

## *L'interprétation mathématique du dilemme du cône (DK 68 B 155).*

### *Démocrite était-il mathématicien ?*

Bernard VITRAC\*

#### **Introduction**

Comme l'a rappelé P.-M. Morel, le contexte doxographique immédiat dans lequel Plutarque insère le dilemme du cône ne nous éclaire pas vraiment sur la visée théorique du texte démocritéen<sup>1</sup>. Ni Plutarque, ni Chrysippe ne présentent le dilemme de Démocrite comme une "aporie mathématique" mettant en évidence une difficulté technique propre à la géométrie et le contexte de leur mutuelle opposition relève bien plutôt de la philosophie naturelle. Cela dit, la frontière entre "philosophie naturelle" et "ontologie" mathématique n'est pas toujours facile à tracer chez les Anciens. Aussi, devant les difficultés que doivent affronter les interprétations philosophiques du dilemme, certains historiens ont cherché une porte de sortie du côté des mathématiques et de leur histoire. C'est de cette possibilité dont je voudrais parler ici.

Ma conclusion rejoint celle de P.-M. Morel : l'interprétation mathématique forte du fragment est, elle aussi, compatible avec le texte de Plutarque mais elle ne s'impose pas. Force est pourtant de constater qu'elle a obtenu l'adhésion de la plupart des historiens des mathématiques grecques anciennes parce qu'elle conforte l'idée d'un Démocrite géomètre. D'où une seconde question, davantage historiographique : pourquoi ces historiens sont-ils convaincus que Démocrite était mathématicien ?

Avant de tenter d'y répondre, un préalable se pose, tout à fait naïf mais difficile à éluder dans une telle ligne d'interprétation : comment identifier un mathématicien grec aux V<sup>e</sup>-IV<sup>e</sup> siècles avant notre ère ? Je lui consacrerai ma deuxième partie avant de revenir sur les témoignages favorables à la thèse « Démocrite était un mathématicien ».

#### **Première partie : L'interprétation mathématique du dilemme du cône**

Reprenons la portion (supposée) démocritéenne du dilemme. Pour faciliter les renvois, je la diviserai en cinq assertions :

- |  |  |
|--|--|
| <p>(i) εἰ κώνος τέμνεται παρὰ τὴν βάσιν ἐπιπέδῳ, τί χρὴ διανοεῖσθαι τὰς τῶν τμημάτων ἐπιφανείας, ἴσας ἢ ἀνίσους γινομένας.</p> | <p>si un cône est coupé par un plan parallèle à sa base, que faut-il penser des surfaces des segments : deviendront-elles égales ou inégales ?</p> |
| <p>(ii) ἀνισοὶ μὲν γὰρ οὔσαι τὸν κώνον ἀνώμαλον παρέξουσι, πολλὰς ἀποχαράξεις λαμβάνοντα βαθμοειδεῖς καὶ τραχύτητας·</p>       | <p>En effet, si elles sont inégales, elles rendront le cône irrégulier et lui feront prendre des encoignures graduées et des rugosités.</p>        |
| <p>(iii) ἴσων δ' οὐσῶν ἴσα τμήματα ἔσται καὶ φανείτω τὸ τοῦ κυλίνδρου πεπονηθὼς ὁ κώνος,</p>                                   | <p>Mais si elles sont égales, les segments seront égaux et le cône apparaîtra à l'état de cylindre,</p>  |

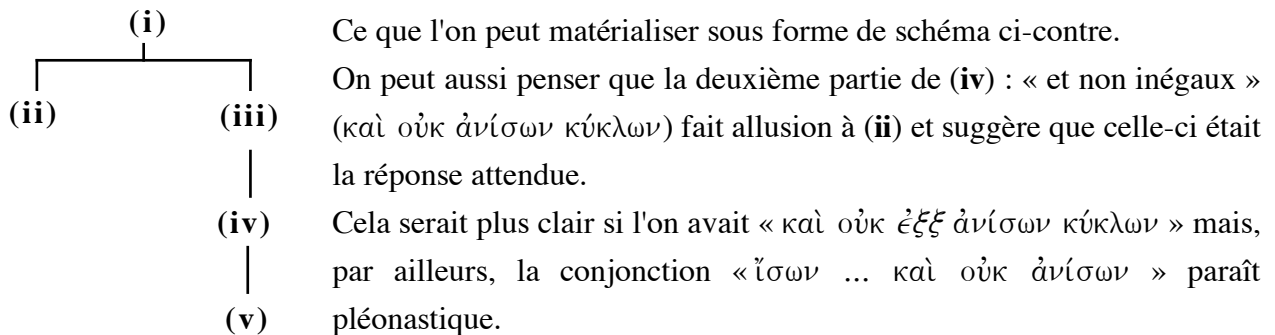
\* CNRS, UMR 8567, Centre Gernet. Je remercie M. Caveing et E. Mazet pour les remarques qu'ils ont faites sur une première version de ce texte.

<sup>1</sup> V. *supra*, "Démocrite et les mathématiques. Le fragment 68 B 155 DK", pp. 000.

- (iv) ἔξ ἴσων συγκείμενος καὶ οὐκ ἀνίσων κύκλων, étant composé de cercles égaux et non inégaux,  
 (v) ὅπερ ἐστὶν ἀτοπώτατον. ce qui est tout à fait absurde<sup>2</sup>.

## I. Structure

(i) est la question posée; (ii)-(iii) constituent les deux possibilités, exclusives et exhaustives des réponses — des surfaces peuvent-elles autrement qu'égales ou inégales ? —, d'où une alternative; (iv) apparaît comme une explication complémentaire pour (iii), sans doute rendue nécessaire parce que cette possibilité de sections égales dans un cône est plutôt inattendue mais, de fait, elle rompt partiellement la symétrie de l'argument; (v) explicite le rejet de cette seconde branche de l'alternative à cause de son absurdité.



## II. Formulation

L'interprétation mathématique du dilemme paraît s'imposer essentiellement à cause du vocabulaire géométrique : cône, cylindre, segment, base, cercle ..., tout à fait classique. Elle l'est même un peu trop si l'on se souvient des flottements que l'on observe encore chez Platon et, surtout, du témoignage d'Hésychius (DK 68 B 132) selon lequel Démocrite utilisait "askalères" ("askalènes" ?) pour "équilatéral". La situation pour la terminologie mathématique serait donc très différente de celle que l'on observe dans le vocabulaire philosophique de l'Abdéritain plutôt inhabituel<sup>3</sup>. En particulier l'opposition fonctionnelle entre "ἐπίπεδον" et "ἐπιφανεία" (plan / surface d'un solide, ici surfaces des segments du cône) est utilisée ici alors qu'elle n'est pas totalement mise en œuvre dans les écrits d'Aristote. De même l'expression "παρὰ τὴν βάσιν" pour dire "parallèle à la base" existe chez Aristote<sup>4</sup>, Euclide<sup>5</sup>, et Archimède<sup>6</sup>, mais, contrairement à ce que suggèrent plusieurs commentateurs<sup>7</sup>, la préposition "παρὰ" n'implique pas qu'il faille considérer un plan "infiniment voisin" de la base.

<sup>2</sup> Trad. P.-M. Morel, *ibid*, n. 3.

<sup>3</sup> V. les savantes remarques à ce sujet de D. O'Brien dans l'article "Démocrite d'Abdère" du *DPhA*, II, pp. 697-708.

<sup>4</sup> V. *Top.*, 158 b31.

<sup>5</sup> V. *Él.*, Prop. VI, 2, éd. Heiberg-Stamatis, p. 42, l. 13-17.

<sup>6</sup> *Sph. et Cyl.*, Lemme 2 après la Prop. 16; v. Archimède, éd. et Ch. Mugler. Paris, Belles-Lettres, I, p. 48, l. 13.

<sup>7</sup> [Tannery, 1887], p. 123; [Allman, 1889], p. 81; [Heath, 1921], p. 179.

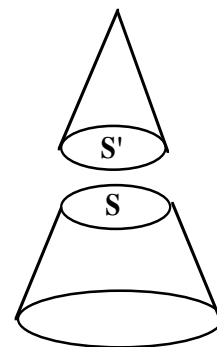
Seul le superlatif "ἄτοπώτατον" est plutôt rare en mathématiques. Pour conclure un raisonnement indirect ("par l'absurde") on utilise le degré 0 de l'adjectif (ἄτοπον) ou, quelquefois, le comparatif quand il y a plusieurs cas de figures. Bien entendu il se peut que la terminologie mathématique du fragment ait été modernisée par Chrysippe ou Plutarque, considérant que cela n'affectait pas la signification du dilemme.

Ont-ils également altéré la formulation de la question ? Dans sa forme transmise elle fait davantage penser aux *Problēmata* de la tradition aristotélicienne qu'à l'énoncé d'un problème mathématique au sens technique du terme. Les *Γεωμετρικῶν* de Démocrite, s'il s'agit de la source du dilemme, serait davantage à comparer aux *Μηχανικά*, transmis sous le nom du Stagirite, qu'aux *Γεωμετρικά* du corpus héronien<sup>8</sup>. Cela dit, la présentation sous forme de dilemme apparemment exclusif (ἴσας ἢ ἀνίσους) n'est fréquente ni en mathématiques, ni dans la tradition aristotélicienne des problèmes d'inspiration mathématique au sens ancien (large) du terme quand il s'agit d'énoncer une proposition. Il n'y a aucune aporie dans les 50 problèmes relatifs à l'harmonie<sup>9</sup>, ni parmi les problèmes XVI, 5 (géométrie)<sup>10</sup>, 13 (optique) et une seule des 35 questions mécaniques est présentée comme telle, la N°24, qui n'est autre que le célèbre paradoxe dit de la roue d'Aristote (855 a28-856 a33). Au demeurant l'auteur prétend le résoudre, même si sa solution ne nous satisfait guère.

### III. Interprétation

Dès la question (i) on suppose qu'il y a au moins deux segments. L'interprétation minimale apparaît sur notre schéma. Le sectionnement du cône — s'il s'agit bien d'un cône mathématique — donne lieu à deux surfaces limitantes ou, comme le voit dans d'autres occurrences analogues chez Aristote, on peut dire que le cercle, intersection du cône et de la base, doit être "compté pour deux", en tant que surfaces limitantes, S et S', quand la division est actualisée<sup>11</sup>.

(ii) :  $S \neq S'$  ; (iii)  $S = S'$



<sup>8</sup> Compilation de problèmes calculatoires et non pas questions concernant les objets et les problèmes fondamentaux de la géométrie, éditée par Heiberg parmi les œuvres de Héron d'Alexandrie (vol. IV), pp. 172-449.

<sup>9</sup> Ps.-Aristote, *Problèmes*, Livre XIX.

<sup>10</sup> Il est intéressant de signaler que ce problème (913 b37-914 a24) compare cône et cylindre quant aux lignes produites lorsqu'on fait rouler ces solides sur un plan, respectivement des cercles concentriques et des droites parallèles. Le texte construit lui aussi son argument sur la différence entre les « cercles dans le cône » (ἐν τῷ κώνῳ) qui sont inégaux (914 a3) et les cercles « du cylindre » (τοῦ κυλίνδρου), tous égaux (914 a11). Contrairement à ce que suggère la traduction anglaise de W. S. Hett dans la Loeb Classical Library (« ... of which it is composed »), p. 351 et 353, le texte aristotélicien n'utilise pas l'expression « ἐξ ... συγκείμενος » que l'on trouve ici dans notre assertion (iv).

<sup>11</sup> Cf. *Phys.*, VIII, 263 a 23-26.

Cela dit, la suite du texte (**ii-iii**) fait comprendre que cette section est quelconque et peut (doit ?) être envisagée n'importe où dans le cône pour poser la question de l'égalité / inégalité des surfaces des segments engendrés et pouvoir parler de marches ou de l'aspect cylindrique du cône dans l'hypothèse (**iii**). Jusque là rien n'indique que le texte envisage le problème du mode de composition du cône<sup>12</sup>. C'est l'assertion (**iv**) et l'expression « ἐξ ... συγκείμενος » qui introduit cette problématique en termes de "cercles" (κύκλων) et non plus de segments de cône dotés d'une surface comme dans (**i**), que ces " κύκλοι " soient des cercles mathématiques, produit ultime des divisions répétées, ou des disques ou lamelles circulaires très minces; les deux sont possibles.

Plusieurs historiens<sup>13</sup> font remarquer que le texte de Plutarque ne nous livre pas la réponse de Démocrite. La présentation doxographique : « ... il (D.) pose la difficulté ... » ("διαποροῦντι") peut même faire douter qu'il en ait donné une<sup>14</sup>, auquel cas le dilemme serait une aporie de type éléatique<sup>15</sup>.

Une seule chose paraît assurée : la réponse n'est pas (**iii**), exclue par le texte. Reste alors trois possibilités :

- La bonne réponse est (**ii**) : le cône est en escaliers; sans doute faut-il comprendre le cône paraît lisse, mais en réalité, il est en escaliers<sup>16</sup>.
- Ce n'est ni (**ii**), ni (**iii**), mais une autre réponse que le texte ne nous livre pas.
- La bonne réponse n'est ni (**ii**), ni (**iii**) car il n'y a pas de bonne réponse. La question est une véritable aporie, insoluble.

Pour ma part je ne choisirai pas. Je me contenterai de remarquer que le texte tel qu'il nous est parvenu ne permet pas de trancher : quelle qu'hypothèse que l'on veuille adopter le fragment paraît soit incomplet, soit superflu, en tout état de cause sous-déterminé. Reprenons chacune des possibilités.

Répondre (**ii**) revient à interpréter le dilemme comme une sorte de démonstration indirecte : on a **p** ou non **p**; or on n'a pas **p**; donc on a non **p**. Ici le cône est en escaliers ou un cylindre<sup>17</sup>; il est tout à fait absurde que ce soit un cylindre; donc il est en escaliers. Remarquons qu'il nous manque la conclusion (**vi**) « donc le cône est en forme d'escaliers ». Celle-ci peut avoir été omise car considérée comme évidente au cours de la transmission, mais il faut bien reconnaître que la formulation même du fragment n'est pas très favorable à cette hypothèse. S'il s'agissait d'établir (**ii**)

---

<sup>12</sup> Cf. la formulation du problème aristotélicien cité dans la n. 10. Pour différencier ces figures de révolution à base circulaire que sont le cône et le cylindre il suffit de savoir si deux sections parallèles à la base sont égales ou inégales.

<sup>13</sup> V. [Tannery, 1887], p. 123; [Heath, 1921], p. 181; [Boyer, 1949], p. 22.

<sup>14</sup> Cela dit le problème déjà cité de la Roue d'Aristote commence par le verbe "ἀπορέω-ω" car il y a bien une difficulté, même si l'auteur prétend la résoudre. Démocrite pouvait revenir dans son dilemme sur une aporie classique.

