



**HAL**  
open science

## Euclid

Bernard Vitrac

► **To cite this version:**

| Bernard Vitrac. Euclid. 2006. hal-00174947

**HAL Id: hal-00174947**

**<https://hal.science/hal-00174947>**

Preprint submitted on 25 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

EUCLID (III<sup>rd</sup> c. B.C.), mathematics.

[For the original article on Euclid, see *DSB*, vol. IV, pp. 414-459 (part (i) : Life and Works, by Ivor Bulmer Thomas, pp. 414-437; (ii) : Transmission of the Elements, by John Murdoch, pp. 437-459)]

Ce postscript aborde seulement deux points:

1. Les discussions récentes concernant l'authenticité de certains écrits d'Euclide (*Phénomènes*, *Optique*, *Catoptrique*, *Division du Canon*) dits mineurs, au moins quant à leurs tailles, lorsqu'on les compare aux *Éléments*.
2. La transmission des *Éléments* au cours des époques antique et médiévale.

Par ailleurs, au cours des trente dernières années, beaucoup d'études portant sur Euclide ont paru, impliquant d'importantes inflexions méthodologiques et historiographiques par rapport aux travaux des périodes antérieures. Le lecteur trouvera des indications à ce sujet dans la partie IV de la Bibliographie complémentaire.

### 1. Discussion de certains écrits mineurs

Toute interprétation quelque peu ambitieuse des écrits euclidiens rencontre préalablement des problèmes philologiques relatifs à la fiabilité du texte qui nous est parvenu, des questions d'authenticité, globale ou partielle, des choix à faire entre versions divergentes quand tel est le cas. A partir des années 1890 et jusqu'à récemment, les historiens ont considéré que ces questions étaient globalement réglées et sanctionnées par la monumentale édition des *Opera Omnia* d'Euclide, réalisée par J. L. Heiberg et H. Menge. Les traditions manuscrites transmettent (au moins) deux recensions des *Éléments*, des *Data*, de l'*Optique* et des *Phénomènes*, mais, pour chaque traité, Heiberg crut pouvoir préciser qu'elle était la version la plus fidèle, attribuant celles qui étaient désormais conçues comme des remaniements à Théon d'Alexandrie (deuxième moitié du IV<sup>e</sup> s.). Si cette attribution avait un certain fondement pour les deux traités géométriques [cf. Euclid, *DSB* IV, part (ii), p. 437], ce n'est vraiment le cas, ni pour l'*Optique*, ni pour les *Phénomènes*.

En ce qui concerne la *Catoptrique* et la *Division du canon*, le problème était d'un autre ordre : c'était l'attribution à Euclide qui était en cause. Deux types de considération entraient en jeu :

(i) le fait qu'il s'agit de mathématisation de certains phénomènes sensibles, en l'occurrence, d'un côté la réflexion des rayons visuels, de l'autre la consonance ou la dissonance de certains intervalles musicaux. Pour certains, Euclide, champion de la géométrie abstraite, influencé par la conception platonicienne des mathématiques, n'a pu se commettre à ce genre d'études. Le raisonnement, poussé à son terme, conduirait à exclure également l'*Optique* et les *Phénomènes*. Mais, d'une part, l'orientation philosophique d'Euclide, si tant est qu'il en avait une, ne nous est pas connue; d'autre

part, l'adoption du point de vue de Proclus de Lycie (V<sup>e</sup> s.) qui fait d'Euclide un platonicien n'empêche pas de lui attribuer une *Optique*, une *Catoptrique* et un traité musical. D'où un autre critère :

(ii) En prenant l'exposé des *Éléments* comme étalon, on prétend faire la différence entre les ouvrages qui, du point de vue formel des exigences démonstratives (position de postulats, rigueur des preuves), soutiennent la comparaison, et ceux qui sont indignes de la réputation du grand géomètre.

A partir de ce genre de considérations très incertaines, Heiberg concluait à l'authenticité de l'*Optique* (du moins dans la recension qu'il venait récemment de découvrir), mais rejetait la *Catoptrique* qu'il attribuait à Théon. De la même manière, Paul Tannery condamnait la *Division du canon*. Des positions moins tranchées furent aussi adoptées qui proposaient de dégager un noyau euclidien ou, ce qui revient à peu près au même, de rejeter simplement certaines portions des traités

Les études récentes consacrées aux *scripta minora* d'Euclide ont passablement remis en cause des conclusions que l'on croyait définitivement acquises. Des deux recensions des *Phénomènes*, celle que Heiberg considérait comme plus proche de l'original euclidien est attribuée à Théon par J. L. Berggren et R. S. D. Thomas, l'autre, théonienne pour Heiberg et qui figure dans le plus ancien témoin grec conservé de la collection dite de la *Petite astronomie* (ms Vatican. gr. 204), est plus tardive encore. L'une et l'autre ont été modifiées à la suite des indications données par Pappus (début du IV<sup>e</sup> s.) dans le Livre VI de sa *Collection*.

Pour l'*Optique*, Alexander Jones et Wilbur Knorr arrivent à des conclusions comparables, notamment en ce qui concerne l'influence de Pappus sur les deux recensions conservées et leurs mutuelles contaminations. Mais, en outre, l'ordre de préséance entre elles doit ici être inversé : celle que Heiberg attribuait à Théon est la moins éloignée de l'original ! Conséquence intéressante : la parenté terminologique qui existe entre cette version de l'*Optique* et la *Catoptrique*, parenté qui constituait un argument à charge pour Heiberg, devient un indice d'authenticité pour le traité sur la vision réfléchie. Par ailleurs, les mêmes études montrent que les insuffisances de la *Catoptrique*, quand on la compare à l'*Optique*, n'existent pas vraiment. A quelques altérations locales près, inévitables dans les textes anciens, les deux écrits sont assez comparables quant à leur réussite et à leurs manquements dans la mathématisation partielle de la vision directe et réfléchie.

La cohérence du projet qui sous-tend les Propositions de la *Division du Canon* a été semblablement mise en évidence dans les travaux de Andrew Barker et Alan Bowen. En revanche ces deux spécialistes ne s'accordent pas en ce qui concerne l'authenticité de l'introduction qui précède la suite des théorèmes. L'exemple montre bien que le débat n'est pas clos. Reste que les certitudes philologiques qui s'étaient

imposées à la suite des travaux de Heiberg au sujet des *Scripta minora* d'Euclide ne sont plus de mise aujourd'hui.

## 2. Transmission des *Éléments* durant les époques antique et médiévale

On peut faire le même constat pour les *Éléments*. Dans ce cas, le problème ne réside pas vraiment dans l'évaluation des deux versions complètes transmises par les manuscrits grecs. Heiberg les avait identifiées respectivement comme (i) préthéonienne (dans le seul ms Vatic. gr. 190 = *P*) et (ii) procédant de la réédition de Théon d'Alexandrie. Le débat porte, pour l'essentiel, sur la confrontation du texte grec avec la tradition indirecte des traductions médiévales. Il avait déjà été soulevé dans les années 1880 par Martin Klamroth et Heiberg qui s'étaient opposés à propos de la fiabilité et de la pureté des traductions arabes, elles-mêmes à l'origine d'une grande partie de ladite tradition indirecte médiévale (latine, hébraïque, syriaque, persane ...) [cf. Euclid, *DSB* IV, part (ii), p. 442; pp. 444-448]. Heiberg crut pouvoir trancher la question au bénéfice de la tradition directe des manuscrits grecs en rattachant les traductions arabes à une hypothétique version byzantine abrégée dont il pensait avoir retrouvé un témoin partiel (Ms Bononiensis, bibl. commun. 18-19 = *b*) pour les Propositions XI. 36-XII. 17. La plupart des spécialistes, notamment Thomas L. Heath et Murdoch [cf. Euclid, *DSB* IV, part (ii), p. 439], avalisèrent l'histoire du texte qu'avait proposée Heiberg. Celle-ci reposait sur une connaissance très incomplète des versions médiévales, encore peu étudiées à l'époque et dont l'hétérogénéité était très sous-estimée, y compris par Klamroth.

### a. Nouvelles informations sur la tradition indirecte médiévale

La richesse et la variété des dites versions est aujourd'hui infiniment mieux reconnue. L'un des traits frappants de la tradition arabo-latine, après la phase de réappropriation et ses trois traductions du XII<sup>e</sup> siècle (Adélard de Bath, Hermann de Carinthie, Gérard de Crémone), est la malléabilité de la transmission du texte des *Éléments* dans les multiples recensions qui en dérivent. Les plus célèbres sont celle dite "Adélard II", attribuée à Robert of Chester par ses récents éditeurs, et celle de Campanus de Novare. La première est contaminée par d'autres textes (la tradition dite boécienne d'Euclide, l'arithmétique de Jordanus de Nemore, certains commentaires traduits de l'arabe ...) . Les libertés prises en particulier avec les preuves, remplacées par d'autres ou supprimées au profit d'indications métamathématiques, suggèrent qu'il était loisible d'interpréter les démonstrations comme des commentaires. L'idée que le noyau authentiquement euclidien réside pour l'essentiel dans les énoncés en est peut-être la cause ou la conséquence.

