

# Relations entre le bruit entachant les paramètres de contrôle de modèles non linéaires et le bruit mesuré à sa sortie

Michel Pitermann

Laboratoire Parole et Langage  
Université de Provence, 29 av. R. Schuman - 13621 Aix-en-Provence Cedex 1, France  
Tél. : +33 (0)4 42 95 36 26 - Fax : +33 (0)4 42 95 37 88  
Email : mpiter@lpl.univ-aix.fr

## ABSTRACT

To carry out simulations by means of a nonlinear model, real data measured in our physical world are often used as values for the control parameters of the model. In this case, the output noise of the model should contain at least two components : (i) chaotic noise intrinsic to the model ; (ii) noise stemming from the measurements extrinsic to the model. A method to quantify the amplitude of chaotic noise was proposed in [2]. The present paper shows how the second noise component could be estimated for a biomechanical model of the face. The results show that despite its simplicity, the method correctly estimated the amplitude of the output noise of the model as a function of the noise present in the control parameters of the model.

## 1. INTRODUCTION

Les modèles non linéaires permettent de décrire de nombreux phénomènes, que ce soit en mécanique des fluides, en mécanique des solides, en acoustique, en perception, en sciences cognitives... De nombreuses simulations sont produites à l'aide de ces modèles. Malheureusement, il n'est pas toujours aisé de déterminer des paramètres de contrôle d'un modèle permettant d'atteindre les objectifs visés. Par exemples, en modélisation biomécanique de la langue ou du visage, quels muscles du modèle doit-on activer pour générer des mouvements correspondant à une phrase donnée ? On peut alors avoir recours à des mesures de grandeurs réelles. Par exemple, des mesures d'activité musculaire du visage ont été obtenues par électromyographie (*EMG*) pour un locuteur produisant un corpus de parole et des mouvements faciaux extrêmes. Ces mesures ont été utilisées comme valeurs d'activation musculaire d'un modèle biomécanique de visage afin de générer des animations d'aspect naturel [1]. Des activations musculaires potentielles peuvent aussi être obtenues à partir d'inversions d'enregistrements faciaux [4, 3]. Dans tous ces cas, les valeurs d'*EMG* étaient bruitées. Deux types de bruits étaient alors attendus à la sortie du modèle : (i) un bruit d'origine chaotique intrinsèque au modèle provenant des caractéristiques non linéaires du modèle ; (ii) un bruit provenant du bruit présent dans les paramètres de contrôle du modèle, donc extrinsèque au modèle.

Une méthode pour quantifier l'amplitude du bruit chaotique dans les modèles non linéaires a été proposée dans [2]. Bien que la méthode ait été présentée dans le cadre d'un modèle biomécanique de visage, elle peut être utilisée pour détecter le chaos dans n'importe quel modèle non linéaire. Cette méthode est simple, efficace et peu coûteuse à mettre en œuvre. Malheureusement, elle ne donne aucune indication sur le bruit issu de causes extrinsèques au

modèle. Il s'agit d'une limitation importante en pratique car la méthode ne permet pas de prédire l'amplitude du bruit total attendu à la sortie d'un modèle, même lorsque l'on connaît le niveau de bruit à son entrée. Par exemple, en animation faciale, le bruit total mesuré à la sortie d'un modèle de visage peut être visible sous la forme d'une vibration de la peau. Il est donc important de pouvoir estimer le bruit total produit à la sortie du modèle. Par exemple, si l'on évaluait le seuil en dessous duquel une vibration de peau était imperceptible, la connaissance de la relation liant le bruit présent à l'entrée du modèle et le bruit mesuré à sa sortie permettrait de déterminer le niveau de bruit maximal admissible à l'entrée du modèle pour que la vibration de peau reste invisible.