<sup>15</sup> V. [Gow, 1884], p. 159; [Loria, 1929], p. 26; [Dijksterhuis, 1938], p. 319-320; [Knorr, 1982], p. 136. Ce dernier ajoute (*Ibid.*, p. 137) que Chrysippe affirme que Démocrite ne donnait pas de réponse; ce n'est pas ce que dit Plutarque; Chrysippe lui reprochait son ignorance de la "bonne" réponse (c'est-à-dire la réponse chrysippéenne bien entendu); ce n'est pas la même chose.

<sup>16</sup> C'est la solution qu'adoptent [Hoppe, 1911], p. 130; [Struik, 1948], pp. 48-49 et [Boyer, 1949], p. 22, qui suivent explicitement Luria; [Sarton, 1952], p. 277; [Mau, 1954], p. 22; [Becker, 1957], p. 15; [Waschkies, 1991], p. 157; [Mazet, 1994], pp. 221-222.

<sup>17</sup> Le fait qu'il s'agisse d'une alternative **p** ou non **p** vient de ce que l'on passe par la formulation intermédiaire : les sections sont égales ou inégales.

de manière indirecte il était facile de libeller le dilemme sous la forme (i), (iii), (iv), (v), donc (ii), alors que notre texte met (ii) et (iii) sur un pied d'égalité<sup>18</sup>.

Ajoutons d'ailleurs que même si l'on admettait cette solution il nous manquerait encore une information essentielle pour interpréter convenablement le dilemme : ce cône a-t-il un nombre fini de "marches" ou est-il constitué d'une infinité de lamelles infiniment minces ? Les historiens sont divisés sur la question mais celle-ci est importante. La première hypothèse revient à faire de Démocrite le promoteur d'un atomisme géométrique, comparable à la doctrine physique à laquelle il doit sa notoriété, malgré les évidentes difficultés qu'une telle théorie rencontre inévitablement en géométrie et que l'on peut comparer à celles que connaît la théorie des lignes insécables. De telles hypothèses contredisent en effet le principe géométrique de l'indéfinie divisibilité des grandeurs géométriques. La seconde en fait un précurseur de ceux qui, au XVII<sup>e</sup> siècle, auront recours à la notion d'"indivisible" à cause de sa valeur heuristique et simplificatrice<sup>19</sup>. Mais le texte de Plutarque est complètement muet sur ce point.

Au demeurant c'est seulement dans l'assertion (iv) que le problème du mode de constitution du cône est posé. On pourrait donc imaginer que cette explication soit un ajout postérieur (d'où la formulation en termes de "cercles") et que le dilemme de Démocrite se réduisait à (i), (ii), (iii), (v). La clause « ce qui est tout à fait absurde » qualifiait les deux branches de l'alternative, ce qui nous amène aux deux autres types de réponses qui ont en commun de faire du texte une aporie, provisoire ou définitive. Et si l'on accepte de remettre en cause l'intégrité du texte, on peut même supposer qu'une assertion (ii') : « ce qui est absurde (ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον) », laquelle condamnait (ii), a été perdue et que (v) est le produit d'une correction ultérieure d'une (v') : « ce qui est encore plus absurde » (ὅπερ ἐστὶν ἄτοπώτερον).

Quand bien même on conserve le texte tel qu'il nous a été transmis<sup>20</sup>, supposer qu'il s'agit d'une aporie met en évidence une autre lacune de notre information :

- soit il faut prêter à Démocrite une sorte de scepticisme généralisé concevant des apories pour ruiner toute certitude, y compris les mieux assurées comme celles que nous font connaître les mathématiques; cela paraît peu probable.
- Soit il faut penser que le problème soulevé est dirigé contre un adversaire précis dans une problématique circonscrite.

---

<sup>18</sup> Très significativement [Boyer, 1949], p. 22 qui pense que la bonne réponse selon Démocrite est (ii) présente le dilemme dans les termes suivants : « ... whether the infinitesimal (*sic*) parallel circular sections of which the cone may be considered to be composed are equal or unequal; if they are equal, the cone would be equal to the circumscribed (*sic*) cylinder; but if unequal, they would be indented like steps ... ». L'inversion de l'alternative est peut-être le fait de l'inadvertance mais de fait elle est significative.

<sup>19</sup> Par exemple Képler, Galillée, Cavalieri ... A l'inverse leurs adversaires soulignent le caractère contradictoire de ladite notion.

<sup>20</sup> On peut aussi imaginer que le dilemme faisait partie d'une interrogation multiple "en tiroirs" comme on en lit dans certains fragments du *Traité du Non-être* de Gorgias (DK 82 B3) ou dans le *Parménide* de Platon, du genre : on a A ou B. Mais si on a B on a (i), (ii), (iii), (iv), (v). Donc on n'a pas B. D'où A. Dans ce cas l'extraction du fragment a été très "brutale" et sa signification nous est à peu près inaccessible. Dans cette hypothèse la situation est assez comparable à celle que certains interprètes proposent pour les paradoxes cinématiques de Zénon (par exemple G. E. L. Owen, *op. cit.*). La signification globale : « il s'agit de combattre la thèse de l'existence d'une pluralité par le biais de ses conséquences absurdes sur la composition de l'espace, du temps et du mouvement » n'est pas directement identifiable dans les fragments eux-mêmes, mais par le témoignage du *Parménide* de Platon.

Il peut s'agir d'une prise de position épistémologique (défense de l'atomisme mathématique ou de la thèse opposée de la continuité de la grandeur géométrique) ou encore d'une méthode mathématique particulière comme la division indéfinie des grandeurs ou défense de la validité générale de la démarche des géomètres ... Cette dernière possibilité a été assez souvent envisagée : l'Abdéritain critiquerait la réfutation des géomètres par Protagoras car Plutarque (DK 68 B 156) et Sextus (DK 68 A 114) mentionnent une polémique de Démocrite à l'encontre de son compatriote sophiste. Cette version a les faveurs de ceux qui veulent voir en Démocrite un "bon" géomètre, mais rien dans le libellé du dilemme ne corrobore vraiment cette hypothèse.

Dans le même ordre d'idées on a considéré que Démocrite était "trop bon" mathématicien pour soutenir un atomisme géométrique comparable à la théorie des lignes insécables. Le dilemme, dans son contexte initial, visait à écarter cette possibilité (peut-être utilisée par Antiphon dans sa tentative de quadrature du cercle<sup>21</sup>), et donc à réfuter (ii) et (iii) qui seraient les deux conséquences possibles de l'hypothèse d'une constitution atomique du cône. Il faudrait en conclure que pour Démocrite le cône est un agrégat "continu" de cercles dans lequel il devient impossible de distinguer des marches consécutives. Le dilemme manifesterait la complexité de la position démocritéenne : atomiste en physique, continuiste en géométrie. Démocrite aurait perçu la différence de structure ontologique des objets mathématiques et physiques<sup>22</sup>. Plus récemment Mazet a proposé une interprétation en quelque sorte mixte : Démocrite défendait un atomisme géométrique à cause de sa portée heuristique, tout en reconnaissant les difficultés épistémologiques que soulevait une telle hypothèse<sup>23</sup>.

La plupart de ces interprétations hypothétiques sont plausibles, parfois séduisantes. Elles ont d'ailleurs en commun d'envisager le dilemme démocritéen moins comme une contribution mathématique que comme un développement de caractère *métamathématique*. Elles ont surtout l'inconvénient d'être incompatibles. Il ne s'agit pas pour moi de contester l'ingéniosité de leurs auteurs. Mais force est de constater que le texte ne permet pas de trancher et qu'il faut, pour ce faire, soit l'élaguer, soit, bien plus souvent, suppléer ses non-dits. Clairement c'est dans d'autres témoignages et fragments qu'il faut aller chercher l'inspiration et, si l'on tient à maintenir une lecture mathématique ou plutôt métamathématique, ce sont ceux qui nous montrent un Démocrite mathématicien qui peuvent s'avérer décisifs. Ce qui nous conduit à la deuxième partie de notre enquête.

---

<sup>21</sup> C'est ce que suggère l'interprétation d'Eudème si l'on en croit Simplicius.

<sup>22</sup> Cette interprétation est celle à laquelle se range [Tannery, 1887], p. 125, avec toutefois quelques réserves car en un certain sens cela revient à faire dire au dilemme du cône le contraire de ce qu'il *semble* dire. Ce qui emporte son adhésion, comme celle de [Heath, 1921], p. 181, beaucoup plus catégorique, c'est la confiance que ces auteurs ont dans la compétence géométrique de Démocrite. La même thèse avait été également soutenue en 1891 par Apelt (cité par Cherniss dans son commentaire, p. 820, n. (a)). Depuis les travaux de Luria elle a perdu la faveur des historiens; elle a cependant été soutenue à nouveau par Wasserstein (*JHS*, 1963), cité par Guthrie (*A History of Greek Philosophy*, II, 1965), p. 488, n. 1.

<sup>23</sup> Le fait que Démocrite ait pris de telles précautions méthodologiques (plutôt étonnantes chez un présocratique) expliquerait, selon Mazet, pourquoi Aristote ne le mentionne pas, en compagnie d'Antiphon et de Bryson, parmi les auteurs qui enfreignent les principes de la géométrie. Il croit ainsi pouvoir justifier le silence des sources du IV<sup>e</sup> s. sur les activités mathématiques de l'Abdéritain (v. *infra*, Deuxième partie, III). Je ne suis pas sûr que Démocrite était aussi prudent, ni Aristote aussi fair-play, que ne le pense Mazet.

## Deuxième partie : Comment identifier un mathématicien grec ancien

### I. Trois critères

Être mathématicien suppose que l'on pratique certaines activités spécifiques. Pour l'Antiquité<sup>24</sup> je retiendrai trois critères : **1.** la production littéraire; **2.** l'enseignement; **3.** la recherche, activités qui ne sont généralement pas indépendantes : il vaut mieux publier ses découvertes; un commentaire est souvent rédigé à l'occasion d'un cours.

**1.** Le fait d'être l'auteur d'un écrit mathématique identifie quasi automatiquement un mathématicien. Mais il y a immédiatement une distinction à faire selon que l'ouvrage est conservé et que nous pouvons juger s'il s'agit effectivement d'un écrit mathématique ou selon qu'il est perdu et que nous avons seulement un témoignage indirect sur son titre ou une vague mention de son sujet ... Le problème est épineux pour la période la plus ancienne puisqu'il n'existe pas de traités complets préhellénistiques conservés<sup>25</sup>.

**2. a.** Le fait d'enseigner les mathématiques, d'avoir formé des disciples, ou, dans une moindre mesure, **b.** d'avoir reçu un enseignement spécialisé dans cette science, devrait permettre d'élargir la perspective. Si l'on se réfère à ce que l'on sait pour d'autres périodes il y a certainement bien davantage d'individus qui enseignent les mathématiques, que d'auteurs. Malheureusement on sait si peu de choses sur l'enseignement des sciences dans l'Antiquité que cet élargissement de la perspective n'est pas si important que l'on pourrait l'espérer.

**3.** L'activité de recherches a été privilégiée par la majorité des historiens et ce, depuis l'Antiquité. Le mathématicien est celui dont l'activité vise à *accroître* les connaissances mathématiques de son temps, à produire de nouveaux résultats. Ce questionnement est, me semble-t-il propre, à la tradition grecque et à sa descendance. Elle suppose la réunion de plusieurs facteurs qui n'ont rien d'obligatoire :

a — un intérêt pour la nouveauté; la valorisation de l'originalité.

b — une tradition scientifique non anonyme.

c — la reconnaissance des mathématiques comme un savoir fondamental susceptible d'être cultivé pour lui-même et pas seulement à des fins instrumentales, si prestigieuses qu'elles soient.

Ces trois facteurs existent dans la tradition grecque. On peut même dire que la tradition historique des Grecs pour ce qui concerne l'histoire des sciences se limite souvent à un intérêt pour les "premiers découvreurs"<sup>26</sup>.

---

<sup>24</sup> Même aujourd'hui il n'est pas si facile de donner une définition précise du mathématicien. Comme on le voit au sein des organisations professionnelles internationales les pays anglo-saxons et la France n'ont pas le même point de vue sur qui est mathématicien, s'il faut, par exemple, y inclure les ingénieurs ...

<sup>25</sup> Au demeurant, même quand les ouvrages existent, la question de savoir s'il s'agit de mathématiques peut se poser. Il y a des cas très faciles à trancher, dans un sens ou dans l'autre, mais, de certains ouvrages il est difficile de dire s'il s'agit de mathématiques ou de textes sur les, ou à propos des, mathématiques. Ainsi le cas des écrits polémiques, par exemple le *Contre les géomètres* de Sextus Empiricus, impose une telle distinction. Celle-ci présuppose une définition au moins implicite de ce que sont les mathématiques et il est finalement assez difficile de proposer des critères indiscutables.

<sup>26</sup> A l'inverse il ne me semble pas que les traditions anciennes égyptiennes ou babyloniennes connaissent (a, b) mais, malgré Platon, je crois qu'elles satisfont (c). En revanche ce critère ne paraît guère à l'œuvre dans la culture médiévale latine (en complet contraste avec celle des Pays d'Islam). Certes des arguments mathématiques sont mobilisés en

## II. Premières difficultés

Comme c'est fréquemment le cas de l'Antiquité nous n'avons souvent qu'une connaissance indirecte de l'activité mathématique d'un individu, par le biais de témoignages, quelquefois de citations. Si les nécessités chronologiques, calendériques et politiques ont abouti à la constitution de listes d'archontes, de rois et autres personnages importants, nous ne disposons de listes comparables pour les mathématiciens. Aucun auteur ancien n'a semble-t-il ressenti le besoin de produire un ancêtre du *Dictionary of Scientific Biography (DSB)* ou, du moins, une collection de biographies comme nous en connaissons dans l'Antiquité pour les philosophes, les poètes, les historiens, les orateurs, les sophistes ... Quelques exceptions existent mais elles sont très rares : certains mathématiciens ont été également considérés comme des philosophes. Ils ont donc pu bénéficier d'une biographie à ce titre : c'est par exemple le cas de Thalès, de Pythagore, de Démocrite, d'Archytas de Tarente ou d'Eudoxe de Cnide dans la collection de Diogène Laërce, mais il faut bien reconnaître qu'elles sont passablement pauvres quant à l'activité mathématique de ces personnages<sup>27</sup>. Des mathématiciens de l'époque hellénistique apparemment seul Archimède a été jugé digne d'une biographie<sup>28</sup>, malheureusement perdue.