Du côté des versions arabes et hébraïques, la situation est un peu moins favorable car nous ne disposons pas d'éditions critiques complètes des différentes versions. Cela dit, l'inventaire et la description de ce qui a été conservé (traductions, recensions, commentaires), sans être achevés, ont beaucoup progressé depuis la rédaction de la notice de Murdoch, particulièrement pour la version dite Ishâq-Thabit (traduction de Ishâq ibn Hunayn, révisée par Thabit ibn Qurra). Deux éditions provisoires (car non fondées sur la collation de la totalité des manuscrits connus), ont été réalisées respectivement pour les Livres V (William Engroff) et VII-IX (Gregg De Young). Dans ces Livres, on observe d'importantes divergences structurales (ajouts/omissions de matériel; changements d'ordre; substitution de preuves), stylistiques et terminologiques entre certains groupes de manuscrits. Certaines gloses marginales, l'ajout de preuves alternatives explicitement attribuées à la traduction d'al-Hadjdjadj (traducteur antérieur à Ishâq), insérées dans lesdits manuscrits, les indications que donnent les auteurs de recension qui affirment consulter les deux versions (al-Hadjdjadj, Ishâq-Thabit), tout cela témoigne d'une intense contamination entre les différentes branches de la tradition. La même observation vaut pour la tradition hébraïque.

Cette meilleure connaissance de la transmission primaire arabe a notamment permis à Engroff de réfuter la thèse selon laquelle le manuscrit de Leiden contenait la traduction (révisée) par al-Hadjdjadj des Livres I à VI, glosée par le mathématicien persan an-Nayrizî [cf. Euclid, *DSB* IV, part (ii), p. 439]. Il s'agit d'une recension pour la réalisation de laquelle an-Nayrizî a contaminé différentes traditions, en particulier celles d'al-Hadjdjadj et celle de Ishâq-Thabit, et fait appel à (au moins) deux commentaires grecs traduits en arabe, ceux de Héron d'Alexandrie et de Simplicius. Cet exemple résume à lui seul l'état de la question pour la tradition médiévale : grâce aux travaux récents, nous disposons d'une richesse d'informations bien plus grande, mais le temps de la synthèse et des certitudes n'est pas encore venu. Ne disposant plus d'une version issue d'al-Hadjdjadj comme on le croyait en 1970, ne disposant pas encore d'édition critique de celle d'Ishâq-Thabit, les spécialistes de l'Euclide arabe sont désormais contraints de prendre en considération la transmission secondaire (commentaires, épitomés, recensions et adaptations diverses) pour recueillir des informations sur les différentes traductions qui ont circulé dans les pays d'Islam. Cet élargissement de la base documentaire complique leur tâche, d'autant que ces informations ne sont pas toujours consonantes.

#### **b. L'histoire antique du texte grec**

La phase médiévale de la réappropriation d'Euclide a un intérêt intrinsèque pour l'histoire des mathématiques et plus généralement de la culture à cette époque. Elle n'est pas non plus sans conséquences sur notre connaissance de la phase ancienne des

époques impériale et tardive. De fait, nous ne savons à peu près rien de précis sur l'histoire du texte des *Éléments* au cours des trois derniers siècles avant notre ère. Proclus donne quelques indications au sujet de traitements alternatifs, en particulier par Apollonius de Pergè et Posidonius d'Apamée, ainsi que sur la polémique qui opposa ce dernier à Zénon de Sidon et qui semble avoir eu le premier Livre des *Éléments* comme toile de fond. La discussion entre Épicuriens et Stoïciens à propos de la géométrie sévissait depuis le III<sup>e</sup> s. (Polyen), mais la connexion avec Euclide et son traité a peut-être été accentuée, voire créée, par l'orientation exégétique de Proclus ou de l'un de ses prédécesseurs.

Le premier que nous connaissons et qui semble avoir joué un rôle important dans la transmission du texte des *Éléments* est Héron d'Alexandrie (I<sup>st</sup> s.). Les bibliographes arabes font état d'un livre *Sur les difficultés d'Euclide* (*Kitâb Hall Shukûk Uqlîdis*). Il s'agit certainement de la source des mentions de Proclus. Il est malheureusement perdu, mais des fragments sont transmis par plusieurs commentateurs médiévaux. Sa nature exacte reste incertaine. Focalisé sur les difficultés logico-mathématiques du traité, il suggérait aussi un nombre important d'altérations textuelles, ce qui, en d'autres termes, correspond à une (ré)édition au sens alexandrin du terme, n'impliquant pas nécessairement la production d'une nouvelle copie du texte, mais établissant une sorte de "mode d'emploi commenté". D'autres ont pu ensuite s'y référer pour produire leurs versions et il semble bien que ce fut le cas de Thabit ibn Qurra lors de son travail de révision.

Comme dans le cas des *Coniques* d'Apollonius, un peu moins mal connu grâce à Eutocius, un constant travail d'exégèse sur les preuves, l'adjonction de cas de figures, de lemmes, d'annotations marginales s'est poursuivi et a interféré avec le texte des *Éléments*. Les versions médiévales permettent cependant de formuler quelques conjectures raisonnables, en particulier pour ce qui concerne le phénomène des doubles preuves, assez fréquent dans les *Éléments*. Celui-ci a sans doute été accentué par l'activité compilatrice des scribes Byzantins responsables de la composition de nos plus anciennes copies, contemporaines ou postérieures à l'opération de translittération (passage de l'écriture majuscule dite onciale à la minuscule), à Constantinople, à partir de la fin du VIII<sup>e</sup> s. Ils ont manifestement cherché à préserver la richesse de la tradition antique autant qu'ils le pouvaient.

La comparaison détaillée des différentes versions grecques et arabo-latines, pour la portion XI. 36-XII. 17, a été reprise par Wilbur Knorr. Elle n'est guère favorable aux hypothèses qu'avait formulées Heiberg concernant l'histoire du texte, notamment en ce qui concerne la version alternative partielle du manuscrit de Bologne (*b*). Knorr inverse les conclusions de Heiberg et se rallie à la position déjà soutenue par Klamroth quant à la primauté de la tradition indirecte. Mais la connaissance moins partielle que nous avons aujourd'hui de celle-ci interdit une telle facilité. Si l'on cherche à déterminer la

version la moins éloignée de l'original, on constate que le résultat semble dépendre du ou des Livres concernés (ce que l'on observe dans les Livres I à IX, ou dans le Livre X, est assez différent de ce qui se produit dans les Livres stéréométriques), de la nature de l'élément textuel concerné (principes ou énoncé *versus* preuves) ou du critère que l'on privilégie (ajout ou suppression de matériau, altération de l'ordre, modification ou remplacement des preuves) ...

Comme l'histoire médiévale du texte le montre bien, la transmission du texte, dès l'Antiquité, a été beaucoup plus malléable que ce que les philologues sont généralement prêts à admettre. Aussi bien Heiberg que Klamroth et Knorr admettaient des schémas linéaires pour rendre compte du devenir textuel des *Éléments*. Pour le premier, le texte s'est progressivement corrompu; pour les partisans de la tradition indirecte, il s'est massivement enrichi et sophistiqué, quoique d'une manière triviale, en raison des usages pédagogiques et exégétiques. Ces approches simples permettraient d'identifier une version globalement plus "pure" : la version dite préthéonienne pour Heiberg, l'archétype supposé des traductions arabes, notablement plus maigres, donc plus pures, pour Klamroth et Knorr. Ces schémas ne fonctionnent pas à cause de la contamination généralisée, peut-être parce que certains épitomés ont joué un rôle, sans oublier les interventions des réviseurs sur les deux traductions arabes (al-Hadjdjadj pour lui-même, Thabit ibn Qurra pour la traduction de Ishâq). De telles modalités de transmission valent peut-être pour tous les textes mathématiques de l'Antiquité grecque, mais elles sont plus faciles à percevoir dans le cas des *Éléments*. Cette enquête n'est pas achevée. Elle nous réserve peut-être quelques belles surprises.

\*

## *Bibliographie complémentaire (après 1970)*

### I. Éditions, réédition et traductions

Il n'y a pas eu de nouvelle édition critique du texte grec des principaux écrits d'Euclide depuis celle faite par Heiberg et Menge (références in *DSB IV*, part (i), 435). Elle a servi de base à de nouvelles traductions :

#### *Elements.*

Euclide d'Alexandrie. *Les Eléments*. Introduction générale par Maurice Caveing. Traduction française et commentaires par Bernard Vitrac. Paris: PUF, Bibliothèque d'histoire des sciences. Volume 1. Livres I-IV, 1990. Volume 2. Livres V-IX, 1994. Volume 3. Livre X, 1998. Volume 4. Livres XI-XIII, 2001.