L'article présenté ici complète [2] en proposant une méthode pour tenter de déterminer la relation quantitative liant le bruit présent dans les paramètres de contrôle du modèle au bruit mesuré à sa sortie. A nouveau, plutôt que d'offrir une présentation générale abstraite de la méthode, elle sera détaillée par son application sur le même modèle biomécanique de visage que celui qui a été utilisé dans [2]. Ensuite, la détermination du bruit maximal autorisé dans les paramètres de contrôle pour maintenir le bruit de sortie (la vibration de peau) en dessous d'un seuil choisi sera discutée. Bien que la méthode ne puisse donner satisfaction pour tous les modèles non linéaires, sa simplicité et le faible coût de sa mise en œuvre en fait une bonne candidate pour un premier essai.

## 2. MÉTHODE

L'idée générale de la méthode est d'émettre une hypothèse sur la forme de l'interaction entre le bruit intrinsèque et le bruit extrinsèque au modèle, puis d'émettre une autre hypothèse sur la manière dont le bruit d'entrée est propagé jusqu'à la sortie du modèle. Ensuite, on détermine le niveau de bruit mesuré à la sortie du modèle pour des paramètres de contrôle exempts de bruit. Enfin, on réalise les mêmes mesures de bruit à la sortie du modèle pour les mêmes valeurs des paramètres de contrôle, mais après avoir entaché ces paramètres par du bruit de différentes amplitudes. On peut alors vérifier les hypothèses de départ grâce à l'analyse de la relation entre le bruit total mesuré à la sortie du modèle et l'amplitude du bruit additionné aux paramètres de contrôle. Si les hypothèses de départ sont validées, les lois proposées liant le bruit à l'entrée et à la sortie du modèle sont correctes. Elles peuvent donc être utilisées telles quelles. Dans le cas contraire, il faut modifier les hypothèses de départ en fonction des résultats, et recommencer d'autres simulations afin de tenter de valider les nouvelles hypothèses. Passons à un exemple concret.

## 2.1. Le modèle de visage

Le modèle biomécanique de visage utilisé ici a été détaillé dans [1], seules ses principales caractéristiques seront résumées ici.

Le modèle était composé d'un module de mâchoire, d'un module de peau et d'un module de muscle. La mâchoire était décrite par une simple charnière contrôlée cinématiquement par un angle. La peau était composée d'un treillis de points massiques à trois couches aux propriétés mécaniques isotropes. Les 1434 masses du treillis étaient connectées par près de 6000 ressorts amortis non linéaires. Les muscles étaient modélisés par une formulation standard de type Hill. Les activations de ces muscles et l'angle de la mâchoire constituaient les paramètres de contrôle du modèle.

Différents sous-modules du modèle de visage contribuaient à sa non-linéarité. Tout d'abord le modèle de muscle était non linéaire. Ensuite le modèle de peau contenait des ressorts non linéaires en compression, des ressorts linéaires par morceaux en extension (biphasiques), une contrainte de volume, la réaction des corps solides (crâne, dents, globes oculaires) et une force de restauration nodale (cf. Eq. (8) de [1] pour les détails).

Huit paires de muscles (un élément de chaque paire pour chaque profil du modèle de visage) étaient activés simultanément avec le même niveau d'énergie pour l'expérience décrite ici. Les huit paires étaient le levator labii superior, le levator anguli oris, le zygomatic major, le depressor anguli oris, le depressor labii inferior, le mentalis, l'orbicularis oris superior et l'orbicularis inferior.

Pour animer le modèle, une image était calculée tous les 1/60 s. Les équations non linéaires de mouvement des points massiques étaient résolues à l'aide de l'algorithme de Runge-Kutta standard en utilisant un pas constant de 50 itérations par image. L'algorithme de Runge-Kutta pouvant être instable numériquement, un détecteur d'instabilité numérique a été ajouté. Au moindre signe d'instabilité, le nombre de pas était doublé, puis la stabilité était réévaluée.

