

Mémoire pour l'obtention du diplôme d'Habilitation à Diriger  
des Recherches

Transferts aux petites échelles : application au  
rayonnement thermique, aux forces de Casimir et à la  
conduction thermique

par Karl JOULAIN

Maître de Conférences

Université de Poitiers

École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique

Spécialité : Sciences pour l'ingénieur. Secteur : Énergétique, Thermique, Combustion

Jury composé de :

Pierre CHAVEL, CNRS, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Orsay.

Jean-Jacques GREFFET, ECP, Laboratoire EM2C, Châtenay-Malabry.

Astrid LAMBRECHT, CNRS, Laboratoire Kastler-Brossel, Paris.

Bernard PERRIN, CNRS, Institut des NanoSciences de Paris, Paris.

Jean-Bernard SAULNIER, ENSMA, Laboratoire d'Études Thermiques, Poitiers.



# Table des matières

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>I</b>   | <b>Curriculum Vitæ</b>  | <b>5</b>  |
| <b>II</b>  | <b>Listes des publications</b>  | <b>9</b>  |
| <b>III</b> | <b>Résumé des activités de recherches</b>   | <b>15</b> |
| <b>1</b>   | <b>Introduction</b>   | <b>17</b> |
| <b>2</b>   | <b>Cohérence spatio-temporelle du champ thermique en champ proche</b>   | <b>19</b> |
| 2.1        | Ondes de surface. . . . .   | 19        |
| 2.2        | Théorème de fluctuation-dissipation. Densité spectrale de puissance. . . . .                                      | 21        |
| 2.3        | Champ thermique au dessus d'une interface. . . . .  | 24        |
| 2.4        | Corrélations spatiales. . . . .   | 25        |
| 2.5        | Densité d'énergie. . . . .  | 26        |
| 2.6        | Sources thermiques cohérentes. . . . .  | 34        |
| 2.7        | Perspectives. . . . .   | 37        |
| <b>3</b>   | <b>Transfert thermique en champ proche</b>  | <b>43</b> |
| 3.1        | Introduction. . . . .   | 43        |
| 3.2        | Transfert thermique entre deux plans. . . . .   | 43        |
| 3.3        | Transfert thermique entre un plan et une bille. . . . .   | 46        |
| 3.4        | Transfert thermique entre deux sphères. . . . .   | 48        |
| 3.5        | Transfert radiatif dans un milieu homogène. . . . .   | 49        |
| 3.6        | Perspectives. . . . .   | 56        |
| <b>4</b>   | <b>Transfert de moment entre deux plans (Force de Casimir)</b>  | <b>59</b> |
| 4.1        | Modes de surface et force de Casimir . . . . .  | 59        |
| 4.2        | Forces de Casimir repulsives. . . . .   | 62        |
| 4.3        | Dépendance des propriétés optiques des matériaux avec la température : influence sur la force de Casimir. . . . . | 65        |
| 4.4        | Perspectives . . . . .  | 68        |
| <b>5</b>   | <b>Transfert conductif aux courtes échelles de temps et d'espace</b>  | <b>69</b> |
| 5.1        | Introduction. . . . .   | 69        |
| 5.2        | Modélisation du transfert par simulation Monte Carlo. . . . .   | 70        |
| 5.3        | Perspectives. . . . .   | 75        |

6 Conclusion générale

77

Première partie  
Curriculum Vitæ



Karl Joulain  
Laboratoire d'études thermiques  
ENSMA  
B.P. 109 86960 Futuroscope

Né le 3 février 1970 à Poitiers  
(Vienne)  
Nationalité Française  
Marié, trois enfants

Tél. : 05 49 49 81 17  
E-mail : Karl.Joulain@ensma.fr

## Situation actuelle

---

Maître de Conférences à l'École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique  
**Disciplines d'enseignement** : Physique et Énergétique  
**Activités de recherche** : chercheur dans l'équipe "Rayonnement, micro et nano thermique" du laboratoire d'études thermiques. UMR 6608 du CNRS.  
Membre suppléant de la commission de spécialistes de l'Université de Poitiers 62<sup>ème</sup> section.  
Membre du conseil scientifique et du conseil de perfectionnement de l'ENSMA.

## Formation et titres universitaires français

---

|           |  |
|-----------|--|
| 1990–1995 | <b>Élève de l'École Normale Supérieure</b> <i>Scolarité en physique</i> Paris  |
| 1990–1993 | <b>Magistère interuniversitaire de Physique</b> Université Pierre et Marie Curie   |
| 1992–1993 | <b>DEA de Physique Quantique</b> Université Pierre et Marie Curie  |
| 1993–1994 | <b>Scientifique du contingent dans l'équipe théorie des flammes du LED de l'ENSMA</b><br><i>Sujet : "Étude de la coalescence de plis dans des flammes de prémélange en expansion"</i>  |
| 1994–1995 | <b>Agrégation de Sciences Physiques</b> <i>option physique</i>   |
| 1995–1998 | <b>Doctorat en Astrophysique de l'Université Pierre et Marie Curie</b><br><i>Sujet : "Structures dissipatives du milieu interstellaire : modélisation et signatures chimique"</i><br>Directrice de thèse : Edith Falgarone. DR CNRS. |

## Encadrement de travaux de recherche

---

|           |  |
|-----------|--|
| 2001      | <b>DEA de François Marquier</b> <i>Co-encadrement à 50% avec J.J. Greffet</i><br><i>Sujet : "Étude de l'émission thermique cohérente de matériaux nanostructurés"</i>  |
| 2000–2003 | <b>Thèse de Jean-Philippe Mulet</b> <i>Co-encadrement à 50% avec J.J. Greffet</i><br><i>Sujet : "Modélisation du rayonnement thermique par une approche électromagnétique. Rôle des ondes de surface dans le transfert d'énergie aux courtes échelles et dans les forces de Casimir"</i> |
| 2001–2004 | <b>Thèse de François Marquier</b> <i>Co-encadrement à 50% avec J.J. Greffet</i><br><i>Sujet : "Étude de l'émission thermique cohérente de matériaux nanostructurés"</i>  |
| 2005      | <b>Stage ingénieur de 2<sup>ème</sup> année d'Alexandre Loizeau</b><br><i>Sujet : "Étude de l'émission thermique cohérente de guide d'onde microstructurés"</i>  |
| 2005–2008 | <b>Encadrement de la thèse de Damian Terris</b><br><i>Sujet : "Étude des transferts thermiques aux courtes échelles de temps"</i>  |

## Animation de la recherche

---

- |           |   |
|-----------|---|
| 2001      | <b>Membre du comité d'organisation du topical meeting de l'EOS <i>Electromagnetic Optics</i> Paris, august 2001.</b>  |
| 2005-2006 | <b>Membre du comité d'organisation de l'Eurotherm 78 <i>Computational thermal radiation in participating media II</i> se tenant à Poitiers en avril 2006.</b><br><b>Membre du comité d'organisation du congrès de la Société Française de Thermique se déroulant à l'île de Ré en Mai 2006.</b> |

## Activités d'enseignement

---

- |           |   |
|-----------|---|
| 1995-1998 | <b>Allocataire moniteur normalien à l'Université de Versailles</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Travaux pratiques d'optique et d'électronique.</li><li>- Travaux dirigés de mécanique du point.</li></ul>  |
| 1998-2003 | <b>PRAG à l'École Centrale Paris</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Cours et Travaux dirigés de physique 1<sup>ère</sup> année : physique quantique et statistique.</li><li>- Cours optionnel d'introduction à l'astrophysique 2<sup>ème</sup> année.</li><li>- Cours de mise à niveau en physique 1<sup>ère</sup> année pour les élèves étrangers.</li><li>- Travaux dirigés de physique de 2<sup>ème</sup> année : électromagnétisme et physique du solide.</li><li>- Travaux dirigés de transferts thermiques 2<sup>ème</sup> année.</li><li>- Travaux dirigés de matière et énergie 1<sup>ère</sup> année.</li><li>- Conception, montage et encadrements de travaux pratiques d'optiques de 1<sup>ère</sup> année.</li><li>- interrogateur de travaux pratiques du concours commun Centrale-Supélec.</li></ul> |
| 2003-2005 | <b>Maître de conférences à l'ENSMA</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Travaux dirigés de physique 1<sup>ère</sup> année.</li><li>- Travaux dirigés de rayonnement thermique 2<sup>ème</sup> année.</li><li>- Travaux dirigés rayonnement thermique 3<sup>ème</sup> année.</li><li>- Travaux pratiques de transferts de chaleur de 2<sup>ème</sup> année.</li><li>- Encadrement de projet de 2<sup>ème</sup> année en transfert de chaleur : "Application à la formation de la banquise".</li><li>- Encadrement de projet de 1<sup>ère</sup> année : "Simulation de l'équation de diffusion par marche au hasard".</li></ul>  |

## Divers

---

Rapporteur de revue de physique (*Physical Review*, *Physical Review Letters*, *Journal of Physics*, *Journal of Applied physics*) et de thermique (*International Journal of Heat and Mass transfer*).

# Deuxième partie

## Listes des publications



# Liste des publications

## Revue internationale avec comité de lecture

22 articles parus, 268 citations répertoriées.

### Publications antérieures à la thèse

1/P. Cambray, K. Joulain and G. Joulin, “Mean evolution of wrinkle wavelength in a model of weakly premixed turbulent flame”, *Combust. Sci. Tech.* **103**, 265 (1994)

2/P. Cambray, K. Joulain and G. Joulin, “Coalescence problems in the theory of expanding wrinkled premixed flames”, *Combust. Sci. Tech.* **112**, 271–299 (1996). article cité 9 fois.

### Publications relatives à la thèse

3/M. Gerin, G. Pineau des Forêts, E. Falgarone, K. Joulain, M. Kopp and J. Le Bourlot. “Chemical inhomogeneities in interstellar clouds : the high latitude cloud MCLD 123.5+24.9”, *Astronomy and Astrophysics* **318**, 579–594 (1997). article cité 18 fois.

4/K. Joulain, E. Falgarone, G. Pineau des Forêts and D. Flower. “Non-equilibrium chemistry in the dissipative structure of interstellar turbulence.”, *Astronomy and Astrophysics* **340**, 241–256 (1998). article cité 34 fois.

### Publications postérieures à la thèse

5/ A.V. Shchegrov, K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, “Near-field spectral effects due to electromagnetic surface excitations”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1548–1551 (2000). article cité 43 fois.

6/ C. Henkel, K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, “Spatial coherence of thermal near fields”, *Opt. Comm.* **186**, 57–67 (2000). article cité 22 fois.

7/ J.P Mulet, K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, Comment on “Radiative transfer over small distance from a heated metal”, *Opt. Lett.*, **26**, 480–481, (2001). article cité 3 fois.

8/ J.P Mulet, K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, “Nanoscale radiative heat transfer between a small sphere and a plane interface”, *Appl. Phys. Lett.*, **78**, 2931–2933 (2001). article cité 24 fois.

9/ J.P Mulet, K. Joulain, R. Carminati, and J.-J. Greffet, “Enhanced Radiative heat transfer at nanometric distances”, *Microscale Thermophysical Engineering*, **6**, 209–222 (2002). article cité 8 fois.

10/ J.-J. Greffet, R. Carminati, K. Joulain, J.P. Mulet, S. Mainguy and Y. Chen, “Coherent emission of light by thermal sources”, *Nature*, **416**, 61–64 (2002). article cité 57 fois.

11/ C. Henkel, K. Joulain, J.-P. Mulet and J.-J. Greffet, “Radiation forces on small particles in thermal near-fields”, *J. Opt A : Pure Appl. Opt.*, **4**, S109-S114 (2002). article cité 9 fois.

12/ K. Joulain, J.-P. Mulet, R. Carminati and J.-J. Greffet, “Nanoscale-radiative heating of a sample with a probe”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, **249**, 462–465 (2002). article cité 1 fois.

13/ K. Joulain, R. Carminati, J.-P. Mulet, J.-J. Greffet, “Definition and measurement of the local density of electromagnetic states close to an interface”, *Phys. Rev. B.*, **68**, 245405 (2003). article cité 16 fois.

---

14/ C. Henkel, K. Joulain, J.-P. Mulet and J.-J. Greffet, "Coupled surface polaritons and the Casimir Force", *Phys. Rev. A*, **69**, 023808 (2004). article cité 6 fois.

15/ F. Marquier, K. Joulain, J.-P. Mulet, R. Carminati, J.-J. Greffet and Y. Chen, "Coherent spontaneous emission of light by thermal sources", *Phys. Rev. B*, **69**, 155412 (2004). article cité 12 fois.

16/ F. Marquier, K. Joulain, J.-P. Mulet, R. Carminati, J.-J. Greffet, "Engineering infrared emission properties of silicon in the near field and the far field", *Opt. Comm.*, **237**, 379–388 (2004) article cité 3 fois.

17/ F. Marquier, K. Joulain, J.-J. Greffet, "Resonant infrared transmission through SiC films", *Opt. Lett.*, **29**, 2178–2180 (2004) article cité 1 fois.

18/ S. Volz, R. Carminati and K. Joulain, "Thermal response of silicon crystal to pico-femto second heat pulse by molecular dynamics", *Microscale thermophysical Engineering*, **8**, 155–167 (2004)

19/ G. Domingues, S. Volz, K. Joulain, J.-J. Greffet and J.B Saulnier "Extraordinary heat transfer enhancement between two nanoparticles through near field interaction", *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 085901 (2005).

20/ K. Joulain, J.-P. Mulet, F. Marquier, R. Carminati, J.-J. Greffet, "Surface electromagnetic waves thermally excited : Radiative heat transfer, coherence properties and casimir forces revisited in the near field", *Surf. Sci. Rep.*, **3-4**, 59–112 (2005). article cité 2 fois.

21/ D. Lacroix, K. Joulain, D. Lemonnier, "Monte Carlo transient phonon transport in silicon and germanium at nanoscales", *Phys. Rev. B*, **72**, 064305 (2005)

22/ C. Henkel and K. Joulain "Casimir Force between designed materials : what is possible and what not", *Europhys. Lett.*, **72**, 929–935 (2005)

23/ C. Henkel and K. Joulain, "Electromagnetic field correlations near a surface with a non-local optical response", to appear in the special issue nano-optics of *Appl. Phys. B*.

### **Publications internationales en langue française avec comité de lecture**

1/ J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet, "Transfert radiatif entre une petite particule et un diélectrique : application au chauffage local", *J. Phys. IV.*, **96** (2002).

2/ F. Marquier, R. Carminati, K. Joulain, J.-J. Greffet, "Resonant transmission of light in the infrared by SiC gratings supporting phonon polaritons", *J. Phys.*, *IV.*, **119**, 229–230 (2004)

3/ J.-J. Greffet, F. Marquier, R. Carminati, K. Joulain, J.P. Mulet, Y. Chen and S. Mainguy, "Emission cohérente de lumière", *J. Phys.*, *IV.*, **119**, 35–41 (2004)

### **Actes de congrès internationaux**

1/ K. Joulain, E. Falgarone, G. Pineau des Forêts and D. Flower, "Non-equilibrium chemistry in the dissipative structure of interstellar turbulence" Proc. of the 30th YERAC (1997).

2/ K. Joulain, J.-P. Mulet, R. Carminati, J.-J. Greffet and A.V. Shchegrov, "Modification of the thermal emission spectrum at short distances", in *Heat Transfer and Transport Phenomena in Microsystems*, edited by G.P. Celata (Begell House, New York, 2000), p. 347–351.

3/ J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, "Enhanced radiative heat transfer at nanometric distances", in *Heat Transfer and Transport Phenomena in Microsystems*, edited by G.P. Celata (Begell House, New York, 2000), p. 352–357.

4/ J.-J. Greffet, R. Carminati, K. Joulain, J.-P. Mulet and C. Henkel, "Coherence properties of thermal near fields : implications for nanometer-scale radiative transfer", Proceedings of the international Physics School Enrico Fermi, Course CXLIV, edited by M. Allegrini, N. Garcia and O. Marti (IOS Press, Amsterdam, 2001) pp375–392 Varenna.

---

5/G. Joulin, G. Boury, P. Cambray, Y. D'Angelo and K. Joulain "Non-linear Dynamics of wrinkled premixed flames and related statistical problems", in proceedings of the XVII Sitges Euroconference on statistical mechanics : coherent structures and classical systems, Sitges, 5-9 June 2000.

6/ K.Joulain, J.-P. Mulet, R. Carminati and J.-J. Greffet, "Nanoscale Radiative Heating of a Sample with a Probe", First European Workshop on Innovative mass storage technologies, Grenoble, 3-4 April 2001.

7/ J.-J. Greffet, R. Carminati, K. Joulain, F. Marquier, J.-P. Mulet, S. Mainguy, Y. Chen, "Design of coherent thermal sources of radiation", IHTC 12, Grenoble (France), 2002.

8/P.-O. Chapuis, J.-J. Greffet, K. Joulain, S. Volz "Rarefied gas heat transfer between a nanometric tip and a sample", Thermionic, Belgirate, (Italie), Septembre 2005

9/ K. Joulain and A. Loizeau, "Coherent thermal emission by microstructured waveguides", Eurotherm 78, Poitiers (France), april 2006.

### **Communications présentées dans des congrès sans actes**

R. Carminati, K. Joulain and J.-J. Greffet, "Near-field correlations of thermal light emitted by planar sources", *Propagation and imaging in complex media*, École de Physique de Cargèse (France), 1999.

K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, "Near-field correlations of thermal light emitted by planar sources", Congrès Horizons de l'Optique/Coloq'6, Bordeaux (France), 1999.

R. Carminati, K. Joulain et J.-J. Greffet, "Influence du champ proche sur la cohérence spatiale des sources thermiques", Journées Thématiques du Cercle Français des Microscopies de Champ Proche, Troyes (France) 1999.

K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet and A.V. Shchegrov, "Near-field spectroscopy of surface excitations", CLEO/QELS 2000, Optical Society of America, San Francisco (USA), 2000.

J.-J. Greffet, K. Joulain and R. Carminati, "Near-field spectroscopy of surface excitations", *Sixth International Conference on Near Field Optics (NFO6)*, Twente (the Netherlands), 2000.

J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet, "Transfert radiatif entre une petite particule et un diélectrique :application au chauffage local", COLOQ7, Rennes (France), 2001

J.-J. Greffet, R. Carminati, K. Joulain, J.-P. Mulet, Y. Chen, S. Mainguy, "Demonstration of a coherent thermal source", Coherence and quantum optics 8, Rochester (USA), 2001

J.P Mulet, K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, "Radiative heat transfer between a small particle and a surface at nanometric distances", International Conference on Heat and Mass Transfer, Antalya, 17-22 June 2001.

J.P Mulet, K. Joulain, R. Carminati and J.-J. Greffet, "An infrared thermal source with high directivity and peculiar spectral properties", International Conference on Heat and Mass Transfer, Antalya, 17-22 June 2001.

C. Henkel, J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet, "Thermal radiation : spatial coherence and mechanical effects in the near field", 2nd EOS topical meeting on electromagnetic optics, Paris (France), August 2001

J.-J. Greffet, R. Carminati, K. Joulain, J.-P. Mulet, Y. Chen, S. Mainguy, "Can a thermal source be coherent ?", 2nd EOS topical meeting on electromagnetic optics, Paris (France), August 2001

K. Joulain, R. Carminati, J.-P. Mulet, J.-J. Greffet, "Local thermal-emission spectroscopy", 2nd EOS topical meeting on electromagnetic optics, Paris (France), August 2001

F. Marquier, J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet, S. Mainguy, Y. Chen, "Radiative coherent thermal emission by microstructured materials", Micro/Nanoscale energy conversion and transport, ICHMT Conference, Antalya, April 2002

---

S. Volz, R. Carminati, K. Joulain “Thermal response of a silicon crystal to picosecond heat pulse by molecular dynamics”, Micro/Nanoscale energy conversion and transport, ICHMT Conference, Antalya, April 2002

R. Carminati, K. Joulain, J.P. Mulet, and J.J. Greffet, “Spontaneous coherent emission of light”, NFO7, Rochester (USA), 2002

K. Joulain, R. Carminati, J.P. Mulet, and J.J. Greffet, “Detection of Local Density of States using near-field emission measurements. Application to local spectroscopy. ”, NFO7, Rochester (USA) 2002.

F. Marquier, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet, “Effects of surface waves on thermal radiation : enhanced transfer and coherent sources”, Eurotherm 75, Reims (France), 2003

K. Joulain, S. Volz, J.-P. Mulet, R. Carminati and J.-J. Greffet, “Influence of non-radiative transfer on the ultrafast electron dynamics of metallic nanoparticles”, Eurotherm 75, Reims (France), 2003.

F. Marquier, R. Carminati, K. Joulain, J.-J. Greffet, “Resonant transmission of light in the infrared by SIC gratings supporting phonon polaritons”, COLOQ8, Toulouse (France), 2003.

J.-J. Greffet, F. Marquier, R. Carminati, K. Joulain, J.P. Mulet, Y. Chen and S. Mainguy, “Emission cohérente de lumière”, COLOQ8, Toulouse (France) , 2003.

G. Domingues, K. Joulain, S. Volz, J.-J. Greffet, “Phonon polariton heat transfer between two silica nanoparticles”, Phonons 2004, St-Petersbourg (Russie), 2004.

K. Joulain, R. Carminati, J.-P. Mulet, J.-J. Greffet, “Définition de la densité d'états électromagnétique près d'une interface à partir de l'émission thermique de champ proche”, Mini-colloque Micro et Nano thermique, JMC9 Nancy (France) 2004

C. Henkel, K.Joulain, “Repulsive Casimir Force on the nanoscale : limits and Feasability ”, DPG 2005, Berlin (Allemagne), 2005

C. Henkel, K.Joulain, “Fundamental limits for Casimir repulsion between metamaterials”, CLEO/Europe EQEQ 2005, Munich (Allemagne), 2005

K. Joulain, C. Henkel, J.-J. Greffet, “Influence de la dépendance en température des propriétés optiques des matériaux sur la force de Casimir”, COLOQ9, Dijon (France) 2005

K. Joulain, C. Henkel, “Force de Casimir entre des méta-matériaux : possibilités et limites”, Horizons de l'optique 2005, Chambéry (France) 2005

### **Conférences invitées**

K. Joulain, R. Carminati, J.P. Mulet, and J.J. Greffet, “Radiative heat transfer and local thermal emission spectroscopy at nanoscale”, Journées Nanoptec, Lyon (France) Septembre 2001.

K. Joulain, R. Carminati, J.P. Mulet, F. Marquier and J.J. Greffet, “Rayonnement thermique aux courtes échelles de longueur. ”, Congrès SFT 2003, Grenoble (France), 2003

### **Contributions à des ouvrages collectifs**

Cours de “modélisation du transfert radiatif aux courtes échelles de longueur” dans le livre de nanothermique issue de l'école d'Aussois de mars 2004 du GDR “micro et nanothermique”. A paraître en 2006.

### **Rapports divers**

K Joulain, *Etude du plissement de flammes de prémélange*, Rapport de scientifique du contingent dans le cadre d'un contrat DRET en 1993-1994

tel-00012158, version 2 - 6 Jun 2006

## Troisième partie

# Résumé des activités de recherches



# Chapitre 1

## Introduction

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire d'habilitation à diriger des recherches s'étend sur une période comprise entre septembre 1998 et septembre 2005. Il s'agit du travail de recherche commencé immédiatement après ma thèse lorsque j'ai été recruté comme professeur agrégé (PRAG) à l'École Centrale Paris. Mon travail de thèse était très différent de celui présenté ici. Il s'agissait d'une thèse d'astrophysique portant sur les signatures chimiques de la turbulence du milieu interstellaire. Cette thèse fut effectuée au laboratoire de radioastronomie millimétrique de l'École Normale Supérieure sous la direction d'Edith Falgarone.

Le travail présenté ici a en grande partie été effectué au laboratoire d'Énergétique Moléculaire et Macroscopique, Combustion (EM2C) de l'École Centrale Paris. Jusqu'en 2003, tout mon travail de recherche s'est déroulé au sein de ce laboratoire. À partir de 2003, suite à mon recrutement en tant que Maître de conférences à l'École Nationale de Mécanique et d'Aérotechnique (ENSMA), j'ai repris puis développé une thématique au Laboratoire d'Études Thermiques (LET). Mon travail s'est alors divisé d'une part entre des collaborations toujours fructueuses avec mon ancienne équipe et d'autre part au développement de ma nouvelle thématique au LET.

Une même thématique sous-tend le travail présenté dans ce mémoire : le transfert d'énergie ou de quantité de mouvement aux courtes échelles de temps et d'espace. L'intérêt pour ce sujet s'est accru avec le développement des nanotechnologies. Celui-ci conduit en effet à l'heure actuelle à une diminution sans précédent des tailles des composants électroniques qui s'accompagne d'une augmentation conséquente du taux de dissipation volumique par effet Joule. Ce surplus de chaleur devra donc être évacué par de nouvelles techniques afin de permettre un fonctionnement normal des composants.

Cependant, à mesure que les échelles de longueur mises en jeu diminuent, la physique des phénomènes thermiques change. Ainsi, en rayonnement, lorsque les longueurs typiques sont plus petites que la longueur d'onde, les conditions de validité de l'optique géométrique ne sont plus remplies. Les grandeurs radiométriques usuelles perdent leur sens. De même en conduction, lorsque les distances deviennent plus petites que le libre parcours moyen des porteurs de chaleur (comme les phonons), le transport de chaleur change radicalement de nature. On passe d'un régime de diffusion, où les porteurs de chaleur subissent des collisions aléatoires [1] à des processus balistiques pour lesquels les porteurs de chaleur transmettent directement leur énergie d'un point à un autre du volume considéré. De même, lorsque les échelles de temps mises en jeu sont très faibles, les phénomènes thermiques ne s'effectuent pas comme on le perçoit à notre échelle. Par exemple la loi de Fourier, qui stipule que le flux de chaleur répond instantanément à un gradient thermique (réponse instantanée à l'excitation) ne s'applique plus [2]. Là encore, une étude plus fine s'impose.

En ce qui me concerne, l'étude de cette thématique a commencé lors de mon arrivée au

laboratoire EM2C. J'y ai compris que les champs électromagnétiques près d'un corps chauffé avait pour origine des fluctuations thermiques qui créent des courants électriques dans le corps. Sous la direction scientifique de Jean-Jacques Greffet, j'ai alors repris les travaux de Rytov [3, 4], de Polder et VanHove [5] pour commencer mon étude des champs thermiques aux courtes échelles d'espace. Cette étude a plus particulièrement porté sur le comportement du champ thermique au voisinage des matériaux supportant des ondes de surface.

La première partie de cette HDR portera sur la cohérence spatio-temporelle du champ thermique en champ proche, c'est-à-dire à des distances inférieures aux longueurs d'ondes typiques mises en jeu. Nous verrons le rôle clé joué par les ondes de surface, pouvant augmenter la longueur de cohérence et la densité d'énergie du champ thermique de plusieurs ordres de grandeurs par rapport à leur valeur en champ lointain. Nous montrerons comment la densité d'énergie électromagnétique peut être mesurée en effectuant un spectre d'émission thermique en champ proche, c'est-à-dire en mesurant la densité d'état électromagnétique. Nous verrons comment l'utilisation de la microscopie optique de champ proche permet de sonder ce champ proche et d'être ainsi un analogue de la microscopie à effet tunnel. Nous verrons enfin comment les propriétés surprenantes des champs thermiques en champ proche peuvent être en fait observées à grande distance (champ lointain) et peuvent servir à mettre au point des sources thermiques cohérentes.

Dans une seconde partie, nous étudierons comment le transfert thermique peut être affecté par ces propriétés de cohérence. Se rappelant que le transfert radiatif classique vient d'une approche radiométrique des problèmes posés, c'est-à-dire une approche où tous les phénomènes d'interférences sont négligés, nous verrons qu'il n'est guère surprenant qu'en champ proche le transfert de chaleur dû aux ondes électromagnétiques s'écarte très fortement de ce qui est prévu classiquement. Nous étudierons un certain nombre de situations classiques : transfert entre deux plans, entre une sphère et un plan, entre deux nanoparticules. Nous confronterons dans ce dernier cas nos calculs avec des simulations de dynamique moléculaire. Nous mettrons ainsi en évidence les domaines de validité de la théorie électromagnétique du transfert thermique radiatif en particulier lorsque les distances mises en jeu deviennent de l'ordre de la longueur typique des potentiels d'interaction entre atomes.

