UNIVERSITÉ PARIS I – PANTHÉON – SORBONNE

U.F.R. de SCIENCES ÉCONOMIQUES

N$^{\text{O}}$ attribué par la bibliothèque

Année 2006 |2|0|0|6|P|A|O|1|0|0|5|9|

Thèse de doctorat
présentée et soutenue publiquement par

Abuzer BAKIŞ

le 19 décembre 2006

IMPOSITION DU CAPITAL ET CROISSANCE

Directeur de thèse :

Antoine d'Autume Professeur à l'Université Paris I

JURY :

Antoine d'Autume	Professeur à l'Université Paris I
Seyfettin Gürsel	Professeur à l'Université Galatasaray (Co-directeur)
Jean-François Jacques	Maître de Conférences à l'Université Paris IX (Rapporteur)
Patrick Pintus	Professeur à l'Université de la Méditerrannée (Rapporteur)
Katheline Schubert	Professeur à l'Université Paris I
Thomas Weitzenblum	Professeur à l'Université de Franche Comté

Teşekkür

Malatya'nın küçücük bir köyünden başlayıp Sorbonne Üniversitesi'nde devam eden hayatım boyunca hep yanımda olan, koşulsuz sevgilerini bir saniye eksik etmeyen annem Nazé ve babam Şükrü'ye ; tertemiz kalplerinde abilerine en büyük yeri ayıran kız kardeşlerim Feride, Necla, Xazal, Sîté, Fatma ve Yeter'e teşekkür ediyor, en içten sevgilerimi yolluyorum öncelikle... Yeğenlerim Zelal, Hasari ve Yusuf'u hasretle kucaklar, tombiş yanaklarindan öperim.

Biz yeğenlerine karşı neşe, sevgi ve fedakârlığından yıllar boyunca bir şey kaybetmeyen yakışıklı dayım Şükrü ; dürüstlügü ve insanlığını her zaman kendime örnek aldığım Hasan dayım ; meleklerinkinden bile daha saf yüreğinde her daim yerim olan, yanında kaldığım ortaokul yılları boyunca bana anne şefkati gösteren Aysel halama da teşekkürü borç bilirim. Hakkınız ödenmez.

Büyükbabalarım Ali ve Mahmut ; Büyükannemlerim Fatma ve Sultan sizi tanımak okuduğum üniversitelerden daha eğitici ve öğreticiydi (eğlencesine hiç gelmeyeyim), en içten sevgilerimi yolluyorum size. Beni amcasız bırakmayan amcalarım Abuzer, Hüseyin, Kamber, Abdullah, Hasan ve Ali'yi selamlar, teşekkür ederim.

Teyzemoğlu Cafer, kardeşim, o kadar çok şey paylaştık ki seninle... ne desem eksik kalacak. Seni, eşin Nezahat'i ve dünyalar tatlısı yeğenim Ronya'yı sevgiyle kucaklıyorum.

Kuzenlerim Erdal, Hüseyin, Zeynel, Arzu, Nabiha, Sabiha, Nazé, Vahap, Abuzer hepinizi sevgiyle selamlıyorum.

Ailem, hepinizi çok seviyorum.

Son teşekkürüm üzerimde ödeyemeyeceğim kadar emeği çok olan lise, ortaokul ve de özellikle ilkokul öğretmenlerime... Ali Canan, Yusuf ve Vahap öğretmenlerim, hakkınızı asla ödeyemem...

Remerciements

Je voudrais remercier tout d'abord mon directeur de thèse, Antoine d'Autume, non seulement parce qu'il a dirigé ma thèse, mais aussi parce qu'il m'a enseigné la rigueur économique et mathématique et la démarche scientifique. J'ai essayé d'internaliser tous ses enseignements, mais leur nombre impressionnant m'amène à me questionner sur leur internalisation totale. Peut-être n'en ai-je pas profité assez... Je le remercie de tout mon cœur.

J'aimerais remercier également les membres du jury : Antoine d'Autume, Seyfettin Gürsel, Jean-François Jacques, Patrick Pintus, Katheline Schubert et Thomas Weitzenblum, pour avoir accepté de former mon jury.

Mes remerciements vont ensuite à l'Université Paris 1 et l'Université Galatasaray, pour la formation que j'y ai obtenue. J'ai eu le grand plaisir d'être étudiant et, ensuite, enseignant dans chacune de ces grandes universités.

Cette thèse ne serait qu'un rêve sans le soutien financier que j'ai reçu à différentes occasions des instituts suivants : je voudrais remercier d'abord le Consortium d'Appui de l'Université Galatasaray, pour la bourse modeste, mais continue, tout au long de mes années de thèse. A ce titre, j'aimerais remercier particulièrement Ahmet Insel pour ses conseils, renseignements et son soutien continu. Mes remerciements s'adressent ensuite à la Fondation Robert Schuman, pour avoir financé mon séjour Erasmus que j'ai effectué à l'Université Paris 1 en maîtrise. Je suis également reconnaissant à Egide, pour la bourse de DEA qu'elle m'a accordée. Enfin, je voudrais remercier l'Agence Universitaire de la Francophonie pour la bourse de la formation à la recherche qui m'a permis de faire un séjour scientifique vers la fin de ma thèse.

Je suis reconnaissant à mes professeurs de licence et maîtrise, Mireille Assouline, Burak Gürbüz, Seyfettin Gursel, Ahmet Insel, Jean François Jacques, Thomas Jobert, Haluk Levent, Sahir Karakaya, Ruhi Tuncer, Remzi Sanver, Jean Claude Verez, et Hélène Zajdela pour m'avoir formé, orienté et pour leur présence. Sans leurs conseils précieux, je doute d'avoir pu en arriver là.

L'intérêt et le soutien continus de mes professeurs du DEA et d'EUREQua ont été inestimables. A ce titre, je tiens à remercier Antoine d'Autume, Thomas Seegmuller, Katheline Schubert, Bertrand Wigniolle.

Il y a des amis auprès desquels on restera toujours endetté : je ne remercierai jamais assez Olivier Tercieux pour m'avoir logé sur la dernière ligne droite chez lui. Marie Gérard et Olivier Baguelin m'ont rappelé le goût de la véritable amitié : je les en remercie très sincèrement.

Un grand merci aux personnes qui ont relu et ainsi ont apporté une grande retouche littéraire, et ceux qui ont détecté des fautes par-ci par-là : Olivier Baguelin, Nazli Elif Köksal, Natacha Raffin, Katarzyna Romaniuk, Nicolas Roys. Merci beaucoup.

J'aimerais remercier mes amis du laboratoire qui ont rendu agréable mon séjour à Paris. Les jeunes : Audrey, Başak, François, Jacques, Lucie, Nicolas (Houy), Nikolay, Olfa, Olivier ; et les plus jeunes : Christophe, Ekrame, Gunes, Jeanne, Marie-Pierre, Mohammed, Morgane, Natacha, Nicolas (Roys), Paul, Sumudu, Thomas, Victor ...

Mes amis et mes professeurs de Galatasaray ; Ata, Ayça, Aysegül, Fatih, Irem, Mustafa, Renginar, Tuba, Yeşim... Je les remercie pour avoir participé à l'atmosphère agréable qui règne à Galatasaray. Sezgin, il y a tellement de choses pour lesquelles je devrais te remercier. Mais, peut-être, ceci résume tout : t'es pas un simple ami pour moi, t'es mon frère aîné que je n'ai jamais eu.

La beauté de la finale ne devrait pas faire oublier le début : ma gratitude s'adresse à la famille Ekim pour avoir facilité les premiers jours de ma vie parisienne.

J'aurais peut-être fait une thèse, mais pas celle-ci, sans les logiciels libres et gratuits du Projet GNU, mis à la disposition du monde entier, et qui m'ont été (et me seront) d'une très grande utilité dans mes recherches. Je salue leur philosophie, qui mérite un profond respect. Qu'ils sachent qu'ils peuvent me compter parmi les leurs !

Finalement, je remercie moja Kasiunia, non seulement pour son soutien et son amitié, mais également parce qu'elle a été ma joie de vie.

à ma famille

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

La question de l'économie publique qui a suscité tant de recherches et continue à fasciner les jeunes chercheurs est la suivante :

> "THE problem I propose to tackle is this : a given revenue is to be raised by proportionate taxes on some or all uses of income, the taxes on different uses being possibly at different rates ; how should these rates be adjusted in order that the decrement of utility may be a minimum ?" Ramsey (1927, p.47)

Rester d'actualité n'est pas facile pour une question posée il y a quatre-vingts ans. Si cela est le cas, ce n'est pas parce que la réponse à cette question n'a pas été trouvée. De diverses réponses correspondant à chacun des cas possibles du modèle de Ramsey ont été données, mais l'âme de Ramsey nous court après pour étendre le champ de la question tout en gardant son essence.

Dans l'analyse classique de la fiscalité optimale, comme cela a été posé par Ramsey (1927), le niveau des dépenses publiques est donné : on ne se demande pas combien il faudrait dépenser, on se demande comment il faut les financer. Or, au niveau théorique Barro (1990) et au niveau empirique Aschauer (1989) ont montré les effets positifs des dépenses publiques sur la croissance économique. Il est, donc, naturel de considérer les dépenses publiques comme un des déterminants de la croissance. Alors, le mieux serait de se poser la question "combien faudrait-il dépenser ?"

Pour que cette question ait un sens, il faudrait que les dépenses aient un impact social positif, mais aussi un coût social pour que la réponse ne soit pas triviale. Le cadre proposé par les modèles de croissance endogène s'impose naturellement pour cette analyse. D'un côté, il est facile d'imaginer et de justifier les dépenses publiques en les considérant comme subvention à la recherche, au capital humain, etc... De l'autre côté, il est difficile de répondre à cette question, parce que, quand il n'existe pas de taxes forfaitaires on ne sait pas, *a priori*, combien il faudrait dépenser/subventionner. Est-ce que le niveau des dépenses serait comme si l'on avait accès à des taxes forfaitaires ou moins que cela ? Est-ce que la concurrence imparfaite et/ou l'existence des externalités sont susceptibles de modifier le comportement optimal ? Est-il souhaitable de corriger une distorsion en introduisant une autre ? Peut-on quantifier la politique optimale non seulement à l'équilibre stationnaire, mais également dans la transition ? Ces questions définissent notre problématique.

Dans un premier temps, nous introduirons la méthode de l'approche primale appliquée au problème de Ramsey que nous utiliserons par la suite. Une revue de la littérature du problème de Ramsey suivra cette courte présentation. Nous terminerons cette introduction générale par le plan de la thèse.

Problème de Ramsey et l'approche primale

La recherche–de la part du gouvernement[1] ou du planificateur social–de la meilleure façon de financer un certain niveau de dépenses publiques uniquement avec des taxes distorsives, tout en prenant en compte le fait que, dans une économie décentralisée, les agents économiques réagissent à toute modification de prix due à des taxes distorsives dans leur propre intérêt, est appelé *problème de Ramsey.* Ce problème peut

[1]Au fait, nous entendons la même chose par les mots gouvernement, planificateur social et Etat. Nous les utiliserons de manière interchangeable.

être formulé de deux façons :

- La première méthode est *l'approche duale*. Dans cette approche, l'Etat cherche à maximiser la fonction d'utilité (indirecte) de l'agent représentatif via la détermination des impôts. La fonction d'utilité indirecte, ainsi que la contrainte de ressources et la contrainte budgétaire de l'Etat, dépendent explicitement des impôts, via la consommation et le loisir, à travers les conditions de premier ordre de l'agent.
- L'alternative est *l'approche primale*, qui revient au choix de l'allocation de ressources qui maximise l'utilité (directe) de l'agent représentatif sous deux contraintes : la contrainte de ressources et la contrainte d'implémentation. Ces contraintes impliquent que, d'abord, l'allocation choisie est faisable et que, en outre, elle est compatible avec le comportement (d'optimisation) de l'agent.

L'approche primale[2] a une supériorité sur son alternative : elle permet d'arriver plus facilement à des résultats analytiques. Les travaux précédents ont appliqué l'approche primale au modèle néoclassique de croissance, aux modèles à générations imbriqués et aux modèles de croissance endogène à la Lucas. Les conclusions qualitatives de ces modèles sont bien connues.

Néanmoins, il existe des modèles de croissance endogène où le problème de Ramsey n'a pas encore été étudié. Le premier axe de notre travail est de montrer comment l'approche primale peut être appliquée aux modèles de croissance endogène basés sur l'expansion de variété. Nous tâcherons de développer un cadre commun pour ce type de modèle. La difficulté majeure s'avère la façon dont on peut intégrer les équations de non arbitrage à l'approche primale.

[2]Pour une exposition complète et récente de l'approche primale appliquée aux différents sujets, voir Chari et Kehoe (1999).

Grâce à la facilité relative de l'approche primale, nous disposons de propositions théoriques, maintenant bien connues. Les aspects quantitatifs de la fiscalité optimale restent cependant peu explorés. L'analyse numérique de la fiscalité optimale dans des modèles dynamiques définit le deuxième axe de notre thèse. Nous montrons comment déterminer la trajectoire complète des impôts optimaux, d'abord dans le modèle néoclassique de croissance, et ensuite dans les modèles de croissance endogène. Finalement, nous nous intéressons à un modèle à agents hétérogènes, dont la simulation numérique est loin d'être aisée. La raison en est que la variable d'état n'est pas une variable agrégée, mais un vecteur de variables qui définit la distribution de la richesse. Dans ce cadre, nous nous focalisons sur les effets de la mise en place de politiques fiscales différentiées, en nous éloignant ainsi légèrement de la problématique de la politique fiscale optimale posée par Ramsey.

Revue de la littérature

Avant de passer à la revue de la littérature, il convient de préciser que nous allons nous limiter à des travaux étudiant le problème de Ramsey. Il existe toute une autre branche de travaux analysant les conséquences d'une réforme fiscale qui consiste à modifier les impôts sur le capital et le travail–de sorte à garder le budget du gouvernement équilibré–sur le bien-être ou sur le taux de croissance de l'économie[3].

Le premier article est celui de Ramsey (1927), qui cherche le système fiscal optimal dans un environnement statique, où la concurrence est parfaite, et où il existe un seul agent, l'agent représentatif. Il a conclu que le système fiscal optimal est celui qui diminue la production de chaque bien (imposable) de la même proportion. Atkinson et Stiglitz (1972) ont revisité la question posée par Ramsey et leur apport a

[3]Voir par exemple, entre autres, Lucas (1990), Chamley (1993), Devereux et Love (1994), Laitner (1995), Mino (1996), Ortigueira (1998).

été majeur surtout au niveau technique : ils ont introduit l'approche primale. L'idée consiste à dire que, pour chaque politique fiscale, on aura un équilibre concurrentiel différent. Au lieu de choisir des instruments fiscaux, on pourrait donc, directement choisir des allocations reflétant des équilibres différents. Une fois cette allocation trouvée, il suffirait de trouver les prix des producteurs et des consommateurs (ou également avant-taxe et après taxe) permettant d'atteindre cette allocation dans un équilibre concurrentiel. Le cadre de Ramsey (1927) et Atkinson et Stiglitz (1972) était statique; par conséquent, les extrapolations du modèle pour le cadre dynamique reposaient sur l'intuition. Cette intuition était que le revenu de l'épargne ne doit pas être taxé si la fonction d'utilité est homothétique entre les consommations de différentes périodes et (faiblement) séparable entre consommation et loisir.

Ensuite, Chamley (1986) a complété le résultat intuitif de Ramsey (1927) et Atkinson et Stiglitz (1972) et montré que la politique optimale est d'imposer le capital jusqu'à une certaine date au taux maximal et de ne plus l'imposer à l'équilibre stationnaire. Par contre, le travail sera imposé sur le sentier de la croissance équilibrée. Etant donné les difficultés sous-jacentes, jusqu'à aujourd'hui, il y a eu un seul travail, Coleman II (2000), qui a tenté de déterminer numériquement cette date jusqu'à laquelle il faut taxer au taux maximal. Il montre que cette durée est d'environ cinq ans dans un modèle calibré sur l'économie des Etats-Unis.

Ces résultats étant obtenus sous l'hypothèse de concurrence parfaite, on se demande s'ils sont sensibles au relâchement des hypothèses fortes qui les accompagnent. On pense aux deux hypothèses capitales–concurrence parfaite et marchés de crédit parfaits–qui ne sont pas trop réalistes.

Quant à la concurrence imparfaite, Judd (1997) et Guo et Lansing (1999) analysent la question de la fiscalité optimale dans un modèle d'équilibre général caractérisé par la concurrence monopolistique. Ce nouveau cadre pour étudier la fiscalité optimale est crucial, parce que, quand la concurrence est imparfaite, l'équilibre concurrentiel n'est plus efficace au sens de Pareto. Les instruments fiscaux peuvent être utilisés pour corriger l'inefficacité due à la concurrence imparfaite, et donc accroître l'utilité de l'agent. La conclusion commune est que la capacité du gouvernement de taxer les profits purs est primordiale pour la caractérisation du système fiscal. S'il est possible de taxer les profits purs dus à la concurrence monopolistique, alors le capital doit être subventionné, sinon le taux/la subvention sur le capital dépend du taux d'imposition sur les profits purs et peut être positive ou negative. En effet, les conclusions de ces deux auteurs ont déjà été proposées par Dasgupta et Stiglitz (1971), qui étudient le même problème dans un cadre statique.

Les modèles de croissance endogène–que l'on peut considérer comme une extension aux modèles dynamiques de la concurrence imparfaite–sont peut-être le meilleur cadre pour discuter les implications de la fiscalité optimale. Tous deux s'intéressent au bien-être des agents sur le long terme. D'autant plus que les nouveaux modèles de croissance endogène sont caractérisés par les distorsions dues à la concurrence monopolistique ou aux externalités. L'analyse de Ramsey a été appliquée aux modèles de croissance endogène caractérisés par l'accumulation du capital humain par Jones *et al.* (1993, 1997). Leur conclusion est bien différente de la conclusion classique de Chamley (1986) : rien ne doit être taxé à long terme. D'après leur analyse, l'important est le "timing" des taxes. La politique optimale consisterait à taxer tout au début de l'horizon et ne jamais taxer à long terme. Ils montrent également que, si le système fiscal n'est pas complet, ceci peut engendrer un impôt positif sur le capital. Cette incomplétude peut être causée par un budget équilibré à chaque période, l'existence des profits purs qui ne sont pas à 100 % imposables, le manque de distinction entre travailleurs qualifiés et non-qualifiés qui ont une élasticité de substitution différente avec le capital[4].

Les hypothèses de l'agent représentatif et d'un environnement déterministe (qui ne sont plausibles que quand les marchés financiers sont parfaits) permettent, d'un côté, d'avoir des solutions analytiques. Mais, d'un autre côté, évitent d'étudier le problème en question en prenant en compte les aspects réels de la vie comme l'inégalité et l'incertitude. Les modèles étudiant la fiscalité optimale sous cet angle sont relativement récents. Aiyagari (1995) utilise un modèle caractérisé par l'incertitude et des contraintes de crédit pour étudier l'impôt optimal sur le revenu du capital. L'incertitude prend la forme d'un choc idiosyncrasique qui porte sur le revenu du travail et les contraintes de crédit empêchent une assurance (complète) contre ces chocs individuels[5]. Il montre, en utilisant l'approche duale, qu'il est optimal d'imposer le revenu du capital parce que cela évite un stock du capital trop élevé. L'argument de Aiyagari est plutôt basé sur le fait qu'il y trop de capital à cause de l'épargne de précaution[6]. La taxation du revenu du capital réduit le stock du capital, mais en même temps augmente le taux d'intérêt d'équilibre. C'est pourquoi il est souhaitable d'avoir un taux d'imposition positif sur le revenu du capital.

En reprenant la même optique, Chamley (2001) utilise un modèle caractérisé par

[4] Ce dernier point a été souligné, bien avant, par Stiglitz (1987).

[5] Pour une excellente revue sur les agents hétérogènes, la distribution du revenu, l'inégalité et les dynamiques macroéconomiques, se référer à Bertola (1999).

[6] Pour un argument similaire voir aussi Hubbard et Judd (1987), qui travaillent sur un modèle à agents hétérogènes, aux marchés de crédit imparfaits et à un environnement incertain (dû à la probabilité de mourir). Le taux d'intérêt est fixe. Si les marchés financiers sont parfaits, cette incertitude amène trop d'épargne au niveau agrégé. La prise en compte des contraintes de crédit renforce cet effet : s'ensuit une accumulation supérieure du capital. Dans un tel environnement, l'introduction de la sécurité sociale (financée par l'impôt proportionnel sur les salaires) diminue le stock du capital et augment le bien-être. Les résultats d'une telle politique sont inférieurs en termes de bien-être (voire négative) quand il existe des contraintes de credit. En revanche, si les taxes sont progressives (les jeunes ne payent pas les premiers quinze ans où ils travaillent, les vieux payent plus que dans le cas des taxes proportionnelles), les gains liés à l'introduction de la sécurité sociale sont largement supérieurs par rapport à ceux liés aux impôts proportionnels.

l'incertitude (des revenus futurs du travail) et des contraintes de crédit, mais y ajoute une hypothèse centrale : le rendement du capital est constant et donné. Comme il ne dépend pas du niveau du stock du capital, le mécanisme d'Aiyagari ne peut, par construction, fonctionner. Ce qui détermine l'optimalité de l'impôt sur le revenu du capital est la corrélation entre la consommation et l'épargne des agents. Ce n'est pas l'argument de la sur-accumulation d'Aiyagari. Un impôt positif (alternativement une subvention) sera Pareto efficace si cette corrélation est positive (alternativement négative). Tout dépend des hypothèses structurelles et des propriétés stochastiques du modèle.

Un autre outil important qui permet d'analyser les questions dynamiques et inter générationnelles est le modèle à générations imbriquées. Un des premiers modèles étudiant la fiscalité optimale dans le modèle à générations imbriquées est dû à Atkinson et Sandmo (1980). Il s'agit d'un modèle à deux périodes avec des impôts proportionnels sur la consommation, le travail et le capital; et des impôts forfaitaires les deux périodes; et finalement la dette publique. Quand l'Etat n'est pas contraint sur le niveau de la dette, il est optimal de faire en sorte que le capital agrégé soit donné par sa formule de premier rang (la règle d'or modifiée). Si des taxes forfaitaires existent, les impôts distorsifs ne seront pas utilisés. Tout le revenu vient des taxes forfaitaires. Par contre, si l'Etat n'a accès qu'aux taxes distorsives, la forme de la fonction d'utilité détermine les impôts sur le travail et le capital. Si elle est faiblement séparable entre consommation et loisir, le capital ne sera pas imposé, sinon il est optimal de l'imposer (ou de le subventionner éventuellement). Quand l'Etat ne peut pas utiliser la politique de la dette publique pour ajuster le niveau du capital agrégé–cela nécessite de supposer que l'Etat ne peut utiliser ni des taxes forfaitaires[7], ni des taxes sur la consommation[8]–parce qu'il existe une contrainte (externe au modèle) sur le niveau de la dette publique, le revenu du capital sera imposé ou subventionné d'après l'écart entre le niveau du capital de premier rang et le niveau actuel (de second rang). Paradoxalement, il faudrait l'imposer si le niveau actuel est plus bas que celui de premier rang. L'explication repose sur le "timing" des taxes. Toutes choses égales par ailleurs, une réforme fiscale qui consiste à baisser l'impôt sur le travail et augmenter l'impôt sur le capital augmentera l'épargne.

Un autre papier central sur la fiscalité optimale dans les modèles à générations imbriquées, est celui d'Erosa et Gervais (2002) qui utilisent un modèle à agents hétérogènes qui diffèrent par leur productivité déterminée par leur âge (les agents vivent N périodes). La conclusion à laquelle ils aboutissent est que le taux d'imposition sur le revenu du capital est positif dans le cas général. Leur argument se base sur le fait que le loisir et la consommation ne sont pas constants en général, même à l'équilibre stationnaire (pour une génération donnée), alors qu'au niveau agrégé ils peuvent l'être. C'est, en fait, comme si l'on était toujours dans la phase de transition du modèle à horizon infini. Les taux d'imposition positifs sur les revenus du travail et du capital servent donc à imposer de manière indirecte le loisir. Même si l'environnement est dynamique, les conclusions du modèle peuvent être interprétées en termes des résultats classiques obtenus dans un cadre statique. Les auteurs font une remarque assez discutable sur les allocations de second rang : ils

[7]Dans le modèle à deux périodes avec taxes forfaitaires et dette publique, le fait de substituer le financement par l'emprunt au financement par l'impôt (forfaitaire) réduit l'accumulation du capital. La raison en est que cette politique augmente le revenu disponible des jeunes qui épargnent. Comme le revenu augmente, les consommations des deux périodes augmentent, ce qui implique une diminution de l'épargne.

[8]La raison justifiant cette soustraction des impôts sur la consommation du système fiscal est argumenté, par les auteurs, de manière suivante : la normalisation des impôts n'est plus neutre. On pourrait baisser l'impôt sur le salaire et augmenter celui sur la consommation dans les mêmes proportions, et ainsi influer sur le niveau de l'épargne, sans que le budget intertemporel de l'agent ne soit affecté.

affirment que celles-ci sont indépendantes de la trajectoire des instruments fiscaux. D'ailleurs, dans l'analyse numérique, pour chaque niveau du taux d'escompte, ils ont un niveau de la dette correspondant qui est positif ou négatif. Intuitivement, la politique fiscale optimale est déterminée par le niveau de la dette initiale et le flux des dépenses publiques futures. On ne pourrait pas raisonner sur les allocations de second rang sans prendre en compte le niveau de la dette initiale, si les taxes sont uniquement distorsives. Le problème vient du fait que, pour pouvoir résoudre le système de second rang, les auteurs fixent une valeur particulière pour le coût des fonds publics (*marginal excess burden*). Et cette valeur fixée correspond à un niveau de dette positive ou négative pour différentes valeurs du taux d'escompte. Il serait plus pertinent de partir d'un niveau de la dette publique initiale et des dépenses publiques donnés et résoudre le problème de second rang après. Ainsi, on verrait que les allocations de second rang dépendent de la trajectoire des impôts fiscaux[9].

Depuis quelques années, émerge qui marie l'analyse de Ramsey, où l'on étudie le problème de la fiscalité optimale dans un cadre dynamique où domine le souci de l'efficacité–et donc l'accumulation du capital devient la variable clé–avec celle de Mirrlees (1971), où le but est de trouver le niveau de la redistribution optimale dans un cadre statique, où le talent/la productivité des agents reste stable (Golosov *et al.* (2003), Kocherlakota (2005) et Albanesi et Sleet (2006)). Dans l'approche de Ramsey, il n'existe pas de problèmes d'information, les taxes forfaitaires–qui nous permettraient d'atteindre l'optimum du *first-best*–sont supposées absentes par construction[10]. Alors que dans celle de Mirrlees, la forme de l'imposition est libre ;

[9]Ceci n'a pas encore été fait dans la littérature et une des contributions de cette thèse (Chapitre 1) concerne ce problème particulier.

[10]Même si l'on sent bien que cette hypothèse de non existence des taxes forfaitaires traduit un certain souci vis-à-vis des contraintes d'ordre informationnel, administratif, politique etc... tout ce qui est en dehors du cadre du modèle.

elle peut prendre n'importe quelle forme. Mais, du fait des problèmes liés au manque d'information, l'optimum de premier rang n'est pas réalisable. Cette nouvelle littérature englobe ces deux éléments dans son analyse : d'un côté les agents sont hétérogènes par leur niveau de talent, qui évolue de manière aléatoire ; d'un autre côté, le cadre est dynamique, il y a accumulation du capital. Un point important est que le système fiscal peut prendre n'importe quelle forme, mais le talent (ou la productivité) de l'agent est information privée. Dans ce cadre précis, les papiers cités ci-dessus montrent qu'il est optimal d'imposer le revenu du capital. L'intuition sous-tendant ce résultat est que, à cause de l'incertitude, le taux marginal de substitution entre les consommations des deux périodes diffèrent de son équivalent du cadre déterministe. Cette différence, qui est biaisée vers la consommation actuelle, implique une distorsion, qui se traduit par un impôt positif sur le revenu du capital.

Plan de la thèse

Lister toutes les extensions possibles à cette littérature–vieille de quatre-vingts ans, mais gardant toujours son caractère actuel–paraît difficile. Nous allons nous concentrer sur quatre extensions dans le cadre de cette thèse. Premièrement, nous allons considérer le modèle pionnier de Chamley (1986) et développer les aspects quantitatifs du modèle. Notre deuxième chapitre est consacré à un modèle dynamique de la croissance endogène caractérisé par la concurrence imparfaite. Une extension de cette analyse portant sur l'étude de la fiscalité optimale dans le modèle de Romer (1990) est proposée dans le chapitre suivant. L'inégalité et le rôle des politiques redistributives sous des contraintes de crédit définit le sujet d'étude du dernier chapitre.

Premièrement, nous aimerions revenir au modèle de base que Chamley (1986) a utilisé pour son apport essentiel : dans le modèle néoclassique de croissance, la politique optimale est d'imposer le capital de manière très lourde jusqu'à une certaine date, et de ne plus l'imposer à l'état stationnaire. Quelle est cette certaine date et comment la déterminer numériquement demeurent des questions sans réponse. Par conséquent, il manque une compréhension profonde des dynamiques du modèle. Par exemple, nous ne connaissons pas le niveau de la dette publique à l'état stationnaire prévu par le modèle de Chamley. Quant à la trajectoire de l'impôt sur le travail, de manière similaire, la seule chose que nous savons–de Chamley (1986)–est qu'il devrait être positif à l'état stationnaire si l'état a besoin de collecter du revenu fiscal. Dans ce modèle, devenu référence, il manque une caractérisation complète, du moins numérique, des trajectoires du système fiscal. Le problème revient à déterminer la valeur du coût des fonds publics (*marginal excess burden*). Les travaux usuels[11] lui fixent une valeur arbitraire pour pouvoir simuler l'effet du passage au système fiscal optimal sur le bien-être ou résoudre numériquement l'état stationnaire de second rang. Or, ceci revient à supposer un niveau de la dette publique initiale que nous, ceux qui simulons telle ou telle politique, ne connaissons pas. En nous basant sur une nouvelle méthode proposée par d'Autume (2006), nous pouvons répondre à toutes ces questions. Nous montrons, avec une dette publique initiale nulle et des dépenses publiques qui représentent 10 % du PIB de l'état stationnaire, que la date pendant laquelle il faut imposer le capital au taux maximal (dans nos simulations 100 %) est de 3.349 années. L'impôt sur le travail commence d'une valeur négative, a un profil croissant monotone pendant cette courte période, puis constant et positif. (on passe de -290 % à 28.2 %). Ceci est pleinement compatible avec l'argument de Jones *et al.* (1993, 1997), qui consiste à dire que le gouvernement

[11] Voir, par exemple, Jones *et al.* (1993), Guo et Lansing (1999) et Erosa et Gervais (2002).

cherche à collecter le maximum de revenu possible au début de l'horizon parce que cela engendre moins de distorsion. Etant donné que capital est inélastique au début de l'horizon, ceci nécessite de collecter le maximum de revenu possible par l'impôt sur le capital. Pour mettre en œuvre une telle politique, nous subventionnons le travail via la dette publique aux périodes initiales où le capital est imposé au taux maximal. Cette subvention à l'offre de travail augmente la productivité marginale du capital, et donc le revenu dû à l'imposition du revenu de capital. Dans le long terme, seul le revenu du travail est imposé pour financer cette dette initiale et le flux des dépenses publiques. Une augmentation de la dette initiale ou des dépenses publiques n'implique ni la même charge fiscale pour le travail et le capital ni le même niveau de dette publique à l'équilibre stationnaire. Plus précisément, le fardeau sur le capital serait plus important dans le cas d'une augmentation de la dette publique ainsi que le niveau de la dette à l'équilibre stationnaire.

Deuxièmement, nous nous attacherons à étudier la fiscalité optimale dans un modèle de concurrence imparfaite, où l'imperfection est dû au nombre fini de firmes produisant des biens intermédiaires imparfaitement substituables. Nous endogénéisons le nombre de variétés, qui est une source d'externalité dans la production du bien final, en suivant Rivera-Batiz et Romer (1991). Il existe un coût fixe pour obtenir un brevet, qui permet de produire des biens intermédiaires éternellement. Ce coût fixe sera payé par la vente des biens intermédiaires qui sont vendus dans un marché monopolistique avec un taux de marge. Les biens intermédiaires sont produits par des inputs : capital et travail. L'Etat dispose des outils fiscaux suivants : une subvention à l'achat du brevet, des impôts distorsifs sur les revenus du capital et du travail, et finalement un impôt forfaitaire sur le consommateur. Nous montrons que, dans le premier rang, la politique optimale consiste à taxer ou subventionner la variété selon l'ampleur des rendements sociaux de la spécialisation, de façon à atteindre le bon nombre de variétés. Le capital et le travail sont subventionnés pour corriger les effets néfastes de la concurrence imparfaite. Dans le second rang, la politique optimale concernant la variété est identique à celle de premier rang, ainsi que le taux de la subvention du capital à l'état stationnaire. En revanche, le travail est taxé pour financer les subventions. Le fait que les subventions à la variété de biens et au capital restent exactement identique à leurs valeurs de premier rang, montre que la priorité, du point de vue social, est de neutraliser les distorsions dans les facteurs accumulables au prix d'introduire une distorsion dans l'offre de travail. Même si le travail est aussi un facteur de production, les distorsions liées à un facteur accumulable (ici, la variété de biens et le capital) sont plus importantes, en terme de bien-être, que celles liées au travail, dont l'offre reste un flux. Cette intuition vient du fait que le capital (l'autre input pour produire des biens intermédiaires) n'est pas imposé, mais au contraire, subventionné.

Ensuite, en nous basant sur les enseignements du modèle simple de variétés, nous analyserons la politique fiscale optimale dans un modèle de croissance endogène plus complet. Les modèles de croissance endogène à la Lucas, où le moteur de la croissance endogène est l'accumulation du capital humain, ont été étudiés par Jones *et al.* (1993, 1997). Nous voudrions étendre nos connaissances dans ce domaine, en optant pour le cadre du modèle de Romer (1990). Malgré le fait que ce modèle soit devenu une des références de la croissance endogène, une analyse complète de la fiscalité optimale n'a pas encore été faite dans ce cadre. Afin de conduire une analyse pertinente du point de vue de l'analyse de second rang il est nécessaire d'endogénéiser l'offre du travail. Autrement, la question a une solution triviale : imposer le facteur dont l'offre est inélastique. Nous trouvons que la politique fiscale optimale de premier rang est d'appliquer une subvention à taux variable à la recherche pour corriger l'inefficience due aux externalité liée à la recherche. De manière similaire, une subvention à taux constant aux biens intermédiaires est optimal pour corriger l'inefficience due à la concurrence monopolistique. Toutes les taxes distorsives sont mises à zéro pour ne pas modifier les marges intra et inter temporelles, ce dernier implique que tout le revenu fiscal vient des taxes forfaitaires. Quant au second rang, il est optimal de subventionner la recherche à un taux variable ; les biens intermédiaires à un taux constant et de ne pas taxer le capital (exactement comme dans le cas de premier rang). En revanche, le travail est imposé à un taux constant[12] pour financer les subventions nécessaires. Nous montrons également que le taux de croissance de l'optimum de premier rang est bien supérieur à celui de second rang, lui-même supérieur à celui de l'équilibre décentralisé.

Enfin, nous étudierons l'effet des politiques fiscales dans un modèle plus riche et plus réaliste. Travailler l'efficacité des politiques fiscales dans le cadre du modèle néoclassique ou des modèles de croissance endogène ne concerne qu'une partie des vrais problèmes rencontrés dans la vie. En raison des contraintes–souvent non-modélisées dans l'approche de Ramsey–les gouvernements ne peuvent pas appliquer la politique fiscale optimale (en supposant qu'elle soit connue). Par example, le résultat célèbre de Chamley (1986) et Jones *et. al* (1993, 1997) préconise de taxer le plus lourdement possible au début de l'horizon. Aucun gouvernement ne pourra appliquer une telle politique, étant donné la courte période pour laquelle il est élu. Même si le gouvernement n'est pas en mesure d'appliquer la politique optimale, il cherche à améliorer le bien-être des citoyens par différentes interventions à la marge.