## 2.2. Hypothèses choisies et séparation des différentes composantes de bruit

La première hypothèse retenue fut que la composante de bruit mesurée à la sortie du modèle générée par le bruit présent dans les paramètres de contrôle (bruit d'entrée) était indépendante de toutes les autres sources de bruit (chaos, erreurs d'arrondis...) Par conséquent, la variance totale  $\sigma_{\text{tot}}^2$  du bruit de sortie était supposée être la somme de la variance  $\sigma_{\text{ent}}^2$  de bruit dû au bruit d'entrée et de la variance  $\sigma_x^2$  de bruit dû à toutes les autres sources de bruit :

$$\sigma_{\text{tot}}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_{\text{ent}}^2 \quad (1)$$

$\sigma_{\text{ent}}^2$  représente donc une composante de variance de bruit de sortie du modèle. C'est la partie de variance de bruit de sortie dû au bruit présent à l'entrée du modèle, et non la variance du bruit présent à l'entrée.

La deuxième hypothèse était que le modèle de visage propageait le bruit d'entrée comme un système linéaire. Ainsi, si l'amplitude de ce bruit était multipliée par un facteur  $r$ , la composante de variance due à ce bruit serait multipliée par  $r^2$  :

$$\sigma_{\text{tot},r}^2 = \sigma_x^2 + r^2 \sigma_{\text{ent}}^2 \quad (2)$$

où  $\sigma_{\text{tot},r}^2$  était la nouvelle variance totale de bruit lorsque le bruit d'entrée original était multiplié par un facteur  $r$ .

En soustrayant l'Eq. (1) de l'Eq. (2), on obtient :

$$\sigma_{\text{ent}}^2 = \frac{\sigma_{\text{tot},r}^2 - \sigma_{\text{tot}}^2}{r^2 - 1}. \quad (3)$$

En utilisant 5 amplitudes de bruit d'entrée différentes et en utilisant la plus petite amplitude comme référence pour  $\sigma_{\text{tot}}^2$ ,  $\sigma_{\text{ent}}^2$  pouvait être estimé 4 fois à l'aide de l'équation (3) avec  $r = 2, 3, 4$  et  $5$ . Si aucune différence significative n'était mise en évidence pour les 4 estimations de  $\sigma_{\text{ent}}^2$ , l'Eq. (2) pouvait être considérée comme valide puisqu'elle avait servi de base à l'Eq. (3). Une valeur moyenne de  $\sigma_{\text{ent}}^2$  pouvait alors être tirée de ces quatre estimations, puis l'Eq. (1) pouvait être utilisée pour estimer  $\sigma_x^2$ , puis l'Eq. (2) permettait de connaître l'impact d'un bruit d'entrée de n'importe quelle amplitude sur les résultats.

## 2.3. Analyses statistiques

Les trajectoires 3D de 11 points du modèle de visage ont été suivies au cours du temps afin d'analyser statistiquement la vibration de peau (cf. figure 1 pour les positions approximatives de ces 11 points).

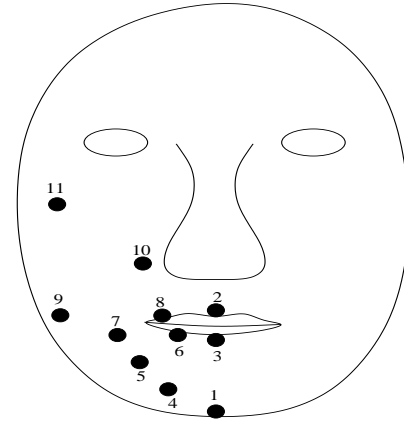


FIG. 1: Positions approximatives et numéros des points analysés (ellipses noires). Figure extraite de [2].