Cela dit, les Grecs anciens n'ont pas complètement négligé l'histoire des sciences en général et des mathématiques en particulier. Si notre connaissance des philosophies naturelles présocratiques dépend d'une manière essentielle des travaux historiques de Théophraste, nos informations sur les mathématiciens préeuclidiens et leurs réalisations proviennent en grande partie des *Histoires* (arithmétique, astronomie, géométrie) rédigées par Eudème de Rhodes, perdues elles aussi et transmises de manière indirecte et fragmentaire par les commentateurs (souvent tardifs) d'Aristote (Simplicius), d'Euclide (Pappus, Proclus) ou d'Archimède (Eutocius).

Au début de l'époque hellénistique, toute une série de travaux historiques et/ou d'érudition voient également le jour et n'épargnent pas l'histoire des sciences, tout particulièrement l'origine et les débuts des mathématiques en Grèce. Cela vaut en particulier pour les "premiers inventeurs" que sont Thalès de Milet ou Pythagore de Samos mais aussi pour Démocrite, Cœnopide, Eudoxe ... Cet intérêt pour l'histoire de la discipline se manifeste également chez les mathématiciens eux-mêmes. Dans les préfaces ou dans les ouvrages moins formels ils intègrent quelques informations historiques. Nous en verrons un important exemple avec le témoignage d'Archimède sur Démocrite.

L'état lacunaire des sources n'est pas la seule difficulté que nous rencontrons dans l'interprétation des témoignages et l'identification des mathématiciens. Celle-ci suppose que l'on puisse distinguer clairement différentes catégories d'acteurs ce qui ne va pas de soi quand les

---

philosophie naturelle et même en théologie, mais les résultats mathématiques nouveaux et ceux qui les recherchent dans le monde médiéval latin sont rares.

<sup>27</sup> Cette pauvreté est encore plus marquée dans les deux notices (N°1, N°11) que Philostrate consacre respectivement à Eudoxe de Cnide et Hippias d'Élis dans ses *Vies des Sophistes*. Du premier il se contente de dire qu'il était placé dans la liste des sophistes à cause de son style et de sa facilité à improviser.

<sup>28</sup> Elle est citée à deux reprises par Eutocius d'Ascalon (VI<sup>e</sup> s. de notre ère) et attribuée à un certain Héraclide (*Comm. in Arch., Dimensio Circuli*, Préf., éd. Heiberg, p. 228, l. 20-21) ou Hérakleios (*Comm. in Apoll., Coniques*, Préf., éd. Heiberg, p. 168, l. 7-8). La biographie est hellénistique si l'on identifie ce Héraclide avec le personnage mentionné dans la préface du traité des *Spirales* (éd. Heiberg, II, p. 2, l. 4) par Archimède comme intermédiaire entre lui-même et son correspondant Dosithee.

témoignages désignent différemment les mêmes personnes. Trois "étiquettes" au moins peuvent leur être appliquées : philosophe, sophiste, mathématicien. A certains égards la distinction sophiste / mathématicien est ancienne si l'on se rappelle l'opposition introduite par Aristote lui-même entre la démarche d'Hippocrate de Chio — le géomètre archétype — et celles d'Antiphon et de Bryson — des sophistes —, dans le problème de la quadrature du cercle<sup>29</sup>. Mais la distinction se brouille un peu avec Hippias d'Élis tel que le présente Platon. Edmond Mazet a essayé de montrer que ce brouillage vaut également pour Théodore de Cyrène<sup>30</sup>. Au demeurant le mot "mathématicien" lui-même est à cette époque assez rare et Platon, lorsqu'il décrit ce que nous désignerions comme les activités mathématiques d'Hippias d'Élis<sup>31</sup>, de Théodore de Cyrène<sup>32</sup> ou de Théétète d'Athènes<sup>33</sup>, fait appel à la topique bien connue de la classification des sciences, appelée postérieurement *quadrivium* pythagoricien : ces personnages sont donc dits "calculateurs", "géomètres", "astronomes" et "musiciens". La polymathie ou l'encyclopédisme est donc un trait commun aux mathématiciens et aux sophistes.

De même il n'y a aucune raison d'admettre que l'on ne puisse pas être à la fois mathématicien et philosophe, que ces catégories soient non seulement distinctes, mais disjointes. Les deux qualifications s'appliquent à Archytas de Tarente, sans doute aussi à Eudoxe de Cnide. Rien n'interdit de penser que cela vaut aussi pour Démocrite. Mais il est vrai qu'un phénomène vient compliquer notre tentative d'identification : il existe en Grèce ancienne, dès le V<sup>e</sup> siècle avant notre ère, des interactions fortes entre philosophie et mathématiques. On peut en distinguer différentes modalités :

- L'utilisation des mathématiques comme "modèle" pour certaines questions de philosophie naturelle : cosmologie, analyse du mouvement, analyse de la relation composant / composés<sup>34</sup>.
- L'utilisation des mathématiques comme "modèle" pour certaines questions gnoséologiques ou de théorie de la connaissance<sup>35</sup>.
- Des discussions d'épistémologie mathématique, sur les méthodes ou sur le statut des objets mathématiques qu'illustrent le Livre VII de la *République* ou les *Seconds Analytiques*<sup>36</sup>.

L'interprétation de ces interactions avérées a été l'objet d'un débat historiographique très important, au moins aussi ancien que Paul Tannery, débat qui s'est parfois traduit dans des

<sup>29</sup> V. *Soph. El.*, XI, 171 b12-18; b34-172 a7; *Phys.* I, 2, 185 a14-17. Pour Bryson v. aussi *An. Post.*, I, 9, 75 b37 - 76 a 3.

<sup>30</sup> V. [Mazet, 1994], pp. 209-212.

<sup>31</sup> *Hipp. min.*, 366c5-6; 367d5; 367e7 - 368 a1; d4. *Hipp. mai.*, 285c1-3; c5-6; d1-2; *Prot.*, 318e2-4.

<sup>32</sup> *Theaet.*, 145 a 6-7.

<sup>33</sup> *Theaet.*, 145 c7 - d1.

<sup>34</sup> Pour donner des exemples indiscutables on citera des textes complets du IV<sup>e</sup> siècle : le *Timée* de Platon, le *De celo* (L. I-II) et la *Physique* d'Aristote ... Ce type d'interaction existe déjà semble-t-il dans les travaux de Zénon et de Philolaos.

<sup>35</sup> Pensons par exemple aux deux célèbres passages du *Ménon* de Platon sur la réminiscence et le raisonnement par hypothèse ..

<sup>36</sup> Celles-ci sont, semble-t-il, au moins aussi anciennes que la réfutation de la géométrie par Protagoras. V. Arstt, *Met.*, B, 2, 997 b35—998 a4 = DK 74 B VII; cf. Alex. *in Met.*, p. 200, l. 18-21. Parmi les livres conservés de Protagoras Diogène Laërce (*Vies...*, L. IX, § 55) mentionne un *Sur les mathématiques*.

questions du même genre que la nôtre à propos de Thalès, Pythagore, Philolaos, Zénon<sup>37</sup>, Platon<sup>38</sup> ..., des interrogations sur les modalités d'influence de la philosophie sur les mathématiques, ou l'inverse<sup>39</sup> ... Quoi qu'on en pense, cet état de fait ne facilite pas notre tâche, surtout lorsqu'il faut raisonner à partir de quelques fragments décontextualisés.

### III. Le critère de Knorr : la liste d'Eudème-Proclus

Dans l'ensemble de ces trop rares mais précieux témoignages, un seul présente en quelque sorte le caractère d'une *liste* de mathématiciens : il s'agit du célèbre Résumé de l'histoire de la géométrie inséré par Proclus dans le second prologue de son commentaire au Livre I des *Éléments* d'Euclide<sup>40</sup> et que la plupart des historiens rapportent aux *Histoires géométriques* d'Eudème. Le texte explique l'origine de la géométrie, son introduction en Grèce, les développements de cette science en particulier grâce aux mathématiciens de l'Académie et au rôle architectonique éminent joué par Platon. Dans cette fresque vingt mathématiciens sont nommés<sup>41</sup>, ce qui m'autorise à parler de "liste". Pour plusieurs d'entre eux il s'agit de l'unique mention conservée dans la littérature ancienne. Leurs travaux mathématiques sont brièvement évoqués, souvent de manière très allusive, parfois avec quelques indications précises, ce qui ne veut pas dire fiables. Même en admettant l'attribution eudémienne habituelle (au moins comme source principale) avec la "garantie" que représente l'affiliation péripatéticienne quand il s'agit de travaux historiques anciens, la question se pose de savoir ce que représente le Résumé par rapport à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes.

Pour me limiter à la question des personnes nous connaissons plus de vingt savants préeuclidiens qui se sont occupés, d'une manière ou d'une autre, de mathématiques. Mon inventaire personnel, sans aucune prétention à l'exhaustivité, contient 52 noms<sup>42</sup> dont 21 seulement sont cités

---

<sup>37</sup> Cf. par exemple G. E. L. Owen "Zeno and the Mathematicians", *Proceedings of the Aristotelian Society*, 58 (1957-58), pp. 199-222. Reproduit dans différents recueils d'articles dont, en dernier lieu, *Logic, Science and Dialectic*. Collected Papers in Greek Philosophy. Cornell University Press, 1986, pp. 45-61 et M. Caveing, *Zénon d'Elée. Prolégomènes aux doctrines du continu*. Etude historique et critique des Fragments et Témoignages. Paris, Vrin 1982.

<sup>38</sup> Cf. Ch. Mugler, *Platon et la recherche mathématique de son époque*. Strasbourg, 1948. Réimp. Anton W. Van Bekhoven, Naarden, 1969 et le compte-rendu critique qu'en a fait H. Cherniss : "Plato as Mathematician". *Review of Metaphysics*, 4, 1951, pp. 395-425, reproduit dans *Selected Papers*, ed. L. Taran, Leiden, Brill, 1977, pp. 222-252.

<sup>39</sup> Débat récemment renouvelé dans la polémique qui a opposé Arpad Szabó et Wilbur Knorr. Cf. Szabó, A., *Anfänge der griechischen Mathematik*. Budapest, Akadémiai Kiado, 1969. Traduction : *Les débuts des mathématiques grecques*. M. Federspiel. Paris, Vrin, 1972 et Knorr, W. R., On the Early History of Axiomatics: The Interaction of Mathematics and Philosophy in Greek Antiquity, in Hintikka, J., Gruender D., Agazzi E., (éds), *Theory of Change, Ancient Axiomatics, and Galileo's Methodology*. Proceedings of the 1978 Pisa Conference on the History and Philosophy of Science. Vol. I. Dordrecht/Boston/London, D. Reidel Publishing Company, Synthese Library, vol. 145, 1981, pp. 145-86 et On the Early History of Axiomatics : A Reply to some criticisms, *Ibid*, p. 193-196. Pour le thème en discussion ici, v. surtout [Knorr, 1982].

<sup>40</sup> V. *Procli Diadochi in Primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii*, Ed. G. Friedlein, Teubner, Leipzig, 1873, pp. 64. 16 - 68. 6 = Eudème de Rhodes, Fragment Werhli 133, pp. 54-56.

<sup>41</sup> On pourrait en compter 21 à condition de leur adjoindre Hippias d'Élis, cité dans le Résumé, non au titre de mathématicien, mais comme autorité historique. J'omet également le poète Stésichore et Platon lui-même.

<sup>42</sup> Thalès de Milet, Phocos de Samos, Anaximandre de Milet, Mamerkos d'Himère, Lasos d'Hermione, Pythagore de Samos, Hippase de Métaponte, Agathercus, Anaxagore de Clazomènes, Hippias d'Élis, Cenopide de Chio, Hippocrate de Chio, Andron, Zénodote, Antiphon, Damaste de Sigée, Aristée de Croton, Philolaos de Croton, Ecphante de Syracuse, Hicétas de Syracuse, Protagoras d'Abdère, Théodore de Cyrène, Méton d'Athènes, Euctémon, Clinias de

dans le Résumé ce qui, d'emblée, invalide la thèse selon laquelle celui-ci livrerait la liste exhaustive des mathématiciens antérieurs à Euclide.

Mais il faut aussi tenir compte de l'objectif du texte de Proclus : il s'agit de faire l'histoire de la *géométrie*, et même, plus précisément, la préhistoire des *Éléments* d'Euclide. Or parmi les 31 personnages préeuclidiens *non mentionnés* par Eudème-Proclus, la plupart sont soit des inconnus pour nous, des pythagoriciens dont les travaux mathématiques ne vont pas de soi, soit de lointains précurseurs, soit des astronomes apparemment spécialisés ou encore des contemporains d'Eudème<sup>43</sup>. Pour cette raison notre regretté collègue Wilbur Knorr a proposé un critère d'identification plus circonscrit mais très discriminant : un auteur préeuclidien est un *géomètre* s'il est mentionné comme tel par Eudème de Rhodes<sup>44</sup>, en particulier dans la liste que nous venons d'évoquer<sup>45</sup>. Si nous reprenons la confrontation des deux listes en nous restreignant à ceux qui sont censés s'être occupé de géométrie avant le dernier quart du IV<sup>e</sup> siècle, nous observons qu'il n'y a en fait que *quatre* absents :

- Hippiase de Métaponte — pythagoricien qui, selon Jamblique<sup>46</sup>, aurait travaillé sur la construction du dodécaèdre et peut-être sur l'irrationalité.
- Antiphon et Bryson, mentionnés par Aristote pour leurs travaux sur la quadrature du cercle<sup>47</sup>.
- Démocrite.

Mais si l'on se souvient que la quadrature du cercle est un problème de géométrie supérieure qui n'a pas sa place dans les *Éléments*, on peut — sans avoir recours à une hypothétique hostilité de Proclus vis à vis des sophistes — comprendre l'absence d'Antiphon et de Bryson. Quant à Hippiase son absence du Résumé n'a rien d'étonnant : il a cédé la place à Pythagore lui-même, crédité des mêmes découvertes que lui et même un peu plus : la théorie des irrationnelles, la construction des cinq figures cosmiques et pas seulement du dodécaèdre.

Finalement un seul auteur géomètre (ou prétendu tel) manque : c'est Démocrite ! C'est d'autant plus étonnant que l'un des témoignages les plus importants sur l'activité géométrique de l'Abdéritain, celui d'Archimède<sup>48</sup> — ou plutôt l'interprétation habituelle que l'on donne de ce témoignage — est en connexion étroite avec certains résultats du Livre XII des *Éléments* d'Euclide.

---

Tarente, Bryson d'Héraclée, Démocrite d'Abdère, Archytas de Tarente, Léodamas de Thasos, Théétète d'Athènes, Néoclède, Léon, Amphinomos, Héraclide du Pont, Polydus, Eudoxe de Cnide, Amyclas ou Amyntas d'Héraclée, Hélicon de Cyzique, Ménechme de Proconnèse, Dinostrate, Polémarque de Cyzique, Callippe de Cyzique, Theudios de Magnésie, Athénée de Cyzique, Hermotime de Colophon, Philippe de Medma (d'Opononte ?), Bion d'Abdère, Aristotherus, Autolykos de Pitane, Hipponicos, Bérose de Babylonie, Aristée l'Ancien. Ceux dont le nom est cité dans le Résumé sont soulignés. Cette fois j'inclus Hippias (v. note précédente).