Dans une troisième partie, nous nous intéresserons aux transferts d'impulsion se produisant entre deux diélectriques au sein desquels les fluctuations, thermiques ou quantiques, initient des courants. Dans le cas de l'interaction entre deux plans diélectriques (Force de Casimir) nous montrerons que le rôle des ondes de surfaces est prépondérant en champ proche. Deux études complémentaires sur les forces de Casimir seront présentées. D'une part, nous donnerons les conditions que doivent remplir les propriétés optiques de matériaux permettant la répulsion de la force de Casimir. D'autre part, nous montrerons que cette force dont la dépendance avec la température a été très étudiée, peut effectivement varier avec la température mais selon un processus qui a été peu examiné : les variations des propriétés optiques des matériaux mis en jeu avec la température.

Dans une dernière partie enfin, nous présenterons un travail récent portant sur la modélisation de la conduction dans les diélectriques aux courtes échelles de temps et d'espace. Cette modélisation est basée sur le fait que le transport d'énergie dans un diélectrique se fait par transport de quasi-particules appelées phonons. Une méthode de résolution de l'équation de Boltzmann pour les phonons de type Monte Carlo a été programmée, testée et validée sur des matériaux bien connus comme le silicium et le germanium en géométrie plan-parallèle. Nous avons pu distinguer différents types de régimes (diffusion, balistique) qui seront prochainement étudié expérimentalement lors de mes prochains travaux de recherches au LET.

## Chapitre 2

# Cohérence spatio-temporelle du champ thermique en champ proche

### 2.1 Ondes de surface.

Les ondes de surfaces sont des ondes électromagnétiques qui se propagent le long d'une interface et décroissent exponentiellement dans la direction perpendiculaire. Elles existent en l'absence d'excitation ou d'onde incidente : ce sont des modes propres de l'interface. Ces ondes de surface sont dues à un couplage entre le champ électromagnétique et une oscillation de polarisation ou de densité de charge dans le matériau. Dans le cas d'un diélectrique, le couplage s'effectue avec une oscillation de polarisation. On parle alors de phonon-polariton, l'oscillation de polarisation ayant lieu à des fréquences dans l'infrarouge. Dans un métal, le couplage s'effectue avec une oscillation de charge. On parle alors de plasmon-polariton. L'oscillation de charge a généralement lieu dans le visible. Ces phénomènes ont été largement observés et étudiés dans le passé [6, 7, 8, 9].

#### 2.1.1 Champ électromagnétique associé à une onde de surface.

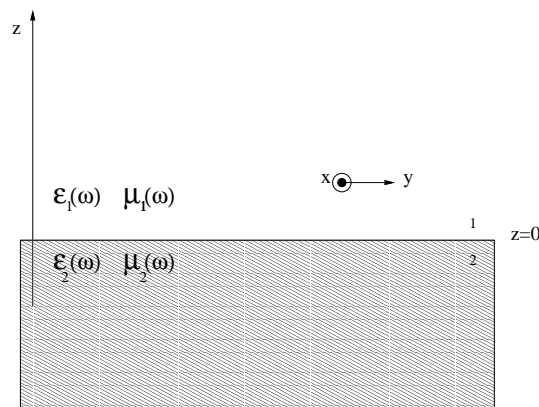


FIG. 2.1 – Interface plane séparant un matériau 1 (constante diélectrique  $\epsilon_1$ ) et un matériau 2 (constante diélectrique  $\epsilon_2$ ).

Les solutions de type onde de surface s'obtiennent en écrivant les conditions de passage pour les champs électromagnétiques à l'interface séparant les deux matériaux. On montre que

ces solutions ne peuvent exister, pour des diélectriques non magnétiques, qu'en polarisation  $p$ , polarisation pour laquelle le champ magnétique est perpendiculaire au plan d'incidence des ondes.

Écrivons le champ électrique dans cette polarisation en un point  $\mathbf{r} = (x, y, z) = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}} = (\mathbf{R}, z)$  où  $\mathbf{R} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}}$  ( $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$  sont les vecteurs unitaires dans les directions  $x, y, z$ ).

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{y,1} \\ E_{z,1} \end{pmatrix} \exp[i(\mathbf{K}\cdot\mathbf{R} - \gamma_1 z - \omega t)] \quad (\text{Milieu1}) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{y,2} \\ E_{z,2} \end{pmatrix} \exp[i(\mathbf{K}\cdot\mathbf{R} + \gamma_2 z - \omega t)] \quad (\text{Milieu2}) \quad (2.2)$$

Les vecteurs d'onde  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$  s'écriront  $\mathbf{k} = (\mathbf{K}, \gamma)$  où  $\mathbf{K}$  est la composante parallèle à l'interface et  $\gamma = k_z$  la composante dans la direction  $z$ . Dans le milieu  $i$ ,  $K$  et  $\gamma_i$  sont reliés par  $\epsilon_i \omega^2 / c^2 = K^2 + \gamma_i^2$ . On remarque que les champs écrits précédemment correspondent à des ondes s'éloignant de l'interface. Nous cherchons en effet une solution en onde de surface pour laquelle aucune onde n'est incidente sur cette surface. La continuité des composantes tangentielles du champ électrique s'écrivent

$$E_{y,1} - E_{y,2} = 0 \quad (2.3)$$

Or  $\mathbf{H} = \mathbf{k} \times \mathbf{E} / (\mu\omega)$ . Ainsi, la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique  $\mathbf{H}$  devient

$$\frac{\gamma_1 E_{y,1} - K E_{z,1}}{\mu_1} - \frac{\gamma_2 E_{y,2} - K E_{z,2}}{\mu_2} = 0 \quad (2.4)$$

L'équation de Maxwell  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  impose une relation entre les deux composantes du champ électrique

$$K E_{y,2} + \gamma_2 E_{z,2} = K E_{y,1} - \gamma_1 E_{z,1} = 0 \quad (2.5)$$

En substituant dans (2.4) l'expression de  $E_{z,i}$  donnée par (2.5) et en utilisant les expressions des  $\gamma_i$

$$\frac{\epsilon_1}{\gamma_1} E_{y,1} + \frac{\epsilon_2}{\gamma_2} E_{y,2} = 0 \quad (2.6)$$

Les solutions non-triviales du système (2.3,2.6) existent si et seulement si

$$\epsilon_1 \gamma_2 + \epsilon_2 \gamma_1 = 0 \quad (2.7)$$

Ainsi, la relation de dispersion de l'onde de surface reliant  $K$  et  $\omega$  s'écrit

$$K^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (2.8)$$

On montre que ces ondes de surface n'existent que pour une constante diélectrique telle que  $\text{Re}(\epsilon) < -1$ . Traçons cette relation de dispersion dans le cas d'un matériau polaire comme le SiC (Fig. 2.2).

On note que la relation de dispersion est située sous le cône de lumière (droite  $\omega = cK$ ).  $\gamma$ , la composante du vecteur d'onde selon  $z$ , est donc imaginaire pure dans le vide. L'onde s'atténue exponentiellement dans la direction  $z$ . On montre même qu'elle s'atténue de chaque côté de l'interface. C'est donc d'une part une onde évanescente et d'autre part une onde de surface puisque la propagation ne s'opère que dans la direction parallèle à l'interface.

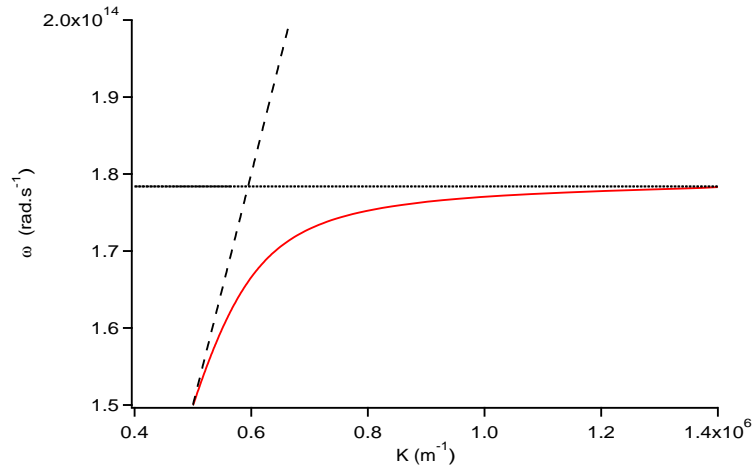


FIG. 2.2 – Relation de dispersion de l’onde de surface à une interface SiC-vide. L’asymptote se situe à  $\omega_{asym} = 1.784 \times 10^{14} \text{ rad s}^{-1}$ . La ligne pointillée en diagonale est le cône de lumière (droite  $\omega = cK$ ). On a tracé ici  $\omega$  en fonction de  $Re(K)$ .

## 2.2 Théorème de fluctuation-dissipation. Densité spectrale de puissance.

Le rayonnement thermique classique est basé sur des hypothèses qui cessent d’être valables dans certaines conditions. Ces hypothèses sont celles de la radiométrie : le rayonnement se propage en ligne droite (en milieu homogène) et les champs sont incohérents (deux rayonnements issus de surfaces émettrices différentes ne peuvent interférer). On se contente ainsi de sommer les intensités lumineuses produites par différents “rayons lumineux”. Ces hypothèses sont valables lorsque les distances mises en jeu sont faibles devant la longueur d’onde.

Dans le cas contraire, il convient de revenir aux équations fondamentales régissant tous les phénomènes électromagnétiques : les équations de Maxwell. Dans les années 50, Rytov [3] a développé une théorie permettant de calculer les champs électromagnétiques en présence de sources thermiques. Il a repris le formalisme utilisé par Langevin qui, pour modéliser le mouvement Brownien sur des macromolécules, introduisit une force aléatoire agissant sur les molécules [10]. Le point clé de cette approche est que la fonction de corrélation de cette force aléatoire est reliée aux pertes dans le système. En électromagnétisme, le problème peut être interprété de la manière suivante : dans tout matériau, l’agitation thermique met en mouvement à l’échelle microscopique les charges comme les électrons d’un métal ou les ions d’un cristal. Ces charges fluctuantes engendrent un courant fluctuant qui lui-même rayonne un champ électromagnétique. Ce champ électromagnétique créé est connu si on connaît les propriétés statistiques des courants et la réponse à un courant élémentaire dans la géométrie du système.

Les propriétés statistiques des courants (fonctions de corrélation) sont données par le théorème de fluctuation-dissipation. Comme nous le verrons, ce théorème relie les fluctuations des courants à la dissipation dans le système *i.e.* à la partie imaginaire de la susceptibilité reliant le courant au champ. Le champ créé par un courant élémentaire est donné par le tenseur de Green du système. Ce dernier est connu dans quelques cas simples auxquels nous nous intéresserons comme un système à une ou plusieurs interfaces.

Cette partie est consacrée à l’établissement des expressions des fonctions de corrélations du champ ou des courants en fonction des propriétés des systèmes étudiés. Ces résultats seront

utilisés pour la plupart des calculs présentés dans cette HDR. Mais, pour effectuer ces calculs, nous devons introduire des notions et des outils indispensables que nous détaillons dans les paragraphes suivants.

### 2.2.1 Densité spectrale.

Habituellement, on utilise la transformée de Fourier d'une quantité pour en étudier le contenu spectral. Cependant, dans le cas d'un processus aléatoire stationnaire, il n'est pas possible d'écrire sa transformée de Fourier au sens des fonctions car la fonction décrivant ce processus n'est pas de carré sommable. On peut néanmoins calculer la transformée de Fourier de la fonction de corrélation temporelle du processus aléatoire. Prenons l'exemple d'un champ vectoriel  $\mathbf{X}(\mathbf{r}, t)$  et intéressons nous à sa fonction de corrélation spatio-temporelle  $\langle X_k(\mathbf{r}, t)X_l(\mathbf{r}', t') \rangle$ . Les crochets désignent ici une moyenne d'ensemble, c'est-à-dire une moyenne faite sur un ensemble de réalisations du système toutes équivalentes. Pour un champ stationnaire, cette fonction de corrélation ne dépend que de la différence entre les temps  $t$  et  $t'$ . La transformée de Fourier de la fonction de corrélation spatio-temporelle par rapport à  $t - t'$  est la densité spectrale de corrélation et est notée  $\mathcal{X}_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  :

$$\mathcal{X}_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle X_k(\mathbf{r}, t)X_l(\mathbf{r}', t') \rangle e^{i\omega(t-t')} d(t-t') \quad (2.9)$$

On peut alors écrire la fonction de corrélation des transformées de Fourier des champs au sens des distributions en utilisant la densité spectrale. Ainsi

$$\langle X_k(\mathbf{r}, \omega)X_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle = 2\pi\delta(\omega - \omega')\mathcal{X}_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \quad (2.10)$$

On peut naturellement écrire ces relations en inversant les transformées de Fourier. Ainsi,

$$\langle X_k(\mathbf{r}, t)X_l(\mathbf{r}', t') \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{X}_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) e^{-i\omega(t-t')} \quad (2.11)$$

### 2.2.2 Éléments de théorie de la réponse linéaire.

En théorie de la réponse linéaire, on considère généralement un système à l'équilibre thermodynamique qui, d'un point de vue quantique, peut être décrit par un hamiltonien  $H_0$ . On perturbe ensuite le système par des sources extérieures  $\mathbf{x}(\mathbf{r}, t)$ . Ces sources créent des champs  $\mathbf{X}$  dans tous l'espace. Le nouvel hamiltonien du système est la somme de  $H_0$  et du hamiltonien de perturbation extérieure  $H_{ext}$  décrit par l'expression

$$H_{ext} = - \int \mathbf{x}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r}$$

On peut à partir des courants  $\mathbf{x}$  calculer les champs  $\mathbf{X}$  grâce à la fonction de réponse du système ou tenseur de Green  $\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^X$  du système. Cette relation s'écrit dans le domaine fréquentiel :

$$\mathbf{X}(\mathbf{r}, \omega) = \int \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^X(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{x}(\mathbf{r}', \omega) d^3\mathbf{r}' \quad (2.12)$$

D'autre part, les courants sont reliés au champ par l'intermédiaire d'une susceptibilité  $\overset{\leftrightarrow}{\chi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ . Dans l'espace des fréquences, cette relation s'exprime

$$\mathbf{x}(\mathbf{r}, \omega) = \int \overset{\leftrightarrow}{\chi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{X}(\mathbf{r}', \omega) d^3\mathbf{r}' \quad (2.13)$$

La susceptibilité ne dépend que des propriétés locales du milieu. Le tenseur de Green du système dépend de la géométrie du système ainsi que des propriétés des milieux le composant.

### 2.2.3 Théorème de fluctuation-dissipation pour les courants et les champs.

Comme nous allons le voir, ce théorème relie les propriétés statistiques des courants à la partie imaginaire de la susceptibilité. Il relie aussi les propriétés statistiques des champs à la partie imaginaire du tenseur de Green. Cette partie imaginaire est intrinsèquement liée à la dissipation dans le système d'où le nom de ce théorème. Pour l'exprimer, nous devons introduire des densités spectrales de fonctions de corrélations "symétrisées". Pour des quantités classiques le fait d'utiliser des quantités symétrisées ou non ne change rien contrairement aux quantités quantiques. Pour le champ de vecteur  $\mathbf{X}$ , on introduit ainsi  $\mathcal{X}_{kl}^{(S)}$  par

$$\mathcal{X}_{kl}^{(S)} = \frac{1}{2} [\mathcal{X}_{kl} - \mathcal{X}_{lk}] \quad (2.14)$$

Le théorème de fluctuation dissipation relie la fonction de corrélation spatiale en fréquentiel à la partie imaginaire de la susceptibilité et à la température du milieu considéré [11, 12]

$$\begin{aligned} \langle x_k(\mathbf{r}, \omega) x_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S &= 2\pi\delta(\omega - \omega') x_{kl}^{(S)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \\ &= \hbar \coth(\hbar\omega/2k_B T) \text{Im}[\chi_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] 2\pi\delta(\omega - \omega') \end{aligned} \quad (2.15)$$

où  $\hbar$  est la constante de Planck réduite et  $k_b$  la constante de Boltzmann. En ce qui concerne les champs, le théorème de fluctuation-dissipation relie la densité spectrale de corrélation à la partie imaginaire du tenseur de Green [12] :

$$\begin{aligned} \langle X_k(\mathbf{r}, \omega) X_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S &= 2\pi\delta(\omega - \omega') \mathcal{X}_{kl}^{(S)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \\ &= \hbar \coth(\hbar\omega/2k_B T) \text{Im}[G_{kl}^X(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] 2\pi\delta(\omega - \omega') \end{aligned} \quad (2.16)$$

### 2.2.4 Théorème de fluctuation-dissipation pour les courants électriques, le champ électrique et le champ magnétique.

Pour le champ électromagnétique, la situation est plus compliquée que précédemment. Le champ électromagnétique est en effet constitué du champ électrique  $\mathbf{E}$  et du champ magnétique  $\mathbf{H}$ . De plus, deux types de courants peuvent être à l'origine des champs. Les courants électriques  $\mathbf{j}$  et les courants magnétiques  $\mathbf{m}$ . Cependant, on relie traditionnellement les champs non pas aux courants magnétiques  $\mathbf{m}$ , mais à l'aimantation magnétique  $\mathbf{M}$ . Les relations constitutives entre le courant électrique, l'aimantation et les champs sont :

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega[\epsilon(\mathbf{r}, \omega) - \epsilon_0]\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\mu(\mathbf{r}, \omega) - \mu_0}{\mu_0} \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\mu(\mathbf{r}, \omega) - \mu_0}{\mu_0 \mu(\mathbf{r}, \omega)} \mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.18)$$

Le hamiltonien de perturbation extérieur s'écrit

$$H_{ext} = - \int (\mathbf{P} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}) d^3\mathbf{r} \quad (2.19)$$

Le lien entre les champs et les courants se fait par l'intermédiaire des fonctions de réponse du système c'est-à-dire les tenseurs de Green. Quatre tenseurs sont nécessaires pour décrire le système [12]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = i\mu_0\omega \int \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3\mathbf{r}' + \int \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{EH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{M}(\mathbf{r}', \omega) d^3\mathbf{r}' \quad (2.20)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \int \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3\mathbf{r}' + \int \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{M}(\mathbf{r}', \omega) d^3\mathbf{r}' \quad (2.21)$$

Les fonctions de corrélation entre les différentes composantes du champ électromagnétique, s'expriment, à l'équilibre thermodynamique, à partir des fonctions de Green. On reprend les expressions données par exemple par Agarwal [12].

$$\langle E_k(\mathbf{r}, \omega) E_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S = 2\pi\mu_0\hbar\omega^2 \coth\left[\frac{\hbar\omega}{2k_bT}\right] \text{Im} [G_{kl}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] \delta(\omega - \omega') \quad (2.22)$$

$$\langle E_k(\mathbf{r}, \omega) H_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S = 2\pi\hbar \coth\left[\frac{\hbar\omega}{2k_bT}\right] \text{Im} [G_{kl}^{EH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] \delta(\omega - \omega') \quad (2.23)$$

$$\langle H_k(\mathbf{r}, \omega) E_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S = 2\pi\frac{-i\omega}{\mu_0}\hbar \coth\left[\frac{\hbar\omega}{2k_bT}\right] \text{Im} [G_{kl}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] \delta(\omega - \omega') \quad (2.24)$$

$$\langle H_k(\mathbf{r}, \omega) H_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S = 2\pi\frac{\hbar}{\mu_0} \coth\left[\frac{\hbar\omega}{2k_bT}\right] \text{Im} [G_{kl}^{HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] \delta(\omega - \omega') \quad (2.25)$$

Notons qu'il existe des liens entre ces différentes fonctions de Green. Ainsi

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{\mu_0}{\mu(\mathbf{r})} \nabla_{\mathbf{r}} \times \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega), \quad (2.26)$$

$$\overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{\mu_0}{\mu(\mathbf{r})} \nabla_{\mathbf{r}} \times {}^T \left[ \nabla_{\mathbf{r}'} \times {}^T \overset{\leftrightarrow}{\mathbf{G}}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \right]. \quad (2.27)$$

où l'opérateur  $T$  désigne la transposition. En ce qui concerne les courants électriques et magnétiques, on applique le théorème de fluctuation dissipation de façon analogue à l'Eq. (2.15).

$$\langle j_k(\mathbf{r}, \omega) j_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S = \hbar\omega^2 \coth(\hbar\omega/2k_B T) \text{Im}[\epsilon_0\epsilon_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] 2\pi\delta(\omega - \omega') \quad (2.28)$$

$$\langle M_k(\mathbf{r}, \omega) M_l^*(\mathbf{r}', \omega') \rangle_S = \hbar \coth(\hbar\omega/2k_B T) \text{Im} \left[ \left( \frac{\mu - \mu_0}{\mu\mu_0} \right)_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \right] 2\pi\delta(\omega - \omega') \quad (2.29)$$

Les calculs effectués dans la suite sont basés sur l'écriture des fonctions de corrélation des champs du type (2.22-2.25). Cependant, suivant le type de quantité que l'on souhaite calculer, on doit prendre garde à utiliser de "bonnes" fonctions de corrélation [12]. Elles sont de trois types : les fonctions symétriques utilisées jusqu'ici, les fonctions ordonnées dans l'ordre normal et les fonctions ordonnées dans l'ordre antinormal. Ces fonctions de corrélation s'appliquent respectivement aux mesures de force [13], d'absorption et de durée de vie de niveau d'énergie [14]. Ces fonctions de corrélation mettent en jeu les parties fréquentielles positives ou négatives des champs [15]. Elles ne diffèrent entre elles que par le terme de dépendance thermique. Le terme  $\coth \hbar\omega/2k_bT$  dans les fonctions de corrélation symétriques doit être remplacé par  $2/(e^{\hbar\omega/k_bT} - 1)$  dans le cas des fonctions de corrélation ordonnées normalement et par  $2/(1 - e^{-\hbar\omega/k_bT})$  dans le cas des fonctions de corrélation ordonnées antinormalement. Notons que

$$\frac{1}{2} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{k_bT}\right) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_bT} - 1} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1 - e^{-\hbar\omega/k_bT}} - \frac{1}{2} \quad (2.30)$$

Ces fonction diffèrent donc d'un facteur 1/2. Ce terme représente la prise ou non en compte des fluctuations de point zéro du vide.

### 2.3 Champ thermique au dessus d'une interface.

Dans la continuité du travail de Carminati et Greffet [16], nous nous sommes intéressés aux propriétés du champ thermique près d'une interface sur laquelle se propage des ondes de surface.

L'idée était la suivante. Les ondes de surface sont des ondes évanescentes. En champ lointain il est impossible de les voir. En revanche, lorsqu'on s'approche de cette surface, en particulier à des distances inférieures à la longueur d'onde considérée, on s'attend à pouvoir ressentir l'influence de ces modes. Différentes propriétés ont été étudiées :

- Les propriétés de cohérence temporelle du champ thermique. Pour les mettre en évidence, nous avons calculé la densité d'énergie au dessus d'une interface [17].
- Les propriétés de cohérence spatiale du champ thermique. Ces propriétés ont été approfondies [18] à la suite de [16] : des expressions asymptotiques de la fonction de corrélation spatiale du champ ont été établies.
- L'évolution dans l'espace de la densité d'état électromagnétique. En utilisant les propriétés de l'émission thermique en s'appuyant sur les travaux d'Agarwal [14], nous avons défini proprement la densité d'énergie électromagnétique au-dessus d'une interface [19]. Nous avons montré que cette densité d'énergie était *a priori* mesurable en utilisant un microscope optique de champ proche sans ouverture.

Il est à noter que toutes les quantités calculés ici correspondent à des mesures d'absorption du champ électromagnétique. On utilise donc les fonctions de corrélations ordonnées normalement. On montre alors que [12]

$$\langle E_k(\mathbf{r}, t) E_l(\mathbf{r}', t') \rangle = \text{Re} \left[ \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{E}_{kl}^{(N)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) e^{i\omega(t-t')} \right] \quad (2.31)$$

$$\langle H_k(\mathbf{r}, t) H_l(\mathbf{r}', t') \rangle = \text{Re} \left[ \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{H}_{kl}^{(N)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) e^{i\omega(t-t')} \right] \quad (2.32)$$

## 2.4 Corrélations spatiales.

Les résultats de cette section sont publiés dans l'article [18]. Suite au travail de Carminati et Greffet [16], nous avons étudié la cohérence spatiale du champ thermique. La cohérence spatiale du champ se traduit par l'existence d'une relation de phase entre des champs pris en deux points différents. Son étude à une fréquence donnée se fait au moyen de la corrélation spatiale du champ à cette fréquence. Nous allons donc étudier la densité spectrale de corrélation spatiale  $\mathcal{E}_{ij}^{(N)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ . On montre à l'aide du théorème de fluctuation dissipation que  $\mathcal{E}_{ij}^{(N)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  s'exprime à l'équilibre thermique en fonction du tenseur de Green du système.

$$\mathcal{E}_{kl}^{(N)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = 4\omega\mu_0 \text{Im}[G_{kl}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)] \Theta(\omega, T) \quad (2.33)$$

où

$$\Theta(\omega, T) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_b T} - 1} \quad (2.34)$$

Si l'on reporte la fonction de Green du vide dans l'expression précédente, on trouve une densité spectrale de corrélation proportionnelle à un sinus cardinal du type  $\sin(kr)/kr$  où  $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  et  $k = 2\pi/\lambda$ . Le premier zero de cette fonction correspond à  $r = \lambda/2$  c'est pourquoi en général on dit que la cohérence spatiale des sources thermiques dans le vide à une longueur d'onde  $\lambda$  est égale à  $\lambda/2$  [15].

En champ proche, les ondes de surface, qui n'existent pas en champ lointain peuvent modifier la cohérence des champs. Ainsi, comme le montre la Fig.2.3, la distance de propagation des ondes de surface peut être de plusieurs dizaines de longueurs d'onde. Or, ces ondes se propageant le long de l'interface donnent une relation de phase entre différents points si ceux-ci sont séparés par une distance inférieure à la distance de propagation. Ainsi, on comprend facilement qu'à

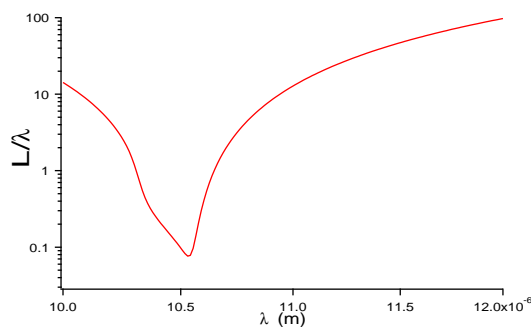


FIG. 2.3 – Longueur de propagation des ondes de surface le long d’une interface séparant du SiC du vide en fonction de la longueur d’onde.

une fréquence pour laquelle la longueur de propagation des ondes de surface est grande devant la longueur d’onde, la cohérence spatiale du champ thermique sera augmentée en champ proche par rapport à sa valeur en champ lointain.