Euclides. *Elementos*. Introduccion de Luis Vega. Traduccion y notas de Maria-Luisa Puertas Castaños. Vol. 1. Libros I-IV, 1991. Vol. 2. Libros V-IX, 1994. Vol. 3. Libros X-XIII, 1996. Madrid: Biblioteca Clasica Gredos, N°155, 191, 228.

#### *Data*

J. L. Mc Dowell & M. A. Sokolek. *The Data of Euclid*, translated from the text of Menge. With Introduction by R.D. Ferrier. Baltimore: Union Square Press, 1993.

Euclid's Data ΔΕΛΟΜΕΝΑ or The Importance of Being Given by Christian Marinus Taisbak. Copenhagen: Museum Tusulanum Press, University of Copenhagen, 2003.

#### *Autres écrits mineurs.*

*Euclid's Phænomena*. A translation and Study of a Hellenistic Treatise in Spherical Astronomy. J. L. Berggren & R. S. D. Thomas. New York and London: Garland Publishing Inc., 1996.

Euclides. *Optica, Catoptrica, Fenomenos*. Introducciones, traducción y notas de Paloma Ortiz Garcia. Madrid: Biblioteca Clasica Gredos, 277, 2000.

Mathiesen, Thomas. "An Annotated Translation of Euclid's Division of Monochord." *Journal of Music Theory* 19 (1975), 236-258.

Barker, Andrew. Traduction anglaise de la *Sectio Canonis* (à partir de l'édition de Jan) in *Greek Musical Writings : II. Harmonis and Acoustic Theory*. Cambridge University Press, 1989, pp. 190-208.

Zanoncelli, Luisa. Traduction italienne de la *Sectio Canonis* (à partir de l'édition de Jan) in *La manualistica musicale greca*. Milano: Guerini e Associati, 1990, 31-70.

*The Euclidean Division of the Canon. Greek and Latin Sources*. New critical Texts and Translations ... with an introduction, annotations... by André Barbera. Lincoln and London: University of Nebraska Press, 1991. Il s'agit de la seule nouvelle édition d'un (court) traité d'Euclide. Les principes d'édition ne sont pas clairs; les commentaires historiques et épistémologiques sont discutables. A consulter en comparant aux éditions et traductions antérieures de Menge, Jan et Barker.



## II. Authenticité de certains écrits mineurs

Pour la discussion des deux recensions des *Phénomènes*, voir l'introduction de Berggren & Thomas, 1996, 10-18.

Pour l'*Optique* :

Jones, Alexander. "Peripatetic and Euclidean Theories of the Visual Ray." *Physis* XXXI (1994), 47-76.

Knorr, Wilbur R. "On the principle of linear perspective in Euclid's *Optics*." *Centaurus* 34 (1991), 193-210;

Knorr, Wilbur R. "When Circles Don't Look Like Circles : An Optical Theorem in Euclid and Pappus." *Archive for History of Exact Sciences* 44 (1992), 287-329.

Knorr, Wilbur R. "Pseudo-Euclidean Reflections in ancient Optics : a re-examination of textual Issues pertaining to the euclidean *Optica* and *Catoptrica*." *Physis* XXXI (1994), 1-45.

Pour la *Catoptrique*, outre le précédent, voir également :

Knorr, Wilbur R. "Archimedes and the Pseudo-Euclidean *Catoptrics* : Early Stages in the Ancient Geometric Theory of Mirrors." *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* 35 (1985), 28-105.

Simon, Gérard. "Aux origines de la théorie des miroirs : sur l'authenticité de la *Catoptrique* d'Euclide." *Revue d'histoire des sciences* XLVII (1994), 258-272.

Enfin pour la *Division du canon*:

Barker, Andrew D. "Method and aims in the Euclidean *Sectio Canonis*." *Journal of Hellenic Studies* 101 (1981), 1-16.

Bowen, Alan C. "Euclid's *Sectio Canonis* and the History of Pythagoreanism." In *Science and Philosophy in Classical Greece*, edited by Alan C. Bowen. New York and London: Garland Publishing Inc, 1991, 164-187;

Bowen, Alan C. & Bowen William R. "The Translator as Interpreter : Euclid's *Sectio Canonis* and Ptolemy's *Harmonica* in the Latin Tradition." In *Music Discourse from Classical to Early Modern Times*, edited by M. R. Maniates. Toronto-Buffalo-London: University of Toronto Press, 1997, 97-148.

## III. Transmission des *Éléments*

General. Outre *DSB* IV, part (ii), 452-458, voir aussi Folkerts, Menso. *Euclid in Medieval Europ*. Winnipeg: Overdale Books, 1989.

Mes rubriques sont, autant que possible, calquées sur celles de Murdoch. Ce qui suit n'est qu'une sélection de la littérature récente sur le sujet.

The *Elements* in Greek Antiquity

1. About the "pristine" Greek text. L'histoire du texte proposée par Heiberg a été généralement acceptée, malgré quelques réserves ponctuelles de la part de certains spécialistes de l'Euclide arabe. Elle a été totalement remise en cause dans :

Knorr, Wilbur R. "The Wrong Text of Euclid : On Heiberg's Text and its Alternatives." *Centaurus* 36 (1996), 208-276.

Le débat entre Heiberg et Klamroth, les arguments mis en avant (y compris par Knorr) sont résumés dans

Rommevaux, Sabine, Djebbar, Ahmed, Vitrac Bernard. "Remarques sur l'Histoire du Texte des *Éléments* d'Euclide." *Archive for History of Exact Sciences* 55 (2001), 221-295. On y montre aussi que la situation du Livre X n'est pas la même que celle des Livres stéréométriques (partiellement) privilégiés par Knorr.

Cf. aussi les notices consacrées à l'histoire du texte in *Euclide d'Alexandrie. Les Éléments*, Volume 3, 1998, 381-411 & Volume 4, 2001, 32-71.

2. Au sujet du rôle de Héron et de Théon dans la transmission du texte:

Vitrac, Bernard. "A propos des démonstrations alternatives et autres substitutions de preuve dans les *Éléments* d'Euclide." *Archive for History of Exact Sciences* 59 (2004), 1-44.

3. Greek scholia. Parmi les centaines d'annotations marginales que contiennent les manuscrits grecs des *Éléments*, Heiberg a distingué une collection d'environ 150 scholies, baptisées "vaticanes", qu'il identifie à des extraits des commentaires de Proclus pour le Livre I, de Pappus pour les autres Livres. Cela ne vaut pas toujours pour celles qui portent sur le Livre X:

Vitrac, Bernard. "Les scholies grecques aux *Éléments* d'Euclide." *Revue d'Histoire des Sciences* LVI (2003), 275-292.

Les scholies ont certainement joué un rôle important dans la transmission médiévale de certains extraits de commentaires grecs, par exemple celui de Proclus, qui ne semble pas avoir été traduit en arabe.

L'histoire du texte des *Éléments* doit être inscrit dans l'histoire générale des écrits grecs. Deux opérations importantes dans l'histoire du livre ancien ont partiellement déterminé leur transmission : le passage du *volumen* (rouleau de papyrus) au codex à pages (entre le I<sup>er</sup> et le V<sup>e</sup> s.), puis la translittération (passage de l'écriture majuscule dite onciale à la minuscule) à Constantinople (fin VIII<sup>e</sup>-X<sup>e</sup> s.). Chacune a indirectement provoqué la disparition de certains écrits. Positivement, la première a certainement favorisé le démembrement des commentaires (initialement portés par des rouleaux indépendants) sous forme de scholies; la deuxième, dans le cas des *Éléments*, a semble-t-il favorisé la contamination qu'attestent toutes les copies qui nous sont

parvenues, notamment en qui concernent les doubles preuves, même si les détails nous échappent. Voir l'article cité dans le § 2.

The Medieval Arabic Euclid

1. General. Sezgin, Fuat. *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Band V. Leiden: Brill, 1974. Section « Quellen, Euklid », 83-120.

A noter que l'Institute for the History of Arabic-Islamic Science, dirigé par Sezgin, a reproduit (avec les collaborations de M. Amawi, C. Ehrig-Eggert & E. Neubauer), un certain nombre d'articles importants concernant l'Euclide arabe publiés entre 1851 et 1953 (Baudoux, Besthorn, Clagett, Curtze, Favaro, Furlani, Heiberg, Kapp, Klamroth, Kugener, Lokotsch, Mansion, Ofterdinger, Smith, Steinschneider, Suter, Thaer, Ünver, Weissenborn, Wiedemann, Woepcke) sous le titre *Euclid in the Arabic Tradition* I-III, dans la série *Islamic Mathematics and Astronomy*, Volumes 17-19. Frankfurt am Main, 1997.