Quelques indices statistiques unidimensionnels ont été généralisés à trois dimensions afin de caractériser les trajectoires 3D des 11 points analysés. La position moyenne d'une trajectoire 3D  $v$  composée de  $n$  échantillons  $(x_i, y_i, z_i)$  était son centroïde  $\mu_v$  :

$$\mu_v = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \right) \quad (4)$$

L'écart type  $\sigma_v$  d'une trajectoire 3D  $v$  était estimé par :

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \|v_i\|^2 - \|\mu_v\|^2} \quad (5)$$

où  $\|\cdot\|^2$  était le carré de la norme d'un vecteur, c.à.d. la somme des carrés des coordonnées du vecteur. La différence entre deux séries chronologiques  $v$  et  $w$  était définie par :

$$\Delta_{vwi} = v_i - w_i \quad \forall i \quad (6)$$

où  $i$  représentait n'importe quelle coordonnée temporelle des séries chronologiques.

## 2.4. Stimuli et estimation du bruit

La constante 0.25 a été ajoutée à chaque élément de la série chronologique triangulaire (0, 1/12, 2/12, 3/12, 4/12, 5/12, 6/12, 5/12, 4/12, 3/12, 2/12, 1/12) pour obtenir des données appartenant à l'intervalle [0.25–0.75]. Cette série chronologique a été répétée 100 fois afin de créer une onde triangulaire de 1200 échantillons composée de la répétition de 100 triangles identiques.

L'onde triangulaire a été utilisée pour activer simultanément les 16 muscles sélectionnés du modèle. Il a été montré dans [2] que les trajectoires des 11 points analysés contenaient une composante systématique liée aux variations temporelles des activations musculaires et une composante de bruit chaotique. Pour déterminer l'amplitude du bruit chaotique, la sensibilité du modèle aux conditions initiales a été utilisée. La simulation a été répétée en déplaçant le point numéro 3 de 0.001 mm vers la droite pour la configuration initiale, les positions initiales des autres points étant identiques pour les deux simulations. Bien que quasi identiques au départ, les deux simulations se sont rapidement différenciées l'une de l'autre, la différence initiale augmentant exponentiellement jusqu'à varier « aléatoirement » autour d'une valeur type. L'amplitude du bruit chaotique a alors été estimée pour chacun des 11 points par  $\sigma_{\Delta_{vw}}/\sqrt{2}$ , où  $\Delta_{vw}$  [Eq. (6)] représente la différence entre les deux trajectoires  $v$  et  $w$  du point pour les deux simulations (les détails sont présentés dans [2]). Ce bruit peut être considéré comme une estimation du  $\sigma_x$  des équations (1) et (2).

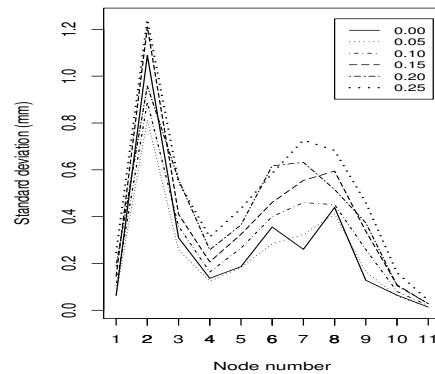
Ensuite, du bruit blanc a été ajouté à l'onde triangulaire pour 5 niveaux de bruit : 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 et 0.25. Par exemple, une séquence de nombre pseudo-aléatoires de distribution uniforme comprise entre -0.1 et +0.1 a été utilisée comme bruit blanc d'amplitude 0.10. Toutes les valeurs d'activations musculaires étaient donc comprises entre 0 (pas d'excitation musculaire) et 1.0 (excitation musculaire maximale). Après activation des 16 groupes musculaires par une onde triangulaire bruitée, les trajectoires des 11 points analysés devaient contenir la même composante systématique de mouvement que pour les activations musculaires non bruitées plus une composante de bruit chaotique plus une composante de bruit résultant du bruit blanc d'entrée.