Néanmoins, lorsqu’on tend vers des distances très inférieures à la longueur d’onde, on entre dans le régime électrostatique, pour lequel la densité spectrale de corrélation spatiale décroît en  $1/z^3$  où  $z$  est la distance à l’interface du plan dans lequel la corrélation spatiale est considérée. Un détecteur situé à  $z$  ne perçoit que le champ issu d’une surface d’aire environ égale à  $\pi z^2$ . La cohérence spatiale n’est observée que pour des points séparés d’une distance telle que les zones de surface  $\pi z^2$  se recouvrent, c’est-à-dire pour des points séparés de  $z$ . À très courte distance, la cohérence peut donc être inférieure à la longueur d’onde, autrement dit à très courte distance le champ thermique peut être encore plus incohérent qu’en champ lointain. La Fig.2.4 montre les différents régimes auxquels obéit la fonction corrélation spatiale d’un champ thermique en présence d’un matériau supportant une onde de surface. Nous avons pris ici l’exemple de l’or. À 620 nm, ce matériau présente un plasmon de surface. En champ lointain (Fig.2.4a), on retrouve bien l’allure du sinus cardinal et on retrouve une cohérence égale à  $\lambda/2$ . Pour une distance à l’interface un peu inférieure à la longueur d’onde, on observe que la corrélation du champ est non nulle sur une distance importante (Fig.2.4b). Si on appelle  $K_{pl}$  le vecteur d’onde du plasmon de surface se propageant parallèlement à l’interface, on montre que la corrélation est proportionnelle à  $\exp(iK_{pl}r)$ . La distance de corrélation est proportionnelle à l’inverse de  $Im[K_{pl}]$  et égale à la distance de propagation de l’onde de surface. À une distance très petite devant la longueur d’onde (Fig.2.4c), on observe que la longueur de corrélation est de l’ordre de la distance à l’interface.

## 2.5 Densité d’énergie.

Un de mes premiers travaux après mon arrivée dans le groupe de J.-J. Greffet au laboratoire EM2C de l’Ecole Centrale Paris a été de calculer la densité d’énergie près d’une interface maintenue à une certaine température  $T$ . Pour effectuer ce calcul, nous avons repris un travail de Rytov [3, 4] basé sur le théorème de fluctuation-dissipation. Celui-ci reprend donc les concepts introduits précédemment. Dans le vide, la densité d’énergie s’exprime

$$\langle U \rangle = \frac{\epsilon_0}{2} \langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle + \frac{\mu_0}{2} \langle |\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} u_{tot}(\mathbf{r}, \omega), \quad (2.35)$$

Ce que nous allons étudier ici est la quantité  $u_{tot}(\mathbf{r}, \omega)$  qui n’a des variations spatiales que selon  $z$ . Cette quantité va s’exprimer à l’aide des densités spectrales des champs électromagnétiques

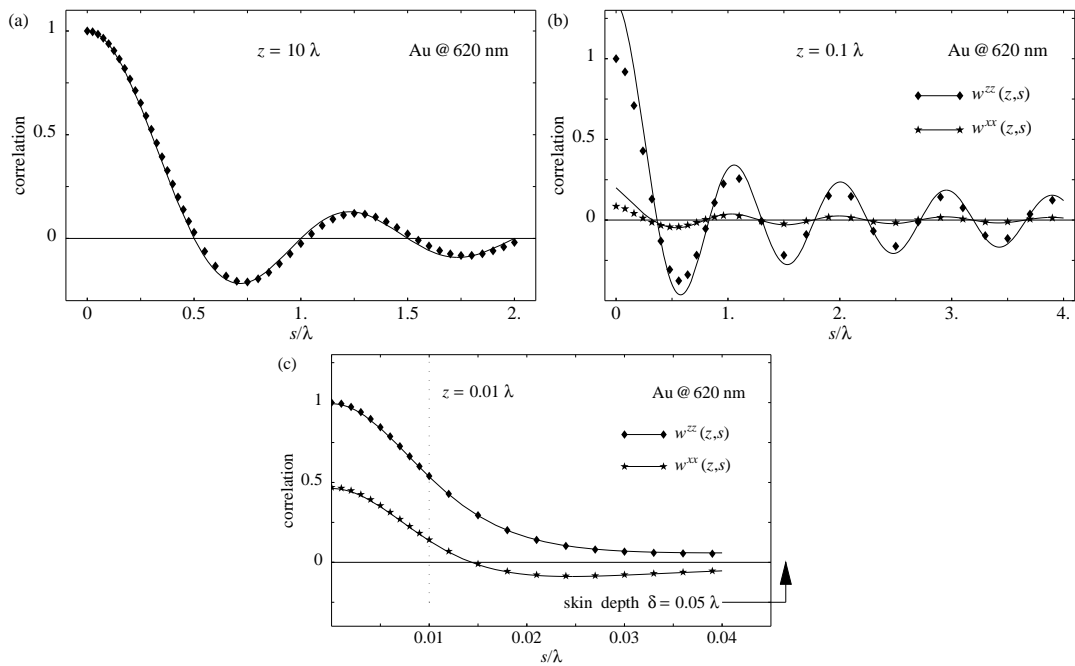


FIG. 2.4 – Fonction de corrélation spatiale du champ en fonction de la distance de séparation normalisée par rapport à la longueur d'onde considérée. Les points correspondent à la valeur exacte de cette corrélation et les courbes pleines correspondent à une expression asymptotique discutée dans [18]. Les différentes courbes correspondent au cas de l'or à 620 nm (a) Corrélation en champ lointain : la longueur de corrélation vaut environ  $\lambda/2$ . (b) Corrélation dans le régime d'onde de surface : la corrélation vaut plusieurs dizaines de fois la longueur d'onde du plasmon de surface. (c) Corrélation en régime de champ proche : la corrélation est de l'ordre de la distance à la surface.

et donc des fonctions de Green du système (ici un système à une interface). Ces fonctions de Green se trouvent facilement dans la littérature [20] et dépendent uniquement des propriétés optiques des matériaux mis en jeu. Sur la Fig.2.5 est représentée la densité d'énergie au-dessus

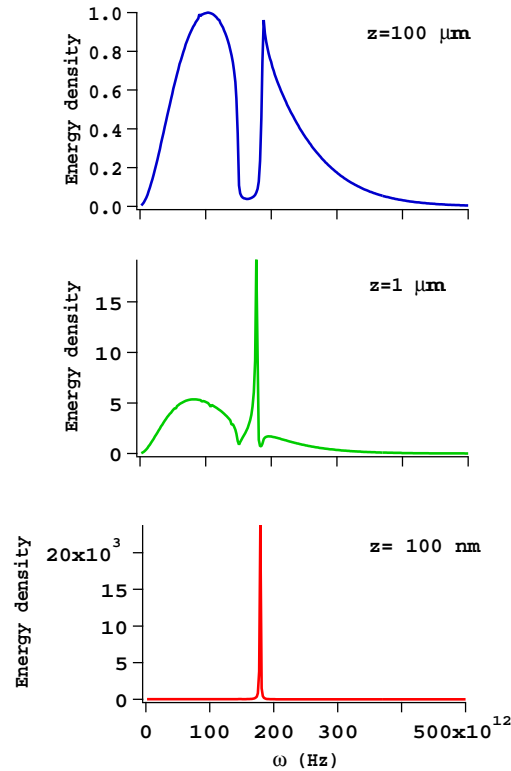


FIG. 2.5 – Densité d'énergie au dessus d'une interface séparant du SiC à  $T = 300$  K du vide. (a) À grande distance. (b) Pour une distance de  $1 \mu\text{m}$ . (c) Pour une distance de  $100 \text{ nm}$

d'un demi-espace semi-infini de SiC. On observe qu'à grande distance, le spectre ressemble à celui d'un corps noir mis à part la présence d'un "trou" aux alentours de  $\lambda = 10 \mu\text{m}$  : à cette longueur d'onde, le SiC est très réfléchissant. Lorsqu'on s'approche de l'interface, on note d'une part, une augmentation générale de la densité d'énergie et d'autre part l'apparition d'un pic à une pulsation bien caractérisée. À une distance encore plus proche de l'interface ( $100 \text{ nm}$ ), la densité d'énergie est quasi monochromatique. À la pulsation de résonance, elle est augmentée de 4 ordres de grandeur par rapport à sa valeur en champ lointain. Ce comportement s'explique lorsque l'on tient compte de la présence des ondes de surface à l'interface. Ces ondes ont une relation de dispersion présentant une asymptote près de la pulsation de résonance (Fig.2.2). Près de cette pulsation, on voit que pour un intervalle de pulsation donné, il existe un grand nombre de modes de surface possibles : la densité d'état est importante. Or, à l'équilibre thermique, on peut écrire la densité d'énergie électromagnétique à une certaine fréquence comme le produit de la densité d'état par l'énergie du mode considéré multipliée par la population de ce mode. Si la population du mode n'est pas trop faible à la température et à la fréquence considérée, une forte augmentation de la densité d'énergie aux alentours du pic de densité d'état apparaîtra.

À température ambiante, ce comportement apparaît pour tous les matériaux supportant des ondes de surface dans l'infrarouge aux alentours de  $10 \mu\text{m}$ . Les semi-conducteurs III-V et II-VI

tels que ZnSe, GaAs ... appartiennent à cette catégorie. De manière générale, tous les matériaux polaires possèdent ce type de résonance dans l'infrarouge. En revanche, les métaux comme l'or, l'argent ou l'aluminium, supportent des ondes de surface dans le visible.

Aux distances petites devant la longueur d'onde, on peut calculer une expression asymptotique pour la densité d'énergie au-dessus d'une interface. Celle-ci s'exprime

$$u_{tot} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^3} \frac{Im[\epsilon_2(\omega)]}{|\epsilon_2(\omega) + 1|^2} \frac{1}{(k_0 z)^3} \Theta(\omega, T) \quad (2.36)$$

Cette expression justifie les comportements que nous venons d'exprimer. Le pic de densité d'énergie apparaît lorsque le dénominateur s'annule i.e. quand  $\epsilon_2 = -1$ . Cette condition correspond à un pôle du facteur de réflexion de Fresnel en polarisation  $p$  c'est-à-dire à l'existence d'une résonance de surface. L'existence d'une fréquence où  $\epsilon = -1$  explique donc l'existence du pic de densité d'énergie à condition que la partie imaginaire ne soit pas trop grande pour cette fréquence. On voit aussi qu'à haute fréquence i.e. grande devant  $kT/\hbar$ , la distribution de Bose-Einstein

$$f_{BE}(\omega, T) = \frac{1}{\exp[\hbar\omega/(kT)] - 1}$$

se comporte comme une coupure exponentielle. La densité d'énergie reste faible même si la densité d'état est importante. Les métaux comme l'or, l'argent ou l'aluminium qui supportent des ondes de surface (plasmons) dans le visible ne présentent donc pas cette augmentation de densité d'état. Le travail présenté dans cette sous-section est détaillé dans l'article [17] qui se trouve dans l'annexe de ce mémoire.

### 2.5.1 Densité d'état électromagnétique. Application à l'optique de champ proche.

Dans une situation d'équilibre, il est possible de relier proprement la densité d'état électromagnétique à la densité d'énergie. En effet, la densité d'énergie en un lieu donné  $\mathbf{r}$  peut toujours s'exprimer comme le produit de la densité d'état électromagnétique  $\rho(\mathbf{r}, \omega)$  par l'énergie de l'état  $\hbar\omega$  et par la population du mode à la température  $T$  c'est-à-dire la distribution de Bose-Einstein  $1/[\exp(\hbar\omega/k_b T) - 1]$ . Ainsi [14],

$$u(\mathbf{r}, \omega) = \rho(\mathbf{r}, \omega) \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_b T) - 1} \quad (2.37)$$

Le calcul de la densité d'énergie par le théorème de fluctuation-dissipation permet donc de calculer la densité d'état dans une situation quelconque. Reprenons l'expression (2.35). En utilisant les densités spectrales de puissance des champs ordonnés dans l'ordre normal, on trouve [14, 19]

$$u_{tot}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\hbar\omega}{[\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]} \frac{\omega}{\pi c^2} ImTr \left[ \mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega) + \frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{G}^{\leftrightarrow HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega) \right]. \quad (2.38)$$

où  $Tr$  désigne la trace d'un tenseur. On en déduit donc que la densité d'état s'exprime

$$\rho(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\omega}{\pi c^2} ImTr \left[ \mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega) + \frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{G}^{\leftrightarrow HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega) \right] = f(\mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}). \quad (2.39)$$

Ainsi, la densité d'état ne dépend que de la fonction de Green du système auquel on s'intéresse. Elle ne dépend donc que de sa géométrie et de sa composition.

On montre que la trace de la partie imaginaire du tenseur de Green du vide pour le champ électrique vaut  $\omega/(2\pi c)$  [14, 21]. On montre aussi que  $ImTrc^2/\omega^2 \mathbf{G}^{\leftrightarrow HH}$  est égale à  $ImTr \mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}$  dans le vide. On retrouve donc la densité d'état électromagnétique du vide  $\rho_v = \omega^2/\pi^2 c^3$ .

Dans le cas d'une interface plane, nous avons pu montrer l'existence de différents régimes de comportement pour la densité d'état. Nous nous sommes intéressés au cas de l'aluminium dont les propriétés optiques peuvent être facilement modélisées par un modèle de Drude. La densité d'état au-dessus d'une interface d'aluminium pour différentes distances est représentée sur la Fig. 2.6. À une distance grande devant la longueur d'onde considérée, on voit que la densité d'état est

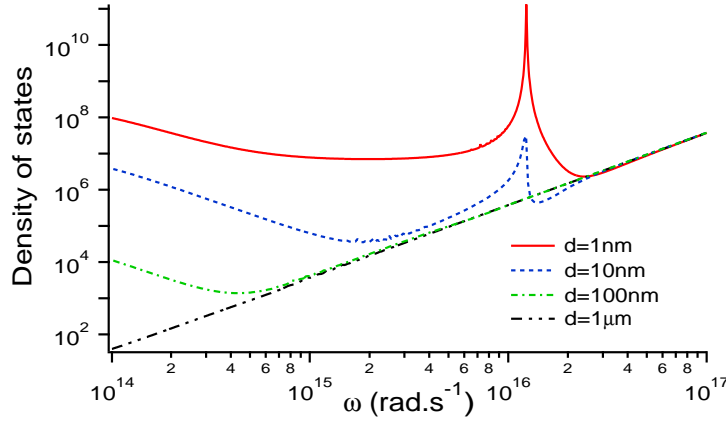


FIG. 2.6 – Densité d'état électromagnétique pour différentes distances à l'interface au-dessus d'un échantillon semi-infini d'aluminium en fonction de la pulsation.

égale à celle du vide, c'est-à-dire que l'interface n'influence pas le vide. On montre dans ce cas que la densité d'état est proportionnelle à la partie imaginaire du tenseur de Green du champ électrique et est égale à  $\rho_v$ .

Lorsque la distance est petite par rapport à la longueur d'onde considérée, la densité d'état peut être modifiée. On aperçoit notamment dans le cas de l'aluminium, l'émergence d'un pic à une certaine fréquence. Cette fréquence correspond en fait à la fréquence à laquelle apparaissent les ondes de surface c'est-à-dire pour  $\epsilon = -1$ . On observe aussi que la densité d'état augmente près de la surface et qu'elle tend vers l'infini traduisant l'apparition de nouveaux modes lorsqu'on approche de la surface. Ces modes sont les modes évanescents qui ne sont présents que près de l'interface et qui ne s'observent pas en champ lointain. En fait, la densité d'état électromagnétique à une interface se met sous la forme

$$\rho(z, \omega) = \frac{\rho_v(\omega)}{2} \left\{ \int_0^1 \frac{\kappa d\kappa}{p} \left[ 2 + Re \left( r_{12}^s e^{2ip\omega z/c} \right) + Re \left( r_{12}^p e^{2ip\omega z/c} \right) (2\kappa^2 - 1) \right] \right. \quad (2.40)$$

$$\left. + \int_1^\infty \frac{\kappa d\kappa}{|p|} \left[ Im \left( r_{12}^s \right) + (2\kappa^2 - 1) Im \left( r_{12}^p \right) \right] e^{-2|p|\omega z/c} \right\} \quad (2.41)$$

où le vecteur d'onde est  $\mathbf{k} = (\omega\kappa/c, \omega p/c)$ ,  $r_{12}^s$  et  $r_{12}^p$  sont les facteurs de réflexion de Fresnel d'une interface séparant un milieu 1 (ici le vide où est calculé la densité d'état) et un milieu 2. Cette expression est une somme sur toutes les contributions de toutes les ondes planes. L'intégrale pour laquelle  $0 \leq \kappa \leq 1$  correspond à la contribution des ondes propagatives et celle pour laquelle  $\kappa \geq 1$  correspond à la contribution des ondes évanescentes. Ces dernières contribuent lorsque

l'exponentielle  $e^{-2|p|\omega z/c}$  est proche de 1 c'est-à-dire pour des  $\kappa \ll 1/z$ . Plus  $z$  est petit et plus les grands  $\kappa$  contribuent à la densité d'état.

Il est également intéressant d'étudier les contributions électriques et magnétiques à la densité d'état. En effet, il arrive que la densité d'état soit différemment liée aux tenseurs de Green du champ électrique. L'étude de la durée de vie d'un atome permet selon Wijnands [22] de relier la densité d'états à une composante du tenseur de Green  $\mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}$ . D'autres relient plutôt cette densité d'état simplement à la trace de la partie imaginaire de  $\mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}$  [23, 24]. Il est donc intéressant d'étudier en quoi la contribution magnétique est différente de l'électrique. On peut formellement séparer ces deux contributions sous la forme  $\rho(\mathbf{r}, \omega) = \rho^E(\mathbf{r}, \omega) + \rho^H(\mathbf{r}, \omega)$  où  $\rho^E(\mathbf{r}, \omega) = \omega/\pi c^2 \text{ImTr} \mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}$  et  $\rho^H(\mathbf{r}, \omega) = 1/\pi \omega \text{ImTr} \mathbf{G}^{\leftrightarrow HH}$ . Sur la Fig. 2.7 sont représentées les variations de la densité d'état totale, électrique et magnétique à une distance de 10 nm d'un échantillon semi-infini d'aluminium. À haute fréquence, on se retrouve en situation de champ

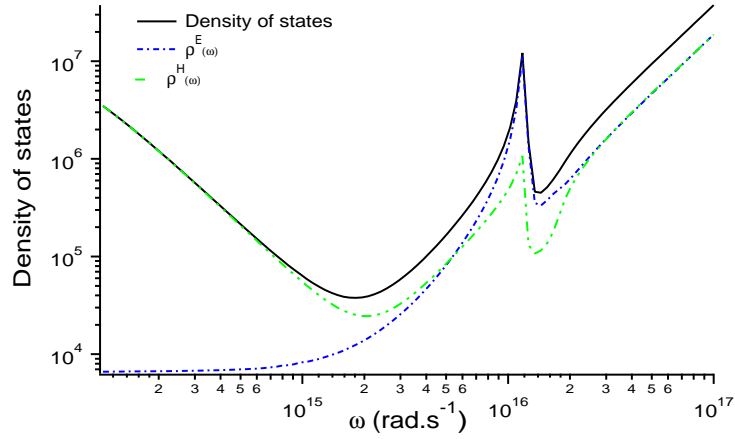


FIG. 2.7 – Densité d'état à une distance  $z = 10$  nm au dessus d'un échantillon semi-infini d'aluminium en fonction de la pulsation. Comparaison avec  $\rho^E$  et  $\rho^H$ .

lointain c'est-à-dire dans le vide. Les contributions électriques et magnétiques sont égales. On a bien une densité d'état proportionnelle à  $\text{ImTr} \mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}$ . À basse fréquence en revanche, c'est la contribution magnétique qui domine alors qu'autour de la résonance, c'est la contribution électrique. On voit donc qu'il n'y pas toujours de relation simple entre la densité d'état et  $\mathbf{G}^{\leftrightarrow EE}$  même si dans certains cas on a bien simple proportionnalité avec la trace de sa partie imaginaire.

Ces comportements s'expliquent simplement lorsqu'on effectue une étude asymptotique des différentes contributions à la densité d'état en champ proche i.e. si  $\lambda = 2\pi c/\omega \gg z$

$$\rho^E \approx \frac{\rho_v}{|\epsilon + 1|^2} \frac{\epsilon''}{4k_0^3 z^3} \quad (2.42)$$

$$\rho^H \approx \rho_v \left[ \frac{\epsilon''}{16k_0 z} + \frac{\epsilon''}{4|\epsilon + 1|^2 k_0 z} \right] \quad (2.43)$$

Ces formules expliquent la présence pour les deux types de densité d'état d'un pic lorsque  $\epsilon \approx -1$ . Elles montrent aussi que l'on peut toujours trouver une distance suffisamment courte pour que la densité d'état soit dominée par la contribution électrique. Cependant, on voit que au-dessus

d'un échantillon d'aluminium à une distance de l'interface de 10 nm, ce n'est pas le cas à basse fréquence à cause des grandes valeurs prises par  $|\epsilon + 1|^2$  pour un métal.

### 2.5.2 Mesure de la densité d'état.

Comme il a été évoqué précédemment, certaines expériences comme celles mesurant la durée de vie d'un atome [22] ou celles mesurant un signal optique à l'aide d'un microscope optique à effet tunnel (phonon scanning tunneling microscope : PSTM) [24] estiment la densité d'état électromagnétique près d'une interface. D'autre part, on sait en physique du solide que le signal d'un microscope à effet tunnel (scanning tunneling microscope : STM) est proportionnel, dans la limite des faibles couplages, à la densité d'état électronique [25]. Le but de cette section est de montrer qu'un spectre d'émission thermique en champ proche à l'aide d'un microscope optique de champ proche (Scanning Near-Field Optical Microscope : SNOM) permet de mesurer cette densité d'état sur un spectre large. L'émission thermique a un avantage sur les techniques précitées : le rayonnement thermique excite les modes électromagnétiques sur une largeur spectrale très large. La densité d'état peut donc être connue sur un large spectre.

Nous allons maintenant considérer un microscope optique de champ proche sans ouverture (SNOM) dont le but va être de détecter le champ électromagnétique thermique émis en champ proche au-dessus d'un échantillon à température  $T$ . Le système considéré est décrit sur la Fig. 2.8. La pointe du microscope se situe en champ proche près de l'interface séparant l'échantillon

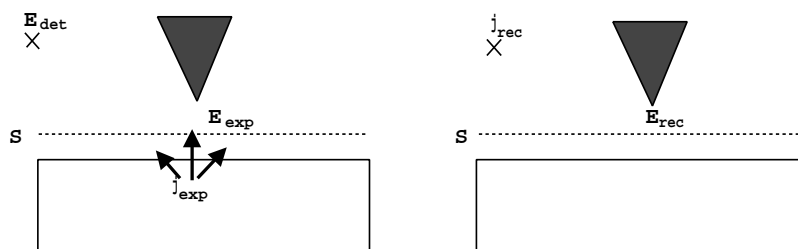


FIG. 2.8 – Microscope optique de champ proche mesurant un champ thermique émis en champ proche. (a) Situation expérimentale. (b) Situation réciproque.

du vide. Le signal, proportionnel au flux d'énergie électromagnétique transporté, est mesuré en champ lointain par un détecteur ponctuel. On place un polariseur devant le détecteur dont la direction de polarisation est parallèle à  $\mathbf{j}_{rec}$ . Faisons l'approximation que le détecteur vu de la pointe se trouve dans un petit angle solide  $d\Omega$ . Le signal détecté à la fréquence  $\omega$  s'écrit :

$$\langle S(\omega) \rangle = \frac{\epsilon_0 c}{2} |\mathbf{E}_d(\omega)|^2 r^2 d\Omega \quad (2.44)$$

où  $r$  est la distance entre la pointe et le détecteur et  $\mathbf{E}_d$  est le champ électrique à la position du détecteur. Soit maintenant  $\mathbf{E}_{exp}$  le champ expérimental c'est-à-dire le champ thermique près de l'interface que l'on souhaite détecter. Ce champ peut être en principe calculé à l'aide du principe de réciprocité [26, 27]. On introduit une situation fictive (Fig. 2.8) dans laquelle on enlève l'échantillon et où on place un courant monochromatique  $\mathbf{j}_{rec}(\omega)$  à la place du détecteur et dans la direction du polariseur devant le détecteur. Le champ sous la pointe (ou diffusée par la pointe) est le champ réciproque  $\mathbf{E}_{rec}$ . Si on connaît la géométrie de la pointe et sa constitution, un calcul de rayonnement permet d'accéder à ce champ. Le théorème de réciprocité permet de relier le champ sur le détecteur au champ expérimental et au champ réciproque [27]

$$\mathbf{E}_d \cdot \mathbf{j}_{rec} = \frac{-2i}{\mu_0 \omega} \int_S \frac{\partial \mathbf{E}_{rec}(\mathbf{R}, z, \omega)}{\partial z} \cdot \mathbf{E}_{exp}(\mathbf{R}, z, \omega) d\mathbf{R} \quad (2.45)$$

où l'intégration se fait dans un plan  $z = z_0$  entre la pointe et l'échantillon.  $\mathbf{R} = (x, y)$  sont les coordonnées dans ce plan. En reportant l'expression précédente dans celle du signal au détecteur

$$\langle S(\omega) \rangle = \frac{\epsilon_0 c}{4\pi} \int_S \int_S \sum_{i,j} H_{ij}(\mathbf{R}, \mathbf{R}', \omega) \mathcal{E}_{ij}(\mathbf{R}, \mathbf{R}', z, \omega) d\mathbf{R} d\mathbf{R}' \quad (2.46)$$

Le signal apparaît donc comme une intégrale de recouvrement entre la densité spectrale de corrélation du champ expérimental et un tenseur de réponse de l'instrument  $H_{ij}$ . Le champ expérimental ici est le champ en présence d'une pointe. Si le couplage entre la pointe et l'échantillon est suffisamment faible alors ce champ est proche du champ thermique en l'absence de pointe. Le tenseur de réponse de l'instrument s'exprime :

$$H_{ij}(\mathbf{R}, \mathbf{R}', \omega) = \frac{\partial \mathbf{E}_{rec,i}(\mathbf{R}, z, \omega)}{\partial z} \frac{\partial \mathbf{E}_{rec,j}(\mathbf{R}', z, \omega)}{\partial z} \quad (2.47)$$

Cette quantité ne dépend que de l'instrument et n'est *a priori* pas  $\delta$ -corrélée en espace. Dans le cas où cette quantité est  $\delta$ -corrélée en espace et proportionnelle au tenseur unité, on voit que le signal au détecteur est proportionnel à la densité spectrale de puissance du champ expérimental thermique sous la pointe c'est-à-dire à la densité d'état électromagnétique d'origine électrique  $\rho^E$ .

Le calcul de  $H_{ij}$  peut être fait dans le cas simple d'une pointe de microscope dipolaire de polarisabilité  $\alpha(\omega)$ . Ce type de pointe a été proposée comme modèle pour des pointes nues de PSTM [28]. Pour une telle pointe, le signal au détecteur s'écrit [19]

$$\langle S(\omega) \rangle = |\alpha(\omega)|^2 \frac{\omega^4}{2c^4} d\Omega \sum_{i,j} A_i A_j^* \mathcal{E}_{ij}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_p, z, \omega) \quad (2.48)$$

où  $\mathbf{r}_p$  est la position de la pointe. Si on appelle  $\mathbf{u}_d$  le vecteur unitaire de la direction entre la pointe et le détecteur,  $\vec{\mathbf{h}}(\mathbf{u}_d) = \vec{\mathbf{I}} - \mathbf{u}_d \mathbf{u}_d$  le tenseur qui projette un vecteur sur la direction transverse à  $\mathbf{u}_d$ , alors  $\mathbf{A} = \vec{\mathbf{h}}(\mathbf{u}_d) \cdot \mathbf{j}_{rec}$ . Là encore, on voit qu'*a priori* même avec une pointe dont la réponse est  $\delta$ -corrélée en espace, on ne mesure pas directement la densité spectrale de puissance du champ électrique émis thermiquement près de l'interface. Cependant, une étude attentive de l'expression (2.48) montre que la somme d'un signal pris dans la direction normale à l'interface et non polarisée avec un signal mesuré dans une direction parallèle à l'interface avec un polariseur dans la direction verticale permettrait de mesurer la trace de  $\mathcal{E}_{ij}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_p, z, \omega)$  et donc la densité d'état électromagnétique d'origine électrique. Si on se place près de la résonance plasmon d'un métal, on pourra dire, compte tenu de ce qui a été dit dans la section précédente, que l'on détecte

la densité d'état électromagnétique totale. Cette expérience de mesure d'un spectre d'émission thermique en champ proche peut donc être vue, dans la limite des faibles couplages, comme l'analogie de la mesure du courant tunnel avec un STM qui lui, mesure la densité électronique près de la surface de Fermi d'un métal. Les détails sur les deux sous-sections précédentes se trouvent dans l'article [19] que l'on trouvera dans le document annexe de ce mémoire.