Résumés récents concernant les *Éléments* en arabe dans :

Brentjes, Sonia. "Observations on Hermann of Carinthia's Version of the *Elements* and its Relation to the Arabic Transmission." *Science in Context* 14 (2001), 39-47.

De Young, Gregg. "The Arabic Version of Euclid's *Elements* by al-Hajjâj ibn Yûsuf ibn Matar : new light on a submerged Tradition." *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 15 (2002/2003), 125-129.

De Young, Gregg. "The Latin Translation of Euclid's *Elements* Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission." *Suhayl* 4 (2004), 311-318.

Djebbar, Ahmed. "Quelques Commentaires sur les Versions arabes des *Éléments* d'Euclide et sur leur Transmission à l'Occident Musulman." In *Mathematische Probleme im Mittelalter. Der lateinische und arabische Sprachbereich*, edited by Menso Folkerts. Wiesbaden: Harrassowitz Verlag, 1996, 91-114.

2. The translation of al- Hajjâj. On a longtemps identifié la version contenue dans le MS Leiden, 339, 1 à la (deuxième) version de la traduction d'al-Hajjâj. Ce n'est plus le cas aujourd'hui. Ladite traduction n'est connue que par les témoignages ponctuels transmis par les copistes des manuscrits de la transmission dite primaire, les auteurs de recensions, par exemple Nasîr al Dîn al Tûsî, et certains commentateurs (voir *infra*). On peut alors dresser une liste d'une cinquantaine de critères qui, selon les érudits médiévaux eux-mêmes, distinguaient deux traditions principales rapportées, à tort ou à raison, respectivement à al-Hajjâj et à Ishâq ou Thabit. La majorité concernent des variantes terminologiques, la présence ou l'absence de certaines Propositions et de cas de figures, des divergences dans l'ordre de l'exposé, l'ajout ou la substitution de preuves. A partir de là, il s'avère que certaines recensions, par exemple celle d'Avicenne et d'an Nayrîzî, ont été réalisées en prenant appui sur un texte dépendant fortement de la

tradition hajjâjienne. Cela vaut aussi pour certaines traductions arabo-latines. Celle qui satisfait le mieux les critères hajjâjiens est celle attribuée à Adélarde de Bath. Voir :

Brentjes, Sonia. "Varianten einer Haggag-Version von Buch II der *Elemente*." In *Vestigia Mathematica*, Studies in medieval and early modern mathematics in honour of H. L. L. Busard, edited by Menso Folkerts and Jan P. Hogendijk. Amsterdam-Atlanta: Rodopi B.V., 1993, 47-67.

Brentjes, Sonia. "Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Hajjâj b. Yûsuf b. Matar (zwischen 786 und 833)." *Archive for History of Exact Sciences* 47 (1994), 53-92/

Brentjes, Sonia. "The Relevance of Non-Primary Sources for the Recovery of the Primary Transmission of Euclid's *Elements* into Arabic." In *Tradition, Transmission, Transformation*, edited by Ragep, F. J. & Ragep, S. P. With S. Livesey. Collection des travaux de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences, T. 37. Leiden-New York-Köln: Brill, 1996, 201-225.

De Young, Gregg. "The Arabic Textual Traditions of Euclid's *Elements*." *Historia Mathematica* 11 (1984), 147-160.

De Young, Gregg. "New traces of the lost al-Hajjâj arabic Translations of Euclid's *Elements*." *Physis* 38 (1991), 647-666 et l'article cité [De Young, 2002/2003] à la fin du § 1.

Un autre manuscrit arabe composite (Mumbaï, Mulla Firuz R I 6), récemment découvert par S. Brentjes, pourrait livrer des indications très intéressantes sur la tradition hajjâjienne.

3. The translation of Ishâq-Thabit. Editions partielles (objets de dissertations doctorales non publiées) :

*The Arabic Tradition of Euclid's Elements : Book V*. Edition, english translation and commentaries by J. William Engroff. Cambridge Mass., Harvard University PhD, 1980.

*The Arithmetic Books of Euclid's Elements*. Edition, english translation and commentaries by Gregg De Young. Cambridge Mass., Harvard University PhD, 1981.

Voir aussi : De Young, Gregg. "Ishaq ibn Hunayn, Hunayn ibn Ishaq, and the Third Arabic Translations of Euclid's *Elements*." *Historia Mathematica* 19 (1992), 188-199.

On a recensé dix huit manuscrits qui, en tout ou en partie, contiennent ce que les colophons identifient comme la version Ishâq-Thabit. Ils constituent ce que l'on peut appeler la transmission arabe primaire des *Éléments*. Quelques manuscrits, à tort ou à raison, rattachent toutefois la traduction des Livres stéréométriques à al-Hajjâj. Pour une liste et une description des manuscrits:

De Young, Gregg. "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission." *Suhayl* 4 (2004), 314-317.

Il faut y ajouter un manuscrit arabe écrit en caractère hébraïque, Paris, BNF, MS Hébreu 1381, apparenté au groupe dits andalous des manuscrits arabes. La plus ancienne copie (en deux parties : Téhéran Malik, MS 3586 et Téhéran Dânishgâh 2120) est datée de 954, soit à peine plus de cinquante ans après la mort de Thabit ibn Qurra (902). On y trouve déjà des traces de contamination avec la tradition hajjâjienne.

4. Les recensions et autres écrits dérivés. L'édition de la recension commentée d'an Nayrîzî (contenue dans le MS Leiden, 339, 1), initiée par Besthorn et Heiberg, a été reproduite par l'Institute for the History of Arabic-Islamic Science de Sezgin, sous le titre *Euclid, Elenenta. Arabic Text* dans la Série *Islamic Mathematics and Astronomy*, Vol. 14 (L. I-III) et 15 (L. IV-VI). Frankfurt am Main, 1997.

Grâce à la découverte par S. Brentjes du MS, Qom, Kitâbhâna-i 'Umûmî 6526, on peut désormais la compléter pour les Définitions I. 4-22 +23 (en partie), ainsi que leurs commentaires, qui manquaient dans le manuscrit de Leiden. Nouvelle édition critique :

Abû l-'Abbâs an-Nayrîzî, Exzerpte aus (Ps.-?)Simplicius' Kommentar zu den Definitionen, Postulaten und Axiomen in Euclids *Elementa I*. Eingeleitet, ed. und mit arabischen und lateinischen Glossaren versehen von R. Arnzen. Köln-Essen: Rüdiger Arnzen, 2002.

La traduction anglaise du Livre I dans:

*The Commentary of Al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements of geometry*. With an introduction on the Transmission of Euclid's *Elements* in the Middle Ages, by Anthony Lo Bello. Leiden: Brill, 2003,

est malheureusement basée sur l'édition de Besthorn et Heiberg.

Voir aussi:

De Young, Gregg. "Euclidean Geometry in Two Medieval Islamic Encyclopaedias." *Al-Masâq* 14 (2002), 47-60.

De Young, Gregg. "The *Ashkâl al-Ta'sîs* of al-Samarqandî : a Translation and Study." *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 14 (2001), 57-117.

De Young, Gregg. "The Tahrir of Euclid's Elements by Nasîr al-Dîn al-Tûsî : redressing the balance." Téhéran, *Fahrang. Quarterly Journal of Humanities & Cultural Studies* 15-16 (2002-03), 117-143.

Djebbar, Ahmed. "Les Livres arithmétiques des *Éléments* d'Euclide dans le traité d'al-Mu'taman du XI<sup>e</sup> siècle." *LLULL* 22 (1999), 589-653.

5. Commentaries. On a recensé plus de soixante commentaires rédigés en arabe. Cinq auteurs (au moins) citent Héron d'Alexandrie: an-Nayrîzî, al- Karâbîsî, Ibn al-Haytham, ‘Umar al Khayyâm et un commentaire anonyme, identifié par De Young, contenu dans deux manuscrits de Hyderabad en Inde, et portant sur les Livres I à X (article [De Young, 2002/2003] cité à la fin du § 1). Les thèmes privilégiés par ces commentaires, à l'étendue très variable, sont : (i) la question des principes de la démonstration géométrique; (ii) le postulat des parallèles; (iii) la théorie des proportions et (iv) l'irrationalité, au sens euclidien du terme. Leur étude ne fait que commencer, mais quelques-uns bénéficient d'une édition et/ou d'une traduction, parfois dans le cadre de dissertations doctorales non publiées:

Ben Miled, Marouane. "Les commentaires d'Al-Mâhânî et d'un anonyme du Livre X des *Éléments* d'Euclide." *Arabic Sciences and Philosophy* 9 (1999), 89-156.

Brentjes, Sonia. "Ahmad al-Karâbîsî's Commentary on Euclid's "Elements". In *Sic Itur ad Astra*. Studien zur Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften. Festschrift für den Arabisten Paul Kunitzsch zum 70. Geburtstag, edited by Menso Folkerts and Richard Lorch. Wiesbaden: Harrassowitz Verlag, 2000, 31-75.