[12]Le fait que la subvention au capital et la taxe sur le travail soient constantes dépend de notre hypothèse de l'utilité séparable entre consommation et travail. Pour une fonction d'utilité non-séparable, on s'attendrait à ce qu'elles soient variables pendant la transition.

Dans la réalité, un parti politique se différencie d'un autre, sur le plan fiscal, par la promesse d'une réduction ou d'une augmentation à la marge des impôts. Notre dernier chapitre ne consiste pas à chercher le système fiscal optimal, mais plutôt, à analyser l'efficacité des deux politiques alternatives de redistribution en matière de scolarité. Nous utilisons un modèle à générations imbriquées à deux périodes où les agents travaillent seulement la deuxième période de leur vie. Le choix d'aller ou non à l'école se fait à la première période, où l'on n'a pas de revenu. Du fait des contraintes sur l'endettement, seuls ceux qui ont une richesse familiale importante peuvent investir dans l'école. Nous montrons que, dans l'équilibre "laisser-faire", il y aura des agents pauvres qui ne peuvent pas investir dans l'école et qui restent sans qualification d'une génération à l'autre ; et ceci malgré le fait que la seule hétérogénéité est celle du transfert initial que reçoit la toute première génération jeune. Nous introduisons deux formes de redistribution : la première est une aide financière aux parents et la seconde une aide financière aux enfants qui consiste à payer une partie du coût fixe de l'investissement en école. Les analyses numériques montrent que la redistribution qui consiste à subventionner les frais de l'école est plus efficace que celle financière : le même revenu fiscal va générer plus de personnes qualifiées s'il est utilisé sous forme de subvention, plutôt que sous forme de redistribution financière.

Chapitre 1

Optimal taxation of capital income : some numerical results

1 Introduction

What is the optimal trajectory of tax rates in a decentralized economy ? This is one of the oldest issues of dynamic economic theory. The main result in this area, which is due to Chamley (1986), says that the capital income should be taxed at a maximum rate for some periods in the beginning of the time horizon, say until t_1, but should not be taxed in the long-run. Even though the Chamley result is challenged by introducing various hypothesis such as completeness of fiscal instruments[1], specification of utility and production functions[2], imperfect credit markets[3], it continues to be one of the main determinants of any fiscal policy reform[4].

In spite of the fact that this intuitive result is well accepted and well known, there are some open questions : how to calculate, at least numerically[5], t_1 ? How does t_1 and optimal capital and labor tax rates respond to a 1 % change in government spending or in the public debt ? What is the optimal level of the public debt ?

The previous works (Chamley (1986), Judd(1985, 1999), Lucas (1990), Laitner (1995), Jones *et al.* (1993), Chari *et al.* (1994) and Chari and Kehoe (1999)) neither did, nor could respond to these questions[6]. The main reason is that the set-up they

[1]See, for example, Jones *et al.* (1997), Stiglitz (1987) and Coreia (1996).

[2]See Jones *et al.* (1997), Xie (1997) and Lansing (1999).

[3]See Aiyagari (1995) and Chamley (2001).

[4]A recent OECD (2006) report and Carey and Tchilinguirian (2000, p.18) report that, on average, the relative tax burden has shifted from capital towards labor in OECD countries since the early 1980s.

[5]Chamley (1986, p.618) gives an approximation formula but this is valid only near the steady state.

[6]Chari *et al.* (1994) calculate the value of excess burden, but this is in fact equivalent to a partial capital levy. They limit the tax rates only in the initial period, but do not consider an upper limit on the maximal tax rate as in Chamley (1986). They find the second period capital tax rate to be between 796 and 1326 %. Evidently, this is equivalent to a lump-sum taxation in the second period, even if we can not attain the first-best allocation.

Jones *et al.* (1993) use a direct approach–nonlinear programming technique–to solve the SB problems. They are not able to specify a *particular* upper bound for the maximal tax rate. Further, in simulations of their two sector endogenous growth with elastic labor supply, the initial capital and consumption tax rates are higher than 1500 % (p. 501, Figure 3). This is, once more, evidently use do not permit them to calculate the marginal efficiency cost of distortionary taxation–marginal excess burden–in terms of private consumption which depends on the entire path of tax instruments and especially on t_1. This point is crucial, because the marginal excess burden determines the optimal tax rates[7].

In order to tackle down these problems, we propose a new method, due to d'Autume (2006), thanks to which we handle the positivity constraint on the interest rate. The main idea is to treat the marginal utility of the consumption as a state variable in the second-best problem. This method enables us to characterize the two regimes : the constrained one with maximal capital income taxation, and the unconstrained one without it. We show that in the benchmark case, where the government spending is 10 % of the output and there is no initial public debt, the date until which we tax capital at 100 % is $t_1 = 3.349$ and the steady state labor tax is $\tau^w = .282$. Another important finding is about the time profile of the labor tax : it is negative and very high ($\cong -290$ %) initially and then increasing in the transition. The rational behind this result is that labor subsidy increases the marginal productivity of capital by increasing labor supply, as a result, the tax revenue from initial capital taxation. These subsidies are largely financed by public debt. This is why public debt increases fast in initial periods and decline in the following periods in order to attain its negative steady state value.

Finally, we show how the optimal fiscal policy and public debt change if there was an increase of 50 % in the public expenditures, or alternatively, if there was an initial government debt equal to of 20 % the initial capital stock. The optimal

a capital levy.

[7]Coleman II (2000) gives the path of optimal tax rates, but he neither says how these rates are obtained, nor reports the value of the marginal excess burden. We presume that he does not calculate the marginal excess burden explicitly. It seems that he makes an iteration over the time period that capital is taxed at the maximal rate. This is clearly one part of our work but not the whole. Moreover, we explain our method in detail.

fiscal policy is such that both t_1 and τ^w increase in either case, but extra burden that bears capital and labor differs from one case to the other. Particularly, the burden borne by capital in the case of an increase in the initial public debt is higher in comparison with that of an increase in the public expenditure level. This is due to the double effect of the increase in the initial public debt : on the one hand, it increases the marginal excess burden because we need, now, more tax revenue. On the other hand, it increases the tax base–this extra amount is owned by the agent subject to taxation– and so, the amount of tax revenue from initial capital taxation. Following the rational behind the labor subsidies explained above, the discounted amount of labor subsidies is inversely correlated with the discounted sum of capital tax revenue in initial periods. The steady state level of public debt is positive if the initial public debt is positive and negative otherwise.

This paper is organized as follows. Section 2 describes briefly the competitive equilibrium (CE) and private agents' maximization behavior. Section 3 analyzes the second-best (SB) of our economy while section 4 gives our numerical results. Finally, Section 5 concludes.

2 Equilibrium

There is a representative consumer that maximizes her total utility subject to her budget constraint (CBC).

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} U(c_t, l_t)$$

$$\dot{b}_t \leq \hat{r}_t b_t + \hat{w}_t L_t - c_t$$

b_0 is initial wealth of the consumer and is given. c_t and l_t denotes period t consumption and leisure. Working time, L_t, is given by $\bar{L} - l_t$. We may safely put $\bar{L} = 1$

hereafter since this point does not change any result. w_t and r_t are respectively before tax rental prices of labor and capital in terms of time t consumption, while $\hat{r}_t = (1-\tau_t^k)r_t$ and $\hat{w}_t = (1-\tau_t^w)w_t$ are after tax ones. Let x_t be the marginal value of consumer asset. Normalizing to 1 the price of time t consumption we may write the FOCs like

$$U_c'(c_t, l_t) = x_t \tag{1.1a}$$

$$U_l'(c_t, l_t) = x_t \hat{w}_t \tag{1.1b}$$

$$\dot{x}_t = x_t(\rho - \hat{r}_t) \tag{1.1c}$$

$$\dot{b}_t = \hat{r}_t b_t + \hat{w}_t(1-l_t) - c_t \tag{1.1d}$$

$$0 = \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} x_t b_t \tag{TC}$$

Let $\hat{R}_t = \int_0^t \hat{r}_u du$ be the cumulative after-tax interest rate. Then the intertemporal CBC is given by[8]

$$b_0 \geq \int_0^\infty e^{-\hat{R}_t}[c_t - \hat{w}_t(1-l_t)]d_t$$

In order to get implementability constraint one needs to replace prices with quantities. Let us assume that the intertemporel CBC is respected with equality, then, by using $x_0 = U_c'(c_0, l_0)$ and $x_t = x_0 e^{\rho t} e^{-R_t}$ one gets

$$b_0 U_c'(c_0, l_0) = \int_{t=0}^\infty e^{-\rho t}[U_c'(c_t, l_t)c_t - U_l'(c_t, l_t)(1-l_t)]dt \tag{1.2}$$

Following d'Autume (2006) one can formulate it in differential form. Let $Q_t = B_t x_t$, then the FOCs of the consumer, (1.1) yield

$$\dot{Q}_t = \rho Q_t + U_l'(c_t, l_t)(1-l_t) - U_c'(c_t, l_t)c_t \quad \text{with} \quad Q_0 = b_0 U_c'(c_0, l_0) \tag{1.3}$$

[8]We have used TC and $x_t = x_0 e^{\rho t} e^{-\hat{R}_t}$ so that

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} x_t b_t = \lim_{t\to\infty} x_0 e^{-\hat{R}_t} b_t = 0 \Rightarrow e^{-\hat{R}_t} b_t = 0$$

The advantage of using (1.3) instead of (1.2) in the optimal control problem of the SB, is that the problem is no more an *isoperimetric problem*, but a standard one[9].

At each date there is a resource constraint of our economy that determines the technically feasible allocations. It is given by

$$\dot{k}_t = F(k_t, 1 - l_t) - \delta k_t - c_t - g_t \tag{1.4}$$

We assume that there is a representative firm, working under constant returns to scale. Her maximization program is

$$\underset{L_t, k_t}{\text{Max}} \quad F(k_t, L_t) - r_t k_t - w_t L_t - \delta k_t$$

of what we determine factor demand :

$$F'_k(k_t, L_t) - r_t - \delta = 0 \tag{1.5}$$

$$F'_L(k_t, L_t) - w_t = 0 \tag{1.6}$$

In fact, we could neglect the government side, because it is redundant when resource constraint and consumer budget are respected. However, for information the Government budget constraint[10] (GBC) is given by :

$$\dot{d}_t \geq \hat{r}_t d_t + g_t - \tau_t^w w_t L_t - \tau_t^k r_t k_t \tag{1.7}$$

with a transversality condition associated with it. One can also work with the intertemporal GBC :

$$d_0 \leq \int_{t=0}^{\infty} e^{-\hat{R}_t} [\tau_t^w w_t L_t + \tau_t^k r_t k_t - g_t]$$

[9]See Chiang (1992) for a general discussion of such problems.

[10]Or equivalently

$$\dot{d}_t \geq r_t d_t + g_t - \tau_t^w w_t L_t - \tau_t^k r_t b_t$$

interest rate is net of tax but we tax consumer asset and not capital !

further, assuming that there is no initial debt $d_0 = 0$ and the IGBC is respected,

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-\hat{R}_t} g_t dt = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\hat{R}_t} [\tau_t^w w_t L_t + \tau_t^k r_t k_t] dt \tag{1.8}$$

For the future use let us define

$$v_t = \frac{U_l'(c_t, l_t)}{U_c'(c_t, l_t)}, \quad \sigma(c,l) = -\frac{U_c'(t)}{U_{cc}''(t) c_t}, \quad \epsilon(c,l) = \frac{U_c'(t)}{U_{cl}''(t) l_t}$$

From (1.1a) we can write

$$-\frac{1}{\sigma(c,l)} \frac{\dot{c}_t}{c_t} + \frac{1}{\epsilon(c,l)} \frac{\dot{l}_t}{l_t} = \frac{\dot{x}_t}{x_t}$$

and combining with (1.1c), we get

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c,l) \Big[(1 - \tau_t^k)(F_k' - \delta) - \rho + \frac{1}{\epsilon(c,l)} \frac{\dot{l}_t}{l_t} \Big]$$

From (1.1a) and (1.1b) also one gets

$$v_t = (1 - \tau_t^w) F_L'$$

Now we can define the CE :

Definition 1.1 (Competitive equilibrium) *The CE of our economy is a vector $\mathbf{A}_E = \{k_t, c_t, z_t, l_t, g_t\}_0^\infty$ of quantities, a vector $\Psi = \{\tau_t^k, \tau_t^w\}_0^\infty$ of fiscal instruments such that consumer maximizes her utility under budget their constraint, firms maximize their profit under technological constraints and all markets clear. This is equivalent to the following equations being satisfied :*

$$\dot{k}_t = F(k_t, 1 - l_t) - \delta k_t - c_t - g_t \tag{1.9a}$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c,l) \Big[(1 - \tau_t^k)(F_k' - \delta) - \rho + \frac{1}{\epsilon(c,l)} \frac{\dot{l}_t}{l_t} \Big] \tag{1.9b}$$

$$v_t = (1 - \tau_t^w) F_L' \tag{1.9c}$$

given the initial level of capital and consumer asset : k_0 , b_0.

3 Second-best

We will use the primal approach, due to Atkinson and Stiglitz (1972, 1980), to study the SB of our economy, where lump-sum taxes are not feasible. In order to use d'Autume's (2006) method one needs to introduce z_t, which is defined as the growth rate of the co-state variable of the consumer program, i.e. $z_t = \dot{x}_t/x_t$. This is the way in which we will handle the positivity constraint on the after tax interest rate. In the SB formulation z_t will be a command variable, while x_t a state one[11]. Otherwise, the presence of $x_0 = U'_c(c_0, l_0)$ in the implementability constraint, (1.3), would not be pertinent : this would mean that one can change the value of initial wealth exactly like a capital levy. Writing the implementability in differential form, (1.3), instead of present value (integral equation) form, (1.2), shows this point clearly. x_0 is present in the initial value of Q_0 which is a state variable.

This intuition is apparently not unknown to the literature. Judd (1999, p.18) makes the same point :

> "It's difficult to implement the $\bar{r} \geq 0$ constraint...To handle it explicitly, we must replace $\bar{r} \geq 0$ with expressions including the derivatives of c and n, which turns c and n into state variables. We forego details here since we will use the direct form only when $\bar{r} > 0$."

But, unfortunately, no paper using primal approach is able to handle the $\hat{r}_t \geq 0$ constraint in this way, except d'Autume (2006). Hence, they can characterize only the long term optimal policy[12], but not the entire path. This is why the previous

[11] If we used dual approach as Chamley (1986), we would also have the Euler equation for consumer, $\dot{x}_t = x_t(\rho - \hat{r}_t)$, as a constraint in the planner's problem. Obviously, x_t is a state variable in that formulation.

[12] Even this point is not sure, because given that we do not know the exact value of the marginal excess burden, what we say on the *value* of positive taxes (for example labor tax in the Chamley (1986) model) will be misleading.

works have studied only unconstrained regime.

Since $\dot{x}_t = x_t(\rho - \hat{r}_t)$, $\hat{r}_t \geq 0$ is equal to $\rho - z_t \geq 0$. The objective of the planner is to maximize the sum of discounted utilities subject to resource constraint, (3.3), the implementability constraint, (1.3), the positivity constraint of the after-tax interest rate, and the FOC of the consumer that relates x_t to quantities and finally a new state variable : x_t.

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &U(c_t, l_t) + \psi_{qt}[\rho Q_t + U_l'(c_t, l_t)(1 - l_t) - U_c'(c_t, l_t)c_t] \\ &+ \psi_{kt}[F(k_t, 1 - l_t) - \delta k_t - c_t - g_t] \\ &+ \psi_{xt}x_t z_t + \gamma_t[x_t - U_c'(c_t, l_t)] + \eta_t(\rho - z_t)\end{aligned}$$

ψ_{qt}, ψ_{kt} and ψ_{xt} are co-state variables for state variables, k_t, Q_t and x_t. γ_t is the lagrange multiplier on the constraint $U_c' = x_t$. It measures the value of the requirement that the planner's consumption choice be on the agent's intertemporal demand curve. η_t is the Kuhn-Tucker multiplier on the $\hat{r}_t \geq 0$ constraint.

FOCs of the second-best are

$$\psi_{kt} = U_c'(c_t, l_t)[1 - \psi_q(1 + E_t^c)] - \gamma_t U_{cc}''(c_t, l_t) \tag{1.10a}$$

$$\psi_{kt}F_L'(k_t, 1 - l_t) = U_l'(c_t, l_t)[1 - \psi_q(1 + E_t^l)] - \gamma_t U_{cl}''(c_t, l_t) \tag{1.10b}$$

$$\dot{\psi}_{xt} = (\rho - z_t)\psi_{xt} - \gamma_t \tag{1.10c}$$

$$\dot{\psi}_{kt} = [\rho - F_k'(k_t, 1 - l_t) + \delta]\psi_{kt} \tag{1.10d}$$

$$\eta_t = \psi_{xt}x_t, \quad \eta_t \geq 0, \quad \rho - z_t \geq 0, \quad \eta_t(\rho - z_t) = 0 \tag{1.10e}$$

$$\dot{\psi}_{qt} = 0 \tag{1.10f}$$

$$\psi_{x0} = -b_0\psi_{q0} \tag{1.10g}$$

where

$$E_t^i = \frac{c_t U_{ci}''}{U_i'} - \frac{(1 - l_t)U_{li}''}{U_i'}, \quad i = c, l$$

All conditions are standard, except the last one. This is in fact the transversality condition associated with the constraint $Q_0 = b_0 x_0$. The marginal gain from the choice of Q_0 and x_0 must be zero, i.e. $\psi_q dQ_0 + \psi_{x0} dx_0 = 0$, where the gain is expressed in terms of utility by multiplying Q and x with their co-state variables. We used also the fact that ψ_q is constant. As b_0 is given, we have $dQ_0 = b_0 dx_0$. Thus, $b_0 \psi_q + \psi_{x0} = 0$ given that $dx_0 \neq 0$.

3.1 Unconstrained regime

$z_t < \rho$ and $\eta_t = 0$. These imply $\psi_{xt} = 0$ and $\gamma_t = 0$. So the FOCs become

$$\begin{aligned}
\dot{k}_t &= F(k_t, 1-l_t) - \delta k_t - c_t - g_t \\
\psi_{kt} &= U'_c(c_t, l_t)[1 - \psi_q(1 + E^c_t)] \\
\psi_{kt} F'_L(k_t, 1-l_t) &= U'_l(c_t, l_t)[1 - \psi_q(1 + E^l_t)] \\
\dot{\psi}_{kt} &= [\rho - F'_k(k_t, 1-l_t) + \delta]\psi_{kt}
\end{aligned}$$

Using these equations we can define the SB optimum corresponding the unconstrained regime in the following way.

Definition 1.2 (SB in the unconstrained regime) *The SB optimum in the unconstrained regime is a vector* $\mathbf{A}_U = \{k_t, c_t, z_t, l_t, g_t\}_0^\infty$ *and a marginal excess burden* ψ_q *satisfying the following equations :*

$$\dot{k}_t = F(k_t, 1-l_t) - \delta k_t - c_t - g_t \tag{1.11a}$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma(c,l)\Big[F'_k - \delta - \rho + \frac{1}{\epsilon(c,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t} - \frac{\psi_q \dot{E}^c_t}{1 - \psi_q(1+E^c_t)}\Big] \tag{1.11b}$$

$$v_t = F'_L \frac{[1 - \psi_q(1 + E^c_t)]}{[1 - \psi_q(1 + E^l_t)]} \tag{1.11c}$$

given the initial levels of consumer asset b_0 *and capital* k_0.

Remark 1.3 *Note that the value of ψ_q is pinned down by the implementability constraint that depends on both regimes.*

Now, by comparing the set of equations (1.9) with the ones (1.11) we can find the optimal capital and labor taxes of the unconstrained regime. The equations (1.9c) and (1.11c) imply that

$$\tau_t^w = 1 - \frac{1}{\Omega(l_t, \psi_q)} \tag{1.12}$$

whith

$$\Omega(l_t, \psi_q) = \frac{[1 - \psi_q(1 + E_t^l)]}{[1 - \psi_q(1 + E_t^c)]}$$

The optimal labor tax is variable in general and constant in the steady state (following E_t^c and E_t^l). Similarly the equations (1.9b) and (1.11b) imply

$$\tau_t^k = \frac{1}{F_k' - \delta} \frac{\psi_q \dot{E}_t^c}{1 - \psi_q(1 + E_t^c)} \tag{1.13}$$

In a steady state, as E_t^c will be constant, we will have $\tau_t^k = 0$. This is the main result of non-taxation of capital income in the long-run [Theorem 1 in Chamley (1986, p.611)]. More interestingly, if the utility function is separable between c and l, and homothetic in c, since $\dot{E}_t^c = 0, \forall t | t > t_1$, then, the transition from full-taxation to the non-taxation is instantaneous [Theorem 2 in Chamley (1986, p.615)].

But, out of steady-state means that capital income may be taxed (or subsidized) according the sign of $\dot{E}_t^c$. Remember that E_t^c is essentially an inverse-elasticity like variable that is function of consumption and labor. It is difficult to give a precise sense to the sign of $\dot{E}_t^c$. For example the widely used non-separable utility function

$$U(c_t, l_t) = \frac{(c_t l_t^\theta)^{1-1/\sigma} - 1}{1/\sigma - 1}$$

would imply

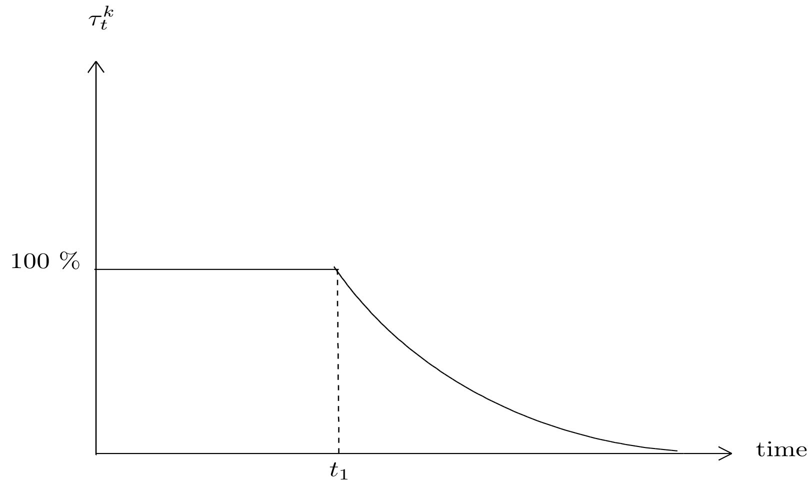

Fig. 1.1 – Time path of capital tax in the Second-best in the general case

$$\frac{\psi_q \dot{E}_t^c}{1-\psi_q(1+E_t^c)} = \frac{\psi_q \theta(1-1/\sigma)\dot{l}_t/l_t^2}{1-\psi_q(1-1/\sigma)[1-\theta(1/l_t-1)]}$$

even if the intertemporal elasticity of substitution (σ) is constant, it can become high (> 1) or low (< 1). It is usually assumed that $\sigma < 1$ in numerical and empirical works. Then, $\tau^k > 0$ is possible only when $\dot{l} > 0$. Then the time path of the optimal capital tax would be like the one in the Figure (1.1). It is relatively simple to interpret this evolution of the capital tax rate. This can be seen as the dynamic equivalent of the Corlett-Hague result (Corlett and Hague (1953-1954)). In Erosa and Gervais's words :

> Since leisure cannot be taxed directly, the first best solution is not achievable. However, the government can tax leisure indirectly by taxing more heavily commodities that are more complementary with leisure. Specifically, if leisure at age j+1 is higher than at age j, and if leisure and consumption move together, then consumption should

`be taxed more heavily at age j+1 than at age j ; equivalently, capital income at age j should be taxed at a positive rate.` Erosa and Gervais (2002, p.364)

3.2 Constrained regime

$z_t = \rho$ and $\eta_t > 0$. These imply $\dot{\psi}_{xt} = -\gamma_t$.

$$\begin{aligned}
\dot{k}_t &= F(k_t, 1-l_t) - \delta k_t - c_t - g_t \\
\psi_{kt} &= U'_c(c_t, l_t)[1 - \psi_q(1+E^c)] - \gamma_t U''_{cc}(c_t, l_t) \\
\psi_{kt} F'_L(k_t, 1-l_t) &= U'_l(c_t, l_t)[1 - \psi_q(1+E^l)] - \gamma_t U''_{cl}(c_t, l_t) \\
\dot{\psi}_{kt} &= [\rho - F'_k(k_t, 1-l_t) + \delta]\psi_{kt} \\
\dot{\psi}_{xt} &= -\gamma_t \\
\dot{x}_t &= \rho x_t \\
U'_c(c_t, l_t) &= x_t
\end{aligned}$$

From the definition of the constrained regime we know that $\tau_t^k = 1$. The determination of τ_t^w is a bit more difficult. Using (1.10a) and (1.10b) one gets

$$\frac{1}{v_t} = \frac{1}{F'_L}[\Omega(l_t, \psi_q) + \zeta_t(c_t, l_t, \psi_q)]$$

where

$$\zeta_t = \frac{\gamma_t(F'_L U''_{cc} - U''_{cl})}{U'_l[1 - \psi_q(1+E_t^c)]}$$

The same ratio for the equilibrium is given by (1.1a) and (1.1b)

$$\frac{1}{v_t} = \frac{1}{(1-\tau_t^w)F'_L}$$

So,

$$\frac{1}{1-\tau_t^w} = \Omega(l_t, \psi_q) + \zeta_t(c_t, l_t, \psi_q)$$

$$\tau_t^w = 1 - \frac{1}{\Omega(l_t, \psi_q) + \zeta_t(c_t, l_t, \psi_q)} \tag{1.14}$$

The equation (1.14) will determine the behavior of the optimal labor tax in the constrained regime.

As we see from the equations (1.12), (1.13) and (1.14) the path of the optimal taxes depend on the marginal excess burden, who depends, in turn, on the initial government debt and the stream of the public expenditures. We do not see how we can characterize the optimal fiscal policy without calculating numerically ψ_q. However, this is not done in the usual optimal taxation analysis. Take a recent example, Guo and Lansing (1999, p.985), who make the following remark :

> Ramsey problems like this one, all of the long-run allocations depend on the steady-state level of government debt b which cannot be pinned down on the basis of steady-state considerations alone. Instead, b depends on the initial conditions [...] and the entire sequence of allocations from $t = 0$ until the steady state is reached. As a short cut to computing the transition path, we simply choose a value of b that achieves a target level for the steady-state government debt ratio b/y. This procedure implies a required set of initial conditions such that the implementability constraint is satisfied.

In section (4) we will show how one can solve this problem without a *required* set of initial conditions but with a given one.

3.3 Application

The choice of the production function is standard.

$$F(k_t, 1 - l_t) = b_y k_t^\alpha (1 - l_t)^{1-\alpha}$$

To be compatible with Chamley (1986) we assume an additive utility function.

$$U(c_t, L_t) = \log c_t - b_u \frac{(1-l_t)^{1+1/\epsilon}}{1+1/\epsilon}$$

$$E_t^c = -1, \quad E_t^l = 1/\epsilon$$

So,

$$\Omega(l_t, \psi_q) = 1 - \psi_q(1+1/\epsilon)$$

$$\zeta_t = -\frac{\gamma_t(1-\alpha)b_y k_t^\alpha}{c_t^2 b_u (1-l_t)^{\alpha+1/\epsilon}}$$

3.3.1 Unconstrained regime

$$\tau_t^k = 0, \quad \tau_t^w = 1 - \frac{1}{1-\psi_q(1+1/\epsilon)}$$

The optimal tax rate for labor income is constant in the unconstrained regime. It is essentially determined[13] by ψ_q, the marginal excess burden and ϵ, the uncompensated wage elasticity of labor supply. We see that an increase in the absolute value of ψ_q, given that it is negative, increases wage tax whereas an increase in the wage elasticity decreases it.

3.3.2 Constrained regime

The capital is taxed at 100 %, $\tau_t^k = 1$, we need to determine the labor tax. From (1.10a) we get $\gamma_t/c_t^2 = \psi_{kt} - U_c' = \psi_{kt} - x_t$. Then, we have

$$\zeta_t = \frac{F_L'(x_t - \psi_{kt})}{b_u(1-l_t)^{1/\epsilon}}$$

[13] In the general case it depends also on the intertemporal elasticity of substitution, but as our logarithmic function implies a unitary elasticity of substitution, we do not see it in the labor tax expression.

which yields

$$\tau_t^w = 1 - \frac{1}{1 - \psi_q(1 + 1/\epsilon) + \dfrac{(1-\alpha)b_y k_t^\alpha (x_t - \psi_{kt})}{b_u(1-l_t)^{\alpha+1/\epsilon}}}$$

4 Numerical analysis

We will use (forward) shooting method as to solve this multi point boundary value problem. Our system has two distinct regimes :

Regime 1 : $t \leq t_1$

$$\begin{aligned}
\dot{k}_t &= b_y k_t^\alpha (1-l_t)^{1-\alpha} - \delta k_t - x_0^{-1} e^{-\rho t} - g_t \\
\dot{\psi}_{kt} &= \psi_{kt}[\rho + \delta - \alpha b_y k_t^{\alpha-1}(1-l_t)^{1-\alpha}] \\
\dot{\psi}_{xt} &= -\psi_{kt} x_0^{-2} e^{-2\rho t} + x_0^{-1} e^{-\rho t} \\
1 - l_t &= \left[\frac{(1-\alpha)b_y k_t^\alpha \psi_k}{b_u\,(1 - \psi_q(1+1/\epsilon))}\right]^{1/(\alpha+1/\epsilon)}
\end{aligned}$$

Regime 2 : $t > t_1$

$$\begin{aligned}
\dot{k}_t &= b_y k_t^\alpha (1-l_t)^{1-\alpha} - \delta k_t - 1/\psi_k - g_t \\
\dot{\psi}_{kt} &= \psi_{kt}[\rho + \delta - \alpha b_y k_t^{\alpha-1}(1-l_t)^{1-\alpha}] \\
\dot{\psi}_{xt} &= 0 \\
1 - l_t &= \left[\frac{(1-\alpha)b_y k_t^\alpha \psi_k}{b_u\,(1 - \psi_q(1+1/\epsilon))}\right]^{1/(\alpha+1/\epsilon)}
\end{aligned}$$

We have a differential algebraic equations system with three differential and one algebraic equation. Since we will solve it for given ψ_q we need only five boundary values : three for the differential equations, one for x_0 and one for t_1. Considering ψ_q as given we have five boundary values :

$$k_0, \quad k^{SB}, \quad \psi_{x0} = -b_0\psi_q, \quad \psi_x(t_1) = 0, \quad \dot{\psi}_x(t_1) = 0$$

ψ_q will be adjusted such that the implementability constraint, (1.2), is respected ; while ψ_{k0} will be used in order to make capital converge to its steady state value. The solution algorithm is as follows :

1. Fix ψ_q.
2. Fix ψ_{k0}.
3. Guess x_0 such that $\psi_x(t_1) = \dot{\psi}_x(t_1) = 0$; get t_1.
4. Given k_0, b_0, x_0, t_1, ψ_{k0}, and ψ_q get $k_i, \psi_{ki}, \psi_{xi}, l_i$ for $i = 1, 2, \ldots, N$ (N being a large number).
5. If $\left|k_N - k^{SB}\right| < \varepsilon$, verify whether the equation (1.2) is respected ; if yes, exit ; if not, adjust ψ_q and go to the step 1. If $\left|k_N - k^{SB}\right| > \varepsilon$ then adjust ψ_{k0} and go to the step 2.

4.1 Calibration

Let the key parameters of the production and utility function be like the following :

$$\rho = .04 \qquad \alpha = .3 \qquad \delta = 1/30 \qquad \sigma = 1.0 \qquad \epsilon = .2$$

These are standard values in growth literature. Let the reference value of steady state capital and labor be

$$k = 100 \qquad L = 1 - l = .6$$

in the first-best of our economy (where there are lump-sum taxes). In practice this the value of b_y which determines the value of k (for given L). Since we fixed k and L, one can get b_y from the Euler equation.

$$b_y = \frac{\rho + \delta}{\alpha} k^{1-\alpha} L^{\alpha - 1}$$

The wage is given by

$$w = (1-\alpha) b_y k^{\alpha} L^{-\alpha}$$

Let the level of public expenditures be 10 % of the output. This is just a reference value. We will also use 15 % in numerical analysis.

$$g = .1 \left(b_y k^{\alpha} L^{1-\alpha} - \delta k \right)$$

Given the share of the public, the private consumption is given by

$$c = .9 \left(b_y k^{\alpha} L^{1-\alpha} - \delta k \right)$$

The intratemporel margin will be used to fix b_u.

$$b_u = w c^{-1} L^{-1/\epsilon}$$

We get $b_y = 8.780$, $b_u = 19.303$, $g = 2.110$ and $c = 19$. Let us assume that there is no initial public debt, $d_0 = 0$, so that all future government spending must be financed by distortive taxes. We need a start value for capital, let it be $k_0 = 80$.

4.2 Results

We have used GNU Scientific Library[14] (GSL) for numerical work, Maxima[15] for symbolic calculations and Plotutils[16] for plotting.

4.2.1 Benchmark case

The benchmark case follows our calibration with no initial debt of the government. Our findings are :

$$t_1 = 3.349, \quad \psi_q = -.066, \quad \tau^w = .282, \quad k^{SB} = 94.718$$

[14]http ://www.gnu.org/software/gsl/
[15]http ://maxima.sourceforge.net/
[16]http ://www.gnu.org/software/plotutils/

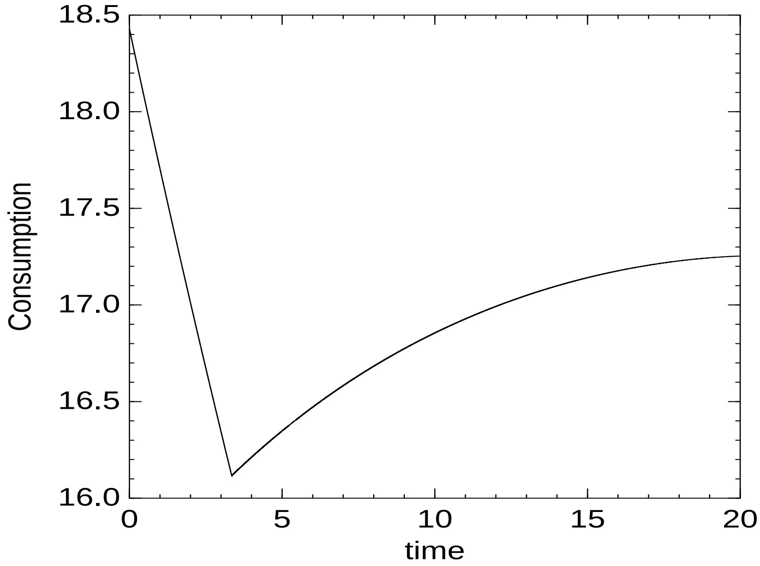

Fig. 1.2 – Time path of consumption in the Second-best

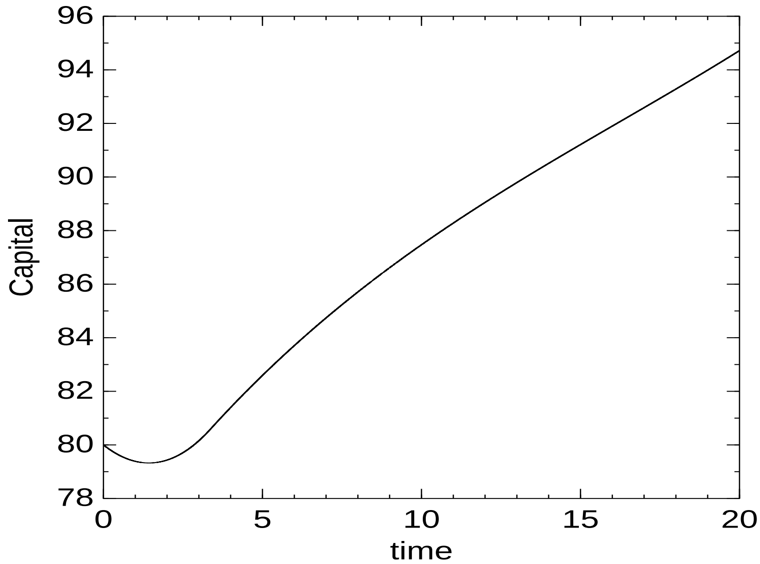

Fig. 1.3 – Time path of capital in the Second-best

where the convergence to the steady state is assumed to be in $N = 20$ periods.