## 2.6 Sources thermiques cohérentes.

### 2.6.1 Principe.

Dans cette partie, nous montrons que les propriétés de cohérence en champ proche peuvent être couplées au champ lointain. Nous avons vu dans les parties précédentes que le champ thermique pouvait avoir une longueur de corrélation égale à plusieurs dizaines de longueurs d'onde. Cette situation se produit notamment près d'un matériau supportant des ondes de surfaces. Elle se produit également au-dessus de guides d'onde. Dans les deux cas, la corrélation du champ n'est observée qu'en champ proche. En effet, l'onde se propageant parallèlement à l'interface décroît exponentiellement dans la direction perpendiculaire à celle-ci : c'est une onde évanescente.

Pendant, il est possible de coupler ces ondes évanescentes au champ lointain en gravant un réseau à la surface du système considéré. Considérons par exemple la relation de dispersion de l'onde de surface de la Fig.2.2. On voit que l'onde de surface est toujours située sous le cône de lumière et qu'elle est évanescente. Si maintenant on grave un réseau de période  $\Lambda$  à l'interface séparant le matériau du vide, alors la relation de dispersion du mode sera "périodisée" avec une période égale à  $2\pi/\Lambda$ . Autrement dit, les vecteurs d'onde de l'onde de surface seront compris dans la première zone de Brillouin de ce réseau à savoir entre  $-\pi/\Lambda$  et  $\pi/\Lambda$ . Si on appelle  $K_{SW}$  le vecteur d'onde parallèle à l'interface en l'absence de réseau, le nouveau vecteur d'onde en présence de réseau  $K_{res}$  sera tel que

$$K_{res} = K_{SW} + p \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (2.49)$$

où  $p$  est un entier relatif. Nous avons tracé sur la Fig.2.9 la relation de dispersion d'une interface de SiC sur laquelle a été gravé un réseau de période  $\Lambda = 3\mu\text{m}$  (a) et  $\Lambda = 6.25\mu\text{m}$  (b).

Nous remarquons que des éléments de la relation de dispersion sont maintenant au-dessus du cône de lumière. En ces points, le phonon-polariton de surface est couplé au champ lointain. On s'attend donc à ce que ces ondes de surface soient diffusées par le réseau dans une direction  $\theta$  telle que  $\omega/c \sin \theta = K_{res}$ . Ainsi, théoriquement, la donnée de la relation de dispersion de l'onde de surface ainsi que la période du réseau permet de prévoir des directions d'émission où les ondes de surface seront couplées au champ lointain.

Si les ondes de surface sont dans le domaine infrarouge, comme c'est le cas pour les phonon-polaritons, à l'équilibre thermique ces modes seront peuplés. Si ces modes sont couplés par un réseau au champ lointain, on s'attend à avoir de l'émission dans certaines directions correspondant aux points de la relation de dispersion couplée. On s'attend même à ce que ces directions d'émission soient assez étroites. En effet, nous avons vu que les ondes de surfaces sont susceptibles de se propager sur des distances grandes devant la longueur d'onde. Donc la zone du réseau qui aura participé au couplage avec le champ lointain sera elle aussi importante. On peut estimer la largeur angulaire comme le rapport entre la longueur d'onde et la longueur du réseau impliqué dans la diffusion d'une onde de surface autrement dit la distance de propagation. Si la distance de propagation est de plusieurs centaines de longueurs d'onde, on peut s'attendre à une largeur angulaire de quelques milliradians. Ainsi, les phonons polaritons, peuplés thermiquement

et couplés au champ lointain par l'intermédiaire du réseau participent à une augmentation de l'émission thermique. Qui plus est, cette émission possède un certain degré de cohérence spatiale.

### 2.6.2 Conception des sources.

La relation de dispersion et la période du réseau ne suffisent pas à prédire l'émission d'un tel système. En effet, la présence du réseau et les pertes dans le matériau perturbent la relation de dispersion de l'interface plane. Pour prédire le comportement d'un matériau sur lequel est gravé un réseau, on effectue une étude numérique des propriétés radiatives du système : on calcule la diffraction d'une onde plane par un tel réseau et on en obtient les coefficients de réflexion, transmission et absorption. En utilisant la loi de Kirchoff, on déduit du coefficient d'absorption de l'échantillon lorsqu'une onde plane est incidente avec une certaine polarisation et faisant avec la normale à l'échantillon un angle  $\theta$ , le coefficient d'émission du système pour cette polarisation et dans cette direction  $\theta$ . Les paramètres sur lesquels on joue sont la profondeur du réseau, sa période et son coefficient de remplissage.

Pour faire ce genre d'études, différentes méthodes numériques peuvent être utilisées, notamment les méthodes intégrales [29, 30, 31], différentielles [29, 32] ou des ondes couplées [33, 34, 35, 36]. C'est cette dernière méthode que nous avons choisi dans notre travail. L'algorithme que nous avons programmé a été décrit par Chateau et Hugonin [37] en polarisation  $s$ . À partir de considérations développées par Li [36], nous l'avons également programmé en polarisation  $p$ , polarisation pour laquelle les ondes de surfaces existent (contrairement en polarisation  $s$ ).

Dans cette méthode, le réseau est découpé en couches. La constante diélectrique est développée en série de Fourier dans chacune des couches sur les vecteurs d'onde  $K = p2\pi/\Lambda$ . Les champs électromagnétiques sont eux aussi développés en série de Fourier sur les ordres du réseau : si l'onde de vecteur d'onde  $k_0$  est incidente avec l'angle  $\theta$ , alors les champs sont développés sur les ordres du réseau à savoir les vecteurs d'onde  $K_p = \omega/c \sin \theta + p2\pi/\Lambda$ . En utilisant les équations de Maxwell, on obtient une équation différentielle linéaire reliant les coefficients de Fourier des champs dans une couche aux coefficients de Fourier des champs dans une autre couche. Le programme utilisé ici effectue la résolution de cette équation différentielle et permet de calculer le champ électromagnétique dans tous les points de la structure étudiée. Il permet de calculer aussi les champs réfléchis et transmis dans tous les ordres du réseau.

Nous nous sommes d'abord intéressés à des réseaux gravés sur du SiC. Nous avons donc optimisé les différents paramètres du réseau afin d'obtenir une source pour laquelle l'émissivité atteint une valeur proche de 1 lorsque l'onde de surface est couplée avec le champ lointain. Le premier réseau conçu a été un réseau de SiC de période  $\Lambda = 6.25 \mu\text{m}$ , de coefficient de remplissage 0.5 et de hauteur  $h = 0.285 \mu\text{m}$ . Pour différents angles d'émission, nous avons calculé que l'émissivité atteignait des valeurs proches de 1 à certaines longueurs d'onde. Le diagramme théorique d'émission de cette source a également montré que pour une longueur d'onde de  $11.36 \mu\text{m}$ , il y avait un pic d'émission pour un angle de 47 degrés d'environ 2 degrés de largeur. Il est la preuve de la cohérence spatiale de la source. En effet, la largeur du pic est inversement proportionnelle à la longueur de cohérence de l'onde diffusée par le réseau [38]. Ainsi, à température ambiante, pour une longueur d'onde de  $11.36 \mu\text{m}$ , l'échantillon conçu émettra pour un angle de 47 degrés 20 fois plus que ce qu'il émet en l'absence de réseau et cette émission sera cohérente contrairement à une émission thermique habituelle.

En jouant sur la période du réseau, il est possible de modifier les propriétés de cohérence de la source. Pour une période  $\Lambda = 6.25 \mu\text{m}$ , on remarque sur la Fig.2.9 qu'à une pulsation plus faible que celle de l'asymptote, il correspond un vecteur d'onde parallèle à l'interface c'est-à-dire un

angle bien déterminé. Si on prend une période plus courte par exemple  $\Lambda = 3.00 \mu\text{m}$ , le repliement de la relation de dispersion se produit pour une fréquence proche de celle de l'asymptote. Pour une fréquence proche de l'asymptote, on voit que plusieurs vecteurs d'onde vérifient la relation de dispersion. À cette pulsation, on aura de l'émission pour toutes les directions d'émission.

À partir de réseaux gravés sur un échantillon, il est possible de concevoir d'autres types de sources thermiques cohérentes. Il suffit d'avoir à sa disposition des ondes dans le domaine infrarouge confinées le long d'une interface qu'un réseau couplera au champ lointain. On peut penser à utiliser des plasmons de surface comme ceux présents dans les métaux. Mais au lieu d'utiliser des métaux dont les plasmons de surface sont dans le visible c'est-à-dire inexcitables à température ambiante, on utilise un semiconducteur dopé comme le silicium. Nous avons pu montrer qu'un réseau de silicium dopé était un bon candidat de source thermique cohérente [39]. On peut voir sur la Fig. 2.10, un spectre d'émission thermique pour différentes directions d'observations. On observe la présence de pics d'émission atteignant une émissivité de 1. Les pics d'émission se déplacent avec la direction d'observation de la même manière que le réseau de SiC doté d'une grande longueur de cohérence. L'échantillon change de couleur lorsqu'on change l'angle sous lequel on le regarde. C'est l'effet Wolf [40].

Le dernier type de sources que nous avons conçu était basé sur l'utilisation d'un guide d'onde. L'idée est de remplacer l'onde de surface des exemples précédents par un guide d'onde dont les fréquences propres sont ajustables en jouant sur l'épaisseur du guide. Plusieurs raisons nous ont guidés vers ce choix. Un guide d'onde avec un réseau permet d'avoir de l'émission thermique pour les deux polarisations  $s$  et  $p$ . La fréquence de l'émission thermique peut *a priori* être choisie contrairement au cas des réseaux sur des matériaux supportant des ondes de surface où la fréquence d'émission est complètement tributaire des propriétés optiques du matériau. De plus, dans un guide d'onde les pertes sont faibles ce qui promet une importante distance de propagation des ondes guidées. On s'attend donc à des pics d'émission relativement étroits. Sur la Fig.2.11 sont représentés les diagrammes d'émission en polarisation  $s$  et  $p$  d'un guide d'onde de germanium de  $3.89 \mu\text{m}$  d'épaisseur posé sur un substrat de verre et sur lequel est déposé un guide d'onde en germanium d'épaisseur  $0.2 \mu\text{m}$ , de période  $5.95 \mu\text{m}$  et de coefficient de remplissage 0.5. Pour une longueur d'onde de  $7.72 \mu\text{m}$ , on remarque la présence de pics d'émission de largeur très fine (quelques miliradians) pour les deux polarisations. Cette source thermique est donc *a priori* très cohérente avec une ouverture angulaire plus faible que celle d'un laser  $\text{CO}_2$ .

### 2.6.3 Mesures.

Nous avons mesuré le spectre d'émission thermique de certaines sources conçues comme décrit ci-dessus. Il s'agit des deux réseaux de SiC qui ont été réalisés au LPN de Marcoussis. Le dispositif expérimental que nous avons utilisé est représenté sur la Fig.2.12. Le but est de faire un spectre d'émission thermique de l'échantillon à l'aide d'un spectromètre à transformée de Fourier. L'échantillon est fixé sur un dispositif de chauffage lui même posé sur une platine tournante. Afin de calibrer les résultats, les spectres d'émission de l'échantillon sont comparés avec ceux d'un corps noir à la même température. Un miroir permet de choisir entre le signal issu de l'échantillon et celui issu du corps noir. Un dispositif optique à base de miroirs permet de conjuguer l'échantillon ou le corps noir avec le détecteur du spectromètre à transformée de Fourier [41].

Sur la Fig.2.13, est représenté le diagramme d'émission d'un réseau de SiC de période  $\Lambda = 6.25 \mu\text{m}$ , de coefficient de remplissage 0.5 et de hauteur  $h = 0.285 \mu\text{m}$  à deux longueurs d'onde différentes. On remarque la présence de pics d'émission pour certains angles. L'émissivité n'atteint pas la valeur 1 comme ce qui avait été prédit numériquement. En effet, les calculs ont été effectués

pour des propriétés optiques du SiC prises à température ambiante [42] alors que les mesures ont été faites à 775 K. À ces températures, la fréquence de résonance est déplacée et les pertes augmentent. Ainsi, le maximum d'émission est légèrement décalé angulairement et plus large que ce qui était prévu numériquement [43]. Sur la Fig.2.14, est représenté le diagramme d'émission d'un réseau de SiC de période  $\Lambda = 3.00 \mu\text{m}$ , de coefficient de remplissage 0.4 et de hauteur  $h = 0.35 \mu\text{m}$  à une longueur d'onde  $\lambda = 11.09 \mu\text{m}$ . On remarque que l'émissivité reste comprise entre 0.8 et 0.9 pour des angles compris entre  $-50^\circ$  et  $50^\circ$ . Cette émission est largement supérieure à l'émissivité du SiC en l'absence de réseau mais est cette fois isotrope conformément à ce qui était prévu numériquement. On vérifie qu'à  $11.09 \mu\text{m}$ , la longueur de propagation du plasmon-polariton est faible. La cohérence spatiale de la source est faible car l'émission thermique est isotrope : elle est de l'ordre de la longueur d'onde comme une source thermique ordinaire. Cependant, pour n'importe quel angle compris entre  $-50^\circ$  et  $50^\circ$ , on montre [43] que le spectre d'émission de la source est piqué autour de  $11.1 \mu\text{m}$  avec une largeur inférieure à  $0.5 \mu\text{m}$ . Donc cette source possède un certain degré de cohérence temporelle liée à l'émission du polariton à des fréquences proches de l'asymptote de la relation de dispersion du mode.

Les travaux présentés dans cette sous-section sont détaillés dans les articles [44, 39, 43] qui sont reproduits dans l'annexe de ce mémoire.

## 2.7 Perspectives.

Ce chapitre a montré l'étendue des variations que pouvait connaître le champ électromagnétique émis par un corps chauffé en présence d'une interface supportant des ondes de surface. Nous avons pu ainsi mettre en évidence la modification et l'augmentation de la densité d'état près de l'interface. Nous avons montré que la cohérence du champ était très différente de celle d'un corps noir. Les longueurs de cohérence du champ thermique peuvent ainsi valoir plusieurs centaines de longueurs d'onde ou au contraire valoir quelques fractions de longueur d'onde en champ extrêmement proche. Nous avons vu que la microscopie optique de champ proche utilisée en émission thermique pouvait servir à mesurer la densité d'énergie électromagnétique près d'une interface de la même manière que la microscopie à effet tunnel mesure la densité d'états électronique des matériaux. Cette utilisation de la microscopie optique de champ proche où la source d'éclairage est en fait l'émission thermique de l'échantillon est en cours de développement [45].

Nous avons montré que les propriétés de cohérence du champ électromagnétique pouvaient être couplées au champ lointain par l'intermédiaire d'un réseau. Nous avons pu fabriquer des sources thermiques ayant un diagramme d'émission proche de celui d'une antenne c'est-à-dire possédant un haut degré de cohérence spatiale. Nous avons vu également que ces propriétés pouvaient s'étendre à tous les systèmes ayant une onde évanescente se propageant parallèlement à une de leur interface avec le vide. Nous avons donc pu montrer que les guides d'ondes pouvaient éventuellement être utilisés pour obtenir des propriétés de cohérence du champ thermique à n'importe quelle longueur d'onde et pour n'importe quelle polarisation. Ce type de source pourrait être utilisé pour avoir à sa disposition des sources directionnelles sans recourir à un dispositif électronique.



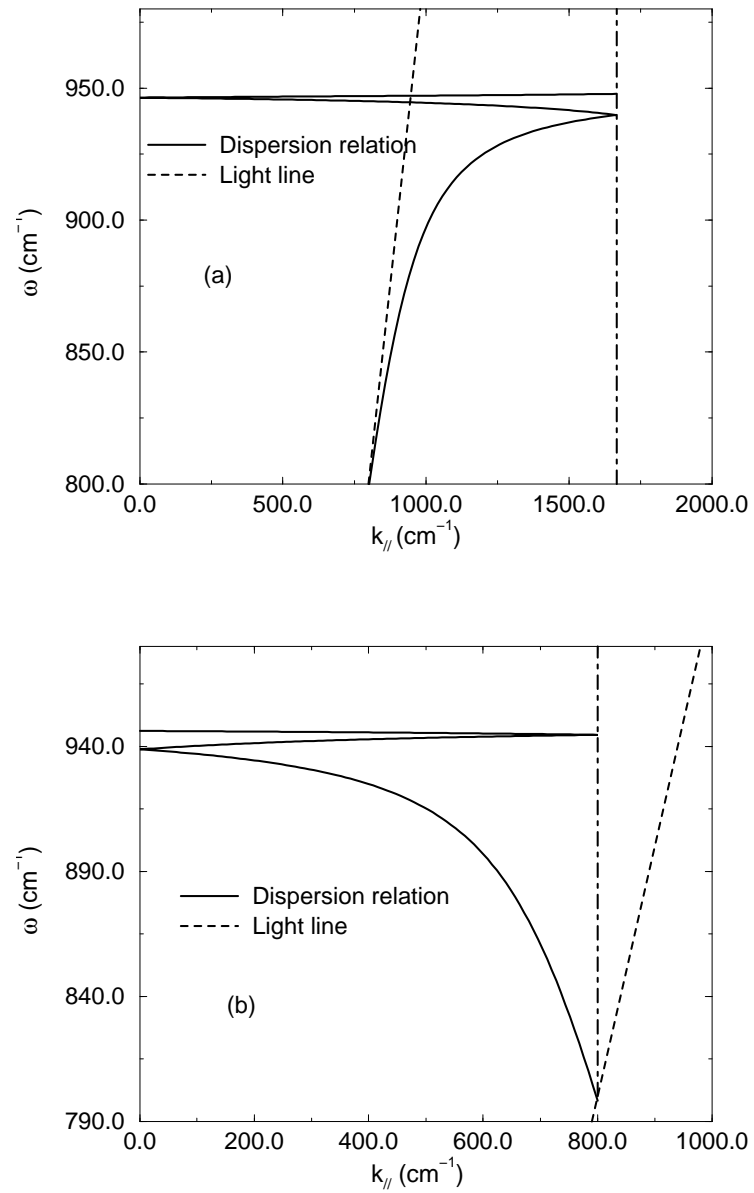


FIG. 2.9 – Relation de dispersion d'un phonon-polariton à une interface séparant du SiC du vide en présence d'un réseau de période (a)  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  (b)  $\Lambda = 6.25 \mu\text{m}$ .

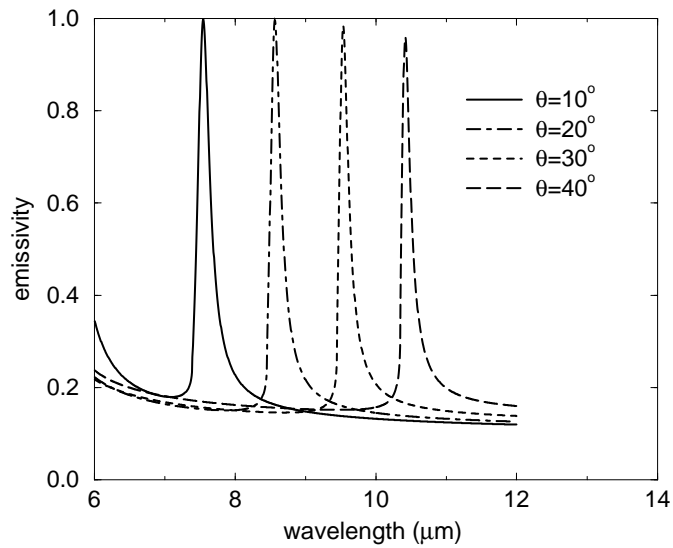


FIG. 2.10 – Spectre d'émission d'un réseau de Silicium dopé p avec une concentration de dopants  $N = 5.10^{20} \text{ cm}^{-3}$  pour cinq angles d'observation différents. Le réseau a une période  $\Lambda = 6.3 \mu\text{m}$ , un coefficient de remplissage  $F = 0.4$  et une hauteur  $h = 0.6 \mu\text{m}$ .

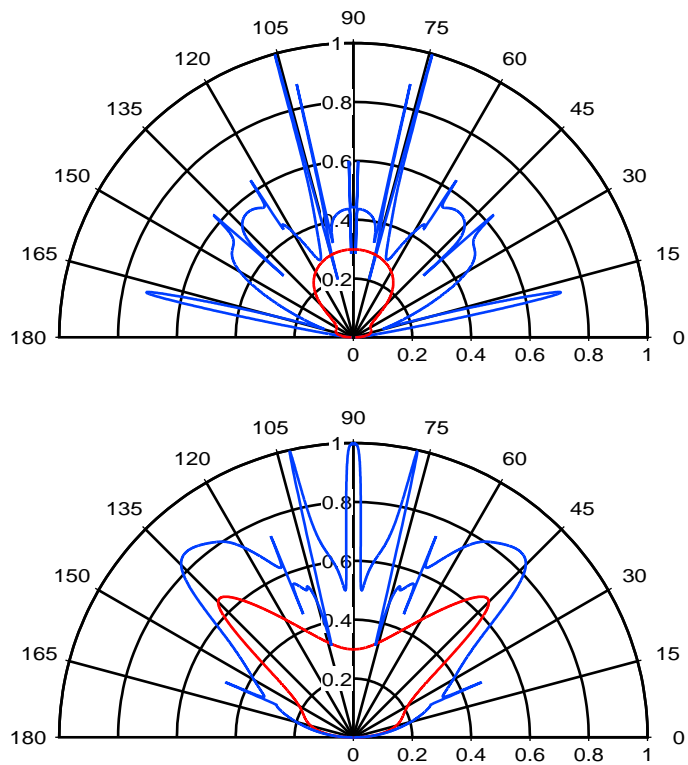


FIG. 2.11 – Diagramme d'émissivité en polarisation  $s$  et  $p$  pour une longueur d'onde  $\lambda = 7.72 \mu\text{m}$  d'un guide d'onde de germanium d'épaisseur  $3.89 \mu\text{m}$  posé sur du verre et sur lequel est gravé un réseau de germanium de période  $5.95 \mu\text{m}$ , d'épaisseur  $0.2 \mu\text{m}$  et de coefficient de remplissage 0.5.

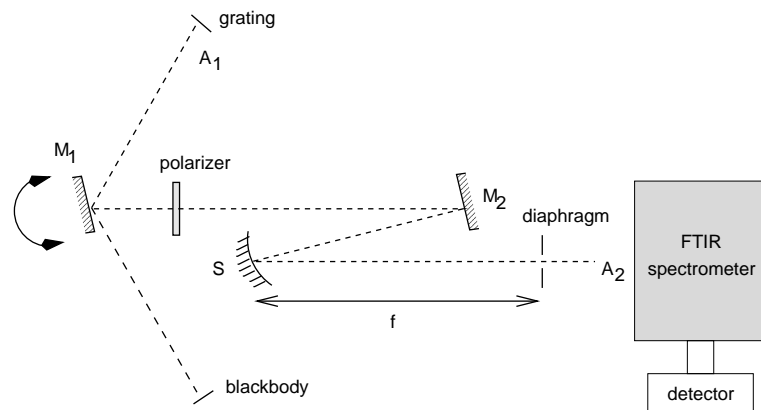


FIG. 2.12 – Dispositif expérimental.

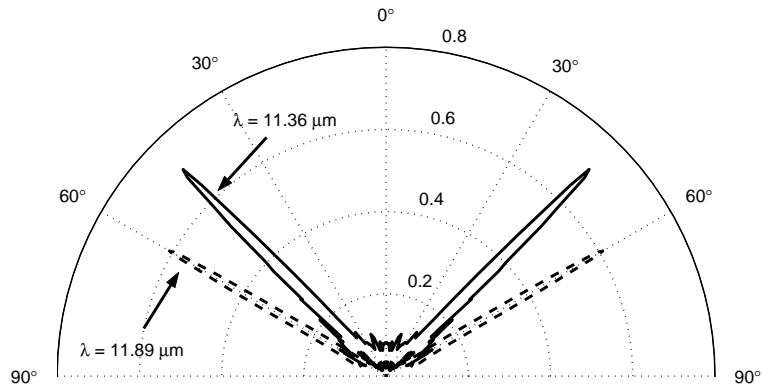


FIG. 2.13 – Diagramme d'émission à deux longueurs d'ondes différentes d'un réseau de SiC de période  $\Lambda = 6.25 \mu\text{m}$ , de coefficient de remplissage 0.5 et de hauteur  $h = 0.285 \mu\text{m}$ .

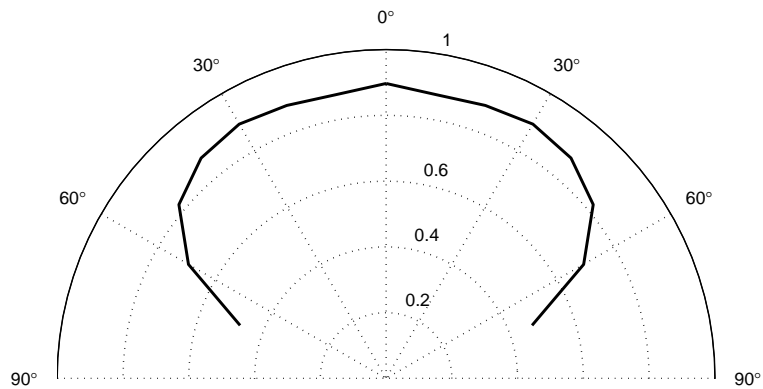


FIG. 2.14 – Diagramme d'émission d'un réseau de SiC de période  $\Lambda = 3.00 \mu\text{m}$ , de coefficient de remplissage 0.4 et de hauteur  $h = 0.35 \mu\text{m}$  à une longueur d'onde  $\lambda = 11.09 \mu\text{m}$ .

## Chapitre 3

# Transfert thermique en champ proche

### 3.1 Introduction.

De la même manière qu'une onde plane électromagnétique transporte de l'énergie, celles engendrées par les fluctuations thermiques lorsque deux corps sont en présence sont susceptibles de transférer de l'énergie d'un corps à l'autre. Nous verrons que cela se produit lorsque deux corps sont portés à deux températures différentes. Ce type de transfert pourra être important lorsque les distances mises en jeu sont faibles par rapport à la longueur d'onde thermique donnée par la loi de Wien. À température ordinaire, la longueur d'onde thermique est de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ . Pour des distances inférieures, le transfert de chaleur ne peut plus s'effectuer par les théories de la radiométrie. Cela concerne par exemple l'échange thermique entre une pointe de microscope et un échantillon, ou tout système contenant des pièces séparées par des distances inférieures à la longueur d'onde thermique.

Pour traiter ce type de problème nous allons utiliser notre formalisme déjà décrit précédemment basé sur l'électrodynamique fluctuacionnelle. Au lieu de calculer, le carré du champ électrique et du champ magnétique comme dans le chapitre précédent, nous calculerons ici soit le vecteur de Poynting soit le taux de dissipation du champ par effet joule dans les matériaux.

Dans ce chapitre, nous allons traiter le problème de l'échange thermique entre deux corps plongés dans le vide. Nous allons nous intéresser à trois configurations

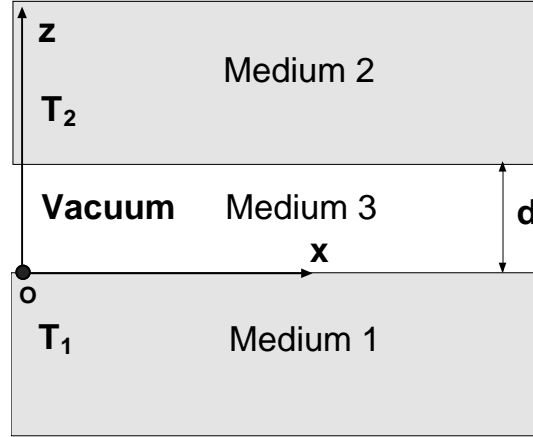
- Échange thermique entre deux corps semi-infinis, leurs interfaces parallèles étant séparées par un espace vide  $d$ .
- Échange thermique entre un espace semi-infini et une sphère située à une distance  $d$  de l'interface.
- Échange thermique entre deux billes.