Crozet, Pascal. "Al-Sijzî et les *Éléments* d'Euclide : Commentaires et autres démonstrations des propositions." In *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque*, edited by Ahmad Hasnawi, Abdelali Elamrani-Jamal and Maroun Aouad. *Orientalia Lovaniensia Analecta*. Leuven-Paris: Peters & Paris: IMA, 1997, 61-77.

De Young, Gregg. "Ibn al-Sarî On *ex æquali* Ratios : His Critique of Ibn al-Haytham and His Attempt to improve the Parallelism between Books V and VII of Euclid's *Elements*." *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* IX (1995), 99-153.

De Young, Gregg. "*Ex æquali* Ratios in the Greek and Arabic Euclidean Traditions." *Arabic Sciences and Philosophy* 6 (1996), 167-213.

De Young, Gregg. "Al-Jawharî's Additions to Book V of Euclid's *Elements*." *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* XI (1997), 153-178.

Freudenthal, Gad. "La philosophie de la géométrie d'al-Fârâbî : son commentaire sur le début du I<sup>er</sup> livre et le début du 5<sup>e</sup> livre des *Eléments* d'Euclide." *Jerusalem Studies in Arabic and Islam* 11 (1988), 104-219 [Traduction française de la traduction médiévale hébraïque par Moses ibn Tibbon].

Hogendijk, Jan P. "Al-Nayrîzî's Own Proof of Euclid's Parallel Postulate." In *Sic Itur ad Astra*, edited by Menso Folkerts and Richard Lorch. Wiesbaden: Harrassowitz Verlag, 2000, 252-265.

Schrader, O. P. *The 'Epistola De Proportione et Proportionalitate' of Ametus Filius Iosephi*. The University of Wisconsin, Ph.D., 1961; unpublished. Edition, english translation and commentary of the *Liber Hameti de proportione et proportionalitate*

[Latin translation by Gerard of Cremona du *Kitâb fi n-Nisba wa-t-tanâsub* de Ahmad ibn Yûsuf ibn Ibrâhîm ibn ad-Dâya al-Misrî].

Sude, Barbara Hooper. *Ibn al-Haytham's Commentary on the Premises of Euclid's Elements* : Books I-VI. Princeton University, Ph.D, 1974; unpublished. [English translation of *Qarî mu'âdaræt Uqlîdis*].

Vahabzadeh, Bijan. *Trois commentaires arabes sur les concepts de rapport et de proportionnalité*. Thèse de doctorat de l'Université de Paris VII, 1997; non publiée [Édition et traduction française des commentaires d'al-Mâhânî, d'al-Gayyânî et de 'Umar al Khayyâm].

Vahabzadeh, Bijan. "Two commentaries on Euclid's definition of proportional magnitudes." *Arabic Sciences and Philosophy* 4 (1994), 181-198.

Le commentaire sur les prémisses problématiques des *Éléments* d'Euclide (*Risâla fi sharh mâ ashkala min musâdarât Kitâb Uqlîdis*) composé par 'Umar al Khayyâm, en trois parties (I. Postulat des parallèles; II. Définitions de la proportionnalité; III. Définition du rapport composé de rapports) a été récemment réédité, traduit en français et en anglais, et analysé, notamment à l'occasion du 950<sup>e</sup> anniversaire de la naissance de son auteur :

Djebbar, Ahmed. "Épître Sur l'explication des prémisses problématiques du Livre d'Euclide." *Farhang, Quaterly Journal of humanities and cultural Studies* 39-40 (2002), 79-136 [traduction française réalisée à partir de l'édition de A. I. Sabra].

Vahabzadeh, Bijan. Edition et traduction française du livre d'Umar Khayyâm, *Risâla fi sharh mâ ashkala min musâdarât Kitâb Uqlîdis*. In *Al-Khayyâm mathématicien*, edited by Roshdi Rashed and Bijan Vahabzadeh. Paris: Blanchard, 1999, 271-390.

English translation (without arabic Text). In *Al-Khayyâm The Mathematician*, edited by Roshdi Rashed and Bijan Vahabzadeh. New York: Bibliotheca Persica Press, 2000.

Vahabzadeh, Bijan. "Al-Khayyâm's conception of ratio and proportionality." *Arabic Sciences and Philosophy* 7 (1997), 247-263.

Vitrac, Bernard. "'Umar al Khayyâm et Eutocius : Les antécédents grecs du troisième chapitre du commentaire : « *Sur certaines prémisses problématiques du Livre d'Euclide* »." Téhéran, *Farhang. Quaterly Journal of Humanities & Cultural Studies* 29-32 (2000), 51-105.

Vitrac, Bernard. "'Umar al Khayyâm et l'anthyphérèse : Étude du deuxième Livre de son commentaire : « *Sur certaines prémisses problématiques du Livre d'Euclide* »." Téhéran, *Farhang. Quaterly Journal of Humanities & Cultural Studies* 39-40 (2002), 137-192.

## 6. Particular points.

Brentjes, Sonia. "Der Tabit b. Qurra zugeschriebene Zusatz I,462 zu Satz I,46 in MS Leiden 399,1." In *Amphora*. Festschrift für H. Wussing, edited by S. S. Demidov, M. Folkerts, Ch. Scriba. Basel, 1992, 91 -120.

Brentjes, Sonia. "Additions to Book I in the Arabic Traditions of Euclid's *Elements*." *Studies in History of Medicine & Science XV* (1997-1998), 55-117.

De Young, Gregg. "Euclidean Geometry in the Mathematical Tradition of Islamic India." *Historia Mathematica* 22 (1995), 138-153.

De Young, Gregg. "Diagrams in the Arabic Euclidean Tradition : a preliminary assessment." *Historia Mathematica* 32 (2005), 129-179. Cet article montre que l'histoire du texte euclidien doit aussi s'intéresser aux diagrammes des manuscrits. Un projet sur ce thème, dirigé par K. Saïto, est en cours. Cf. l'article de T. Lévy mentionné *infra* dans The Medieval Hebrew Euclid.

## 7. Translations in other Near Eastern languages.

Brentjes, Sonia. "The Persian Transmission of Euclid's *Elements*." In *La science dans le monde iranien à l'époque islamique*, edited by Z. Vesel, H. Beikbaghban, T. de Crussol des Epesse. Téhéran: Institut Français de Recherche en Iran, 1998, 73-94.

## 8. Euclid's minor works.

*Division des figures*

Crozet, Pascal. "Al-Sijzî et la tradition des problèmes de division des figures." In *De Zénon d'Élée à Poincaré. Recueil d'études en hommage à Roshdi Rashed*, edited by Régis Morelon & Ahmad Hasnawi. Les Cahiers du Mideo -1-. Louvain-Paris: Editions Peeters, 2004, 119-159.

Hogendijk, Jan P. "The Arabic Version of Euclid's *On Division*." In *Vestigia Mathematica*, edited by Menso Folkerts and Jan P. Hogendijk. Amsterdam-Atlanta: Rodopi B.V., 1993, 143-162.

Sesiano, Jacques. "Un complément de Thâbit Ibn Qurra au ΠΕΡΙ ΔΙΑΙΡΕΣΕΩΝ d'Euclide." *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften IV* (1987/88), 149-159.

*Optique*

*The Arabic Version of Euclid's Optics*. Edited and Translated with Historical Introduction and Commentary by Elaheh Kheirandish. 2 vol. New York-Berlin-Heidelberg-Tokio: Springer Verlag, 1999. Voir aussi :

Kheirandish, Elaheh. "The Arabic "Version" of Euclidean *Optics* : Transformations as Linguistic Problems in Transmission." In *Tradition, Transmission, Transformation*, edited by F. J. Ragep & S. P. Ragep. With S. Livesey. Leiden-New York-Köln: Brill, 1996, 227-245.



Voir aussi :

*Porismes*

Hogendijk, Jan P. "On Euclid's Lost *Porisms* and Its Arabic Traces." *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* VII (1987), 93-115.

The Medieval Latin Euclid : The Greek-Latin Phase

1. In Roman authors. Des fragments latins des *Éléments* ont existé avant les V<sup>e</sup>-VI<sup>e</sup> siècles et la traduction attribuée à Boèce:

Guillaumin, Jean-Yves. "Présence d'Euclide dans un traité du corpus grammatique des années 100 après J.C. : l'*Expositio et ratio omnium formarum* de Balbus." In *Sciences exactes et sciences appliquées à Alexandrie (III<sup>e</sup> siècle av. J. C.-I<sup>e</sup> siècle ap. J. C.)* edited by Gilbert Argoud G. et Jean-Yves Guillaumin. Publications de l'Université de Saint-Étienne, 1998, 73-85.

