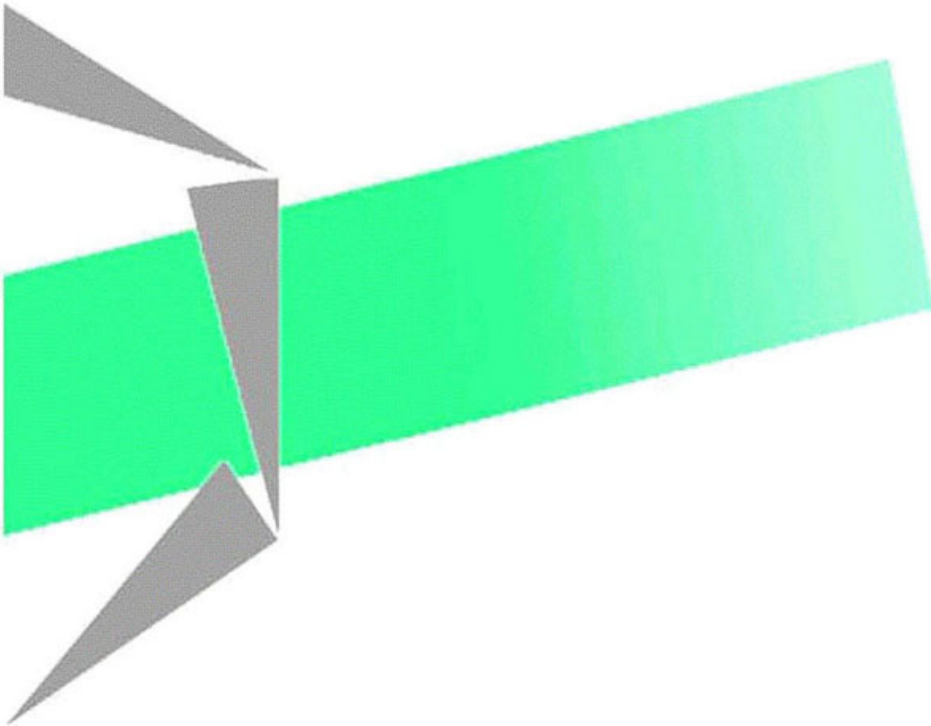


# Les cahiers du laboratoire Leibniz



## **Vers une modélisation d'une géométrie en actes dans les activités de lecture tracé du bâtiment**

Annie Bessot et Colette Laborde

Laboratoire Leibniz-IMAG, 46 av. Félix Viallet, 38000 GRENOBLE, France -  
ISSN : 1298-020X

n° 101  
Avril. 2004

Site internet : <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/>



# Vers une modélisation d'une géométrie en actes dans les activités de lecture tracé du bâtiment

Annie Bessot et Colette Laborde

Équipe DDM, laboratoire Leibniz ERTe IAM  
Université Joseph Fourier, Grenoble I

## Résumé .

La recherche présentée ici s'inscrit dans un projet national qui répond à un objectif social de transformations des formations professionnelles. L'activité professionnelle considérée requière des prises de décision dépendant d'une lecture adéquate de plans pour effectuer des tracés dans l'espace du chantier. La modélisation d'une telle activité par une géométrie en acte articule des connaissances théoriques de la géométrie euclidienne, des connaissances rendant compte des aspects matériels de la situation et des connaissances perceptives.

La recherche présentée ici s'inscrit dans un projet national<sup>1</sup> qui répond à un objectif social de transformation des formations professionnelles avec les objectifs scientifiques suivants□

- mieux comprendre les problèmes rencontrés par les professionnels en décrivant les conceptualisations en jeu dans une pratique efficace□
- déterminer des conditions à mettre en œuvre dans les formations qui favorisent de telles conceptualisations en ayant recours à des simulations informatiques□
- analyser les effets de ces formations sur les activités professionnelles.

Les activités professionnelles considérées requièrent des prises de décision, soit dans un environnement temporel incertain, soit sous la dépendance d'une lecture adéquate de représentations graphiques :

- lecture de plans dans les métiers du bâtiment□(Grenoble, A. Bessot, S. Déprez, M. Eberhard, C. Laborde);
- lecture de graphes techniques par des grutiers faiblement lettrés□(Dijon, J.-M. Boucheix);
- prise de décision pour la taille de vignes (Dijon, S. Caens) et pour l'implantation d'une culture de colza (Poitiers, A. Jaunereau; Paris, P. Pastré)<sup>2</sup>.

## 1. Problématique globale du projet

Dans le cadre de ce projet, nous nous intéressons aux situations de formation permettant la construction de savoirs professionnels par l'apprenant. Deux institutions sont donc considérées□celle de la pratique professionnelle et celle de la formation. Les outils théoriques sur lesquels se fondent les analyses sont la théorie des champs conceptuels et la théorie des situations.

---

<sup>1</sup> Projet «□Activités et formation professionnelles□simulations informatiques comme aide à la conceptualisation□ de l'ACI «□École et Sciences Cognitives□ du Ministère Délégué Recherche et Nouvelles Technologies

<sup>2</sup> Consultant du projet□G. Vergnaud

La recherche poursuit trois objectifs en interrelation.

1. l'identification des savoirs et des connaissances en jeu dans la conceptualisation, en s'appuyant sur deux champs de connaissances et de savoirs, celui des savoirs scientifiques et savoirs professionnels de référence, celui des connaissances et savoirs en actes
2. la caractérisation des conditions permettant le fonctionnement de ces savoirs et ces connaissances, en identifiant différentes classes de situations professionnelles et en observant en situation de travail la pratique professionnelle dans des tâches routinières ou non routinières. Cette caractérisation débouche sur la construction de situations didactiques utilisant les variables associées aux classes de situations professionnelles.
3. l'analyse des effets des situations de formation sur les conceptualisations, ces situations intégrant des simulations informatiques (non pleine échelle). L'observation des formés et des formateurs guidée par une analyse *a priori* sera ici l'un des moyens d'évaluation des conditions élaborées pour favoriser les processus de conceptualisation

## 2. Les contrôles dans l'activité de «**lecture tracé**» dans le bâtiment

La plupart des tâches du bâtiment s'appuient sur la lecture de plans pour effectuer des tracés dans l'espace du chantier (méso espace). Nous appellerons ces tâches, des tâches de «**lecture tracé**». La mise en place de certains éléments du chantier prend en compte l'implantation ultérieure d'autres éléments. Ainsi, lorsqu'un plancher est à poser, le tracé du plancher doit anticiper le passage des canalisations et du réseau électrique ; de même, l'implantation d'un mur doit prendre en compte les positions des fenêtres et des portes. Cette anticipation prend le nom de réservation.