Dans ce dernier cas, nous montrerons des comparaisons entre les calculs et les simulations de dynamique moléculaire.

D'un certain point de vue, l'échange thermique peut être identifié au rayonnement thermique. Cependant, en champ proche, nous verrons que le transfert s'effectue par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques évanescentes qui ne rayonnent pas. Le transfert peut alors être vu comme un transfert électrostatique entre les corps.

### 3.2 Transfert thermique entre deux plans.

Dans cette partie, nous nous intéressons au transfert entre deux plans délimitant deux espaces semi-infinis et séparés par une distance  $d$ . Le système est décrit par la Fig. 3.1. Rappelons


 FIG. 3.1 – Deux demi-espaces parallèles séparés par une distance  $d$ .

tout d'abord le résultat donné par la théorie classique du rayonnement thermique pour le flux surfacique  $q(\omega)$  transféré entre les deux plans.

$$q(\omega) = \int_0^{2\pi} \cos \theta d\Omega \int_0^\infty d\omega \frac{\epsilon'_{1\omega} \epsilon'_{2\omega}}{1 - \rho'_{1\omega} \rho'_{2\omega}} \times [I_\omega^0(T_1) - I_\omega^0(T_2)] \quad (3.1)$$

où  $\epsilon'_{i\omega}$  et  $\rho'_{i\omega}$  sont respectivement les émissivités et réflectivités monochromatiques,  $\theta$  et  $\Omega$  sont les angles et angles solides habituels des coordonnées sphériques,  $I_\omega^0(T)$  est la luminance d'un corps noir de température  $T$  à la pulsation  $\omega$ .

Les calculs dépassant cette vision classique ont été abordés à la fin des années 1960 [46, 47] en tenant compte de la contribution d'ondes non-propagatives : les ondes évanescentes. Mais ces travaux n'ont pris en compte qu'une partie de ces ondes conduisant à un résultat incomplet. Notre démarche pour conduire ce calcul a été celle de Polder et VanHove [5] qui furent les premiers en 1971 à le faire de manière complète. Notre contribution ici a été de montrer le rôle spécifique des ondes de surfaces dans l'augmentation du transfert en champ proche.

Le calcul électromagnétique se fait en calculant le vecteur de Poynting  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ . Pour des grandeurs monochromatiques comme ici, la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting s'écrit :  $\mathbf{S}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2} Re(\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, \omega))$ . Nous calculons cette quantité par le théorème de fluctuation-dissipation. Nous utilisons les fonctions de Green reliant les courants aux champs électriques et magnétiques. Tout calculs fait, nous montrons que l'on peut mettre le flux surfacique sous la forme d'une somme de deux termes  $q(\omega) = q^{prop}(\omega) + q^{evan}(\omega)$ .

Le premier terme  $q^{prop}(\omega)$  est la contribution des ondes propagatives au transfert. Il s'écrit :

$$q^{prop}(\omega) = \sum_{\lambda=s,p} \int d\omega d\Omega \cos \theta \left[ \frac{(1 - |r_{31}^\lambda|^2)(1 - |r_{31}^\lambda|^2)}{|1 - r_{31}^\lambda r_{32}^\lambda e^{2i\gamma_3 d}|^2} \right] [I_\omega^0(T_1) - I_\omega^0(T_2)] \quad (3.2)$$

où les coefficients  $r_{ij}^\lambda$  sont les facteur de reflexion de Fresnel d'une interface plane séparant des matériaux  $i$  et  $j$  en polarisation  $\lambda$  ( $s$  ou  $p$ ). Notons que  $1 - |r_{31}^{s,p}|^2$  et  $1 - |r_{32}^{s,p}|^2$  sont les facteurs de transmission en énergie entre le milieux 1 et 3, et 2 et 3 pour les polarisations  $s$  et  $p$ . Ces coefficients s'identifient à l'émissivité d'une interface. En fait, on remarque que cette expression est très proche de l'expression trouvée par la théorie classique du rayonnement. Seul le dénominateur est différent. En effet, les interférences sont prises en compte dans le modèle électromagnétique

et pas dans la théorie classique du rayonnement. Cependant, si on considère un intervalle de pulsation petit par rapport à la pulsation mais grand par rapport à  $c/d$ , alors la variation de  $e^{i\gamma_3 d}$  avec  $\omega$  est plus rapide que la variation des facteurs de Fresnel. L'intégration sur cet intervalle de pulsation montre que la valeur moyenne de  $|1 - r_{31}^\lambda r_{32}^\lambda e^{2i\gamma_3 d}|^2$  vaut  $1 - |r_{31}^\lambda|^2 |r_{32}^\lambda|^2$ . On retrouve ainsi l'expression classique du rayonnement qui s'identifie avec la contribution des ondes propagatives.

Le second terme  $q^{evan}(\omega)$  est la contribution des ondes évanescentes au transfert. Elle s'écrit :

$$q^{evan}(\omega) = \sum_{\lambda=s,p} \int d\omega \int_{\omega/c}^{\infty} \frac{2KdK}{k_0^2} e^{-2Im(\gamma_3)d} \left[ \frac{Im(r_{31}^\lambda)Im(r_{32}^\lambda)}{|1 - r_{31}^\lambda r_{32}^\lambda e^{2i\gamma_3 d}|^2} \right] [I_\omega^0(T_1) - I_\omega^0(T_2)] \quad (3.3)$$

Ce terme en revanche n'a pas d'équivalent classique. On remarque que lorsque la distance  $d$  diminue, cette contribution augmente à cause du terme exponentiel  $e^{-2Im(\gamma_3)d}$ . De plus, si les matériaux supportent des ondes de surface, la partie imaginaire du facteur de réflexion de Fresnel devient très importante en polarisation  $p$ , lorsque la constante diélectrique s'approche de -1. Si les deux milieux sont suffisamment proches l'un de l'autre pour qu'il y ait interaction entre les ondes de surfaces se propageant sur chacune des interfaces, le transfert thermique devient important à la fréquence du couplage des modes.

Introduisons un coefficient de transfert radiatif comme la limite du rapport entre le flux et la différence de température entre les deux matériaux quand celui-ci tend vers 0.

$$h^R(\omega) = \lim_{(T_1 - T_2) \rightarrow 0} \frac{q(\omega)}{T_1 - T_2} \quad (3.4)$$

Sur la Fig.3.2,  $h^R(\omega)$  est tracé en fonction de la distance de séparation entre deux milieux

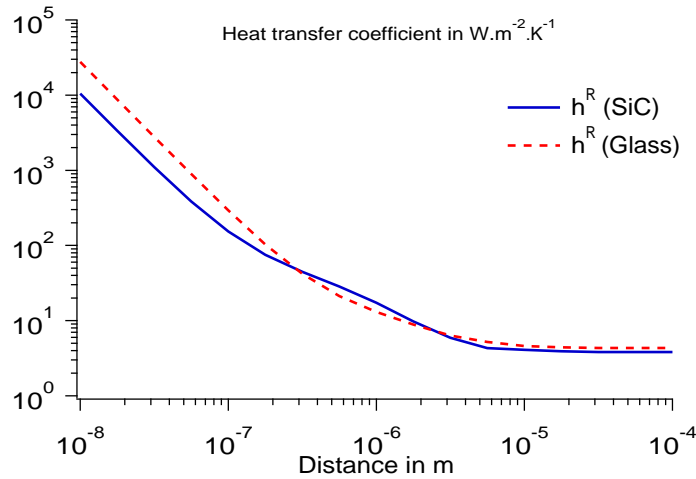


FIG. 3.2 – Coefficient de transfert radiatif pour deux milieux semi-infinis de SiC ou de verre à  $T = 300$  K. [48]

semi-infinis de verre ou de SiC. Pour une distance plus grande que la longueur d'onde thermique donnée par la loi de Wien, *i.e.* pour  $d > 10 \mu\text{m}$ , le transfert ne dépend pas de la distance. On se trouve dans le régime classique dans lequel le transfert s'effectue par les ondes propagatives. À plus courte distance, le transfert augmente en  $1/d^2$ . Pour une distance de 10 nm, le coefficient de transfert radiatif a augmenté de 4 ordres de grandeur par rapport à sa valeur en champ

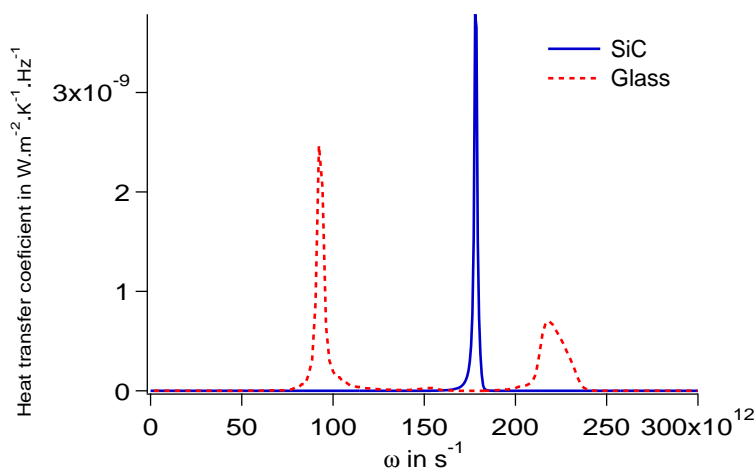


FIG. 3.3 – Coefficient de transfert radiatif monochromatique pour une distance  $d = 10$  nm et une température  $T = 300$  K. Cas du verre et du SiC [48]

lointain. Intéressons nous maintenant à la dépendance spectrale du coefficient de transfert de chaleur à une distance de 10 nm (Fig.3.3). On remarque que le transfert de chaleur est important pour des fréquences correspondant aux ondes de surfaces. Le transfert de chaleur est alors quasi monochromatique en champ proche. Développons asymptotiquement le coefficient de transfert radiatif pour de courtes distances :

$$h^R(\omega) \sim \frac{1}{d^2} \frac{\text{Im}(\epsilon_1)\text{Im}(\epsilon_2)}{|1 + \epsilon_1|^2|1 + \epsilon_2|^2} \times k_B \left( \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega/(k_B T)}}{(e^{\hbar\omega/(k_B T)} - 1)^2} \quad (3.5)$$

On remarque un comportement en  $1/d^2$  du coefficient de transfert et une forte dépendance en fréquence. En effet, lorsque la constante diélectrique approche -1, le coefficient de transfert de chaleur présente un pic au même endroit que le facteur de réflexion de Fresnel, attestant ainsi de la présence de l'onde de surface.

Les détails des résultats de cette sous-section se trouvent dans l'article de Mulet et al. [48] qui se trouve dans l'annexe de ce mémoire.

### 3.3 Transfert thermique entre un plan et une bille.

Nous nous intéressons ici au transfert entre une interface séparant un espace semi-infini d'un vide et une petite sphère de rayon  $r$  située à une distance  $d$  de l'interface. Le système est décrit sur la Fig.3.4. Le vide remplit le demi-espace supérieur  $z > 0$ . Une petite particule sphérique ( $P$ ) de rayon  $a$  et de constante diélectrique  $\epsilon_P(\omega) = \epsilon'_P(\omega) + i\epsilon''_P(\omega)$  est chauffée à la température  $T_P$ . Le demi-espace inférieur est rempli d'un matériau homogène isotrope (bulk) de constante diélectrique  $\epsilon_B(\omega) = \epsilon'_B(\omega) + i\epsilon''_B(\omega)$ . Ce milieu est à température  $T_B$ . Le centre de la particule est à distance  $d$  au-dessus de l'interface. Ce calcul à été effectué à plusieurs reprises par différents auteurs [49, 50, 51]. Notre contribution a été encore une fois de montrer le rôle amplificateur des ondes de surfaces dans le transfert thermique en champ proche [52].

Ce transfert entre une bille et un plan s'effectue de la manière suivante : on calcule d'abord le champ thermique émis par l'espace semi-infini. On considère une petite sphère dipolaire :

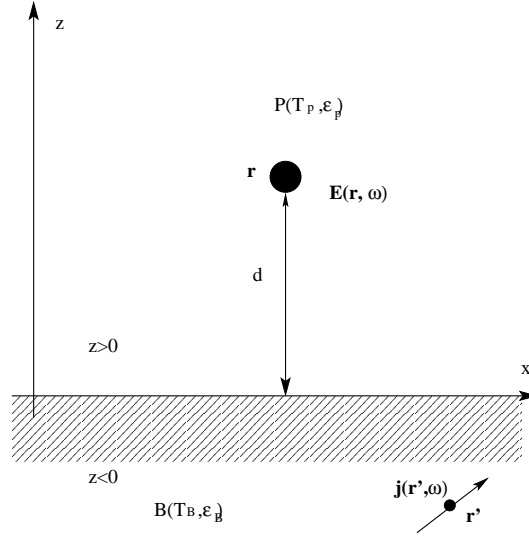


FIG. 3.4 – Géométrie du système : échange entre une bille et un plan.

sa présence ne modifie pas le champ électromagnétique émis par le matériau semi-infini et on considère que le champ électromagnétique est constant dans la sphère. On calcule ensuite la puissance dissipée dans la sphère à savoir  $P = 1/2 \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^*$ . Lorsque l'on introduit la fonction de Green reliant le champ électrique au-dessus de l'interface aux courants fluctuants sous l'interface, on trouve la puissance émise par le matériau et absorbée par la particule :

$$P_{abs}^{B \rightarrow P}(\omega) = \frac{2}{\pi} \frac{\omega^4}{c^4} \text{Im}[\epsilon_B(\omega)] \text{Im}[\alpha(\omega)] \Theta(\omega, T_B) \sum_{n,m} \int_B |G_{nm}(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}', \omega)|^2 d^3 \mathbf{r}' \quad (3.6)$$

En utilisant le principe de réciprocité (échange des sources et des détecteurs), on peut de la même manière calculer l'énergie dissipée par unité de volume dans le matériau au point  $\mathbf{r}$  et par les champs thermiques émis par la particule :

$$P_{abs}^{P \rightarrow B}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2}{\pi} \frac{\omega^4}{c^4} \text{Im}[\epsilon_B(\omega)] \text{Im}[\alpha(\omega)] \Theta(\omega, T_P) \sum_{n,m} |G_{nm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_P, \omega)|^2 \quad (3.7)$$

On voit à l'équilibre thermique, que la quantité d'énergie cédée par le matériau vaut celle absorbée par la particule.

Développons  $P_{abs}^{B \rightarrow P}(\omega)$  asymptotiquement aux courtes distances :

$$P_{abs}^{B \rightarrow P}(d, \omega) \sim \frac{1}{4\pi^2 d^3} 4\pi a^3 \frac{3\epsilon_P''(\omega)}{|\epsilon_P(\omega) + 2|^2} \frac{\epsilon_B''(\omega)}{|\epsilon_B(\omega) + 1|^2} \Theta(\omega, T_B) \quad (3.8)$$

On remarque un comportement en  $1/d^3$  pour la puissance échangée entre la particule et le matériau. On voit aussi sur l'expression asymptotique que la puissance sera augmentée lorsque la partie réelle de la constante diélectrique des matériaux approchera -1 ou -2, c'est-à-dire lorsque les dénominateurs de l'expression (3.8) s'annuleront. Ces conditions correspondent à des résonances du système. Lorsque  $\epsilon$  approche -1, il s'agit bien entendu de la résonance plasmon-polariton de surface. La résonance au voisinage de -2 est aussi une résonance plasmon polariton mais qui se produit en volume dans la nanoparticule.

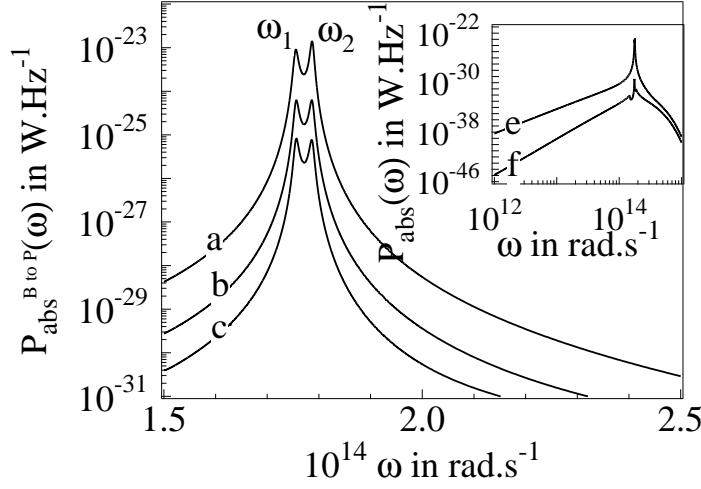


FIG. 3.5 – Puissance moyenne rayonnée par le matériau massif à 300 K et dissipée dans la nanoparticule de rayon  $a = 5$  nm en fonction de la fréquence. (a)  $d=20$  nm ; (b)  $d=50$  nm ; (c)  $d=100$  nm. L'insert (échelle log-log) montre le spectre entre  $10^{12}$  rad s $^{-1}$  et  $10^{15}$  rad s $^{-1}$  ; (e)  $d=20$  nm ; (f)  $d=1$  mm. [52]

Nous avons étudié le cas d'une particule de SiC en regard d'un espace semi-infini de SiC. Nous avons observé la présence de résonances dans le transfert échangé. Sur la Fig.3.5, on remarque la présence de deux pics qui correspondent aux deux résonances évoquées plus haut. Les ondes correspondant à ces résonances sont évanescentes. Or, la nanoparticule se situe dans une région de l'espace où ces ondes sont présentes. La transmission d'énergie par ces ondes est donc possible et se produit. On montre, si on intègre sur toutes les fréquences, que le transfert est augmenté par rapport à sa valeur en champ lointain. En fait, là encore, la contribution des ondes évanescentes s'ajoute à la contribution classique. On trouvera des détails sur le problème du transfert thermique entre une particule et une interface dans l'article [52].

### 3.4 Transfert thermique entre deux sphères.

Nous avons également calculé le transfert thermique entre deux nanoparticules sphériques. La présence de la résonance est exploitée pour augmenter le transfert thermique. Dans le cas de nanoparticules, on se trouve en réalité en présence de particules dipolaires qui échangent de l'énergie de la même manière que des molécules échangent du moment (Forces de van der Waals). Des fluctuations déforment la distribution de charges des objets considérés ce qui crée un dipôle. Ces dipôles influencent le dipôle de l'autre nanoparticule. On a alors une interaction de type dipôle induit-dipôle induit. Le calcul présenté ici a été effectué une première fois par Volokitin et Persson [51]. Les calculs sont comparés ensuite à des calculs de dynamique moléculaire.

Considérons deux nanoparticules dont les constantes diélectriques sont  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  et de températures  $T_1$  et  $T_2$ . Nous calculons la puissance dissipée dans la particule 2 par le champ électromagnétique induit par la particule 1 en utilisant l'approximation dipolaire :

$$P_{1 \rightarrow 2}(\omega) = \epsilon_0 \frac{\omega}{2} \text{Im}(\alpha_2) |\mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}_2, \omega)|^2, \quad (3.9)$$

où  $\mathbf{r}_2$  est la position de la particule 2 et  $\alpha_2$  la polarisabilité d'une sphère de rayon  $a$  [53] :

$$\alpha_2 = 4\pi a^3 \frac{\epsilon_2 - 1}{\epsilon_2 + 2}. \quad (3.10)$$

Le champ incident sur la particule 2 créé par le dipole fluctuant de la particule 1 située en  $\mathbf{r}_1$  et à température  $T_1$  est donné par :

$$\mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}_2, \omega) = \mu_0 \omega^2 \overleftrightarrow{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1, \omega) \cdot \mathbf{p} \quad (3.11)$$

où  $\overleftrightarrow{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1, \omega)$  est le tenseur de Green du vide. Pour faire le calcul, nous utilisons le théorème de fluctuation-dissipation (symétrisé) appliqué aux dipôles. On obtient finalement l'énergie échangée entre les deux nanoparticules de température  $T_1$  et  $T_2$  :

$$P_{1 \leftrightarrow 2} = \frac{3}{4\pi^3} \frac{Im[\alpha_1(\omega)]Im[\alpha_2(\omega)]}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^6} [\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)]. \quad (3.12)$$

On remarque une dépendance en  $1/r^6$  analogue à celle observée dans les forces de van der Waals entre molécules.

Nous avons comparé ce résultat avec des calculs de dynamique moléculaire. Rappelons que ce type de calcul simule le comportement des atomes en résolvant numériquement les équations de la dynamique dans les potentiels d'interaction entre les atomes. On peut à l'aide de la théorie de la réponse linéaire calculer la conductivité thermique en analysant les fluctuations du flux de chaleur dans la simulation. On utilise le théorème de fluctuation-dissipation de la même manière que Callen et Welton [11]. On introduit une conductance qui est reliée aux fluctuations du flux de chaleur entre les deux nanoparticules dans une situation d'équilibre thermique à température  $T_0$ . Plus précisément, la conductance thermique  $G_{12}(\omega)$  est reliée à la densité spectrale de puissance du flux de chaleur échangé  $Q_{12}(\omega)$ . En suivant les notations du chapitre 2, on note la densité spectrale de puissance du flux de chaleur  $\mathcal{Q}_{12}(\omega)$ . On montre [54] que la conductivité thermique est reliée à la densité spectrale de puissance par la relation suivante

$$Re[G_{12}(\omega)] = \frac{\mathcal{Q}_{12}(\omega)}{T_0 \Theta(\omega, T_0)} \quad (3.13)$$

D'un point de vue pratique, le flux de chaleur est calculé dans la simulation ainsi que la densité spectrale de puissance par

$$\mathcal{Q}_{12}(\omega) = \int_0^\infty Q_{12}(0)Q_{12}(t)e^{i\omega t} \quad (3.14)$$

Sur la Fig.3.6, nous avons reproduit les résultats de la conductance entre deux nanoparticules en fonction de leur distance de séparation. Sur la même figure sont représentés (en trait plein) les résultats obtenus par le calcul utilisant l'approximation dipolaire pour les nanoparticules. On observe un très bon accord entre la simulation et la théorie jusqu'à des distances de séparation de quelques nanomètres. À cette distance là, les parties répulsives des potentiels d'interaction commencent à entrer en jeu. On sort donc du cadre de l'hypothèse de deux particules isolées dans l'approximation dipolaire. Les détails relatifs au travail sur le transfert de chaleur entre deux nanoparticules sont présentés dans l'article [54] que l'on trouvera dans l'annexe de ce mémoire.

### 3.5 Transfert radiatif dans un milieu homogène.

Dans un milieu homogène, l'évolution du rayonnement thermique est décrite par l'équation de transfert radiatif. Cette équation de transport décrit l'évolution d'une quantité appelée luminance

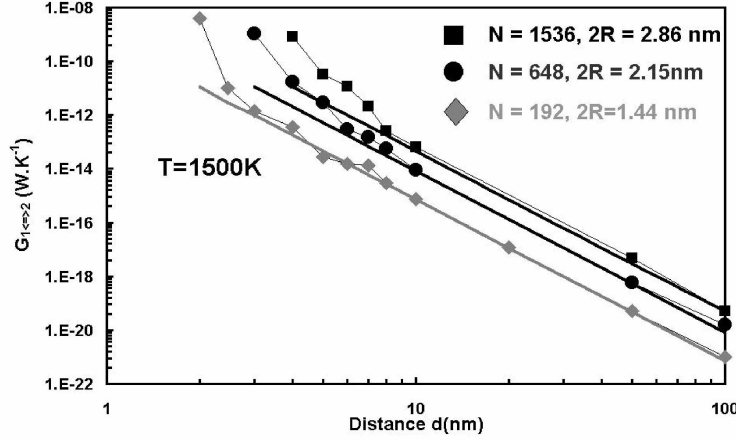


FIG. 3.6 – Conductance du système constitué de deux nanoparticules en fonction de la distance de séparation. On compare ici les résultats obtenus par dynamique moléculaire et par le calcul direct dans l'approximation dipolaire.

qui n'est rien de d'autre que la transformée de Wigner du champ [15]. L'équation la plus générale à laquelle obéit la luminance est une équation de Bethe-Salpeter [55]. Sous certaines conditions, on montre que cette équation se simplifie en l'équation de transfert radiatif [56]. À des distances sub-longueur d'onde d'un objet, la luminance peut toujours être écrite mais elle peut perdre son sens classique : elle n'est plus la quantité de rayonnement en un point et dans une certaine direction. À l'échelle de la longueur d'onde en effet, l'optique géométrique et donc les concepts utilisés en radiométrie ne sont plus valables.

Au lieu d'étudier l'évolution d'une luminance difficile à interpréter, nous allons étudier le flux radiatif qui lui peut être sans ambiguïté relié au champ électromagnétique par le vecteur de Poynting. Le système auquel nous nous intéressons est un milieu plan-parallèle infini. Pour  $-\infty < z < -\delta$  la température du milieu est uniforme et égale à  $T^-$ . Pour  $\delta < z < \infty$  la température du milieu est uniforme et égale à  $T^+$ . Pour  $-\delta < z < \delta$ , nous supposons le milieu soumis à un gradient thermique (Fig. 3.7).

En utilisant le théorème de fluctuation-dissipation, nous allons calculer en  $z = 0$  le champ créé par les courants thermiques. Nous en déduisons ensuite le flux surfacique en  $z = 0$  en calculant la valeur moyenne du vecteur de Poynting en ce point. Rappelons que dans un milieu de coefficient d'absorption  $\kappa(\omega)$ , ce flux donné par l'ETR s'exprime

$$q(\omega) = 2\pi E_3(\kappa\delta) [L^0(T^-) - L^0(T^+)] + 2\pi \left[ \int_{-\delta}^0 \kappa L^0(T(z')) E_2(-\kappa z') dz' + \int_0^{\delta} \kappa L^0(T(z')) E_2(\kappa z') dz \right] \quad (3.15)$$

Dans cette expression,  $L^0(T)$  est la luminance de corps noir et les  $E_n$  sont les fonctions exponentielles intégrales définies par

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t^n} dt \quad (3.16)$$

Si on linéarise l'expression de  $L^0(T)$  dans la zone de gradient  $L^0(T(z)) = L^0(T_0) + z \partial T / \partial z \partial L^0 / \partial T$ , on obtient

$$q(\omega) = 2\pi E_3(\kappa\delta) [L^0(T^-) - L^0(T^+)] - \frac{4\pi}{\kappa} \frac{\partial L^0(T)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \left[ \frac{1}{3} - \kappa\delta E_3(\kappa\delta) - E_4(\kappa\delta) \right] \quad (3.17)$$

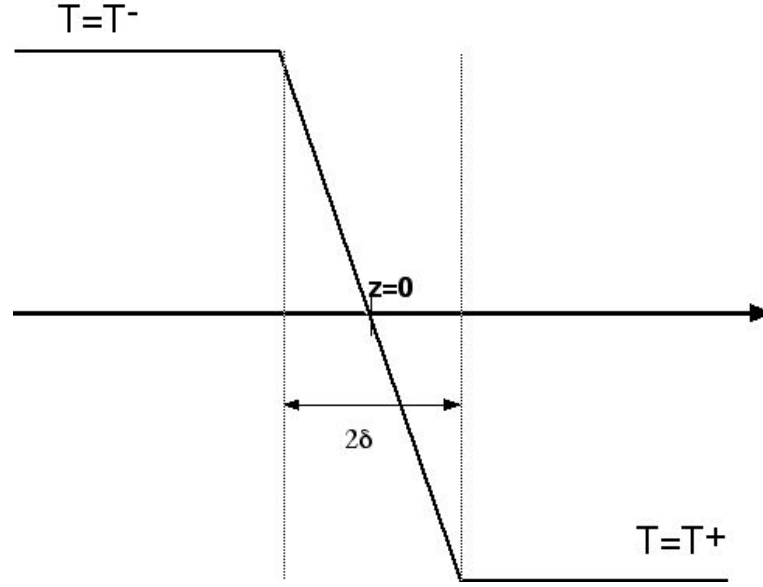


FIG. 3.7 – Système étudié. La température est imposée dans le milieu homogène. Un gradient linéaire est imposé pour  $-\delta < z < \delta$ . La température est constante ailleurs.

