques :

$$\begin{aligned} Ni &= H_{fer} \cdot l_{fer} + H_f \cdot l_f \\ \xrightarrow{\text{integration}} \quad f_1(q) &= D_{fer} + D_f - Nq_c \\ H_f \cdot l_f &= H_e \cdot l_e + H \cdot l \\ \xrightarrow{\text{integration}} \quad f_2(q) &= D_f - D_e - D \end{aligned} \quad (18)$$

l_{fer} , l_f , l_e et l sont respectivement les longueurs du noyau ferromagnétique, des fuites, de l'entrefer et de la largeur de l'AMFM.

B. Énergies de l'AMFM

	Variable q_i	\dot{q}_i	p_i
AMFM	champ D	$H \cdot l_{amfm}$	$B \cdot S$
AMFM	fraction z	\dot{z}	p_z
AMFM	déformation ε	$\dot{\varepsilon}$	p_ε

L'hamiltonien correspond à l'énergie totale, soit :

$$\mathcal{H}_{amfm} = V_{amfm} \cdot \Phi \quad (19)$$

B.1 Énergie perdue en chaleur dans l'AMFM

La puissance de dissipation \mathcal{P}_{perdue} est déduite de l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{perdue} &= V_{amfm} \dot{D} = V_{amfm} \cdot \pi^{f*}(z, \dot{z}) \cdot \dot{z} \\ &= V_{amfm} \left(\lambda_C \cdot \dot{z} \cdot \left[z + \frac{\text{sign}(\dot{z})}{2} - \frac{1}{2} \right] + \dot{z} \cdot \pi^{cr} \cdot \text{sign}(\dot{z}) \right) \end{aligned}$$

On peut incorporer cette puissance de dissipation dans la matrice de dissipation \mathbf{R} en ajoutant le terme (cf. [5]) :

$$\left(\frac{\partial \mathcal{P}_{perdue}}{\partial \dot{z}} \right) / \dot{z} \quad (20)$$

C. Énergies de la charge entraînée

La charge mécanique est modélisée par une énergie cinétique (masse m soit $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2m} p_x^2$) et une énergie potentielle de pesanteur (constante de gravitation g soit $\mathcal{E}_p = mgx$). Un potentiel de dissipation modélise les frottements de la charge dans l'air (coefficient de frottements visqueux f soit $\mathcal{F}_2 = \frac{f}{2} \dot{x}^2$).

	q_i	\dot{q}_i	p_i
Charge mécanique	position x	\dot{x}	p_x

La charge est fixée à l'AMFM, nous avons alors une relation liant ε à x , soit la contrainte cinématique :

$$l_o \cdot \varepsilon = x \quad \Rightarrow \quad f_3(q) = x - l_o \varepsilon \quad (21)$$

V. ÉCRITURE DES ÉQUATIONS DE HAMILTON

$$\mathbf{q} = [q_c, D_{fer}, D_f, D_e, D, z, \varepsilon, x]^T \quad (22)$$

$$\mathbf{p} = [\phi, B_{fer} S_{fer}, B_f S_f, B_e S_e, BS, p_z, p_\varepsilon, p_x]^T \quad (23)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\partial \mathcal{P}_{perdue}}{\partial \dot{z}} \right) / \dot{z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} -N & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_o & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{B}^T = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \quad (26)$$

$$\lambda^T = (\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3) \quad (27)$$

VI. SIMULATIONS NUMÉRIQUES DU MODÈLE DYNAMIQUE

Les simulations numériques sont réalisées à l'aide de Matlab Simulink® en mettant en œuvre des S-fonctions programmées en langage C. Une rampe en tension suffisamment lente est appliquée à l'entrée du simulateur de manière à vérifier le comportement quasi-statique du modèle. Un échelon est ensuite appliqué afin d'étudier son comportement dynamique. Les paramètres de simulation respectent les ordres de grandeur physiques mais ne sont pas issus d'une procédure d'identification expérimentale. La figure 6 présente les principales grandeurs. Nous pouvons remarquer que l'effet dynamique combiné au comportement non-linéaire de l'AMFM permet d'obtenir une déformation

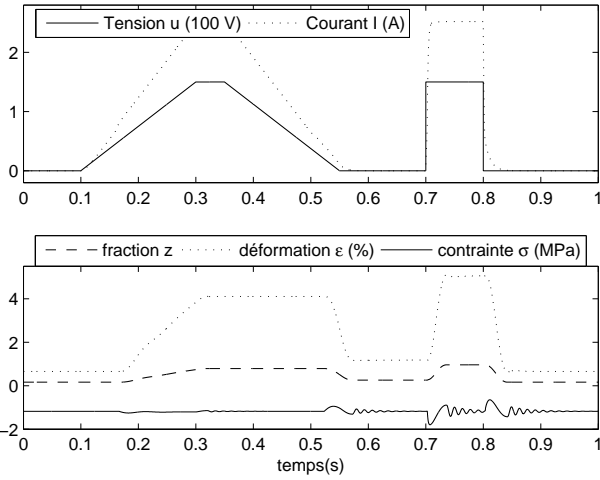


Fig. 6. Comportement dynamique simulé (grandeurs principales).