On peut distinguer deux types de contrôles dans l'activité et les pratiques de tracé de réservation :

- les contrôles au moment du tracé de la réservation qui sont dépendants des informations lues sur le plan
- les contrôles ultérieurs effectifs au moment de la pose des éléments se plaçant dans la réservation (contrôle pragmatique),

les premiers contrôles étant finalisés par les seconds.

En effet, si la longueur d'une poutre peut être contrôlée pragmatiquement par l'ouvrier qui la pose, (elle doit relier les supports de la poutre), la présence dans une dalle, d'une réservation destinée à des canalisations, ne peut être contrôlée par le maçon que par des contrôles liés à une lecture pertinente du plan. C'est le plombier qui ultérieurement exercera le contrôle pragmatique.

Le premier type de contrôles est au centre de nos préoccupations. En absence de contrôle pragmatique, le contrôle s'exerce à travers des connaissances dont certaines sont liées à l'espace et aux instruments utilisés. Les réservations constituent donc pour nous un objet privilégié d'observation du processus de conceptualisation.

De quelle nature sont les connaissances en jeu ? Comment sont-elles organisées ? Quelles relations entretiennent ces connaissances avec les artefacts présents sur les chantiers ?

Les connaissances impliquées dans les tâches de lecture tracé sont relatives à l'espace, or la géométrie euclidienne issue d'une modélisation de l'espace nous apparaît comme une référence opératoire pour l'analyse de ces connaissances. Notre choix est donc d'étudier ces connaissances en relation avec cette géométrie de référence. Nous faisons l'hypothèse que ces

dernières se spécifient et s'organisent en une structure propre liée aux contraintes de l'institution, professionnelle ou de formation professionnelle.

Pour modéliser les connaissances en jeu dans l'activité de lecture - tracé, nous avons<sup>3</sup>

- caractérisé les conditions de l'activité de lecture tracé (situation fondamentale de lecture tracé)
- construit une expérimentation relative à l'activité de lecture tracé
- identifier au travers des données recueillies les invariants de l'activité et leur articulation, en termes géométriques.

### 3. Une situation fondamentale de lecture tracé

Nous caractérisons de la façon suivante l'ensemble des situations de lecture tracé que nous qualifions de situation fondamentale de lecture tracé (Bessot et al.1993, p. 120<sup>3</sup>Brousseau 1998, p.80)<sup>3</sup>

Etant donné un plan coté d'un **élément de bâtiment** de forme **f** contenant **n** réservations de type **r** et **d'emplacement coté**, tracer avec les **instruments**, sur une **surface** plane cet élément de bâtiment et ces réservations.

La surface dépend du lieu des lecture-tracés :

- <sup>3</sup>En usine, c'est une table de préfabrication de largeur imposée 2,50 m : en effet les prédalles doivent être transportées en camion sur le chantier ce qui contraint leurs dimensions.
- <sup>3</sup>En forain, c'est une table *ad hoc* de largeur non imposée, à proximité du chantier
- <sup>3</sup>Sur le chantier *in situ*.

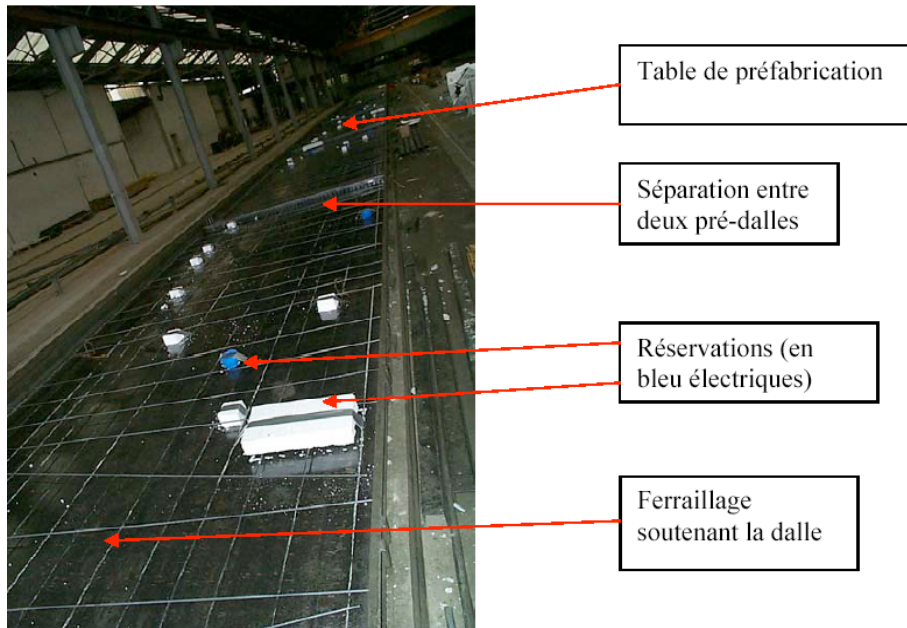
Sur le chantier, les tâches de lecture tracé sont fréquentes, mais leur observation est rendue difficile par de nombreux facteurs, en particulier de conditions climatiques et de la programmation du chantier. C'est pourquoi nous avons décidé d'étudier le cas de la préfabrication en usine.

La préfabrication d'éléments de maçonnerie en usine (éléments verticaux ou horizontaux) présente l'intérêt de construire les éléments en série. Ces éléments sont ensuite transportés sur le chantier et il reste à les assembler sur place au reste de l'édifice (contrôle pragmatique des éléments). Le gain de la préfabrication réside dans le temps et le coût de la préparation : alors que sur le chantier il faut placer des banches (moule de 2m sur 1m) à l'aide d'une grue pour couler le béton, la table de préfabrication en usine est en même temps un moule : c'est une table métallique permanente vibrante, permettant la confection du béton.

La photo ci-après illustre cette étape de fabrication des pré-dalles dans une usine.

---

<sup>3</sup> Le caractère gras indique les variables de la situation fondamentale.



**Photo 1.** Table de fabrication de l'usine

Avant de poser les séparations délimitant les prédalles et les réservations, il est nécessaire de tracer sur la table leur position à partir du plan de fabrication (activité de lecture tracé).

Nous avons instancié ci-après la situation fondamentale, en fixant des valeurs aux variables correspondant aux conditions de l'usine de préfabrication  $\square$  le prédalles<sup>4</sup> :

Étant donné une fiche de préfabrication d'une prédalle de forme **f** contenant **n** réservations de type **r** et **d'emplacement coté**, tracer avec les **instruments**, sur une table de largeur 2,5m cette prédalle et ces réservations.