Si l'on se place dans l'approximation d'un milieu optiquement épais  $\kappa\delta \gg 1$ , les exponentielles intégrales tendent vers 0. On trouve une expression pour le flux

$$q(\omega) = -\frac{4\pi}{3\kappa} \frac{\partial L^0(T)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.18)$$

On retrouve la fameuse approximation de Rosseland pour laquelle le flux radiatif s'exprime sous la forme d'une loi de Fourier. La conductivité de Rosseland a pour expression

$$\lambda_{Ross} = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty \frac{1}{\kappa(\omega)} \frac{\partial L^0(T)}{\partial T} \quad (3.19)$$

Calculons le flux surfacique par le théorème de fluctuation-dissipation. Quelques précautions sont à prendre. On sait en effet que l'expression du transfert thermique entre deux plans diverge lorsque la distance de séparation tend vers 0 et que les différences de température sont non nulles. Ceci peut s'interpréter comme la divergence électrostatique des interactions dipôle-dipôle, notamment ceux orientés dans la direction  $z$ . Cette divergence n'existe d'ailleurs que pour la polarisation  $p$ . Pour lever cette divergence, on modifie le théorème de fluctuation-dissipation en introduisant une longueur de localité  $l$ . Cette longueur de localité est la distance en dessous de laquelle la constante diélectrique est non-locale. Pour un solide, elle peut varier de quelques nm à plusieurs centaines de nm comme par exemple le cuivre. Pour une constante diélectrique de longueur de localité  $l$ , le théorème de fluctuation dissipation s'exprime

$$\langle j_n(\mathbf{r}, \omega) j_m(\mathbf{r}', \omega') \rangle = \frac{\epsilon_0 \text{Im}(\epsilon) \omega \Theta(\omega, T)}{\pi} \delta_{nm} \frac{e^{-(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2/l^2}}{\pi^{3/2} l^3} \delta(\omega - \omega') \quad (3.20)$$

Dans ces conditions, on trouve une expression pour le flux surfacique

$$\begin{aligned} \langle \Pi_z(\omega) \rangle &= \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^\infty dz \int_0^\infty \frac{K dK}{|\gamma|^2} \text{sign}(z) \text{Re}(\gamma)^2 \text{Im}(\gamma) \left[ 1 + \left( \frac{K^2 + |\gamma|^2}{|\epsilon| k_0^2} \right)^2 \right] \\ &\times e^{-2\text{sign}(z) \text{Im}(\gamma)} e^{-K^2 l^2/4} e^{-\text{Re}(\gamma)^2 l^2/4} \Theta(\omega, T(z)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

où la fonction  $sign(z)$  prend le signe de  $z$ . Intégrons maintenant selon  $z$  sur le profil de température de la Fig. 3.7.

$$\begin{aligned} \langle \Pi_z(\omega) \rangle &= \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{KdK}{|\gamma|^2} Re(\gamma)^2 \left[ 1 + \left( \frac{K^2 + |\gamma|^2}{|\epsilon|k_0^2} \right)^2 \right] e^{-K^2 l^2/4} e^{-Re(\gamma)^2 l^2/4} \\ &\times \left\{ [\Theta(\omega, T^-) - \Theta(\omega, T^+)] e^{-2Im(\gamma)\delta} - \frac{\partial T}{\partial z} \Theta'(T_0) \frac{1 - 2e^{-2Im(\gamma)\delta}(1 + 2Im(\gamma)\delta)}{Im(\gamma)} \right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Considérons les situations pour lesquelles  $Im(\epsilon) \ll Re(\epsilon)$ . Les valeurs de  $K$  pour lesquelles  $0 < K < Re(\epsilon)\omega/c$  correspondent aux ondes propagatives. Dans ce cas et pour des longueurs d'onde allant du visible à infrarouge, les exponentielles  $e^{-K^2 l^2/4}$  et  $e^{-Re(\gamma)^2 l^2/4}$  sont égales à 1. On a aussi  $Re(\gamma) \sim \gamma \sim |\gamma|$  et  $Im(\gamma) \sim Im(\epsilon)k_0^2/2\gamma$ . On introduit un coefficient d'absorption  $\kappa = 2k_0 Im(n)$  en suivant la définition usuelle en transfert radiatif [57]. La somme sur les ondes propagatives correspond à une intégration angulaire. Ainsi

$$\begin{aligned} \langle \Pi_z(\omega) \rangle_{prop} &\sim \frac{1}{16\pi^2} \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \times \left\{ 2 \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta [\Theta(\omega, T^-) - \Theta(\omega, T^+)] e^{-\kappa \delta / \cos \theta} d\theta \right. \\ &\left. - 2 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta \frac{\partial T}{\partial z} \Theta'(T_0) \frac{2}{\kappa} \left[ 1 - e^{-\kappa \delta / \cos \theta} \left( 1 + \frac{\kappa \delta}{\cos \theta} \right) \right] d\theta \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Après intégration sur les angles, cette expression s'identifie avec celle obtenue par l'ETR (3.17). En régime optiquement épais c'est-à-dire  $\kappa \delta \gg 1$ , on retrouve l'approximation de Rosseland.

Cependant jusqu'à présent, nous avons négligé la contribution des ondes évanescentes, ondes pour lesquelles  $K > Re(n)\omega/c$ . Pour évaluer la contribution des ondes évanescentes, on peut estimer les différents termes de l'intégrale sur  $K$  lorsque  $K \gg Re(n)\omega/c$ . Si  $\delta > l$  ce que l'on supposera toujours ici, la contribution des ondes évanescentes s'exprime

$$\langle \Pi_z(\omega) \rangle_{evan} \sim -\frac{1}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{KdK}{|\gamma|^2} \frac{Re^2(\gamma)}{Im(\gamma)} \left[ 1 + \left( \frac{K^2 + |\gamma|^2}{|\epsilon|k_0^2} \right)^2 \right] e^{-K^2 l^2/4} e^{-Re(\gamma)^2 l^2/4} \frac{\partial T}{\partial z} \Theta'(T_0) \quad (3.24)$$

Pour de grands  $K$  on estime  $Re^2(\gamma) \sim Im^2(\epsilon)k_0^4/4K^2$ ,  $Im(\gamma) \sim K$ , d'où, en évaluant l'intégrale

$$\langle \Pi_z(\omega) \rangle_{evan} \sim -\frac{1}{4\pi^{3/2}} \frac{Im^2(\epsilon)}{Im^2(\epsilon) + Re^2(\epsilon)} \frac{\Theta'(T_0)}{l} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.25)$$

Ce terme se met aussi sous la forme d'une relation type "Loi de Fourier". Cependant, la conductivité associée dépend de  $1/l$  et de  $Im^2(\epsilon)/[Im^2(\epsilon) + Re^2(\epsilon)]$ . Comme on s'y attendait, la longueur de localité  $l$  joue donc un rôle primordial dans la valeur du flux radiatif.  $\langle \Pi_z(\omega) \rangle_{evan}$  est aussi gouverné par  $Im^2(\epsilon)/[Im^2(\epsilon) + Re^2(\epsilon)]$ . On montre que cette expression est toujours petite dans les cas réels sauf au voisinage des fréquences pour lesquelles  $Re(\epsilon) = 0$  où ce rapport vaut 1. Cela correspond à certaines résonances du matériau. Il s'agit en l'occurrence des modes longitudinaux associés aux phonons longitudinaux optiques : ce sont des polaritons de volume [58]. Lorsque ces polaritons sont excités, cela correspond à une interaction entre les charges du cristal. Ces interactions divergent à courte distance. Cette divergence est levée du fait que les charges ne sont jamais infiniment près les unes des autres. Cette distance limite  $l$  dépend donc du matériau et correspond à la distance minimum d'interaction entre les charges. Il est à noter que l'existence du polariton est liée à un couplage entre les ondes acoustiques du cristal et les ondes électromagnétiques. Une onde électromagnétique incidente sur le cristal et excitant le polariton

est donc absorbée. Les fréquences où le polariton existe correspondent donc aux zones de fortes absorption où les conditions requises pour retrouver l'approximation de Rosseland ne sont pas remplies.

À titre d'illustration, nous considérons le verre (silice amorphe) dont les propriétés sont bien connues et repertoriées à température ambiante [42]. Nous considérons une tranche de ce matériau d'épaisseur  $2\delta = 20$  cm. Nous soumettons cette tranche à un gradient de température de 10 K. Sur la Fig.3.8 sont représentées différentes contributions au flux radiatif lorsque le gradient

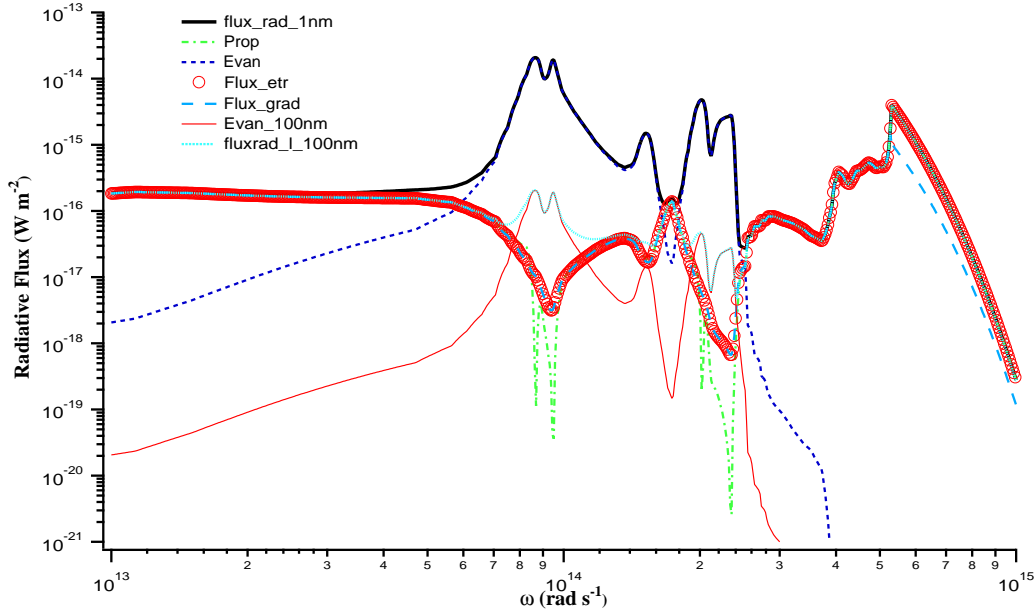


FIG. 3.8 – Comparaison entre le flux radiatif calculé par électrodynamique fluctuationnelle et le flux radiatif calculé par l'équation de transfert radiatif. Deux longueurs de localité ont été testées  $l = 1$  nm et  $l = 100$  nm. On remarque la dépendance en  $1/l$  du terme des ondes évanescentes.

se situe autour d'une température de 300 K. En traits pleins noirs est représenté le terme total calculé par électrodynamique fluctuationnelle. Les cercles représentent le calcul effectué par l'ETR. On remarque un très bon accord sur une large gamme de fréquence lorsque la contribution des ondes propagatives est grande devant celle des ondes évanescentes. On remarque également un bon accord avec l'approximation de Rosseland (quantité appelé Fluxgrad) mis à part à grande fréquence : le verre est alors transparent et le flux vient des bords.

Sur la Fig.3.9, est représenté (figure du haut) le rapport  $Im(\epsilon)^2/|\epsilon|^2$  en fonction de la fréquence. On remarque la très grande similitude entre cette courbe et celle décrivant la contribution des ondes évanescentes, justifiant ainsi l'approche asymptotique de (3.25). Sur la figure du bas sont représentées les parties réelles et imaginaires de  $\epsilon$ . On remarque que les pics de  $Im(\epsilon)^2/|\epsilon|^2$  correspondent aux zéros de  $Re(\epsilon)$ . Il s'agit des ondes longitudinales associées aux polaritons de volume. Dans cette zone, on perd l'hypothèse selon laquelle  $Im(n) \ll Re(n)$ . On ne peut plus dire par exemple que  $Im(\gamma) = 2\kappa/\cos\theta$  : on ne retrouve plus l'ETR à partir du calcul électromagnétique. Il semble donc qu'en toute rigueur l'ETR ne puisse être valable dans ce domaine de longueur d'onde. On obtient un résultat qui peut sembler troublant : l'approximation de Rosseland issue de l'équation de transfert radiatif en milieu optiquement épais n'est plus valable lorsque le milieu est très absorbant c'est-à-dire si  $Im(n) \sim Re(n)$ . Ceci n'a en fait rien de cho-

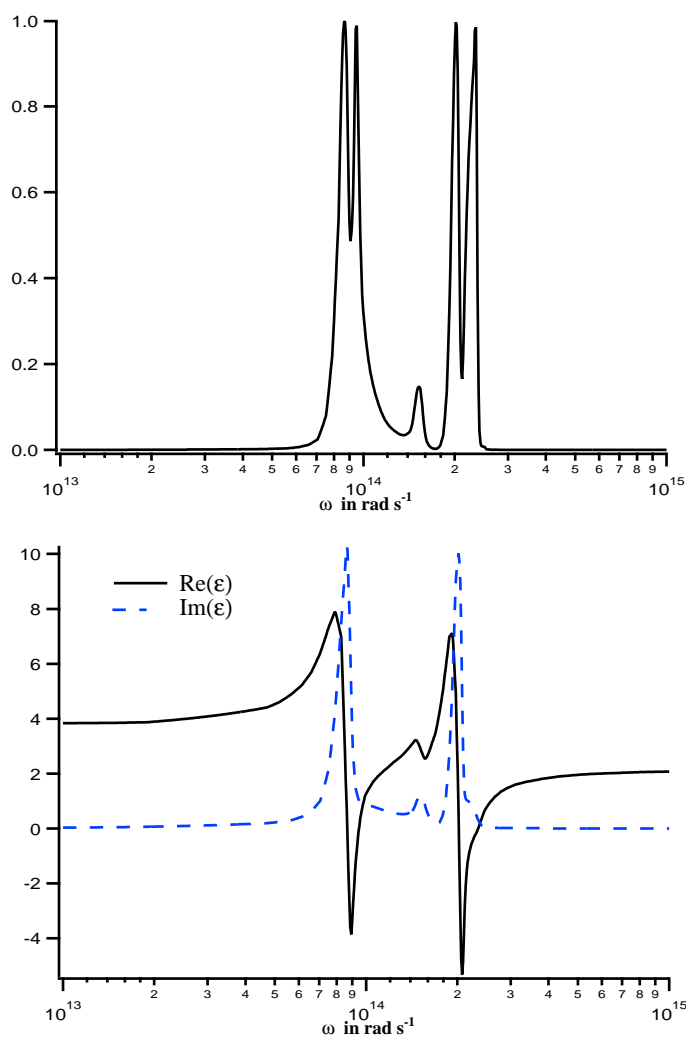


FIG. 3.9 – Rapport  $\text{Im}(\epsilon)^2/|\epsilon|^2$  en fonction de la fréquence (figure du haut). On reconnaît la forme du flux due aux ondes évanescentes. Figure du bas : partie réelle et partie imaginaire de  $\epsilon$ . On remarque que les pics de la figure du haut correspondent aux zéros de  $\text{Re}(\epsilon)$ .

quant. On peut tout à fait être en milieu optiquement épais et satisfaire  $Im(n) \ll Re(n)$ , en particulier aux longueurs d'onde visibles et infrarouges.

Ainsi, près des résonances des phonons optiques, dans la zone spectrale où l'ETR n'est plus valable, on a une contribution des ondes évanescentes qui peut devenir dominante pour des longueurs de localité raisonnables. Mais en y regardant de plus près, ce terme n'est pas non plus clairement radiatif car il correspond à des ondes qui ne se propagent pas. Il est sans doute préférable de l'interpréter autrement. Comme nous l'avons vu, la résonance où le terme évanescent est important correspond aux modes optiques longitudinaux dans le cristal. On a un polariton qui est un mode couplé entre un phonon et un photon. Autrement dit, il existe un champ électromagnétique couplé à un champ acoustique. Les variations fortes de la constante diélectrique du matériau dans cette zone sont la signature de ce couplage. Ainsi, le flux thermique calculé par les équations de l'électromagnétisme dans cette zone spectrale est le flux thermique associé aux polaritons c'est-à-dire aux phonons optiques. Il s'agit donc en réalité d'un flux conductif associé aux modes optiques.

Lorsque l'on se place à 300 K, le flux conductif classique associé à un matériau de conductivité  $\lambda = 1 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  est de  $50 \text{ W m}^{-2}$ . Si le verre a une longueur de localité  $l = 1 \text{ nm}$ , on trouve un flux  $\langle \Pi_z \rangle = 0.809 \text{ W m}^{-2}$ . Le flux radiatif donné par l'ETR vaut pour sa part  $q_{ETR} = 0.303 \text{ W m}^{-2}$ . On voit donc que le flux dû aux ondes évanescentes est dans ce cas plus grand que le flux radiatif classique mais est néanmoins faible devant le flux conductif. Pour cette longueur de localité il correspond à une correction de l'ordre de 1% de la conductivité classique. C'est généralement la part attribuée aux contributions des modes optiques à la conductivité. Si la longueur de localité est dix fois plus faible, on aura une contribution au transfert environ 10 fois plus faible conformément aux formules asymptotiques (3.25).

À plus haute température, par exemple aux températures régnant dans les fours verriers, on montre que le flux radiatif est dominant par rapport à la conduction. Néanmoins, les corrections des termes évanescents sont négligeables, les résonances se situant aux alentours de  $10 \mu\text{m}$  et n'étant plus proches du maximum de la loi de Planck.

On peut se poser la question de la manière de mesurer ce flux radiatif évanescent supplémentaire. Que se passe-t-il par exemple si on fait une mesure du flux radiatif dans le vide à l'extérieur du verre dans l'air ? Cherchons par exemple à mesurer le flux radiatif près d'une interface de verre possédant un gradient thermique sur une longueur  $2\delta$  (Fig.3.10).

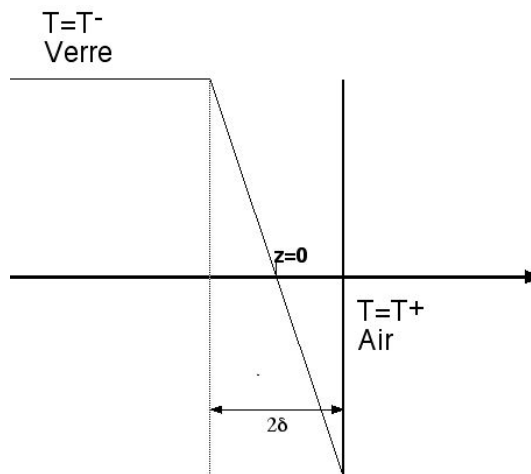


FIG. 3.10 – Température imposée dans un échantillon de verre séparé du vide par une interface.

On remarque que la contribution des ondes évanescentes disparaît. Ceci est un résultat connu : l'émission thermique radiative par un corps chauffé dans le vide n'a pas de contribution évanescente [5]. L'expression du flux émis prend alors la forme

$$\begin{aligned} \langle \Pi_z(\omega) \rangle &= \frac{\omega^2}{8\pi^3 c^2} \int d\Omega \cos \theta (1 - |r_{12}^s|^2 + 1 - |r_{12}^p|^2) \left[ \Theta(\omega, T^-) e^{-2k_0 \text{Im}(\sqrt{\epsilon - \cos^2 \theta}) \delta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial T}{\partial z} \Theta'(T_0) \left( 2\delta - \frac{1}{k_0} \text{Im}(\sqrt{\epsilon - \cos^2 \theta}) \right) (1 - e^{-2k_0 \text{Im}(\sqrt{\epsilon - \cos^2 \theta})}) - \Theta(\omega, T^+) \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

On interprète les quantités  $1 - |r_{12}^s|^2$  et  $1 - |r_{12}^p|^2$  comme les émissivités du matériaux. En milieu optiquement mince ( $\text{Im}(\gamma)\delta \ll 1$ ), on retrouve l'expression

$$\langle \Pi_z(\omega) \rangle = \int d\Omega \cos \theta \left( \frac{1 - |r_{12}^s|^2 + 1 - |r_{12}^p|^2}{2} \right) [L_\omega^0(T_-) - L_\omega^0(T_+)] \quad (3.27)$$

En milieu optiquement épais, seule la température de surface du verre compte. Le flux radiatif est alors nul.

### 3.6 Perspectives.

Nous avons dans cette partie calculé les flux thermiques échangés par des ondes électromagnétiques. Nous avons vu que les comportements prévus par les théories radiométriques classiques sont bien retrouvés. Nous avons vu aussi qu'aux échelles sub-longueurs d'onde, c'est-à-dire aux échelles où ces lois ne sont plus valables, les phénomènes physiques changent de nature. Nous avons ainsi mis en évidence le rôle que peuvent jouer des ondes couplées phonon-photon c'est-à-dire les polaritons. Nous avons vu en particulier que le transfert était pratiquement monochromatique. Dans le cas de deux corps séparés par des distances sub-longueurs d'onde, nous avons vu que le transfert thermique est augmenté à cause de ce canal d'échange. Nous avons vu que dans un milieu homogène, ce transfert était toujours présent mais qu'il s'identifiait à un processus de conduction. Lorsque l'on passe continument d'une situation de transfert entre deux plans semi-infinis à une situation homogène en rapprochant les deux plans, on passe d'une situation où le terme de transfert par les ondes évanescentes est un terme de transfert radiatif exalté à une situation où celui-ci est un terme de conduction thermique dû aux modes optiques. En fait, on peut sans doute interpréter les deux situations comme étant la même : il existe un transfert d'énergie électromagnétique qui tient son origine d'une collision entre des phonons optiques.

Une suite possible de ce travail serait de mieux quantifier l'origine des modes optiques. À partir des données que l'on a sur les potentiels entre les atomes, on peut par dynamique moléculaire calculer la conductivité de la silice par exemple. On peut également calculer les différentes contributions des modes à la conductivité et séparer les contributions acoustiques et optiques. Ayant identifié la conductivité dues aux ondes optiques, on peut imaginer en déduire la longueur de localité de la silice par l'expression de la conductivité calculée ici. Des applications sont actuellement envisageables pour exploiter le caractère monochromatique des échanges thermiques en champ proche dans des applications de type thermophotovoltaïque. En effet, la production d'électricité dans des photopiles est optimale lorsque les photons mis en jeu correspondent à une longueur d'onde bien précise. Le problème des applications photovoltaïques ou thermophotovoltaïques est que la source est un corps noir avec un spectre large. On peut concevoir cependant que des sources thermiques qui supportent des ondes de surface en champ proche seront capables d'émettre principalement à la longueur d'onde de l'onde de surface. Si cette fréquence correspond à la transition optimale pour la conversion de lumière en électricité, alors on peut imaginer

### 3.6 Perspectives.

---

augmenter le rendement des systèmes thermophotovoltaïques. Ces considérations ont fait l'objet du travail de thèse de Marine Laroche au laboratoire EM2C [59].



## Chapitre 4

# Transfert de moment entre deux plans (Force de Casimir)

### 4.1 Modes de surface et force de Casimir

Après avoir étudié les échanges d'énergie entre deux corps, nous considérons maintenant les échanges de moment c'est-à-dire de force entre deux matériaux distants. Le cas de deux corps semi-infinis est maintenant connu depuis près de 60 ans. Ce sont Casimir et Polder [60] qui les premiers montrèrent l'existence d'une force attractive entre deux corps semi-infinis parallèles séparés d'une distance  $d$ . Plus tard, Lifshitz [61] fut le premier à effectuer ce calcul à l'aide du théorème de fluctuation-dissipation. Il est à noter que dans le calcul des forces, les fluctuations du vide jouent un rôle primordial alors qu'elles sont absentes lorsqu'on effectue le bilan d'échange d'énergie. Les fonctions de corrélation des champs sont les fonctions de corrélation symétrisées introduites précédemment. La contribution des fluctuations du vide est souvent la contribution principale à cette force, la partie thermique n'étant qu'une correction. Cette force intéresse de plus en plus les concepteurs de systèmes électromécaniques. Après le développement des MEMS (Micro electromechanical systems) succède le développement des NEMS (Nano electromechanical systems). Il s'agit de systèmes ultraminiaturisés capables d'effectuer des fonctions mécaniques élémentaires comme le déplacement d'une languette. Aux échelles nanométriques, il est possible que la force de Casimir puisse gêner le déplacement de telles pièces. Son étude et ses corrections commencent à entrer dans le champ des sciences appliquées.

Cette force tire son origine dans le fait que deux interfaces en regard l'une de l'autre modifient la distribution des modes électromagnétiques : les modes présents dans cette cavité ne sont plus ceux qu'il y a dans le vide. Si on effectue un bilan de force sur deux corps séparés par une distance  $d$ , la force de Casimir apparaît comme la différence entre la force exercée par les modes du vide sur les corps et la force exercée par les modes de la cavité sur les corps. La force de Casimir provient donc de cette modification de la distribution des modes de la cavité. On comprend donc que la densité d'état, surtout si elle présente des variations importantes avec la fréquence peut jouer un rôle important dans l'intensité de cette force.

Pour effectuer le calcul d'une force sur un objet, une possibilité est de déterminer le flux du tenseur de Maxwell sur cet objet [62]. Dans le cas de deux corps semi-infinis, il s'agit du flux du tenseur de Maxwell à travers une surface séparant les deux corps. Nous nous plaçons donc dans la géométrie déjà étudiée lors du calcul du transfert de chaleur entre deux plans. Le flux du tenseur de Maxwell est le flux à travers un plan  $z = \text{Cte}$  dans la cavité. Finalement, la force par unité de surface s'identifie avec la composante  $T_{zz}$  du tenseur de Maxwell. Cette composante

s'exprime

$$T_{zz} = \frac{\epsilon_0}{2} [ |E_x|^2 + |E_y|^2 - |E_z|^2 ] + \frac{\mu_0}{2} [ |H_x|^2 + |H_y|^2 - |H_z|^2 ]. \quad (4.1)$$

En fait, cette contribution est infinie et il faut soustraire la contribution à la force en l'absence d'interface [63]. Cette force peut être soit attractive soit répulsive, selon les propriétés optiques des matériaux [64, 65]. Pour des diélectriques la force est toujours attractive [66] de même qu'avec deux matériaux identiques. Néanmoins, comme nous le verrons dans la section suivante, la force peut-être répulsive en présence de matériaux magnétiques [67, 68].