The Figures (1.2), (1.3) and (1.4) give the evolution of the consumption and

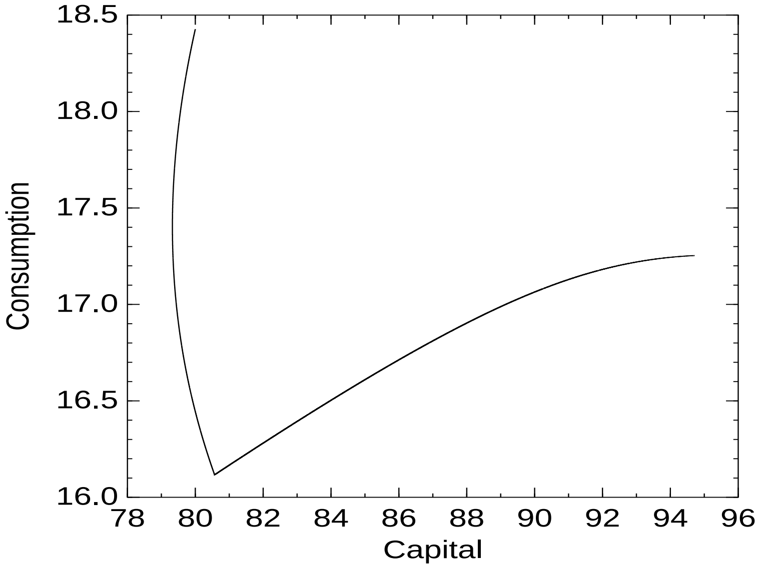

FIG. 1.4 – Phase diagram of the Second-best in (c, k) plane

capital, firstly as a function of time and then in (c, k) plane. Up to the date t_1 after-tax interest rate is zero, consequently consumption has a decreasing profile until this date and then an increasing one. The intuitive explanation is that taxing goods between $[0, t_1]$ will rise relatively the prices of these goods, so their demand will be lower. What is more interesting is that the capital accumulation is J shaped : decreasing in the constrained regime, and then almost linear in the unconstrained regime.

The Figures (1.6) and (1.5) show, respectively, the paths of the optimal labor tax and leisure in the SB. Thanks to our new method we are able to describe the whole path of optimal labor tax, and especially in the constrained regime : it begins by a very big negative value, nearly -300 %, and then becomes slowly positive towards to the end of the first regime and constant in the second regime.

The behavior of the labor tax in the constrained regime can be interpreted in two

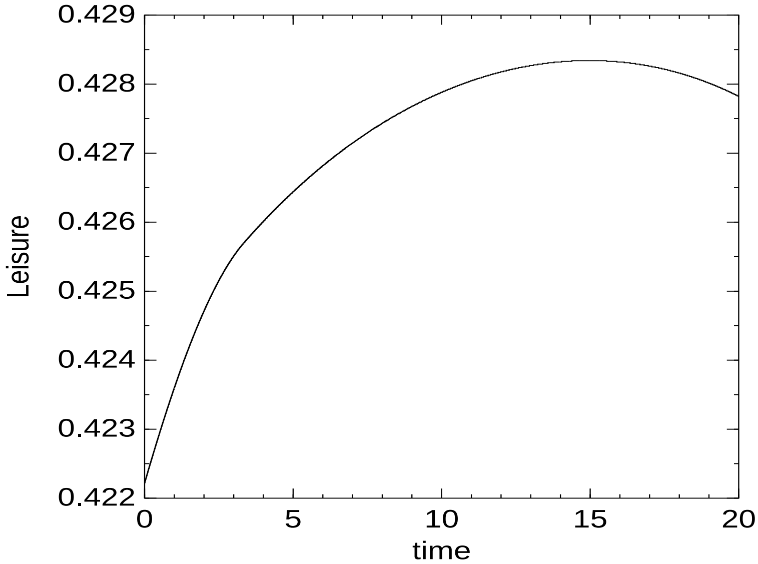

Fig. 1.5 – Time path of leisure in the Second-best

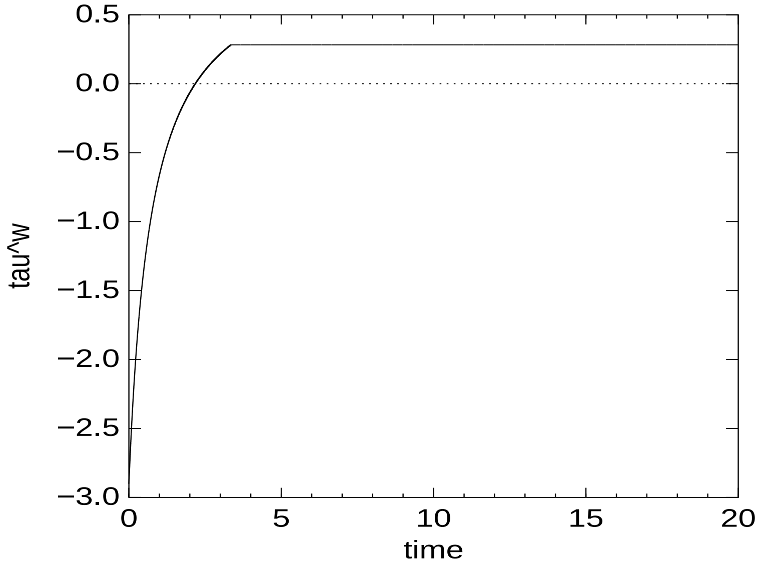

Fig. 1.6 – Time path of the optimal labor tax in the Second-best

ways. The first one is the following : since consumption and leisure are complements, with a flat tax rate, leisure would decrease following consumption, which means that the initial labor supply would be very low. But, this would not be optimal because the total income/production would be very low. As a result, it would not be possible to support the initially high consumption. An initially low leisure level allows the agent, on the one hand, to keep, an average consumption level close to the steady state one. On the other hand, this is necessary to avoid negative investment which would decrease total output. The only way to ensure such a leisure profile is an increasing wage tax, which guarantees a decreasing price for leisure. Remember that consumption–which is complement to leisure– has an increasing price due to full taxation and is decreasing. The initially high subsidy that falls with time incites the agent to work more in the initial periods. This is the key mechanism in the alternative interpretation. Since the full capital taxation serves as a partial capital levy, it is optimal to maximize the tax revenue from it. A higher level of labor increase the marginal productivity of the capital, hence, the tax revenue from capital taxation. An initially negative labor tax is the only way to ensure this as explained above. This result confirms the intuitive result of Jones *et al.* (1993, 1997), which states that the maximum revenue should be raised in the beginning of the horizon, in order to minimize the distortions.

To explain why the optimal labor tax is constant in the unconstrained regime, we will use again the complementarity between consumption and leisure. Because leisure and consumption move together in the second regime, it is optimal to have a constant price for leisure given that consumption price is constant. This constant wage tax allows leisure to have a time profile similar to the one of consumption.

Since earlier studies do not calculate the marginal excess burden, they give usually qualitative results about optimal tax scheme. In almost all studies, it is said that capital income is not taxed in the long-run. But, this statement neither

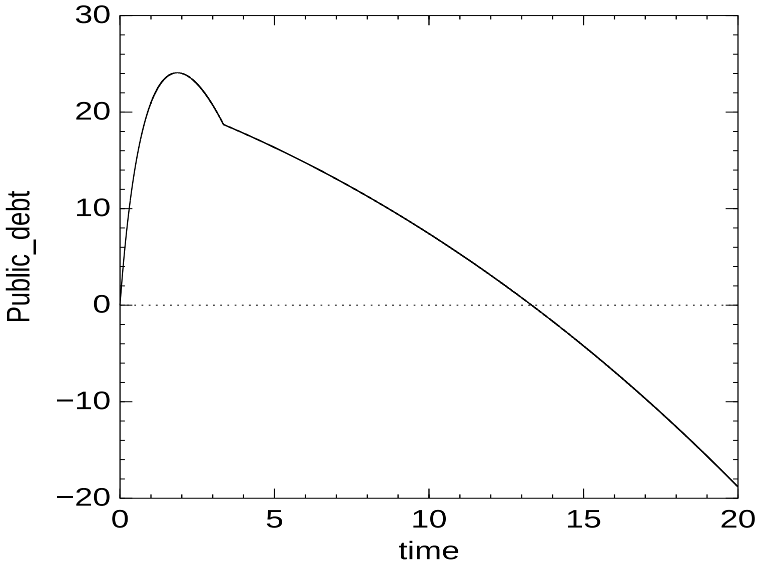

FIG. 1.7 – Time path of the public debt in the Second-best.

inform us about the extent to which capital and labor bear the distortive taxation burden, nor about the level of the public debt. The Figure (1.7) shows the time path of the public debt. It is positive in the constrained regime and in the most of the unconstrained regime. While it becomes negative towards the end of the unconstrained regime and stays at -18.820 in the benchmark case. The steady state debt to GDP ratio, d/y, is -81.3 %. This is in total contradiction with the observed values which are around 60-70 %.

The discounted value of tax revenue for each factor seems like a good measure for the total burden on inputs. Let us define $\tau^{kw} := TK/TL$ as the burden ratio, where

$$TK = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\hat{R}_t} \tau_t^w w_t L_t, \quad TL = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\hat{R}_t} \tau_t^k r_t k_t$$

in order to get an idea about the relative burden on each production factor. Our results show that the burden ratio, τ^{kw}, is equal to $-.685$, which means that the discounted present value of labor tax revenue is negative and greater than that of the capital one. The initial capital tax revenue is not sufficient to finance both public expenditures and labor subsidies, this is why there is a sudden increase in the public debt in the constrained regime. In the unconstrained regime, the revenue from the labor taxation is higher than the public expenditure flow, hence, the public debt decreases rapidly and attain its negative steady state value.

Now, we will evaluate the optimal fiscal policies under 2 other cases : How would change t_1, τ^k and τ^w if the initial level of public debt was 20 % of the initial capital stock ? Or if the public expenditures were higher 50 % than the benchmark level ?

4.2.2 Initial public debt

Our findings are :

$$t_1 = 4.211, \quad \psi_q = -.088, \quad \tau^w = .346, \quad k^{SB} = 93.294$$
$$\tau^{kw} = -.952, \quad d/y = .271$$

As expected, an increase in the initial public debt will rise the period length in which we will tax capital income at the maximum possible rate and the optimal steady-state labor tax. The decrease in the τ^{kw} comes from an increase in TK and TL. This means that the revenue from capital taxation is higher while the labor subsidy is lower in comparison to the benchmark case. The extra burden due to the initial debt is borne relatively more by capital. The steady state public debt is positive and debt to GDP ratio is equal to 27.1 %. This is consistent with the intuition : the higher the initial public debt, the higher the steady state public debt.

4.2.3 An increase in the level of public expenditures

As in the case of an increase in the initial debt, an increase in the level of public expenditures increases both t_1 and the steady-state labor tax. Precisely, we have :

$$t_1 = 3.963, \quad \psi_q = -.088, \quad \tau^w = .346, \quad k^{SB} = 94.236$$
$$\tau^{kw} = -.867, \quad d/y = -1.059$$

An increase in the level of public expenditures increases t_1 and the marginal excess burden, thus, the optimal labor tax. Comparing τ^{kw} to the one of the benchmark case, we have a similar phenomenon as in the case of an increase in public debt. The only difference is that the increase in TK and TL is smaller in this case. The steady state public debt is negative as in the benchmark case, moreover, the value of public assets exceeds the GDP.

By comparing these two cases, we see that the change in the τ^w and t_1 is almost identical while the ones in τ^{kw} and d/y are rather different. τ^{kw} is higher in the case of public expenditure increase because, on the one hand, discounted sum of capital tax revenue is higher while, on the other hand, discounted sum of labor subsidy is lower in comparison to the case of an increase in the initial public debt. This is related our tax base intuition above : an increase in the initial public debt requires more tax revenue, this is why t_1 and τ^w are higher. But, also, this extra debt is owned by the consumer whose wealth is heavily taxed in the initial periods. Therefore, the tax base increases in the initial periods, thus do the initial tax revenue coming from capital. Then, we need *ceteris paribus* less labor subsidy in order to increase capital tax revenue in the constrained regime.

The difference in the d/y is rather intuitive[17]. The higher the initial level of public

[17]See, for example, Chamley (1985, p. 460).

debt, the higher its steady state value. This is what shows our numerical analysis. The steady-state ratio of d/y is positive only when there is an important level of initial public debt. Yet, the time path of the public debt is similar in three cases : it is hump-shaped. A fast increase in the initial periods and a soft decrease then after. However, an interesting (and probably new) result is that the steady-state level of debt, d, as well as debt to output ratio, d/y, is negatively correlated with public expenditure level, g. While $d = -18.820$ ($d/y = -81.3$) in the steady-state of the benchmark case, in the case of 50 % higher public expenditures, we have $d = -24.383$ ($d/y = -1.059$). This is essentially due to the fact that the tax revenue coming from labor tax is, relatively, higher in the latter case in the unconstrained regime.

5 Conclusion

Following the method proposed by d'Autume (2006), we have simulated the optimal tax policies in the standard neoclassical growth model. This new methods allows us to calculate explicitly the marginal excess burden of the distortive taxation. Hence, we are able to calculate exactly the date until which capital income is taxed at the maximal rate, the optimal labor and capital taxes for both steady state and transition.

Then we have calculated how the optimal fiscal policy would be under two alternative policies : a positive initial public debt and higher public expenditures. We show that, the optimal fiscal policy and the optimal public debt are not quantitatively the same under these two cases.

Chapitre 2

Variété de produits et fiscalité optimale

1 Introduction

A la différence du modèle de croissance néoclassique qui suppose que le taux de croissance de l'économie est exogène par rapport au choix et aux comportements des agents privés, les modèles de croissance endogène considèrent que le taux de croissance de l'économie est influencé par les décisions des agents privés. Comme le taux de croissance est endogène à l'économie et qu'il existe souvent des externalités non-internalisées par les agents, le gouvernement peut améliorer le bien-être des agents en jouant sur les variables affectant ce taux. Soit en ralentissant la croissance lors qu'elle est trop élevée, soit en la favorisant dans le cas contraire.

Suivant Romer (1987,1990), un des pères des modèles de croissance endogène, l'augmentation du nombre de biens et/ou de variétés peut être appréhendée comme le moteur du processus de la croissance économique. Toutefois, parallèlement, l'existence des coûts fixes (et donc de la concurrence imparfaite) engendre un arbitrage entre variété et quantité. L'idée de base est que, si le prix est une fonction décroissante de la quantité offerte sur le marché, alors, *ceteris paribus,* plus de variété implique moins d'offre, ce qui implique un prix plus élevé et donc moins de consommation de chaque bien. L'arbitrage "variété *versus* quantité" est une question classique à laquelle les économistes ont réfléchi longtemps avant les modèles de croissance endogène. Dixit and Stiglitz (1977, p. 297) posaient alors le problème en ces mots :

> "The basic issue concerning production in welfare economics is whether a market solution will yield the socially optimum kinds and quantities of commodities..."

Dans le cas où le marché ne fournira pas le bon nombre de variétés ou la bonne quantité, l'Etat pourrait intervenir pour corriger cette défaillance du marché. Dans les économies décentralisées, l'intervention publique passe ainsi par des transferts, taxes et subventions[1]. Traditionnellement, la branche de l'économie publique s'intéressant à la meilleure façon de financer une certaine dépense publique est appélée la "fiscalité optimale." Le cadre classique pour étudier celle-ci est la concurrence parfaite (Chamley (1986), Chari et Kehoe (1999), Judd (1999) entre autres).

La concurrence imparfaite, à elle seule, est susceptible de changer les conclusions *classiques* de la fiscalité optimale (obtenues sous l'hypothèse de la concurrence parfaite). Elle renforce les distorsions via le pouvoir du marché, qui a pour conséquence d'augmenter les prix des consommateurs par rapport au prix des producteurs, autrement dit, le rapport entre *taux marginal de substitution (TMS)* et *taux marginal de transformation (TMT)*. D'ailleurs, ce pouvoir du marché implique une sous production. L'effet du pouvoir du marché et celui de la taxation distorsives ont la même conséquence : sous production. Est-il souhaitable d'utiliser une distorsion pour corriger une autre ? Peut-on faire une hiérarchie des distorsions ?

Pour répondre à ces questions nous allons construire un modèle de croissance endogène basée sur les articles de Bénassy (1998) et Rivera-Batiz et Romer (1991). L'existence de coûts fixes nous amène à utiliser la concurrence imparfaite pour modéliser le processus d'innovation. La prise en compte de la concurrence imparfaite pour analyser les questions principales de la fiscalité optimale est relativement récente. On trouve les travaux de Dasgupta et Stiglitz (1971), Judd (1997), et Guo et Lansing (1999).

En ce qui concerne la concurrence imparfaite et les rendements d'échelle croissants, un des articles pionniers est celui de Dasgupta et Stiglitz (1971). Si l'on a

[1]En principe, elle peut aussi prendre la forme de la fourniture d'un bien public mais ce sujet est en dehors de notre analyse qui se concentre sur la fiscalité optimale.

accès à des taxes forfaitaires, l'optimalité nécessite de neutraliser l'effet néfaste lié à la concurrence imparfaite : le taux de subvention est alors égal au pouvoir du marché. Sinon, lorsque les taxes sont distorsives, le taux de subvention est plus faible. Il dépend de deux facteurs : (i) le rapport entre l'élasticité de demande et l'élasticité de l'offre de la firme subventionnée ; et (ii) le taux d'imposition des profits purs.

Judd (1997), dans un modèle dynamique caractérisé par la concurrence monopolistique, démontre que l'impôt optimal sur le capital est négatif à l'état stationnaire ; il consiste à neutraliser la distorsion liée à la concurrence monopolistique quand les profits purs sont taxés à 100 %, alors que le travail est taxé à un taux positif. En revanche, si le taux d'imposition sur les profits est égal à celui du capital, le signe de cette taxe/subvention est ambigu[2]. Deux facteurs interviennent : (i) le taux de substitution entre les facteurs de production, et (ii) le coût des fond publics. La subvention au capital est d'autant plus importante que le taux de substitution entre capital et travail est faible, et que le coût des fond publics est important.

Guo et Lansing (1999) montrent qu'il n'existe pas de réponse unique à cette question si l'on ajoute quelques hypothèses réalistes au modèle de Judd (1997). Les modifications consistent à introduire la dépréciation du capital physique qui est exempté d'imposition à un certain degré et à supposer que les profits purs ne peuvent pas être imposables à 100 %. Le taux d'imposition optimal du revenu du capital dépend du pouvoir du marché, de l'échelle avec laquelle on peut taxer les profits purs, de la somme des dépenses publiques et finalement des exemptions de dépréciation du capital.

Tous ces travaux cités ci-dessus considèrent que le nombre de variété est fixe et analysent dans ce cadre limité les effets de la concurrence monopolistique sur la

[2]Théorème 2, Judd (1997, p.20).

politique fiscale optimale. Une analyse plus complète serait d'endogénéiser le nombre de variété des biens, car la problématique de la fiscalité optimale est associée au long terme (où, l'économie se trouverait sur son sentier de croissance équilibrée). Il n'est pas plausible de penser que le nombre de variété soit fixe à long terme. D'ailleurs, on s'attend à ce que la politique fiscale optimale détermine, si possible, le bon nombre de variété avec le bon taux de croissance pour chaque variété à l'optimum. Tant que les biens ne sont pas des substituts proches, les consommateurs désireront que toutes les variétés soient suffisamment produites. Tandis qu'ils tiendront peu à ce que toutes les variétés soient produites si les biens sont des substituts proches. Ce qui comptera sera la quantité totale consommée. Selon Meade (1974, p. 359), on pourrait affirmer que :

> "In conditions of monopolistic competition there is a number of independent producers each producing its own particular brand or quality of a class of products which, while they are not exactly identical, are nevertheless partial substitutes for each other. A well-known problem in the economics of welfare then arises which can be expressed by asking the following two questions. First, is each producer producing the optimal output of his particular brand? Second, are the best number and assortment of brands being produced, or should there be more or less variety of products to meet the consumers' needs?"

Pour remédier à ce problème nous endogénéisons le nombre de variété suivant Rivera-Batiz et Romer (1991). Il existe un coût fixe pour obtenir un brevet qui permet de produire des biens intermédiaires éternellement. Ce coût fixe sera payé par la vente des biens intermédiaires sur un marché monopolistique avec un taux de marge. Les biens intermédiaires sont produits par des inputs, le capital et le travail.

L'Etat dispose des outils suivants : une subvention à l'achat du brevet, des impôts distorsifs sur des revenus dus aux facteurs de production et des impôts forfaitaires. Nous allons assumer qu'il n'existe pas de dépenses publiques pures. Tout le revenue de la taxation est utilisé pour corriger les distorsions existantes. Ceci nous permettra de souligner l'arbitrage entre les gains et les coûts des impôts distorsifs, surtout dans l'équilibre de second rang où il n'existe pas taxes forfaitaires. Nous cherchons à répondre la question suivante : est-il optimal de corriger une distorsion (due à la concurrence imparfaite par exemple) au prix d'en créer une autre (due aux impôts distorsifs).

Nous montrons que la politique optimale de l'optimum de premier rang[3] consiste à taxer ou subventionner la variété selon l'ampleur des rendements sociaux de la spécialisation, de façon à atteindre le bon nombre de variétés. Le capital et le travail sont subventionnés pour corriger les effets néfastes de la concurrence imparfaite. Dans l'optimum de second rang, la politique optimale concernant la variété est identique à celle de l'optimum de premier rang ainsi que le taux de la subvention du capital à l'état stationnaire. En revanche, le travail est taxé pour financer les subventions. Le fait que la politique de subvention à la variété de biens reste identique aux optimums de premier rang et de second rang, montre que la priorité, du point de vue social, est de neutraliser les distorsions dans la production au prix d'introduire une distorsion dans l'offre du travail. Le travail aussi est un facteur de production, mais les distorsions liées à un facteur accumulable, en terme de bien-être, sont plus importantes que celles liées au travail, dont l'offre reste un flux. Cette intuition se vérifie dans la mesure où le capital (l'autre input pour produire des biens intermédiaires) n'est pas imposé, mais au contraire, subventionné.

[3]Nous utiliserons également “optimum social” pour désigner l'optimum de premier rang.

Ce mémoire est organisé de façon suivante : La section 2 présente le modèle ; caractérise l'équilibre décentralisé ainsi que l'optimum de premier rang, la section 3 présente l'approche primale, la méthode qui sera utilisée pour étudier la fiscalité optimale. Dans la section 4 nous allons caractériser l'optimum de second rang et finalement la section 5 conclut.

2 Modèle dynamique de variété

Le modèle qui va être introduit est basé sur Romer (1987), Bénassy (1998) et Rivera-Batiz et Romer (1991) où la croissance est due à l'augmentation du nombre de biens. Il existe 3 secteur dans notre économie. Le secteur du bien final caractérisé par la concurrence parfaite ; le secteur des biens intermédiaires où règne la concurrence monopolistique ; et finalement un secteur de recherche où l'on invente de nouveaux brevets sous l'hypothèse de la concurrence parfaite. La fonction de production du bien final suit la formulation de Bénassy (1998) où les rendements sociaux de la spécialisation se différencient du pouvoir du marché. Par ailleurs, le secteur de recherche utilise seulement le bien final dans la production comme dans Rivera-Batiz et Romer (1991). A chaque période une quantité f du bien final suffit pour obtenir le brevet qui permet de produire un nouveau bien intermédiaire.

2.1 Equilibre décentralisé

2.1.1 Producteurs

Le secteur du bien final utilise seulement les biens intermédiaires. N_t désigne le nombre de biens intermédiaires disponible à la firme considérée en t. Pour la firme individuelle, N_t est une externalité pour laquelle elle ne paye pas. Tous les biens intermédiaires, qu'ils soient nouveaux ou non, sont imparfaitement substituables et durables. On suppose la fonction de production suivante :

$$Y_t = N_t^{v+1-1/\alpha}\Big[\int_0^{N_t} x_{it}^{\alpha} di\Big]^{1/\alpha} \tag{2.1}$$

$1/\alpha$ est le facteur de marge (mark up) et $(1-\alpha)^{-1}$ est l'élasticité de la demande au prix ou bien l'élasticité de substitution entre les différents biens intermédiaires. Le degré des rendements de la spécialisation[4] est noté v. Ceci est une mesure, à la fois, de la préférence pour variétés de produits et d'externalité positive due aux variétés dans le secteur du bien final.

La demande des facteurs de production est obtenu par la maximisation du profit par le choix de x_i, $i = 1, 2, \ldots, N_t$. x_i peut être interprété comme un bien non-durable acheté ou un bien durable loué.

$$Max \quad \pi^{BF} = N_t^{v+1-1/\alpha}\Big[\int_0^{N_t} x_{it}^{\alpha} di\Big]^{1/\alpha} - \int_0^{N_t} p_{it}x_{it}di$$

$$p_{it} = N_t^{v+1-1/\alpha}\Big[\int_0^{N_t} x_{it}^{\alpha} di\Big]^{-1+1/\alpha} x_{it}^{\alpha-1} \tag{2.2}$$

Le secteur des biens intermédiaires est caractérisé par la concurrence monopolistique. Il existe un nombre fini de firmes sur un intervalle $[0, N]$ tel que chacune produit un seul bien intermédiaire. On suppose qu'il y a libre entrée dans ce secteur qui assure que chaque firme peut payer un coût fixe, f, mesuré en unité du bien final et devenir productrice d'un nouveau bien intermédiaire. Sachant que l'on va

[4] Cette formulation a été premièrement introduite par Bénassy (1998) dans le cadre de la croissance endogène. Il l'a utilisé pour démontrer que les modèles de variétés de croissance endogène peuvent également engendrer trop de croissance, tout comme les modèles de qualité. Supposons qu'il y ait une ressource primaire constante qu'on va allouer entre différents biens intermédiaires, $M = \int_0^{N_t} x_{it}di$. Les rendements marginaux par rapport aux biens intermédiaires étant décroissants on choisira une allocation symétrique, $x_t = M/N_t$. Si l'on utilisait la forme habituelle de la fonction de production des modèles de croissance endogènes on aurait $Y_t = N_t^{-1+1/\alpha}M$. Dans cette spécification on a une relation **un-à-un** entre le pouvoir du marché et les rendements de la spécialisation dont profite la société. Le nombre de variété est une externalité pour les firmes. Pour ne pas imposer cette relation particulière on va choisir une forme plus générale qui comprend aussi cette forme particulière quand $v = -1 + 1/\alpha$.

supposer, par la suite, que le bien final est le numéraire, le prix du brevet sera f. On suppose que la technologie de production des biens intermédiaires, sivant Fishman et Simhon (2002), prend la forme d'une technologie à rendements d'échelle constants et accepte deux inputs : le travail et la capital.

$$x_{ti} = F(k_{ti}, h_{ti}) = k_{ti}^{\beta} h_{ti}^{1-\beta} \tag{2.3}$$

La firme productrice du bien intermédiaire a un pouvoir du marché étant donné qu'il n'existe ni de substituts parfaits ni d'autres producteurs produisant le même produit. Elle maximise son profit donné par,

$$\underset{k_t, h_t}{\text{Max}}\ \pi_{ti}^{BI} = p_{ti} k_{it}^{\beta} h_{it}^{1-\beta} - (r_t k_{ti} + w_t h_{ti})$$

et donc détermine le prix selon la règle suivante[5] :

$$p_{it} \frac{\partial x_{ti}}{\partial h_{it}} \left[1 + \frac{\partial p_{it} x_{it}}{\partial x_{it} p_{it}}\right] = w_t, \quad p_{it} \frac{\partial x_{ti}}{\partial k_{it}} \left[1 + \frac{\partial p_{it} x_{it}}{\partial x_{it} p_{it}}\right] = r_t$$

Puisque l'élasticité-prix est donnée par $\epsilon = -\dfrac{\partial x_{it} p_{it}}{\partial p_{it} x_{it}} = \dfrac{1}{1-\alpha}$ on aura $\dfrac{\partial p_i x_i}{\partial x_i p_i} = -\dfrac{1}{\epsilon} = \alpha - 1$. Alors,

$$r_t = \alpha p_{it} \beta k_{it}^{\beta-1} h_{it}^{1-\beta} \tag{2.4a}$$

$$w_t = \alpha p_{it} (1-\beta) k_{it}^{\beta} h_{it}^{-\beta} \tag{2.4b}$$

Et le profit (dans le cas d'un équilibre symétrique, $p_{ti} = p_{tj} = p_t$ et $x_{ti} = x_{tj} = x_t$,

$$\pi_t^{BI} = (1-\alpha) p_t k_t^{\beta} h_t^{1-\beta} \tag{2.5}$$

On pourrait mettre une subvention à la vente/l'achat des biens intermédiaires, mais cela n'est pas nécessaire parce que le gouvernement a déjà assez d'instruments

[5]On suit l'approche de Dixit et Stiglitz (1977) qui consiste à négliger les effets indirects sur le prix de la variation de la quantité produite. En d'autres termes, on ne prend en compte que son élasticité-prix propre.

fiscaux pour décentraliser les optimums de premier rang et de second rang comme on verra dans la section 3.

A l'équilibre symétrique, la fonction de production (2.1) devient :

$$Y_t = N_t^{v+1} k_t^{\beta} h_t^{1-\beta} = N_t^v K_t^{\beta} H_t^{1-\beta} \tag{2.6}$$

où les variables agrégées K_t et H_t sont données par $K_t = N_t k_t$ et $H_t = N_t h_t$. Il s'agit par la suite de remplacer la fonction de production dans l'expression de prix (2.2) pour obtenir

$$p_t = N_t^v \tag{2.7}$$

On peut réécrire les Conditions du premier ordre (CPO) des firmes de la façon suivante :

$$w_t = \alpha(1-\beta) N_t^v K_t^{\beta} H_t^{-\beta} \tag{2.8a}$$

$$r_t = \alpha\beta N_t^v K_t^{\beta-1} H_t^{1-\beta} \tag{2.8b}$$

La somme actualisée des profits futurs doit être égale au coût fixe, étant donné la libre entrée. Dans l'équilibre de "laisser-faire" ceci est donné par

$$\int_t^{\infty} e^{-R_u} \pi_u^{BI} du = f$$

où $R_u = \int_t^u r_i di$. En dérivant par rapport au temps nous pouvons éliminer l'intégrale et obtenir l'équation de non arbitrage :

$$\frac{\pi_t^{BI}}{r_t} = f \tag{2.9}$$

On peut exprimer cette équation d'arbitrage de façon à relier plusieurs variables d'intérêt. Remplaçons (2.4a), (2.5) et (2.7) dans (2.9)

$$f = \frac{1-\alpha}{\beta\alpha} k_t = \frac{1-\alpha}{\beta\alpha} \frac{K_t}{N_t} \tag{2.10}$$

Nous assumons que les firmes entrantes profitent d'une subvention à un taux fixe (ou éventuellement payent une taxe selon le signe de b) consistant à rembourser une part des coûts fixes. Le coût net d'un brevet pour les firmes est donc $\hat{f} = f(1-b)$. La condition (2.10) devient

$$\hat{f} = \frac{1-\alpha}{\beta\alpha}\frac{K_t}{N_t} \tag{2.11}$$

2.1.2 Consommateur

Le programme du consommateur sera la maximisation de la somme de ses utilités escomptées sous la nouvelle contrainte budgétaire incorporant les taxes payées.

$$Max \int_0^\infty U(c_t, l_t)e^{-\rho t}dt$$

Sachant que nous voulons étudier la fiscalité optimale dans un modèle de croissance endogène, nous sommes alors obligés de choisir les fonctions d'utilité qui sont compatibles avec un taux de croissance positif sur le sentier de croissance équilibrée. Dans la section 6.2, nous donnons deux exemples : Une fonction d'utilité non-séparable du type CRRA et une fonction d'utilité séparable mais logarithmique en consommation.

La contrainte budgétaire et la condition de solvabilité sont données par

$$\dot{B}_t = \hat{r}_t B_t + \hat{w}_t(1-l_t) - C_t - T_t \tag{2.12}$$

$$\lim_{t\to\infty} B_t e^{-\hat{r}t} \geq 0$$

où l'on a défini $\hat{w}_t = (1-\tau_t^w)w_t$ et $\hat{r}_t = (1-\tau_t^k)r_t$. Avant de s'intéresser aux conditions du premier ordre (CPO), il faut préciser que B peut être interprété à la fois comme le capital (où il n'existe pas de dépréciation) ou un actif qui permet les transferts intertemporels de l'agent. T représente les impôts/taxes forfaitaires. Il est bien connu que l'on peut atteindre l'optimum de premier rang si le gouvernement a accès à des impôts forfaitaires. Etant donné que nous nous intéressons essentiellement à la structure des taxes quand les taxes/impôts forfaitaires ne sont pas applicables, nous aurions pu supposer $T_t = 0$ à chaque date des le début. Néanmoins, pour pouvoir comparer les optimums de premier rang et de second rang, nous conserverons T_t dans la contrainte budgétaire de l'agent. Les CPOs sont données par

$$U'_C(C_t, l_t) = \lambda_t \tag{2.13a}$$

$$U'_l(C_t, l_t) = \hat{w}_t \lambda_t \tag{2.13b}$$

$$\dot{\lambda}_t = \lambda_t(\rho - \hat{r}_t) \tag{2.13c}$$

2.1.3 Gouvernement

L'approche standard revient à trouver la meilleure façon de financer une certaine somme de dépenses publiques supposée exogène mais qui ne sert à rien dans la formulation habituelle de la littérature sur la fiscalité optimale[6]. C'est en quelque sorte la minimisation de la perte sociale habituelle dans un environnement dynamique. Nous allons prendre un chemin un peu différent en introduisant les subventions pour corriger l'effet néfaste de la concurrence monopolistique et pour favoriser la croissance (endogène). Ceci nous permet, non seulement d'éviter l'hypothèse des dépenses publiques qui ne servent à rien, mais surtout, de mieux voir les arbitrages concernant l'efficacité due aux taxes distorsives : d'un coté, elles sont nécessaires pour subventionner les facteurs favorisant la croissance, donc le bien-être, comme le nombre de variétés des biens ; d'un autre coté, elles engendrent un coût parce qu'elles modifient le rapport relatif des prix de telle manière que les taux marginaux de substitution de certains biens ne sont plus égaux aux taux marginaux de transformation.

[6]Sauf quelques exceptions comme Jones *et al.* (1993) où les dépenses publiques entrent dans la fonction de production ; Judd (1999) et Guo et Lansing (1999) où les dépenses publiques entrent dans la fonction d'utilité.

L'équilibre sur le marché des biens et services s'écrit :

$$\dot{K}_t = N_t^v K_t^\beta H_t^{1-\beta} - C_t - \dot{N}_t f$$

On peut définir $W_t = K_t + N_t f$ comme l'investissement total à chaque date. La contrainte de ressource s'écrit alors

$$\dot{W}_t = N_t^v (W - N_t f)^\beta H_t^{1-\beta} - C_t \tag{2.14}$$

L'agrégation des quantités par firme nous donne les valeur agrégées du capital et du travail

$$K_t = N_t k_t$$

$$H_t = N_t h_t = Z_t(1 - l_t)$$

où Z_t est le nombre des agents dans notre économie. L'équilibre sur le marché de capitaux est donné par

$$B_t = K_t + D_t$$

où D_t est le niveau de la dette publique.

