

Les scholies grecques aux *Éléments* d'Euclide

Bernard Vitrac, CNRS, Centre Louis Gernet, UMR 8567

*La rage d'arriver à une conclusion
est la plus funeste et la plus stérile des manies*¹

I. En guise d'introduction : des scholies en général

Le substantif français « scholie » dérive du neutre grec ancien « σχόλιον » qui signifie explication, interprétation, commentaire se rapportant à un texte (premier). Cependant, si l'on en croit le savant et néanmoins très utile dictionnaire de Paul Robert, il convient de distinguer deux emplois techniques, caractérisés par le genre :

- Au féminin, la scholie est une note philologique, historique ou critique, due à un commentateur ancien et se rapportant à l'interprétation ou à l'authenticité d'un texte de l'Antiquité.
- Au masculin, il s'agit, *en mathématiques*, d'une remarque à propos d'une définition ou d'un théorème².

Ce deuxième sens (vieilli selon le *Robert*) est bien connu des lecteurs des textes scientifiques de la Renaissance et de la période classique. Il ne se distingue pas seulement par le genre. Le scholie peut être autographe³ tandis que la scholie, en principe, constitue un paratexte allographe. Pourtant il semble bien que leurs raisons d'être soient semblables et que l'habitude d'insérer des scholies (au masculin) tire son origine de la fréquentation des manuscrits des textes mathématiques anciens, lesquels contiennent de nombreuses scholies, notamment les manuscrits des *Éléments* d'Euclide.

Dans les deux cas, il s'agit d'échapper à la stricte progression déductive en ce qu'elle peut avoir d'opaque pour le lecteur. D'où les retours en arrière explicatifs, les remarques programmatiques, les rapprochements éclairants avec ce qui va suivre qu'autorisent les scholies. Elles permettent aussi de suspendre momentanément l'exposé strictement objectif et impersonnel du texte annoté pour introduire des jugements de valeur, des dialogues avec d'autres textes ou d'autres auteurs, des traits polémiques ...

¹ Flaubert, cité par J. L. Borgès, *Discussions* (La défense de « Bouvard et Pécuchet »), dans *Œuvres complètes*, Bibliothèque de la Pléiade, Paris, Gallimard, vol. I, p. 261.

² *Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française*, dit aussi Grand Robert, Paris, Société du nouveau Littré—Le Robert, 1978, tome sixième, article « scolie ou scholie », p. 175.

³ Cf. les très importants scholies que Newton insère dans l'exposé des *Principia* qui combinent ainsi la rigueur de la forme euclidienne et la liberté que permet l'auto-commentaire.

Une situation en quelque sorte intermédiaire, qui pourrait au demeurant avoir joué un rôle historique important dans la fixation du sens mathématique de "scholie", est celle qu'offrent les recensions médiévales ou renaissantes des *Éléments*, lesquelles combinent un texte primaire — une certaine version du texte euclidien — et des commentaires que l'auteur de la recension revendique comme siens⁴. D'où, par exemple, les *annotationes* de Campanus (XIII^e s.), ou les abondants *scholia* de Clavius (XVI^e s.) dont la fonction est d'éclairer les points obscurs du texte ancien, d'illustrer un traité initialement dépourvu d'exemples, d'en discuter la terminologie, d'apporter des compléments "naturels" à l'exposé euclidien.

Quant à l'origine du sens philologique, elle ne fait guère de doutes : un certain nombre d'auteurs anciens désignent eux-mêmes leurs commentaires comme des *scholies*. Pour nous en tenir au cas des mathématiques, c'est ce que font Pappus, Théon d'Alexandrie, au IV^e siècle de notre ère, et, surtout, Eutocius d'Ascalon⁵ (VI^e s.). Chez les deux premiers, il s'agit toujours de renvoyer à leurs commentaires sur l'*Almageste* de Ptolémée. Le commentateur d'Archimède et éditeur d'Apollonius en fait en revanche un usage plus large. La chronologie a ici son importance : dans l'Antiquité tardive le codex de parchemin — l'ancêtre de nos livres — remplace progressivement les rouleaux de papyrus utilisés auparavant. Antérieurement, en particulier à l'époque hellénistique, les commentaires existaient donc sous la forme d'ouvrages séparés : le texte commenté pouvait être enrichi de signes diacritiques — un peu comme nos appels de notes — indiquant au lecteur que tel vers ou tel passage était l'objet d'un commentaire; celui-ci, de son côté, rappelait le passage concerné par une citation éventuellement abrégée : le lemme.

Dans quelques rares papyri on observe toutefois l'alternance du texte et du commentaire car leur rapprochement sur une même surface facilite évidemment leur confrontation; certains commentaires marginaux existent parfois aussi, mais c'est avec l'adoption progressive du codex que le phénomène va prendre de l'ampleur jusqu'à produire, au IX^e siècle de notre ère, des manuscrits où le texte premier est de toutes parts encerclé par des annotations marginales. Peut-être déjà aux IV^e-V^e siècles, sans doute au VI^e, certains commentaires vont être démembrés et repris sous forme de scholies, le plus souvent marginales, parfois interlinéaires⁶. La consultation conjointe du texte premier et de son commentaire s'en trouve grandement facilitée, mais le risque de voir disparaître la version intégrale du texte second s'amplifie d'autant. *A posteriori* c'est donc ce qui fera la valeur des dites scholies.

⁴ Même si son intervention peut être considérable, par le choix qu'il opère entre les versions existantes ou les altérations qu'il peut introduire dans le texte, notamment dans les preuves, il n'est généralement pas responsable du texte primaire. V. les études que S. Rommevaux a consacrées au cas de Campanus (La proportionnalité numérique dans le Livre VII des *Éléments* de Campanus. *Revue d'Histoire des Mathématiques*, Tome 5 (1999), 83-126; Rationalité, exprimabilité : une relecture médiévale du Livre X des *Éléments* d'Euclide. *Revue d'Histoire des Mathématiques*, Tome 7, (2001), 91-119.