Nous avons utilisé la notion de saut informationnel pour analyser la complexité des situations de lecture tracé  $\square$

Le saut informationnel consiste, après avoir trouvé une situation fondamentale [...], à choisir d'abord les valeurs de ses variables de telle manière que les connaissances [...] permettent d'élaborer des stratégies efficaces... puis, sans modifier les règles du jeu, à changer les valeurs des variables de façon à rendre beaucoup plus grande la complexité de la tâche à accomplir. (Brousseau, 1986, p.23)

Les variables et leurs valeurs découlent de l'analyse des fiches d'incidents de l'usine  $\square$  la majorité des erreurs concerne le tracé de segments en biais de prédalles (qui ne sont pas orientés dans les directions de la cotation), le positionnement des réservations, ainsi que la largeur et le parallélisme des pré-dalles dont la largeur est inférieure à 2.5m (largeur de la table de préfabrication).

Le tableau ci-dessous présente les deux classes de situations selon les valeurs de deux variables, la forme f et l'emplacement coté des réservations. Le type de réservations retenu dans ce tableau est celui des boîtiers électriques circulaires (repéré par leur centre).

Variable Classes de situations	Forme de la prédalle	Repérage du point de réservation sur le plan	
		Point de référence	Redondance des cotes
1	Rectangle	Matérialisé sur le plan	Non
2	Trapèze	Non matérialisé	Oui

**Tableau 1.** deux classes de situations de lecture tracé de complexité différente

<sup>4</sup> Le caractère gras indique les variables de la situation fondamentale instanciée.

#### 4. Une situation expérimentale de lecture tracé – choix et analyse a priori

Récemment, les activités de lecture tracé en usine ont été informatisées. Cette automatisation s'explique d'une part par la diminution de la durée du travail des ouvriers, et d'autre part par un nombre significatif de litiges entre le fabricant et le client résultant d'erreurs commises par les ouvriers dans la tâche de lecture tracé (30% de litiges déclarés).

Devant l'impossibilité de l'observation en usine, nous avons décidé de construire et d'observer une situation de lecture tracé en préfabrication dans une institution de formation professionnelle avec des élèves de Terminales BEP (constructeurs en bâtiment et maçonnerie, lycée technologique professionnel R. Deschaux de Sassenage)<sup>5</sup>.

Cette expérimentation est réalisée avec deux binômes d'élèves de BEP – le binôme C et D, le binôme J et T<sup>6</sup>. Le recueil des données s'est fait sous deux formes –

- enregistrement vidéo de l'activité
- prise de notes par un observateur.

Dans la situation expérimentale, nous fixons les valeurs de certaines variables de la situation fondamentale et nous en faisons varier d'autres, pour construire deux situations successives relevant des deux classes dégagées au tableau 1 et entre lesquelles un saut informationnel a été organisé.

Le tracé de deux prédalles 1 et 2 doit être réalisé successivement. Leur plan est donné ci-dessous (Fig. 1). L'activité de lecture – tracé de ces prédalles relèvent respectivement des classes de situations 1 et 2, dégagées plus haut (tableau 1)

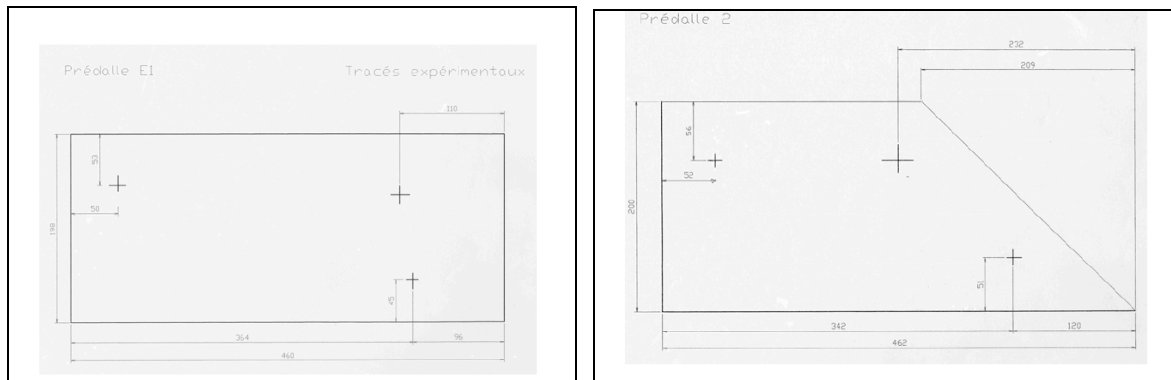


Figure 1. Fiches de fabrication des prédalles des situations 1 et 2



Sur le sol, une table de préfabrication a été simulée par un contour rectangulaire fait de trois planches de bois.

Les instruments disponibles sont l'équerre de bâtiment, le mètre ruban, la règle rigide (2m), le cordeau traceur bleu et le crayon. Le nombre de réservations a été fixé à 3.

Photo 2. Simulation de la table de préfabrication

<sup>5</sup> Ce type de tâches a une existence à la fois dans les référentiels du BEP et dans la formation en atelier.

<sup>6</sup> Cette expérimentation a donné lieu à un mémoire de DEA (Crozier 2003).

Le saut informationnel entre la situation 1 et la situation 2 introduit un tracé de réservation problématique. Sur la fiche de la prédalle 2, il s'agit de la réservation pour laquelle la cote 56 doit être lue par alignement. Le problème provient de la relation entre le point de référence pour le repérage de la réservation et les cotes utilisables. Soit le point de référence choisi est un point matérialisé sur le plan mais il manque alors une cote, et il faut procéder pour la déterminer au calcul  $462 - 232$  soit on utilise une cote existante dépendant d'un point de référence extérieur à la prédalle et non matérialisé sur le plan ( $232 \square 56$ ).

La situation 1 en revanche n'est pas problématique par rapport aux pratiques en atelier en formation (comme l'enseignant le confirme dans un entretien). Cette situation permet donc d'identifier les connaissances stables que le milieu dans la situation 2 déstabilise.

La tâche de lecture tracé met nécessairement en jeu deux espaces. Le micro espace de la fiche fabrication et le méso espace des tracés.

Le premier présente une articulation entre

- d'une part, des codes numériques (distances à respecter) et symboliques. Distinction de trois types de segments (traits forts ou fins et pour ces derniers fléchés ou non)
- et d'autre part, des objets (segments côtés du contour, points intersections de deux segments parallèles aux côtés du contour) et des relations géométriques (parallélisme et orthogonalité conduisant à deux directions privilégiées, distances prises le long de ces deux directions).