Remarque 2.1 *Notre modèle accepte une croissance à taux constant si $v+\beta = 1$ en absence de croissance démographique et du progrès technique exogène. Etant donné que notre modèle est un modèle de croissance endogène il existe une contrainte sur la valeur de v.*

- *Soit v doit être égal à $1 - \beta$ si le taux de croissance démographique est nul (le cas nécessaire pour avoir une croissance endogène à long terme.)*
- *Soit v doit être inférieur à $1 - \beta$ si le taux de croissance démographique est positif (le cas qu'on appelle souvent croissance semi-endogène)*

en sachant que β *est l'élasticité de la fonction de production des biens intermédiaires par rapport au capital dans la fonction de production des biens intermédiaires,* $x = k^{\beta}h^{1-\beta}$. *Cette propriété des modèles de croissance endogène est bien connue. L'annexe* (6.1) *en donne une simple discussion. Puisque nous voulons analyser la fiscalité optimale dans le cadre de la croissance endogène nous garderons* $v + \beta = 1$ *et supposerons que la population est constante, i.e.* $Z_t = 1, \forall t$. *Ceci est équivalent à la condition selon laquelle les rendements d'échelle par rapports aux facteurs accumulables doivent être égaux à* 1 *pour avoir une croissance économique.*

Comme notre modèle est un modèle de croissance endogène probablement acceptant un taux de croissance positif sur le sentier de croissance équilibrée, nous devrions définir des variables stationnaires qui ne croissent pas à long-terme pour pouvoir résoudre le système d'équations différentielles associé. Posons

$$y_t = \frac{Y_t}{K_t}, \quad q_t = \frac{C_t}{K_t}, \quad \omega_t = \frac{W_t}{K_t}, \quad n_t = \frac{N_t}{K_t}, \quad z_t = \frac{U_l'(C_t, l_t)}{U_C'(C_t, l_t)K_t}$$

Avant tout, notez que n_t et ω_t sont constants et dépendants de b. De l'équation (2.11), nous avons

$$n_t = n = \frac{1-\alpha}{\beta\alpha f(1-b)} \tag{2.15}$$

$$\omega_t = \omega = 1 + nf \tag{2.16}$$

On a donc $W_t = (1 + nf)K_t$ et par conséquent $\frac{\dot{W}_t}{W_t} = \frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{\dot{N}_t}{N_t}$. De la fonction de production et de la définition de y_t, on obtient $y_t = n^v(1-l_t)^v$. A travers la définition même de q_t, nous pouvons écrire

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = \frac{\dot{C}_t}{C_t} - \frac{\dot{K}_t}{K_t}$$

En utilisant la contrainte de ressource, nous obtiendrons

$$\frac{\dot{W}_t}{K_t} = y_t - q_t$$

De (2.28) on peut écrire $W_t = (1 + nf)K_t$, ce qui donne

$$\frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{1}{(1+nf)}\frac{\dot{W}_t}{K_t} = \frac{1}{1+nf}(y_t - q_t)$$

Dérivons (2.13a) par rapport au temps

$$-\frac{1}{\sigma(C,l)}\frac{\dot{C}_t}{C_t} + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t} = \frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t}$$

où

$$\sigma(C,l) = -\frac{U'_C(t)}{U''_{CC}(t)C_t}, \quad \epsilon(C,l) = \frac{U'_C(t)}{U''_{Cl}(t)l_t}$$

sont respectivement l'élasticité de substitution entre la consommation à des dates différentes et l'élasticité de substitution entre loisir et consommation de la même date.

En utilisant (2.13c)

$$-\frac{1}{\sigma(C,l)}\frac{\dot{C}_t}{C_t} + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t} = \rho - (1-\tau_u^k)\alpha(1-v)y_t$$

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \sigma(C,l)\Big[(1-\tau_t^k)\alpha(1-v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t}\Big]$$

Remplaçons $\dot{K}/K$ et $\dot{C}/C$ dans $\dot{q}/q$,

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = \sigma(C,l)\Big[(1-\tau_t^k)\alpha(1-v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t}\Big] - \frac{y_t - q_t}{1+nf}$$

Des (2.13a), (2.13b), (2.8a) et la définition de y_t, on obtient

$$z_t = (1-\tau_t^w)\frac{\alpha v y_t}{1-l_t}$$

Définition 2.2 (Equilibre décentralisé) *Un équilibre décentralisé dans cette économie est un vecteur des quantités $\mathbf{A}_E = \{y_t, z_t, n, q_t, \omega_t, l_t\}_0^\infty$, un vecteur d'instruments fiscaux $\Psi = \{b, \tau_t^k, \tau_t^w, T_t\}_0^\infty$ tels que le budget intertemporel du gouvernement est respecté ; le consommateur maximise son utilité sous contrainte budgétaire, les* *firmes maximisent leur profit sous contraintes technologiques ; et les marchés de capitaux, des biens et services sont en équilibre. Ceci n'est possible que si les équations suivantes sont respectées :*

$$y_t = n^v(1-l_t)^v \tag{2.17a}$$

$$z_t = (1-\tau_t^w)\frac{\alpha v y_t}{1-l_t} \tag{2.17b}$$

$$n_t = n = \frac{1-\alpha}{\beta\alpha f(1-b)} \tag{2.17c}$$

$$\omega_t = \omega = 1+nf \tag{2.17d}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = \sigma(C,l)\Big[(1-\tau_u^k)\alpha(1-v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t}\Big] - \frac{y_t-q_t}{1+nf} \tag{2.17e}$$

$$\frac{\dot{\omega}_t}{\omega_t} = 0 \tag{2.17f}$$

étant donné les niveaux initiaux du capital K_0, de richesse du consommateur B_0 et des variétés N_0.

Nous n'introduirons pas la contrainte budgétaire de l'agent (CBA) ni la contrainte budgétaire du gouvernement (CBG), ni l'équilibre dans le marché des capitaux dans la définition d'équilibre, parce qu'elles ne sont pas nécessaires. En effet, la contrainte de ressource est obtenue à partir de ces trois équations.

La politique fiscale optimale est celle qui maximise la somme des utilités escomptées de l'agent dans l'équilibre décentralisé défini ci-dessus. Il est bien connu que l'on peut atteindre l'optimum de premier rang si l'on a accès à des taxes et transferts forfaitaires. Dans le cas où ce n'est possible, on doit recourir à des taxes distorsives et l'analyse devient celle du *second-best*.

Il serait intéressant de comparer les optimums de second rang avec celui de premier rang pour mesurer de combien nous en sommes loin. Pour cela, il nous faut trouver d'abord les allocations et politiques de l'optimum de premier rang.

2.2 Optimum social

Même si notre objectif est de trouver l'optimum de second rang associé à des taxes distorsives, il est nécessaire dans un premier temps de trouver les allocations susceptibles d'être choisies par un planificateur social dans une logique l'optimum de premier rang. Le hamiltonien du programme du planificateur s'écrit :

$$H = U(C_t, l_t) + \kappa_t[N_t^v(W_t - N_t f)^{1-v}(1-l_t)^v - C_t]$$

Les variables de commande sont C_t, l_t, N_t et celle d'état est W_t.

$$U'_C(C_t, l_t) = \kappa_t \tag{2.18a}$$

$$U'_l(C_t, l_t) = \kappa_t v N_t^v K_t^{1-v}(1-l_t)^{v-1} \tag{2.18b}$$

$$vN_t^{v-1}K_t^{1-v}(1-l_t)^v = (1-v)fN_t^vK_t^{-v}(1-l_t)^v \tag{2.18c}$$

$$\dot{\kappa}_t = \kappa_t\rho_t - \kappa_t(1-v)N_t^vK_t^{-v}(1-l_t)^v \tag{2.18d}$$

En utilisant (2.18c), on arrive à

$$\frac{N_t}{K_t} = \frac{v}{(1-v)f} \tag{2.19}$$

Si $v = 0$, l'on aura $N_t = 0$. Ce résultat est intuitif dans la mesure où le nombre de variétés n'a aucun effet sur la production, le choix optimal est d'avoir une seule variété. Ainsi, on minimise les dépenses des coûts fixes liées à la création de variété. En revanche, quand v tend vers 1 le nombre de variétés tend vers l'infini.

De (2.19) nous voyons que n_t est constant.

$$n_t = n = \frac{v}{(1-v)f} \tag{2.20}$$

et donc ω_t l'est aussi

$$\omega_t = \omega = 1 + nf \tag{2.21}$$

Ce qui implique de nouveau $W_t = (1+nf)K_t$ et W, K, N croissent au même taux. De manière similaire, de la fonction de production, nous obtenons $y_t = n^v(1-l_t)^v$. Et des équations (2.18a) et (2.18d)

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \sigma(C,l)\Big[(1-v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t}\Big]$$

Nous pouvons utiliser la contrainte de ressource pour arriver à

$$\frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{y_t - q_t}{1+nf}$$

En combinant ces deux résultats, et la définition de q, on obtient :

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = \sigma(C,l)\Big[(1-v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t}\Big] - \frac{y_t - q_t}{1+nf}$$

(2.18a) et (2.18b) impliquent alors

$$z_t = \frac{vy_t}{1-l_t}$$

En se basant sur les CPOs ci-dessus, nous pouvons définir formellement l'optimum de premier rang de notre économie.

Définition 2.3 (Optimum social) *Un optimum social est un vecteur des quantités $\mathbf{A}_O = \{y_t, z_t, n, q_t, \omega_t, l_t\}_0^\infty$ satisfaisant les équations suivantes :*

$$y_t = n^v(1-l_t)^v \tag{2.22a}$$

$$z_t = \frac{\alpha v y_t}{1-l_t} \tag{2.22b}$$

$$n_t = n = \frac{v}{(1-v)f} \tag{2.22c}$$

$$\omega_t = \omega = 1+nf \tag{2.22d}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = \sigma(C,l)\Big[(1-v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C,l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t}\Big] - \frac{y_t - q_t}{1+nf} \tag{2.22e}$$

$$\frac{\dot{\omega}_t}{\omega_t} = 0 \tag{2.22f}$$

étant donné les niveaux initiaux du capital K_0 et de variétés N_0.

Si les taxes forfaitaires sont disponibles, le planificateur peut amener l'économie à l'optimum de premier rang en choisissant les bons taux de taxes et de subventions. La proposition suivante le caractérise.

Proposition 2.4 *La politique fiscale permettant d'atteindre l'optimum de premier rang est donnée par les taxes forfaitaires, T, et les taxes distorsives τ^{k*}, τ^{w*} et la taxe/subvention optimale b^*.*

$$b_t^* = b^* = 1 - \frac{\frac{1}{\alpha} - 1}{v} \tag{2.23a}$$

$$\tau_t^w = \tau^{w*} = 1 - \frac{1}{\alpha} \tag{2.23b}$$

$$\tau_t^k = \tau^{k*} = 1 - \frac{1}{\alpha} \tag{2.23c}$$

$$T_t = vY_t \tag{2.23d}$$

Preuve. Pour démontrer la proposition (2.4), on devrait comparer les deux systèmes d'équations définissant l''équilibre décentralisé et l'optimum de premier rang . Si elles sont identiques, alors, on peut reproduire les allocations de premier rang dans l'équilibre décentralisé. Une comparaison entre (2.17c) et (2.22c) nous donne la taxe/subvention optimale sur la création de variété

$$1 - b^* = \frac{\frac{1}{\alpha} - 1}{v},\ \forall t$$

Pour trouver l'impôt sur le travail on va égaliser la marge intratemporelle : autrement dit les équations (2.17b) et (2.22b).

$$\tau_t^{w*} = 1 - \frac{1}{\alpha}$$

De manière similaire, pour trouver τ_t^k on va utiliser (2.17e) et (2.22e). Cela signifie que la marge intertemporelle est identique, i.e.

$$\tau_t^{k*} = \tau^{k*} = 1 - \frac{1}{\alpha}$$

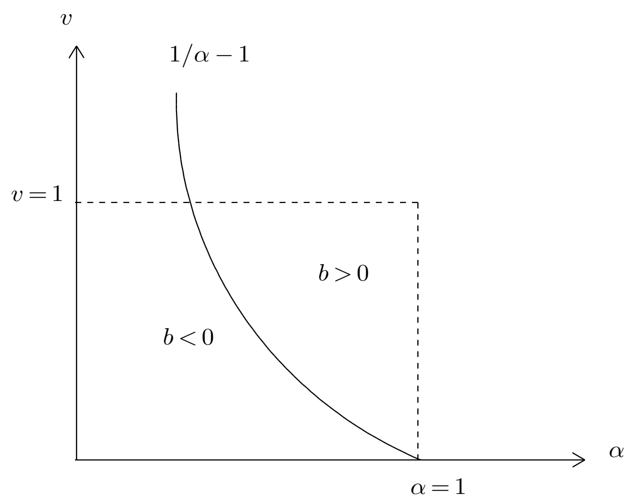

FIG. 2.1 – Rendements de la specialisation et pouvoir du marché

Cependant, en dehors de ce sentier le taux d'imposition sera variable ; et en particulier, pour des fonctions d'utilité homogènes, il ne dépendra que de l'évolution de l_t.

Afin de trouver les taxes forfaitaires il est nécessaire de prendre en compte la contrainte budgétaire de l'Etat qui découle de la CBA (2.12) et la contrainte de ressource (2.14). Puisqu'à chaque date on aura accès à des taxes forfaitaires, on supposera logiquement que la dette publique est nulle à chaque date, $D_t = 0, \forall t$. En utilisant ces deux contraintes-là on peut, dans un premier temps, exprimer les taxes forfaitaires comme

$$T_t = \hat{r}_t(K_t + N_t f) + \hat{w}_t(1 - l_t) - Y_t$$

Par la suite, on remplace (2.4), (2.7), (2.19), (2.23a), (2.23b) et (2.23c) dans cette équation ci-dessus pour atteindre $T_t = vY_t$. ■

Pour mieux voir l'intuition économique derrière cette proposition, il faut se rappeler qu'il existe *a priori* deux distorsions dans notre modèle : la concurrence monopolistique qui cause la sous-production de chaque variété et l'externalité due aux variétés qui engendre une sous ou sur production de variétés, à cause de la différence entre les gains privé et social de variétés. $v = \frac{1}{\alpha} - 1$ est le seuil critique pour l'externalité. Quand $v = \frac{1}{\alpha} - 1$ (ce qui est la formulation habituelle des modèles de croissance endogène) on voit que $b^* = 0$. Cela signifie que le nombre de variétés dans l'équilibre décentralisé est donné par la même formule que celle de l'optimum de premier rang. Quand $v > \frac{1}{\alpha} - 1$ les rendements sociaux de variété sont supérieurs au pouvoir du marché et nous devrons subventionner la création de variété, i.e. $b > 0$. En revanche, dans le cas où $v < \frac{1}{\alpha} - 1$ les rendements sociaux de variété sont inférieurs au pouvoir du marché et il faudrait taxer la création de variété, i.e. $b < 0$ (Voir la Figure (2.1)). Quant à la deuxième distorsion, celle induite par la concurrence monopolistique, il est nécessaire de subventionner à la fois le revenu du capital et le revenu du travail pour la corriger : $\tau^k = \tau^w = 1 - \frac{1}{\alpha} < 0$. Cette subvention dépend uniquement du pouvoir de marché, plus particulièrement, elle est indépendante de la valeur de v.

Le fait qu'un seul instrument suffise pour corriger les deux défaillances du marché–externalités et pouvoir du marché–dans le cas de la formulation habituelle, $v = \frac{1}{\alpha} - 1$, est bien connu dans la littérature de la croissance endogène[7]. En effet, quand il n'existe pas d'externalité de la recherche présente sur la recherche future dans le secteur de recherche–ce qui le cas dans notre modèle–la distorsion statique due à la concurrence monopolistique est la seule raison pour ces deux défaillances. Alors, corriger cet effet unique suffit pour atteindre l'optimum de premier rang. Pour clarifier

[7]Voir Romer (1987) pour une discussion de ce point dans un modèle précurseur. Gancia et Zilibotti (2005) est un article destiné à l'étude de ce type de modèle–introduit par Riviera-Batiz and Romer (1991)–appelé "lab-equipment model".

cela, réécrivons l'équation (2.10) quand $v = \frac{1}{\alpha} - 1$,

$$k_t = k = \frac{(1-v)\alpha}{1-\alpha} f = \frac{1-v}{v} f$$

ce qui signifie que le niveau du capital utilisé par chaque firme produisant le bien intermédiaire (et donc leur niveau de production) est non seulement identique, mais aussi, égal à son niveau en optimum de premier rang. Alors, une subvention aux facteurs de production accroît l'offre globale de K_t, H_t, ce qui augmente à son tour le nombre de variétés, étant donné $K_t = N_t k$ et $H_t = N_t h_t$. L'équivalent de ce résultat existe, dans un cadre statique, chez Dixit et Stiglitz (1977, p.301) : l'équilibre décentralisé fournit la bonne quantité de chaque variété, mais pas assez de variétés au niveau agrégé. Autrement dit, l'équilibre statique est efficient pour W_t donné, alors que celui dynamique ne l'est pas (W_t est trop faible). Au fait, dans le cas $v = \frac{1}{\alpha} - 1$, les deux distorsions se compensent, parce qu'elles ont la même ampleur mais des directions complètement opposées. La concurrence monopolistique a un effet négatif sur la quantité produite de chaque variété via le pouvoir du marché, tandis que l'externalité a un effet positif via la préférence pour la variété.

3 Approche primale

Le problème de Ramsey, introduit par Ramsey (1927), consiste à trouver la meilleure façon de financer un certain niveau de dépenses publiques en faisant deux hypothèses importantes et cruciales : il n'y a pas de taxes forfaitaires et les agents économiques réagissent, dans leur propre intérêt, à des modifications de prix dues aux taxes distorsives. On peut étudier ce problème en utilisant l'approche duale, comme Chamley (1986), ou l'approche primale–introduite par Atkinson et Stiglitz (1972, 1980)–comme Jones *et al.* (1997). Nous allons opter pour la deuxième méthode pour la facilité analytique qu'elle propose.

Dans une économie décentralisée, à chaque politique fiscale correspond une allocation de biens et services particulière contenant un vecteur de prix qui reflète les réponses optimales des agents et des firmes. Autrement dit, chaque politique fiscale qui respecte la contrainte budgétaire de l'Etat correspond à un équilibre décentralisé particulier. On pourrait choisir, donc, directement des allocations (approche primale) à la place des prix (approche duale) étant donné cette equivalence entre les prix et les allocations. La seule chose à faire est de poser des restrictions sur le panier des allocations, parmi lesquelles l'Etat peut faire un choix, pour être sur que cet ensemble des allocations est compatible avec l'équilibre décentralisé. Une fois allocation optimale trouvée, nous pourrions trouver les prix (taxes) implicites à cette allocation par un raisonnement à rebours. Ce sont les prix qui engendreraient cette même allocation dans l'équilibre décentralisé.

Sachant que nous concentrons notre analyse sur les taxes distorsives, nous supposerons désormais que $T_t = 0$ pour tout période.

Dans cette section, nous déterminerons *l'ensemble des allocations réalisables dans une économie décentralisée* (que l'on va appeler allocations implémentables) afin de pouvoir utiliser l'approche primale. Nous étudierons par la suite les deux contraintes qui caractérisent cet ensemble. Tout d'abord, nous formulerons la contrainte de ressource de l'économie qui délimite l'ensemble des allocations parmi lesquelles le planificateur peut choisir et qui respecte les conditions du premier ordre des firmes ainsi que la frontière des possibilités de production. Ensuite, il s'agira de décrire la contrainte d'implémentation qui assure que l'allocation choisie respecte bien les conditions du premier ordre de l'agent et sa contrainte budgétaire intertemporelle.

3.1 Contrainte de ressource avec libre entrée

Les allocations réalisables dans une économie décentralisée doit respecter l'équation (2.14), à savoir :

$$\dot{K}_t + \dot{N}_t f = N_t^v K_t^{1-v}(1-l_t)^v - C_t$$

La contrainte de ressources est telle que toute allocation réalisable $\{C_t, l_t, K_t, N_t\}_0^\infty$ dans une économie concurrentielle la respecte étant donné les comportements optimaux des firmes. Si une allocation la respecte, alors, on peut trouver une suite de prix de producteurs $\{\hat{f}, r_t, w_t\}_0^\infty$ telle que le vecteur d'input-output choisi par les firmes sera compatible avec l'équilibre sur le marché des biens et services et la contrainte de libre entrée. Pour la preuve voir la Proposition (2.5).

3.2 Contrainte d'implémentation

Traditionnellement cette contrainte est sous forme d'une contrainte actualisée lorsque l'approche primale est utilisée (voir Chari et Kehoe (1999) ou Judd (1999)). Nous allons suivre d'Autume (2006) pour obtenir la contrainte de mise en oeuvre sous forme d'une équation différentielle et définir $Q_t = \lambda_t B_t$. En utilisant les conditions du premier ordre et la contrainte budgétaire du consommateur, (2.13),

$$\begin{aligned} \dot{Q}_t &= \dot{B}_t \lambda_t + B_t \dot{\lambda}_t \\ &= \big(\hat{r}_t B_t + \hat{w}_t(1-l_t) - C_t\big)\lambda_t + B_t \lambda_t(\rho - \hat{r}_t) \\ &= \rho Q_t + U_l'(C_t, l_t)(1-l_t) - U_C'(C_t, l_t)C_t \quad \text{avec} \quad Q_0 = B_0 U_c'(0) \end{aligned} \tag{2.24}$$

Si la contrainte budgétaire de l'agent (2.12) et ses conditions du premier ordre d'optimisation sont respectées alors l'équation (2.24) aussi sera respectée (indépendamment des comportements optimaux des firmes). Ci-après nous appellerons cette dernière *la contrainte d'implémentation.* Toute allocation réalisable dans une économie décentralisée la respecte par construction. Pour la preuve voir la Proposition (2.5).

Si l'on avait accès à des impôts forfaitaires, la seule contrainte serait celle de ressources pour le planificateur. Or, à défaut de tels impôts on est amené à prendre en compte une contrainte encore plus sévère, celle d'implémentation. Elle reflète le conflit sur le partage des ressources entre le gouvernement et les ménages. En collectant toutes ces informations on peut définir l'ensemble des allocations implémentables.

Proposition 2.5 *L'ensemble des allocations implémentables dans une économie décentralisée est un vecteur* $\mathbf{A}_I = \{C_t, l_t, K_t, N_t\}_0^\infty$ *respectant les équations suivantes :*

$$\dot{K}_t + \dot{N}_t f = N_t^v K_t^{1-v}(1-l_t)^v - C_t \tag{2.25a}$$

$$Q_0 = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}[U'_C(t)C_t - U'_l(t)(1-l_t)]dt \tag{2.25b}$$

Preuve. Un vecteur $\mathbf{A}_I = \{C_t, l_t, K_t, N_t\}_0^\infty$ respectant les équations (2.25a), (2.25b) est un ensemble d'allocations implémentables étant donné des valeurs initiales K_0, N_0, B_0 et le coût fixe des brevets f, on peut trouver les trajectoires des prix des producteurs et des consommateurs de telle façon que l'ensemble d'allocation en question soit choisi par les firmes et les consommateurs dans un équilibre décentralisé. On peut obtenir

– la trajectoire des coûts fixes après taxe grâce à l'équation (2.11)

$$\hat{f} = \frac{K_t}{N_t}\frac{1-\alpha}{(1-v)\alpha}$$

– la trajectoire des prix des facteurs de production à travers équations (2.8b), (2.8a)

$$r_t = \alpha(1-v)N_t^v K_t^{-v}(1-l_t)^v, \quad w_t = \alpha v N_t^v K_t^{1-v}(1-l_t)^{v-1}$$

– la trajectoire de λ_t suivant équation (2.13a)

$$\lambda_t = U'_C(C_t, l_t)$$

– la trajectoire des prix du consommateur via des équations (2.13b), (2.13c)

$$\hat{w}_t = \frac{U'_l(C_t, l_t)}{\lambda_t}, \quad \hat{r}_t = \rho - \frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t}$$

■

Remarque 2.6 *Les taux d'imposition (pas forcément optimaux) sont donnés par la relation entre les prix des producteurs et ceux du consommateurs :* $b = 1 - \hat{f}/f$, $\tau_t^k = 1 - \hat{r}_t/r_t$ *et* $\tau_t^w = 1 - \hat{w}_t/w_t$.

Par la loi Walras, le budget de l'Etat sera équilibré, étant donné les contraintes technologiques, la contrainte budgétaire de l'agent et les conditions d'équilibre du marché.

4 Problème de Ramsey

Une fois que l'on a formulé la contrainte de ressources avec libre entrée et celle d'implémentation on peut passer à la description de l'optimum de second rang. Le planificateur va maximiser la somme des utilités escomptées seulement en fonction de la contrainte de ressources et celle d'implémentation seulement. La condition de libre entrée ne sera pas imposée parce qu'une fois les allocations optimales trouvées, elle sera automatiquement respectée par le choix de b. En fait, la condition de libre entrée est une condition d'arbitrage du côté de production, i.e. une condition nécessaire pour l'efficacité productive à b donné. Mais cette condition ne nous dit pas que le b est optimal. Autrement dit, *la condition de libre entrée est une condition nécessaire pour caractériser l'allocation de l'équilibre décentralisé mais pas celle optimale au sens du l'optimum de premier/second rang.* Une fois l'allocation optimale trouvée, la question est de savoir si l'on est capable de l'implémenter dans l'équilibre décentralisé. Cela revient à chercher le b approprié.

Définition 2.7 (Problème de Ramsey) *Etant donné les conditions initiales* (K_0, N_0, B_0) *on peut trouver l'allocation optimale résolvant le problème suivant*

$$\underset{C,l,N,K,Q}{Max} \int_{t=0}^{\infty} U(C_t, l_t) e^{-\rho t}$$

$$\dot{Q}_t = \rho Q_t + U'_l(C_t, l_t)(1 - l_t) - U'_C(C_t, l_t)C_t, \quad Q_0 = B_0 U'_C(C_0, l_0).$$

$$\dot{K}_t + \dot{N}_t f = N_t^v K_t^{1-v}(1 - l_t)^v - C_t, \ \forall t$$

Le Hamiltonien courant est

$$\begin{aligned} H^c = {} & U(C_t, l_t) + \psi_{kt}[N_t^v (W_t - N_t f)^{1-v}(1 - l_t)^v - C_t] \\ & + \psi_{qt}[\rho Q_t + U'_l(C_t, l_t)(1 - l_t) - U'_C(C_t, l_t)C_t] \end{aligned}$$

La variable adjointe de la contrainte d'implémentation ψ_q et celle de la contrainte de ressources ψ_k seront positives. Le coût des fonds publics (*marginal excess burden*) est défini comme ψ_q. C'est le montant que les ménages voudraient payer pour remplacer un euro de taxes distorsives par un euro de taxes forfaitaires.

Les variables de commande sont C_t, l_t, N_t et celle d'état sont Q_t, W_t :

$$\psi_{kt} = U'_C(C_t, l_t)[1 - \psi_{qt}(1 + E^C_t)] \tag{2.26a}$$

$$\psi_{kt} v N^v_t K^{1-v}_t (1 - l_t)^{v-1} = U'_l(C_t, l_t)[1 - \psi_{qt}(1 + E^l_t)] \tag{2.26b}$$

$$v N^{v-1}_t K^{1-v}_t (1 - l_t)^v = f(1 - v) N^v_t K^{-v}_t (1 - l_t)^v \tag{2.26c}$$

$$\dot{\psi}_{qt} = 0 \tag{2.26d}$$

$$\dot{\psi}_{kt} = \rho\psi_{kt} - \psi_{kt}(1 - v) N^v_t K^{-v}_t (1 - l_t)^v \tag{2.26e}$$

$$E^i_t = \frac{C_t U''_{Ci}}{U'_i} - \frac{(1 - l_t)U''_{li}}{U'_i}, \quad i = C, l$$

De (2.26c) nous voyons que n_t est constant.

$$n_t = n = \frac{v}{(1 - v)f} \tag{2.27}$$

et donc ω_t l'est aussi

$$\omega_t = \omega = 1 + nf \tag{2.28}$$

Ce qui implique de nouveau $W_t = (1 + nf)K_t$ et que W, K, N croissent au même taux. De manière similaire, la fonction de production on a $y_t = n^v(1-l_t)^v$. De (2.26a) et (2.26e) l'on obtient

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \sigma(C, l)\Big[(1 - v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C, l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t} - \frac{\psi_q \dot{E}^C_t}{1 - \psi_q(1 + E^C_t)}\Big]$$

Comme dans les sections précédentes, la contrainte de ressource nous donne

$$\frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{1}{1 + nf}(y_t - q_t)$$

En combinant ce résultat avec (2.26e), nous obtenons

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = \sigma(C, l)\Big[(1 - v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C, l)}\frac{\dot{l}_t}{l_t} - \frac{\psi_q \dot{E}^C_t}{1 - \psi_q(1 + E^C_t)}\Big] - \frac{y_t - q_t}{(1 + nf)}$$

Les équations (2.26a) et (2.26b) impliquent

$$z_t = \frac{vy_t}{1 - l_t} \frac{[1 - \psi_q(1 + E_t^C)]}{[1 - \psi_q(1 + E_t^l)]}$$

On peut définir les allocations respectant l'optimum de second rang formellement, de façon suivante :

Définition 2.8 (Optimum de second rang) *Un optimum de second rang est un vecteur des quantités* $\mathbf{A}_S = \{y_t, z_t, n, q_t, \omega_t, l_t\}_0^\infty$ *et un coût des fonds publics* ψ_q *satisfaisant les équations suivantes :*

$$y_t = n^v (1 - l_t)^v \tag{2.29a}$$

$$z_t = \frac{vy_t}{1 - l_t} \frac{[1 - \psi_q(1 + E_t^C)]}{[1 - \psi_q(1 + E_t^l)]} \tag{2.29b}$$

$$n_t = n = \frac{v}{(1 - v)f} \tag{2.29c}$$

$$\omega_t = \omega = 1 + nf \tag{2.29d}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = \sigma(C, l)\Big[(1 - v)y_t - \rho + \frac{1}{\epsilon(C, l)} \frac{\dot{l}_t}{l_t} - \frac{\psi_q \dot{E}_t^C}{1 - \psi_q(1 + E_t^C)}\Big] - \frac{y_t - q_t}{(1 + nf)} \tag{2.29e}$$

$$\frac{\dot{\omega}_t}{\omega_t} = 0 \tag{2.29f}$$

$$B_0 U'_C(0) = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} [U'_C(t) C_t - U'_l(t)(1 - l_t)] dt \tag{2.29g}$$

étant donné les niveau initiaux du capital K_0*, de variétés* N_0*, et de richesse de l'agent* B_0*.*

En comparant la definition de l'équilibre décentralisé avec celle de l'optimum de second rang, nous assistons qu'il est possible de déterminer récursivement la trajectoire de tous le taux d'imposition/subvention.

Proposition 2.9 *La politique fiscale permettant d'atteindre l'optimum de second rang est donnée par les taxes distorsives τ^{k*}, τ^{w*} et la taxe/subvention optimale b^*.*

$$b^{SB} = b^* = 1 - \frac{\frac{1}{\alpha} - 1}{v} \tag{2.30a}$$

$$\tau_t^{w,SB} = 1 - \frac{1}{\alpha \Omega_t(l_t, \psi_q)}, \quad \Omega_t(l_t, \psi_q) = \frac{[1 - \psi_q(1 + E_t^l)]}{[1 - \psi_q(1 + E_t^C)]} \tag{2.30b}$$

$$\tau_t^{k,SB} = 1 - \frac{1}{\alpha}\Big[1 - \frac{1}{(1-v)y_t}\frac{\psi_q \dot{E}_t^C}{1 - \psi_q(1 + E_t^C)}\Big] \tag{2.30c}$$

$$\tag{2.30d}$$

La taxe/subvention sur la variété dans l'optimum de second rang est identique à celle de l'optimum de premier rang. En revanche, le taux d'imposition optimal sur le revenu du travail et celui sur le revenu du capital sont, en général, différents en comparaison avec l'optimum de premier rang. Seulement sur le sentier de croissance équilibrée, le taux d'imposition optimal sur le revenu du capital est égal à sa valeur en optimum de premier rang.

Preuve. Pour démontrer la proposition ci-dessus il faut se rappeler qu'il suffit que les deux systèmes d'équations définissant l'équilibre décentralisé et l'optimum de second rang soient identiques. On va comparer les equations une par une pour en déduire les instruments fiscaux qui permettent de reproduire les allocations de second rang dans l'équilibre décentralisé. Une comparaison entre (2.17c) et (2.29c) nous donne la taxe/subvention optimale sur la création de variété. Pour trouver l'impôt sur le travail il faut que la marge intratemporelle soit identique à travers des équations (2.17b) et (2.29b). Comme le loisir sera constant sur le sentier de croissance équilibrée, on aura $\Omega_t(l_t, \psi_q) = \Omega(l, \psi_q)$, $\forall t$ et donc

$$\tau^{w,SB} = 1 - \frac{1}{\alpha \Omega(l, \psi_q)} \neq \tau^{w*} \tag{2.31}$$

De manière similaire, pour trouver τ_t^k l'on va utiliser (2.17e) et (2.29e). Il faut que la marge intertemporelle dans ces deux systèmes soient égale. Sachant E_t^C constant sur le sentier de croissance équilibrée[8], on aura $\dot{E}_t^C = 0$. Les deux expressions ne seront égales que

$$\tau^{k,SB} = \tau^{k*} = 1 - \frac{1}{\alpha} \tag{2.32}$$

Toutefois, en dehors de ce sentier[9], le taux d'imposition sera variable[10] ; et en particulier, pour des fonctions d'utilité homogènes, il ne dépendra que de l'évolution de l_t.

Notez que ψ_q sera déterminé par l'équation (2.29g). Le fait qu'il y a C_t dans cette équation n'est pas un problème parce qu'étant donné le vecteur $\{q_t, \omega_t, n\}_0^\infty$ on peut récupérer le vecteur $\{C_t\}_0^\infty$. ■

Le taux d'imposition optimal sur le revenu du travail est différent en optimum de second rang par rapport à celui de premier rang, à la fois dans la transition et sur le sentier de croissance équilibrée. La valeur du coût des fonds publics (ψ_q) différencie les deux. Etant donné le caractère distorsif des taxes, nous ne parvenons plus à atteindre l'allocation de premier rang. Le taux d'imposition optimal sur le revenu du capital est négatif et égal à sa valeur en optimum de premier rang seulement sur le sentier de croissance équilibrée. En dehors du sentier de croissance équilibrée, l'impôt sur le capital sera variable, à la différence de l'optimum de premier rang.

[8] Les dynamiques de notre modèle ressemblent de près à celles du modèle AK où l'offre de travail est endogène. Le lecteur peut se reporter à Benhabib et Farmer (1994), à Pelloni et Waldmann (1998) et à García-Peñalosa et Turnovsky (2006) pour une discussion de ce sujet. Dans ce cadre, il est possible qu'il n'existe pas de dynamique transitoire, une fois que certaines contraintes sont posées sur les paramètres du modèle. Si, effectivement nous sommes dans une telle configuration, les formules des impôts optimaux seront données par leur valeur de long terme dès la période initiale.

[9] Voir aussi la note de bas de page (8).

[10] L'Annexe (6.2) donne deux illustrations : pour une fonction d'utilité séparable et logarithmique en consommation, et une autre non séparable du type CRRA.

Judd (1997) trouve des résultats similaires : la politique fiscale optimale consiste à subventionner le capital pour corriger les effets de la concurrence monopolistique sur l'offre du capital alors que le travail est taxé pour financer la subvention faite au capital. Judd base la justification d'une telle politique sur le principe de Diamond-Mirrlees (1971) de la non-taxation des biens intermédiaires. L'intuition est que la distortion induite par l'imposition du capital a un coût plus élevé par rapport à celle du travail, le capital étant unique input dans la production du bien intermédiaire.

Or, dans notre formulation et le capital et le travail sont des inputs pour produire le bien intermédiaire. Les arguments de Judd (1997) ne peuvent, donc, pas s'appliquer simplement. L'intuition derrière nos résultats est que, le capital étant un stock et le travail un flux, la distorsion dans l'accumulation des stocks implique un coût supérieur en termes de bien-être[11]. Autrement dit, les distortions intratemporelles ont un coût moins élevé que celles intertemporelles en termes de bien-être. Par conséquent, le capital est taxé (ou subventionné) selon sa formule en premier rang alors que le travail fournit une source de financement au cas où ça serait nécessaire.