⁵ V. Decorps-Foulquier, M., *Recherches sur les Coniques d'Apollonius de Pergé et leurs commentateurs grecs*. Paris, Klincksieck, 2000, p. 68.

⁶ V. Wilson, N. G., *Scholars of Byzantium*, London, Duckworth, 1983, p. 33-36.

II. Des scholies aux *Éléments* d'Euclide en particulier

De son édition du corpus euclidien⁷, Heiberg leur a consacré le volume 5 (1888) dans lequel il reproduit environ 1380 scholies portant sur les Livres I-XIII et une cinquantaine portant sur les Livres inauthentiques XIV et XV⁸. La même année, il publie une petite monographie de 78 pages, rédigée en danois avec un résumé en français⁹. Il y classe les scholies en différents groupes et propose une histoire — et donc une date — pour deux de ces groupes, celui des scholies dites vaticanes et celui des scholies dites *Vindobonensis*, désignés d'après la localisation des manuscrits les plus importants qui les contiennent, respectivement le Vatican et Vienne¹⁰. A cette occasion il en édite encore une cinquantaine. Enfin l'article « Paralipomena zu Euklid »¹¹ complète ce qui précède, en tenant compte d'autres manuscrits. Heiberg y publie encore certaines scholies, notamment une trentaine appartenant à un précieux manuscrit de l'Escorial¹².

Compte tenu de ce qui précède, le lecteur aura compris qu'il s'agit avant tout de préserver un corpus exégétique ancien et non pas d'étudier la manière dont on a annoté un texte dans telle ou telle copie, ce qui donnerait plutôt des informations sur la manière dont on a utilisé les *Éléments* dans le monde byzantin médiéval¹³. Cela revient à recueillir les fragments conservés d'un auteur polycéphale, ayant vécu à différentes époques et qui aurait écrit, selon divers points de vue, tout un ensemble d'explications d'un même texte premier. Le corpus est donc d'emblée hétéroclite. Ajoutons qu'en fait il n'est même pas parfaitement défini, et ce, pour plusieurs raisons.

D'abord parce que les marges des manuscrits grecs ont permis l'insertion d'un paratexte qui ne se limite pas aux scholies au sens étroit du terme : le copiste a pu y insérer des titres ou des intertitres, une remarque issue de la comparaison de copies divergentes consultées. Le réviseur y portera une correction, par exemple une portion à rétablir, ou encore,

⁷ *Euclidis opera omnia*, ed. I. L. Heiberg & H. Menge, Leipzig, Teubner, (1883-1916). Partiellement rééditée par E. S. Stamatis, Leipzig, Teubner, (1969-1977). Les scholies figurent dans les volumes V, 1, 2 (1977). Dans la suite de cet article je me référerai à cette édition (j'utilise l'abréviation *EHS* pour la désigner). J'utilise également le conspectus siglorum de Heiberg pour désigner les plus anciens manuscrits grecs des *Éléments* (v. *EHS*, II, p. VIII) et les collections de scholies (v. *EHS*, V, 1, p. X-XIV).

⁸ Encore ne s'agit-il que d'une *sélection*. Les annotations du genre : « d'après le x° du y° » pour signifier « d'après le x° théorème du y° Livre » sont extrêmement nombreuses dans les marges de nos manuscrits et Heiberg n'en a pas fait un relevé systématique.

⁹ *Om Scholierne til Euklids Elementer, Mémoires de l'Académie Royale de Copenhague*, 6^e série. Classe des Lettres, vol. II, Kopenhague, 1888. Résumé en français, p. 70-78.

¹⁰ Ces deux collections, contenant respectivement 138 et 461 scholies, n'épuisent donc pas l'ensemble, loin s'en faut, d'autant qu'elles ne sont pas disjointes (une bonne quarantaine d'éléments de la première ont été repris dans la seconde). Dans ce qui suit, je me limiterai pour l'essentiel aux scholies vaticanes. Selon Heiberg, les scholies *Vindobonensis* sont des annotations byzantines élaborées par les érudits des IX^e-XI^e s., et réunies aux XI^e-XII^e.

¹¹ Publié en trois parties dans la revue *Hermes. Zeitschrift für classische Philologie*, XXXVIII (1903), 46-74, 161-201, 321-356.

¹² Ms *Scolar. Gr.* 221, Φ, III, 5 (Heiberg utilise le sigle *S* pour le désigner); v. « Paralipomena ... », 60-67 et 334-345.

¹³ Clairement le nombre élevé des scholies confirme que cet usage fut extensif.

dans le cas d'un texte mathématique, il ajoutera une preuve différente issue d'éditions divergentes encore en circulation. Un utilisateur du manuscrit écrira une remarque pour manifester sa réaction de lecteur : perplexité, approbation, indignation ..., devant tel passage. Il paraphrasera ou résumera tel autre, ce qui constitue une manière de se l'approprier. Ceci n'est pas rare quand il s'agit de démonstrations et, aujourd'hui encore, un écrit mathématique se lit souvent « crayon en main ». Un professeur introduira un balisage du texte, par exemple un système de renvois, qui l'aidera à mettre en évidence la structure déductive du traité dans son cours ... Bref les extraits de commentaires côtoieront toutes sortes de gloses marginales et il est parfois difficile de les distinguer. Quelquefois l'annotation porte l'indication de son origine, mais la plupart du temps il n'en est rien : elles restent anonymes et, par conséquent difficiles à attribuer et à dater.