2. Boethian Euclid.

Folkerts, Menso. "The Importance of the Pseudo-Boethian *Geometria* During the Middle Ages. " In *Boethius and the Liberal Arts : A Collection of Essays*, edited by Michael Masi. Berne: Peter Lang, 1982, 187-210.

Leijbowicz, Max. "« Cassiodorii Euclides »; Éléments de bibliographie boécienne." In *Boèce ou la chaîne des savoirs*, edited by Alain Galonnier. Louvain-Paris-Dudley (Mass.): Éditions Peeters, 2003, 301-339.

3. La version gréco-latine, réalisée en Sicile au XII<sup>e</sup> siècle, découverte et discutée par Murdoch en 1966, a été éditée :

Busard, H. L. L. *The Mediaeval Latin Translation of Euclid's Elements* made directly from the Greek. Boethius, Band 15. Stuttgart: Franz Steiner Verlag, 1987. En revanche, les versions plutôt compactes des Livres additionnels XIV-XV, intercalées dans les folii 167v-172v du Ms Paris BNF latin 7373, ne sont probablement pas faites à partir d'un texte grec.

4. Medieval Latin versions of the minor Euclidean works.

*Data*

*The Medieval Latin Translation of the Data of Euclid*. Edition and english translation by Shuntaro Ito. Tokyo: University of Tokyo Press & Boston-Basel-Stuttgart: Birkhäuser, 1980.

*Optique*

Theisen, Wilfred R. "*Liber De Visu: The Greco-Latin Tradition of Euclid's Optics.*" *Mediaeval Studies* 41 (1979), 44-105.

Takahashi, Ken'ichi, Mori, Takako and Kikuchihara Youhei. "A Paraphrased Latin Version of Euclid's Optics : A text of *De visu* in MS Add.17368, British library, London." *SCIAMVS* 3 (2002), 127-192.

*Catoptrique*

*The Medieval Latin Traditions of Euclid's Catoptrica. A Critical Edition of De speculis with an Introduction, English Translation and Commentary by Ken'ichi Takahashi.* Kyushu University Press, 1992.

Takahashi, Ken'ichi. "A Manuscript of Euclid's *De Speculis*: A Latin Text of MS 98.22 of the Archivo y Biblioteca Capitulares de la Catedral, Toledo." *SCIAMVS* 2 (2001), 75-143.

## The Medieval Latin Euclid : The Arabic-Latin Phase

1. General. Les traductions arabo-latines attribuées à Hermann de Carinthie, à Gérard de Crémone, ainsi que les trois versions que Clagett avaient rapportées, sur la base du témoignage des manuscrits, à Adélarde de Bath ont été éditées, de même que plusieurs recensions qui en dérivent, dont la plus célèbre est celle de Campanus de Novare. Les versions dites Adélarde II et III sont respectivement attribuées à Robert of Chester et Johannes de Tinemue par leurs récents éditeurs:

*The first Latin Translation of Euclid's Elements commonly ascribed to Adelard of Bath.*

Edited by H. L. L. Busard. Toronto: Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1983.

*The Latin translation of the Arabic version of Euclid's Elements commonly ascribed to Gerard of Cremona .* Edited by H. L. L. Busard. Leiden: Brill, 1984.

*Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements the so-called Adelard II Version.*

Edited by H. L. L. Busard, & M. Folkerts. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser Verlag, 1992.

*A Thirteenth-Century Adaptation of Robert of Chester's Version of Euclid's Elements.*

Edited by H. L. L. Busard. München: Institut für Geschichte der Naturwissenschaften, 1996.

*Johannes de Tinemue's Redaction of Euclid's Elements, The so-called Adelard III Version.* Edited by H. L. L. Busard. Boethius, Band 45. 1-2. Stuttgart: Franz Steiner Verlag, 2001.

H. L. L. Busard, *Campanus of Novara and Euclid's Elements.* Boethius, Band 51. 1-2. Stuttgart: Franz Steiner Verlag, 2005.

Les caractéristiques générales de la tradition arabo-latine sont aussi exposées dans un certain nombre d'articles:

Busard, H. L. L. "Some early Adaptations of Euclid's *Elements* and the Use of its latin Translations." In *Mathemata, Festschrift für Helmut Gericke*, edited by Menso Folkerts and Uta Lindgren. Stuttgart: Franz Steiner Verlag Wiesbaden GMBH, 1985, 129-164.

Et dans le même recueil :

Kunitzsch, Paul. "Findings in some Texts of Euclid's *Elements* (medieval transmission, arabo-latin).", 115-128.

Voir aussi :

Busard, H. L. L. "Über den lateinischen Euklid im Mittelalter." *Arabic Sciences and Philosophy* 8 (1998), 97-129.

Busard, H. L. L. "Some Thirteenth Century Redactions of Euclid's *Elements*, with Special Emphasis on the Books I-V." *Archives internationales d'histoire des sciences* 147 (2001), 225-256.

Folkerts, Menso. "Probleme der Euklidinterpretation und ihre Bedeutung für die Entwicklung der Mathematik." *Centaurus* XXIII (1980), 185-215.

Lorch, Richard. "Some Remarks on the Arabic-Latin Euclid." In *Adelard of Bath, An English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century*, edited by Charles Burnett. London: The Warburg Institute, 1987, 45-54.

Beaucoup de travaux ont été consacrés à l'identification des sources arabes des traductions arabo-latines. C'était sans doute prématuré.

## 2. Tradition adélandienne.

Burnett, Charles. "The Latin and Arabic Influences on the Vocabulary concerning demonstrative argument in the versions of Euclid's *Elements* associated with Adelard of Bath." In *Aux origines du lexique philosophique européen. L'influence de la Latinitas*, edited by Jacqueline Hamesse. Louvain-la-Neuve: Fédération internationale des instituts d'études médiévales, 1997, 117-135.

Folkerts, Menso. "Adelard's Versions of Euclid's *Elements*." In *Adelard of Bath, An English Scientist and Arabist of the Early Twelfth Century*, edited by Charles Burnett. London: The Warburg Institute, 1987, 55-68.

Murdoch, John. "The Medieval Euclid : Salient Aspects of the Translations of the *Elements* by Adelard of Bath and Campanus of Novara." In *Actes du XIIIe Congrès International d'Histoire des Sciences*, Paris 1968. Paris: Blanchard, 1970.

Seule la version dite Adéland I semble mériter le qualificatif de traduction quoique certaines portions du texte, en particulier dans le Livre X, paraissent singulièrement abrégées.

Pour l'attribution de la version (commentée) dite Adéland III, outre l'introduction de Busard à son édition critique, voir:

Knorr, Wilbur. "John of Tynemouth *alias* John of London : emerging portrait of a singular medieval mathematician." *British Journal for the History of Science* 23 (1990), 293-330.

Sur Campanus, outre l'introduction de Busard à son édition critique, voir :

Rommevaux, Sabine. "La proportionnalité numérique dans le Livre VII des *Éléments* de Campanus." *Revue d'Histoire des Mathématiques* 5 (1999), 83-126.

Rommevaux, Sabine. "Rationalité, exprimabilité : une relecture médiévale du Livre X des *Éléments* d'Euclide." *Revue d'Histoire des Mathématiques* 7 (2001), 91-119.

3. The translations of Gerard of Cremona. Sur sa traduction des *Éléments* :

De Young, Gregg. "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission." *Suhayl* 4 (2004), 311-383.

Gérard a aussi traduit la partie "commentaires" de la recension d'an-Nayrîzî (= Anaritius). Une nouvelle édition, basée sur de plus nombreux et meilleurs manuscrits est en cours :

Tummers, P. M. J. E. *Anaritius' Commentary on Euclid*. The Latin translation I-IV. *Artistarium Supplementa IX*. Nijmegen: Ingenium Publishers, 1994, de même qu'une traduction anglaise de celle-ci, dans

*Gerard of Cremona's Translation of the Commentary of Al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements of geometry ...* by Anthony Lo Bello. Leiden: Brill, 2003.

Sur les relations entre texte arabe d'an-Nayrîzî et traduction latine médiévale:

Brentjes, Sonia. "Two comments on Euclid's *Elements* ? On the relation between the Arabic text attributed to al-Nayrîzî and the Latin text ascribed to Anaritius." *Centaurus* 43 (2001), 17-55.

4. The translation of Hermann de Carinthia. Sur la nature controversée de cette version:

Brentjes, Sonia. "Observations on Hermann of Carinthia's Version of the *Elements* and its Relation to the Arabic Transmission." *Science in Context* 14 (2001), 39-84.

5. Other translation and commentaries.

Burnett, Charles. "Euclid and al-Fârâbî in MS Vatican. Reg. lat. 1268." In *Words, Texts and Concepts Cruising the Mediterranean Sea*, edited by R. Arnzen & J. Thielmann. Leuven-Paris-Dudley (Mass.): Peeters, 2004, 411-436.