L'espace des tracés (table de préfabrication) est un méso espace dynamique qui se construit au fur et mesure des actions de tracé instrumentées du sujet en accord avec une géométrie implicite qui est notre objet d'étude. Il est contraint par les dimensions de la table qui imposent les directions de la largeur et de la longueur.

Comment s'effectue dans la pratique professionnelle le tracé d'une réservation ?

Pour des raisons de taille de l'espace, le recours à l'équerre est quasi inexistant. En effet, une petite erreur sur la position de l'équerre engendre une erreur importante de la position d'un tracé de droite à grande distance. Les professionnels ont recours essentiellement au mètre ruban pour les mesures et tracés des réservations et au cordeau bleu pour le tracé du pourtour de la prédalle.

## **5. Une première analyse des données issues de l'expérimentation**

Les données ont été recueillies à partir de l'observation :

- de la situation expérimentale de lecture-tracé
- d'entretiens d'auto-confrontation et de confrontation croisée avec les sujets observés

*Dans la situation expérimentale*, chaque binôme doit réaliser successivement les deux tracés pour les prédalles 1 et 2, la consigne orale étant :

Effectuer le tracé de la prédalle et des réservations à partir de ce plan dans cet emplacement qui simule une table de préfabrication de largeur 2 m 50 avec les instruments présents.

Nous nous restreignons dans cet article à l'identification des connaissances stables en jeu dans la situation 1. Nous choisissons d'étudier l'activité de lecture tracé de la réservation de cotes 96 et 45. Le tracé de cette réservation a donné lieu à deux procédés différents.

Le binôme C et D utilise l'équerre, le mètre ruban et le crayon dans une stratégie « circuit » qui procède dans l'ordre 96,45 : mesure de 96 cm avec le mètre ruban le long de la planche matérialisant le bord de la prédalle (Fig.2), marque du point 1 sur la planche, report de ce point sur le sol (point 2) à l'aide d'un crayon qui assure la perpendicularité au sol (Fig. 3 vue de face) puis mesure de 45 cm le long du bord de l'équerre placée à 96 cm comme ci-dessous : point 3 centre de la réservation (Fig.3 vue de dessus).

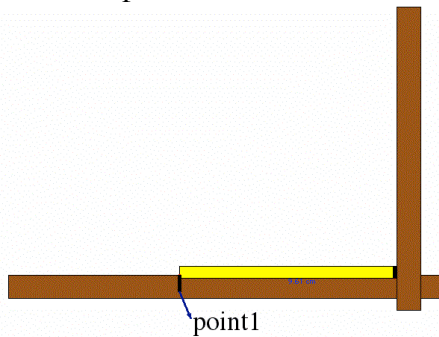


Figure.2

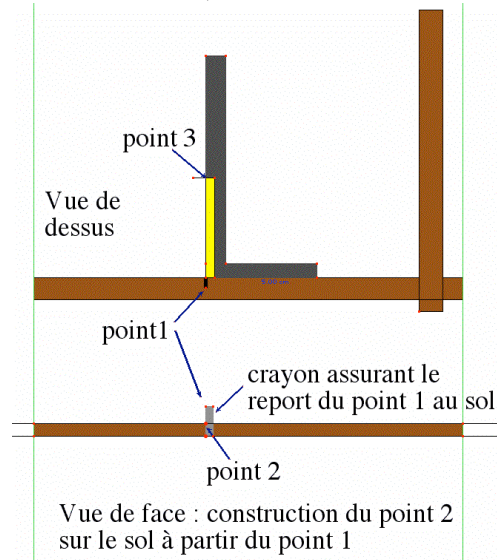


Figure.3

Le binôme J et T n'utilise que le mètre ruban et le crayon et jamais l'équerre, et il lui faut cinq opérations de mesure pour tracer le centre de la réservation (voir le film complet des actions en annexe 1), alors que quatre suffiraient théoriquement. Comme le montrent les figures 4 et 5, les deux segments obtenus après la quatrième mesure sont disjoints : ils ne peuvent donc servir à déterminer le centre de la réservation.

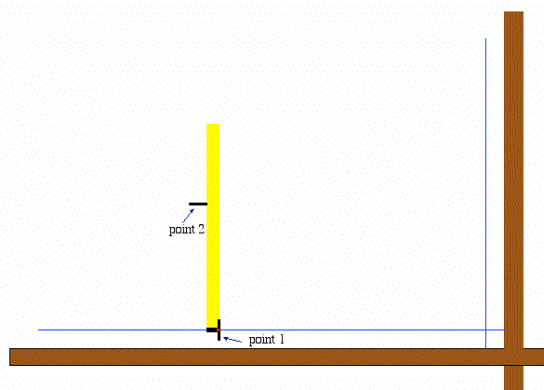


Figure 4

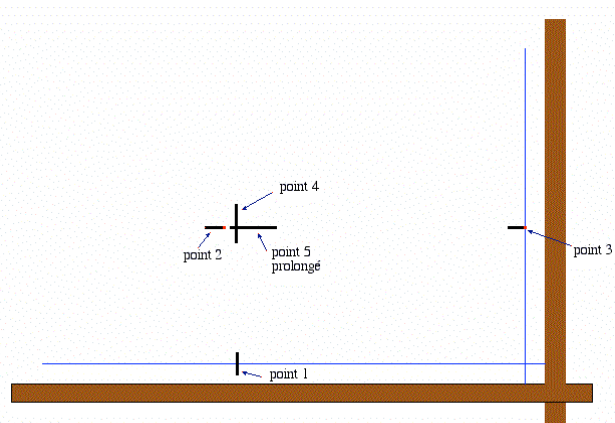


Figure 5

Pour aller au-delà de la description des procédures que permet l'observation de l'activité, nous avons eu recours dans une deuxième phase à des entretiens d'auto-confrontation et de confrontation croisée.

Les entretiens comportent des questions avant et après le visionnement du film vidéo, soit sur la propre activité de lecture tracé du binôme, soit sur celle de l'autre binôme. Dans de tels

entretiens, le sujet prend comme objet de réflexion son activité propre (autoconfrontation) ou celle de pairs (confrontation croisée), ce qui peut l'amener à expliciter des invariants organisateurs de son activité. La dimension réflexive de ces entretiens provoque une rationalisation *a posteriori* des actions de lecture - tracé. Les invariants formulés peuvent être en concordance avec les actions repérées ou détachés des actions observées (liées à un savoir ou un savoir faire de l'institution).