Deuxième problème, l'identification d'une scholie en tant que telle (*i.e.* comme annotation marginale) dépend de l'étape que nous pouvons appréhender dans le processus de transmission du texte premier. Car il ne fait aucun doute que dans les manuscrits grecs que nous possédons, un certain nombre de séquences textuelles qui figurent maintenant à l'intérieur du texte premier existaient sous la forme de scholies marginales à un moment antérieur de l'histoire du texte¹⁴. Dans le cas des *Éléments* la confrontation entre la tradition directe des manuscrits byzantins d'une part et, d'autre part, la tradition indirecte des traductions médiévales, notamment arabes et arabo-latines, montre que ce phénomène d'intégration de scholies au texte a été massif. Mais, en l'état actuel des choses, on ne dira certainement pas qu'il s'agit là de scholies; ce sont simplement des interpolations¹⁵. Tout au plus peut-on dire, dans certains cas mais non pas dans tous, qu'à l'origine de ladite interpolation il faut sans doute postuler une scholie "source".

Enfin, troisième difficulté, certaines identifications sont difficiles à faire tout simplement à cause de la position de l'annotation au regard du texte premier. C'est le cas de ce que l'on peut appeler les scholies *liminaires*. Un ouvrage important, composé de plusieurs Livres propose parfois une table des matières, soit globale, soit Livre par Livre, une sorte de guide pour le lecteur¹⁶. Dans le cas des "classiques" mathématiques que sont devenus les

¹⁴ Malgré un ensemble de techniques scripturaires pour ne pas confondre texte premier et scholies : écritures minuscule / majuscule; droite / penchée; dépourvue ou non d'abréviations, sans oublier les signes diacritiques, l'utilisation de tailles et/ou de couleurs différentes ... V. Dain, A., *Les manuscrits*, Paris, Belles-Lettres, rééd. 1975, p. 31, 128, 152; Devreesse, R., *Introduction à l'étude des manuscrits grecs*. Paris, Klincksieck, 1954, p. 28-30. Cela dit, si ces usages sont bien attestés dans les manuscrits byzantins soignés, il n'en était peut-être pas de même du temps des *volumen* de papyrus. Déjà Galien mentionne le risque de contamination d'un texte par des annotations marginales. V. les références données dans Devreesse, *Ibid.*, p. 81, notes 5-7.

¹⁵ D'où la différence de traitement que leur fait subir Heiberg : les portions jugées par lui inauthentiques sont éditées avec le texte, le plus souvent dans des annexes insérées dans chacun des volumes I à IV de son édition, parfois dans le texte lui-même, entre crochets carrés.

¹⁶ Dans le ms *Parisin. gr.* 2344 (*q* dans le conspectus siglorum de Heiberg), entre les L. IX et X (f° 174^v-176^v), on trouve une sorte d'introduction au L. X sous forme de schémas et de scholies. V. *EHS*, V, 2, p. 86-90. Elle constitue une sorte de résumé ou plutôt de "table des matières" du L. X. Cette même introduction au L. X a été aussi copiée par Aréthas (V. *EHS*, V, 1, p. XIX) dans le ms *B* (f° 2-3) avec le titre : « διαίρεσις τοῦ δεκάτου τῶν Εὐκλείδου στοιχείων » (Division du dixième Livre des *Éléments* d'Euclide), suivie (f°4^r) de la scholie N°22 de l'Appendix Scholiorum II (*EHS*, V, 2, p. 335, l. 6-22). Cette collection existe aussi dans le ms

textes de l'époque hellénistique, sans doute aussi pour les auteurs de l'époque romaine (Héron, Ptolémée), ces tables ou résumés sont inauthentiques; mais on ne considère pas pour autant qu'il s'agit là de scholies.

De même, à partir d'Archimède (III^e s. avant notre ère), les auteurs d'ouvrages mathématiques vont prendre l'habitude de préfacier leurs ouvrages, surtout quand ils les destinent à une large circulation. Par contre-coup, certains traités qui n'en possédaient pas se verront pourvus d'une introduction, là encore plutôt tardive et, par conséquent, inauthentique¹⁷. Dans tous ces cas, il s'agit d'ajouts qui ne sont à proprement parler des scholies. Cela dit, dans les *Éléments*, plusieurs Livres s'ouvrent par une série de définitions (et même de principes dans le cas du Livre I), énoncés généralement plutôt courts qui, occupant peu de place dans le texte premier, sont entourés d'espaces marginaux très restreints. Et puisque ces Définitions introduisent les objets fondamentaux et/ou nouveaux d'un Livre, elles ne peuvent pas laisser indifférents les commentateurs et autres glosateurs. Il semble donc qu'on ait composé des scholies liminaires pour des raisons à la fois matérielles et épistémologiques, placées en tête de Livres, d'où la confusion possible avec les tables des matières ou les introductions dont je parlais précédemment. Ces scholies soulignent l'apparition d'objets nouveaux¹⁸ et commentent globalement les Définitions d'un Livre¹⁹. Le cas le plus édifiant est celui de la scholie insérée par le copiste du *Vaticanus gr.* 190 (le célèbre manuscrit *P*) dans les folii 3 à 13²⁰, avant le début du Livre I et qui inclut, entre autres choses, les 23 Définitions du Livre I²¹, chacune accompagnées d'extraits du commentaire de Proclus (V^e s.). La sélection de ces extraits a dû être faite pour une copie (pas nécessairement *P* lui-même) dans laquelle on avait préalablement réservé un certain nombre de folii car si, dans les commentaires aux Df. I. 1-19 le résumé est parfois brutal, au milieu de celui consacré aux Df. I. 20-21 (regroupées ici comme chez Proclus), il ne s'agit plus de citer Proclus mais de le reproduire²² ! Pour les Df. I. 22, 23, le scholiaste insère intégralement les commentaires de Proclus. Sans doute s'était-il rendu compte qu'il disposait d'assez de place pour ce faire.

La méthode suivie par Heiberg pour identifier les scholies au sens strict du terme — les extraits de commentaires antiques — est exemplaire même si les résultats obtenus sont malheureusement plutôt limités et peut-être même en partie discutables. Il vaut la peine d'en

Bibliothecae Magliabecchianae Florentinae XI, 53 (Maglb., XV^e s.); v. Heiberg, « Paralipomena ... », p. 349. Le fait qu'elle ait été copiée par Aréthas dans *B* exclut (*pace* Heiberg) qu'il s'agisse d'une production byzantine tardive due à M. Psellos par exemple (cité plusieurs fois dans Maglb.). Le rapport qu'elle entretient éventuellement avec le commentaire attribué à Pappus mériterait d'être examiné de plus près.