<sup>43</sup> Voire des auteurs postérieurs dans la mesure où nous ne connaissons pas exactement la chronologie relative d'Eudème et d'Euclide. Dans la liste ci-dessus la question se pose pour les auteurs cités à partir de Bion d'Abdère. Proclus se contente de dire qu'Euclide n'était pas beaucoup plus jeune que les derniers auteurs mentionnés dans le Résumé, à savoir Hermotime et Philippe.

<sup>44</sup> V. [Knorr, 1982], p. 139.

<sup>45</sup> Si l'on compare les géomètres cités dans le Résumé (Fragment 133) et ceux cités dans les autres fragments (Wehrli, N°134-141) rapportés à l'*Histoire de la géométrie*, ces derniers apparaissent tous dans la liste du Résumé à l'exception d'Antiphon (N°139-140). Sur une possible explication de cette exception, v. *infra*.

<sup>46</sup> *Vie de Pythagore*, 88 = *De la science mathématique commune*, 25; *Vie de Pythagore*, 246.

<sup>47</sup> V. *Soph. El.*, XI, 171 b12-18; b34-172 a7; *Phys.* I, 2, 185 a14-17. Pour Bryson v. aussi *An. Post.*, I, 9, 75 b37 - 76 a 3.

<sup>48</sup> *Méthode à Eratosthène*, préface, Ed. Heiberg, II, p. 430, l. 1-9. V. *infra*, IV, A.

L'explication que nous avons avancée pour justifier l'absence d'Antiphon et de Bryson ne vaut donc pas dans le cas de Démocrite. Nous aboutissons donc à la situation suivante, relativement paradoxale. A une exception près — Knorr —, il y a quasi unanimité chez les historiens des mathématiques grecques : Démocrite était bel et bien un mathématicien. Or s'ils ne disent pas que Démocrite n'était pas un mathématicien, du moins ni Platon, ni Aristote, ni surtout Eudème de Rhodes ne disent qu'il en était un. Platon il est vrai — comme l'avait déjà remarqué Diogène Laërce — ne cite jamais Démocrite. Aristote le mentionne uniquement dans des discussions de philosophie naturelle quoiqu'il s'intéresse aussi aux mathématiques en général, et aux apories et autres paralogismes géométriques en particulier<sup>49</sup>. Mais plus fâcheux est le silence d'Eudème : Démocrite ne figure pas dans le Résumé de l'histoire de la géométrie et, comme j'ai essayé de l'expliquer, en un certain sens, c'en est le seul "vrai" absent<sup>50</sup>. Même en admettant qu'il en ait été écarté par l'hostilité d'une autorité intermédiaire, ou par Proclus lui-même, on ne voit pas pourquoi Eudème n'aurait rien retenu des travaux mathématiques de Démocrite<sup>51</sup>.

Malgré le jugement sévère du Stagirite il semble bien qu'il faille rapporter à Eudème les informations que les commentateurs d'Aristote, en particulier Simplicius, ajoutent à propos de la tentative d'Antiphon<sup>52</sup>. Il ne semble pas non plus que ses différentes *Histoires* ait eu comme seule fin de "commenter" historiquement le corpus d'Aristote, ce qui justifierait le "silence" d'Eudème s'il est vrai qu'Aristote ne parle pour ainsi dire jamais de stéréométrie, ni, *a fortiori*, des rapports entre cône et cylindre ou pyramide et prisme<sup>53</sup>. Ainsi le Stagirite, à ma connaissance, ne parle pas des travaux de Théétète (si j'en crois Bonitz, il ne le mentionne jamais); or ceux-ci sont pourtant rapportés par Eudème<sup>54</sup>. Certes les *Histoires* sont perdues, mais Pappus, Proclus, Simplicius et Eutocius s'expriment comme s'ils pouvaient encore les consulter. Et donc Plutarque ou Simplicius, par exemple, dans leurs discussions à propos de Démocrite, auraient pu nous conserver un tel témoignage<sup>55</sup>.

<sup>49</sup> Cf. *supra*, n. 23 l'explication qu'en propose Mazet laquelle, me semble-t-il, ne fait que traduire l'embarras des commentateurs.

<sup>50</sup> Cette absence avait bien entendu déjà été relevée, non sans perplexité, par Tannery et Allman. Ils l'expliquaient par l'hostilité vis-à-vis des Atomistes de la part des platoniciens intermédiaires entre Eudème et nous, en particulier Proclus. V. [Tannery, 1887], p. 122; [Allman, 1889], p. 79. Dans l'article qu'il a consacré aux fragments d'Eudème de Rhodes (reproduit dans les *Mémoires scientifiques*, 17 volumes. J. L. Heiberg et H. G. Zeuthen (éd). Paris, Gauthier-Villars. 1912-1913. Vol. I, N°15, [1882]) Tannery (p. 172) suppose l'intervention d'un compilateur abrégiateur « car l'omission de Démocrite eût été bien singulière de la part du Péripatéticien ». Cf. *Ibid.*, n°30, 1883, Vol. II, p. 2.

<sup>51</sup> Ainsi [Michel, 1950], après avoir cité et critiqué l'opinion (attribuée à G. Loria) selon laquelle Proclus a écarté Démocrite de son Résumé (p. 229), affirme : « il est plus vraisemblable de supposer qu'Eudème, attaché à la tradition de l'école péripatéticienne, elle-même issue de l'Académie, n'a rendu — et peut-être n'a voulu rendre — qu'une justice partielle au grand Abdéritain méconnu. Énumérant les principales hypothèses physiques, il lui était difficile de passer sous silence l'atomisme, tandis qu'il pouvait se croire plus libre de négliger les travaux mathématiques de Démocrite ». L'explication pourrait valoir pour Théophraste, mais elle est un peu courte pour un auteur d'*Histoires* des différentes spécialités mathématiques !

<sup>52</sup> V. *Comm. in Arstt. Phys.*, I, 2 (185 a 14), éd. Diels, p. 54. 20 — p. 55. 24. Eudème dit en particulier qu'Antiphon a enfreint un principe fondamental de la géométrie : la grandeur est divisible à l'infini. Même s'il se trompe, l'auteur des *Histoires* fait donc d'Antiphon le partisan d'un atomisme géométrique. L'occasion lui était donc offerte de faire la comparaison avec Démocrite si celui-ci avait dit quoi que ce soit à ce sujet.

<sup>53</sup> Le problème XVI. 5 (v. *supra*, n. 9) n'est certainement pas dû à Aristote lui-même.

<sup>54</sup> V. Fragments Werhli 141 I, II.

<sup>55</sup> Si l'on accepte l'authenticité de l'ouvrage consacré aux irrationnelles que Thrasylle attribue à Démocrite (v. *infra*, Troisième partie), il faut admettre que Démocrite avait précédé Théétète dans l'étude des irrationnelles (comme le

### Troisième partie : « Démocrite mathématicien »

L'argument qui précède est entièrement *a silentio*. Rien d'étonnant donc à ce qu'il n'ait pas, à lui seul, emporté la conviction des historiens des mathématiques grecques. On peut même considérer qu'il ne pèse pas lourd en comparaison des éléments du dossier favorables à la thèse « Démocrite géomètre ». C'est ce qu'il nous faut maintenant examiner en reprenant les trois critères posés au départ.

#### I. La production littéraire

Le premier paraît *a priori* très favorable. Démocrite aurait composé plusieurs ouvrages de mathématiques comme en témoigne le catalogue de ses œuvres, établi par Thrasyllle et transmis par Diogène Laërce<sup>56</sup>. L'astrologue de Néron regroupe les ouvrages mathématiques de l'Abdéritain en 3 tétralogies, soit 12 titres :

Μαθηματικά δὲ τάδε· VII. Περὶ διαφορῆς γνώμης <sup>57</sup> ἢ Περὶ ψαύσιος κύκλου καὶ σφαίρης, Περὶ γεωμετρίας, Γεωμετρικῶν, Ἀριθμοί,	Voici maintenant les ouvrages de mathématiques: <7> 1. <i>Sur la différence &lt; angulaire &gt;</i> <i>ou sur la tangence avec le cercle et la sphère.</i> 2. <i>Sur la géométrie</i> 3. <i>Questions géométriques</i> 4. <i>Les nombres</i>
VIII. Περὶ ἀλόγων γραμμῶν καὶ ναστῶν α' β', Ἐκπετάσματα, Μέγας ἐνιαυτὸς ἢ Ἀστρονομία, παράπηγμα, Ἄμιλλα κλεψύδρας <καὶ οὐρανοῦ> <sup>58</sup> .	<8> 1. <i>Sur les lignes et solides irrationnels</i> , deux livres. 2. <i>Projections</i> 3. <i>La Grande Année, ou Astronomie — Calendrier.</i> 4. <i>Combat de la clepsydre &lt;et du Ciel&gt;</i>
IX. Οὐρανογραφία, Γεωγραφία, Πολογραφία, Ἀκτινογραφία.	<9> 1. <i>Description du Ciel</i> 2. <i>Description de la Terre</i> 3. <i>Description du Pôle</i> 4. <i>Description des rayons &lt;lumineux&gt;</i>
τοσαῦτα καὶ τὰ μαθηματικά.	Tel est le nombre des ouvrages de mathématiques <sup>59</sup> .

---

remarque incidemment [Tannery, 1997], p. 123). Or, au début de son commentaire au Livre X des *Éléments* d'Euclide, Pappus fait l'histoire de ladite théorie en s'appuyant expressément sur les *Histoires* d'Eudème (v. note précédente) : il ne mentionne pas Démocrite.

<sup>56</sup> Vie de Démocrite; §§ 46 -48 (= portion de DK 68 A 31).

<sup>57</sup> Vulg. "γνώμονος". Corr. Diels d'après les mss. [Heath 1921], p. 179) a proposé la correction "γωνίης", adoptée par J. Brunshwig (DL, IX, p. 1084), mais [Heath 1931], p. 117-118 estime qu'elle est non nécessaire à la compréhension du titre à la lumière du témoignage de Sextus (DK 68 B11) sur les deux modes de la connaissance selon Démocrite.

<sup>58</sup> Codd. Diels corr. : "Ἄμιλλα κλεψύδρας καὶ οὐρανοῦ".

<sup>59</sup> Traduction J. Brunshwig, Le Livre de Poche, 1999, pp. 1084-1085. Viennent ensuite les œuvres *musicales*, séparées des mathématiques et entendues comme œuvres sur les aspects "musicaux" de la poésie (rythme, harmonie, euphonie et cacophonie ...).

Plusieurs titres (VII. 2, 3, 4; VIII. 1) suggèrent que l'Abdéritain s'était occupé d'arithmétique et de géométrie. Malheureusement ces ouvrages sont perdus. Si nous considérons les fragments tels qu'ils sont édités par Diels, deux au plus, de par leur vocabulaire, peuvent provenir d'un écrit géométrique :

- celui transmis par Aristote qui affirme que pour Démocrite la sphère, en tant qu'elle est une sorte d'angle, coupe, à cause de sa mobilité<sup>60</sup>.
- notre dilemme du cône.

Clairement le premier est inséré dans une discussion de philosophie naturelle : le rôle *physique* que certains philosophes attribuent à la forme *géométrique* des éléments — en particulier celui que les Atomistes font jouer à la forme des atomes. La mention de deux des cinq polyèdres réguliers dans la phrase qui précède (307 a15-16) ne doit pas nous conduire à surinterpréter le caractère "angulaire" de la sphère pour en faire un polyèdre<sup>61</sup>. Elle est à rapporter au fait que le Stagirite inclut atomistes et platoniciens dans la même critique.

Quant au dilemme j'ai essayé de montrer que le libellé n'impose pas une lecture mathématique, mais plutôt une interprétation métamathématique. A lui seul, il ne suffit pas à trancher : à le considérer isolément on pourrait simplement conclure que l'Abdéritain, comme Platon ou Aristote, s'intéresse aux mathématiques, connaît des mathématiques, s'interroge sans doute sur le statut de leurs objets sans pour autant développer des recherches spécifiques dans cette discipline. Il faut donc savoir si nous pouvons faire confiance au témoignage de Thrasyllé.

Discuter en détails le catalogue supposerait un examen approfondi de la désignation des œuvres scientifiques dans l'Antiquité, ce qui, à ma connaissance, n'a pas été fait<sup>62</sup>. Je me contenterai de quelques remarques :

1 Certains titres paraissent anachroniques, par exemple VIII. 2.

Diels propose de comparer "Ἐκπετάσματα" avec Ptolémée, *Géographie*, VII. 7 « Ὑπογραφή τοῦ ἐκπετάσματος. Ὑπογραφή δ' ἔσται καὶ τῆς τοιαύτης ἐκπετάσεως ἀρμόζουσά τε καὶ κεφαλαιώδης. Ἡ τοιαύτη τῆς κρικωκῆς σφαίρας ἐν ἐπιπέδῳ καταγραφὴ ». Le titre "Ἐκπετάσματα" pourrait donc signifier *Projection d'une sphère armillaire sur un plan*. N'est-ce pas quelque peu anachronique<sup>63</sup> ?

<sup>60</sup> Arstt, *De caelo*, III, 8, 307 a16-17 : « Δημοκρίτῳ δὲ καὶ ἡ σφαῖρα, ὡς γωνία τις οὖσα, τέμνει ὡς εὐκίνητον » = DK 68 B 155a, à compléter par le commentaire de Simplicius (*CAG*, VII, éd. Heiberg, p. 662, l. 10-12) : « ἔστι δὲ ... σφαιρικὸν ὅλον γωνία· εἰ γὰρ τὸ συγκεκαμμένον ἐστὶ γωνία, ἡ δὲ σφαῖρα καθ' ὅλην ἑαυτὴν συγκεκαμπται, εἰκότως ὅλη γωνία λέγεται. » (Mais il est possible [...] que l'entièrement sphérique soit un angle, car si l'incurvé est un angle, la sphère étant entièrement incurvé, on peut dire avec vraisemblance qu'elle est toute entière un angle); trad. J.-P. Dumont, *Les Présocratiques*, Paris, Gallimard, Pléiade, 1988, p. 884.

<sup>61</sup> L'explication de Simplicius est assez claire et on ne doit pas perdre de vue que la notion ancienne d'angle est plus large que la catégorie moderne élémentaire d'angle (nécessairement rectiligne) : elle inclut des portions d'espace limitées par des limites courbes.