Avant le visionnement de la vidéo, nous sollicitons l'évocation des actions de tracé de la réservation (96,45)□

Pourriez vous nous dire comment vous feriez pour tracer cette réservation? (question Q1)

Il s'agit de vérifier la difficulté d'évocation et de formulation des actions banales (habitus, Bourdieu, 1980) de tracé pour le sujet questionné. Nous prenons pour hypothèse de travail que moins une tâche est problématique, plus les actions pour la réaliser sont transparentes et donc difficiles à expliciter, un exemple extrême classique étant la marche. On prévoit donc une difficulté à évoquer ces actions et une distance entre les actions évoquées et les actions effectivement réalisées. Cet écart est l'une des conditions qui favorise la rationalisation *a posteriori* (déjà mentionnée) des actions réalisées effectivement. Une autre condition est que les chercheurs menant l'entretien ne sont pas perçus comme des gens du métier. Il faut donc leur expliquer ce qui d'habitude va de soi dans le métier.

Nous n'avons observé aucun décalage dans l'évocation des instruments alors que les actions évoquées par chacun des binôme ne correspondent pas aux actions réalisées.

C intervertit l'ordre des mesures en disant mesurer d'abord 45 puis 96 sur le bord de l'équerre. J ne mentionne pas le cinq mesures effectuées :

J'avais tiré deux points à 96, un par là et un dessous, comme ça, après sur ma ligne j'ai fait 45 puis j'ai trouvé ma première réservation.

Les deux élèves confirment leur évocation malgré notre mise en doute.

Nous les confrontons à la vidéo de leurs actions (situation d'auto confrontation)□

Regardez ce que vous avez fait. Cela correspond-il à ce que vous venez de dire ? ( Question Q'1)

C ne s'aperçoit pas de l'interversion de l'ordre des actions au vu de la vidéo et J pense qu'il a simplement interverti les mesures dans son évocation.

Ces deux cas semblent confirmer notre hypothèse sur la transparence des actions de tracé dans une situation ordinaire de tracé.

Dans ce qui suit, nous cherchons à modéliser la géométrie sous-jacente aux actions des élèves, c'est-à-dire la géométrie en acte.

## **6. Fondements d'une géométrie en acte dans la situation de lecture - tracé**

La particularité fondamentale d'une géométrie en acte dans la situation de lecture - tracé réside dans la mise en relation de deux référentiels spatiaux, celui du système des cotes du plan et celui de l'espace des tracés. Cette mise en relation peut être problématique dans les tâches de lecture - tracé et être ainsi fluctuante au cours de l'activité. Pour les deux binômes observés, cette mise en relation a été stable□ils ont pris soin d'orienter le plan par rapport à la table de préfabrication et de toujours revenir à cette disposition quitte à se déplacer avec le

plan dans les mains. Certes la stabilité de cette mise en relation est favorisée par la forme rectangulaire de la table et sa dissymétrie (trois planches en U). Le soin pris à maintenir le plan dans une même position dans leurs déplacements témoigne de l'existence d'une connaissance en actes qui pourrait être qualifiée de connaissance pragmatique (Pastré, 2002). L'absence d'explicitation par les élèves de cette mise en relation est un indice qu'elle n'a pas posé problème dans ces conditions. Or elle est source d'erreurs dans les situations professionnelles plus complexes et son contrôle est alors une condition cognitive indispensable au bon déroulement de l'activité de tracé. Une question reste posée est-il possible de rendre problématique la mise en relation dans une situation de lecture - tracé du même type

La géométrie de l'espace des tracés dans la situation de lecture tracé est donc fortement marquée par le système de repérage dans lequel sont données les cotes. Les cotes sont des mesures prises parallèlement à deux directions constantes perpendiculaires entre elles. Cela n'est pas sans conséquence sur les concepts en actes des élèves construits relativement aux objets de cette géométrie.

On peut distinguer dans les actions de tracé et explicitations des élèves deux catégories d'objets fondamentales analogues à celles de la géométrie euclidienne point et droite. Elles sont dénommées *point* (J. et C.) et *ligne*, *ligne droite*, *droite* (J.) ou *droite*, *trait* (C.). La catégorie point renvoie à deux types de concepts en acte (Vergnaud, 1990)

- premier type le point comme ensemble de points d'un segment parallèle à une direction de référence de dimension suffisamment petite pour un tracé à la main. J parle de *point parallèle*
- second type le point comme intersection
  - a. soit de deux lignes de référence,
  - b. soit d'une ligne de référence et d'un point du premier type parallèle à l'autre ligne de référence,
  - c. soit de deux points du premier type parallèles aux directions de référence.

Ces deux types de point (Fig. 6) sont en relation avec le tracé des lignes mais leur fonction est différente. Un point du second type ne peut être produit qu'à partir d'un ou de deux points du premier type. Un point du premier type est un segment auxiliaire matérialisé, qui fait partie d'une ligne matérialisée ou non. L'espace des tracés est un espace évolutif, issu des actions de tracé dont le but final est le tracé du pourtour de la prédalle puis des centres des réservations.

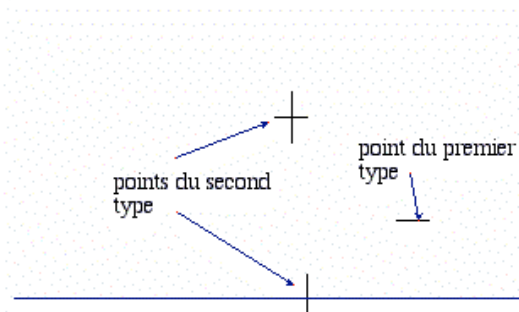


Figure 6. Les deux types de «points»

Un point du second type donne lieu à un tracé permanent, image dans le méso espace d'un tracé du plan de préfabrication alors qu'un point du premier type donne lieu à un tracé destiné à disparaître dans le tracé d'un point du second type. Il n'est pas l'image d'un tracé du plan de

préfabrication.

Une droite est conçue comme définie par deux points du premier type. C'est un segment non traçable à la main, image d'un segment du plan de préfabrication (ligne de cotes, pourtour de la prédalle). Elle donne lieu à deux concepts en acte

- droite de référence tracée (pourtour de la prédalle)
- alignement de deux points du premier type (partiellement non tracée mais matérialisable par un instrument comme la règle rigide ou le mètre ruban).

Dans cette géométrie, les problèmes de construction diffèrent selon les instruments utilisés. C et D ont utilisé tous les instruments à leur disposition, règle rigide, équerre, mètre ruban, cordeau bleu et crayon, alors que J et T ont eu recours, en dehors du cordeau bleu et du crayon, au seul mètre ruban. Ces choix sur les instruments donnent donc lieu à deux problèmes de construction différents. Nous nous centrons sur le problème de J et T.

### **Un problème de construction dans le mésoespace sans équerre et sans règle rigide : le cas de J et T**

A partir des descriptions et des justifications des actions par J, nous inférons un ensemble structuré de théorèmes en acte opérant sur les concepts en actes de points et droites et relevant d'une géométrie en acte des tracés, instrumentée par le mètre ruban et contrainte par le système de cotes.