5 Conclusion

L'optimum de premier rang suppose que la politique optimale consiste à taxer ou à subventionner la variété selon l'ampleur des rendements sociaux de la spécialisation de façon à atteindre le bon nombre de variétés. Le capital et le travail sont subventionnés pour corriger les effets néfastes de la concurrence imparfaite. Ces politiques sont possibles grâce aux impôts forfaitaires.

En revanche, dans l'optimum de second rang nous avons un arbitrage entre variété et quantité. Cet arbitrage est biaisé vers la variété : la politique optimale

[11] Le même argument a été avancé d'abord par Jones et al. (1993,1997).

consiste d'abord à trouver le bon nombre de variétés et ensuite nous essayons de corriger la quantité produite de chaque bien intermédiaire tout en prenant en compte le fait que les subventions doivent être financées par des taxes distorsives sur le capital et le travail. Sur le sentier de croissance équilibrée, la formule de la subvention optimale du capital est identique à celle de l'optimum de premier rang, alors que la formule de l'impôt optimal du travail en second rang diffère de sa formule en premier rang. En transition, les deux diffèrent de leurs valeurs en optimum de premier rang.

6 Annexe

6.1 Le taux de croissance

Etant donné la fonction de production et la contrainte de ressources, le taux de croissance constant sur le sentier de croissance équilibrée est, $g = g_C = g_K = g_Y = g_G = g_N$. A partir de la fonction de production nous obtenons

$$g = vg + \beta g + (1-\beta) g_H \Rightarrow g = \frac{g_H}{1 - \frac{v}{1-\beta}}$$

Quand $g_H = 0$ si $v \neq (1-\beta)$ il n'existe pas de croissance, $g = 0$. En revanche si $v = (1-\beta)$ le taux de croissance est indéterminé, mais c'est la seule valeur de v qui permet d'avoir une croissance régulière à long terme.

Une autre manière de voir les choses consiste à raisonner pour g_H donné, d'ailleurs ni ceci ni v ne sont des variables de choix ; elles sont données. On voit immédiatement que pour $v \geq (1-\beta)$, g sera infini si $g_H > 0$. On doit imposer donc $v < 1-\beta$ comme condition pour avoir un taux de croissance “plausible” quand $g_H > 0$. Si nous nous rappelons que β est l'élasticité de la production par rapport au capital et que v par rapport au nombre de variétés, c'est assez net : les rendements d'échelle par rapport aux facteurs accumulables doivent être inférieurs à un s'il existe une autre source exogène de la croissance. Si jamais cette source n'existe pas $g_H = 0$ il faut que les rendements d'échelle par rapport aux facteurs accumulables soient égaux à un pour qu'il y ait une croissance (endogène) à long terme.

6.2 Applications

Nous allons analyser deux spécifications particulières de la fonction compatible avec un sentier de croissance équilibrée. Nous avons

$$\tau_t^{k,SB} = 1 - \frac{1}{\alpha}\Big[1 - \frac{1}{(1-v)y_t}\frac{\psi_q \dot{E}_t^C}{1-\psi_q(1+E_t^C)}\Big]$$
$$\tau_t^{w,SB} = 1 - \frac{1}{\alpha\Omega(l_t,\psi_q)}$$

6.2.1 Utilité CRRA

$$U(C_t,l_t) = \frac{(C_t l_t^\theta)^{1-1/\sigma}-1}{1-1/\sigma}$$
$$\frac{\psi_q \dot{E}_t^C}{1-\psi_q(1+E_t^C)} = \frac{\psi_q\theta(1-1/\sigma)\dot{l}_t/l_t^2}{1-\psi_q(1-1/\sigma)[1-\theta(1/l_t-1)]}$$
$$\Omega(l_t,\psi_q) = 1 - \frac{\psi_q/l_t}{1-\psi_q(1-1/\sigma)[1-\theta(1/l_t-1)]}$$

6.2.2 Utilité séparable

$$U(C_t,l_t) = \log C_t - \gamma\frac{(1-l_t)^{1+1/\epsilon}}{1+1/\epsilon}$$
$$\dot{E}_t^C = 0$$
$$\Omega(l_t,\psi_q) = 1 - \psi_q(1+1/\epsilon)$$

Chapitre 3

Optimal fiscal policy in the Romer model

1 Introduction

Initially, Ramsey approach has been studied intensively for "optimal commodity taxation[1]". In last years, this insight has been applied to dynamic general equilibrium models[2], hence the question becomes rather "optimal (factor) income taxation". The main articles are Chamley (1985, 1986), Judd (1985, 1999), Jones *et al.* (1993, 1997), and Chari and Kehoe (1999).

With the emergence of endogenous growth models corrective public policies become one of the favorite topic of research for most economists. The goal is to find out how to use fiscal instruments in order to achieve a Pareto improving allocation in a decentralized economy. In basic endogenous growth models (Romer (1986, 1990) and Lucas (1988) among others) decentralized equilibrium is suboptimal. An immediate question is how to correct this inefficiency.

If lump-sum taxes were available the answer would be trivial, but when this is not the case we have to deal with a complex issue. Jones *et al.* (1993, 1997), Lucas (1990), Chamley[3] (1993), Devereux and Love (1994), Laitner (1995), Mino (1996), Ortigueira (1998), Chari and Kehoe (1999), Judd (1999) all use an Uzawa-Lucas type model (two sector endogenous growth models with human and physical capital) with distortionary taxation. The common conclusion is likely to be that the optimal labor and capital taxes are zero on the balanced growth path. However, the welfare cost associated with each tax is different and depends on (details of) the model specification[4].

[1]See Auerbach (1985) for a detailed survey.

[2]See Auerbach (2002) for a detailed and extended up-to-date review of optimal taxation literature that includes also nonlinear and intertemporal taxation issues. Stiglitz (1987) is the main survey article for optimal income taxation both in static and dynamic setups.

[3]The optimal capital tax is zero if capital tax rates are time varying, while it is positive when we have constant capital tax rates over time.

[4]Lucas (1990) estimates the welfare gain from abolition of capital tax in a such way that the

Curiously, there is not any paper (to my knowledge) that studies the question of optimal taxation/subsidies in the Romer (1990) model (henceforth the Romer model) with distortionary taxation. Arnold (2000a) is the first paper that show that optimal subsidy to research is not constant, out of Balanced Growth Path (henceforth BGP), in the Romer model. Jones and Williams (2000) and Grimaud and Tournemaine (2004) use an extended Romer model to study the impact of various parameters in a world where lump-sum taxes are *available*. Schmidt (2003) provides an extensive discussion of the Romer model. Particular attention is devoted to transitional dynamics. There are optimal tax/subsidy rates financed always in a *lump-sum manner*, thus, the second-best (henceforth SB) analysis is neglected.

The problem is that all previous works studying optimal policy in the Romer model assume lump-sum taxes to study optimal tax/subsidy scheme. The issue becomes the one of optimal subsidies more than optimal taxation one. My aim is to give a complete analysis of the SB in the Romer model. To make the problem more relevant (in the SB point of view) labor is assumed endogenous.

The findings are : in the first best (henceforth FB) all taxes are zero while in the SB we have following results.

- the optimal effective tax on capital income $(1 + s)(1 - \tau^k)$ is negative and equal to its first-best value, which is equal to mark-up rate. There are many ways to implement that policy, the trivial one is not to tax the capital income, while intermediate good production is subsidized at the mark-up rate.

---

government budget is balanced by increases in labor tax. If labor supply is inelastic the welfare gain is equal to be 2.7 % of total consumption but when labor is endogenous, the same policy causes a welfare loss of 18 %. In BGP analysis, this policy causes a slight loss in growth rate. In a more general model, Chamley (1993) shows that, for plausible parameter values, a time invariant capital tax may increase the welfare. Devereux and Love (1994) find that labor tax decreases growth rate more than capital tax, while in revenue equivalent terms capital tax has a greater welfare cost. Using the same model, de Hek (2006) shows that taxing only capital, while labor is not taxed, may increase the growth rate if intertemporal elasticity of substitution is not very high.

- the optimal research to subsidy is positive, time varying in transition and constant on the BGP. The same formula characterizes both the FB and the SB optimal subsidy rate.

- the optimal labor tax is positive and constant. It depends implicitly on the initial public debt. The higher the wage elasticity of the labor, the lower is the optimal labor tax.

- the growth rate under SB is greater than the one in the pure monopolistically competitive equilibrium (henceforth CE), but lower than the one in the FB.

The paper is organized as follows. Section 2 describes briefly the Romer model, Sections 3 and 4 analyzes respectively the social optimum (FB) and the decentralized equilibrium (CE). Section 5 studies the optimal tax/subsidies when lump-sum taxes are available while Section 6 is about optimal SB taxation. Section 7 gives some numerical results for variables of interest and finally Section 8 concludes.

2 Model

I will neglect the raw labor in the Romer model, since this does not change any qualitative result but simplifies the presentation. I focus essentially on the allocation of human capital between different sectors and behavior of savings. Assume the production function for the consumption good is

$$Y_t = \Gamma L_{Yt}^{1-\alpha} \int_0^{A_t} x_{it}^{\alpha} di \tag{3.1}$$

L_Y is the part of human capital used in the final good sector. x_i is the amount of the intermediate input i used by the firm. A_t is the stock of the knowledge and equally the number of intermediate goods available in period t. As in the original formulation A_t is assumed to be non-rival but excludable by patent/copyright laws.

There are constant returns to scale for private inputs x_i, L_Y for given A.

For final good producing firms A forms an externality that they do not pay for. To see it more clearly assume, as we will see later, that there is a given amount of capital. The firm has two choices : increasing variety by diminishing the amount of each input, or diminishing variety by increasing the quantity of each input. To simplify further, assume that we have the following alternative : A inputs of quantity x (Y_1) or $2A$ inputs of quantity $x/2$ (Y_2).

We have $Y_2 > Y_1$ while $\alpha < 1$. In order to have diminishing marginal returns with respect to private input x, I will assume that $\alpha < 1$. So, the firms producing final good would like to have more variety.

Intermediate goods are produced only using capital good, K. η units of forgone consumption is sufficient to produce one unit of intermediate good. Each producer has a patent for the production of a particular intermediate good, i. So, there are A_t firms producing intermediate good in period t. Intermediate good production in period t is limited by the available capital stock

$$K_t = \eta \int_0^{A_t} x_{it} di \tag{3.2}$$

In any period t, investment and consumption are constrained by the final good production. I assume that there is no government spending as in the original Romer model.

$$\dot{K}_t + C_t = Y_t \tag{3.3}$$

Knowledge is produced by human capital. There is an externality due to previous period's knowledge stock.

$$\dot{A}_t = \delta A_t L_{At} \tag{3.4}$$

One of the novelty in this paper is that total labor supply is endogenous ; in any period t the total time endowment L_t is allocated between L_{Yt} and L_{At}.

$$L_t = L_{At} + L_{Yt} \tag{3.5}$$

The utility function is separable between consumption and labor. As we have an endogenous growth model, one needs a utility function compatible with the BGP. Separability requires a logarithmic function for consumption, thus :

$$U(C_t, L_t) = \log C_t - v(L_t) \tag{3.6}$$

3 Social optimum

Firstly, I will characterize the FB of the model. In this section there is no novelty, except the introduction of leisure, I follow closely Romer (1990). The social optimum is to maximize the sum of discounted utilities (assume that it is given by (3.6)) subject to physical constraints : (3.1), (3.3), (3.4) and (3.5).

$$H^c = \log C_t - v(L_t) + \mu_{kt}(\Gamma\eta^{-\alpha} L_{Yt}^{1-\alpha} K_t{}^{\alpha} A_t{}^{1-\alpha} - C_t) + \mu_{at}\delta A_t(L_t - L_{Yt})$$

I want to find the optimal research subsidy of the FB both in the transition and on the BGP. One can do this by comparing the *dynamic* systems of equations that characterize social optimum and equilibrium with lump sum taxes. For that, one needs to have the same equation set, and the same variables. So, one needs to express both social optimum, and the equilibrium with lump-sum taxes in comparable terms. Stationary variables are required, in order to be able to solve the implied differential equations system. Let $y_t = Y_t/K_t$ and $q_t = C_t/K_t$ be such stationary variables. As I explain in the Appendix (9.1), one can define the FB allocations in the stationary variables in the following way :

Definition 3.1 (Social optimum) *The social optimum of our economy is a vector* $\mathbf{A}_O = \{y_t, q_t, L_{Yt}, L_t\}_0^\infty$ *satisfying the following equations :*

$$\frac{\dot{y}_t}{y_t} = \frac{1-\alpha}{\alpha}(\delta L_t - \alpha y_t) \tag{3.7a}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = q_t - \rho - (1-\alpha)y_t \tag{3.7b}$$

$$\frac{\dot{L}_{Yt}}{L_{Yt}} = y_t - q_t - \delta(L_t - L_{Yt}) + \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.7c}$$

$$v'(L_t) = \frac{(1-\alpha)y_t}{L_{Yt}q_t} \tag{3.7d}$$

given the initial levels of capital K_0 *and knowledge* A_0*.* K_0 *and* A_0 *satisfy* $f(y_0, L_{Y0}, A_0/K_0) = 0$.

4 Equilibrium

Now, we can analyze the decentralized equilibrium of our economy.

4.1 Producers

4.1.1 Final good producer

I assume that there is a representative firm which uses all available intermediate goods and human capital to produce final good. The profit maximization follows from

$$\underset{L_Y, x}{\text{Max}} \;\; \pi^f = \Gamma L_{Yt}^{1-\alpha} \int_0^{A_t} x_{it}^{\alpha} di - \int_0^{A_t} p_{it} x_{it} di - w_{Yt} L_{Yt}$$

$$w_{Yt} = (1-\alpha)\frac{Y_t}{L_{Yt}} \tag{3.8a}$$

$$p_{it} = \alpha \Gamma L_{Yt}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha-1} \tag{3.8b}$$

4.1.2 Intermediate good producer

Intermediate good sector is characterized by monopolistic competition. In order to make market produce the socially optimal level of intermediate goods let us assume that there is a subsidy s_t to the sale of intermediate goods.

$$\underset{x}{\text{Max}} \quad \pi^i = (1+s_t)p_{it}(x_{it})x_{it} - r_t\eta x_{it} = (1+s_t)\alpha\Gamma L_{Yt}^{1-\alpha}x_{it}^{\alpha} - r_t\eta x_{it}$$

The profit maximization yields (let $\hat{p}_t = (1+s_t)p_t$)

$$\hat{p}_{it} = \hat{p}_t = \frac{\eta r_t}{\alpha} \tag{3.9a}$$

And profits are given by

$$\pi_{it} = \pi_t = (1-\alpha)\hat{p}_t x_t \tag{3.9b}$$

4.1.3 RD good producer

Research sector is where we invent new patents for new intermediate goods. The firm that buys this patent may produce intermediate goods for an unlimited time. In order to correct for the externality in the research sector, let us assume that there is a subsidy b_t to the sale of patents. Profit maximization is given by

$$\underset{L_A}{\text{Max}} \quad \pi^r = \hat{P}_{At}\delta A_t L_{At} - w_{At}L_{At}$$

with $\hat{P}_{At} = (1+b_t)P_{At}$. Labor demand is given by

$$w_{At} = \hat{P}_{At}\delta A_t \tag{3.10}$$

4.1.4 Non-arbitrage conditions

There are two non-arbitrage conditions in the economy. Firstly, the representative consumer/worker should be indifferent between working in research or final good sector, and secondly the cost of patent should be equal to the sum of discounted profits of intermediate good.

$$w_{At} = w_{Yt} \qquad \Leftrightarrow \qquad \hat{P}_{At} = \frac{(1-\alpha)Y_t}{L_{Yt}\delta A_t} \tag{3.11a}$$

$$P_{At} = \int_t^{\infty} e^{-\int_t^v r(s)ds}\pi(v)dv \qquad \Leftrightarrow \qquad r_t = \frac{\dot{P}_{At}}{P_{At}} + \frac{\pi_t}{P_{At}} \tag{3.11b}$$

One can combine these non-arbitrage equations into a single one. Using (3.8b), (3.9a) and $x_t = K_t/(\eta A_t)$ we get $p_t = \eta\alpha y_t$. Then, it follows,

$$r_t = \alpha^2(1+s_t)y_t \tag{3.12}$$

Use (3.9a) and (3.9b), to get

$$\pi_t = \frac{1-\alpha}{\alpha} r_t \frac{K_t}{A_t} \tag{3.13}$$

Finally, one can write

$$\dot{P}_{At} = r_t\Big(P_{At} - \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{K_t}{A_t}\Big) \tag{3.14}$$

For later use, I will alternatively use (3.12), (3.13) and (3.11a) to write the intermediate good sector profits as

$$\pi_t = \alpha(1+s_t)(1-\alpha)\frac{Y_t}{A_t}$$

which yields the following non-arbitrage condition

$$\begin{aligned} \frac{\dot{P}_{At}}{P_{At}} &= r_t - \frac{\pi_t}{P_{At}} \\ &= \alpha(1+s_t)[\alpha y_t - (1+b_t)\delta L_{Yt}] \end{aligned} \tag{3.15}$$

4.2 Consumer

The representative consumer maximizes her lifetime utility subject to her intertemporal budget constraint.

$$H^c = \log C_t - v(L_t) + \lambda_t[\hat{r}_t B_t + \hat{w}_t L_t - (1+\tau_t^c)C_t - T_t]$$

with $\hat{w}_t = (1-\tau_t^w)w_t$ and $\hat{r}_t = (1-\tau_t^k)r_t$. The first order conditions are

$$\frac{1}{C_t} = \lambda_t(1+\tau_t^c) \tag{3.16a}$$

$$v'(L_t) = \hat{w}_t\lambda_t \tag{3.16b}$$

$$\dot{\lambda}_t = \lambda_t(\rho - \hat{r}_t) \tag{3.16c}$$

and the transversality condition is

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\lambda_t B_t = 0$$

As it's standard in the literature, I assume that consumption tax is given and constant for all periods. Technically, I need this hypothesis because the system (3.16) is over determined. For a given vector of allocations I have four unknowns $(\tau^k, \tau^w, \tau^c, \lambda)$ but only three equations. The intuitive reason is that both labor and consumption taxes affect the static labor-consumption arbitrage in the same way. I could fix any of two freely. Let us put consumption tax to zero, $\tau_t^c = 0, \forall t$.

Since the after-tax interest rate is given[5] by $\hat{r}_t = (1-\tau_t^k)(1+s_t)\alpha^2 y_t$, what matters is the effective tax rate, $(1+s_t)(1-\tau_t^k)$, for the dynamical system. Hence, we can fix one of them freely. Let us put $\tau_t^k = 0, \forall t$.

4.3 Capital market

In any period consumer's asset is divided between different alternative uses : physical capital, public debt, and patents.

$$B_t = K_t + D_t + P_{At}A_t \tag{3.17}$$

One can collect all relevant information in a dynamic system of equations as we did for the FB. See Appendix (9.2) for details.

[5] Using (3.8) and (3.9a).

Definition 3.2 (Decentralized equilibrium) *The CE of our economy is a vector $\mathbf{A}_E = \{y_t, q_t, L_{Yt}, L_t\}_0^\infty$ of quantities, a vector $\Psi = \{b_t, s_t, \tau_t^k, \tau_t^w, T_t\}_0^\infty$ of fiscal instruments such that consumer maximizes her utility subject to the budget constraint, firms maximize their profit under technological constraints and all markets clear. This is equivalent to the following equations being satisfied :*

$$\frac{\dot{y}_t}{y_t} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\left(\alpha(1+s_t)[(1+b_t)\delta L_{Yt} - \alpha y_t] - \frac{\dot{b}_t}{1+b_t}\right) \tag{3.18a}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = (1+s_t)\alpha^2 y_t - \rho - y_t + q_t \tag{3.18b}$$

$$\frac{\dot{L_{Yt}}}{L_{Yt}} = y_t - q_t - \delta(L_t - L_{Yt}) + \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.18c}$$

$$v'(L_t) = (1-\tau_t^w)\frac{(1-\alpha)y_t}{L_{Yt}q_t} \tag{3.18d}$$

given the initial levels of capital K_0, knowledge A_0, and consumer asset B_0. K_0 and A_0 satisfy $f(y_0, L_{Y0}, A_0/K_0) = 0$.

5 Lump-sum taxation

In the Romer model with lump sum taxation, the subsidy to intermediate goods is always constant, but the subsidy to RD will not be constant in general. However, on a BGP the latter is constant too.

Proposition 3.3 *If lump-sum taxes are available in the described economy then i-) the FB optimal intermediate good subsidy is constant and equal to mark-up both on and out of BGP :*

$$s_t^* = s^* = \frac{1}{\alpha} - 1 \tag{3.19a}$$

ii-) the FB optimal labor tax is zero which means that labor-consumption relative prices are not distorted :

$$\tau_t^{w*} = \tau^{w*} = 0 \tag{3.19b}$$

and iii-) the FB optimal research subsidy is constant on the BGP,

$$b_t^* = b^* = \frac{L_A}{L_Y} \tag{3.19c}$$

but variable out of the BGP whose dynamics are given by

$$\frac{\dot{b}_t}{1+b_t} = (1+b_t)\delta L_{Yt} - \delta L_t \tag{3.19d}$$

Proof. Now, we have two systems, (3.7) and (3.18), that characterize respectively the FB and the CE of our economy. If, the two systems are identical, then we are able to replicate the FB as a CE (by the mean of lump-sum taxes). A comparison of (3.7b) and (3.18b) shows that $s = 1/\alpha - 1$, i.e. (3.19a) is satisfied. This is the constant optimal subsidy rate to intermediate goods. Similarly, comparing (3.7d) and (3.18d) yields the constant labor tax given by (3.19b). But the optimal subsidy to research is constant *only* in the steady state. To see it, note that it's obtained by comparing (3.7a) and (3.18a). Putting $(1+s_t)\alpha = 1$, one gets (3.19d), i.e.,

$$\frac{\dot{b}_t}{1+b_t} = (1+b_t)\delta L_{Yt} - \delta L_t$$

On the BGP $\dot{b}_t = 0$, so

$$b = \frac{L}{L_Y} - 1 = \frac{L_A}{L_Y}$$

■

The important aspect of the FB optimal subsidy, as showed by Arnold (2000a), who assume lump-sum taxation and inelastic labor supply, is that it is not constant out of the BGP. As the Proposition 3.3 shows this result holds also for the distortionary taxation and elastic labor supply version of the model. Basically, there are two distortions in the Romer model; the research externality and the monopolistic competition/mark-up pricing. The optimal FB policy corrects for these two distortions.

6 Ramsey taxation

Ramsey (1927) is the first one who introduces the method which is called "second-best taxation" in modern economics. The question is how to choose tax rates, in order to maximize social welfare, subject to the constraints that a given amount of revenue should be raised by distortionary taxes and resulting allocations must be consistent with private agents's (consumer and firms) optimization behavior.

Ramsey, himself, uses what is called, "dual approach". The government chooses tax rates being aware of the fact that agents will react to the change in prices due to taxes.

Atkinson and Stiglitz (1972, 1980) have introduced an alternative method compatible with Ramsey taxation : "primal approach". The idea is simple : one may think that social planner, instead of choosing tax rates directly, chooses optimal allocation subject to constraints. These constraints should guarantee that chosen allocation could be implemented in a decentralized economy set-up with (appropriate) distortionary tax rates.

Since I use the primal approach to optimal taxation in this paper, I need to take into account equilibrium constraints and the private agents's optimization program. These are resumed in the implementability constraint, the resource constraint and the knowledge production function. The resource constraint and the knowledge production function are technological constraints that about feasibility of an allocation. The implementability constraint is about its implementability ; it incorporates the consumer behavior (first order conditions) and her budget constraint. To derive it, I follow a new method proposed by d'Autume (2006). The advantage of this approach is that the implementability constraint is in differential form. Let us define

$Q_t = \lambda_t B_t$, as a new variable that is a product of consumer asset and co-state variable of her maximization problem. Then, using the first order conditions of the consumer, we get (assuming that there is no lump-sum taxes, $T_t = 0, \forall t$)

$$\begin{aligned} \dot{Q}_t &= \dot{B}_t\lambda_t + B_t\dot{\lambda}_t \\ &= [\hat{r}_t B_t + \hat{w}_t L_t - (1+\tau_t^c)C_t]\lambda_t + B_t\lambda_t(\rho - \hat{r}_t) \\ &= \rho Q_t + v'(L_t)L_t - 1 \text{ with } Q_0 = B_0/C_0 \end{aligned} \tag{3.20}$$

One can, now, collect all relevant information concerning the implementable allocation set in the decentralized equilibrium in the following proposition.

Proposition 3.4 *The set of implementable allocations in a decentralized economy is a vector* $\mathbf{A}_I = \{C_t, L_{Yt}, L_t, K_t, A_t\}_0^\infty$ *that respect the following equations*

$$\dot{K}_t = \Gamma\eta^{-\alpha}L_{Yt}^{1-\alpha}{K_t}^{\alpha}{A_t}^{1-\alpha} - C_t \tag{3.21a}$$

$$\dot{A}_t = \delta A_t(L_t - L_{Yt}) \tag{3.21b}$$

$$Q_0 = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}[1 - v'(L_t)L_t]dt \tag{3.21c}$$

Proof. A vector $\mathbf{A}_I = \{C_t, L_{Yt}, L_t, K_t, A_t\}_0^\infty$ that respects the equations (3.21) is implementable in a decentralized economy, because, given the initial conditions K_0, A_0, B_0, one can find the producer and consumer prices such that this allocation set will be chosen by the consumer and the firms. We can get

– the trajectory of λ_t from (3.16a)

$$\lambda_t = \frac{1}{C_t}$$

– the trajectory of after-tax interest rate and after-tax wage from (3.16b), (3.16c)

$$\hat{w}_t = \frac{v'(L_t)}{\lambda_t}, \quad \hat{r}_t = \rho - \frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t}$$

– the trajectories of factor prices from (3.8a), (3.8b), (3.12) and given $r_t = \hat{r}_t$ (from $\tau_t^k = 0$)

$$w_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{L_{Yt}}, \quad p_t = \eta\alpha\frac{Y_t}{K_t}, \quad \hat{p}_t = \frac{\eta r_t}{\alpha} = \frac{\eta\hat{r}_t}{\alpha}$$

– the trajectory of $\hat{P}_A$ from (3.11a)

$$\hat{P}_{At} = \frac{(1-\alpha)Y_t}{L_{Yt}\delta A_t}$$

– the trajectory of P_A from the non-arbitrage condition, (3.14), given[6] $P_{A0} = \frac{(1-\alpha)}{\delta}\Gamma\eta^{-\alpha}L_{Y0}^{-\alpha}\left(\frac{A_0}{K_0}\right)^{1-\alpha}$ and $r_t = \hat{r}_t$.

$$\dot{P}_{At} = r_t\Big(P_{At} - \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{K_t}{A_t}\Big)$$

Note that since the vector $\{K_t, A_t, r_t\}_0^\infty$ is known it suffices to have P_{A0} in order to obtain the whole trajectory of P_{At}.

■

Remark 3.5 *The implied (not necessarily optimal) tax rates, then, can be found from* $\tau_t^w = 1 - \hat{w}_t/w_t$, $s_t = \hat{p}_t/p_t - 1$ *and* $b_t = \hat{P}_{A_t}/P_{At} - 1$.

As a result, the Ramsey problem, $\mathcal{R}$, can be formulated[7] as

$$\begin{aligned} H^c = \log C_t - v(L_t) + \psi_{qt}[\rho Q_t + v'(L_t)L_t - 1] \\ + \psi_{kt}(\eta^{-\alpha}\Gamma L_{Yt}^{1-\alpha}{K_t}^\alpha {A_t}^{1-\alpha} - C_t) + \psi_{at}\delta A_t(L_t - L_{Yt}) \end{aligned}$$

ψ_k, ψ_a, ψ_q are the co-state variables of, respectively, the resource constraint, knowledge constraint, and implementability constraint. ψ_k and ψ_a are positive while ψ_q

[6]See Appendix 9.4 for derivation of this result.
[7]The Appendix 9.5 shows that the GBC does not need to be imposed; it is already satisfied.

is negative and reflects the marginal cost of distortionary taxation in terms of utility. The Appendix (9.3) explains how I get the following definition in which the SB allocations are characterized.

I will use the first-order conditions associated with the problem $\mathcal{R}$ to construct the SB allocations. To be compatible with the FB and the CE, we should eliminate the co-state variables. Then we can define the SB allocations as :

Definition 3.6 (Second-Best optimum) *The SB optimum of our economy is a vector* $\mathbf{A}_S = \{y_t, q_t, L_{Yt}, L_t\}_0^\infty$ *and a marginal excess burden* ψ_q *satisfying the following equations :*

$$\frac{\dot{y}_t}{y_t} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\big(\delta L_t - \alpha y_t\big) \tag{3.22a}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = q_t - \rho - (1-\alpha)y_t \tag{3.22b}$$

$$\frac{\dot{L}_{Yt}}{L_{Yt}} = \delta L_{Yt} + \frac{1-\alpha}{\alpha}\delta L_t - q_t \tag{3.22c}$$

$$v'(L_t) = \frac{1}{1-\psi_q[1+1/\epsilon(L_t)]}\frac{(1-\alpha)y_t}{L_{Yt}q_t} \tag{3.22d}$$

$$Q_0 = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}[1 - v'(L_t)L_t]dt \tag{3.22e}$$

given the initial levels of consumer asset B_0*, capital* K_0 *and knowledge* A_0*.* K_0 *and* A_0 *are related in a such way that the equation* $f(y_0, L_{Y0}, A_0/K_0) = 0$ *is satisfied. The initial level of* Q *is given by* $Q_0 = \dfrac{B_0/K_0}{q_0}$*.*

Remark that, the whole point of the primal approach was the assumption that, given an (optimal) allocation, one can go backward to get prices that implement it in a CE. Assume that the SB and the CE converge to a unique BGP[8]. Then, given the optimal set of allocations $\{y_t, q_t, L_{Yt}, L_t\}_0^\infty$, one can show that the equations (3.11a)

[8]Even if this convergence is not demonstrated in the optimal taxation literature, it is assumed in all works.

and (3.14) allow us to attain the optimal path of A_t by the appropriate choice of b_t, as demonstrated in the proof of the Proposition (3.4).

The point that whether we need to impose the non-arbitrage conditions as constraints in the $\mathcal{R}$ is not clear in the literature. This comes from the works of Jones *et al.* (1993, 1997). They impose a similar non-arbitrage condition as a restriction to the $\mathcal{R}$. Our work differs from the cited works in nature[9] : in these works the additional constraint comes from the fact that fiscal policy set is incomplete ; so, they need to impose this condition in order to ensure that the chosen allocation is compatible with a CE. Since the fiscal system is incomplete, this condition is *a priori* needed to be imposed. I say *a priori*, because *a posteriori* it is confirmed that it is not really necessary to impose it. The reason is that, this is in fact an *optimality* condition about intertemporal margin which is not influenced by the fiscal system. The intuitive proof, that it is really an optimality condition, relies on the fact that, in cited works, the imposed condition follows from the FOCs of both the FB/SB and the CE. If markets do as well as the social planner, why to intervene there ?

However, since our additional constraint does not come from the incompleteness of the fiscal system–but from the characterization of the CE–we need to choose only the optimal allocations and then we can always find the equivalent allocation in CE by using our complete fiscal system. What stands as a restriction for the characterization of the CE does not hold any longer for the characterization of the SB/FB allocations. In other words, the additional non-arbitrage condition is not a constraint to be imposed on the FB/SB allocations.

The following proposition resumes the optimal fiscal instruments to replicate the SB allocations in a CE.

[9]I am indebted to A. d'Autume who made this remark in an earlier version of the paper.

Proposition 3.7 *When lump-sum taxes are not available then i-) the FB optimal intermediate good subsidy is constant and equal to mark-up both on and out of BGP :*

$$s_t^{sb} = s^{sb} = \frac{1}{\alpha} - 1 \tag{3.23a}$$

ii-) the FB optimal labor tax is positive :

$$\tau^{w,sb} = \tau_t^{w,sb} = 1 - \frac{1}{1 - \psi_q[1 + 1/\epsilon(L_t)]} \tag{3.23b}$$

and iii-) the FB optimal research subsidy is constant on the BGP,

$$b_t^{sb} = b^{sb} = \frac{L_A}{L_Y} \tag{3.23c}$$

but variable out of the BGP whose dynamics are given by

$$\frac{\dot{b}_t}{1 + b_t} = (1 + b_t)\delta L_{Yt} - \delta L_t \tag{3.23d}$$

Proof. The systems to be compared are, (3.22) which characterizes the SB and (3.18) which characterizes the the CE with distortionary taxes. If, the two systems are identical then we are able to replicate the SB as a CE. In order to this be the case we need $s = 1/\alpha - 1$, that we get from (3.22b) and (3.18b). As in the FB, this is the constant optimal subsidy rate to intermediate goods. Similarly, comparing (3.22d) and (3.18d), one gets the optimal labor tax which can be variable or constant following the wage elasticity of labor supply. But the optimal subsidy to research will be *constant only in the steady state and variable out of the steady state.* To see it, note that it's obtained by comparing (3.22a) and (3.18a). Putting $(1 + s_t)\alpha = 1$ we get (3.19d), i.e.,

$$\frac{\dot{b}_t}{1 + b_t} = (1 + b_t)\delta L_{Yt} - \delta L_t$$

On the BGP $\dot{b}_t = 0$ so that

$$b = \frac{L}{L_Y} - 1 = \frac{L_A}{L_Y}$$

Note that the equation (3.22e) pins down the value of the marginal excess burden, ψ_q. ■

This result can be seen an extension of Sandmo (1975) and Cremer et al. (1998) who show that the optimal tax formula on the externality generating good is equivalent to the Pigovian tax[10] in a SB world. So, the externality generating good, here knowledge, is subsidized at a rate that which reflects its social benefit. As we see later–numerically–in the the Section 7, the fact that the same formula characterizes both the FB and the SB does not mean that the level of the optimal subsidy rate is equal in the two environments. Actually the optimal subsidy to research will be lower in the SB.

The optimal intermediate good subsidy essentially corrects for the mark-up pricing as in the FB, hence it is constant. The fact that the optimal labor tax is constant in the SB is specific to the utility function specification. With an utility function with leisure instead of labor the optimal labor tax will be time varying.

We see that the FB is the case where $\Omega(\psi_q) = 1$ (comparing the equations (3.7d) and (3.22d)) which is possible only when $\psi_q = 0$. This is equivalent to lump-sum taxation, because the marginal excess burden is zero !

7 Numerical analysis

I use GNU Scientific Library[11] (GSL) for numerical work, Maxima[12] for symbolic calculations and Plotutils[13] for plotting. The system to be simulated is the SB

[10] Actually, one additional condition is required for that result, as showed by Cremer et al. (1998) : all agents should have the same marginal rate of substitution between any two goods. Since I have representative agent this condition is already satisfied.

[11] http ://www.gnu.org/software/gsl/

[12] http ://maxima.sourceforge.net/

[13] http ://www.gnu.org/software/plotutils/

optimum given by the set of equations (3.22). Let the utility function be

$$U(C_t, L_t) = \log C_t - \gamma \frac{L_t^{1+1/\epsilon}}{1+1/\epsilon}$$

The explicit form of (3.22d) and (3.22e) becomes (see the Appendix (9.4)) :

$$L_t = \Big(\frac{1}{1-\psi_q(1+1/\epsilon)} \frac{(1-\alpha)y_t}{\gamma L_{Yt} q_t}\Big)^{\epsilon}$$

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}(1-\gamma L_t^{1+1/\epsilon})dt = \frac{1+d_0}{q_0} + \frac{(1-\alpha)\Gamma \eta^{-\alpha} a_0^{1-\alpha}}{\delta q_0 L_{Y0}^{\alpha}} \quad (3.24)$$

where $d_0 = D_0/K_0$ and $a_0 = A_0/K_0$ are given.