<sup>62</sup> V. cependant *Titres et articulations du texte dans les œuvres antiques*. Actes du Colloque International de Chantilly. 13-15/12/1994, édités par J.-C. Fredouille, M.-O. Goulet-Cazé, P. Hoffmann, p. Petitmengin. Paris, IEA, 1997. Mais il n'y eut, dans ce colloque, aucune communication sur les titres des ouvrages mathématiques.

<sup>63</sup> Je me demande s'il n'y a pas eu confusion entre "ἘΚΠΕΤΑΣΜΑΤΑ" et "ΕΠΙΣΗΜΑΣΙΑΙ", titre que l'on trouve dans la littérature parapegmaticque. V. Geminus, *Introduction aux phénomènes*, par ex. XVII, 6 et 19 (dans lequel le parapegme de Démocrite est cité).

2 D'autres sont des hapax ou quasi-hapax, par exemple IX. 1, 3<sup>64</sup>, 4. Compte tenu de l'incertitude concernant les titres anciens il se pourrait d'ailleurs que les huit titres des tétralogies VIII-IX renvoient à 3 ou 4 ouvrages seulement, soit qu'il y ait des variantes d'intitulé, soit que certains désignent des parties desdits ouvrages. On aurait du moins:

- Un ou deux ouvrages d'astronomie, Ἀστρονομία incluant la Grande Année, l'usage de la clepsydre, l'ouranographie, la polographie et peut-être le parapegme quoique ce genre d'écrits ait vocation à exister séparément.
- Une géographie ou Περὶ τῆς Γῆς
- La mystérieuse *Aktinographie*, peut-être un traité de perspective géométrique<sup>65</sup>.

3 Le découpage, tel qu'il est rapporté par Diogène, n'est pas très satisfaisant.

Tannery<sup>66</sup> a proposé les modifications suivantes :

- Regrouper VII. 2 et 3 sous l'intitulé : Περὶ γεωμετρίας ἢ Γεωμετρικῶν<sup>67</sup>.
- Compléter la tétralogie VII avec VIII. 1 (Περὶ ἀλόγων γραμμῶν καὶ ναστῶν α'β')
- Séparer VIII. 3 en deux intitulés : " Μέγας ἐνιαυτὸς ἢ Ἀστρονομία ", puis "παράπηγμα".

Dans cette hypothèse, les mathématiques au sens strict (arithmétique-géométrie) correspondrait à la tétralogie VII.

4 Cela dit, on ne peut pas ne pas remarquer que les titres VII. 2, 3, 4; VIII. 1 (ou VII. 2-4 dans l'hypothèse de Tannery) correspondent exactement au plan des *Éléments* d'Euclide<sup>68</sup> : géométrie plane (L. I-VI); arithmétique (L. VII-IX); irrationnelles (L. X); stéréométrie (L. XI-XIII) du moins à condition de considérer comme certains commentateurs ou traducteurs que "ναστῶν" est ici synonyme de "στερεῶν"<sup>69</sup>. La chose ne va complètement de soi : on devrait sans doute suppléer « aires » pour que l'énumération des espèces de la grandeur géométrique soit cohérente. Certains croient que "ναστῶν" désignent ici les atomes et que Démocrite, dans cet ouvrage, proposait une interprétation atomistique de la théorie des irrationnelles<sup>70</sup>.

Quoi qu'il en soit, une telle coïncidence incite à une certaine prudence vis à vis de la "tétralogie" thrasyllienne des ouvrages de mathématiques au sens strict. Peut-être faut-il les

<sup>64</sup> Un quasi hapax car on trouve une deuxième occurrence dans une des lettres pseudépigraphiques de l'Époque Romaine rattachées au Corpus hippocratique. Il s'agit de la lettre n°18 (adressée par Démocrite lui-même à Hippocrate (de Cos)). Elle mentionne d'ailleurs d'autres écrits de D., par exemple un Περὶ κόσμου διαθέσεως, un Περὶ ἄστρον οὐρανίων, à comparer avec Thrasyllé IX. 1 et III : Μέγας διάκοσμος, Μικρὸς διάκοσμος, Κοσμογραφία, Περὶ τῶν πλανήτων.

<sup>65</sup> Cf. Vitruve, *De architectura*, L. VII, préface.

<sup>66</sup> [Tannery, 1887], p. 122.

<sup>67</sup> Encore que les deux titres ne soient pas nécessairement équivalents : « Περὶ γεωμετρίας » pourrait désigner un ouvrage d'épistémologie mathématique; « Γεωμετρικῶν » (sous-entendu "προβλημάτων") un recueil de problèmes techniques.

<sup>68</sup> Coïncidence relevée par Tannery lui-même ([Tannery, 1887], p. 123), reprise dans [Heath, 1921], pp. 180-181 (mais qui limite la similitude aux Livres I-X, v. l'explication *infra*), Abel Rey puis [Michel, 1950], p. 230.

<sup>69</sup> D'où la traduction : « *Sur les lignes et solides irrationnels* » adoptée par Tannery et reprise par J. Brunshwig.

<sup>70</sup> Cf. [Heath, 1921], p. 178 et [Michel, 1950], p. 230. L'idée vient apparemment de Heiberg. D'autres suggestions ont été faites. [Simon, 1909] traduit : « *Sur les droites irrationnelles et le continu* », ce qui lui permet d'affirmer que Démocrite s'est confronté au problème de la continuité mathématique. Apelt avait proposé la correction : « Περὶ ἄτομων γραμμῶν... », écartée par [Heath, 1921], p.181, parce que Démocrite était trop bon mathématicien pour avoir quoi que ce soit à faire avec la théorie des lignes insécables. [Sarton, 1952], p. 277 traduit tout simplement *On irrationals* !

dissocier des travaux astronomico-géographiques qui s'inscrivent dans la lignée de ceux que la tradition attribue déjà à Anaximandre puis à Eudoxe de Cnide. Il pourrait s'agir d'un artefact, comparable au célèbre paragraphe que le Résumé de Proclus consacre à Pythagore. Dans l'un et l'autre cas il s'agirait de suggérer ou d'établir que le plan (et sans doute les grandes lignes du contenu) du traité d'Euclide était fixé bien avant l'Alexandrin, en fait dès l'époque de Pythagore pour l'un, de Démocrite pour l'autre. On remarquera que ces ouvrages de mathématiques, au sens strict du terme, n'apparaissent pas dans la notice de la *Suda*.

## II. L'enseignement et la formation

Nous ne savons pas si Démocrite a délivré un enseignement mathématique. Parmi les disciples que la tradition lui reconnaît, deux peuvent être répertoriés comme mathématiciens : Apollodore de Cyzique — à condition d'accepter l'identification avec Apollodore le "logisticien" (le calculateur) et Bion d'Abdère<sup>71</sup>. Même s'ils sont considérés comme "démocritéens" rien ne prouve qu'ils aient acquis leur éventuelle formation mathématique auprès de Démocrite.

Les témoignages concernant la formation de l'Abdérain sont à la fois plus riches et plus incertains. Nos prédécesseurs, historiens des mathématiques grecques anciennes de la fin du XIX<sup>e</sup> et du début du XX<sup>e</sup> siècles, ne connaissaient pas, avant la publication des *Fragments des Présocratiques* d'Hermann Diels (1<sup>ère</sup> éd. 1903), les mêmes incertitudes que nous : ils disposaient — du moins le croyaient-ils — du témoignage "autobiographique" de Démocrite lui-même, conservé dans les *Stromates* (I, XV, 69) de Clément d'Alexandrie (III<sup>e</sup> s) et qui est aujourd'hui le fragment {DK 68 B 299}<sup>72</sup> :

« Je suis assurément, parmi mes contemporains, celui qui a le plus voyagé de par toute la Terre pour m'instruire; j'ai vu quantité de cieux et quantités de contrées; j'ai écouté quantités d'hommes instruits; et nul ne m'a surpassé dans l'art de composer des écrits avec accompagnement de démonstrations, pas même ceux des Égyptiens que l'on nomme arpédonaptes. C'est auprès d'eux qu'en tout je suis resté au titre d'hôte quatre-vingts < ou cinq ?> ans »<sup>73</sup>.

Tous les historiens de cette époque que j'ai consultés commençaient par ce témoignage<sup>74</sup>. Et ce, même après la "condamnation" d'inauthenticité prononcée par Diels, qu'ils la connaissent ou non<sup>75</sup>; elle n'a d'ailleurs été ni immédiatement, ni unanimement acceptée<sup>76</sup>.

<sup>71</sup> V. D. O' Brien, article "Démocrite d'Abdère" du *DPhA*, II, p. 680.

<sup>72</sup> Il a été classé par Diels dans la catégorie des fragments inauthentiques.

<sup>73</sup> « ἐγὼ δὲ τῶν κατ' ἑμαυτὸν ἀνθρώπων γῆν πλείστην ἐπεπλανησάμην ἱστορέων τὰ μήκιστα καὶ ἀέρας τε καὶ γέας πλείστας εἶδον καὶ λογίων ἀνδρῶν πλείστων ἐπήκουσα καὶ γραμμῶν συνθέσιος μετὰ ἀποδείξεως οὐδεὶς κώ με παρήλλαξεν οὐδ' οἱ Αἰγυπτίων καλεόμενοι Ἀρπεδονάπται· σὺν τοῖς δ' ἐπὶ πᾶσιν ἐπ' ἕτα ἄ ὀγδώκοντα ἐπὶ ξείνης ἐγενήθη». Trad. fr. J.-P. Dumont, pp. 916-917.

<sup>74</sup> V. par exemple [Gow, 1884], p. 159; [Tannery, 1887], p. 121; [Allman, 1889], pp. 79-80;

<sup>75</sup> V. [Hoppe, 1911], p. 130, en particulier n. 3.

<sup>76</sup> V. [Heath, 1921], pp. 176-177. Encore en 1954 J. Mau ne semble pas complètement convaincu par la condamnation du frgt 299 (v. [Mau, 1954], p. 20 + n. 8).

Ce texte inscrit Démocrite dans la topique bien connue des sages-voyageurs qui ont acquis leurs savoirs chez les Barbares, du moins dans les prestigieuses civilisations plus anciennes que les Grecs eux-mêmes<sup>77</sup>. Indépendamment de la réalité d'emprunts réels et circonstanciés — avérés y compris dans le domaine des mathématiques — l'initiation des premiers savants grecs : Thalès, Pythagore, mais aussi Cénopide, Eudoxe, auprès des différentes cultures du Proche-Orient ancien est un substitut rationnel à la catégorie quelque peu mythique du « premier inventeur »<sup>78</sup>.

On le retrouve dans différents témoignages relatifs à la « formation » de Démocrite (v. DK 68 A 179) et ce dernier figure dans la liste, dressée par Diodore de Sicile, des Grecs venus s'instruire en Égypte<sup>80</sup>. Des différents extraits de Diogène Laërce, de Diodore, de Strabon (DK 68 A 55), mais aussi de Plin et Clément (DK 68 A 17-18), émerge le portrait d'un Démocrite qui, pour paraphraser Aristophane quand il se moquait de Méton<sup>81</sup>, n'est autre qu'un second *Thalès*, importateur en Grèce des sagesses barbares, capable s'il l'eût voulu, de faire fortune grâce aux prévisions météorologiques que lui permettait sa grande connaissance des liens qui unissent le ciel et la terre.

Si ces témoignages s'inscrivent dans un sorte de réflexion anthropologique sur les origines de la civilisation qui fait leur intérêt, ils s'accompagnent très souvent d'une dimension idéologique très forte qui n'est autre qu'une revendication de supériorité. Celle-ci est évidente dans le témoignage de Clément lequel — outre son prétendu caractère autobiographique — lui doit une grande part de son succès chez les historiens des mathématiques grecques européens<sup>82</sup>.

Les histoires anciennes de la philosophie ont inséré Platon et Aristote dans la lignée socratique, et, pour l'importance tout particulière qu'il accordait aux mathématiques, ont considéré que le maître de l'Académie s'inscrivait dans la sphère d'influence des Pythagoriciens. Il semble que l'atomisme de Démocrite constituait une nouveauté doctrinale si importante qu'elle est apparue

---

<sup>77</sup> Clément poursuit en effet : « Démocrite en effet alla à Babylone, en Perse et en Égypte, où il suivit l'enseignement des mages et des prêtres ». Cf DK 68 A 1. Cette topique des savants voyageurs jouira d'une grande faveur à l'époque hellénistique. V. *infra*, n. 79, les sources que cite Diogène : Démétrius de Magnésie (polygraphe du I<sup>er</sup> siècle avant notre ère. V. *DPhA*, II, pp. 626-628), Antisthène (peut-être Antisthène de Rhodes, historien de la fin du III<sup>e</sup> s.-début du II<sup>e</sup> avant notre ère. Certains refusent cette identification et considèrent qu'il s'agit d'un autre Antisthène, du premier siècle avant) et celles que l'on connaît à Diodore, en particulier Hécatée d'Abdère.

<sup>78</sup> V. Vitrac, B., 'Mythes (et réalités ?) dans l'histoire des mathématiques grecques anciennes' dans les Actes du Colloque *Mythes et réalités historiques de l'Europe mathématique*. 1993. Eds C. Goldstein, J. Gray, J. Ritter. Ed. de la Maison des Sciences de l'homme. Paris, 1996, pp. 32-51., en particulier pp. 40-42 et 43-45, et Ritter, J. & B. Vitrac, 'Pensée grecque et Pensée "orientale". In : *Encyclopédie Philosophique*, Volume IV, Ch. 71, sous la direction de J. F. Mattéi. Paris, PUF, 1998, pp. 1233-1250.

<sup>79</sup> Diogène Laërce, Vie de Démocrite; § 34 : « Il fut le disciple de certains Mages et Chaldéens ... il apprit d'eux la théologie et l'astronomie, encore enfant »; § 35 : «... A ce que disent Démétrios dans ses *Homonymes* et Antisthène dans ses *Successions*, il voyagea, il visita l'Égypte pour apprendre la géométrie auprès des prêtres, la Perse pour s'instruire auprès des Chaldéens, la mer Rouge. Certains disent qu'il fréquenta les Gymnosophistes en Inde et qu'il alla en Éthiopie... ». Traduction J. Brunshwig, Le Livre de Poche, 1999, pp. 1075-1076.

<sup>80</sup> *Bibliothèque historique*, Livre I, §§ XCVI. 1-3 et XCVIII. 2-4. Trad. Y. Vernière, CUF, 1993, p. 176 et pp. 180-181

<sup>81</sup> *Les Oiseaux*, v. 1010.