Dans certaines de ses formulations, J attribue au second type de point d'être d'équerre et qualifie le premier type de *point parallèle*. Pourquoi

Rappelons que paradoxalement J contrairement à C n'a pas recours à l'équerre et que C n'utilise jamais cette expression dans l'entretien. Nous pensons que J ressent la nécessité de qualifier cette propriété, pour exprimer qu'il a pris en compte la perpendicularité malgré l'absence d'équerre. Dans la géométrie des tracés sans équerre, comment peut être prise en charge la construction de deux lignes perpendiculaires Les deux formulations de J d'équerre et de *points parallèles* sont un indice de théorèmes en acte sur les relations entre parallélisme et perpendicularité, permettant cette prise en charge

J « Si là c'est d'équerre comme ça là après quand on rentre des points parallèles à cette ligne, tout ça, alors ça c'est d'équerre. »

que l'on peut reformuler dans la géométrie en actes de J

Si deux lignes de référence sont perpendiculaires, alors le point d'intersection de deux points parallèles à ces deux lignes est d'équerre (th-a 2)

Le « point intersection » est un point du second type et les « points parallèles » sont du premier type. Dans cette géométrie, une ligne auxiliaire n'est pas matérialisée en absence de règle rigide. Elle est conçue comme définie par deux points du premier type.

D'autres théorèmes en acte concernent les relations entre points et lignes. Nous les inférons à partir des formulations de J

J « Quand on rentre des points parallèles à cette ligne »

que nous reformulons

Un point du premier type, issu d'une cote portée par une direction de référence est parallèle à l'autre direction de référence (th-a 1)

L'action «Entrer un point» renvoie à la lecture d'une cote et au tracé d'une marque faisant intervenir le parallélisme à l'un des lignes de référence.

Un autre théorème en acte met en relation le parallélisme et l'égalité numérique des cotes.

J «Parce que si on fait... de là à là 45 et de là à là 45... c'est parallèle ... c'est les 2 mêmes cotes ... c'est parallèle»

Que nous interprétons comme

Si deux points du premier type sont issus du report de deux cotes égales relatives à la même ligne de référence, la ligne auxiliaire passant par ces deux points est parallèle à cette ligne de référence. (th-a 1')

Le fonctionnement de ces théorèmes s'appuie à la fois sur la coordination plan espace des tracés et sur deux axiomes modélisant la lecture perceptive de la perpendicularité dans les deux espaces

Axiome du plan les directions de référence des cotes sont orthogonales

Axiome de l'espace des tracés : deux planches consécutives délimitant le bord de la table de préfabrication sont d'équerre

Nous les modélisons comme des axiomes car l'orthogonalité des éléments concernés va de soi pour les élèves dans leur activité de tracé.

Notons que la conjonction des théorèmes en acte 1' et 2' fournit la perpendicularité des lignes du pourtour de la prédalle. Ce pourtour offre des lignes de référence pour le tracé des réservations. De la conjonction des mêmes théorèmes en acte découle la perpendicularité des deux marques donnant le centre de la réservation (point d'équerre du second type).

L'étude précédente portait sur les conséquences de l'absence d'équerre et de règle rigide dans les actions de tracé et a montré l'existence de théorèmes en acte prenant en charge l'obtention et le contrôle de la propriété de perpendicularité et d'alignement (une «droite» est déterminée par deux points du premier type). *A contrario*, il nous reste à examiner le rôle joué par les instruments effectivement utilisés par J, le mètre ruban et les instruments de marquage, crayon et cordeau bleu.

J et T ont eu recours à trois instruments

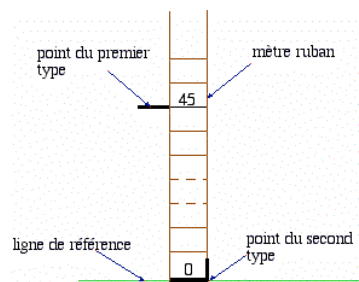
- le cordeau bleu est un traceur de lignes droites
- le crayon est un traceur libre
- le mètre ruban n'est pas un traceur, il sert à mesurer.

Dans le modèle géométrique de leurs tracés, les trois instruments, mètre ruban, cordeau bleu et crayon jouent des rôles différents vis-à-vis des points et des lignes

- Le cordeau bleu trace les lignes de référence, qui sont des lignes droites joignant deux points du premier type,
- Le crayon trace, sous le contrôle de la perception, des points du premier du type ou du second type, en conjonction avec l'usage du mètre ruban,
- Le mètre ruban mesure la distance entre un point du second type et un point à obtenir, sur une ligne droite virtuelle ou non.

J et T n'ont pas obtenu immédiatement le centre de la réservation (96,45) comme un point du second type mais leurs actions de tracé ont abouti à deux points du premier type disjoints. Comment cette absence d'intersection constaté peut-elle être interprétée ?

Contrairement à la règle de la géométrie d'Euclide, traceur de droites idéal, sans épaisseur et illimité, les instruments de tracé du bâtiment ont une matérialité qui a des conséquences sur les tracés. Le mètre ruban, objet gradué en cm, a trois bords fonctionnels : deux bords « bords » parallèles et un petit bord métallique gradué zéro. Dans la géométrie de J et T, le mètre ruban doit réaliser simultanément une double coïncidence contrôlée perceptivement : le petit bord avec une ligne de référence et l'un des bords longs soit avec une ligne de référence, soit avec un point du premier type. La coïncidence du petit bord avec une ligne de référence assure l'orthogonalité du mètre ruban avec cette ligne de référence. Le crayon sert à tracer à la main un point du premier type à une distance donnée  $x$  dans le prolongement perceptif de la graduation  $x$  du ruban. Toutes les graduations sont parallèles à la graduation zéro donc le point du premier type ainsi obtenu est parallèle à la ligne de référence. L'absence d'intersection constatée résulte de l'indifférenciation des deux bords parallèles du mètre ruban. Le tracé du point du premier type doit être fait du côté du bord b1. Cette règle d'usage du mètre ruban est une connaissance instrumentale qui revient à orienter provisoirement le mètre ruban. Le non respect de cette orientation (choix de l'autre bord) conduit à obtenir un point du premier type décalé de la largeur du mètre ruban (Fig.7).



**Figure 7.** Les trois bords du mètre ruban

Le tracé des points du premier et second type peuvent se faire en deux temps : un tracé prolongeant une graduation du mètre ruban, puis, le mètre ruban enlevé ou soulevé, prolongement de cette marque du côté ainsi dégagé (voir annexe 1, le point 4 par exemple) . La fonction de cet usage du crayon est, le plus souvent, d'obtenir une croix, image isomorphe à la croix de l'espace du plan.