L'écart type  $\sigma_{tot,r}$  de bruit total de sortie du modèle a été estimé par  $\sigma_{\Delta_{bn}}/\sqrt{2}$  pour chacun des 11 points analysés du modèle de peau et pour chaque niveau de bruit blanc ajouté aux contractions musculaires, où  $\Delta_{bn}$  représente la différence entre la trajectoire  $b$  du point produite à l'aide des paramètres d'entrée bruités et la trajectoire  $n$  du même point produite à l'aide des paramètres d'entrée non bruités (la première simulation de l'expérience). Le bruit blanc de plus faible amplitude (0.05) a servi de référence pour  $\sigma_{ent}^2$  des équations (1) à (3)  $\Rightarrow \sigma_{tot}^2$  a été calculé par rapport à ce bruit blanc [Eq. (1)], et les 4 autres niveaux de bruit ont été utilisés pour les valeurs de  $r = 2, 3, 4$  et 5.

## 3. RÉSULTATS

La figure 2 présente les estimations d'amplitude de bruit total à la sortie du modèle de visage lorsque les muscles ont été activés par une onde triangulaire entachée de bruit blanc pour différentes amplitudes de bruit. Pour passer de l'équation (1) à l'équation (3), il avait été pris pour hypothèse que la composante de variance du bruit total due

au bruit blanc était indépendante de la composante de variance due aux autres sources de bruit. La figure 2 suggère que cette hypothèse pouvait être erronée. En effet, si l'hypothèse avait été correcte, le bruit total estimé à la sortie du modèle aurait toujours été plus important pour une onde triangulaire bruitée que pour une onde non bruitée. Par conséquent, la ligne pleine notée « 0.0 » de la figure 2 devrait toujours être sous les autres lignes à traits discontinus. Ce n'est pas le cas, surtout pour les points 2 et 6. Par conséquent, les équations (1) à (3) pourraient être inexactes et ne doivent être considérées que comme une première approximation.

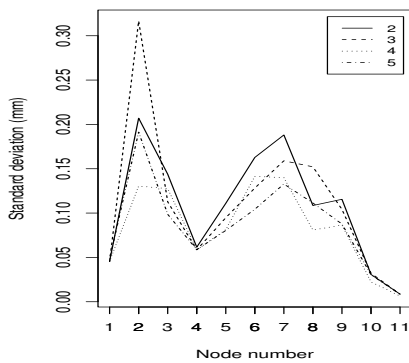


**FIG. 2:** Estimations de l'amplitude de bruit total à la surface de la peau du modèle de visage en fonction du numéro du point analysé (cf. Fig. 1 pour leur positionnement) lorsque les muscles du modèle ont été activés par une onde triangulaire entachée de bruit blanc pour différents niveaux de bruit. Les étiquettes de la légende allant de « 0.0 » à « 0.25 » indiquent l'amplitude du bruit blanc.

L'équation (3) a néanmoins été utilisée pour estimer quatre fois la composante de variance  $\sigma_{ent}^2$  due au bruit blanc d'amplitude 0.05 en utilisant  $r = 2, 3, 4$  et 5 (les amplitudes des bruits blancs valant respectivement 0.10, 0.15, 0.20 et 0.25). Si les équations (1) à (3) étaient correctes, les 4 ensembles d'estimations de  $\sigma_{ent}^2$  devaient être équivalents. La figure 3 présente les 4 ensembles d'estimations d'amplitudes de bruit  $\sigma_{ent}$ . Une analyse de la variance à deux facteurs (« numéro du point » et  $r$ ) a été réalisée pour  $\sigma_{ent}^2$  afin de tester son indépendance par rapport à  $r$ . Les estimations de  $\sigma_{ent}^2$  dépendaient bien du « numéro du point » [ $F(10, 30) = 6.51; p < 1e - 4$ ], mais pas de  $r$  [ $F(3, 30) = 1.84; p = 0.16$ ] au niveau de risque 0.05. Cela signifie que les 4 ensembles d'estimations de  $\sigma_{ent}^2$  ne différaient pas significativement au niveau 0.05. Par conséquent, les équations (1) et (2) modélisaient correctement, en première approximation, la contribution du bruit blanc au bruit total estimé à la sortie du modèle. Nous pouvons donc considérer que la composante de variance de vibration de peau attribuable à un bruit blanc présent dans les activations musculaires variait linéairement avec le carré de l'amplitude du bruit blanc.