<sup>82</sup> Tannery, par exemple, écrit en s'appuyant sur ce fragment : « J'ai dit qu'à partir du milieu du V<sup>e</sup> siècle avant notre ère, grâce aux découvertes de Pythagore, les géomètres hellènes étaient capables d'en remonter aux Égyptiens. Des Grecs ont donc pu encore aller s'instruire en Égypte et y chercher, notamment comme Eudoxe, des données astronomiques, fruit d'une longue observation; mais, en Géométrie, ils n'avaient plus rien à apprendre. Il est à noter que Platon, qui fit lui-même un voyage scientifique sur les bords du Nil, et qui se plaît à rehausser souvent la sagesse des prêtres égyptiens, n'hésite cependant pas (*Resp.*, IV, 436a) à qualifier leur nation de φιλοχρήματος (avide de richesses) et à opposer le φιλομαθής » (l'avidité d'instruction) des Hellènes »; v. [Tannery, 1887], p. 121.

comme une "refondation" qui ne pouvait laisser échapper aucun savoir, y compris mathématique. D'où une *Vie* élaborée sans doute au cours de l'époque hellénistique, sur le même modèle culturel que celles de Thalès et Pythagore et qui en fait, dès l'époque de Cicéron<sup>83</sup> et Thrasyllé, non seulement un savant universel (un "pentathle" en philosophie), mais aussi un grand géomètre.

Une autre version, moins grandiose, plus vraisemblable mais toute aussi incertaine, relative à la formation de Démocrite va dans ce même sens d'un « Démocrite mathématicien », ce sont ses accointances avec les Pythagoriciens :

« « Il semble bien, dit Thrasyllé, avoir été partisan des Pythagoriciens : il fait même mention de Pythagore lui-même, en exprimant son admiration dans l'ouvrage intitulé du nom de ce dernier. Il semble bien qu'il lui a tout pris, et il aurait pu être son disciple, si la chronologie n'y faisait obstacle. » Toujours est-il qu'il avait été le disciple d'un Pythagoricien, d'après Glaucos de Rhégion, qui était son contemporain. Apollodore de Cyzique dit aussi qu'il avait fréquenté Philolaos »<sup>84</sup>.

Finalement notre deuxième critère s'avère très incertain, surtout après le rejet du fragment autobiographique B 299 par Diels en 1903. Pourtant le scepticisme n'a pas eu le temps de gagner les historiens des mathématiques : en 1907<sup>85</sup> un nouveau témoignage vient en effet s'ajouter au dossier, celui d'Archimède dans la préface de son traité *De la méthode*, adressé à Ératosthène, ce qui nous conduit à considérer le troisième critère :

### III. La recherche

#### A. Le témoignage d'Archimède

Dans les lettres-préfaces qu'il joint aux traités mathématiques expédiés à ses correspondants alexandrins Archimède situe ses résultats par rapport à ceux de ses prédécesseurs. En particulier il présente ses travaux géométriques concernant la quadrature des aires et la cubature des volumes dans la continuité de ceux d'Eudoxe de Cnide. Ainsi, à deux reprises, dans la préface au premier Livre de la *Sphère et du Cylindre*<sup>86</sup> et dans celle de *La Méthode*<sup>87</sup>, il mentionne plusieurs résultats qu'il considère comme exemplaires d'une certaine démarche mathématique qui nous est connue aujourd'hui à travers le Livre XII des *Éléments* d'Euclide et que les historiens modernes, à la suite des mathématiciens du XVII<sup>e</sup> siècle, désignent improprement sous le nom de "méthode d'exhaustion". Dans les deux textes il cite expressément le résultat contenu dans le Porisme (ou corollaire) à XII. 7 et la Proposition XII. 10.

---

<sup>83</sup> V. *De finibus bonorum et malorum*, I, VI, 20 : « ... tandis que Démocrite, qui est un savant et un excellent géomètre, croit à la grandeur du soleil ».

<sup>84</sup> Diogène Laërce, *Vie de Démocrite*; § 34. Traduction J. Brunshwig, Le Livre de Poche, 1999, p. 1077.

<sup>85</sup> C'est l'année qui voit la publication de la *Méthode* par Heiberg et sa traduction en allemand par Zeuthen.

<sup>86</sup> V. Archimède, éd. et trad. Ch. Mugler. Paris, Belles-Lettres. Vol. I, p. 8, l. 18—p. 9, l. 11.

<sup>87</sup> *Ibid*, Vol. III, p. 84, l. 3-10.

- Dans la première préface (selon l'ordre chronologique de ses envois) Archimède soutient une position épistémologique quasi platonicienne : les relations entre objets mathématiques préexistent à la connaissance que nous en avons. Il déclare :

« Ces propriétés [du cône et de la pyramide] préexistaient bien, comme étant liées à la nature de ces figures; mais bien qu'il y eût avant Eudoxe de nombreux géomètres de valeur, il arriva qu'elles fussent ignorées de tous et que personne ne s'en aperçût »<sup>88</sup>

- ce qui contredit formellement l'assertion de la préface à la *Méthode* :

« ... Pour cette raison, de ces propositions sur le cône et la pyramide, dont Eudoxe fut le premier à trouver la démonstration, en particulier des théorèmes affirmant que le cône est la troisième partie du cylindre, et la pyramide la troisième partie du prisme, qui ont même base et même hauteur<sup>89</sup>, on doit attribuer une part notable à Démocrite, qui le premier a formulé<sup>90</sup> l'énoncé au sujet de la figure indiquée sans en donner une démonstration »<sup>91</sup>.

Depuis 1907 les exposés d'histoire des mathématiques concernant Démocrite commencent quasi systématiquement avec le témoignage d'Archimède. Celui-ci joue maintenant le rôle décisif dans l'adhésion à la thèse « Démocrite mathématicien » — autorité mathématique d'Archimède oblige —, rôle que tenait auparavant celui de Clément, désormais omis ou convoqué seulement à titre complémentaire.

Dans le cas du dilemme du cône, il permet même beaucoup plus : combiné au témoignage du Syracusain — ou plutôt à ce que j'appellerai son *interprétation forte* — le fragment transmis par Plutarque reçoit une très importante signification mathématique et amplifie par là même la portée historique du témoignage d'Archimède. Depuis 1907, les interprétations du fragment de Plutarque et du témoignage d'Archimède sont donc presque toujours solidaires<sup>92</sup>.

<sup>88</sup> « καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίῳ λόγῳ γεωμετρῶν συνέβαινε ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι ». Trad. Ch. Mugler.

<sup>89</sup> Cf. Eucl., *Éléments*, L. XII, Prop. 10 et Porisme à XII. 7 respectivement.

<sup>90</sup> V. le texte *infra*, n. suivante. Archimède dit "formulé" et non pas "découvert", comme le disent de nombreux interprètes. Étrangement [Mazet, 1994] traduit (p. 219) : « ... qui < Démocrite > a fait apparaître sans démonstration cette *propriété* de ladite figure », sans doute influencé par le passage de la préface de *Sphère et cylindre* qui commence en effet par : « Ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα τῇ φύσει προϋπήρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ... ». Mais ici il est question de l'"ἀπόφασις", pas des "συμπτώματα". Dans sa note 18 Mazet fait grand cas de l'emploi du verbe "ἀποφαίνω" — (produire, faire voir; de la même famille que l'actif "ἀποφαίνω" est "ἀπόφασις"; deux autres occurrences dans Arch. : *SC I præf*, *Arch.*, I, p. 4, l. 17 (avec le sens de jugement, de "se prononcer") et ici même, p. 430, l. 7 avec le sens d'énoncé) — lequel implique, selon lui, un argument persuasif, sinon démonstratif. Le texte d'Archimède ne dit expressément rien de tel. Il me semble qu'il y a surtout une opposition fonctionnelle : " τὴν ἀπόφασιν ... ἀποφνημαμένῳ / " χωρὶς ἀποδείξεως".

<sup>91</sup> « < ... Διόπερ καὶ τῶν θεωρημάτων τούτων, ὧν Εὐδόξος ἐξηύρηκεν πρῶτος τὴν ἀπόδειξιν, περὶ τοῦ κώνου καὶ τῆς πυραμίδος, ὅτι τρίτον μέρος ὁ μὲν κώνος τοῦ κυλίνδρου, ἡ δὲ πυραμὶς τοῦ πρίσματος, τῶν βάσιν ἔχόντων τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, οὐ μικρὰν ἀπονεύει ἂν τις Δημοκρίτῳ μερίδα πρῶτῳ τὴν ἀπόφασιν τὴν περὶ τοῦ εἰρημένου σχήματος χωρὶς ἀποδείξεως ἀποφνημαμένῳ ». Traduction Ch. Mugler.

<sup>92</sup> Signalons toutefois que H. Cherniss, dans l'édition qu'il a fait pour la Loeb Classical Library (1976), critique cette association (il cite Heath, Mau et Luria) et envisage que témoignage et fragment puissent provenir de contextes complètement indépendants, le dilemme du cône provenant peut-être de la polémique de Démocrite avec Protagoras (attestée par DK 68 A 114 et B 156).

## B. L'interprétation forte du témoignage d'Archimède

Les tenants<sup>93</sup> de l'interprétation forte soutiennent :

- que « sans démonstration » signifie « sans démonstration acceptable selon les canons archimédiens » — le Syracusain lui-même affirmant que sa méthode heuristique exposée dans la suite du traité, pourtant très sophistiquée, n'a pas de valeur démonstrative — mais que Démocrite avait certainement accompagné ses énoncés de justifications, non acceptables comme démonstration par Archimède à la différence des preuves eudoxiennes par "exhaustion".
- Que ces justifications avaient sans doute une portée heuristique ce qui justifie l'hommage qu'Archimède rend ici à Démocrite dans un traité qui, lui-même, propose explicitement une méthode de découverte.

- Or deux traits caractérisent la méthode d'Archimède :

— l'usage de pesées imaginaires et le recours à la théorie des centres de gravité. La *quasi* totalité des historiens attribuent l'invention de cette dernière notion au Syracusain et il est donc fort peu probable qu'il ait été précédé par Démocrite sur cette voie.

— la décomposition des figures de dimension  $N$  ( $N = 2$  ou  $3$ ) en éléments constituants de dimension  $N-1$ , éléments appelés "indivisibles" par les historiens modernes, non pas parce qu'Archimède se référerait à une conception atomistique des figures géométriques — en fait il ne dit absolument rien du statut de ces constituants — mais, une fois encore, par référence aux théories mathématiques analogues développées au XVII<sup>e</sup> siècle par Galilée, Cavalieri, Roberval..., avant la mise au point définitive des calculs différentiel et intégral.

- C'est à ce point de la reconstruction qu'intervient le dilemme du cône, convoqué pour justifier la thèse que la démarche de Démocrite faisait elle aussi appel à de telles décompositions des figures, dans cet exemple celle d'un cône comme réunion de disques infiniment voisins. Heath<sup>94</sup>, par exemple, souligne que l'expression « ... composé de ... » (ἔξ ... συγκείμενος), qui apparaît dans la seconde branche de l'alternative (iv), implique la conception qu'un solide est la somme d'une infinité de plans parallèles ou de lamelles indéfiniment fines, indéfiniment proches l'une de l'autre<sup>95</sup>. Dans cette ligne d'interprétation, Démocrite devient un précurseur d'Archimède<sup>96</sup>.

---

<sup>93</sup> Les plus célèbres sont [Luria, 1932-1933] et [Mau, 1954]. La thèse selon laquelle la démarche de Démocrite ne pouvait être que celle de Cavalieri et que cette identité est confirmée par le dilemme de Plutarque a été déjà avancée dans [Simon, 1909], de peu postérieur à l'édition de la *Méthode*. [Heath, 1921], p. 180 a proposé la reconstruction habituellement admise des preuves démocritéennes à la « Cavalieri » (v. aussi [Heath, 1931], p. 120), plus détaillé. Plus récemment (*i.e.* après la critique de Knorr), l'interprétation forte a été encore soutenue dans [Waschkies, 1991], en particulier pp. 155-158 et dans [Mazet, 1994], en particulier pp. 218-223. La reconstruction proposée dans [Caveing, 1998] en termes de calcul approché du volume de la pyramide (pp. 214-216) procède d'un autre point de vue, mais n'en constitue pas moins, elle aussi, une interprétation forte du couplage « témoignage d'Archimède—fragment de Plutarque ».

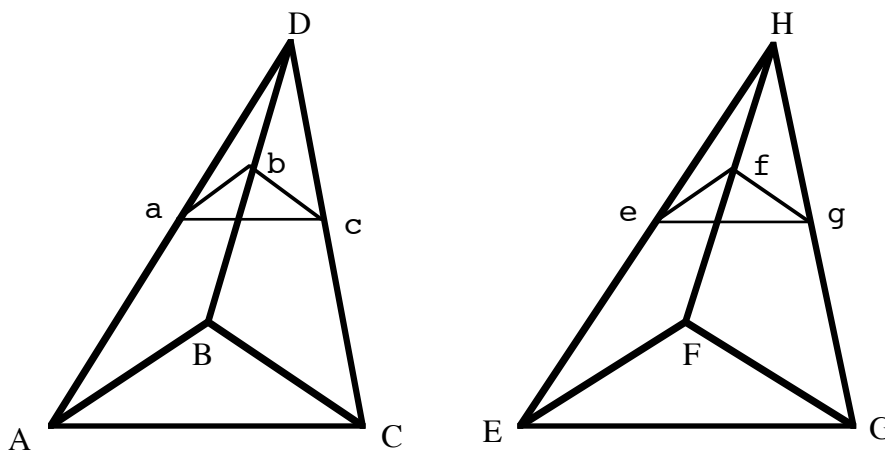
<sup>94</sup> [Heath, 1921], p. 180.

<sup>95</sup> Dans l'approche "infinitésimale" type Archimède ou Cavalieri il faut que les sections soient infiniment nombreuses et infiniment proches. A la lecture du dilemme cela ne va pas de soi et nous avons vu dans la première partie que c'est l'un des points de désaccord parmi les plus importants entre partisans de l'interprétation forte.

<sup>96</sup> D'aucuns n'hésitent pas à en faire le premier mathématicien à avoir abordé les questions infinitésimales, en bref le père du calcul intégral; v. [Simon, 1909], p. 181. Allman, sensible à la rareté de la combinaison "philosophe / mathématicien" (qui ne vaut pas pour Archimède) va encore plus loin dans la comparaison rétrospective et propose un parallèle entre Démocrite et Leibniz, l'un des inventeurs du calcul différentiel. V. [Allman, 1889], pp. 82-83.

Cela étant admis, les plus optimistes reconstruisent, avec quelques variantes, les "preuves" démocratéennes des résultats correspondant à Eucl. XII. 7 Por. et à XII. 10. La démarche déductive globale suivie est celle du Livre XII des *Éléments*, lequel, de XII. 5 — ou plutôt d'un cas particulier de XII. 5 — déduit XII. 7, qu'il généralise aux pyramides à base polygonale quelconque (XII. 6 et XII. 7 Por). Le résultat sera utilisé dans la preuve de XII. 10, pour le rapport cône / cylindre dans une démonstration indirecte par "exhaustion" comme l'est également la preuve euclidienne de XII. 5. Reste donc, pour nos reconstituteurs, à établir XII. 5 (ou son cas particulier) sans faire appel à cette technique communément rapportée à Eudoxe.