La force de Casimir s'exprime comme une somme des différentes contributions d'ondes planes élémentaires. Elle s'écrit sous la forme d'une double intégrale sur le pulsation  $\omega$  et sur les composantes parallèles à l'interface  $u\omega/c$ .

$$F = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \int_0^\infty \frac{du}{2\pi} F(u, \omega) \quad (4.2)$$

$$F(u, \omega) = -\frac{2\hbar\omega^3}{c^3} \text{Im} uv \sum_{\lambda=s,p} \frac{r_\lambda^2(u, \omega) e^{-2\frac{\omega}{c}vd}}{1 - r_\lambda^2(u, \omega) e^{-2\frac{\omega}{c}vd}} \quad (4.3)$$

où  $v = (u^2 - 1)^{1/2}$  ( $\text{Im} v \leq 0$ ), et  $r_\lambda$  est le facteur de réflexion de Fresnel pour une onde plane de polarisation  $\lambda$  et de vecteur d'onde  $K = \frac{\omega}{c}u$  parallèle à l'interface milieu-vide. On utilise ici la convention comme quoi une force attractive correspond à  $F < 0$ . Pour simplifier le calcul de cette intégrale, Lifshitz [61] a utilisé une méthode de déformation de contour dans le plan complexe. Cette méthode a l'inconvénient de ne pas faire apparaître quels modes contribuent le plus à la force. Nous avons donc étudié le spectre de la force dans le cas de l'aluminium. On voit

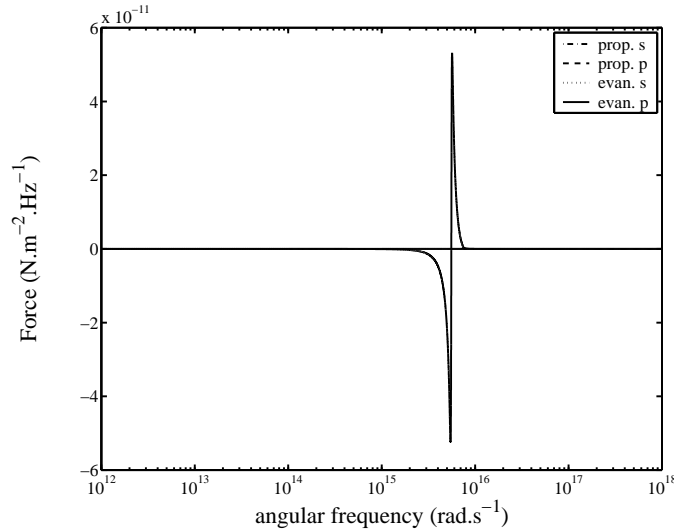


FIG. 4.1 – Contributions des ondes,  $s$  ou  $p$ , propagatives ou évanescentes au spectre de la force ( (4.3) intégré sur le vecteur d'onde  $u$ ). Distance  $d = 10$  nm. Matériau : Aluminium (données tabulées). [42] [69]

sur la Fig.4.1 qu'en champ proche, la principale contribution à la force vient de fréquences très proches de celles correspondant à la résonance de surface. De plus, cette contribution n'existe

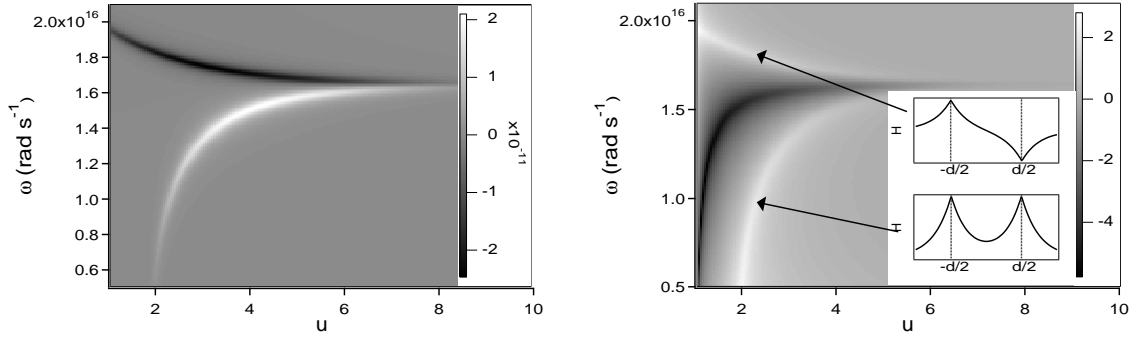


FIG. 4.2 – (a) Spectre de la force de Casimir résolu en vecteur d’onde (4.3) dans le plan  $(u, \omega)$  entre deux demi-espaces d’aluminium séparés par une distance de 10 nm. La fréquence de l’asymptote horizontale correspond aux pics du spectre de la force (Fig.4.1). Zones claires (sombres) : force attractive (repulsive). (b)  $|1/1 - r_p^2 e^{-2\frac{\omega}{c}vd}|^2$  dans le plan  $(u, \omega)$ , l’échelle de gris est une échelle logarithmique décimale. La relation de dispersion des modes couplés correspond aux zones claires ; zones sombres : relation de dispersion d’une seule interface (pôle de  $r_p$ ). La constante diélectrique provient de données tabulées [42]. L’insert montre la valeur du champ magnétique dans la cavité (distribution symétrique et antisymétrique) [69].

qu’en polarisation  $p$  induisant une forte présomption pour que la force provienne essentiellement des ondes de surface. Pour étayer ce point de vue, on peut tracer le spectre en fréquence et vecteur d’onde  $(\omega, u)$ . Sachant que les modes propres de la cavité sont donnés par la condition

$$1 - r_p^2 e^{-2\frac{\omega}{c}vd} = 0. \quad (4.4)$$

On peut comparer sur la Fig.4.2 le spectre de la force avec la quantité  $|1/1 - r_p^2 e^{-2\frac{\omega}{c}vd}|^2$ . Les maxima de cette quantité correspondent à la relation de dispersion des modes couplés dans la cavité. On observe une coïncidence entre ces deux figures. On remarque sur la figure (a) que l’une des branches de cette relation de dispersion donne une contribution positive à la force alors que l’autre donne une contribution négative. On peut montrer que ces deux branches correspondent à deux types de modes, symétriques ou antisymétriques et définis par la condition

$$r_p(u, \omega) = \pm e^{\omega vd/c}.$$

Nous avons calculé analytiquement la contribution des ondes de surfaces couplées à la force de Casimir dans le cas de matériaux identiques dont la constante diélectrique est modélisée par un modèle de Drude-Lorentz :

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{2(\Omega^2 - \omega_0^2)}{\Omega^2 - i\gamma\omega - \omega^2}, \quad (4.5)$$

Nous avons montré dans ce cas que l’on retrouve bien des expressions déjà calculées par ailleurs dans la littérature [70, 66]. En introduisant  $z = 1 - \omega_0^2/\Omega^2$

$$F = \frac{\hbar\Omega}{4\pi d^3} \left( \alpha(z) - \frac{\gamma \text{Li}_3(z^2)}{4\pi\Omega} \right), \quad (4.6)$$

où

$$\alpha(z) = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} z^{2n} \frac{(4n-3)!!}{n^3(4n-2)!!} \quad (4.7)$$

et

$$\text{Li}_3(z^2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n}}{n^3} \quad (4.8)$$

Les détails de ce travail se trouvent en annexe de ce mémoire dans l'article de Henkel et al. [69].

## 4.2 Forces de Casimir repulsives.

Cette partie se détache un peu du reste du travail présenté dans ce mémoire. Il n'est en effet question ici ni de thermique aux courtes échelles, ni d'ondes de surface. Ce travail s'est fait dans la continuité du travail présenté dans la section précédente. Son but est de voir si on peut envisager un changement de signe de la force de Casimir en utilisant des matériaux magnétiques, notamment des métamatériaux. Ces métamatériaux sont constitués de réseaux de fils ou d'anneaux de manière à ce qu'à des longueurs d'ondes grandes devant la période des réseaux (milieu effectif), le réseau des fils et d'anneaux apparaissent comme un matériau homogène et présentant une résonance dans sa constante diélectrique et dans sa perméabilité magnétique. Ce type de matériaux a déjà été réalisé par diverses équipes de recherches [71, 72]. Ces matériaux sont actuellement très à la mode mais dans un autre contexte, celui des matériaux "gauches". Depuis Veselago [73], on sait que des matériaux ayant à la fois  $\epsilon < 0$  et  $\mu < 0$  se comporte comme un milieu à indice négatif. Les lois de la réfraction peuvent être changées et des objets exotiques comme des lentilles parfaites peuvent en théorie être réalisées [74, 75, 76]. Grâce aux travaux sur ces métamatériaux, des résonances magnétiques dans l'infrarouge que l'on croyait impossibles il y a peu, ont été atteintes par des procédés de nanofabrication [77]. L'intérêt d'obtenir des forces de Casimir repulsive n'est pas encore d'actualité. Mais, comme nous l'avons déjà évoqué, le développement des nanotechnologies nous incite à penser que le fonctionnement des NEMS pourrait être gêné par l'existence d'une force attractive (force de Casimir) entre différents éléments mécaniques. Le fait de réduire cette force ou d'en inverser le signe pourrait donc à terme trouver des applications.

La possibilité d'une force de Casimir négative a été envisagée à travers des cas académiques ( $\epsilon = \infty$  pour un matériau et  $\mu = \infty$  pour l'autre) par Boyer [78]. Notons que l'existence d'une force de Casimir négative contredit une explication rapide du phénomène selon laquelle la force de Casimir est attractive car il y a moins de modes pour exercer une pression de radiation sur les matériaux à l'intérieur de la cavité qu'à l'extérieur. Or c'est aussi le cas entre un matériau diélectrique parfait et un matériau parfaitement perméable. L'explication est donc malheureusement plus compliquée.

Nous partons de l'expression de Lifschitz de la force de Casimir à température non nulle. Il s'agit d'une somme sur des fréquences imaginaires et d'une intégrale sur les nombres d'onde

$$F_L = 2k_B T \sum'_{n=0} \int \frac{d\kappa}{2\pi} \kappa^2 \sum_{\lambda} \left( \frac{e^{2\kappa d}}{r_{\lambda 1} r_{\lambda 2}} - 1 \right)^{-1}, \quad (4.9)$$

Les fréquences  $\omega_n$  sont les fréquences de Matsubara  $\omega_n = i\xi_n = i\xi_n \equiv 2\pi i n k_B T / \hbar$ . Le prime sur la somme indique que le premier terme de la somme doit être divisé par deux.  $\kappa$  est relié à la composante perpendiculaire à l'interface du vecteur d'onde  $k_z = (\omega_n^2/c^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2} \equiv i\kappa$ .

Les  $r_{\lambda\alpha}$  ( $\lambda = s, p, \alpha = 1, 2$ ) sont les coefficients de réflexion à l'interface. On peut montrer que ceux-ci, même dans le cas de matériaux multicouches sont toujours compris entre -1 et 1. Ainsi

$$-\frac{1}{e^{2\kappa d} + 1} \leq \left( \frac{e^{2\kappa d}}{r_{\lambda 1} r_{\lambda 2}} - 1 \right)^{-1} \leq \frac{1}{e^{2\kappa d} - 1} \quad (4.10)$$

On en déduit qu'à température nulle

$$T = 0 : \quad -\frac{7}{8}F_C \leq F_L \leq F_C. \quad (4.11)$$

et qu'à température non nulle

$$-\frac{3}{4}F_T \leq F_L \leq F_T \equiv \zeta(3)k_B T / (8\pi d^3) \quad (4.12)$$

Ceci montre donc que la force de Casimir est encadrée par des limites strictes.

D'autre part, nous avons étudié les variations des forces de Casimir avec la distance pour différents métamatériaux décrits par la théorie de milieu effectif évoquée plus haut [79]. Les permittivités et perméabilités peuvent être mises sous la forme de formules de type Lorentz-Drude à condition pour la perméabilité de se placer dans un régime d'absorption faible. Pour des fréquences imaginaires pures, ces quantités s'écrivent

$$\varepsilon_\alpha(i\xi) = 1 + \frac{\Omega_\alpha^2}{\omega_\alpha^2 + \xi^2}, \quad \mu_\alpha(i\xi) = 1 + \frac{\Theta_\alpha^2}{\vartheta_\alpha^2 + \xi^2}. \quad (4.13)$$

Dans ces expressions  $\Omega$  et  $\Theta$  sont donc les fréquences de résonances électrique et magnétique des matériaux. On associe à  $\Omega$  une longueur d'onde  $\Lambda = 2\pi c/\Omega$ . Avec des métamatériaux, il est possible d'atteindre des résonances à hautes fréquences, y compris des résonances magnétiques. Ceci contredit un argument de Landau indiquant l'impossibilité d'avoir des résonances magnétiques dans le visible [80]. On peut même avec ce type de matériau faire des matériaux gauches ou d'indice négatif, c'est-à-dire des milieux pour lesquels il existe une plage de fréquence pour laquelle on a simultanément  $\epsilon$  et  $\mu$  négatif. Ce type de matériau possède de surprenantes propriétés vis-à-vis de la réfraction de la lumière [73] et est abondamment étudié de nos jours [81].

Dans la suite, nous avons normalisé les distances par rapport à la longueur d'onde plasma électrique  $\Lambda$  et la force de Casimir par rapport à la quantité  $\hbar\Omega/d^3$ . Cette dernière quantité correspond à une force de  $10^4 \text{pN}/(\Lambda/\mu\text{m})^4$  à une distance  $d = \Lambda/2$ , qui est mesurable depuis plusieurs années [82]. Sur la Fig.4.3 est représentée la force de Casimir normalisée dans un certain nombre de situations à température nulle. On remarque tout d'abord que la prédiction sur les limites de la force de Casimir sont respectées dans tous les cas (zones grisées). Les métamatériaux avec indice négatif (cas (b)), diminuent beaucoup la force. On peut obtenir la répulsion en utilisant des couples de matériaux différents. Aux courtes distances, c'est-à-dire très inférieures à la fréquence plasma, la force redevient attractive avec une variation en  $1/d^3$ . Si on prend deux matériaux identiques et que l'on en recouvre un par un matériau magnétique d'épaisseur  $w$ , on peut également avoir de la répulsion. Il faut alors que  $\Lambda \ll d \ll w$ . C'est-à-dire être d'une part dans la zone de répulsion et d'autre part à distance petite devant l'épaisseur du matériau de manière à ce que la couche magnétique apparaisse pratiquement infinie. Si  $w \ll d$ , alors c'est la couche qui est ignorée et on retrouve l'attraction entre deux corps identiques. Il est important que la résonance magnétique soit plus forte que la résonance diélectrique pour l'un des matériaux. De plus, il faut que ces fréquences soient grandes devant  $k_B T/\hbar$ . Lorsque l'on part d'une situation

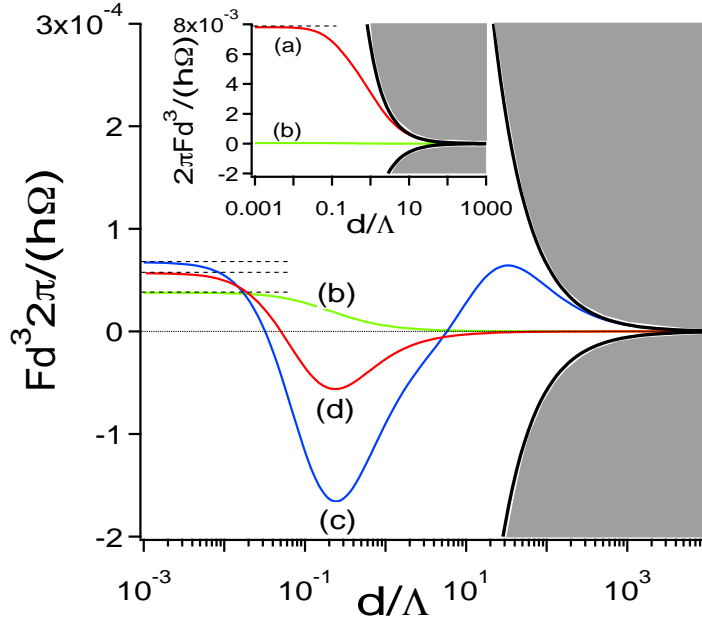


FIG. 4.3 – Force de Casimir à température nulle entre deux plans constitués de différents matériaux en fonction de la distance de séparation. La force de Casimir est normalisée par la quantité  $\hbar\Omega/d^3$  et la distance par  $\Lambda$ . (a) Deux métaux non magnétiques identiques (modèle de Drude,  $\Omega_{1,2} = \Omega$ ,  $\omega_{1,2} = \Omega$  et  $\mu_{1,2} = 1$ ). (b) Deux matériaux d'indice négatif identiques ( $\Omega_{1,2} = 0.3\Omega$ ,  $\omega_{1,2} = \Omega$  et  $\Theta_{1,2} = 0.3\Omega$ ). (c) Deux métaux non magnétiques identiques dont l'un est recouvert par une couche de métamatériau magnétique (Métaux :  $\Omega_1 = 3\Omega$ ,  $\omega_1 = 0$  et  $\mu_1 = 1$ , métamatériau d'épaisseur  $w = 10 \times 2\pi c/\Omega$  et de caractéristique :  $\Omega_2 = 0.1\Omega$ ,  $\omega_2 = \omega$  et  $\Theta_2 = 0.3\Omega$ ). (d) Deux métamatériaux, l'un purement diélectrique, l'autre principalement magnétique ( $\Omega_1 = 3\Omega$ ,  $\omega_1 = \Omega$  et  $\mu_1 = 1$  ;  $\Omega_2 = 0.1\Omega$ ,  $\omega_2 = \omega$  et  $\Theta_2 = 0.3\Omega$ )

à température nulle et que l'on augmente la température, on s'aperçoit que la zone répulsive disparaît comme le montre la Fig. 4.4. Les différents régimes de la force Casimir en fonction de la distance peuvent s'interpréter de la manière suivante. Pour des distances  $d \ll \Lambda$ , la force de Casimir se met sous la forme  $F = c_3/d^3$  comme le montre les figures. La constante  $c_3$  s'écrit

$$c_3 = \frac{k_b T}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} Li_3 \left[ \frac{\epsilon_1(\xi_n) - 1}{\epsilon_1(\xi_n) + 1} \frac{\epsilon_2(\xi_n) - 1}{\epsilon_2(\xi_n) - 1} \right] + Li_3 \left[ \frac{\mu_1(\xi_n) - 1}{\mu_1(\xi_n) + 1} \frac{\mu_2(\xi_n) - 1}{\mu_2(\xi_n) - 1} \right] \quad (4.14)$$

Pour des distances plus grandes,  $\Lambda \ll d \ll \Lambda_T = \hbar c/k_b T$ , la force de Casimir suit une loi en  $1/d^4$ . La répulsion peut être obtenue dans cette zone à condition d'avoir un matériau magnétique possédant une résonance plus forte que la résonance diélectrique. Pour  $D \gg \Lambda_T$ , la force de Casimir se limite au terme  $n = 0$  de la formule (4.9). On trouve que ce terme est positif.

Ainsi, nous avons montré que la force de Casimir peut être grandement modifiée, à condition d'être capable de fournir des métamatériaux à des fréquences optiques. Cela suppose de créer des matériaux tels que ceux que nous avons présentés avec une longueur d'onde plasma de quelques centaines de nm. Cela n'est pas encore le cas à l'heure actuelle. Mais, le développement des technologies permettant de réduire la taille des composants électroniques fait encore beaucoup de progrès. Il est raisonnable de penser que de tels matériaux puissent un jour être réalisés et que la force de Casimir répulsive soit observée.

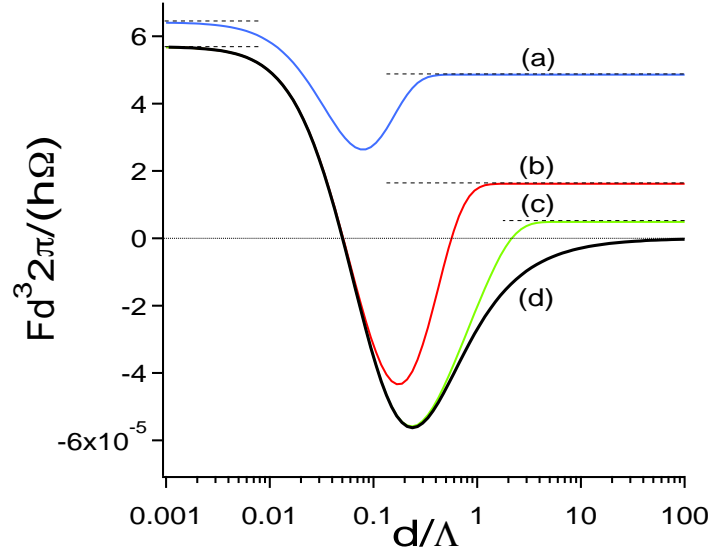


FIG. 4.4 – Force de Casimir entre deux metamatériaux différents en fonction de la distance pour différentes températures. On reprend le cas (d) de la Fig.4.3. La température prend les valeurs  $k_bT =$  (a) 0.3, (b) 0.1, (c) 0.03, (d) 0  $\hbar\Omega$ .

Les détails sur le travail concernant la force de Casimir répulsive a été publié dans Europhysics Letters [83]. Cet article se trouve en annexe de ce mémoire.

### 4.3 Dépendance des propriétés optiques des matériaux avec la température : influence sur la force de Casimir.

L'influence de la température sur la force de Casimir a été étudiée à travers un nombre considérable d'études. L'article fondateur de Lifshitz [61] sur le calcul de cette force avait déjà discuté l'essentiel des modifications que subit la force de Casimir quand, en plus des fluctuations quantiques du vide, il faut tenir compte des fluctuations thermiques. Ce type d'étude s'effectue en général en prenant pour le matériau, des propriétés optiques clairement définies qui ne varient pas avec la température. On sait cependant que les propriétés physique d'un matériau changent avec la température. On doit donc s'attendre à ce qu'il en soit de même pour la constante diélectrique. Nous avons vu, dans la partie précédente que les fluctuations thermiques deviennent prépondérantes lorsque les distances mises en jeu sont grandes devant la longueur d'onde thermique  $\Lambda_T = \hbar c/k_bT$ . Les corrections thermiques dues à la modification des propriétés optiques avec la température se produisent a priori à toutes les distances. Cependant, à une distance grande devant la longueur d'onde thermique, la force de Casimir est donnée par

$$F = \frac{k_bT}{8\pi d^3} Li_3 \left[ \left( \frac{\epsilon(0) - 1}{\epsilon(0) + 1} \right)^2 \right] \quad (4.15)$$

Si  $\epsilon(0) \gg 1$  ce qui est la cas pour un métal,  $Li_3$  tend vers  $\zeta(3)$  où  $\zeta(x)$  est la fonction zeta de Riemann. Dans ce cas, il est clair qu'une faible variation de  $\epsilon(0)$  conduira au même résultat pour la force. À courte distance en revanche, nous avons vu dans la section précédente que la

force de Casimir tend vers  $c_3/d^3$ . On voit sur l'expression de  $c_3$  (4.14), que ces variations de constante diélectrique sont susceptibles de jouer un rôle puisqu'elles ne se limitent pas à la valeur en 0. Ainsi, ce type de correction thermique apparaît dans une gamme de distance de séparation pour laquelle les corrections dues aux fluctuations thermiques sont négligeables. Notre travail a été d'une part d'estimer ces forces à partir de considérations et d'hypothèses générales, et d'autre part de les estimer à partir de mesures des propriétés optiques de l'argent à différentes températures.

Commençons par étudier comment les propriétés optiques d'un matériau métallique sont susceptibles de varier avec la température. Les métaux sont en général modélisés par un modèle de Drude

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \quad (4.16)$$

$\omega_p$  est la fréquence plasma associée aux électrons libres du métal tandis que  $\gamma$  est la fréquence de relaxation de ces mêmes électrons. La fréquence plasma correspond à la fréquence à laquelle oscillent les électrons du système si on les relâche hors de leur position d'équilibre. Cette fréquence plasma vaut

$$\omega_p = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \quad (4.17)$$

où  $n$  est le nombre d'électrons par unité de volume, et  $m$  leur masse. On comprend donc que si pour des raisons thermodynamiques le matériau se dilate, alors le nombre d'électrons par unité de volume diminuera. On peut introduire un coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  tel que la variation du volume du matériau avec la température suive une loi

$$V(T) = V(T_0) [1 + \alpha(T - T_0)]^3 \quad (4.18)$$

D'où

$$\omega_p^2(T) = \frac{\omega_p^2(T_0)}{[1 + \alpha(T - T_0)]^3} \quad (4.19)$$

D'autre part, le temps de relaxation des électrons libres, donné par  $1/\gamma$  est lui aussi dépendant de la température. En effet, les électrons d'un métal interagissent principalement avec les phonons du réseau cristallin dont la population dépend de la température. En traitant l'interaction entre les électrons et les phonons, on montre [84] la formule de Bloch-Grüneisen

$$\gamma(T) \propto \left(\frac{T}{\Theta}\right)^5 \int_0^{\Theta/T} \frac{x^5 e^x dx}{(e^x - 1)^2} \quad (4.20)$$

Revenons à l'équation (4.6) valable pour des distances  $d$  faibles *i.e.* faibles devant la longueur d'onde typique à laquelle ont lieu les résonances des matériaux. On voit que si  $\alpha > 0$  et  $\gamma(T)$  est une fonction croissante de la température, on s'attend à ce que la force en champ proche diminue avec la température.

Cependant, les calculs de la force de Casimir qui ont été fait avec des matériaux réels montrent des différences avec ceux effectués en utilisant des modèles simples de type modèle de Drude [70, 85]. C'est pourquoi, il est préférable d'utiliser des propriétés optiques mesurées à différentes températures pour traiter l'influence de la dépendance en température des propriétés optiques des matériaux. Ces données sont malheureusement extrêmement rares. Cependant, il y a une trentaine d'années à Leiden, la dépendance des propriétés optiques de métaux nobles (argent, or et cuivre) à été mesurée par Winsemius [86]. La partie imaginaire de la constante diélectrique a été mesurée pour ces trois métaux entre 2.8 eV et 5.4 eV, dans la zone où existe une résonance

### 4.3 Dépendance des propriétés optiques des matériaux avec la température : influence sur la force de Casimir.

| Distance  | F(90,90)<br>(a)        | F(90,90)<br>(b)        | F(90,300)              | F(300,90)<br>(a)       | F(300,90)<br>(b)       | F(300,300)             | F(300,300)<br>bruité   | F(300)<br>Métal parfait |
|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
| $10^{-1}$ | $3.734 \cdot 10^{-21}$ | $3.731 \cdot 10^{-21}$ | $3.734 \cdot 10^{-21}$ | $1.245 \cdot 10^{-20}$ | $1.244 \cdot 10^{-20}$ | $1.245 \cdot 10^{-20}$ | $1.246 \cdot 10^{-20}$ | $1.254 \cdot 10^{-20}$  |
| $10^{-2}$ | $1.081 \cdot 10^{-16}$ | $1.078 \cdot 10^{-16}$ | $1.081 \cdot 10^{-16}$ | $3.603 \cdot 10^{-16}$ | $3.596 \cdot 10^{-16}$ | $3.603 \cdot 10^{-16}$ | $3.612 \cdot 10^{-16}$ | $3.669 \cdot 10^{-16}$  |
| $10^{-3}$ | $1.030 \cdot 10^{-13}$ | $1.017 \cdot 10^{-13}$ | $1.030 \cdot 10^{-13}$ | $3.435 \cdot 10^{-13}$ | $3.390 \cdot 10^{-13}$ | $3.435 \cdot 10^{-13}$ | $3.498 \cdot 10^{-13}$ | $3.957 \cdot 10^{-13}$  |
| $10^{-4}$ | $6.653 \cdot 10^{-11}$ | $6.552 \cdot 10^{-11}$ | $6.653 \cdot 10^{-11}$ | $2.218 \cdot 10^{-10}$ | $2.184 \cdot 10^{-10}$ | $2.218 \cdot 10^{-10}$ | $2.276 \cdot 10^{-10}$ | $3.960 \cdot 10^{-10}$  |
| $10^{-5}$ | $8.459 \cdot 10^{-8}$  | $8.444 \cdot 10^{-8}$  | $8.459 \cdot 10^{-8}$  | $1.982 \cdot 10^{-7}$  | $1.982 \cdot 10^{-7}$  | $1.982 \cdot 10^{-7}$  | $1.983 \cdot 10^{-10}$ | $3.960 \cdot 10^{-7}$   |
| $10^{-6}$ | $1.048 \cdot 10^{-3}$  | $1.030 \cdot 10^{-3}$  | $1.048 \cdot 10^{-3}$  | $9.460 \cdot 10^{-4}$  | $9.314 \cdot 10^{-4}$  | $9.460 \cdot 10^{-4}$  | $9.470 \cdot 10^{-4}$  | $1.301 \cdot 10^{-3}$   |
| $10^{-7}$ | 5.219                  | 4.955                  | 5.222                  | 5.200                  | 4.939                  | 5.203                  | 5.222                  | 12.998                  |
| $10^{-8}$ | 13633                  | 13038                  | 13654                  | 13633                  | 13037                  | 13653                  | 13789                  | $1.2998 \cdot 10^5$     |
| $10^{-9}$ | $1.878 \cdot 10^7$     | $1.800 \cdot 10^7$     | $1.881 \cdot 10^7$     | $1.878 \cdot 10^7$     | $1.800 \cdot 10^7$     | $1.880 \cdot 10^7$     | $1.908 \cdot 10^7$     | $1.2998 \cdot 10^9$     |

TAB. 4.1 –  $F(T, T_{diel})$  pour différentes températures de matériaux  $T$  et pour différentes températures  $T_{diel}$  à laquelle les propriétés optiques sont prises. Le cas traité ici est celui de l’argent. Le cas (a) correspond aux données de Palik [42] à  $T_{diel} = 300$  K prises en dehors de l’intervalle [2.8 eV, 5.4 eV]. Le cas (b) correspond au cas où sur l’intervalle [0, 2.8 eV], on prend les données de Palik multipliées par 0.81 afin de raccorder en 2.8 eV les données de Winsemius et de Palik. Le cas “bruité” correspond aux données de Palik à 300 K multiplié aléatoirement par un coefficient compris entre 0.8 et 1.2. Dans cette table les distances sont en m et les forces en  $N \cdot m^{-2}$ .

plasmon pour ces trois métaux. Ces mesures ont été effectuées à 90 K, 515 K et 795 K. D’autre part, à 300 K existent les données issues de diverses équipes et compilées par Palik [42]. Dans le cas de l’argent, la résonance est bien marquée et sa forme varie sensiblement avec la température indiquant la possibilité d’une variation importante de la force de Casimir avec les variations de la constante diélectrique. C’est pourquoi nous avons préférentiellement étudié ce métal.