¹⁷ C'est par exemple le cas des *Phénomènes* d'Euclide. V. *Euclid's Phænomena. A translation and Study of a Hellenistic Treatise in Spherical Astronomy*. J. L. Berggren & R. S. D. Thomas. New York and London, Garland Publishing Inc., 1996, en particulier p. 10-12 qui mentionne en outre d'autres exemples.

¹⁸ V. les scholies N°III. 1; IV. 1; V. 1, 3; VII. 1, 7; X. 1; XI. 1; XIII. 1.

¹⁹ V. les scholies N°IV. 4; X. 1, 2. On comprend qu'il n'y ait pas de scholies liminaires pour les L. VIII, IX, XII, dépourvus de Définitions et qui traitent d'objets définis dans des Livres antérieurs (respectivement VII et XI).

²⁰ Elle représente un peu plus de 30 pages dans l'édition de Heiberg (*EHS*, V, 1, p. 39-69).

²¹ Je me réfère à la numérotation de l'édition de Heiberg.

²² Comparer *EHS*, V, 1, p. 62, l. 23—p. 63, l. 25 et *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum Commentarii*, ed. G. Friedlein, Leipzig, Teubner, 1873, 1967, p. 167, l. 11—p. 168, l. 25.

dire quelques mots. La démarche consiste, pour l'essentiel, à confronter les scholies avec les portions conservées de commentaires, identifiées comme tels, d'analyser la méthode de travail du ou des scholiaste(s), et, à partir de là, de procéder par induction pour des commentaires, ou des portions de commentaires, dont on peut supposer l'existence, mais qui sont désormais perdues. Ainsi, dans le cas des *Éléments*, nous possédons le commentaire au premier Livre par Proclus, conservé en grec, et celui au Livre X, par Pappus, conservé (au moins partiellement) dans la traduction arabe d'Abû 'Uthmân ad-Dimashqî (X^e s.). Or il y a de bonnes raisons de croire que Pappus avait commenté d'autres Livres que le dixième, peut-être même la totalité du traité²³; le cas de Proclus est moins assuré²⁴. Heiberg a donc confronté les scholies des Livres I et X aux deux commentaires cités ci-dessus, ce qui lui a permis d'identifier certains groupes de scholies ayant des caractéristiques stylistiques communes et/ou que l'on retrouve dans les mêmes familles de manuscrits.

Il se trouve que son travail a été passablement facilité par un phénomène par ailleurs assez troublant : à une certaine époque, on a réuni des collections séparées de scholies se rapportant aux *Éléments*, comme si, aujourd'hui, quelqu'un produisait un écrit en compilant les notes infrapaginales d'un texte.

III. Les collections séparées de scholies : la collection vaticane

Au moins trois collections de ce genre existent dans des manuscrits des *Éléments* plutôt anciens²⁵ :

- (i) la collection appelée **V^c**, contenue dans les folii 283 à 292 du manuscrit *Vindobonensis gr. phil.* 103 (**V** ; XI-XII^e s.), copiée par l'une des premières mains du manuscrit; il s'agit de 65 scholies qui portent sur les Livres X à XIII.
- (ii) la collection appelée **q^c**, contenue dans les folii 358 à 366 du manuscrit *Parisinus gr.* 2344 (**q** ; XII^e s.), copiée par la première main; il s'agit de 17 scholies portant uniquement sur le premier tiers du Livre X.
- (iii) la collection insérée dans le *Vaticanus gr.* 192 (XIV^e s.)²⁶.

Pourquoi recueillir des scholies séparées ? Peut-être s'agit-il d'annotations repérées lors de la confrontation de différentes copies que l'on croit devoir introduire à la suite d'un texte qui en est dépourvu ou qui en possède d'autres. En conséquence de quoi certaines scholies se retrouvent deux fois dans le même manuscrit, une fois *in loco*, une autre fois dans

²³ Proclus le cite à plusieurs reprises à propos du Livre I. Par ailleurs, Eutocius, dans son commentaire à la Prop. I. 13 de la *Sphère et cylindre* d'Archimède, mentionne un ajout de Pappus aux *Éléments* à propos de la Prop. XII. 1 (que l'on retrouve dans la scholie XII. n°2).

²⁴ Du moins avait-il l'intention de commenter les Livres II-III. V. Proclus, *op. cit.*, p. 272, l. 14-16; p. 398, l. 18-19.

²⁵ On pourrait leur adjoindre la collection mentionnée *supra*, note 15, même s'il est difficile de dire qu'il s'agit d'une collection véritablement séparée, sauf dans **B**.

²⁶ La même collection se trouve dans d'autres manuscrits des *Éléments*, datant des XV^e-XVI^e siècles. V. Heiberg, *Om scholierne ...*, p. 34.

la collection séparée. Mais il existe même des collections de scholies aux *Éléments* dans des manuscrits qui *ne contiennent pas* le texte d'Euclide ! La plus importante est incontestablement la collection insérée dans les folii 198 à 205 du *Vaticanus gr.* 204, un très précieux manuscrit du X^e siècle, ancêtre de la tradition du corpus dite de la *Petite astronomie*. Heiberg utilise le sigle "Vat." pour la désigner²⁷. Ces scholies portent sur les Livres I à X des *Éléments*. Or ces mêmes scholies se retrouvent dans les trois manuscrits les plus anciens du traité euclidien, par la première main : les *Vaticanus gr.* 190 (**P**) et *Bodleianus, D'Orville*, 301 (**B**), tous deux du IX^e s., et le *Florentinus, Laurentianus*, XXVIII, 3 (**F** ; X^e s.)²⁸, ainsi que dans la collection du *Vaticanus gr.* 192 (iii) et, en ce qui concerne les scholies portant sur le Livre X, dans la collection **V^c** (i), à une exception près²⁹. En outre les scholies de ces deux mêmes collections portant sur les Livres XI à XIII coïncident presque complètement et se retrouvent, elles aussi, dans l'un et/ou l'autre des deux plus anciens manuscrits du traité (**P**, **B**) par la première main³⁰.