## 7. Conclusion

Nous voudrions terminer en soulignant quelques spécificités de la modélisation proposée. Tout d'abord, elle n'a pu être construite que par le recours à la fois aux actions et aux verbalisations des formés. En effet, elle s'appuie sur les formulations de l'entretien d'auto-confrontation et sur la logique des actions de lecture tracé instrumentées. Le laconisme des verbalisations lors du tracé ne permet pas à lui seul une modélisation en termes de théorèmes en acte et surtout de concepts en acte. Ce sont les formulations de J qui nous ont conduit à identifier le concept en acte de point du premier type très différent de celui de la géométrie euclidienne. Le caractère routinier des actions est probablement à l'origine de ce laconisme. Les entretiens d'auto-confrontation ont donc joué un rôle crucial dans la modélisation.

Une autre particularité de la modélisation tient au caractère situé et instrumenté des actions de tracé.

Dans les problèmes de construction dans le méso espace qui sont considérés ici, les instruments jouent un rôle central comme ils le font dans la géométrie euclidienne. Tout comme dans les *Éléments* d'Euclide, le compas assure de l'équidistance de plusieurs points à un point donné, l'usage de l'équerre prend en charge la propriété de perpendicularité de deux droites. Les instruments sont à la fois producteurs et garants de certaines propriétés spatiales. On peut donc supposer que tout changement sur le système d'instruments utilisés pour une construction implique la mise en œuvre d'autres connaissances, comme par exemple dans le cas de C et D (mètre ruban, règle rigide, équerre, cordeau bleu et crayon). On peut aussi faire l'hypothèse qu'*a contrario*, en absence d'instruments le recours à d'autres connaissances est nécessaire pour suppléer à l'absence de satisfaction de propriétés attachées aux instruments. En particulier des théorèmes en acte permettent de déduire de propriétés vérifiées des propriétés non assurées par les instruments. Ainsi, des théorèmes en acte relatifs à des égalités de mesure organisent-ils les actions de tracé de J et T pour obtenir des droites perpendiculaires.

L'incidence des instruments sur les connaissances en jeu est une caractéristique générale des situations de production de dessins géométriques quasi-indépendante du contexte de production. Elle a souvent été notée dans les tâches de construction en géométrie du collège ou du lycée. Mais la production de tracés géométriques en classe de mathématiques et celle de tracés pour le bâtiment diffèrent de par la finalité même des tracés. En classe de mathématiques, ce n'est pas tant l'obtention du dessin en tant qu'objet spatio-graphique qui est visée par l'enseignement que le procédé géométrique qui conduit au dessin. Les imperfections de tracé, l'épaisseur des traits, les erreurs de positionnement du compas ou de l'équerre, sont d'importance secondaire par rapport aux justifications théoriques du procédé de tracé. La finalité de tracé de réservations est en revanche celle de production d'un objet spatio-graphique, d'une «droix» qui matérialise un emplacement (avec une tolérance de 1cm). Du coup, la matérialité des instruments est un élément susceptible de modifier le produit à obtenir, comme le cas de J et T en témoigne de façon très nette. Les contrôles perceptifs sont aussi à même de jouer un rôle plus important dans la mesure où l'activité n'est pas guidée par une finalité théorique.

La géométrie en acte dans l'activité de lecture tracé ne peut donc être décrite uniquement à l'aide de connaissances théoriques de la géométrie euclidienne. Elle doit aussi rendre compte de connaissances des sujets relatives aux aspects matériels de la situation et de connaissances perceptives.

De façon résumée, nous la décrivons comme articulant :

- des connaissances théoriques de la géométrie euclidienne comme «point», «droite», «parallèle» présents en acte et dans les formulations des élèves
- des connaissances et contrôles perceptifs des axiomes rendent compte de la lecture perceptive de certaines propriétés géométriques, des contrôles sont réalisés lors des tracés par prolongement ou lors de la mise en coïncidence de l'instrument avec des tracés existants
- des connaissances sur les instruments se traduisant par des mots comme *d'équerre* mais aussi incluant des règles implicites d'usage.

Les objets théoriques de la géométrie euclidienne constituent néanmoins des outils de modélisation efficaces de cette géométrie en actes la géométrie euclidienne tire en partie son origine de la modélisation de l'espace matériel et il serait difficile de se passer de ses concepts de base et donc de la terminologie associée (perpendiculaire, parallèle...). Elle nous fournit

aussi un moyen d'évaluer non seulement la validité mais aussi la consistance des théorèmes en acte identifiés chez un même sujet.

Cette relation complexe entre géométrie théorique et géométrie de lecture tracé dans le domaine professionnel du bâtiment n'est pas sans poser question sur la nature et la place de la géométrie théorique de référence dans les situations de formation aux pratique de lecture tracé.

**Article à paraître dans les Cahiers Leibniz :**  
**<http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/index.html>**

*Grenoble, le 26 mars 2004*

*Annie Bessot : [annie.bessot@imag.fr](mailto:annie.bessot@imag.fr)*

*Colette Laborde : [colette.laborde@imag.fr](mailto:colette.laborde@imag.fr)*

## Références

BESSOT A., DEPREZ S., EBERHARD M. & GOMEZ B. (1993) Une approche didactique de graphismes techniques en formation professionnelle de base aux métiers du bâtiment In A. Bessot et P. Vérillon (eds.) *Espaces graphiques et graphismes d'espaces* (pp.115-144) Grenoble Editions La Pensée Sauvage.

BOURDIEU P. (1980) *Le sens pratique*, Paris Editions de Minuit.

BROUSSEAU G. (1998) *Théories des situations didactiques* Grenoble Editions La Pensée Sauvage.