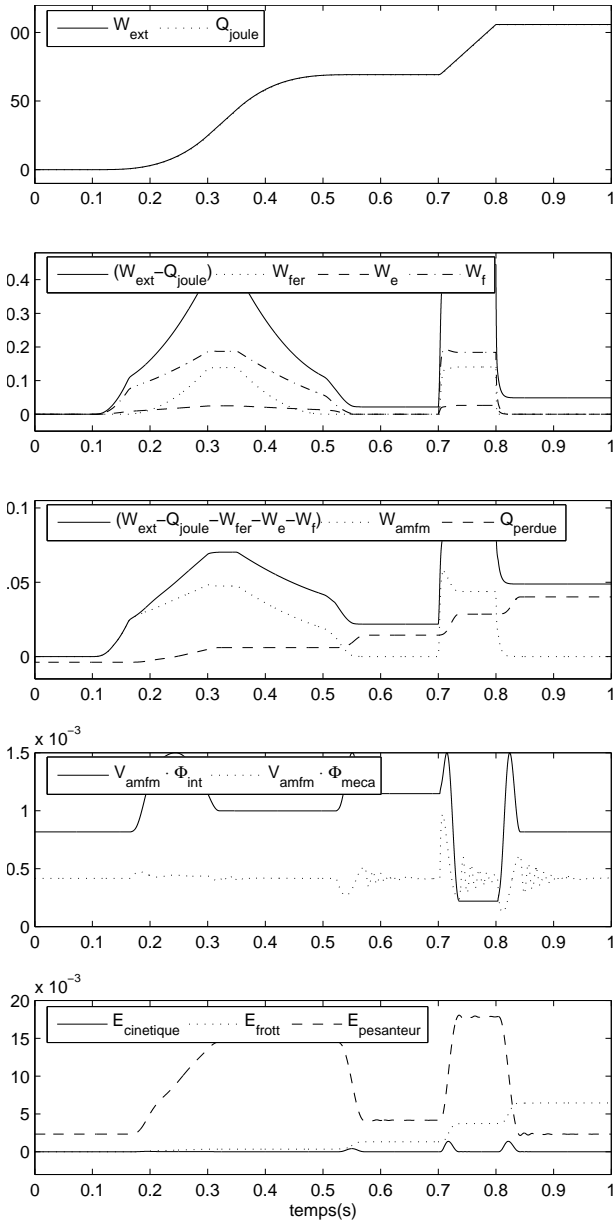


Fig. 7. Évolution des grandeurs énergétiques simulées (Joules).

en régime permanent plus importante qu'en régime quasi-statique. Cela est dû à la diminution de la contrainte de compression du fait de l'accélération et des dissipations qui apparaissent en dynamique.

Les différentes énergies sont également tracées sur la figure 7. Le premier graphe nous indique clairement que dans notre système, l'énergie fournie est principalement dissipée par effet joule dans la bobine (courbes superposées). L'énergie restante est alors répartie entre les différentes énergies magnétiques du circuit et l'énergie de l'AMFM. Cette dernière est principalement séparée en une énergie magnétique et une énergie perdue par l'hystérésis. Les énergies d'interaction et élastique dans l'AMFM sont très faibles par rapport aux autres. Sur le dernier graphe, les énergies de la charge sont présentées. Moins de 20 mJ sont récupérés par la charge, contre une centaine de Joules fournie au système. Ces simulations montre clairement un rendement énergétique médiocre de l'actionneur. Ce problème peut être en partie résolu en utilisant un actionneur de type Push-Pull fonctionnant en impulsions de tension [10].

VII. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Cet article a présenté une méthode basée sur le formalisme de Hamilton permettant de modéliser la dynamique complète d'un système micro-mécatronique mettant en œuvre des alliages à mémoire de forme magnétiques. Le modèle proposé permet actuellement de simuler différents comportements dynamiques et ainsi d'estimer les rendements de ce nouveau système de conversion d'énergie électro-mécanique. Un tel modèle nous permettra prochainement d'étudier le développement d'un système de commande complet en utilisant les techniques non-linéaires de contrôle énergétique proposées dans [3] [4] [5].

RÉFÉRENCES

- [1] J. L. PONS : *Emerging Actuator Technologies : A Micromechatronic Approach*. John Wiley and Sons inc, 2005.
- [2] J. Y. GAUTHIER, C. LEXCELLENT, A. HUBERT, J. ABADIE et N. CHAILLET : Modeling rearrangement process of martensite platelets in a magnetic shape memory alloy Ni₂MnGa single crystal under magnetic field and (or) stress action. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 18(3):289-299, 2007.
- [3] R. SEPULCHRE, M. JANKOVIĆ et P. KOKOTOVIĆ : *Constructive Nonlinear Control*. Springer-Verlag, 1997.
- [4] R. ORTEGA, A. LORIA, P. J. Nicklasson P. J. et H. SIRA RAMIREZ : *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, 1998.
- [5] A. Van der SCHAFT : *L₂-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer-Verlag, 2000.
- [6] A. ASTOLFI et A. J. Van der SCHAFT, éditeurs. *Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control*. Special Issue of European Journal of Control, Volume 10, Number 5. Hermes, 2004.
- [7] K. ULLAKKO, J. K. HUANG, C. KANTNER, R. C. O'HANDLEY et V. V. KOKORIN : Large magnetic-field-induced strains in ni₂mnga single crystals. *In Applied Physics Letters*, volume 69, pages 1966-1968, 1996.
- [8] R. D. JAMES et M. WUTTIG : Magnetostriction of martensite. *In Philosophical Magazine A*, volume 77, pages 1273 - 1299, 1998.
- [9] L. HIRSINGER et C. LEXCELLENT : Modelling detwinning of martensite platelets under magnetic and (or) stress actions in ni-mn-ga alloys. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 254-255:275-277, 2002.
- [10] J. Y. GAUTHIER, A. HUBERT, J. ABADIE, C. LEXCELLENT et N. CHAILLET : Multistable actuator based on magnetic shape memory alloy. *In ACTUATOR 2006, 10th International Conference on New Actuators, Bremen, Germany*, pages 787-790, 2006.