There are two important points for the simulation of the above system : (i) the determination of initial conditions and, then (ii) the solution algorithm. As pointed out by Arnold (2000b) the determination of initial conditions is not trivial given that none of y, q, L_Y is predetermined. The only given variables are K_0, A_0, D_0 ; thus a_0, d_0. From the production function one has

$$f(y_0, L_{Y0}) = \eta^{-\alpha}\Gamma(a_0 L_{Y0})^{1-\alpha} - y_0 = 0 \quad (3.25)$$

which puts a constraint between y_0 and L_{Y0}.

There are many ways to solve such a BVP problem[14]. I will use the backward shooting method. We need to integrate from the steady state backward for a given guess of ψ_q. The stop criterion will be the condition (3.25). ψ_q will be adjusted such that the implementability constraint, (3.24), is respected. Then the solution algorithm is as follows :

1. Fix ψ_q.

2. Guess initial values for q_N, L_{YN} and y_N. Given y_N, L_{YN}, q_N get L_N.

[14]Forward/Backward Shooting Methods, Finite-Difference Method, Method of Weighted Residuals and Homotopy Method. For an introduction to the subject see Burden and Faires (1997).

3. Given y_i, L_{Yi}, q_i, L_i get $y_{i-1}, L_{Yi-1}, q_{i-1}, L_{i-1}$ for $i = N, N-1, \ldots$ (N being a large number).

4. If $|f(y_i, L_{Yi})| < \varepsilon$ when $i > 0$, verify whether (3.24) is respected ; if yes, exit ; if not, adjust ψ_q and go to the step 2. If $|f(y_i, L_{Yi})| > \varepsilon$ and $i = 0$ then adjust q_N, L_{YN} and y_N and go to the step 3.

7.1 Calibration

In order to focus on optimal subsidies financed by distortionary taxes I did not introduce government spending. So, all taxation revenue will be used to subsidy research and intermediate goods production. As there is no reliable estimates of subsidy rates, I set $s = b = 0$. Therefore, we need $\tau^k = \tau^w = 0$ in order to ensure that GBC is respected. Another advantage of this special calibration is to compare the pure "laisser-faire" (no government) equilibrium with second-best optimal one.

Our utility function choice already implies a unitary elasticity of intertemporal substitution, but, in the literature it is usually assumed to be inferior to 1, see Jones et al. (1993) and Rebelo and Stokey (1995) among others. The share of capital is in general about 1/3, so let $\alpha = .35$. Cahuc and Zylberberg [2001, p.41] advocate the wage elasticity of labor to be close to zero[15], so I assume $\epsilon = .1$. I fix the real interest rate to be 3 % and total labor supply $L = 1$ in the model economy. I fix the discount rate, ρ to be 2 % which implies the growth rate to be 1 % (given r). Using equilibrium equations on the BGP, I get $\delta = .096$ and $\gamma = .757$. To resume,

$$L = 1, \quad r = .03, \quad g = .01, \quad \epsilon = .1, \quad \rho = .02, \quad \delta = .096, \quad \gamma = .757$$

I need also the value of $\eta^{-\alpha}\Gamma$. One can use $\eta^{-\alpha}\Gamma$ to fix the desired value for a

[15] Cahuc and Zylberberg cite numerous empirical work who has non-conclusive findings. For men it goes from $-.23$ to $.03$ while for women the range is from $.1$ to $.65$.

(BGP value of A/K). The problem is, neither I know a, nor have an idea on its empirical value. I choose the arbitrary values of $a = a_0 = .5$ which yields $\eta^{-\alpha}\Gamma = .412862057$ on the BGP. This means that, in my simulations, the initial period of the SB will be the BGP of the CE. Finally, let the initial (also BGP of the CE) of the debt to capital, d_0 to be 4. This is unrealistic, it means that the government has a huge amount of initial asset, but it is also necessary to avoid labor taxes higher than 100 %. Obviously, the level of d_0 affects the whole SB path. However, the qualitative features of subsidy and tax rates are not affected[16].

7.2 Results

The optimal effective tax rate on capital income is negative and constant, i.e. this is a constant subsidy which is given by $s = 1.857$ (remember that $\tau^k = 0$). In the same manner, the optimal labor tax is constant and equal to $\tau^w = .829$. The only variable instrument (in transition) is research subsidy, which is equal to $b = 3.771$ in the steady state. To derive it, I used the equation (3.19d), i.e.

$$\frac{\dot{b}_t}{1+b_t} = (1+b_t)\delta L_{Yt} - \delta L_t$$

The immediate result is that the steady state knowledge to capital ratio, $a = 2.527$ is highly superior to its initial value. The optimal research subsidy is initially high and then decreasing over the transition (see in the Figure (3.1)). As we see from the Figure (3.2), the SB growth rate has exactly the same shape of the optimal subsidy rate.

The Table (3.1) compares the steady state values of stationary variables for the CE, the FB and the SB. The difference between growth rates is huge. The optimal

[16]For example, if we put $d_0 = .85$ the growth rate is .053 while the labor tax is .987, but the shape of the research subsidy and growth rate are exactly the same as in the Figures (3.1) and (3.2).

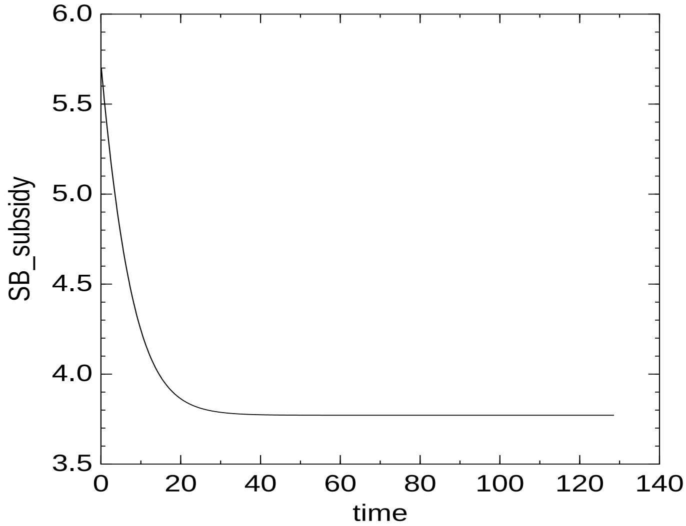

Fig. 3.1 – Time path of optimal research subsidy in the SB

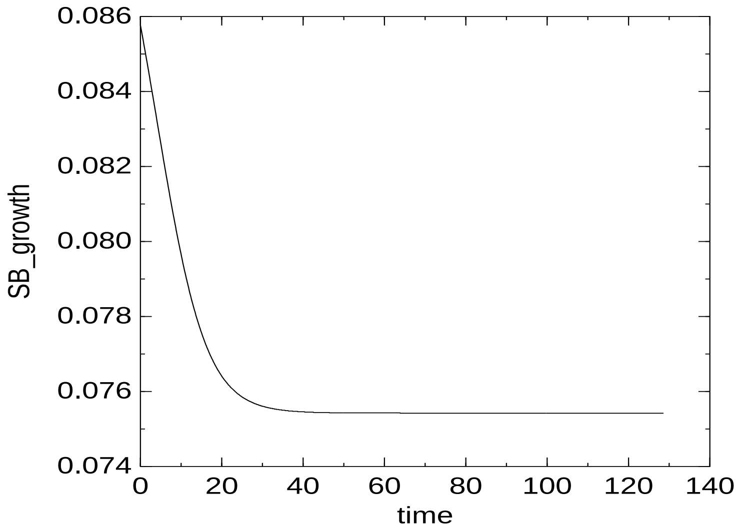

Fig. 3.2 – Time path of optimal growth rate in the SB

SB policy implies a growth rate which is seven times higher then the CE one. These results show clearly that the welfare cost of distortions is much more higher in the Romer model in comparison with the previous works–that worked with variants of the Lucas model–cited in Introduction[17]. One possible explanation is that the Romer model captures better the social value of research. Kremer (1998, p.1142) reports that the social return of a patent may be 3.33 times the private return.

As the Table (3.1) makes it clear, the main reason why the FB and the SB have higher growth rates than the pure CE is that, in the FB/SB, relatively more human capital is devoted to the research activity.

	Equilibrium	SB	FB
g	.01	.075	.094
y	.245	.273	.326
q	.235	.197	.232
L	1.0	.997	1.192
L_Y	.896	.209	.209
ψ_q		$-.442$	0

Tab. 3.1 – CE-FB-SB steady state comparisons.

8 Conclusion

I have studied the issues of optimal taxes and optimal subsidies in the Romer model in a second-best world. The optimal effective subsidy to capital is constant and equal to its first-best value which corrects for mark-up effect. The optimal subsidy to research is time-varying in general but constant on the balanced growth path. More importantly, the same formula characterizes both the SB and the FB. The optimal labor tax is constant. It decreases with the wage elasticity of labor supply and increases with the marginal cost of distortionary taxation–which is itself positively correlated with the initial public debt. The growth rate under SB is greater than

[17]Note that eliminating capital tax–in a balanced budget way–increases the growth rate only .03 % in Lucas (1990), when the intertemporal elasticity of substitution is equal to .5. Jones *et al.* (1993) find higher growth effects : if the economy moves to the Ramsey policy, the growth rate increases only 2 % for the same value of the intertemporal elasticity of substitution.

the one in the pure CE, but lower than the one in the FB. This underlies the cost of distortionary taxation that prevents the planner from replicating the first-best allocations in a second-best world.

My numerical work focused on the characterization of optimal policies both on the BGP and over the transition to the BGP. Hence, I give a complete characterization of the optimal policies in the Romer model.

However, this is not a policy oriented paper that can be readily used for policy application. Distributional issues, borrowing constraints, endogenous human capital formation and numerous other aspects of real life have been neglected. These are central and relevant problems for any public policy, hence we need a more general set-up which incorporates these issues.

9 Appendix

9.1 FB allocations

Because the symmetry between different intermediate goods, the optimal level of x_{ti} is the same for all i in the FB as in the original Romer model, thus $x_{it} = x_t = K_t/(\eta A_t)$. The reason is that, since all intermediate goods have diminishing marginal returns, it is optimal to have the same quantity for each one. The Hamiltonian is given by

$$H^c = \log C_t - v(L_t) + \mu_{kt}(\Gamma \eta^{-\alpha} L_{Yt}^{1-\alpha} K_t{}^{\alpha} A_t{}^{1-\alpha} - C_t) + \mu_{at} \delta A_t (L_t - L_{Yt})$$

The first order conditions (FOCs) with respect to, respectively, C, L, L_Y, K, A are

$$\frac{1}{C_t} = \mu_{kt} \tag{3.26a}$$

$$v'(L_t) = \mu_{at}\delta A_t \tag{3.26b}$$

$$\mu_{at}\delta A_t = \mu_{kt}(1-\alpha)\frac{Y_t}{L_{Yt}} \tag{3.26c}$$

$$\dot{\mu}_{kt} = \rho\mu_{kt} - \mu_{kt}\alpha\frac{Y_t}{K_t} \tag{3.26d}$$

$$\dot{\mu}_{at} = \rho\mu_{at} - \mu_{kt}(1-\alpha)\frac{Y_t}{A_t} - \mu_{at}\delta(L_t - L_{Yt}) \tag{3.26e}$$

and the transversality conditions are

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\mu_{kt}K_t = 0, \quad \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\mu_{at}A_t = 0$$

Let us define $V_t = \mu_{at}/\mu_{kt}$ for the social optimum. The definition of V_t combined with (3.26d) and (3.26e) gives the growth rate of V_t in the social optimum.

$$\frac{\dot{V}_t}{V_t} = \frac{\dot{\mu_{at}}}{\mu_{at}} - \frac{\dot{\mu_{kt}}}{\mu_{kt}} = \alpha y_t - \delta L_t \tag{3.27}$$

In the other hand (3.26c) implies

$$V_t = \frac{(1-\alpha)Y_t}{\delta A_t L_{Yt}} \tag{3.28}$$

so, we can derive another expression for $\frac{\dot{V}_t}{V_t}$ from (3.28), (3.1) and (3.2). Let us rewrite the production function in symmetric case to obtain

$$\frac{A_t L_{Yt}}{K_t} = \left(\frac{y_t\eta^\alpha}{\Gamma}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{3.29}$$

combining this equation with (3.28) yields

$$V_t = \frac{(1-\alpha)}{\delta}\Gamma\eta^{-\alpha}\left(\frac{L_{Yt}A_t}{K_t}\right)^{-\alpha} \tag{3.30}$$

$$= \frac{(1-\alpha)}{\delta}\Gamma\eta^{-\alpha}\left(\frac{y_t\eta^\alpha}{\Gamma}\right)^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} \tag{3.28'}$$

Taking the time derivatives makes the point.

$$\frac{\dot{V}_t}{V_t} = -\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.31}$$

Finally use this last equation and (3.27), to obtain our first equation.

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{1-\alpha}{\alpha}(\delta L_t - \alpha y_t) \tag{3.32a}$$

Then one uses (3.3),(3.26a), (3.26d) and $q = C/K$ to get the second equation

$$\frac{\dot{q}}{q} = \alpha y_t - \rho - y_t + q_t \tag{3.32b}$$

We can use (3.3) and (3.29) for our third equation

$$\frac{\dot{L_{Yt}}}{L_{Yt}} = \frac{\dot{K}_t}{K_t} - \frac{\dot{A}_t}{A_t} + \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t}$$

more precisely

$$\frac{\dot{L}_{Yt}}{L_{Yt}} = y_t - q_t - \delta(L_t - L_{Yt}) + \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.32c}$$

and finally from (3.26b) and (3.26c) we get

$$v'(L_t) = \frac{(1-\alpha)y_t}{L_{Yt}q_t} \tag{3.32d}$$

9.2 CE allocations

To derive the equivalent set of equations for the CE, I will use first (3.11a)

$$P_{At} = \frac{(1-\alpha)Y_t}{(1+b_t)\delta A_t L_{Yt}} = \frac{(1-\alpha)\eta^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\delta}\frac{y_t^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{1+b_t}$$

to get

$$\Rightarrow \frac{\dot{P_{At}}}{P_{At}} = -\frac{\dot{b}_t}{1+b_t} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.33}$$

But also from (3.15) we have

$$\frac{\dot{P_{At}}}{P_{At}} = \alpha(1+s_t)[\alpha y_t - (1+b_t)\delta L_{Yt}]$$

and combining this last equation with (3.33) yields

$$\frac{\dot{y}_t}{y_t} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\left(\alpha(1+s_t)[(1+b_t)\delta L_{Yt} - \alpha y_t] - \frac{\dot{b}_t}{1+b_t}\right) \tag{3.34a}$$

(3.34b) follows from the Euler equation coming from $q = C/K$, (3.16a), (3.16c) and (3.3)

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t} = (1+s_t)\alpha^2 y_t - \rho - y_t + q_t \tag{3.34b}$$

And from the production function (as in social optimum) we get

$$\frac{\dot{L_{Yt}}}{L_{Yt}} = y_t - q_t - \delta(L_t - L_{Yt}) + \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.34c}$$

and finally (3.16a) and (3.16b) yield the consumption-labor trade-off.

$$v'(L_t) = (1-\tau_t^w)\frac{(1-\alpha)y_t}{L_{Yt}q_t} \tag{3.34d}$$

9.3 SB allocations

Let us rewrite firstly the Hamiltonian

$$H^c = \log C_t - v(L_t) + \psi_{qt}[\rho Q_t - v'(L_t)L_t - 1]$$
$$+ \psi_{kt}(\eta^{-\alpha}\Gamma L_{Yt}^{1-\alpha}{K_t}^{\alpha}{A_t}^{1-\alpha} - C_t) + \psi_{at}\delta A_t(L_t - L_{Yt})$$

and then the FOCS

$$\psi_{kt} = \frac{1}{C_t} \tag{3.35a}$$

$$\psi_{at}\delta A_t = v'(L_t)\Big[1 - \psi_{qt}\Big(1 + \frac{1}{\epsilon(L_t)}\Big)\Big] \tag{3.35b}$$

$$\psi_{at}\delta A_t = \psi_{kt}\frac{(1-\alpha)Y_t}{L_{Yt}} \tag{3.35c}$$

$$\dot{\psi}_{qt} = 0 \tag{3.35d}$$

$$\dot{\psi}_{kt} = \rho\psi_{kt} - \psi_{kt}\frac{\alpha Y_t}{K_t} \tag{3.35e}$$

$$\dot{\psi}_{at} = \rho\psi_{at} - \psi_{kt}\frac{(1-\alpha)Y_t}{A_t} - \psi_{at}\delta L_{At} \tag{3.35f}$$

with $\epsilon(L_t)$ being wage elasticity of labor supply.

$$\epsilon(L_t) = \frac{v'(L_t)}{L_t v''(L_t)}$$

Following the same steps, as in the Appendix (9.1), I get the set of equations for the SB from the FOCs of the program $\mathcal{R}$. Let us define $W_t = \psi_{at}/\psi_{kt}$ for the social optimum. The definition of W_t combined with (3.35c) and (3.35e) gives the growth rate of W_t in the social optimum.

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = \alpha y_t - \delta L_t \tag{3.36}$$

In the other hand (3.35c) implies

$$W_t = \frac{(1-\alpha)Y_t}{\delta A_t L_{Yt}} = \frac{(1-\alpha)}{\delta}\Gamma\eta^{-\alpha}\Big(\frac{L_{Yt}A_t}{K_t}\Big)^{-\alpha} \tag{3.37}$$

so, we can derive another expression for $\frac{\dot{W}_t}{W_t}$ from (3.37), (3.1) and (3.2). Let us rewrite the production function in symmetric case from which we get

$$\frac{A_t L_{Yt}}{K_t} = \Big(\frac{y_t\eta^\alpha}{\Gamma}\Big)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{3.38}$$

combining this equation with (3.37) yields

$$W_t = \frac{(1-\alpha)}{\delta}\Gamma\eta^{-\alpha}\Big(\frac{y_t\eta^\alpha}{\Gamma}\Big)^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} \tag{ 3.28'}$$

thus

$$\frac{\dot{W}_t}{W_t} = -\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.39}$$

Finally use this last equation and (3.36), to obtain our first equation.

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{1-\alpha}{\alpha}(\delta L_t - \alpha y_t) \tag{3.40a}$$

Then one uses (3.3),(3.35a), (3.35e) and $q = C/K$ to get the second equation

$$\frac{\dot{q}}{q} = \alpha y_t - \rho - y_t + q_t \tag{3.40b}$$

We can use (3.3) and (3.38) for our third equation

$$\frac{\dot{L}_{Yt}}{L_{Yt}} = y_t - q_t - \delta(L_t - L_{Yt}) + \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{y}_t}{y_t} \tag{3.40c}$$

and finally from (3.35b) and (3.35c) we get

$$v'(L_t) = \frac{(1-\alpha)y_t}{L_{Yt}q_t} \tag{3.40d}$$

9.4 Present value implementability constraint

Write (3.22b) in the integral form $\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}[1 - v'(L_t)L_t]dt = Q_0$ or equivalently

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}(1 - \gamma L_t^{1+1/\epsilon})dt \leq \frac{B_0}{C_0} = \frac{B_0/K_0}{q_0}$$

where $B_0 = K_0 + D_0 + P_{A0}A_0$. Define $d_0 = D_0/K_0$ to be the initial debt to capital ratio. Using (3.11a), $b_0 = 0$, and $a_0 = A_0/K_0$ we may write

$$\frac{B_0}{K_0} = 1 + d_0 + P_{A0}\frac{A_0}{K_0} = 1 + d_0 + \frac{(1-\alpha)}{\delta}\Gamma\eta^{-\alpha}L_{Y0}^{-\alpha}a_0^{1-\alpha}$$

Therefore,

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}(1 - \gamma L_t^{1+1/\epsilon})dt \leq \frac{1+d_0}{q_0} + \frac{(1-\alpha)\Gamma\eta^{-\alpha}a_0^{1-\alpha}}{\delta q_0 L_{Y0}^{\alpha}}$$

Labor is constant on the BGP, so the left hand side is equal to (on the BGP) :

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t}(1 - \gamma L_t^{1+1/\epsilon})dt = \frac{1 - \gamma L^{1+1/\epsilon}}{\rho}$$

9.5 Walras's Law

I will show that the GBC is automatically respected if the resource constraint, the capital market equilibrium, and zero profit constraints, due to free entry, are respected. Firstly, rewrite the consumer budget constraint using $B_t = K_t + D_t + P_{At}A_t$, $\dot{K}_t = Y_t - C_t = wL_{Yt} + p_tA_tx_t - C_t$ and $L_t = L_{Yt} + L_{At}$.

$$p_tA_tx_t + \dot{D}_t + \dot{P}_{At}A_t + P_{At}\dot{A}_t = r_tK_t + r_tD_t + r_tP_{At}A_t + w_tL_{At} - \mathcal{T}_t$$

with $\mathcal{T}_t = \tau_t^k r_t B_t + \tau_t^w w_t L_t$. Secondly, use $w_t L_{At} = P_{At}\dot{A}_t + b_t P_{At}\dot{A}_t$ and $\dot{P}_{At}A_t = r_t P_{At}A_t - \pi_t A_t$ to get :

$$\dot{D}_t = A_t\pi_t - r_t K_t - p_t A_t x_t + r_t D_t + b_t P_{At}\dot{A}_t - \mathcal{T}_t$$

Now, use $K_t = \eta A_t x_t$ and $\eta r_t = \alpha \hat{p}_t$ to get $r_t K_t = \alpha \hat{p}_t A_t x_t$ and $\pi_t = (1-\alpha)\hat{p}_t x_t$ that yields $A_t \pi_t = (1-\alpha)\hat{p}_t A_t x_t$. Finally note $\hat{p}_t - p_t = sp_t$ to get

$$\dot{D}_t = r_t D_t + s_t p_t A_t x_t + b_t P_{At}\dot{A}_t - \mathcal{T}_t$$

This is rather intuitive GBC : new debt is equal to the difference between total payments (debt service plus total subsidies) and tax revenue.

Chapitre 4

Occupational choice and redistributive taxation

1 Introduction

Human capital is one of the main determinants of growth according to the new theories of endogenous growth (e.g., Lucas (1988), Romer (1990), Mankiw *et al.* (1992)). The essential component of human capital is schooling. Empirical works suggest that formal schooling is an important determinant of productivity levels. For instance, Mankiw *et al.* (1992), Benhabib and Spiegel (1994)[1], Barro (1999) and Aghion *et al.* (2004) find that school enrollment is positively correlated with GDP per worker.

The partially private character of schooling makes its financing important. If financial markets are complete and perfect, then anyone can borrow–if necessary–and invest in schooling. But if not, then according to the extent of imperfection, fewer agents are able to realize this investment. In the widely assumed case, impossibility of borrowing against future labor income (which is surely the case in most of the developing countries), parental wealth will be determining for the choice to continue in education or not. In such an environment the government may improve the resource allocation by fiscal instruments. Usually, there are two forms of the government intervention in the schooling process. In one hand, the schooling is furnished publicly, people do not pay at all or pay very little, and in the other one, there are student loans, tax credits for schooling expenditures[2]. In the first case, the nature

[1]It is ironic to see that the study of Benhabib and Spiegel (1994) is cited as both for and counter the fact that human capital affects the growth rate. In fact, when human capital is considered as an input like row labor and physical capital (Becker view), like in Mankiw *et al.* (1992), they find that the effect of human capital on per capita growth rate is insignificant and almost negative. See also Romer (1989) and Krueger and Lindahl (2001) for a similar result. In the alternative formulation where human capital influences productivity/technological progress (Nelson-Phelps view), like in Romer (90) and Aghion *et al.* (2004), their conclusion is that human capital affects positively per capita growth rate.

[2]Hendel *et al.* (2005, p.861) report that the ratio of student loans to the Federal GDP was 1 % in 1965 while it attains 25 % in 1995.

of the intervention impose its use : the ones who want to benefit from these policies have no choice. But in the second case, these are almost always parents who receive schooling subsidies/funds and they have the opportunity to use these funds for other uses than schooling. As a result their result may differ in terms of efficiency and the question "how to spend the marginal government income ?" becomes crucial.

To study the importance of parental income and alternative public policies, I develop a deterministic two-period overlapping generations model of heterogenous agents with imperfect credit markets and redistribution. The imperfection is such that the young generation can not borrow against its future income. The heterogeneity consists of the initial distribution of bequests. Given credit market imperfection, there can be some agents who are credit constrained in their first period or their life, because investment in schooling is realized when young. In order to prevent this imperfection to generate suboptimal equilibria the government would like to intervene. To capture the realistic part of the story, the redistribution is realized by two fiscal instruments in this paper : educational and fiscal redistribution.

It is shown that parental income/wealth distribution is the main determinant in the decision whether or not to invest in schooling. Then, intuitively, a fiscal policy that lessens the borrowing constraints may increase the number of agents who are able to invest in schooling. Since agents are heterogenous in initial wealth and credit markets are imperfect, the dynamics of macroeconomic aggregates depend on the whole history. I am not able to get analytically tractable expressions for the key variables like capital stock, skilled agents' ratio etc... This is why the paper uses numerical methods to get insights about the evolution of the variables of interest.

Agents are identical except the parental bequest they receive. The initial distribution of bequests is assumed to be log-normal. Previous works of Chiu (1998), Owen and Weil (1998), and Maoz and Moav (1999) about inequality and borrowing constraints have used a similar[3] set-up. They show that there is a threshold of bequest–call it b^*–such that the agents who get a bequest lower than b^* will not invest in schooling for a given wage premium. Thus, we are in front of a polar case; given the level of parental bequest either we will be skilled or unskilled; all skilled agents are relatively rich and thus *unconstrained* in the credit market while the unskilled ones are poor and *constrained*. The problem is that this parallelism between educational and financial situations is not satisfactory. It would be more appropriate to think that there are agents who get a transfer a little bit higher than b^* but who do not prefer to invest in schooling, i.e. unskilled and unconstrained.

In order to solve this problem I introduce the saving mechanism which is assumed absent in an *ad hoc* manner in Chiu (1998), and Maoz and Moav (1999) but also assume that agents work in the second period of their life (which is not the case in Owen and Weil (1998)). Hence, the model is such that agents receive a bequest but do not work in the first part of their life; they consume and decide whether to invest in schooling or not. In the second period, they consume, make a transfer to their descendant. I obtain a richer set-up; we have, *ex ante*, four type of agents (constrained-skilled, constrained-unskilled, unconstrained-skilled, and unconstrained-unskilled ones) at any moment. The dynamics of the economy are more complex and realistic. Depending on the difference between the fixed cost of education and wage premium, there are two regimes. If this difference is low enough there will be exactly four types of agents, more importantly now we will have unskilled and unconstrained agents with a bequest level slightly higher than

[3]Differently from this study, all these three papers assume that the talent of agents is stochastic. In Chiu, and Maoz and Moav, more importantly, there is no intertemporal trade (saving) between two periods. While in Owen and Weil there is saving but agents work only in the first period.

the threshold. Otherwise, there will be only three types : unconstrained-skilled, constrained-skilled and constrained-unskilled ones. In this last case as well, we have a new type–constrained-skilled–that does not exist in the above cited papers.[4].

Numerical analysis shows that a fiscal policy consisting of a schooling subsidy and redistribution may increase the ratio of skilled agents in the economy. In comparison to the pure equilibrium, distortive taxation that is used to finance educational redistribution or fiscal redistribution increases the ratio of skilled labor. Yet, the education subsidies are more efficient[5]. The intuition for such a result is that direct redistribution diminishes also incentives for schooling investment.

Another related paper is Galor and Zeira (1993) even if the imperfection nature is different from the cited papers. Whereas, there are numerous common results : they show that when investment in human capital is indivisible and the credit markets are imperfect, initial conditions affect not only the short-run but also the long-run variables. Particularly, they show that multiple equilibria are possible and income distribution is not ergodic so that agents will be divided into subgroups such as rich and poor ones. This is the result that I obtain in pure equilibrium case ; in the long-run we have two group of constrained agents ; the unskilled (relatively poor) and skilled (relatively rich) ones. Further, I extend their work by studying the transitional dynamics of a similar model. For example, what is the ratio/number of the skilled agents in, say period i–where i can take any value–is not studied in their work. Thanks to numerical work in the section 5, we are able to respond such a question.

[4]From the point of view of this typology, the present model is more closer to the one of Galor and Zeira (1993) even if the nature of imperfection is totally different in their paper (the borrowing and lending rates are different). In that paper, borrowers are surely skilled while lenders may be either skilled or unskilled.

[5]See also Bénabou (2002) for the same argument in a different set-up.

Chiu (1998) uses a 2 period overlapping generations model like Galor and Zeira (1993) to study how parental income may affect occupational choice of children. The novelty is that ability is stochastic. The main finding is that a mean preserving improvement in distribution of income increases the number of qualified people. Numerical simulations in the section 5 confirm Chiu's theoretical findings ; redistribution (either fiscal or educational) increases the number of skilled agents.

Owen and Weil (1998) and Maoz and Moav (1999) study on interaction between mobility and inequality and growth. Both works find that removing barriers to the schooling by lessening borrowing constraints increases output/consumption per capita by increasing the ratio of skilled labor. In both papers ability is stochastic and there are liquidity constraints. Another central difference between these works and this paper lies in the production function specification. They assume that skilled and unskilled are complements while in this paper they are perfect substitutes. Hence, as the number of skilled agents increases, the wage gap diminishes in their work and too much redistribution removes all incentives to be qualified. But in the present work, this effect does not exist. This is actually the cost I pay in order to have a model that can be simulated. However, from both an empirical (see for example Autor et al. (1998)) and theoretical (see for example Lucas (1988) or Acemoğlu (1998)) point of view an increase in the number of skilled workers does not necessarily decrease the wage premium.

Owen and Weil (98) focus on the mobility and stability in the steady-states while my analysis shows the complete trajectory of the variables of interest. Maoz and Moav (1999) assumes that all skilled and unskilled agents are homogenous among themselves. The reason that pushes them to a such hypothesis is that there is no capital markets, i.e. no saving[6]. They do not analyze explicitly how the distribution of income will evolve in time, while I do in this paper.

The main assumption in all these cited [theoritical] works and this paper is that credit markets are imperfect. The empirical works of Haveman and Wolfe (1995), Acemoğlu and Pischke (2001), Carneiro and Heckman (2002) and Plug and Vijverberg (2005) (based on US data) ; Blanden et al. (2003) and Blanden and Gregg (2004) (based on British data), suggest that there are large effects of family income on enrollments and schooling attainment.

The present paper is organized as follows. Section 2 describes briefly the model. Section 3 studies the occupational choice under borrowing constraints and related regimes under which the economy operates. Section 4 characterizes the equilibrium and wealth dynamics of the economy. Section 5 gives some numerical results about the role of taxation and redistribution and finally section 6 concludes.

2 Model

I build a simple model of investment in schooling and intergenerational persistence of income inequality. The model economy consists of two-period overlapping generations. The parents are either skilled or unskilled. Labor supply is inelastic and wages are determined in a competitive labor market. Each agent has one unit of time endowment. The representative firm has access to a constant returns to scale production technology with capital, skilled and unskilled labor as the only inputs.

[6]They affirm (footnote 16, p.683) that [even if]

```
...workers belonging to the same group can differ, both in the
transfer they received from their parents, and in their abilities.
However, these historic differences are isolated from current
decisions on account of no-lending assumption.
```

Each parent has one child. Every child is characterized by the same ability in order to focus on the role played by family income and borrowing constraints. Parents derive utility from consumption and investment in their children, thus they allocate their total income between consumption and investment in human capital of their children.

Let the production function be,

$$Y_t = \Gamma K_t^{\beta} N_t^{1-\beta} \tag{4.1}$$

further, consider that H and L are perfect substitutes.

$$N_t = H_t + \theta L_t \tag{4.2}$$

The reason of this assumption is tractability : I can analyze numerically the path of variables of interest, such as the number of skilled/unskilled agents. However, from both an empirical (see for example Autor et al. (1998)) and theoretical (see for example Lucas (1988) or Acemoğlu (1998, 2002)) point of view this assumption makes sense because an increase in the number of skilled workers increases the wage premium. But, contrary to the usual assumption in related works on occupational choice under borrowing constraints[7], an increase in the number of skilled workers certainly does not decrease it.

Schooling takes one period, today's skilled workers have gone to the school the previous period. In a constant population the sum of unskilled workers and skilled workers will be constant.

$$H_t + L_t = 1 \tag{LME}$$

[7]See for example Owen and Weil (1998) and Maoz and Moav (1999).

2.1 Producers

For tractability, assume that the production function is given by (4.1). In a competitive environment, the factor demand is given by profit maximization. The marginal cost will be equal to the marginal benefit. Assume that our model is one of small open economy. Given perfect mobility of capital, the world interest rate is given and constant, i. e. $r_t = r, \forall t$. Normalizing the price of the consumption good to unity and defining $k_t = K_t/N_t$, $1+r = R$ we can write the maximization program of the firm like

$$\underset{K,H,L}{\text{Max}}\ \pi = \Gamma K_t^{\beta}(H_t + \theta L_t)^{1-\beta} - RK_t - w_t^H H_t - w_t^L L_t$$

The first order conditions (FOCs) for the firm are

$$\begin{aligned} R &= \beta \Gamma k_t^{\beta-1} \\ w_t^H &= (1-\beta)\Gamma k_t^{\beta} \\ w_t^L &= \theta(1-\beta)\Gamma k_t^{\beta} \end{aligned} \tag{4.3}$$

The important point is that if $w^L/w^H \neq \theta$ there will be only one type in our economy. To have both types we need $w^L/w^H = \theta$.

2.2 Consumers

I assume that each agent has a single parent and a single child. She lives only two periods. In the first one, she does not work, but receives a bequest (b_t^i) from her parent. She can use this for consumption (c_t^i) or indivisible schooling investment, in order to be skilled. In the second period she works, consumes (d_{t+1}^i) and makes a transfer (b_{t+1}^i) to her child. I assume that capital markets are imperfect so that we can not borrow when we are young. The government subsidies the education costs at a rate of χ_t. This is what I call the *educational redistribution*. So, the real education costs are equal to $f_t(1-\chi_t)$. Finally, assume that schooling cost is correlated with skilled wage of the following period $f_t = f w_{t+1}^H$. The reasons for such an assumption are twofold. The first one is intuitive : the gain/profit of any action is positively correlated to its total costs. So, it is natural to assume that the implied cost of schooling are proportional to its opportunity, skilled wage. The second one is that this yields tractable formulas that can be interpreted clearly and easily in comparison to the alternative formulations that add no more insights but complicate the presentation.

So we can write the budget constraint of a member of generation t like

$$\begin{aligned} c_t^i + s_t^i &= b_t^i - e f_t(1-\chi_t) \\ d_{t+1}^i + b_{t+1}^i &= W_{t+1}^i + s_t^i R - T_{t+1}^i \end{aligned} \tag{CBCs}$$

where $W_t := ew^H + (1-e)w^L$ is the gross wage income. e is a discrete choice variable. It is equal to 1 if parents decide for schooling and 0 otherwise. In order to have a tractable and simple model, let us assume, a linear but progressive tax scheme

$$T_t^i = \tau_t[W_t + rs_{t-1}^i] - z_t$$

The first important point of this tax function is that I assume, following Sandmo (1983), that the government makes a lump-sum transfer z_t (usually called basic income[8]) for all regardless of his wealth and type. This is what I call the *fiscal*

[8]In fact, this is not the sole way to have a linear and progressive tax system. Another may prefer tax function without lump-sum transfer but with exemption (let I denote income)

$$T(I) = \begin{cases} 0 & \text{if } I < z \\ \tau I & \text{if } I \geq z \end{cases}$$

And finally, tax function can incorporate both a lump-sum transfer and exemption as in d'Autume (2002) where he used this formulation in order to explore the effects of a tax reform on French economy. In this case z is the guaranteed minimum revenue.

$$T(I) = \begin{cases} I - z & \text{if } I < z \\ \tau(I - z) & \text{if } I \geq z \end{cases}$$

redistribution. Let, this income be proportional to the unskilled workers' wage ratio, i.e. $z_t = \eta_t w_t^L$. The reason of this hypothesis is the following : in real life, the basic income schemes are never higher than the minimum wage[9] ; otherwise there would be no worker who work for the minimum wage. This specification will permit us to compare the fiscal redistribution to the wage of the unskilled in this paper. The second important point is that the tax rate on labor income and capital income from both domestic and foreign bonds is at the same, τ_t. This means that the government applies a residence-based income taxation which means that the pre-tax rates of return to capital must be equal between countries.