Pour le commentaire attribué à Albert le Grand:

Tummers, P. M. J. E. *Albertus (Magnus)' Commentaar op Euclides' Elementen der Geometrie*. 2 Volumes. Nijmegen: Ingenium Publishers, 1984.

Une traduction anglaise (à partir de l'édition de Tummers) est en cours:

*The commentary of Albertus Magnus on Book I of Euclid's Elements of geometry*, by Anthony Lo Bello. Leiden: Brill, 2003.

### The Medieval Hebrew Euclid.

Murdoch discutait la tradition hébraïque dans la rubrique « Near Eastern languages ». Mais les traductions hébraïques des *Éléments* ont d'abord été faites dans l'Occident médiéval, en particulier dans le sud de la France. Tony Lévy a recensé 31 manuscrits qui portent le texte des *Éléments*, en totalité ou en partie. La transmission principale est arabo-hébraïque et connaît quatre états différents du texte, rapportés à trois traducteurs distincts au moins. La branche mineure (3 copies et un fragment) est issue de la tradition latine d'Adélard et Campanus:

Lévy, Tony. "Les *Eléments* d'Euclide en hébreu (XIII<sup>e</sup>-XVI<sup>e</sup> siècles)." In *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque*, edited by Ahmed Hasnawi, Abdelali, Elamrani-Jamal et Maroun Aouad. Leuven-Paris: Peters & Paris: IMA, 1997, 79-94.

Lévy, Tony. "Une version hébraïque inédite des *Eléments* d'Euclide." In *Les voies de la science grecque. Études sur la transmission des textes de l'Antiquité au dix-neuvième siècle*, edited by Danielle Jacquart. Genève: Droz, 1997, 181-239. Cette version, dite de Cambridge, est intéressante pour les indications qu'elle livre sur l'histoire du texte. Elle est aussi exemplaire pour la contamination dont elle témoigne.

D'autres indications concernant la tradition dite Hajjâjienne se trouve dans les scholies diagrammatiques d'une autre copie hébraïque:

Lévy, Tony. "Le manuscrit hébreu Munich 36 et ses *marginalia* : un témoin de l'histoire textuelle des *Éléments* au Moyen-Âge." In *Scientia in margine. Études sur les Marginalia dans les manuscrits scientifiques du Moyen-Âge à la Renaissance*, edited by Danielle Jacquart & Charles Burnett. Genève: Droz, 2005, 103-116.

On connaît également une quinzaine de commentaires aux *Éléments* en hébreu. Voir en particulier:

Lévy, Tony. "Gersonide, commentateur d'Euclide : Traduction annotée de ses gloses sur les *Eléments*." In *Studies on Gersonides, A Fourteenth-Century Jewish Philosopher-Scientist*, edited by Gad Freudenthal. Leiden-New York-Köln: Brill, 1992, 83-147.

### The Modern Euclid

#### 1. General.

Loget, François. "La Ramée critique d'Euclide. Sur le *Proœmium mathematicum* (1567)." *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* 153 (2004), 3-28.

## 2 *Elements*.

Sutto, Jean-Pierre. "Le compendium du 5<sup>e</sup> livre des *Éléments* d'Euclide de Francesco Maurolico." *Revue d'Histoire des Mathématiques* 6 (1999), 59-94.

## 3. *Minor Works*.

Gavagna, Veronica & Moscheo, Rosario. "I *Theonis datorum libelli duo* di Francesco Maurolico." *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* XXII (2002), 267-348.

## IV. Littérature secondaire sur les *Éléments*

(cf. *DSB* IV, part (i), 435-436)

On ignore tout de la vie d'Euclide, de sa formation, du contexte social, politique et institutionnel dans lequel il a travaillé, des disciples qu'il a éventuellement formés. Il est donc impossible d'écrire une biographie intellectuelle, même sommaire, d'Euclide.

### General.

Caveing, Maurice. "Euclide". In *Le savoir grec*. Dictionnaire critique, edited by Jacques Brunschwig & Geoffrey Lloyd. Paris: Flammarion, 1996, 666-676.

Vitrac, Bernard. "Euclide". In *Dictionnaire des Philosophes antiques*, vol. III, edited by Richard Goulet. Paris: Éditions du CNRS, 2000, 252-272.

Schönbeck, Jürgen. *Euklid*. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser Verlag, 2003. Ses références sont quelque peu obsolètes.

Les écrits d'Euclide ont été au centre de débats méthodologiques récents sur l'interprétation des textes mathématiques anciens. Parce qu'ils sont parmi les plus anciens, sinon les plus anciens, qui nous soient parvenus, parce qu'ils représentent manifestement des synthèses de connaissances antérieures dans chacune des spécialités qu'ils représentent, les historiens ont entrepris une lecture archéologique des traités euclidiens, en essayant d'identifier leurs sources, les problèmes qui sont à l'origine des résultats qu'ils contiennent, les analyses préalables que supposent les rédactions euclidiennes. Par ce genre d'enquête, ils espèrent pouvoir écrire, au moins dans les grandes lignes, l'histoire préeuclidienne des disciplines mathématiques en Grèce ancienne. Pour ce faire, ils exploitent les témoignages des commentateurs tardifs ou des écrivains antérieurs à Euclide, tels les philosophes Platon et Aristote, ainsi que les quelques fragments conservés d'ouvrages historiques que les Anciens avaient consacrés aux mathématiques. Surtout ils utilisent un type de lecture des traités qui vise à donner une interprétation historique des singularités de tous ordres (terminologique, stylistique, logique, mathématique ...) de l'exposé euclidien. L'identification de telles singularités, parfois réelles, parfois illusoires, implique donc une méticuleuse analyse du texte. L'entreprise, parce qu'elle présuppose une sorte de modèle "idéal" qui sert à mesurer les écarts, amène aussi à réfléchir sur la façon dont on comprend et on compare les textes :

en cherchant à respecter le plus possible la littéralité de leur expression ou, au contraire, en utilisant des reformulations sophistiquées en termes algébriques [cf. Euclid, *DSB* IV, part (i), 419-423; 425] ou à l'aide de formalisations issues du moderne calcul des prédicats. Ce sont tout particulièrement les *Éléments* qui ont été soumis à la question (mais aussi les écrits optiques d'Euclide). Cette approche historiographique, initiée dans les dernières décennies du XIX<sup>e</sup> siècle, a culminé dans les années 1970. Son terrain d'élection était partiellement identique à ceux que l'exégèse ancienne, médiévale et moderne avait privilégiés (pour d'autres raisons) : la théorie des proportions (Livres V et VII) et celle des grandeurs incommensurables avec sa classification des lignes et aires irrationnelles (Livre X), sans oublier les problèmes de structure que le plan suivi par Euclide est censé poser. Son attrait s'est singulièrement amenuisé dans les travaux récents. Elle aboutit en effet à des reconstructions rationnelles de l'histoire des mathématiques préeuclidiennes, certes séduisantes, mais fondamentalement incompatibles, entre lesquelles les sources ne permettent pas vraiment de trancher. Les (prétendues) singularités de l'exposé euclidien ne sont parfois que le produit de lectures anachroniques et modernisantes, par exemple en ce qui concerne le double traitement de la proportionnalité. Dans le cas du début du Livre XIII, elles donnent des indications, non pas sur les modalités de la composition euclidienne à partir de ses sources, mais sur l'histoire de sa transmission.

Sur les débats historiographiques et méthodologiques récents impliquant les textes d'Euclide:

Knorr, Wilbur, R. "Construction as Existence Proof in Ancient Geometry." *Ancient Philosophy* III, 2 (1983), 125-148.

Knorr, Wilbur, R. "What Euclid Meant : On the Use of Evidence in Studying Ancient Mathematics." In *Science and Philosophy in Classical Greece*, edited by Alan C. Bowen. New York and London: Garland Publishing Inc., 1991, 119-163.

Saïto, Ken. "Mathematical Reconstructions Out. Textual Studies in : 30 Years in the Historiography of Greek Mathematics." *Revue d'Histoire des Mathématiques* 4 (1998), 131-142.

Une polémique soutenue, au centre de laquelle figurait la prétendue « algèbre géométrique » contenue notamment dans certaines Propositions des Livres II, VI et XIII des *Éléments*, a opposé Unguru et Van der Waerden :

Unguru, Sabetai. "On the need of rewrite the history of Greek mathematics." *Archive for History of Exact Sciences* 15 (1975), 67-114.

Unguru, Sabetai. "History of ancient Mathematics ; Some Reflections on the State of the Art." *Isis* 70 (1979), 555-570.

Van der Waerden, B. L. "Defense of a "shocking" point of view." *Archive for History of Exact Sciences* 15 (1975-76), 199-210.

Weil, André. "Who betrayed Euclid ?" *Archive for History of exact Sciences* 19 (1978), 91-93.