Ils le font de manière "infinitésimale" en s'inspirant des preuves de Cavalieri. On considère deux pyramides à bases triangulaires égales en hauteur : ABCD, EFGH que l'on coupe par des plans parallèles à leurs bases respectives et à la même hauteur (*i.e.* de telle manière que  $Da : DA :: He : HE$ ).



Ces sections sont des triangles  $abc$ ,  $efg$  respectivement semblables aux bases ABC, EFG. Grâce à cette similitude, on a :

$$ABC : abc :: \text{carré sur } AB : \text{carré sur } ab$$

$$EFG : efg :: \text{carré sur } EF : \text{carré sur } ef.$$

Par l'hypothèse faite sur la position des plans :

$$\text{carré sur } AB : \text{carré sur } ab :: \text{carré sur } DA : \text{carré sur } Da$$

$$\text{carré sur } EF : \text{carré sur } ef :: \text{carré sur } HE : \text{carré sur } He,$$

et donc  $ABC : abc :: EFG : efg$ , soit, en permutant :

$$abc : efg :: ABC : EFG.$$

On peut alors envisager "toutes" les sections par des plans parallèles et considérer les pyramides ABCD, EFGH comme la "somme" (infinie) de tous les triangles tels  $abc$ ,  $efg$ . Si l'on généralise la Proposition V. 12 des *Éléments*<sup>97</sup> à des collections infinies de grandeurs que l'on peut mettre en correspondance biunivoque<sup>98</sup> on obtient  $\Sigma abc : \Sigma efg :: ABC : EFG$ , soit :

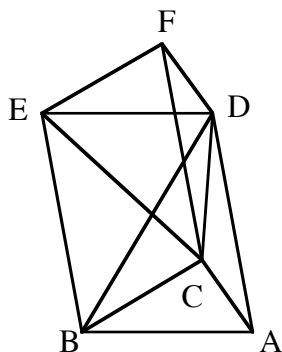
<sup>97</sup> Celle-ci dit établit si deux séries (finies) de grandeurs  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$  sont deux à deux dans le même rapport  $(a_1 : b_1 :: a_2 : b_2 :: \dots :: a_n : b_n)$ , il en est de même de leurs sommes :

$$a_1 : b_1 :: a_1 + a_2 + \dots + a_n : b_1 + b_2 + \dots + b_n.$$

<sup>98</sup> Si elles sont dénombrables on retrouve la notion de somme d'une série (c'est pourquoi j'utilise le symbole  $\Sigma$  pour représenter cette opération totalisante). Sinon, en faisant l'hypothèse que les pyramides sont de même hauteur, on admet implicitement qu'il y a "autant" de sections dans chacune d'elles.

$$ABCD : EFGH :: ABC : EFG.$$

Les pyramides égales en hauteur sont l'une à l'autre comme leurs bases, ce qui n'est autre que le résultat de XII. 5. En particulier, si les bases ABC, EFG sont égales, les pyramides sont égales<sup>99</sup>.



La démarche est alors la même que dans Euclide (XII. 7) :

si l'on considère un prisme à base triangulaire ABCDEF et que l'on mène ses diagonales BD, CD, CE, elles le découpent en trois pyramides ABCD, BCDE, DEFC, égales deux à deux d'après ce qui précède.

En effet :

- ABCD, BCDE sont égales en hauteur et ont des bases égales (ABD, EBD).
- de même BCDE, DEFC (avec les bases BEC, CEF).

L'astuce consiste à considérer la même pyramide, BCDE, tantôt comme de base BED et de sommet C, tantôt comme de bases BEC et de sommet D. Le prisme est donc le triple de l'une quelconque de ces pyramides. En augmentant indéfiniment le nombre de côté de la base ("exhaustion" complète) on en déduit le résultat concernant le cône (XII. 10). Cette "explication" par passage à la limite renforce l'idée que Démocrite s'est confronté à des questions infinitésimales<sup>100</sup>.

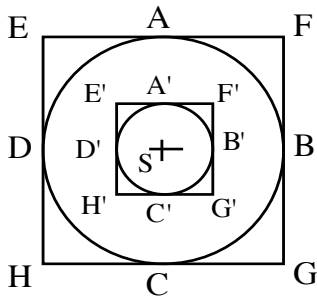
La reconstruction est, une fois encore, séduisante. Sa cohérence relative et sa plausibilité mathématiques tiennent à ce que les termes en sont empruntés à l'histoire ultérieure de la discipline : les *Éléments* d'Euclide, la théorie des indivisibles de Cavalieri. Mais ceci ne doit pas masquer le fait que tout cela reste passablement conjectural. Ainsi, il n'est pas certain que l'hypothétique passage à la limite envisagé pour passer de la pyramide au cône soit utile ou qu'il soit nécessaire de suivre la progression euclidienne si l'on admet que Démocrite raisonnait en termes d'"infinitésimaux".

Supposons qu'il ait appris (en Égypte<sup>101</sup> ou parmi les calculateurs grecs) que le rapport d'une pyramide à base carrée relativement au prisme circonscrit soit le rapport de 1 à 3. Considérons un cône et un cylindre de même hauteur de base circulaire ABCD et circoncrivons autour de ABCD un carré EFGH sur lequel nous élevons une pyramide de même sommet S que le cône et un prisme de même hauteur. Coupons nos quatre solides par un plan parallèle à la base ABCD, à la hauteur  $x$  : on obtient comme sections deux carrés et deux cercles, de telle manière que le carré, E'F'G'H'(x), section de la pyramide à la hauteur  $x$ , soit circonscrit à la section du cône, le cercle A'B'C'D'(x), et que la section du prisme, le carré EFGH(x), égal à EFGH, soit circonscrit au cercle ABCD(x) section du cylindre, égal au cercle ABCD, comme sur le schéma ci-dessous.

<sup>99</sup> On peut l'établir directement comme ci-dessus en montrant que chaque couple de sections parallèles  $abc$ ,  $efg$  est constitué de triangles égaux qu'il suffit de "sommer".

<sup>100</sup> V. [Boyer, 1949], p. 21.

<sup>101</sup> On considère que les Égyptiens connaissaient la procédure de calcul du volume de la pyramide à base carrée. Certains historiens (V. [Boyer, 1949], p. 21; [Van der Waerden, 1950], pp. 137-138) pensent même que Démocrite aurait pu l'apprendre au cours de ses voyages, puis l'avoir généralisée aux pyramides à base quelconque et étendue au cas du cône.



D'après la Proposition XII. 2 des *Éléments*, déjà "démontrée" par Hippocrate de Chio si l'on en croit Eudème-Simplicius, on a :

$$ABCD(x) : EFGH(x) :: A'B'C'D'(x) : E'F'G'H'(x).$$

En appliquant le même raisonnement "infinitésimal" que ci-dessus et en "sommant" les différentes sections, on obtient :

$$\sum ABCD(x) : \sum EFGH(x) :: \sum A'B'C'D'(x) : \sum E'F'G'H'(x).$$

Soit : Cylindre : Prisme à base carrée :: Cône : Pyramide à base carrée

et, en permutant : « Cône : Cylindre :: Pyramide à base carrée : Prisme à base carrée :: 1 : 3 ».

CQFD.

Dans cette hypothèse, Démocrite fait un peu moins que ce que lui prête apparemment Archimède : il s'est contenté d'étendre — par un raisonnement de type "infinitésimal" — au rapport cône / cylindre un résultat connu avant lui pour le rapport pyramide / prisme (à bases carrées)<sup>102</sup>.

Je ne propose cette nouvelle reconstruction (de type "interprétation forte") que pour convaincre le lecteur de l'arbitraire de la procédure, laquelle témoigne de l'habileté des historiens modernes, du rôle de la cohérence interne en mathématiques, davantage qu'elle ne permet de restituer des interprétations historiques assurées quand les témoignages sont si allusifs. En fait l'interprétation forte du témoignage d'Archimède n'est même pas indispensable.

#### IV. La lecture minimaliste de W. Knorr

Dans son article de 1982<sup>103</sup>, Wilbur Knorr, à partir de la confrontation des deux préfaces du Syracusain, propose une interprétation minimaliste dans laquelle il n'est nul besoin de supposer une activité mathématique de Démocrite, encore moins d'en faire — à l'instar de Luria — un proto-Archimède. Je me propose de reprendre et de développer certains de ses arguments.

- On remarquera d'abord qu'Archimède ne dit pas un mot d'une hypothétique méthode démocritéenne, qu'il ne formule aucune remarque de caractère épistémologique comme celles qu'il fait à propos d'Eudoxe dans la préface à *Sphère et Cylindre*. Affirmer que « sans démonstration » signifie « sans démonstration acceptable selon les canons archimédiens » en faisant le parallèle avec ce qu'Archimède dit de sa propre méthode est assez audacieux. Certes les remarques du Syracusain sont avant tout des remarques de mathématicien, mais Archimède est suffisamment attentif à la dimension historique de sa discipline pour faire la différence entre Démocrite et lui, séparés par Eudoxe et son école. Ainsi, dans la préface à la *Quadrature de la Parabole*, il mentionne certains géomètres anciens qui ont prétendu avoir réalisé la quadrature du cercle, du segment de cercle et

<sup>102</sup> Cela dit, si Démocrite savait que le rapport mutuel de deux triangles semblables est le même que celui de leurs cercles circonscrits — ce qui est un cas particulier très simple du résultat de XII. 1 sans doute connu lui aussi d'Hippocrate de Chio — il lui était facile, par le même genre d'argument, d'établir ensuite la même proportion pour des pyramides et prismes à bases triangulaires ... Selon cette hypothèse la progression démocritéenne suivait l'ordre *inverse* de celui des *Éléments*. On pourrait en chercher une confirmation dans les témoignages d'Archimède : dans la préface à *Sphère et cylindre*, à propos d'Eudoxe, "XII 7 Por" et "XII. 10" sont mentionnés dans cet ordre; dans la préface à la *Méthode*, quand il est question de Démocrite, l'ordre, comme je l'ai signalé au passage (v. *supra*, n. 89), est inverse. Mais v. aussi *infra* la remarque insérée à la fin du § IV, à propos du libellé dudit témoignage.

<sup>103</sup> V. [Knorr, 1982], en particulier pp. 135-142.

d'une des sections coniques en acceptant des lemmes inadmissibles. Et donc, ajoute-t-il, la majorité des gens considèrent que ces résultats ne sont pas réellement établis<sup>104</sup>. Archimède n'en considère pas moins que ces auteurs ont cru le faire et il ne dit pas qu'ils les ont énoncés sans démonstration. Si Démocrite avait utilisé une décomposition "infinitésimale" comme il le fait lui-même, le Syracusain avait une bonne occasion de préciser leurs points d'accord et de divergence, l'avancée que représente sa propre démarche. Il n'en fait rien et le ton de l'adresse à Ératosthène suggère que pour Archimède son exposé est particulièrement original, et même — mention quasi unique en son genre pour l'Antiquité — utile pour les mathématiciens à venir. On comprendrait mal cette emphase si Démocrite avait déjà proposé une méthode comparable (au moins partiellement).

- Knorr souligne, à juste titre, que les deux préfaces à *Sphère et Cylindre* et à *Méthode* se contredisent formellement<sup>105</sup>, ce que sous-estiment les tenants de l'interprétation forte. A tout le moins le mérite de Démocrite quant à la découverte de propositions stéréométriques — quel qu'il ait été — était ignoré d'Archimède avant qu'il ne change d'avis, sans doute après l'obtention de nouvelles informations. Knorr ne croit pas que celles-ci proviennent de travaux mathématiques (au sens technique du terme) dus à Démocrite. J'ai essayé de montrer plus haut que leur existence n'est effectivement pas complètement assurée.

En revanche les œuvres philosophiques de l'Abdéritain étaient certainement bien connues à Alexandrie. L'un des correspondants d'Archimède — pourquoi pas Ératosthène lui-même<sup>106</sup> ? — a pu réagir à son assertion relative aux résultats d'Eudoxe dans la préface à *Sphère et Cylindre*, à l'interprétation historique qu'en faisait Archimède et lui faire savoir que Démocrite énonçait déjà ces mêmes résultats. En conséquence Archimède a inséré, dans la préface à la *Méthode*, la mention que nous avons discutée et, dans cette hypothèse, il n'y a aucune raison de supposer qu'il sache quoi que ce soit d'une quelconque proto-méthode démocritéenne.

- Knorr ajoute deux ou trois autres arguments :

(i) S'il est vrai que la littérature philosophique du IV<sup>e</sup> s., en particulier Aristote, fait le lien entre la notion d'infini et la constitution des continus à partir d'éléments indivisibles<sup>107</sup>, la critique aristotélicienne de cette notion se fait toujours à l'aide d'objections physiques : subdivision indéfinie du temps et du lieu; nature du "contact" ou de la "contiguité" des composants indivisibles, jamais en faisant valoir des difficultés mathématiques propres à l'usage d'indivisibles comme ceux qui résultent de la confusion entre égalité et équipotence et qui feront les délices des partisans et adversaires de la théorie des indivisibles au XVII<sup>e</sup> s<sup>108</sup>.

<sup>104</sup> V. Archimedes, *Opera Omnia*, Ed. Heiberg, Leipzig, Teubner, II, p. 262, l. 13-p. 264, l. 1; Archimède, *Œuvres*, Ed. Ch. Mugler, II. Paris, CUF, 1971, p. 164, l. 12-19.

<sup>105</sup> Le fait avait été souligné déjà dans [Dijksterhuis, 1938], p. 143, n. 1 qui soutenait de surcroît l'antériorité du traité de la *Méthode* sur celui de *Sphère et cylindre* ! Sur ce point je crois qu'il faut donner raison à Knorr : l'analyse mathématique des travaux d'Archimède montre que celui-ci était en possession de sa méthode dès la réussite de la quadrature de la parabole et donc avant l'expédition de *Sphère et cylindre* à Dosithée. Mais l'exposé écrit, dédié à Ératosthène, a bien la valeur d'un "testament" scientifique et son envoi à Alexandrie est très certainement tardif.

<sup>106</sup> Le début de la préface de la *Méthode* prouve qu'il ne s'agissait pas du premier envoi d'Archimède au célèbre Bibliothécaire.

<sup>107</sup> V. par ex. *Phys.*, VI. 2.

<sup>108</sup> Remarquons au passage que la configuration géométrique à l'œuvre dans le paradoxe dit de la Roue d'Aristote permet facilement de construire une aporie concernant l'usage des "indivisibles".