De l'ensemble de ces données, Heiberg en a conclu qu'il avait existé une collection de scholies anciennes, précisément celles qu'il appelle vaticanes³¹ dont la collection "Vat." est un représentant mutilé pour ce qui concerne les Livres XI à XIII. Le début manque également — la première scholie de la collection (N^oI. 88) s'appliquant à la Proposition I. 23 — mais, dans ce cas, les autres collections ne sont d'aucun secours, la perte étant sans doute bien plus ancienne. La collection comporte 138 éléments³². Outre l'argument codicologique que je viens de résumer, Heiberg remarque que les 13 scholies qui portent sur le Livre I sont des extraits du commentaire de Proclus, intelligemment faits sur un texte meilleur que celui qui nous est parvenu, et que les scholies des autres Livres ont les mêmes caractéristiques (prolégomènes, remarques sur le but des propositions, converses, lemmes).

Selon Heiberg c'est parce qu'il s'agit, pour l'essentiel, d'extraits du commentaire de Pappus³³. Très clairement, une des motivations principales du travail de Heiberg sur les scholies était précisément de retrouver celles qui dérivent de ce Commentaire afin d'en

²⁷ Mais elle ne constitue qu'une *partie* des scholies dites par lui "vaticanes"; Heiberg utilise le sigle et l'adjectif souvent de manière interchangeable, ce qui peut engendrer une certaine perplexité chez le lecteur. On pourrait dire que la collection des scholies vaticanes est en quelque sorte l'archétype, au sens philologique du terme, reconstruit par ses soins, dont "Vat." est l'un des représentants conservés (avec certaines altérations importantes comme nous allons le voir *infra*).

²⁸ Sauf pour I. 88 (grattée dans **F**) et pour la portion correspondant aux Propositions VII. 12-IX. 15; dans cette partie, le manuscrit **F** a été restauré, sans scholie.

²⁹ L'importante scholie N^oX. 1 qui figure dans Vat. mais pas dans **V^c**. Manque également le N^oX. 115, qui ne figure pas dans Vat. non plus, mais que Heiberg ajoute à la collection qu'il reconstruit (elle se trouve dans **PFVq**). Inversement la scholie N^o X. 403 est propre à la collection **V^c**.

³⁰ Dans **F**, comme dans Vat., les scholies s'arrêtent au L. X.

³¹ Puisqu'on les trouve dans **P** (*Vaticanus gr.* 190), dans le *Vaticanus gr.* 192 et, en partie, dans le *Vaticanus gr.* 204.

³² Voir la liste dans Heiberg, *Om scholierne ...*, p. 7-8.

³³ *Ibid.*, p. 9-16 et p. 71-72. Mais v. aussi *infra*, IV.

déduire des informations concernant le texte euclidien dont Pappus disposait³⁴. Et ce, parce que celui-ci est légèrement antérieur à Théon d'Alexandrie, auteur de la réédition des *Éléments* dont sont issus tous les manuscrits conservés, sauf *P*, si l'on admet la reconstruction de l'histoire du texte des *Éléments* proposée par Heiberg. L'étude des scholies vaticanes, confirme, selon lui, la nature préthéonine de *P*³⁵.

Cette collection aurait été composée au VI^e siècle de notre ère, à l'époque d'Isidore de Milet. Sa réunion est en effet postérieure à Proclus (qui est exploité) et antérieure à la copie des deux manuscrits les plus anciens des *Éléments* (en particulier *B*, achevé en 888) lesquels contiennent pratiquement toutes les scholies dites vaticanes. Or on sait que les VII^e-VIII^e siècles ont été une période de stérilité en ce qui concerne les travaux d'érudition³⁶. Il paraît donc vraisemblable que la collection ait été réunie au VI^e siècle. On doit remarquer ici que la nouvelle datation proposée par E. Follieri et J. Irigoïn pour la copie du manuscrit *P*, vers 830-850³⁷, — alors qu'Heiberg acceptait une date plus tardive (X^e s.) — renforce sa conclusion. Si l'on accepte ce genre de raisonnements, on devrait même l'étendre aux autres scholies contenues dans le *Vaticanus* 190 par la première main. Ce qu'Heiberg était d'ailleurs prêt à faire pour un certain nombre d'entre elles³⁸, en s'appuyant sur son hypothèse fondamentale concernant l'histoire du texte³⁹ : le copiste de *P* disposait, parmi ses modèles, d'un exemplaire préthéonin.

Quand bien même on n'accepterait plus cette hypothèse, l'idée que les scholies copiées dans un manuscrit désormais daté des années 830-850 sont d'origine antique est très probable. Certes ces années voient, elles aussi, un regain d'intérêt pour les mathématiques, notamment autour de Léon dit "le philosophe" (ou "le mathématicien")⁴⁰. On ne peut donc pas exclure que les scholies dites vaticanes aient été réunies au cours de cette première phase de la « Renaissance byzantine », en même temps que l'on translittérait les œuvres les plus importantes. Au demeurant, on ne doit pas oublier que certaines scholies sont provoquées par

³⁴ Il faut d'ailleurs souligner que ces informations, dans la plupart des cas, doivent être déduites par les philologues modernes. Les scholiastes d'Euclide s'intéressent peu aux questions d'authenticité. Sur plusieurs centaines de scholies, j'ai en trouvé moins d'une dizaine, la plupart sans doute assez récentes, qui font référence à une confrontation de copies divergentes (N^o1.2, 68; III. 19, VI. 46; IX. 43; X. 177; XI. 18, XII. 94; Appendix schol. II, n^o8). On peut leur adjoindre une dizaine d'annotations, la plupart marginales, non publiées comme des scholies par Heiberg, mais insérées dans l'apparat critique. Le contraste avec la tradition arabe est frappant; dans celle-ci, la confrontation des versions a inspiré un ensemble de remarques aux copistes, aux scholiastes, aux auteurs de commentaires ou de recensions. L'origine de cette pratique est sans doute à chercher dans la Révision de Thâbit ibn Qurra. Le manuscrit Téhéran Malik 3586, étudié par A. Djebbar dans son article ici-même, contient à lui seul une dizaine d'annotations du genre « Thâbit dit : ... » qui mentionnent des divergences entre copies, y compris grecques dans certains cas.