Lecture archéologique appliquée aux *Éléments*:

- Artmann, Benno. "Euclid's *Elements* and its Prehistory." In ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ, edited by Ian Mueller. *Apeiron* XXIV, n°4. Edmonton, Alberta: Academic Printing & Publishing, 1991, 1-47.
- Fowler, David, H. "Book II of Euclid's *Elements* and a pre-Eudoxan theory of ratio." Two parts: (i) *Archive for History of exact Sciences* 22 (1980), 5-36 (ii) : Sides and diameters. *Archive for History of exact Sciences* 26 (1982), 193-209.
- Fowler, David, H. "An Invitation to read Book X of Euclid's *Elements*." *Historia Mathematica* 19 (1992), 233-264.
- Gardies, Jean-Louis. "La proposition 14 du Livre V dans l'économie des *Éléments* d'Euclide." *Revue d'histoire des sciences* XLIV (1991), 457-467.
- Gardies, Jean-Louis. "L'organisation du Livre XII des *Éléments* d'Euclide et ses anomalies." *Revue d'histoire des sciences* XLVII (1994), 189-208;
- Knorr, Wilbur, R. *The Evolution of the Euclidean Elements*. Dordrecht-Boston: D. Reidel, 1975.
- Knorr, Wilbur, R. "“La croix des Mathématiciens” : The Euclidean Theory of irrational lines." *Bulletin of the American Mathematical Society* 9 (1983), 41-69.
- Larsen, Mogens Esrom. "On the Possibility of a Pre-Euclidean Theory of Proportions." *Centaurus* XXVII (1984), 1-25.
- Murata, Tamotsu. "A tentative Reconstruction of the Formation Process of Book XIII of Euclid's *Éléments*." *Commentarii Mathematici Universitatis Sancti Pauli* 38 (1989), 101-127.
- Murata, Tamotsu. "Quelques Remarques sur le Livre X des *Éléments* d'Euclide." *Historia Scientiarum*, Second Series 2 (1992), 51-60.
- Neuenschwander, Erwin. "Die ersten vier Bücher der *Elemente* Euklids." *Archive for History of exact Sciences* 9 (1973), 325-80.
- Neuenschwander, Erwin. "Die stereometrischen Bücher der *Elemente* Euklids." *Archive for History of exact Sciences* 14 (1974-75), 91-125.
- Thorup, Anders. "A Pre-Euclidean Theory of Proportions." *Archive for History of Exact Sciences* 45 (1992), 1-15.

Un autre type de lecture, très stimulante, est proposée dans:

Mueller, Ian. *Philosophy of mathematics and deductive structure in Euclid's Elements*; Cambridge (Mass.) and London: M. I. T. Press, 1981.



Taisbak, Christian Marinus. *Division and Logos, A theory of Equivalent Couples and Sets of Integers Propounded by Euclid in The Arithmetical Books of the Elements*. Odense University Press, 1971.

Taisbak, Christian Marinus. *Coloured Quadrangles : A Guide to the Tenth Book of Euclid's Elements*. Opuscula Græcolatina 24, Copenhagen: Museum Tusulanum Press, 1982.

La monographie de Benno Artmann: *Euclid. The creation of Mathematics*. New York: Springer Verlag, 1999, s'adresse aux mathématiciens férus d'histoire.

#### **Livre I et Principes**

Freudenthal, Hans. "Nichtreuklidische Geometrie im Altertum ?" *Archive for History of Exact Sciences* 43 (1991), 189-197.

Harari, Orna. "The Concept of Existence and the Role of Constructions in Euclid's *Elements*." *Archive for History of exact Sciences* 57 (2003), 1-23.

Hoyrup, Jens. "Existence, Substantiality, and Counterfactuality. Observations on the status of mathematics accordind to Aristotle, Euclid, and others." *Centaurus* XLIV (2002), 1-31.

Kayas, Georges, J. "Aristote et les géométries non-euclidiennes avant et après Euclide." *Revue des Questions Scientifiques* 147 (1976), 175-194; 281-301; 457-465.

Mueller, Ian. "Sur les principes des mathématiques chez Aristote et Euclide." In *Mathématiques et Philosophie de l'Antiquité à l'âge classique*. Hommage à Jules Vuillemin, edited by Roshdi Rashed. Paris: Editions du CNRS, 1991, 101-113.

Russo, Lucio. "The Definitions of Fundamental Geometric Entities Contained in Book I of Euclid's *Elements*." *Archive for History of exact Sciences* 52 (1998), 195-219.

Seidenberg, A. "Did Euclid's *Elements* book I develop geometry axiomatically ?" *Archive for History of Exact Sciences* 14 (1975), 263-295.

Wagner, Robert, J. "Euclid's intended interpretation of superposition." *Historia Mathematica* 10 (1983), 63-89.

#### **Livre II**

Saito, Ken. "Book II of Euclid's *Elements* in the Light of the Theory of Conic Sections." *Historia Scientiarum* 28 (1985), 31-60.

#### **Livre V et théorie des proportions**

Acerbi, Fabio. "Drowning by Multiples. Remarks ont the Fifth Book of Euclid's *Elements*, with Special Emphasis on Prop. 8." *Archive for Histoy of Exact Sciences* 57 (2003), 465-502.

- Aujac, Germaine. "Le rapport di isou (Euclide V, définition 17) : Définition, utilisation, transmission." *Historia Mathematica* 13 (1986), 370-386.
- Grattan-Guinness, Ivor. "Numbers, Magnitudes, Ratios, and Proportions in Euclid's *Elements* : How Did He Handle Them ?" *Historia Mathematica* 23 (1996), 355-375.
- Saito, Ken. "Compounded Ratio in Euclid and Apollonios." *Historia Scientiarum* 31 (1986), 25-59.
- Saito, Ken. "Duplicate Ratio in Book VI of Euclid's *Elements*." *Historia Scientiarum* 32 (1993), 115-135.
- Saito, Ken. "Proposition 14 of Book V of the *Elements* — A Proposition that remained a Local Lemma." *Revue d'histoire des sciences* XLVII (1994), 273-284.
- Vitrac, Bernard. "La Définition V. 8 des *Eléments* d'Euclide." *Centaurus* XXXVIII (1996), 97-121.

#### **Livres arithmétiques (VII-IX)**

- Knorr, Wilbur R. "Problems in the interpretation of Greek number theory : Euclid and the "Fundamental Theorem of Arithmetic". " *Studies in the History and Philosophy of Science* 7 (1976), 353-368.
- Taisbak, Christian Marinus. "Euclid's *Elements* 9. 14 and the Fundamental Theorem of Arithmetic." In *Science and Mathematics in Ancient Greek Culture* edited by C. J. Tuplin & T. E. Rihll. Oxford University Press, 2002, 230-241.

#### **Livre X**

- Knorr, Wilbur R. "Euclid's tenth book : An analytic survey." *Historia scientiarum* 29 (1985), 17-35.

#### **Livre XIII**

- Taisbak, Chistian Marinus. "Splitting a Square. Analysis of Euclid's *Elements* xiii. 10." *Centaurus* XLI (1999), 293-295.
- Waterhouse, William C. "The discovery of the regular solids." *Archive for History of exact Sciences* 9 (1972-73), 212-221.

#### **Livre XIV**

- Herz-Fischler, Roger. "Theorem XIV, \*\* of the first "Supplement" to the *Elements*." *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* 38 (1988), 3-66.

## V. Littérature secondaire sur les autres écrits euclidiens

(cf. *DSB* IV, part (i), 436-437); voir aussi *supra*, Section II.

### *Data*

Taisbak, Christian Marinus. "Elements of Euclid's *Data*." In ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ, edited by Ian Mueller. *Apeiron*, XXIV, n°4. Edmonton, Alberta: Academic Printing & Publishing, 1991, 135-171.

### *Phénomènes*

Berggren, J.L., & Thomas, R. S. D. "Mathematical Astronomy in the Fourth Century B. C. as found in Euclid's *Phaenomena*." *Physis* XXIX (1992), 7-33.

### *Optique*

Brownson, C. D. "Euclid's *Optics* and its Compatibility with Linear Perspective." *Archive for History of exact Sciences* 24 (1981), 165-194.

Jones, Alexander. "Pappus' Notes to Euclid's *Optics*." In *Ancient & Medieval Traditions in the Exact Sciences*. Essays in Memory of Wilbur Knorr, edited by Patrick Suppes, Julius M. Moravcsik & Henry Mendell. Stanford: CSLI Publications, 2000, 49-58.

### *Catoptrique*

Jones, Alexander. « On Some Borrowed and Misunderstood Problems in Greek Catoptrics." *Centaurus* 30 (1987), 1-17.

### *Division du canon*

Bellissima, Fabio. "La *Sectio Canonis* di Euclide e il suo errore logico." *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* XXIII (2003), 5-45.

Levin, Flora, R. "Unity in Euclid's '*Sectio Canonis*'." *Hermes* 118 (1990), 430-443.

\*