(ii) D'autre part, s'il avait existé une méthode démocratéenne mobilisée pour établir XII. 7 Por et XII. 10 on pourrait espérer, dans l'optique de Knorr, en trouver la trace dans Euclide, par exemple une preuve de XII. 5 à la manière de Cavalieri (pyramide décomposée en tranches parallèles à la base par exemple). Ce n'est pas le cas<sup>109</sup>.

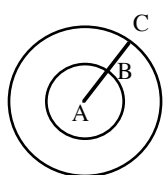
(iii) Quant à l'usage des "soi-disants" indivisibles chez Archimède, il s'agit, selon Knorr, d'une simple technique heuristique, facile à déduire du traitement rigoureux et formel d'Eudoxe. Il s'agit donc d'une simplification postérieure (ce que seront également les théories du XVII<sup>e</sup> s.) et non la trace fossile d'une proto-théorie démocratéenne<sup>110</sup>.

On pourrait donc admettre que dans ce que l'on a communiqué à Archimède — qu'il s'agisse d'un écrit ou d'une citation —, Démocrite faisait simplement référence à un résultat antérieurement connu. Une possibilité serait par exemple que la suite du texte démocratéen incluant le dilemme rapporté par Plutarque était quelque chose comme « car ceci contredit le fait que le cylindre est le triple du cône qui a même base et même hauteur »; la mention de ce résultat mathématique justifiait la mise à l'écart de l'une des branches de l'alternative proposée comme « tout à fait absurde ». Plusieurs commentateurs — et pas seulement Knorr<sup>111</sup> — considèrent que les rapports pyramide / prisme, cône / cylindre étaient sans doute connus de la tradition calculatoire bien avant le théoricien de l'atomisme, et y compris ailleurs qu'en Grèce.

Dans cette interprétation minimaliste, la mention de Démocrite par le Syracusain s'expliquerait essentiellement par la nature de ses échanges épistolaires avec ses correspondants alexandrins, dans un contexte intellectuel où la polémique — mathématique ou historique — n'est jamais bien loin. Cette lecture n'est guère plus improbable que l'interprétation forte. Si nous l'adoptons, elle nous contraindra à lire la pièce la plus importante dossier des témoignages favorables à la thèse « Démocrite mathématicien » d'une manière tout à fait neutre.

Restent deux points, dans le témoignage d'Archimède, à prendre en considération mais qui me paraissent toutefois aller en sens opposés.

1. Selon l'hypothèse minimaliste il faut également admettre :



Soient deux cercles concentriques de rayons AB, AC tels que AC est double de AB.

On a donc :  $AB = BC$ . En considérant l'ensemble des segments tels que AB (resp. BC) on obtient le cercle intérieur (resp. la couronne circulaire comprise entre les deux cercles). Donc ladite couronne est égale au petit cercle. Pourtant le grand cercle a un rayon double du petit; par conséquent sa surface est quadruple et, par différence, la couronne est le triple du petit cercle. La mise en correspondance biunivoque d'indivisibles égaux n'est donc pas sans risques !

Mais le thème du paradoxe aristotélicien est tout autre : il s'agit de comparer les mouvements des points B et C dans une rotation des deux cercles solidaires; quand chacun fait un tour, la "longueur parcourue" par C est double de celle décrite par B. Cf. aussi [Waschkies, 1991], pp. 156-157.

<sup>109</sup> Cet argument me paraît nettement plus faible. La variante de l'interprétation "forte" que j'ai moi-même proposée *supra* à la fin du § III montre qu'il y a nul besoin de supposer que Démocrite ait anticipé la démarche globale du L. XII des *Éléments*. C'est un présupposé que Knorr partage avec ses adversaires et qui relève d'un mode de lecture et d'interprétation fort discutable du traité d'Euclide.

<sup>110</sup> Knorr, hostile à la thèse de Luria selon laquelle il y a, de Démocrite à Archimède, une "école" mathématique fondée sur l'hypothèse atomiste et rivale de celle d'Eudoxe (continuiste), insiste aussi sur le fait qu'Archimède utilisait sa méthode dès la découverte de la quadrature de la parabole, donc avant l'envoi du traité *Sphère et Cylindre* à ses correspondants à Alexandrie, et donc avant que ceux-ci ne l'aient fait changé d'avis au sujet de Démocrite. L'influence de ce dernier sur la mise au point de la méthode archimédienne est donc selon lui une hypothèse inutile.

<sup>111</sup> C'est par exemple le cas de [Itard, 1952], p. 95 et de [Mazet, 1994], p. 219-220, n. 18.

- ou bien que Démocrite s'exprimait de telle manière que le caractère antérieur dudit résultat n'était pas clair et qu'en particulier il n'indiquait pas de source.
- ou bien que le Syracusain ait eu accès à une version de deuxième main qui avait fait disparaître de telles indications.

Sinon comment expliquer qu'Archimède puisse qualifier Démocrite de proto-énonciateur ? Pourquoi préciser qu'une part non négligeable du mérite<sup>112</sup> lui revient dans cette affaire ? Dans la lecture de Knorr cette qualification de "premier" doit être le résultat d'une inférence quelque peu incertaine de la part d'Archimède ou une interprétation de l'information transmise, par exemple que la mention démocritéenne était la plus ancienne que son correspondant ait pu trouver dans le corpus à sa disposition<sup>113</sup>... Il faut supposer une inférence interprétative de ce genre, de la part du Syracusain, ou de son informateur, pour rendre compte de l'éloge — au moins apparent — qui est fait de Démocrite dans la préface à la *Méthode*. A moins d'y percevoir une certaine forme de discrète ironie à l'égard de ceux qui ne font qu'énoncer des théorèmes<sup>114</sup>, c'est l'aspect le plus difficile à concilier avec l'interprétation minimaliste, aspect sur lequel Knorr ne dit rien.

2. Le trait restant, peu commenté, à l'inverse, me semble pouvoir appuyer ladite interprétation. L'auteur de la *Méthode*, après avoir mentionné les *deux* résultats correspondant à Eucl. XII. 10 (cône / cylindre) et XII. 7 Por. (Pyr. / Prisme) et après avoir rappelé qu'Eudoxe a été le premier à les démontrer (ὦν Εὐδοξος ἐξηύρηκεν πρῶτος τὴν ἀπόδειξιν), dit que Démocrite est le premier à avoir « formulé l'énoncé au sujet de *la figure indiquée*, sans en donner une démonstration ». Le singulier est plutôt étonnant : même si, comme c'est souvent le cas, "figure" signifie ici "théorème" ou "proposition", il y en avait deux quand il s'agissait de citer d'Eudoxe, mais il n'en reste qu'une seulement pour Démocrite, ce qui est compatible avec l'interprétation minimaliste. Si Démocrite n'a même pas parlé du rapport « pyramide / prisme »<sup>115</sup> les reconstructions de preuves "à la Cavalieri" (pour "XII. 5-7") des partisans de l'interprétation forte traditionnelle deviennent complètement inutiles.

## Conclusion

Clairement, si l'on suit la ligne d'interprétation minimaliste, le dilemme du cône devait appartenir à un ouvrage de philosophie naturelle ou d'"épistémologie", ou à un recueil d'apories, ... et non à un traité de géométrie au sens technique du terme<sup>116</sup>. Ce pouvait être un tel ouvrage, voire

<sup>112</sup> « οὐ μικρὰν ἀπονεύμαι ἄν τις Δημοκρίτῳ μερίδα πρῶτῳ τὴν ἀπόφασιν ... ἀποφνημαμένῳ ».

<sup>113</sup> S'il s'agissait d'Ératosthène, comme nous l'avons suggéré, ce n'est d'ailleurs pas sans signification. Celui-ci, de par sa fonction, était particulièrement bien placé pour corriger l'"erreur d'attribution" commise par Archimède dans la préface de *Sphère et cylindre*.

<sup>114</sup> Un des traits récurrents des préfaces d'Archimède est qu'il envoie des énoncés et sollicite — vainement — des preuves de la part de ses destinataires.

<sup>115</sup> On pourrait m'objecter que le singulier utilisé par Archimède est compatible avec ma variante de l'interprétation forte (extension "infinitésimale" de la pyramide au cône v. *supra*, fin du § III). Mais on peut penser que si cette hypothèse était la bonne, Archimède se serait exprimé autrement pour souligner cette autre importante différence entre Eudoxe et Démocrite.

<sup>116</sup> Seul Hoppe (*op. cit.*, p. 130) affirme que le dilemme de Plutarque provient du *Περὶ γεωμετρίας* ; [Heath, 1921], p. 179, plus prudent, le rapporte au *Περὶ γεωμετρίας* ou aux *Γεωμετρικῶν*. Cette hypothèse n'a guère de conséquence

même l'écho que lui avait donné Chrysippe — ceci est compatible avec les données de la chronologie —, que les Alexandrins ont fait connaître à Archimède et qui aurait entraîné l'éloge un peu imprécis de la préface de la *Méthode*. Et par conséquent rien dans le couplage « témoignage d'Archimède—fragment de Plutarque » n'impose alors d'adhérer à la thèse « Démocrite mathématicien », ni *a fortiori* d'en faire un proto-Archimède.

Au demeurant, comme j'ai essayé de le montrer dans la première partie, l'interprétation forte nous dit assez peu de la signification mathématique du dilemme. Elle lui fait jouer un rôle *documentaire* très important dans l'interprétation du témoignage d'Archimède, elle est censé justifier la reconstruction de "preuves" (à la Cavalieri) associée audit témoignage, et donc confirmer l'importance de Démocrite comme géomètre original. Mais sur ce point elle ne fait que soulever toute une série de nouvelles questions : en quel sens Démocrite était-il mathématicien ? Comme Archimède, c'est-à-dire comme Eudoxe et Euclide, acceptant l'indéfinie divisibilité — les Anciens disent la continuité — de la grandeur géométrique ? Ou bien a-t-il, à côté de l'atomisme physique, élaboré un atomisme mathématique ? Démocrite, à la fois physiologue et mathématicien, distinguait-il radicalement ces deux domaines d'étude ou non ? Reconnaissait-il l'idéalité des objets mathématiques — par opposition à Protagoras — et percevait-il les difficultés propres à ce statut théorique (ce serait la fonction du dilemme) ? Ou bien confondait-il les figures et leurs représentations sensibles et/ou mentales ? Pour en revenir au libellé du texte, les divisions du cône sont-elles infinies, infiniment proches — comme disent Tannery, Allman, Heath ... — ou, au contraire, forment-elles un ensemble fini comme le croient Hoppe, Mau, Mazet ... ? Si Démocrite défendait un atomisme mathématique comme étant sa doctrine propre pourquoi ni Chrysippe ni Plutarque ne mentionnent pas la position (selon cette hypothèse, très originale) de l'Abdéritain ?

Quel que soit le point de vue adopté vis-à-vis du témoignage d'Archimède, son couplage avec le fragment de Plutarque que pratique l'interprétation forte ne permet de répondre à aucune de ces questions.

\*

---

car un *Περὶ γεωμετρίας* désigne sans doute un ouvrage épistémologique plutôt qu'un ouvrage de géométrie au sens technique du terme.

## Littérature secondaire (histoire des mathématiques) sur le dilemme<sup>117</sup>

- Allman, G. J., *Greek Geometry from Thales to Euclid*. Dublin, Hodges, Figgis, 1889. Réimp. New York, 1976.
- Boyer, Carl B., *The Concepts of the Calculus, A critical and Historical Discussion of the derivative and the Integral*. Hafner Publishing Company, 1949. Rééd. sous le titre :  
*The history of the Calculus and its conceptual Development*. New York, Dover Publications, Inc, 1959.
- Caveing, M., *L'irrationalité dans les mathématiques grecques jusqu'à Euclide*. La constitution du type mathématique de l'idéalité dans la pensée grecque, volume 3. Villeneuve d'Ascq, Presses Universitaires du Septentrion, 1998.
- Dijksterhuis, E. J., *Archimedes*. Amsterdam, Meulenhoff, 1938. Trad. angl. C. Dikshoorn.  
Copenhagen, Munksgaard, 1956. Rééd. Princeton University Press, 1987 (postface de W. Knorr).
- Gow J., *A short History of Greek Mathematics*. Cambridge, 1884. Rééd. révisée, New York, Chelsea Pub. Comp., 1968.
- Heath, T. L., *A History of Greek Mathematics*. Oxford, Clarendon Press, 1921.  
Rééd. New York, Dover Pub., 2 vol., 1981.
- Heath, T. L., *A Manual of Greek Mathematics*. Oxford University Press, 1931.
- Hoppe, E., *Mathematik und Astronomie im klassischen Altertum*. Heidelberg, Carl Winter, 1911.  
Réimpr. Saendig Reprint, 1966.
- Itard, J., Les « éléments » d'Euclide, *Revue Universitaire*, 61<sup>e</sup> année, n°5, 1952, pp. 267-274.  
Reproduit dans : Itard, J., *Essais d'histoire des mathématiques*. Ed. R. Rashed. Paris, A. Blanchard, 1984, pp. 89-96.
- Knorr, W. R., Infinity and Continuity : The Interaction of Mathematics and Philosophy in Antiquity.  
*In* N. Kretzmann (éd.), *Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought*.  
Ithica & London, Cornell University Press, 1982, p. 112-45.
- Luria, S., "Die Infinitesimaltheorie der antiken Atomisten",  
*Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie, und Physik*, 2, 1932-1933, pp. 106-185.
- Mau, J., *Zum Problem des Infinitesimalen bei den antiken Atomisten*, Berlin, 1954.
- Mazet, E., Les Sophistes et la géométrie. *Revue de Philosophie Ancienne*, Bruxelles, 1994, n°2, pp. 201-224.
- Michel, P. H., *De Pythagore à Euclide. Contribution à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes*.  
Paris, Les Belles Lettres, 1950.
- Sarton, G., *A History of Science, Volume 1 : Ancient Science Through the Golden Age of Greece*. Cambridge (Mass.),  
Harvard University Press, 1952. Réimpr. New York, Dover Publications Inc., 1993.
- Simon, M., *Geschichte der Mathematik im Altertum*. Berlin, 1909. Réimpr. Amsterdam, Philo Press, 1973.
- Tannery, P., *La géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons (GG)*.  
Paris, Gauthier-Villars, 1887. Réimp. Sceaux, J. Gabay, 1988.
- Waschkies, H-J., Mathematical continuum and continuity of movement in  
F. De Gandt et P. Souffrin (éds.), *La physique d'Aristote et les conditions d'une science de la nature*.  
Actes du Colloque de Nice (1986). Paris, Vrin, 1991, pp. 151-179.

---

<sup>117</sup> Pour les références philosophiques et les éditions ou traductions des textes de Démocrite, Plutarque ... se reporter à l'article de P.-M. Morel, dans le même recueil.