³⁵ V. *Om scholierne* ..., p. 14-15 et 71-72.

³⁶ V. N. G. Wilson, *op. cit.* in n. 4, p. 61-63.

³⁷ V. Irigoïn, J., « Survie et renouveau de la littérature antique à Constantinople (IX^e siècle) », *Cahiers de civilisation médiévale*, V, (1962), 287-302, en particulier p. 298; Follieri, E., « La minuscola libraria dei secoli IX e X » dans *La paléographie grecque et byzantine*, J. Glénisson, J. Bompaire et J. Irigoïn (éds), Paris, Ed. du CNRS, 1977, p. 139-165, en particulier p. 144.

³⁸ *Om scholierne* ..., p. 16.

³⁹ Il fournit également d'autres arguments, stylistiques ou tenant à la cohérence mathématique.

⁴⁰ Sur Léon le philosophe, v. Wilson, *op. cit.* in n. 4, p. 79-84.

d'autres scholies; il n'est donc pas exclu que le copiste de **P**, au milieu du IX^e siècle, soit lui-même responsable d'un certain nombre d'annotations; c'est même quasiment certain⁴¹. Cependant, même si tel le cas, le matériel utilisé était, pour une part essentielle, d'origine antique.

Cette même datation de **P** fournit encore un argument supplémentaire. On se souvient qu'en ce qui concerne le Livre I, les scholies vaticanes sont des extraits du commentaire de Proclus. Or il apparaît que l'on a produit une, voire plusieurs⁴², copies des *Éléments* accompagnée(s) d'extraits dudit commentaire, et ce de façon méthodique. Dans les manuscrits **P**, **V** et **I** (*Laurentianus gr.* XXVIII, 2; XIII^e-XIV^e s.), par les premières mains, chaque Proposition du premier Livre, à quelques rares exceptions près, est en effet accompagnée d'un résumé de ce que Proclus a dit à son sujet. L'âge de **V** et **I** pourrait laisser penser qu'il s'agit là d'un travail byzantin relativement tardif. Mais le cas de **P** montre que la tentative remonte au moins à la première moitié du IX^e siècle⁴³, sans doute à l'époque de la translittération. Si tel est le cas, il est assez peu probable qu'on ait réuni, à cette même époque, la collection vaticane qui ne présente pas du tout ce caractère de systématisme. Elle doit donc être plus ancienne, ce qui va dans le sens de l'hypothèse de Heiberg concernant la date de composition de ladite collection.

L'existence d'une telle "édition" systématiquement commentée n'est pas sans conséquences. Une connaissance partielle et médiante du Commentaire de Proclus a été possible, par l'intermédiaire des scholies, y compris pour ceux qui n'avaient pas un accès direct au commentaire lui-même. On pense d'abord aux savants d'expression arabe hellénophones qui ont consulté des manuscrits grecs, les traducteurs évidemment, mais aussi le célèbre Réviseur Thâbit ibn Qurra⁴⁴. On pourrait même espérer retrouver dans les copies de l'une ou l'autre des traductions arabes, des scholies qui soient des traductions de scholies grecques. Si limitées qu'aient été nos investigations, Ahmed Djebbar et moi-même n'avons rien trouvé de semblable. Si les traducteurs témoignent d'un grand souci de respecter le texte proprement dit du traité euclidien, il semble qu'ils n'aient pas cru devoir adopter la même attitude en ce qui concerne les annotations marginales. Cela dit, les scholies grecques ont pu être lues et inspirer librement certains commentaires.

La question se complique un peu du fait qu'il n'est pas nécessaire de supposer un recours aux scholies pour expliquer une ressemblance entre tel passage d'un commentaire arabe et Proclus. Pour les hellénistes, ce dernier est une source d'une valeur inestimable, mais on perd trop souvent de vue qu'il n'est qu'un maillon dans une longue chaîne exégétique des

⁴¹ V. par ex. les remarques mentionnées dans *EHS*, IV, p. 144 et p. 192 concernant l'existence ou non, selon les versions, des Propositions XIII. 6 et XI. 38 *vulgo* respectivement.

⁴² Pour trancher l'alternative il faudrait faire une comparaison minutieuse des scholies du L. I dans **P** et dans **V**, ce qui, à ma connaissance, n'a pas été fait.

⁴³ Ces extraits sont copiés avec une encre différente mais par le copiste du manuscrit lui-même; v. *Om scholierne ...*, p. 34-35 et p. 75.

⁴⁴ Il ne semble pas que le commentaire de Proclus au Livre des *Éléments* ait été traduit en arabe.