Ex ante, the consumer i's maximization program is the following one

$$\begin{aligned} &\underset{c,d_+,b_+,e}{\text{Max}}\; U(c_t^i, d_{t+1}^i, b_{t+1}^i) \\ &c_t^i + s_t^i = b_t^i - ef_t(1-\chi_t) \\ &d_{t+1}^i + b_{t+1}^i = W_{t+1}^i + s_t^i R - T_{t+1}^i \\ &s_t^i \geq 0 \end{aligned} \tag{CP}$$

The utility function is logarithmic, this is the simplest well behaved function.

$$U^i(t) = \ln c_t^i + \alpha \ln d_{t+1}^i + (1-\alpha) \ln b_{t+1}^i \tag{4.4}$$

b_t is the bequest of agent from her parents. I assume that the cumulative distribution function of bequests is given by G_t and the density function by g_t. G_t is defined over Ω_t. Further, I assume that the median, is smaller than the mean, μ_t, i.e. $G_t(\mu_t) > 1/2$. At time 0, which I interpret as initial period, I suppose that distribution of bequests is given. But the subsequent distributions will evolve over time.

$$b_t^i \in [\underline{b}_t, \overline{b}_t] \equiv \Omega_t$$

[9]One can think RMI (Revenue Minimum d'Insertion) in the French case.

The aggregate (and average) variables of the economy are given by

$$Q_t = \int_0^1 q_t^i di = \int_{\underline{b}}^{\bar{b}} q_t^i dG_t, \quad q = b, s, c, d, b$$

G_t assigns weights to subsets of Ω_t with $\int_{\underline{b}}^{\bar{b}} dG_t = 1$.

It is well known that the consumer makes a two stage optimization. In the first stage the intertemporal one i.e. for a given first period revenue she chooses her consumption and saving. And in the second stage she makes the intratemporal one, i.e. how to allocate a given revenue between two uses in the second period. Let us call the sum of the two purchase of the second period x, so that $x = d + b$. In the second period of her life the agent's program is[10]

$$\underset{d,b}{\text{Max}} \quad \alpha \ln d + (1-\alpha) \ln b \quad \text{s.t.} \quad d + b = x$$

This yields in $d = \alpha x$ and $b = (1-\alpha)x$. Now, I have

$$\alpha \ln d + (1-\alpha) \ln b = \ln x + \mathtt{R1}$$

with $\mathtt{R1} = \alpha \ln \alpha + (1-\alpha)\ln(1-\alpha)$. So, the utility function in terms of x, c is (neglecting the constant $\mathtt{R1}$).

$$U^i = \ln c_t^i + \ln x_{t+1}^i \tag{4.4$'$}$$

3 Occupational choice

In fact, according to the *separation theorem* one does not need to make an explicit comparison of utility in either cases to determine the agent's schooling decision, in a world where there are no credit constraints. Following this theorem, if credit markets are perfect (s can take any value), then pure investment decisions will be made

[10] I will not use the time subscript, if there is no ambiguity.

independently of preferences (or equivalently consumption decisions). The reason is the following : as a discrete choice variable, e, does not appear in the utility function, the schooling decision will be made to maximize the budget constraint. To show this point, let us write the Lagrangian as (neglecting R1)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \ln c_t^i + \ln x_{t+1}^i + \lambda_{1t}[b_t^i - e\hat{f}_t - s_t^i - c_t^i] \\ + \lambda_{2t}\Big(\hat{W}_{t+1} + s_t^i \hat{R}_{t+1} + z_{t+1} - x_{t+1}^i\Big) + \zeta_t^i s_t^i \end{aligned} \tag{4.5}$$

with $\hat{f}_t := (1-\chi_t)f_t$, $\hat{W}_t := (1-\tau_t)W_t$ and $\hat{R}_t := 1 + (1-\tau_t)r$. FOCs yield

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^i} &= \lambda_1 \\ \frac{1}{x^i} &= \lambda_2 \\ \lambda_1 &= \lambda_2 \hat{R} + \zeta \\ s^i \geq 0, \quad \zeta &\geq 0, \quad \zeta^i s^i = 0 \\ c^i + s^i &= b^i - e\hat{f} \\ x^i &= \hat{W} + s^i \hat{R} + z \end{aligned} \tag{FOCs}$$

When the positivity constraint of savings is not binding (either the credit markets are perfect so that we may have $s < 0$ or the agent has already a high bequest such that she has positive savings), we have $\zeta = 0$ and the FOCs yield

$$c_t^i = \frac{1}{2}\Big(b_t^i - e\hat{f}_t + \frac{z_{t+1} + \hat{W}_{t+1}}{\hat{R}_{t+1}}\Big) \tag{4.6a}$$

$$x_{t+1}^i = \hat{R}_{t+1} c_t^i \tag{4.6b}$$

$$s_t^i = b_t^i - e\hat{f}_t - c_t^i \tag{4.6c}$$

An agent will choose to become skilled only if

$$U^{iH} \geq U^{iL} \tag{4.7}$$

The first one is straightforward but the second needs more attention. Using (4.4′) and (4.6) we obtain

$$\begin{aligned} U_t^i &= \ln c_t^i + \ln x^i \\ &= 2\ln c^i + \ln \hat{R} \end{aligned} \tag{4.8}$$

In order to maximize this utility level, the individual i needs to maximize only c^i.

$$\underset{e}{\text{Argmax}}\; c^i = \frac{1}{2}\Big[b^i + \frac{z}{\hat{R}} + \frac{(1-\tau)w^L}{\hat{R}} + e\Big(\frac{(1-\tau)(w^H - w^L)}{\hat{R}} - \hat{f}\Big)\Big]$$

We see that for a large wage premium all individuals would like to be skilled. This can be called skill premium condition, and is given by

$$(1-\tau_{t+1})(w_{t+1}^H - w_{t+1}^L) \geq (1-\chi_t) f_t \hat{R}_{t+1} \tag{4.9}$$

$$\Rightarrow \frac{(1-\tau_{t+1})(1-\theta)}{(1-\chi_t)\hat{R}_{t+1}} > f \tag{SPC}$$

Let us define the threshold f_t^{**} such that SPC is given by equality.

$$f_t^{**} = \frac{(1-\tau_{t+1})(1-\theta)}{(1-\chi_t)\hat{R}_{t+1}}$$

If $f < f^{**}$, then the agents who are able to, would invest in schooling; but, if not, then there will be no skilled agent in the economy. In the $f = f^{**}$ case, the ratio of skilled-unskilled will be indeterminate, because it makes no difference to the agent to be skilled or not.

When the agent is constrained on credit markets, i.e. $s_t^i = 0$, then the parental bequest will determine if she will be qualified or not. To see it mathematically let us rewrite the FOCs of the agent when her constraint of positive saving is binding i.e., $\zeta_t^i > 0$. FOCs, give

$$\zeta^i = \frac{1}{c^i} - \frac{1}{x^i}\hat{R} \tag{4.10}$$

Putting these results in the budget constraint of the agent one gets

$$\begin{aligned} c^i &= b^i - e\hat{f} \\ x^i &= \hat{W} + z \end{aligned} \tag{4.11}$$

which means

$$\zeta^i = \frac{1}{b^i - e\hat{f}} - \frac{\hat{R}}{\hat{W} + z} \tag{4.12}$$

Using (4.12) to determine b_t which makes $\zeta > 0$ (equivalently $s_t < 0$), we can find

$$b^i < b^x = e\hat{f} + \frac{\hat{W} + z}{\hat{R}}$$

In order to alleviate the burden of notation I will define $\omega_t^H := (1 - \tau_t)w^H + z_t$ and $\omega_t^L := (1 - \tau_t)w^L + z_t$.

For $e = 0$ we get the threshold below which the agent does not save given that she will be unskilled

$$b_t^x = b_t^p = \frac{\omega_{t+1}^L}{\hat{R}_{t+1}} \tag{4.13}$$

and for $e = 1$ the threshold below which the agent does not save given that she will be skilled

$$b^x = b_t^r = \hat{f}_t + \frac{\omega_{t+1}^H}{\hat{R}_{t+1}} \tag{4.14}$$

Using (4.4′) and (4.11) one obtains

$$\begin{aligned} U^i &= \ln c^i + \ln x^i \\ &= \ln(b_t^i - e\hat{f}_t) + \ln\left(\hat{W}_{t+1} + z_{t+1}\right) \end{aligned} \tag{4.15}$$

For instant, we do not know who will invest in schooling and who will not. At most, in our constrained economy *a priori* there are four type of agents, as we see in the Table (4.1). Given a level of parental bequest, the agent will choose her type. It is, as if there were four utility technologies, U_1, U_2, U_3, and U_4, that accept parental bequest as sole input. The agent chooses the one that ensures the highest level of utility to her.

	$e=0$	$e=1$
$s>0$	type 4 : $\begin{matrix} U^L > U^H \\ b^i > b^p \end{matrix}$	type 3 : $\begin{matrix} U^H > U^L \\ b^i > b^r \end{matrix}$
$s=0$	type 1 : $\begin{matrix} U^L > U^H \\ b^i \leqq b^p \end{matrix}$	type 2 : $\begin{matrix} U^H > U^L \\ b^i \leqq b^r \end{matrix}$

Tab. 4.1 – Possible agent types

Let us write down the utility levels of each type (neglecting `R1` which is common to all) :

$$\begin{aligned} U_1^i &= \ln b_t^i + \ln \omega_{t+1}^L \\ U_2^i &= \ln(b_t^i - \hat{f}) + \ln \omega_{t+1}^H \\ U_3^i &= 2\ln\left[\frac{1}{2}\left(b_t^i - \hat{f}_t + \frac{\omega_{t+1}^H}{\hat{R}_{t+1}}\right)\right] + \ln \hat{R}_{t+1} \\ U_4^i &= 2\ln\left[\frac{1}{2}\left(b_t^i + \frac{\omega_{t+1}^L}{\hat{R}_{t+1}}\right)\right] + \ln \hat{R}_{t+1} \end{aligned} \tag{4.16}$$

The first question is whether there are really four types of agents in our economy. The immediate response is "it depends". It is the non-divisible cost of schooling that determines how many type of agents will be present.

Below, I show that there are two endogenous thresholds, f^* and f^{**} that determines the evolution of the economy. I have already showed that f^{**} is the lowest cost of education such that SPC holds with inequality, i.e. everybody would like to invest in education if she can.

When agents are constrained the schooling choice will be made only if (4.7), i.e. $U^{iH} \geq U^{iL}$ but also the agent has enough wealth to finance it. Let us call it "feasibility constraint" (FC)

$$b^i \geq \hat{f} \tag{FC}$$

This is why I make the following assumption.

Assumption 4.1 *Let us assume that, the cost of education is not too high so that even the constraint agents are able to undertake education, i.e.* $\hat{f} < b^p$.

Following the value of f there are two phases in our economy :

Phase 1 : $f \leq f^*$

Proposition 4.2 *When we are in the Phase 1, for given wages and interest rate, there is a bequest level* b^* *such that the agents* $b^i > b^*$ *choose to be skilled.*

Proof. Consider the agents with $b^i \leq b^p$. The ones with $b^i < \hat{f}$ have no choice than to be unskilled. For the ones $b^i \in (\hat{f}, b^p)$, the agent will choose either U_1 or U_2. The schooling decision will be made only if $U_2^i - U_1^i > 0$. Comparing the two functions we see that $U_2^i - U_1^i > 0$ implies $b^i > b^*$ with

$$b_t^* = \frac{(1-\chi_t) f w_{t+1}^H}{1 - \frac{\omega_{t+1}^L}{\omega_{t+1}^H}} \tag{4.17}$$

■

It means that, given credit market imperfections, there is a threshold level of bequests, b_t^*, under which it is not optimal to invest in education. Only the ones with $(b_t^i \geq b_t^*)$ will choose to be skilled, as we see in the Figure (4.1). The wage premium has a negative effect on schooling investment : $db_t^*/d(w_{t+1}^H/w_{t+1}^L) < 0$ while the schooling cost has a positive one : $db_t^*/df > 0$.

As $\theta < 1$ we have already $b^* \geq \hat{f}$, but one has to verify if $b^* < b^p$. Otherwise we must compare not only $U_2^i - U_1^i$ but also $U_2^i - U_4^i$. A comparison of b^* and b^p shows that, for given wage levels, it is f which determines whether $b^* < b^p$ or not. There is a threshold level, say f^*, such that when $f \leqq f^*$ we have $b^* \leqq b^p$. This level is given by

$$f_t^* = \left(1 - \frac{\omega_{t+1}^L}{\omega_{t+1}^H}\right) \frac{\omega_{t+1}^L}{(1-\chi_t) w_{t+1}^H \hat{R}_{t+1}}$$

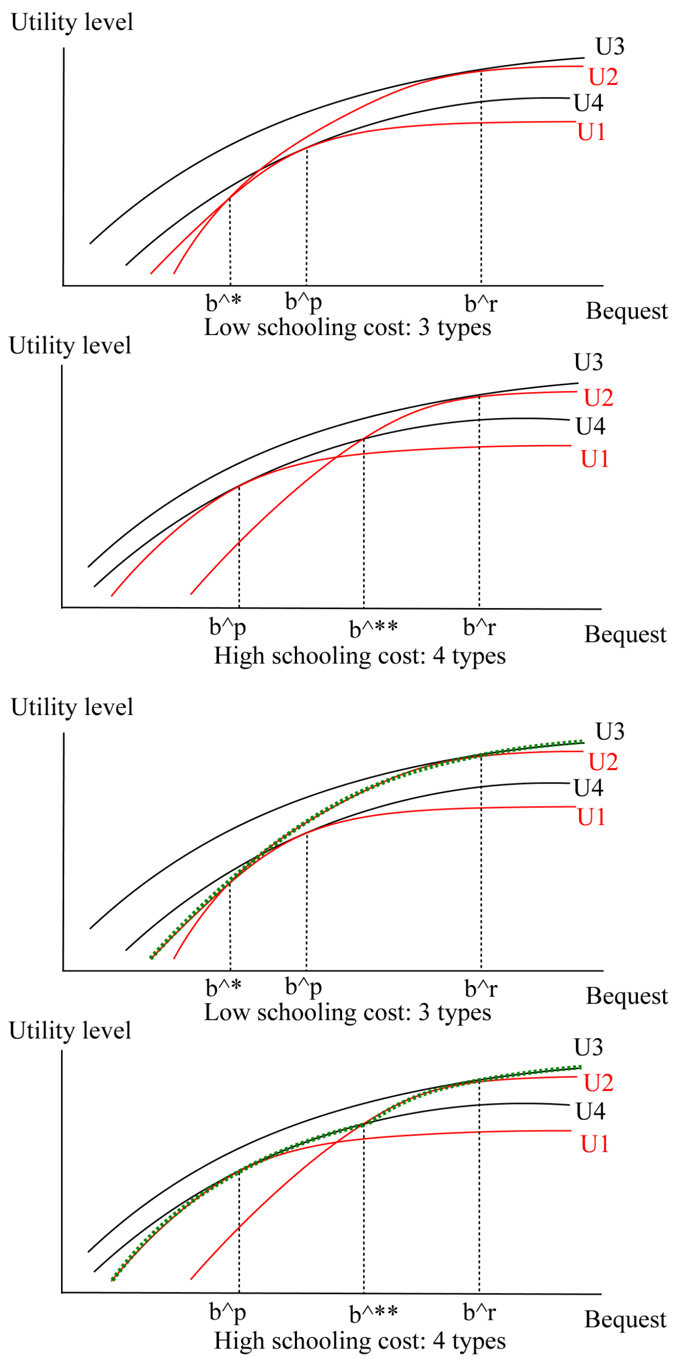

FIG. 4.1 – Occupational choice as a function of schooling cost

Now, it is simple to define f^* : the threshold for constrained agents to be able to invest in schooling.

Phase 2 :$f^* < f \leq f^{**}$:

Proposition 4.3 *When we are in the Phase 2, for given wages and interest rate, there is a bequest level b^{**} such that the agents $b^i > b^{**}$ choose to be skilled.*

Proof.

Since $f > f^*$, all agents with $b^i \leq b^p$ will choose to be unskilled (given that $b^* > b^p$). The agents with a bequest $b^i > b^p$ will invest in schooling only if $U_2^i - U_4^i > 0$. For low b^i, we have $U_2 - U_4 < 0$ (think of, for example, b^i near $\hat{f}$ which implies that U_2 goes to $-\infty$). On the other hand, for $b^i = b^r$ we know that $U_2 = U_3 \geq U_4$ given the condition SPC. We know also that the function $U_2 - U_4$ is continuous in b^i (for $b^i > \hat{f}$) and increasing for relatively low values of b^i, $\frac{d\,(U_2 - U_4)}{d\,b^i} = \frac{1}{b^i - \hat{f}} - \frac{2}{\omega^L/\hat{R} + b^i} > 0$, but decreasing for high values of b^i, $\frac{d\,(U_2 - U_4)}{d\,b} < 0$. Thus, $U_2 - U_4$ is concave and there are two roots, b_1^{**}, b_2^{**} of which b_1^{**} is relevant. See the Figure (4.1) for a graphical representation.

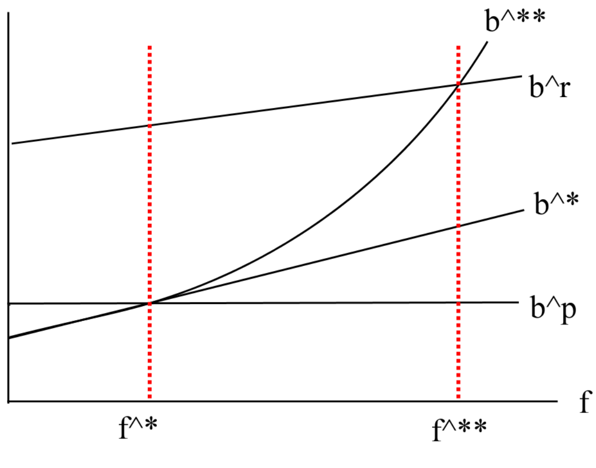

Fig. 4.2 – Phases as function of f

$$b_{1t}^{**} = \frac{2\,\omega_{t+1}^{H} - \omega_{t+1}^{L} - 2\sqrt{\omega_{t+1}^{H}\left[\omega_{t+1}^{H} - \hat{f}_t\,\hat{R}_{t+1} - \omega_{t+1}^{L}\right]}}{\hat{R}_{t+1}}$$

$$b_{2t}^{**} = \frac{2\,\omega_{t+1}^{H} - \omega_{t+1}^{L} + 2\sqrt{\omega_{t+1}^{H}\left[\omega_{t+1}^{H} - \hat{f}_t\,\hat{R}_{t+1} - \omega_{t+1}^{L}\right]}}{\hat{R}_{t+1}}$$

■

The sole problem is that we have to verify that the following condition is satisfied, $b_t^p < b_t^{**} \leq b_t^r$ (this is necessary for consistency). Numerical analysis shows that the relevant root is b_1^{**} (increasing in f, the other being decreasing) and b_1^{**} grows more rapidly than b^r when f increases–for given wages–as can be seen from the Figure (4.2). Only when $f = f^{**}$ we get $b_t^r = b_t^{**}$. The important point is that when $f = f^{**}$, SPC holds with equality so that no one has a benefit in investment in education. The intuition is that, if the education cost is too high no one would like to invest in it.

The case 2 is interesting : The agents who have a bequest $b^i \in (b^{**}, b^r)$ (type 2 agents) will invest in education while the ones with $\in (b^p, b^{**})$ do not (type 4 agents). The interesting point is that the agents who have a lower bequest $b^i \in (b^p, b^{**})$ have positive savings, while the ones with a higher bequest $b^i \in (b^{**}, b^r)$ do not.

4 Wealth dynamics

The capital market equilibrium is such that, at each date, the interest rate must be equal to that of the world :

$$r_t = r \tag{CME}$$

The government budget is balanced at each period

$$Z_t + \chi_t H_{t+1} f_t = \tau_t [r S_{t-1} + w_t^H H_t + w_t^L L_t] \tag{GBC}$$

where $S_t = \int_0^1 s_t^i di$. Let us use n^i to represent different types (of agents) according to their saving and skill ($i = L, H, LS, HS$). We can rewrite (LME) as

$$1 = n_t^H + n_t^{HS} + n_t^L + n_t^{LS} \tag{LME$'$}$$

(LME$'$) is the labor market equilibrium. n_t^L is the number of type 1 agents. n_t^{LS} is the number of type 2 agents. In the same way, n_t^H and n_t^{HS} describe respectively type 3 and type 4 agents. The important point is, if $f \leq f^*$ then $n^{LS} = 0$. Since occupational choice is endogenous, the number of each type of workers will also be endogenous.

The objective of this section is to show how one can get $\mathcal{X}_{t+1}$ from $\mathcal{X}_t$ with $\mathcal{X}$ being the vector whose elements are $\mathcal{N}_t, \mathcal{B}_t, \mathcal{T}_t, \pi_t$. π is the vector of fiscal instruments, $\pi = \{\chi, \tau, \eta\}$ while $\mathcal{P}$ is the price vector which is given. $\mathcal{B}$ is the bequest vector, $\mathcal{B} = \{b^i\}$. $\mathcal{T}_t$ is the threshold vector, $\mathcal{T} = \{b^p, b^r, b^*, b^{**}, f^*, f^{**}\}$. $\mathcal{N}$ is the labor market vector with $\mathcal{N} = \{n^L, n^{LS}, n^H, n^{HS}\}$. H is scalar.

The price consists of the given factor prices $\mathcal{P} = \{R, w^H, w^L\}$:

$$R = \beta \Gamma k_t^{\beta-1}, \quad w_t^H = (1-\beta)\Gamma k_t^{\beta}, \quad w_t^L = \theta w_t^H$$

As $\mathcal{P}$, the fiscal instruments also are known to the agents, $\pi = \{\chi, \tau, \eta\}$ but decided by the government.

The key equations of thresholds, are now given by

$$b_t^* = \frac{(1-\chi_t) f w^H}{1 - \frac{\omega_{t+1}^L}{\omega_{t+1}^H}}, \quad b_t^p = \frac{\omega_{t+1}^L}{\hat{R}_{t+1}}, \quad b_t^r = (1-\chi_t) f w_{t+1}^H + \frac{\omega_{t+1}^H}{\hat{R}_{t+1}}$$

$$b_t^{**} = \frac{2\,\omega_{t+1}^H - \omega_{t+1}^L - 2\sqrt{\omega_{t+1}^H \left[\omega_{t+1}^H - (1-\chi_t) f w^H \hat{R}_{t+1} - \omega_{t+1}^L\right]}}{\hat{R}_{t+1}}$$

$$f_t^* = \left(1 - \frac{\omega_{t+1}^L}{\omega_{t+1}^H}\right) \frac{\omega_{t+1}^L}{(1-\chi_t) w_{t+1}^H \hat{R}_{t+1}}, \quad f_t^{**} = \frac{(1-\tau_{t+1})(1-\theta)}{(1-\chi_t)\hat{R}_{t+1}}$$

We may write all these relations like

$$\mathcal{T}_t = F_0(\pi_t, \pi_{t+1})$$

Given fiscal instruments–so, the thresholds–one can analyze the evolution of transfers as a function of parental bequests. With imperfect credit markets an individual i will make a bequest which is a function of her parents' bequest. There are two cases, as shown in the preceding analysis.

At any time t, H_t is given by the number of agents who had gone to the school in $t-1$. The distribution function of bequests in the society will determine H_{t+1} ; this is precisely the number of persons who get a bequest $b^i \geq b^*$ in case 1 and $b^i \geq b^{**}$ in case 2. The distribution function of bequests will also determine $n_t^{HS} + n_t^{LS}$, that I define as being the number of people who have positive savings. Another feature of the model is that individuals who do not make a positive saving will bequeath either b_{t+1}^H or b_{t+1}^L which is independent of the amount of the bequest that they have inherited. But, for those who have positive saving it is not the case ; our bequest to our offspring is a positive function of the bequest that we got from our parents.

The labor market equilibrium is given by the following equations

$$\begin{aligned} 1 &= n_t^H + n_t^{HS} + n_t^L + n_t^{LS} \\ H_{t+1} &= n_t^H + n_t^{HS}, \quad n_t^H = \int_{b^{**}}^{b^r} dG_t, \quad n_t^{HS} = \int_{b^r}^{\bar{b}} dG_t \\ L_{t+1} &= n_t^{LS} + n_t^L, \quad n_t^L = \int_{\bar{b}}^{b^p} dG_t, \quad n_t^{LS} = \int_{b^p}^{b^{**}} dG_t \end{aligned}$$

these may be rewritten as

$$\mathcal{N}_t = F_1(\mathcal{B}_t, \mathcal{T}_t)$$

The evolution of the bequests depends on f : If $f \leq f_t^*$,

$$b_{t+1}^i = \begin{cases} (1-\alpha)\omega_{t+1}^L = b_{t+1}^L \forall i, & \text{if } b_t^i \leq b_t^* \\ (1-\alpha)\omega_{t+1}^H = b_{t+1}^H \forall i, & \text{if } b_t^r \geq b_t^i > b_t^* \\ \frac{(1-\alpha)}{2}\left[\hat{R}_{t+1}(b_t^i - \hat{f}_t) + \omega_{t+1}^H\right], & \text{if } b_t^i > b_t^r \end{cases} \tag{4.18}$$

else if $f_t^* < f < f_t^{**}$

$$b_{t+1}^i = \begin{cases} (1-\alpha)\omega_{t+1}^L = b_{t+1}^L \forall i, & \text{if } b_t^i \leq b_t^p \\ \frac{(1-\alpha)}{2}\left[\hat{R}_{t+1} b_t^i + \omega_{t+1}^L\right], & \text{if } b_t^{**} \geq b_t^i > b_t^p \\ (1-\alpha)\omega_{t+1}^H = b_{t+1}^H \forall i, & \text{if } b_t^r \geq b_t^i > b_t^{**} \\ \frac{(1-\alpha)}{2}\left[\hat{R}_{t+1}(b_t^i - \hat{f}_t) + \omega_{t+1}^H\right], & \text{if } b_t^i > b_t^r \end{cases} \tag{4.18$'$}$$

The case of $f = f_t^{**}$ is special because the agents will be indifferent to their future occupations :

$$b_{t+1}^i = \begin{cases} (1-\alpha)\omega_{t+1}^L = b_{t+1}^L \forall i, & \text{if } b_t^i \leq b_t^p \\ \frac{(1-\alpha)}{2}\left[\hat{R}_{t+1}(b_t^i - \hat{f}_t) + \omega_{t+1}^H\right], & \text{if } b_t^i > b_t^p \end{cases} \tag{4.18$''$}$$

And in the last case of $f > f_t^{**}$ there will be only unskilled agents

$$b_{t+1}^i = \begin{cases} (1-\alpha)\omega_{t+1}^L = b_{t+1}^L \forall i, & \text{if } b_t^i \leq b_t^p \\ \frac{(1-\alpha)}{2}\left[\hat{R}_{t+1} b_t^i + \omega_{t+1}^L\right], & \text{if } b_t^i > b_t^p \end{cases} \tag{4.18$'''$}$$

All these relations may be represented by

$$\mathcal{B}_{t+1} = F_2(\mathcal{B}_t, \pi_t, \pi_{t+1}, \mathcal{T}_t)$$

And finally the (GBC) can be written

$$Z_t + \chi_t H_{t+1} f_t = \tau_t[rS_{t-1} + w_t^H H_t + w_t^L L_t]$$

or equivalently

$$0 = F_4(\mathcal{N}_{t-1}, \mathcal{N}_t, \mathcal{B}_{t-1}, \pi_{t-1}, \pi_t) \tag{4.19}$$

The following proposition gathers all this information.

Proposition 4.4 *The dynamics of the whole system are given by the following equations given the initial conditions $\mathcal{B}_0$, $\mathcal{N}_{-1}, S_{-1}$.*

$$\mathcal{T}_t = F_0(\pi_t, \pi_{t+1}) \tag{4.20}$$

$$\mathcal{N}_t = F_1(\mathcal{B}_t, \mathcal{T}_t) \tag{4.21}$$

$$\mathcal{B}_{t+1} = F_2(\mathcal{B}_t, \pi_t, \pi_{t+1}, \mathcal{T}_t) \tag{4.22}$$

$$0 = F_4(\mathcal{N}_{t-1}, \mathcal{N}_t, \mathcal{B}_{t-1}, \pi_{t-1}, \pi_t) \tag{4.23}$$

Proof. Given $\{\pi_i\}_0^\infty$, the equation (4.20) gives the path of thresholds $\{\mathcal{T}_i\}_0^\infty$. Given $\{\mathcal{T}_i\}_0^\infty$, $\{\pi_i\}_0^\infty$ and $\mathcal{B}_0$, the equation (4.22) gives the whole distribution of bequests, $\{\mathcal{B}_i\}_0^\infty$. Given $\{\mathcal{B}_i\}_0^\infty$ and $\{\mathcal{T}_i\}_0^\infty$, the equation (4.21) gives $\{\mathcal{N}_i\}_0^\infty$. And finally $\{\pi_i\}_0^\infty$ is chosen by the government such that at each period (4.23) is respected. ■

Remark 4.5 *The initial period, $t = 0$, is special : the equation* (4.23) *is written* $0 = F_4(\mathcal{N}_{-1}, \mathcal{N}_0, S_{-1}, \pi_0)$. *But, as we see from* (4.6), S_{-1} *is related to* $\mathcal{B}_{-1}$. *Yet, we have assumed that the initial heterogeneity is in* $\mathcal{B}_0$, *therefore we put* $S_{-1} = \mathcal{B}_{-1} = 0$.

Remark 4.6 *If there is no government, the dynamics of the economy are described by* (4.21) *and* (4.22), *because* $\pi_t = \mathcal{T}_t = 0, \forall t$. *So, the relevant initial condition vector is* $\mathcal{B}_0$. *But, as long as there is a government, we need also* (4.20) *and* (4.23) *to describe the dynamics of the economy. As a result, the initial condition vectors are now* $\mathcal{N}_{-1}$ *and* $\mathcal{B}_0$.

5 Numerical analysis

5.1 Calibration

Let the interest rate, r be 1 (so, $R = 2$) and $\alpha = .5$. Given the length of the one generation (about 25 years) this imply an annual interest year about 2.81 %. $\beta = .4$

is standard, while $\Gamma = 2.5$ is arbitrary[11]. Hornstein *et al.* (2005) document that $\theta = w^L/w^H$ was variable over time ; in fact it was .69 in 1965 while it has reached .588 in 1995 in the United States. They also report that $h = H/(H + L)$, for males, was .15 in 1970 and increased to .3 in 2000 ; while for females these statistics are respectively .11 and .3. Hendel *et al.* (2005) give similar ratios : in 1965 h was .054 while in 1999 it is .236. So, I will assume $\theta = .6$ and $H_0 = .2$, and $L_0 = .8$ which are close to the average of these values.

There is no evidence about f. However, there are two papers that give an idea : the booklet edited by Peretti (2003) for French Youth, Education and Research Ministry, evaluates the total (public plus private) cost/spending of education as 6.9 % of GDP in 2002[12]. Given the labor share parameter, $\beta = .4$ and $\theta = .6$, the total wage bill is $Lw^L + Hw^H = .68w^H = .4Y$ and then $w^H = .4Y/.68$. So, f would be $.069 \times .68/.4 = .40588$. But, as only 10 % of the total spending is made by households, f should be approximatively .04. On the other hand, Jacobs (2002) estimates the yearly cost of university education to be 3900 EUR in Netherlands in 2000 and 2001. If we consider w^L to be the minimum wage, which is approximatively 1000 EUR in European countries, we get $w^H = w^L/\theta \cong 1667$ EUR. This implies $f \cong .195$. The average of these two number is $\cong .117$. I will use different values of f in these two boundary values, i.e. $f \in (.1, .2)$.

In order to simulate the model I also need the initial values of n^L, n^{LS}, n^H, n^{HS} and the initial distribution of bequests. As I do not seek a real calibration, let these values be fixed somehow arbitrarily. I have chosen : $n_0^L = .8$, $n_0^{LS} = 0$, $n_0^H = .15$, $n^{HS} = .05$ and the Poisson distribution with the mean 1.2 for the bequest

[11] In fact, one can use Γ in order to get the desired value of k.

[12] The repartition is the following : 60.7 % government, 22.3 % local authorities, 10 % households, 6.4 % firms and 0.6 % others.

distribution. There is no special reason for that distribution. I have chosen it because it is right-skewed and discrete. Any right-skewed distribution should give similar results.

An important step of the simulation process is the initial period ($t = 0$). If we follow the standard formulation of the OLG models, like initial bequests, there are also savings which are given. To be consistent with the optimization framework, one could assume that both b_0^i and s_{-1}^i are related in the following way : $b_0^i = (1-\alpha)(\hat{R}_0 s_{-1}^i + \hat{W}_0)$. As we know b_0^i, we can get back the right s_{-1}^i. But there are two problems : firstly, in the initial distribution there are agents who receive 0 or approximatively zero bequest. The above relation would imply a negative saving, $s_{-1}^i = -\hat{W}_0/\hat{R}_0 < 0$ for these agents. The second important problem is that in order to discuss the efficiency of fiscal and educational redistribution, I fix a constant tax rate and compare the output under fiscal and educational redistribution equilibrium. In such a set-up, increasing the constant tax rate would mean changing the initial aggregate savings. Numerical investigation shows that this change in the initial savings is crucial and affects the whole dynamics of the model. Thus, it becomes impossible to distinguish the effects due to the variation of the initial savings (initiated by a change in the constant tax rate) from the effects of fiscal and educational redistribution. This is why I assume no initial saving, i.e. $s_{-1}^i = 0, \forall i$. See also the Remark (4.5).

5.2 Results

Essentially 4 cases are analyzed : (i) the pure equilibrium case without any government intervention but with low schooling cost ; (ii) the pure equilibrium case without any government intervention with high schooling cost ; (iii) the equilibrium

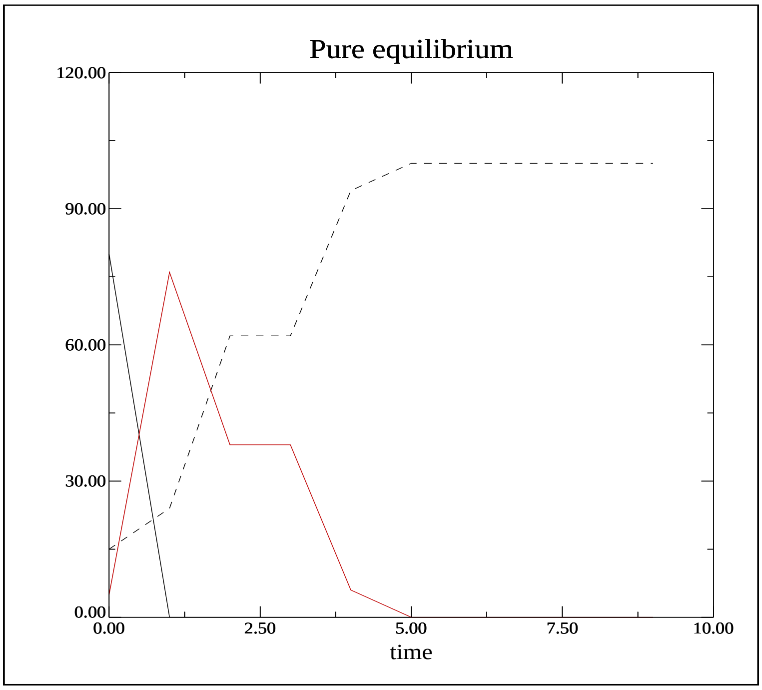

Fig. 4.3 – Pure equilibrium with low f ($f = .1$). The black, dashed and red lines show n^L, n^H, and n^{HS} respectively. $n^{LS} = 0$ over all the periods.

with only fiscal redistribution ; (iv) and finally the equilibrium with only educational redistribution.