## 4. DISCUSSION

Les données de la figure 2 et 3 associées à la loi des carrés (2) permettent d'estimer l'impact sur la vibration de peau d'un bruit blanc de n'importe quelle amplitude entachant des données EMG. Par exemple, d'après la figure 2, l'amplitude de bruit total à la surface de la peau en absence de bruit blanc valait à peu près 0.3 mm pour les points 6, 7 et 8 (cf. ligne pleine étiquetée « 0.00 » pour ces points). Il s'agit d'une estimation du  $\sigma_x$  des équations



**FIG. 3:** Estimations de l'amplitude de la composante  $\sigma_{ent}$  de bruit de sortie due au bruit blanc d'amplitude 0.05 présent dans l'EMG en fonction du numéro du point analysé (cf. Fig. 1 pour leur positionnement). Les étiquettes « 2 » à « 5 » de la légende indiquent les valeurs de  $r$  utilisées dans l'équation (3) pour produire les estimations.

(1) et (2)  $\Rightarrow$  la variance  $\sigma_x^2$  valait à peu près  $0.09 \text{ mm}^2$ . La figure 3 indique qu'un bruit blanc d'amplitude 0.05 (5 % de la contraction maximale d'un muscle) dans les données EMG entraîne une contribution à la vibration de peau de l'ordre du dixième de mm, donc une contribution à la variance de bruit total de l'ordre de  $0.01 \text{ mm}^2$ . Si des nouvelles mesures EMG étaient entachées d'un bruit blanc d'amplitude de l'ordre de 0.25 (25 % de l'activation maximale d'un muscle), alors ce bruit aurait 5 fois l'amplitude du bruit blanc de référence (0.05)  $\Rightarrow r = 5$  dans l'équation (2). Ce nouveau bruit blanc apportera donc une contribution de variance de bruit 25 fois supérieure à celle du bruit original (loi en  $r^2$ )  $\Rightarrow$  la variance totale de vibration de peau  $\sigma_{tot_5}^2 = \sigma_x^2 + 25 \sigma_{0.01}^2$  [Eq. (2)]  $\Rightarrow \sigma_{tot_5}^2 = 0.09 + 0.25 = 0.34 \text{ mm}^2 \Rightarrow \sigma_{tot_5} = \sqrt{0.34} \approx 0.6 \text{ mm}$ , ce qui peut être vérifié pour les points 6, 7 et 8 de la ligne pointillée étiquetée 0.25 de la figure 2. L'opération peut être recommencée pour n'importe quel point et pour n'importe quel niveau de bruit blanc présent dans des données EMG.

La quantité de bruit acceptable dans des mesures EMG avant qu'une vibration de peau ne dépasse un certain seuil est calculable à l'aide du même raisonnement. Imaginons par exemple que sous les conditions de lumière des animations, une vibration de peau devienne visible à partir de  $0.4 \text{ mm}$  d'amplitude. On souhaiterait donc que  $\sigma_{tot_r}^2 < 0.16 \text{ mm}^2 \Rightarrow \sigma_{tot_r}^2 = 0.09 + r^2 \cdot 0.01 < 0.16$  [Eq. (2)]  $\Rightarrow r < \sqrt{7} \approx 2.65 \Rightarrow$  l'amplitude de bruit blanc acceptable dans les mesures EMG ne peut excéder  $\sqrt{7} \sigma_{ent} = \sqrt{7} \cdot 0.05 \approx 0.13$  (13 % de la contraction maximale d'un muscle). La méthode permet donc de déterminer le niveau de « propreté » nécessaire des mesures physiques si l'on souhaite maintenir le niveau de bruit total à la sortie du modèle sous un seuil choisi a priori.