Éléments qui a commencé au moins avec Héron d'Alexandrie (I^e s. de notre ère), peut-être avant, et qui s'est poursuivie, au-delà de Proclus, notamment avec l'introduction à la géométrie (un commentaire au Livre I ou aux seules définitions et principes) composée par le célèbre commentateur d'Aristote, Simplicius. Or, dans son ouvrage bio-bibliographique *al-Fihrist* (987), Ibn an-Nadîm mentionne que les commentaires de Héron et de Simplicius ont été traduits en arabe⁴⁵, ce que confirment les citations, plutôt abondantes, que le mathématicien persan an-Nayrîzî fait de l'un et de l'autre dans ses propres commentaires. Dès lors ce qui, pour nous, Modernes, renvoie à une explication de Proclus, peut se retrouver attribuer à Héron ou à Simplicius, soit que ce dernier ait utilisé le texte du Diadoque, soit, à l'inverse, que celui-ci reproduise un commentaire antérieur de Héron, sans mentionner sa source⁴⁶. Les schémas de transmission ont donc été multiples et, à moins de mettre en évidence une étroite parenté entre un commentaire arabe et des scholies grecques, l'influence que celles-ci ont pu avoir nous échappera certainement. La simple ressemblance sera non probante : à plusieurs reprises savants grecs et arabes ont adopté la même grille de lecture — par exemple confronter Euclide et Nicomaque, Euclide et Aristote — ou perçu les mêmes difficultés dans l'exposé euclidien⁴⁷.

IV. Pour conclure : les limites de la reconstruction de Heiberg

Il ne s'agit pas ici d'accabler le savant danois dont le travail constitue le point de départ obligé de toute étude sérieuse sur Euclide. Mais on peut signaler certaines de ses limites, en particulier en ce qui concerne sa reconstruction de la collection des scholies dites vaticanes. Certaines de ces limites sont inhérentes à l'état des connaissances de son époque, d'autres tiennent à la méthode suivie ou à l'objectif que poursuivait Heiberg. Comme nous l'avons vu, sa perspective était de repérer des fragments de commentaires anciens. Si l'on accepte ses résultats la moisson est plutôt maigre : la collection vaticane représente moins de 10 % des scholies qu'Heiberg lui-même a publiées. D'autres annotations pourraient nous renseigner sur l'histoire du texte et son utilisation pour l'enseignement des mathématiques, notamment dans l'Empire byzantin aux IX^e-XII^e siècles. Il faudrait alors s'intéresser aux scholies propres à certaines copies, à la manière dont on a composé les collections séparées et aux intentions que cela présuppose ... Manifestement ce travail reste à faire.

Même en acceptant l'optique plus limitée de Heiberg, on doit admettre que les scholies vaticanes, pour précieuses qu'elles soient, constituent une collection particulière. Grâce aux

⁴⁵ V. Sezgin, F., *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, Band V, Leiden, E. J. Brill, 1974, p. 152-153 (pour Héron) et p. 186-187 (pour Simplicius).

⁴⁶ Le cas étudié dans l'article de A. Djebbar, ici-même, constitue un bon exemple de ce phénomène complexe de transmission, du grec à l'arabe, d'une branche de la tradition arabe à une autre.

⁴⁷ Les exemples les plus évidents concernent le statut de la Demande 5 (ou postulat des parallèles) et la théorie euclidienne de l'exprimabilité et de l'irrationalité du L. X.

citations du commentateur persan an-Nayrîzî, Heiberg lui-même, dans son article ultérieur de 1903, a montré que quelques scholies (non vaticanes à une exception près⁴⁸), notamment sur le Livre II, provenaient du commentaire de Héron. Dans la mesure où la tradition euclidienne d'expression arabe, hébraïque, persane ... est loin d'être complètement explorée, on peut donc entretenir un certain espoir de nouvelles identifications. Obtenir des renseignements sur le texte d'Euclide dont disposait Héron, au premier siècle de notre ère — comme Heiberg a voulu le faire pour Pappus, précisément en étudiant les scholies vaticanes —, pourrait être très intéressant et l'on peut s'étonner que l'éditeur d'Euclide ne se soit pas engagé dans cette voie.

Peut-être entrevoyait-il qu'elle n'allait pas dans la direction qu'il souhaitait. Les quelques éléments dont nous disposons suggèrent que le texte des traductions arabes et arabo-latines partage certaines caractéristiques structurales avec le peu que l'on sait de la version commentée par Héron. Or Heiberg était un partisan de la supériorité de la tradition directe des manuscrits grecs sur celle, indirecte, des traductions médiévales. Ainsi que je l'ai rappelé, il croyait tout particulièrement à la prééminence du manuscrit *P*, selon lui (au moins partiellement) préthéonin, ce que confirmerait l'étude des scholies vaticanes. Mais c'est à condition de les rapporter, du moins en ce qui concerne les Livres autres que le premier, au Commentaire de Pappus, antérieur à Théon.

Si l'on excepte la mention d'Eutocius⁴⁹ concernant la Proposition XII. 1, l'argumentation porte essentiellement sur le Livre X. Elle est double :

- d'une part les scholies, en particulier les scholies vaticanes, font double emploi avec plusieurs des lemmes insérés dans le texte. Ceux-ci sont donc très certainement inauthentiques. Cette conclusion paraît sûre et d'autres arguments peuvent être ajoutés⁵⁰.
- D'autre part, en confrontant lesdites scholies au Commentaire de Pappus, Heiberg pensait pouvoir établir que celui-ci est la source de celles-là.

Pour ce faire, il utilisait le travail pionnier publié en 1856 par F. Woepcke⁵¹ qui, s'intéressant aux travaux perdus d'Apollonius sur les irrationnelles, ne publiait que quelques extraits dudit Commentaire. Celui-ci ne sera véritablement connu qu'après la traduction allemande de Suter, en 1922, puis l'édition avec traduction anglaise de Thomson, en 1930. Cette connaissance très imparfaite du Commentaire de Pappus est certainement le maillon faible de la démonstration de Heiberg.

Remarquons d'abord la différence frappante qu'il y a entre les Livres I et X, ceux pour lesquels les scholies sont les plus nombreuses, ceux pour lesquels — ce n'est certainement pas

⁴⁸ V. « Paralipomena ... », p.57-58.

⁴⁹ V. *supra*, note 23.

⁵⁰ V. Euclide d'Alexandrie, *Les Eléments*, Volume 3. Traduction et commentaires du Livre X par Bernard Vitrac. Paris, PUF, Bibliothèque d'histoire des sciences, 1998, p. 389-391.