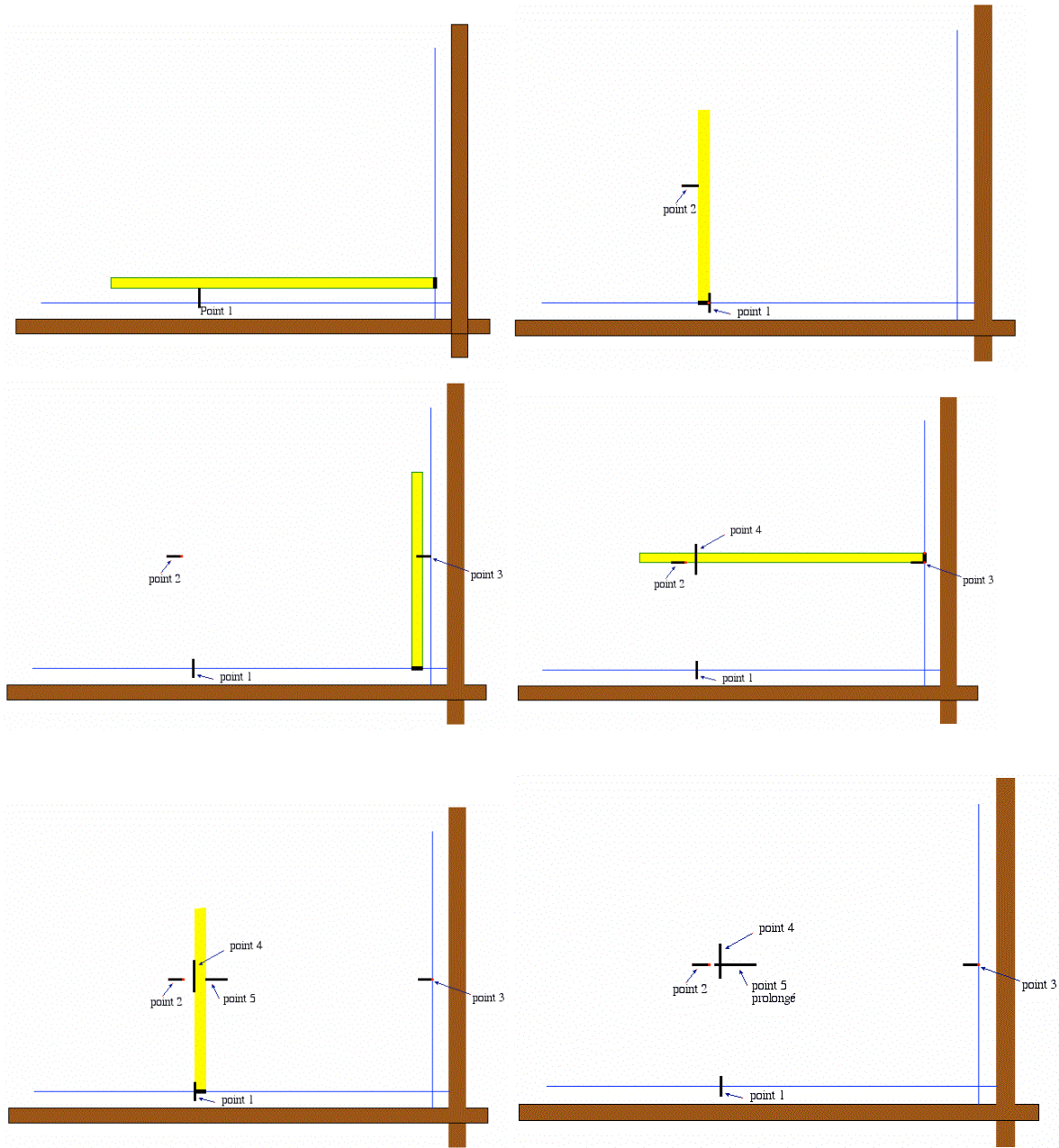
CROZIER G. (2003) *Une entrée pour la praxis la tâche de lecture tracé dans les métiers du bâtiment*, Mémoire du DEA EIAHD, Université Joseph Fourier.

PASTRÉ P. (2002) L'analyse du travail en didactique professionnelle, *Revue Française de Pédagogie*, n° 138, 9-18.

VERGNAUD G. (1990) : La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.10 n°2-3, 133-170.

# Annexe 1

## Film des actions de tracé de J et T pour la réservation (96,45)



## Annexe 2

### Questions de l'entretien individuel d'autoconfrontation et de confrontation croisée

#### 1. Entretien individuel d'autoconfrontation

**Question Q1** : Pourriez vous nous dire comment vous feriez pour tracer cette réservation?

*Visionnement de la vidéo sur la réservation (96, 45)*

**Question Q'1** :Regardez ce que vous avez fait. Cela correspond-il à ce que vous venez de dire ?

**Question Q2 pour un élève du binôme J et T** : On a pris cette photo extraite du film et en fait vous avez obtenu cela (deux traits disjoints cf. Fig.). Comment cela se fait-il?

#### 2. Entretien individuel de confrontation croisée

*Visionnement de la vidéo sur ce qu'a fait l'autre groupe pour la même réservation*

**Question Q3**: On vous demande de regarder ce qu'a fait l'autre groupe pour implanter la même réservation. Vous devrez dire ce que vous trouvez de différent de ce que vous avez fait et ce que vous trouvez de semblable.

*S'il ne parle pas des instruments, les évoquer.*

## **Les Cahiers du laboratoire Leibniz**

Le **Laboratoire Leibniz** est fortement pluridisciplinaire. Son activité scientifique couvre un large domaine qui comprend des thèmes fondamentaux aussi bien en informatique qu'en mathématiques, avec une ouverture sur l'apprentissage machine, la modélisation de systèmes complexes adaptatifs, et les applications aux environnements informatiques pour l'apprentissage humain.

Les **Cahiers du laboratoire Leibniz** ont pour vocation la diffusion de rapports de recherche, de supports de cours, de textes de séminaires ou de projets de publications réalisés par des membres du laboratoire. Ils peuvent accueillir aussi des textes de chercheurs n'appartenant pas au laboratoire Leibniz mais qui travaillent sur des thèmes proches et ne disposent pas de tels supports de publication. Ces chercheurs sont priés de contacter un des membres du comité éditorial ; le comité décidera de l'acceptation du texte proposé.

Le contenu des textes publiés dans les **Cahiers du laboratoire Leibniz** relève de la seule responsabilité de leurs auteurs.

The research at **Laboratoire Leibniz** is multidisciplinary. It covers a large domain of fundamental and applied subjects in informatics and mathematics, with openings to machine learning, the modelisation of adaptive complex systems, and applications to teaching software.

The **Cahiers du laboratoire Leibniz** aim at diffusing research reports, lectures, and texts of conferences or pre-prints of the members of the laboratory. Moreover, the **Cahiers** welcome manuscripts of researchers belonging to other laboratories, working on subjects close to ours, but not disposing of such a medium. These researchers should contact one of the members of the editorial board; the latter will decide whether to accept the proposal.

The responsibility of the contents of the **Cahiers** lies exclusively with the authors.

### ***Comité éditorial***

Mirta B. Gordon (responsable), Annie Bessot, Gerd Finke, Humbert Fiorino, Denise Grenier, Philippe Jorrand, Andras Sëbo

### ***Directeur de la publication***

Nicolas Balacheff

***Réalisation : Jacky Coutin***

ISSN : 1298-020X - © laboratoire Leibniz