Un inconvénient de la méthode est de devoir expliciter l'interaction entre les variances des différentes composantes de bruit [Eq. (1)] ainsi que la loi de propagation du bruit d'entrée dans le modèle [Eq. (2)]. Heureusement, les hypothèses choisies ont été satisfaisantes en première approximation pour le modèle de visage analysé ici. En effet, bien que l'hypothèse d'indépendance a été légèrement mise en défaut (cf. commentaire dans le texte relatif à la figure 2), les lois fonctionnaient correctement en première approximation (cf. résultats de l'analyse de la va-

riance et la vérification de l'amplitude du bruit de sortie pour un bruit blanc d'amplitude 0.25 entachant les activations musculaires). Lorsque des hypothèses aussi simples ne sont pas du tout satisfaisantes, le graphique de la relation entre l'amplitude du bruit entachant les paramètres de contrôle et l'amplitude du bruit à la sortie du modèle peut être produit. On peut alors tenter de tabuler ou modéliser cette relation puis appliquer les mêmes raisonnements qu'ici, même si le succès n'est pas garanti.

Il faut aussi noter que du bruit coloré peut entacher les paramètres de contrôle du modèle et ne pas suivre exactement la loi de propagation du bruit blanc. Il faut alors réaliser les simulations avec un bruit de même couleur que celui attendu dans les paramètres de contrôle.

Malgré les limitations de la méthode, les résultats obtenus pour le modèle biomécanique de visage sont encourageants. On aurait pu craindre que les hypothèses choisies pour les équations (1) et (2) soient trop simples en regard de la non-linéarité du modèle. En effet, il a été montré dans [2] que les non-linéarités du modèle sont suffisantes pour entraîner un bruit chaotique dont l'amplitude vaut à peu près 10 % de l'amplitude d'un mouvement de visage produit par une contraction maximale des 16 groupes musculaires. Malgré l'importance relative de ces non-linéarités, l'analyse de la variance présentée ici montre que les hypothèses retenues étaient satisfaisantes pour produire des formules constituant de bonnes approximations des relations liant les bruits intrinsèques et extrinsèques au modèle au bruit mesuré à sa sortie.

## 5. CONCLUSION

Les modèles non linéaires produisent généralement du bruit chaotique intrinsèque aux modèles. Une méthode générale destinée à estimer l'impact de ce bruit sur les simulations produites a été présentée dans [2]. Le présent article complète cette méthode en proposant une technique destinée à estimer l'impact du bruit extrinsèque au modèle sur les simulations. Il faut d'abord émettre des hypothèses sur l'interaction entre les différents types de bruits ainsi que sur leur propagation dans le modèle. Ensuite, quelques simulations simples et peu coûteuses à mettre en œuvre suffisent parfois à valider les lois retenues. Grâce à ces lois, il peut être possible de déterminer le niveau de bruit maximal acceptable dans les paramètres de contrôle du modèle pour que le bruit total généré à sa sortie soit inférieur à un seuil choisi.

## RÉFÉRENCES

- [1] Jorge C. Lucero and Kevin G. Munhall. A model of facial biomechanics for speech production. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 106(5) :2834–2842, 1999.
- [2] Michel Pitermann. Chaos dans la modélisation des tissus mous. In *XXVe Journées d'Étude sur la Parole*, pages 401–404, Fez, Maroc, 2004.
- [3] Michel Pitermann and Kevin G. Munhall. An inverse dynamics approach to face animation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(3) :1570–1580, 2001.
- [4] Demetri Terzopoulos and Keith Waters. Analysis and synthesis of facial image sequences using physical and anatomical models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(6) :569–579, 1993.