⁵¹ Woepcke, F., « Essai d'une restitution de Travaux perdus d'Apollonius sur les quantités irrationnelles ». *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut de France*, Sciences mathématiques et physiques, vol. 14 (1856), 658-720.

une coïncidence — nous disposons de commentaires. Les 159 scholies qui portent sur le Livre I, vaticanes ou non, dérivent pratiquement toutes du Commentaire de Proclus. Des 481 scholies qui portent sur le Livre X, seulement 17 dépendent clairement du Commentaire de Pappus, dont 7 sont considérées comme vaticanes par Heiberg⁵². C'est peu. Il ne faut pas que l'arbre cache la forêt : les très importantes scholies N°X. 1 et 62 ont été élaborées à l'aide du Commentaire de Pappus comme *l'une* de leurs sources, cela ne fait aucun doute⁵³. Mais, comme le remarque Heiberg lui-même, la scholie N°X. 1 cite Théon et il ne s'agit pas nécessairement d'un ajout anodin. Je donnerai deux autres exemples d'inférences plus qu'incertaines.

Heiberg affirme que tous les lemmes qui figurent dans le texte d'Euclide ont été tirés du commentaire de Pappus⁵⁴. La chose n'aurait certes rien d'invraisemblable car le Livre VII de la *Collection mathématique* montre que Pappus goûtait fort ce genre d'exercices. Mais, puisque nous disposons désormais du texte, force est de constater qu'aucun desdits Lemmes ne s'y trouvent. Un seul (X. 59/60) est évoqué comme ayant été préalablement démontré⁵⁵, et encore le texte ne dit pas si c'est par Pappus lui-même ou s'il faut comprendre, ce qui paraît plus probable, qu'il était déjà inséré dans le texte euclidien à son époque. Au demeurant, compte tenu de la nature même des Lemmes, de l'hétérogénéité de l'ensemble qu'ils constituent, il est fort peu probable qu'ils proviennent d'une source unique. Il me semble donc qu'il y a une différence à faire entre les scholies à caractère historique, en particulier les scholies liminaires, qui proviennent très certainement de commentaires, et les Lemmes, dont certains peuvent avoir la même origine, mais d'autres semblent être le résultat de l'utilisation scolaire du traité d'Euclide.

Heiberg écarte de la collection des scholies vaticanes les N°X. 132, 290; 309; 340; 353; 359; XI. 6; XII. 87, pourtant présentes dans le manuscrit *P*, et dans lui seulement, alors qu'il en a accepté d'autres⁵⁶. Pour les N° X. 290, 309, 340, 353, 359, la raison invoquée est qu'elles sont en opposition avec la scholie N°352, laquelle appartient à la collection vaticane⁵⁷. Au passage, on voit bien que Heiberg considère ladite collection (pour les L. II à XIII) comme des extraits du commentaire de Pappus, et non comme une compilation d'auteurs anciens, mais distincts, par exemple Pappus, Théon, Héron et d'autres, qui pourraient se trouver en désaccord. Qu'en est-il exactement ?

⁵² Il s'agit des N°X. 1, 2, 9 (en partie), 28, 62, 133, 135, 146, 150, 158, 189, 193, 290, 309, 340, 353, 359. Les vaticanes sont les N°X. 1, 2, 28, 62, 133, 135, 146.

⁵³ On trouve la traduction française de la scholie N°X. 1 dans Caveing, M., *L'irrationalité dans les mathématiques grecques jusqu'à Euclide*. Presses Universitaires du Septentrion, 1998, p. 201-203. Le tout début de la scholie N°X. 62 y est également traduit (*ibid.*, p. 254) et discuté.

⁵⁴ V. *Om scholierne ...*, p. 10-14 et p. 71; il est ici plus catégorique que les *prolegomena critica* de son édition.

⁵⁵ V. *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements*, Ed., trad. angl. W. Thomson, comm. C. Junge & W. Thomson, Cambridge (Massachusetts), Harvard University Press, 1930, Livre II, §7, p. 123.

⁵⁶ V. *Om scholierne ...*, p. 15-16 et p. 72.

⁵⁷ *Ibid.*, p. 15 et 72.

La scholie 352 présente un découpage de la portion X. 36-X. 72 en hexades (en principe des groupes de six Propositions⁵⁸), découpage qui s'accorde avec le texte transmis. Les scholies N°290, 309, 340, 353, 359 proposent une division de l'ensemble du Livre X en parties qui recouvrent donc ledit découpage. L'incompatibilité des deux descriptions réside dans le fait que la septième partie est présentée (dans la scholie N°340) comme se faisant succéder, dans cet ordre, les Propositions X. 66-70 puis X. 60-65 ! Or le plan du Livre X, tel qu'il est rapporté par le commentaire de Pappus⁵⁹, présente exactement la même anomalie et correspond, pour le reste, au découpage proposé dans les scholies de *P*, pas à celui de la scholie vaticane ! Bref le rattachement quasi exclusif des scholies vaticanes (portant sur les Livres II à XIII) au Commentaire de Pappus paraît tout à fait incertain.

Il serait au demeurant très troublant que nos scholies ne doivent rien à Théon d'Alexandrie, auteur de la réédition des *Éléments*. Certes celui-ci aurait pu puiser dans le Commentaire de son prédécesseur Pappus, ce qui va dans le sens de Heiberg, mais il a sans doute aussi composé un certain nombre d'annotations de son cru. Il n'est pas exclu non plus que Proclus ait commenté d'autres Livres (et pourquoi pas le Livre X). Peut-être une meilleure connaissance de la tradition médiévale des commentaires nous permettra d'en savoir un peu plus.

⁵⁸ Mais la 6^e hexade contient 5 Prop. (X. 66-70), la 7^e, deux seulement (X. 71-72) !

⁵⁹ Livre I, §§ 24-36, *The Commentary* ..., p. 87-92.