The first case is relatively simple. Since the model is one of small open economy, the factor prices are given. With no-intervention as market prices do not change, we can calculate the whole path of all variables for a given initial distribution. The third and fourth ones are a bit more complicated, because, now, the prices/fiscal rates of both the period t and $t+1$ should be taken into account.

I will use GNU Scientific Library[13] (GSL) for numerical work, Maxima[14] for symbolic calculations and CAM Graphics Classes[15] for plotting.

[13] http ://www.gnu.org/software/gsl/
[14] http ://maxima.sourceforge.net/
[15] http ://www.math.ucla.edu/~anderson/CAMclass/CAMClass.html

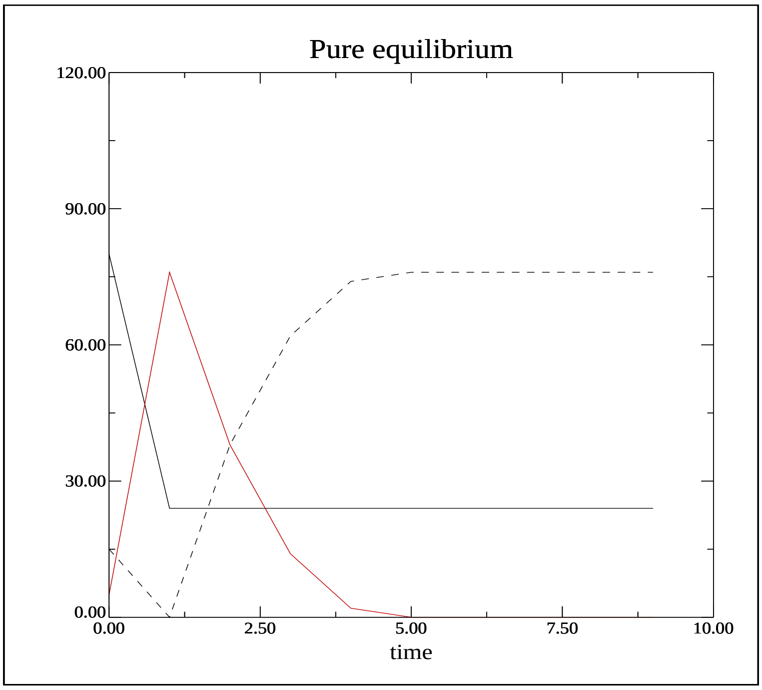

Fig. 4.4 – Pure equilibrium with high f ($f = .15$). The black, dashed and red lines show n^L, n^H, and n^{HS} respectively. $n^{LS} = 0$ over all the periods.

The Figures (4.3) and (4.4) show the importance the schooling cost. They show the evolution of the n^L, n^{LS}, n^H, and n^{HS} with respect to time in the case of pure equilibrium, i.e. no intervention case. As I have discussed in previous sections, with a low schooling cost there will be more skilled agents in the economy. When $f = .1$ in the long run all agents are skilled while when $f = .15$ only .76 % are skilled. This result is compatible with Galor and Zeira (1993) who show that when investment in human capital is indivisible and the credit markets are imperfect, initial conditions affect not only the short-run but also the long-run variables[16]. Particularly, I confirm their conjecture according to which, depending on the initial distribution of income, multiple equilibria are possible and that agents may be divided into subgroups. Now

[16]For a similar result of persistent inequality in a slightly different set-up see Ljungqvist (1993).

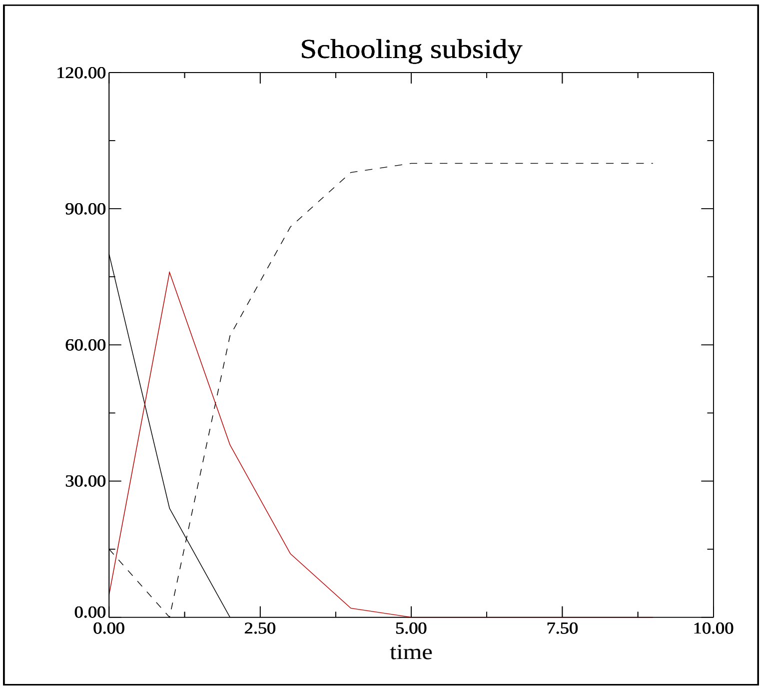

Fig. 4.5 – Equilibrium with only educational redistribution for $\tau = .0016$. The black, dashed and red lines show n^L, n^H, and n^{HS} respectively. $n^{LS} = 0$ over all the periods.

on let $f = .15$.

The Figures (4.5) and (4.6) show the evolution of the n^L, n^{LS}, n^H, and n^{HS} with respect to time when the tax rate is fixed at $\tau = .0016$ and where all the taxation revenue is spent respectively on educational subsidy and fiscal redistribution. While the educational redistribution is effective at this tax rate (everyone becomes skilled in the long-run equilibrium), the fiscal redistribution is not (only .76 % are skilled). This level of taxation/fiscal redistribution does not suffice to bring economy to a competitive equilibrium with more skilled agents. Intuitively, the borrowing constraints are still binding. In comparison to the pure equilibrium case, the Figure (4.4), the time path of n^L and n^{LS} are identical to the pure equilibrium one. However, there are fewer unconstrained agents in the transition.

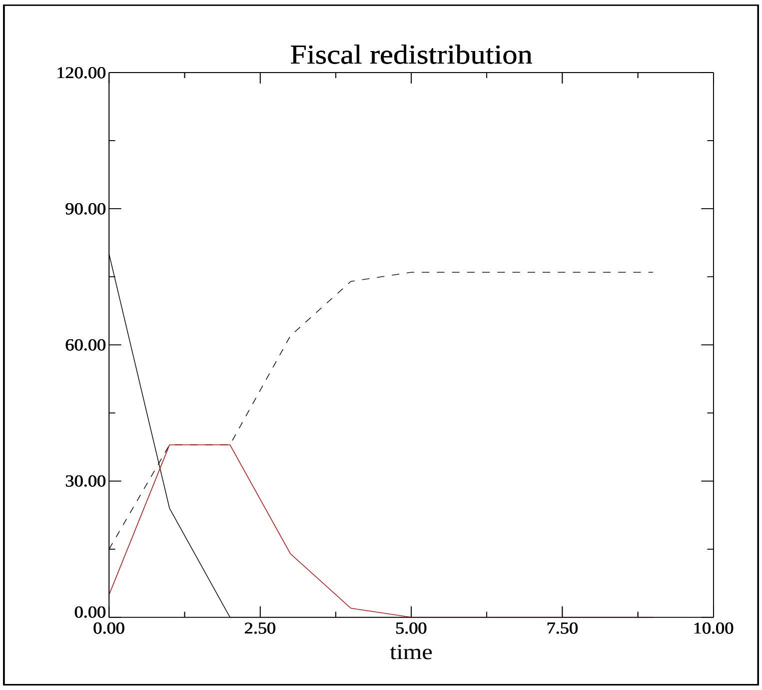

FIG. 4.6 – Equilibrium with only fiscal redistribution for $\tau = .0016$. The black, dashed and red lines show n^L, n^H, and n^{HS} respectively. $n^{LS} = 0$ over all the periods.

One can wonder if a more higher level of financial redistribution would permit to attain an equilibrium with more skilled agents : the answer is yes. The Figure (4.7) shows this. The intuition is that the borrowing constraints are no more binding for the constrained agents. A comparison of the Figures (4.8) and (4.9) shows this clearly : in the latter one the redistribution rate (η) is higher.

To resume, from all these figures, we can say that the educational redistribution is more efficient than the financial redistribution. The intuitive reason is that direct redistribution, on one hand, lessens the borrowing constraints. But on the other hand, it diminishes the incentives for investment in schooling : the ratio of ω^L/ω^H increases with η. This can be also seen from b^* ; the threshold for the schooling decision. The higher η the higher b^*.

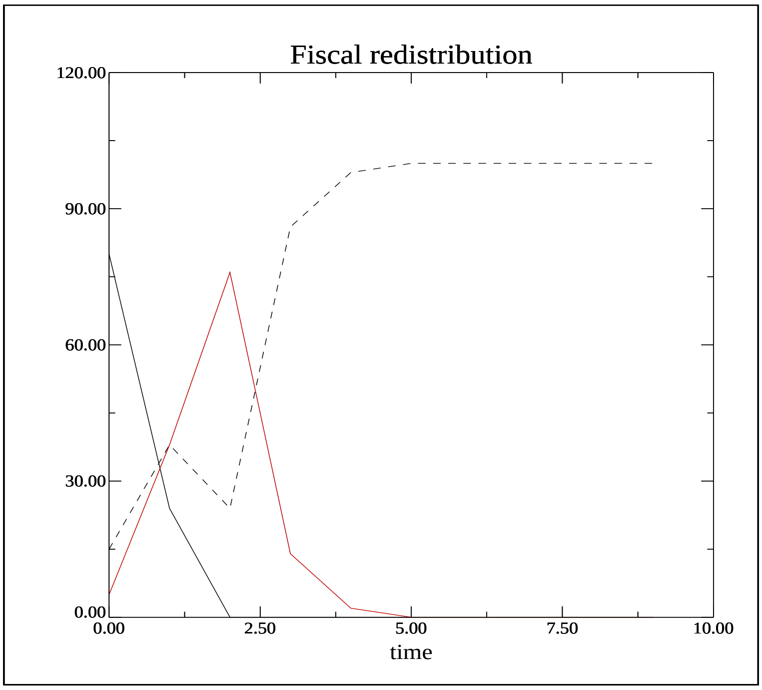

Fig. 4.7 – Equilibrium with only fiscal redistribution for $\tau = .005$. The black, dashed and red lines show n^L, n^H, and n^{HS} respectively. $n^{LS} = 0$ over all the periods.

6 Conclusion

I have studied the effect of redistributive taxation in a simple model of investment in schooling where credit markets are imperfect. More precisely future (labor) income can not be used as a collateral for present credit demand. In such a set-up, I showed that family income determines whether children will invest or not in schooling and so whether they will be qualified or not. After studying the dynamics of the model I have a given a numerical example which characterizes the role of fiscal and educational redistribution financed by distortive taxation.

In comparison with no intervention case, distortive taxation that is used to finance the subsidy to education increases the ratio of skilled labor. This is also true for the financial redistribution but, as our example illustrated, in order to create

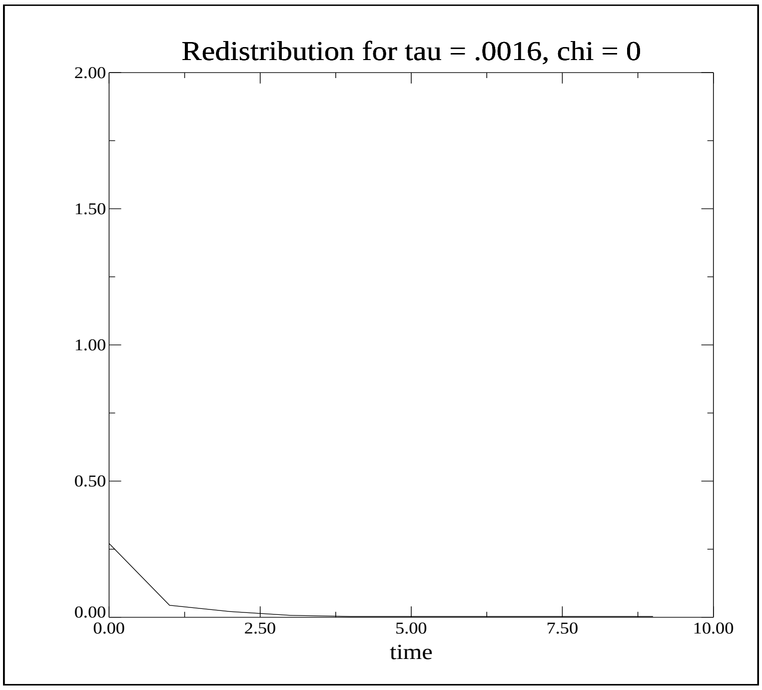

Fig. 4.8 – Implied redistribution level (η) for $\tau = .0016$.

the same effect the tax rate should be higher (if the only fiscal instrument is financial redistribution). The intuition is that the educational subsidies are more efficient than the direct redistribution in dealing with borrowing constraints that prevent the poor agents to invest in education.

To have a simple and manageable model I have used a few simplifying assumptions. More realistic assumptions would strengthen the main message. One would like to extend the model by introducing, for example, the stochastic ability ; one another may think about closed economy. Both are important steps that will enrich the dynamics of the model by allowing more mobility. A final extension may be considering the endogenous growth framework.

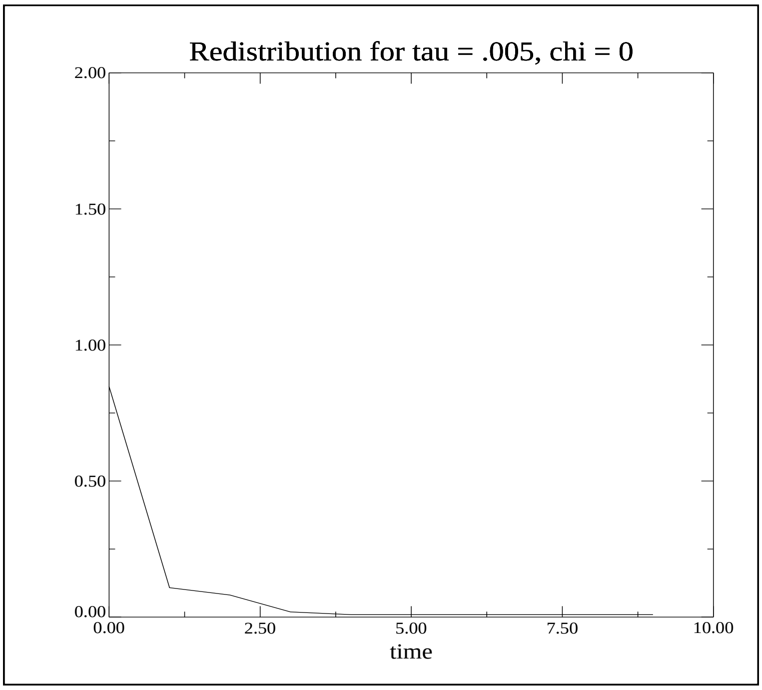

Fig. 4.9 – Implied redistribution level (η) for $\tau = .005$.

Conclusion générale

> "... [the] personal experience I have described led me to a certain suspicion of definitive answers to tax questions." Lucas (1990, p.294)

L'approche primale consiste à trouver des écarts (*wedges*) optimaux entre le taux marginal de transformation et le taux marginal de substitution inter et intra temporels. Une fois l'allocation optimale trouvée, on utilise les instruments fiscaux permettant de la mettre en œuvre dans l'équilibre décentralisé. Il peut exister plusieurs systèmes fiscaux pour implémenter les allocations de Ramsey. Selon le modèle choisi, on aura besoin de différents instruments : par exemple, dans le modèle néo-classique standard on a seulement besoin des impôts sur le travail et le capital. En revanche, dans les modèles avec externalités et concurrence imparfaite cela peut aller de trois à quatres, cinq voire plus. En effet, cela dépend du nombre de la marge où il faut intervenir.

Dans les modèles étudiés, qu'il s'agisse du modèle standard ou des modèles de croissance endogène, nous avons montré que la politique optimale consiste à égaliser les taux marginaux de transformation intertemporels et ceux de substitution, du moins, à long terme. Dans le cas où il n'existe pas d'externalités, ceci implique la non-taxation des facteurs accumulables (chapitre 1), alors que les facteurs constituant des flux vont être taxés. Dans le cadre des modèles de croissance endogène (chapitres 2 et

3), le niveau des dépenses publiques n'est pas exogène. Il est déterminé, de manière endogène, par le besoin des politiques correctives pour remédier aux inefficiences du marché. Ces politiques consistent à subventionner les facteurs à l'origine de la croissance (stock de connaissances, le nombre/la variété de biens intermédiaires) soutenable à son niveau de premier rang. La trajectoire de ces subventions peut être constant ou variable suivant le modèle en question. Le capital ne devrait pas être imposé à long terme, alors que le travail est imposé même à long terme. Il est possible de faire une hiérarchie des distorsions d'après la politique fiscale optimale : il faut corriger les externalités ou les distorsions dynamiques au prix d'introduire des distorsions statiques.

Quand les agents sont hétérogènes et lorsque les marchés de crédit ne sont pas parfaits, les conclusions standard obtenues sous l'hypothèse de l'agent représentatif et d'un marché financier parfait pourrait changer radicalement. Sous des hypothèses réalistes concernant la formation et le financement scolaires, il est souhaitable que les gouvernements interviennent dans le processus de la formation scolaire. Sinon, l'équilibre "laisser-faire" peut être inefficace ; plus particulièrement, le marché ne pourrait pas fournir autant de travailleurs qualifiés que l'on voudrait. Ceci pourrait appeler pour une imposition progressive du revenu afin de remédier aux défaillances du marché.

Nous pourrions étendre le cadre de ce travail et par là-même renforcer ou éventuellement réviser les conclusions proposées en émettant des hypothèses moins contraignantes. Ainsi, dans chacun de nos chapitres il serait souhaitable de faire la même analyse avec des fonctions d'utilité et/ou de production plus générales. Par exemple, dans le chapitre 1, une fonction d'utilité non séparable engendrerait une phase de transition pendant laquelle les taux d'imposition ne sont pas constants. De la même manière, il serait souhaitable d'analyser les modèles basés sur l'expansion de qualité[17] qui analysent la création des nouvelles idées (des nouveaux biens) de manière plus réaliste avec une approche Schumpeterienne.

Une autre ligne d'extension consisterait à marier les modèles récents à la Mirrlees dans un environnement dynamique avec les modèles de croissance endogène basés sur l'accumulation du capital humain. Notre chapitre 4 semble un bon point de départ. Il faudrait introduire des agents à talent stochastique et la croissance endogène (via, par exemple, une externalité due au stock du capital humain) pour mesurer les avantages et les coûts des politiques publiques. Il faudrait supposer que le gouvernement octroie des subventions à la formation scolaire financées par un système fiscal non linéaire. Cette optique reviendrait à englober la littérature sur la mobilité, l'inégalité et les choix d'occupation ; celle sur la croissance endogène ; et celle de l'imposition optimale avec information privée.

[17] Aghion et Howitt (2000) est manuel entièrement destiné à l'étude de ce type de modèle.

Bibliographie

[1] Acemoğlu, D. (1998) : "Why do new technologies complement skills ? Directed technical change and wage inequality," *Quarterly Journal of Economics,* 113, 1055-1089.

[2] Acemoğlu, D. (2002) : "Directed technical change," *Review of Economic Studies,* 69, 781-809.

[3] Acemoğlu, D. and J. Pischke (2001) : "Changes in the wage structure, family income, and children's education," *European Economic Review Papers and Proceedings,* 45, 890-904.

[4] Aghion, P. and P. Howitt (2000) : *Théorie de la Croissance Endogène.* Paris : Dunod.

[5] Aghion, P., C. Meghir and J. Vandenbussche (2004) : "Growth, distance to frontier and composition of human capital," IFS Working Paper WP04/31.

[6] Aiyagari, S. R. (1995) : "Optimal capital income taxation with incomplete markets, borrowing constraints, and constant discounting," *Journal of Political Economy,* 103, 1158-1175.

[7] Albanesi, S. and C. Sleet (2006) : "Dynamic optimal taxation with private information," *Review of Economic Studies,* 73, 1-30.

[8] Arnold, L. G. (2000a) : "Endogenous technical change : a note on stability," *Economic Theory,* 16, 219-226.

[9] Arnold, L. G. (2000b) : "Stability of the market equilibrium in Romer's model of endogenous technical change : a complete characterization," *Journal of Macroeconomics,* 22, 69-84.

[10] Aschauer, D. A. (1989) : "Is public expenditure productive ?," *Journal of Monetary Economics,* 23, 177-200.

[11] Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz (1972) : "The structure of indirect taxation and economic efficiency," *Journal of Public Economics,* 1, 97-119.

[12] Atkinson, A. B. and A. Sandmo (1980) : "Welfare implications of the taxation of savings," *Economic Journal,* 90, 529-549.

[13] Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz (1980) : *Lectures on Public Economics.* London : McGraw-Hill.

[14] Auerbach, A. J. (1985) : "The theory of excess burden and optimal taxation," Chapter 2, Vol. 1, in *Handbook of Public Economics,* ed. by A. Auerbach and M. Feldstein. Amsterdam : North-Holland.

[15] Auerbach, A. J. and J. R. Hines (2002) : "Taxation and economic efficiency," Chapter 21, Vol. 3, in *Handbook of Public Economics,* ed. by A. Auerbach and M. Feldstein. Amsterdam : North-Holland.

[16] Autor, D. H., L. F. Katz and A. B. Krueger (1998) : "Computing inequality : have computers changed the labor market ?," *Quarterly Journal of Economics,* 113, 1169-1213.

[17] d'Autume, A. (2002) : "Politiques d'emploi et fiscalité optimale," *Economie Publique,* 11, 47-75.

[18] d'Autume, A. (2006) : "Comment imposer le capital," Conférence au Congrès de l'Association Française de Science Economique, 14-15 septembre, Paris - FRANCE.

[19] Barro, R. J. (1990) : "Government spending in a simple model of endogenous growth," *Journal of Political Economy,* 98, S103-S125.

[20] Barro, R. J. (1999) : "Human capital and growth in cross-country regressions," *Swedish Economic Policy Review,* 6, 237-277.

[21] Bénabou, R. (2002) : "Tax and education policy in a heterogenous agent economy : what levels of redistribution maximize growth and efficiency ?," *Econometrica,* 70, 481-517.

[22] Bénassy, J. P. (1998) : "Is there always too little research in endogenous growth with expanding product variety," *European Economic Review,* 42, 61-69.

[23] Benhabib J. and R. Farmer (1994) : "Indeterminacy and increasing returns," *Journal of Economic Theory,* 63, 19-41.

[24] Benhabib, J. and M. Spiegel (1994) : "The role of human capital in economic development : evidence from aggregate cross-country data," *Journal of Monetary Economics,* 34, 143-174.

[25] Bertola, G. (1999) : "Macroeconomics of distribution and growth," Chapter 9, Vol. 1, in *Handbook of Income Distribution,* ed. by A. B. Atkinson and F. Bourguignon. Amsterdam : Elsevier.

[26] Blanden, J. and P. Gregg (2004) : "Family income and educational attainment : a review of approaches and evidence for Britain," *Oxford Review of Economic Policy,* 20, 245-263.

[27] Blanden, J., P. Gregg, and S. Machin (2003) : "Changes in educational inequality," CMPO Working Paper 03/079.

[28] Burden, R. L. and J. D. Faires (1997) : *Numerical Analysis.* Pacific Grove : Brooks/Cole Publishing Company.

[29] Cahuc, P. and A. Zylberberg (2001) : *Le Marché du Travail.* Bruxelles : De Boeck Université.

[30] Carey, D. and H. Tchilinguirian (2000) : "Average effective tax rates on capital, labour and consumption," OECD Economics Department Working Paper 258.

[31] Carneiro, P. and J. Heckman (2002) : "The evidence on credit constraints in post-secondary schooling," *Economic Journal,* 112, 705-734.

[32] Chamley, C. (1985) : "Efficient taxation in a stylized model of intertemporal general equilibrium," *International Economic Review,* 26, 451-468.

[33] Chamley, C. (1986) : "Optimal taxation of capital income in general equilibrium with infinite lives," *Econometrica,* 54, 607-622.

[34] Chamley, C. (1993) : "Externalities and dynamics in models of 'learning or doing'," *International Economic Review,* 34, 583-609.

[35] Chamley, C. (2001) : "Capital income taxation, wealth distribution, and borrowing constraints," *Journal of Public Economics,* 79, 55-69.

[36] Chari, V. V., L. J. Christiano, and P. J. Kehoe (1999) : "Optimal fiscal policy in a business cycle," *Journal of Political Economy,* 102, 617-652.

[37] Chari, V. V. and P. J. Kehoe (1999) : "Optimal fiscal and monetary policy," Chapter 26, Vol. 1 (C), in *Handbook of Macroeconomics*, ed. by J. B. Taylor and M. Woodford. Amsterdam : Elsevier.

[38] Chiang, A. (1992) : *Elements of Dynamic Optimization.* New York : McGraw-Hill.

[39] Chiu, W. H. (1998) : "Income inequality, human capital accumulation and economic performance," *Economic Journal,* 108, 44-59.

[40] Coleman II, W. J. (2000) : "Welfare and optimum dynamic taxation of consumption and income," *Journal of Public Economics,* 76, 1-39.

[41] Corlett, W. J. and D. C. Hague (1953-1954) : "Complementarity and the excess burden of taxation," *Review of Economic Studies,* 21, 21-30.

[42] Correia, I. H. (1996) : "Should capital income be taxed in the steady state ?," *Journal of Public Economics,* 60, 147-151.

[43] Cremer, H., F. Gahvari and N. Ladoux (1998) : "Externalities and optimal taxation," *Journal of Public Economics,* 70, 343-364.

[44] Dasgupta, P. and J. E. Stiglitz (1971) :"Differential taxation, public goods and economic efficiency," *The Review of Economic Studies,* 38, 151-174.

[45] Devereux, M. B. and D. R. F. Love (1994) : "The effects of factor taxation in a two-sector model of endogenous growth," *Canadian Journal of Economics,* 27, 509-536.

[46] Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees (1971) : "Optimal taxation and public production 1 : Production efficiency and 2 : Tax rules," *American Economic Review,* 61, 8-27 and 261-278.

[47] Dixit, A. and J. E. Stiglitz (1977) : "Monopolistic competition and optimum product diversity", *American Economic Review,* 67, 297-308.

[48] Erosa, A. and M. Gervais (2002) : "Optimal taxation in life-cycle economics," *Journal of Economic Theory,* 105, 338-369.

[49] Fishman, A. and A. Simhon (2002) : "The division of labor, inequality and growth," *Journal of Economic Growth,* 7, 117-136.

[50] Galor, O. and J. Zeira (1993) : "Income distribution and macroeconomics," *Review of Economic Studies,* 60, 35-52.

[51] Galor, O. and D. Tsiddon (1997) : "Distribution of human capital and economic growth," *Journal of Economic Growth,* 2, 93-124.

[52] Galor, O. and O. Moav (2004) : "From physical to human capital accumulation : inequality and the process of development," *Review of Economic Studies,* 71, 1001-1026.

[53] Gancia, G. and F. Zilibotti (2005) : "Horizontal innovation in the theory of growth and development," Chapter 3, Vol. 1A, in *Handbook of Economic Growth,* ed. by P. Aghion and S. N. Durlauf. Amsterdam : Elsevier.

[54] García-Peñalosa, C. and S. J. Turnovsky (2006) : "Growth and income inequality : a canonical model," *Economic Theory,* 28, 25-49.

[55] Golosov, M., N. Kocherlakota, and A. Tsyvinski (2003) : "Optimal indirect and capital taxation," *Review of Economic Studies,* 70, 569-587.

[56] Grimaud, A. and F. Tornemaine (2004) : "Social values, distortions, and R&D investments : first best versus second best equilibria in growth models," IDEI Working Paper 279.

[57] Guo, J. T. and K. J. Lansing (1999) : "Optimal taxation of capital income with imperfectly competitive product markets," *Journal of Economic Dynamics and Control,* 23, 967-995.

[58] Hanushek, E. A. (2003) : "The failure of input-based schooling policies," *Economic Journal,* 113, F64-F98.

[59] Haveman, R. and B. Wolfe (1995) : "The determinants of children's attainment : A review of methods and findings," *Journal of Economic Literature,* 33, 1829-1878.

[60] de Hek, P. A. (2006) : "On taxation in a two-sector endogenous growth model with endogenous labor supply," *Journal of Economic Dynamics and Control,* forthcoming.

[61] Hendel, I., J. Shapiro and P. Willen (2005) : "Educational opportunity and income inequality," *Journal of Public Economics,* 89, 841-870.

[62] Hornstein, A., P. Krussel and G. Violante (2005) : "The effects of technical change on labor market inequalities," Chapter 20, Vol. 1B, in *Handbook of Economic Growth,* ed. by P. Aghion and S. N. Durlauf. Amsterdam : Elsevier.

[63] Hubbard, R. G. and K. L. Judd (1987) : "Social security and individual welfare : precautionary saving, borrowing constraints, and the payroll tax," *American Economic Review,* 77, 630-646.

[64] Jacobs, B. (2002) : "An investigation of education finance reform," CPB Discussion Paper 9.

[65] Jones, C. I. and J. C. Williams (2000) : "Too much of a good thing ? The economics of investment in R&D," *Journal of Economic Growth,* 5, 65-85.

[66] Jones, L., R. E. Manuelli and P. Rossi (1993) : "Optimal taxation in models of endogenous growth," *Journal of Political Economy,* 101, 485-517.

[67] Jones, L., R. E. Manuelli and P. Rossi (1997) : "On the optimal taxation of capital income," *Journal of Economic Theory,* 73, 93-117.

[68] Judd, K. L. (1985) : "Redistributive taxation in a simple perfect foresight model," *Journal of Public Economics,* 28, 59-83.

[69] Judd, K. L. (1997) : “The optimal tax rate for capital income is negative,” NBER Working Paper 6004.

[70] Judd, K. L. (1999) : “Optimal taxation and spending in general competitive growth models,” *Journal of Public Economics,* 71, 1-26.

[71] Kocherlakota, N. (2005) : “Zero expected wealth taxes : a Mirrlees approach to dynamic optimal taxation,” *Econometrica,* 73, 1587-1621.

[72] Kremer, M. (1998) : “Patent buyouts : a mechanism for encouraging innovation,” *Quarterly Journal of Economics,* 113, 1137-1167.

[73] Krueger, A. and M. Lindahl (2001) : “Education for growth : why and for whom ?,” *Journal of Economic Literature,* 39, 1101-1136.

[74] Laitner, J. (1995) : “Quantitative evaluations of efficient tax policies for Lucas’ supply side models,” *Oxford Economic Papers,* 47, 471-492.

[75] Lansing, K. J. (1999) : “Optimal redistributive capital taxation in a neoclassical growth model,” *Journal of Public Economics,* 73, 423-453.

[76] Ljungqvist, L. (1993) : “Economic underdevelopment : the case of a missing market for human capital,” *Journal of Development Economics,* 40, 219-239.

[77] Lucas, R. E. (1988) : “On the mechanics of economic development,” *Journal of Monetary Economics,* 22, 3-42.

[78] Lucas, R. E. (1990) : “Supply side economics : an analytical review,” *Oxford Economic Papers,* 42, 293-323.

[79] Mankiw, N. G., D. Romer and D. N. Weil (1992) : “A contribution to the empirics of economic growth,” *Quarterly Journal of Economics,* 107, 407-437.

[80] Maoz, Y. D. and O. Moav (1999) : “Intergenerational mobility and the process of development,” *Economic Journal,* 109, 677-697.

[81] Meade, J. E. (1974) : "The Optimal balance between economies of scale and variety of products : an illustrative model," *Economica,* 41, 359-367.

[82] Mino, K. (1996) : "Analysis of a two-sector model of endogenous growth with capital income taxation," *International Economic Review,* 37, 227-251.

[83] OECD (2006) : *Fundamental Reform of Personal Income Tax.* Paris : OECD Publishing.

[84] Ortigueira, S. (1998) : "Fiscal policy in an endogenous growth model with human capital accumulation," *Journal of Monetary Economics,* 42, 323-355.

[85] Owen, A. L. and D. N. Weil (1998) : "Intergenerational earnings, mobility, inequality and growth," *Journal of Monetary Economics,* 41, 71-104.

[86] Pelloni, A. and R. Waldman (1998) : "Stability properties of a growth model," *Economics Letters,* 61, 55-60.

[87] Peretti, C. (ed.) (2003) : *Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche.* Paris : Impremerie Nationale.

[88] Plug, E. and W. Vijverberg (2005) : "Does family income matter for schooling outcomes ? Using adoptees as a natural experiment," *Economic Journal,* 115, 879-906.

[89] Ramsey, F. P. (1927) : "A contribution to the theory of taxation", *Economic Journal,* 37, 47-61.

[90] Rebelo, S. and N. L. Stokey (1995) : "Growth effects of flat-rate taxes," *Journal of Political Economy,* 103, 519-550.

[91] Rivera-Batiz, L. and P. Romer (1991) : "Economic integration and endogenous growth," *Quarterly Journal of Economics,* 106, 531-555.

[92] Romer, P. M. (1986) : "Increasing returns and long-run growth," *Journal of Political Economy,* 94, 1002-1037

[93] Romer, P. M. (1987) : "Growth based on increasing returns due to specialization," *American Economic Review,* 77, 56-62.

[94] Romer, P. M. (1989) : "Human capital and growth : theory and evidence," NBER Working Paper 3173.

[95] Romer, P. M. (1990) : "Endogenous technological change," *Journal of Political Economy,* 98, S71-S102.

[96] Sandmo, A. (1976) : "Optimal taxation in the presence of externalities," *Swedish Journal of Economics,* 77, 86-98.

[97] Sandmo, A. (1983) : "Progressive taxation, redistribution and labor supply," *Scandinavian Journal of Economics,* 85, 311-323.

[98] Schmidt, G. W. (2003) : *Dynamics of Endogenous Economic Growth : a Case Study of the "Romer Model".* Amsterdam : Elsevier.

[99] Stiglitz, J. E. (1987) : "Pareto efficient and optimal taxation and new new welfare economics," Chapter 15, Vol. 2, in *Handbook of Public Economics,* ed. by A. Auerbach and M. Feldstein. Amsterdam : North-Holland.

Résumé

Cette thèse étudie la question de la fiscalité optimale du second-best *dans les modèles dynamiques en utilisant l'approche primale. Elle est constituée de quatre chapitres : premièrement, nous développons un algorithme numérique pour déterminer la trajectoire complète des taxes optimales dans le modèle néoclassique de croissance. Les chapitres deux et trois sont sur la fiscalité optimale dans les modèle de croissance endogène. Nous commençons par un modèle simple de variété pour arriver au modèle de Romer (1990). Nous montrons, d'abord, comment appliquer l'approche primale à ce type de modèle avant de faire une analyse numérique de la politique optimale. Enfin, nous comparons l'efficacité des deux politiques alternatives de redistribution en matière de scolarité : une aide financière aux parents et une aide financière aux enfants qui subventionne en partie des frais scolaires. Nous analysons, d'abord, l'équilibre de "laisser-faire", et puis nous discutons l'efficacité de ces politiques alternatives de redistribution.*

Mots-clés : Fiscalité optimale, croissance endogène, contraintes de crédit

Abstract

This PhD Thesis is about second-best optimal taxation in dynamic models. There are four chapters. The first chapter proposes a new algorithm in order to solve for the complete path of the tax rates in the neoclassical model of growth. The chapters two and three are about optimal taxation in the endogenous growth models. We begin by a simple model of variety before the Romer model (1990). We show, firstly, how to use primal approach in such models and then we study the numerical aspects of the optimal policy. Finally, we compare the efficiency of two alternative redistributive policies in schooling : A fiscal redistribution to the parents, or an educational redistribution to the children that subsidies partially the schooling cost. We begin by the study of the dynamics of the "laisser-faire" equilibrium and then we discuss the efficiency of these alternative redistributive policies.

Keywords : Optimal taxation, endogenous growth, borrowing constraints.