La formule de Lifshitz (4.9) contient une somme sur les fréquences imaginaires entre 0 et l’infini. Il est donc nécessaire de connaître la constante diélectrique des miroirs sur l’axe imaginaire. La formule de Kramers-Kronig réécrite sur l’axe imaginaire permet de relier la constante diélectrique sur cet axe à la partie imaginaire de la constante diélectrique sur l’axe réel [70]

$$\epsilon(i\xi) = 1 + \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{\infty} \frac{x\epsilon''(x)}{x^2 - \xi^2} dx \quad (4.21)$$

Le problème vient du fait que l’on ne connaît la partie imaginaire de la constante diélectrique que sur une partie du spectre alors qu’en théorie il faudrait la connaître partout. En dehors du domaine étudié par Winsemius et al., nous avons pris les données de Palik à  $T = 300$  K. Deux types de raccord ont été effectués

- reprise pure et simple des valeurs de Palik entre 0 et 2.8 eV et au-delà de 5.4 eV (traitement (a)).
- multiplication des valeurs de Palik par 0.81 pour des énergies inférieures à 2.8 afin de raccorder les valeurs de Palik et Winsemius en 2.8 eV (traitement (b)).

On définit deux types de température. On appelle  $T$  la température des matériaux et du vide les séparant et  $T_{diel}$  la température à laquelle les propriétés optiques des matériaux ont été prises pour faire le calcul de la force. On calcule ainsi la force  $F(T, T_{diel})$   $T = 90$  ou  $300$  K et  $T_{diel} = 90$  ou  $300$  K. Les résultats sont reproduits dans la table 4.1.

Dans cette table, seuls les résultats pour lesquels les deux températures sont égales ont un sens. Nous avons néanmoins calculé des quantités comme  $F(90, 300)$  correspondant à une force calculée à 90 K avec des propriétés “classiques” de matériau c’est-à-dire prises à température ambiante à 300 K. Ce type de calcul correspond à ceux habituellement faits lorsqu’on calcule la force de Casimir sans prendre en compte les variations des propriétés optiques avec la température. Si l’on veut voir l’influence de la température sur les fluctuations du vide telle qu’elle a été déjà décrite [87, 88], il faut comparer des calculs à des températures différentes pour lesquels les constantes diélectriques prises sont les mêmes. Par exemple, comparer pour les cas (a) et (b)

$F(90, 90)$  et  $F(300, 90)$ . On peut de même comparer  $F(90, 300)$  et  $F(300, 300)$ . On voit que cette correction existe à grande distance pour disparaître quand les distances de séparation approchent la dizaine de nanomètres.

L'influence de la dépendance des propriétés optiques avec la température s'étudie en comparant des calculs de  $F(90, 90)$  avec  $F(90, 300)$  ou encore de  $F(300, 90)$  avec  $F(300, 300)$ . On voit aux températures habituelles qu'il n'y a pas de différences entre ces calculs pour des distances importantes. Ces corrections n'apparaissent que pour des distances courtes c'est-à-dire inférieures à 100 nm. On retrouve donc bien, comme prévu, que les corrections de température habituelles de la force de Casimir ont lieu à grande distance tandis que celles dues à la variation des propriétés optiques ont lieu à courte distance. Néanmoins, on trouve que ces corrections sont très faibles (inférieures au %) et bien inférieures à ce que l'on peut détecter à l'heure actuelle. De plus, il semble que les corrections ne vont pas dans le sens de celles prédites en faisant la simple analyse faite précédemment à l'aide d'un modèle de Drude. On avait, dans le cadre de ce modèle prédit une diminution de la force avec la température. Il semble ici que l'on a en fait une augmentation avec la température, dans les deux types de raccords que nous avons effectués. Ainsi, les analyses basées sur une variation avec la température des paramètres d'un modèle de Drude apparaissent insuffisante. Une analyse plus fine, basée sur l'étude de matériaux réels nécessite cependant d'avoir des mesures de propriétés optiques sur un spectre plus large que celui considéré par Winsemius et al.

Cependant, nous avons aussi étudié la sensibilité de la force de Casimir à un bruit sur les propriétés optiques. Nous avons pris les données de Palik et nous avons multiplié la partie imaginaire de la constante diélectrique par un nombre au hasard tiré entre 0.8 et 1.2. Nous voyons dans la colonne  $F(300, 300)$  "bruité" de la table 4.1 que la force est modifiée d'à peine 1% et seulement aux courtes échelles de distances. Ainsi, la force de Casimir semble donc robuste vis-à-vis des variations de la constante diélectrique. Des variations de la force existent lorsque les propriétés optiques changent mais restent cantonnées à de petites variations.

## 4.4 Perspectives

Comme il a déjà été dit précédemment, le domaine d'application des forces de Casimir s'est considérablement élargi avec le développement des nanotechnologies. De nombreux groupes de physiciens théoriciens se sont attachés à calculer tous les types de corrections susceptibles de modifier cette force. Ces corrections vont, semble-t-il être très prochainement accessibles à la mesure. Les propriétés optiques des matériaux vont devoir être particulièrement bien déterminées pour permettre des prédictions très fines. En ce qui concerne les ondes de surfaces, nous avons vu que certains modes donnaient une contribution répulsive à la force. Il semble qu'il soit possible de jouer sur la géométrie des corps en interaction afin d'augmenter ces contributions répulsives et de changer le signe de la force [89]. Pour ma part, j'ai travaillé dans ce domaine de recherche un peu par hasard en étudiant les modifications de densités d'état électromagnétique en champ proche près des interfaces. Mes nouvelles recherches au laboratoire d'études thermiques sur la conduction aux courtes échelles sont assez éloignées des forces de Casimir. Je ne pense donc pas travailler plus sur ce sujet passionnant et qui sans nul doute continuera d'attirer l'attention de nombreux physiciens.

## Chapitre 5

# Transfert conductif aux courtes échelles de temps et d'espace

### 5.1 Introduction.

Ce chapitre traite d'études faites récemment sur la conduction aux courtes échelles de temps et d'espace. Cette problématique va devoir être de plus en plus abordée à cause du développement des nanotechnologies. En effet, des transistors de taille nanométrique sont ouvertement envisagés pour les années 2020 [90]. De plus, des technologies de stockage de mémoire haute densité basées sur l'utilisation de pointes chauffantes placées à l'extrémité d'un microscope de champ proche sont en cours de développement [91]. Le stockage s'effectue en chauffant localement et très rapidement un substrat afin d'écrire un bit. Ce type de technologie nécessite de connaître l'évolution spatiale et temporelle du flux de chaleur. Or, à ces faibles échelles spatiales et temporelles, la conduction thermique est susceptible de différer de son comportement classique pour deux raisons [2] :

- La conduction thermique se fait par l'intermédiaire d'ondes acoustiques. Dans les cristaux, ces ondes acoustiques peuvent être identifiées aux modes propres du système dans l'approximation du potentiel harmonique. Ces modes peuvent être vus comme des quasi-particules appelées phonons qui peuvent interagir avec le matériau ou entre elles. Lorsque les distances typiques diminuent, elles peuvent devenir plus courtes que le libre parcours moyen des phonons. On passe alors d'un transport de type marche au hasard ou diffusif (obéissant à l'équation de diffusion) à un transport de type balistique.
- En conduction classique, le flux conductif est relié au gradient thermique par la loi de Fourier. Celle-ci stipule que la réponse (le flux) à l'excitation (le gradient thermique) se fait instantanément.

Un moyen de traiter ce type de problème est de revenir au comportement des porteurs de chaleur individuels à savoir les phonons. On étudie l'évolution d'une fonction de distribution  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  décrivant le nombre de phonons dans un certain volume de l'espace des phases  $d^3\mathbf{r}, d^3\mathbf{p}$  autour du point de coordonnées  $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ . L'équation d'évolution de  $f$  est l'équation de Boltzmann, qui dans sa plus grande généralité s'exprime

$$\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (5.1)$$

Les trois termes de gauche représentent l'évolution de la fonction de distribution sous l'influence respective du temps, de l'advection et d'une force extérieure. Le terme de droite représente l'évolution de la fonction  $f$  due aux collisions. Lorsque les particules que décrivent  $f$  sont des photons,

l'équation de Boltzmann n'est rien d'autre que l'équation de transfert radiatif. Il n'y a pas de force extérieure et le terme de collision n'est rien d'autre que la somme d'un terme d'absorption, d'un terme de diffusion et d'un terme d'émission. On identifie la fonction de distribution à la luminance.

Dans le cas de phonons, l'écriture du terme de collision est assez ardue, particulièrement pour traiter de l'interaction entre phonons. Ceux-ci interagissent par l'intermédiaire des termes anharmoniques du potentiel. Ces collisions ne conservent pas le nombre de particules et ne conservent pas toujours la quantité de mouvement. Ces interactions ont tendance à restaurer l'équilibre thermodynamique c'est-à-dire à forcer les phonons à suivre une distribution d'équilibre. C'est pourquoi le terme de collision de l'équation de Boltzmann est décrit par l'approximation du temps de relaxation : la fonction de distribution  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  tend vers une distribution d'équilibre  $f^0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  sur une échelle de temps de l'ordre  $\tau(\mathbf{p})$  :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = -\frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - f^0(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\tau(\mathbf{p})} \quad (5.2)$$

Dans le cadre de cette approximation, l'équation de Boltzmann s'identifie à l'équation de transfert radiatif en l'absence de diffusion. Tous les outils numériques développés pour résoudre l'équation de transfert radiatif peuvent donc être utilisés pour traiter ce cas. Tous les phénomènes et la complexité physique des interactions sont "cachés" dans  $\tau(\mathbf{p})$ .

## 5.2 Modélisation du transfert par simulation Monte Carlo.

### 5.2.1 Principe et intérêt de la méthode.

La méthode choisie dans le travail présenté ici est la méthode de Monte Carlo. Si cette méthode a été considérablement utilisée pour résoudre des problèmes radiatifs, elle l'a été très peu pour des systèmes conductifs basés sur le transport de phonons. Nous nous sommes appuyés sur les travaux pionniers de Peterson [92] et de Mazumder et Majumdar [93]. On découpe l'objet d'étude en cellules élémentaires. Chaque cellule contient un certain nombre de phonons de fréquence  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{K}$ . Chaque phonon peut se déplacer dans le cristal et aller ou non vers une autre cellule. Ces phonons peuvent aussi interagir entre eux ou avec l'environnement. Ces deux contributions (déplacement et interaction) font que la distribution des phonons dans chaque cellule est modifiée à chaque pas de temps de la simulation. C'est le nombre de phonons et leur distribution qui permet à chaque pas de temps de calculer la grandeur caractéristique de ces cellules à savoir la température.

Cette méthode possède un certain nombre d'avantages. Elle permet, comme nous le verrons, de traiter simplement les problèmes transitoires. Elle permet aussi de traiter des géométries complexes et de bien séparer les différents types d'interaction entre phonons se produisant dans le cristal. C'est sur ce dernier point que se situe notre apport original par rapport aux contributions précédentes [94]. Le principal inconvénient de cette méthode est le temps de simulation qui est important. Cependant, ce temps d'intégration ne varie pas avec la complexité du système. Cette méthode n'est donc pas compétitive sur des systèmes simples (comme celui étudié ici !) mais peut être très efficace sur des systèmes compliqués.

### 5.2.2 Méthode de Monte Carlo.

Afin de valider notre méthode, nous nous sommes intéressés au cas plan-parallèle, c'est-à-dire à la modélisation d'une couche de matériau (silicium ou germanium) de quelques microns

d'épaisseur. Le découpage consiste en un empilement de cellules (Fig5.1) suivant la direction  $z$ . Au début de la simulation, on impose une température à chacune des cellules qui se voit affecter

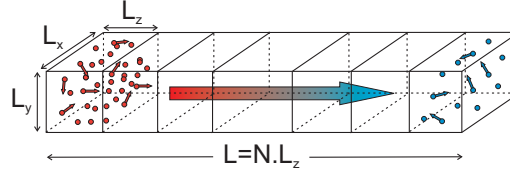


FIG. 5.1 – Modèle étudié. Empilement de cellules modélisant une géométrie plan-parallèle.

un nombre de phonons. Dans des conditions d'équilibre thermodynamique local (ETL) dont on se considérera toujours proche, le nombre de phonon par unité de volume s'exprime

$$\frac{N}{V} = \sum_p \int_0^\infty n_{p,\omega} \rho(\omega) d\omega \quad (5.3)$$

où  $\rho(\omega)$  est la densité volumique d'état,  $p$  la polarisation, et  $n_{p,\omega}$  le nombre de phonon à l'ETL

$$n_{p,\omega} = \frac{1}{\exp[\hbar\omega/(k_b T)] - 1} \quad (5.4)$$

L'énergie volumique du système de volume  $V$  considéré s'exprime en sommant sur tous les modes le produit de l'énergie du mode par sa population à l'ETL

$$\frac{E}{V} = \sum_p \int_0^\infty \hbar\omega n(\omega, p) \rho(\omega) d\omega \quad (5.5)$$

Le densité d'état pour la polarisation  $p$  s'exprime quant à elle  $\rho(\omega)d\omega = \mathbf{K}(\omega)^2 d\omega / (2\pi^2 v_{g,p})$ , où  $v_{g,p} = \partial\omega(\mathbf{K}, p) / \partial\mathbf{K}$  est la vitesse de groupe pour la polarisation  $p$ . Les polarisations prises en compte dans les matériaux considérés sont les branches acoustiques. Deux branches sont présentes. Une branche longitudinale correspondant à des vibrations se produisant dans le sens de propagation des ondes et une branche transverse dans laquelle les vibrations se produisent dans la direction perpendiculaire à la propagation. Cette deuxième branche est dégénérée deux fois (les mouvements transverse sont dans un plan) et doit donc être comptée deux fois dans les calculs de  $N$  et de  $E$ .

À température ambiante, affecter à chaque cellule le nombre de phonon prévu par les lois de distribution de l'ETL conduit à un nombre considérable de phonon. C'est pourquoi on est conduit à introduire un facteur d'échelle  $W$  et un nombre de phonon simulée  $N^*$  qui est le rapport entre le nombre réel de phonon et le facteur d'échelle. Pour affecter des phonons à chaque cellule suivant la loi de distribution proche de l'ETL, on construit une fonction de distribution de probabilité qui permet d'affecter une fréquence à chaque phonon simulé lors d'un tirage aléatoire. On effectue également un tirage aléatoire pour choisir la polarisation et un autre pour affecter la direction de propagation du phonon. On arrête le processus d'affectation de phonons lorsque l'énergie de la cellule approche de celle prévue par l'équation (5.5).

Les phonons sont ensuite soumis à une phase pendant laquelle ils se déplacent librement selon leur direction de propagation et leur vitesse. Ils peuvent changer de cellule. Lorsqu'ils atteignent les bords latéraux de la cellule ils sont réfléchis spéculairement si l'on souhaite simuler une couche plan-parallèle ou bien de manière aléatoire si l'on souhaite prendre en compte des phénomènes

de réflexion diffuse dans des systèmes confinés comme des nanofils. À la fin de cette phase, la répartition des phonons dans les cellules et donc l'énergie de chaque cellule a changé. On calcule une nouvelle température en inversant (5.5). Cette température va servir dans le calcul des temps de relaxation intervenant dans la phase suivante de la simulation : les processus collisionnels.

Les phonons peuvent interagir avec leur environnement, notamment avec les impuretés, les dislocations du cristal ou bien les défauts [95]. Ce type de processus est très semblable à ce qui se passe lorsque des photons interagissent avec des particules. Il n'y a pas de changement de fréquence mais simplement un changement de direction. Ce type d'interaction peut se traiter dans l'équation de Boltzmann en introduisant un terme de diffusion (au sens de "scattering" en anglais). Les phonons peuvent aussi interagir entre eux à cause de la présence de termes anharmoniques dans le potentiel du cristal. Les phonons sont les modes propres du cristal lorsque l'on se restreint au potentiel harmonique. Dans la réalité, ce ne sont pas des modes propres, la présence de termes d'ordre 3 autorisant des processus dans lesquelles deux phonons interagissent ensemble pour en former un troisième. Au cours de ces interactions, l'énergie est conservée, de même que la quantité de mouvement. En fait deux types de processus doivent être différenciés. Les interactions normales dans lesquelles le phonon résultant à une quantité de mouvement comprise dans la première zone de Brillouin du réseau réciproque du cristal. Dans ce cas, la quantité de mouvement est conservée stricto sensu. Le deuxième type d'interaction est celui dans lequel la quantité de mouvement résultante est située en dehors de la première zone de Brillouin. Ce vecteur d'onde est équivalent à la somme d'un vecteur d'onde de la zone de Brillouin et d'un vecteur du réseau réciproque. Ce sont les processus Umklapp (Fig.5.2). Ces derniers sont responsables de la conductance thermique finie du matériau. En effet, les processus respectant la conservation de la quantité de mouvement ne peuvent introduire de résistance thermique. On comprend facilement que ce type d'interaction ne peut pas se traiter comme un vulgaire

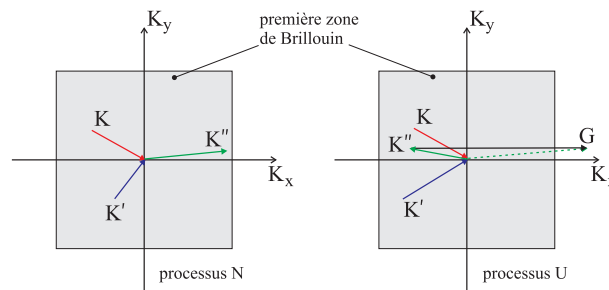


FIG. 5.2 – Processus Normaux et processus Umklapp dans un cristal.

terme de diffusion avec une fonction phase. Deux problèmes se posent en effet. Le nombre de particules n'est pas conservé et la fréquence des phonons est changée. Les interactions Umklapp introduisent de la résistance thermique, c'est-à-dire qu'elles ont tendance à ramener les phonons vers une distribution d'équilibre. C'est pourquoi on traite ces processus dans l'approximation du temps de relaxation. Il faut alors calculer ces temps et c'est un défi considérable de les obtenir [96, 97, 98]. En utilisant des valeurs de  $\tau(\omega)$  utilisées dans le passé et en combinant les différents phénomènes d'interaction [94], nous avons finalement calculé un temps de relaxation pour chaque fréquence que l'on calcule à la température  $T^*$ . Si  $\Delta t$  est le pas de temps de la simulation, un phonon de fréquence  $\omega$  aura une probabilité d'interaction

$$P_{coll}(\omega) = 1 - e^{-\Delta t/\tau(\omega)} \quad (5.6)$$

Pour chaque phonon, on tire un nombre entre 0 et 1. Si ce nombre est inférieur à  $P_{coll}$  le phonon

est diffusé sinon il reste dans le même état. Il convient alors de créer un certain nombre de phonons pour mimer le fait que les phonons ont leur distribution qui relaxe vers la distribution d'équilibre. On les crée suivant la même procédure qu'à l'initialisation mis à part que cette distribution est modulée par la probabilité de collision afin de respecter la loi de Kirchhoff (la destruction équilibre les créations à l'équilibre). C'est ici que se situe la différence principale avec les travaux de Mazumder et Majumdar [93]. Leur simulation redistribuait les phonons diffusés selon la température  $T^*$ . Nous avons montré que ce traitement ne conservait pas l'énergie. Une fois ce processus terminé, les phonons peuvent à nouveau poursuivre leur trajectoire selon leur vecteur d'onde. Deux cellules ont cependant un rôle à part. Il s'agit des cellules dans lesquelles on impose la température. Dans ces deux cellules, on initialise à chaque pas de temps les phonons selon la température assignée. On a alors pour ces deux cellules, deux "corps noirs" de phonons.

### 5.2.3 Résultats.

Pour valider la méthode, nous l'avons testé dans des configurations où l'équation de la chaleur doit être valable. Nous avons simulé une tranche de germanium à température ambiante d'épaisseur micrométrique. Nous avons considéré une pile de 40 cellules de 50 nm d'épaisseur selon  $z$  et de 500 nm d'épaisseur selon  $x$  et  $y$ . Nous avons un facteur  $W$  de 80000. Nous avons imposé à cette pile des températures extrêmes de 290 K et 310 K. À l'instant  $t = 0$ , toutes les cellules sont à 290 K sauf celles à 310 K. Nous avons comparé notre simulation avec une solution analytique de l'équation de la chaleur. On remarque sur la Fig. 5.3 un excellent accord si l'on prend une diffusivité pour le germanium  $\alpha = 3.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  (valeur expérimentale à 300 K). Nous sommes

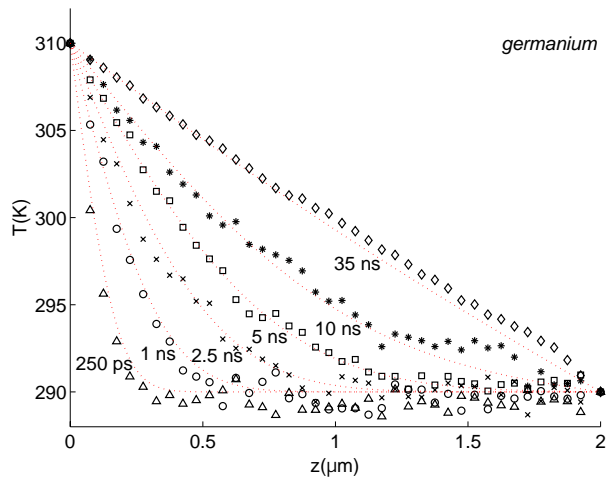


FIG. 5.3 – Température dans une tranche de germanium. Comparaison entre la simulation par méthode de Monte Carlo dans le régime de diffusion (Fourier) avec une solution analytique de l'équation de la chaleur.

alors dans le régime de diffusion : le libre parcours moyen des phonons est très inférieur à la taille de l'objet étudié. Les phonons sont diffusés et subissent une sorte de marche au hasard, processus qui conduit systématiquement à un régime de diffusion [1]. Notons que pour ces simulations on peut avoir accès au flux conductif dans la pile. En se plaçant en régime permanent, il est possible d'en déduire la conductivité du matériau étudié. Nous avons ainsi effectué des simulations qui nous ont permis de retrouver les conductivités du silicium et du germanium à quelques % des valeurs mesurées sur une plage de température allant de 100 K à 500 K.

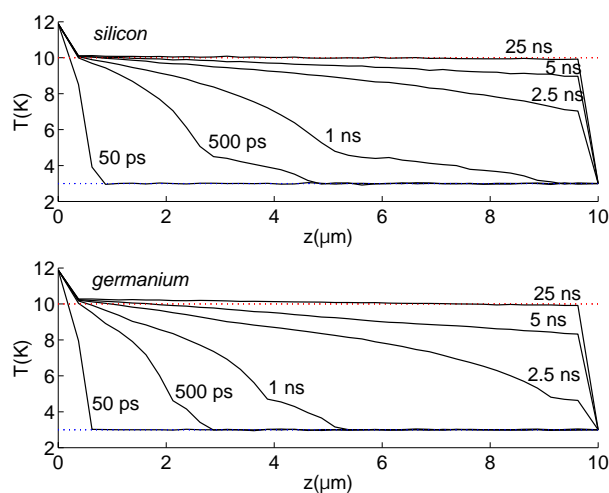


FIG. 5.4 – Température dans une tranche de silicium et de germanium au cours du temps à basse température (régime balistique).

Nous avons testé notre méthode à basse température où les interactions par processus Umklapp deviennent négligeables. Dans ce cas, les phonons interagissent principalement avec les défauts, les impuretés et les dislocations. En fait les phonons ont tendance à “voler” directement d’une extrémité de la pile à l’autre. Nous avons donc considéré une pile de 40 cellules de 500 nm de côté et de 250 nm d’épaisseur. Les températures sont à 3 K à  $t = 0$  sauf sur une cellule du bord qui est à 12 K. Nous avons effectué des simulations pour le germanium avec un facteur  $W = 30$  et  $W = 20$  pour le silicium. Les résultats sont présentés sur la Fig. 5.4. On voit que pour les deux matériaux la température finale tend vers la demi-somme des puissances quatrième de la température. C’est le résultat obtenu en rayonnement dans un milieu optiquement mince placé entre deux plaques noires. La physique et la statistique des phonons et des photons étant la même dans cette configuration, il n’est pas surprenant de trouver ce résultat. On observe également au cours du temps deux “bosses” de température se déplacer du chaud vers le froid. La plus rapide correspond à la transmission de chaleur par les ondes longitudinales qui sont plus véloces et la deuxième par les ondes transverses.

À une température donnée, on se doute donc que c’est la comparaison entre le libre parcours moyen des phonons et la taille du système qui déterminera la nature du régime de conduction dans lequel on se situe. Nous avons ainsi simulé des échantillons plan-parallèles de silicium de différentes tailles entre 290 K et 310 K. Nous voyons sur la Fig. 5.5 que lorsque la taille de l’échantillon simulé diminue, on passe progressivement d’une situation de régime de Fourier à une situation de régime balistique. On observe ainsi des situations intermédiaires entre les régimes balistique et de Fourier qui ne sont pas calculables analytiquement. On notera que ces situations sont celles qui peuvent apparaître pour les objets microscopiques qui constituent les semi-conducteurs ou les microsystèmes électromécaniques. On constate donc qu’à ces échelles le régime purement diffusif n’est pas atteint sans que l’on soit dans le régime balistique. Il est donc nécessaire de traiter le problème dans sa complexité ce que permet l’outil développé ici.

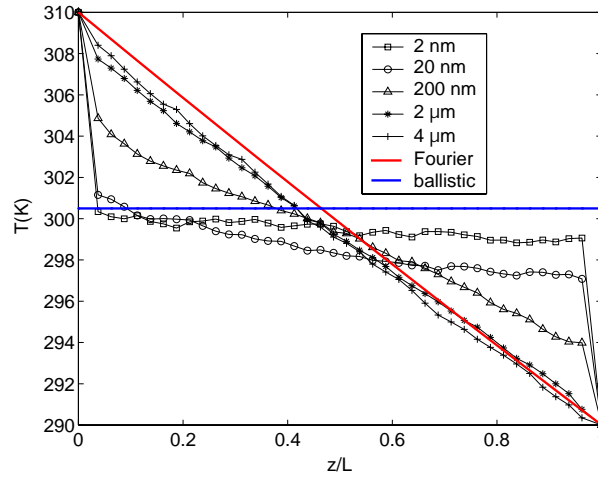


FIG. 5.5 – Température en fonction de la distance en régime permanent d’un échantillon plan-parallèle de silicium pour différentes épaisseurs totales.

### 5.3 Perspectives.

La méthode développée précédemment ne va pas s’arrêter à l’étude d’échantillons plan-parallèles de matériaux divers et variés. Son application future s’oriente vers l’étude de propriétés thermiques d’objets de petites tailles comme les nanofils de silicium ou les nanotubes de carbone. Les nanofils, plus que les échantillons plan parallèles de petites tailles sont les objets typiques intervenant dans les semiconducteurs ou les microsystèmes. Leur futur rôle pourrait devenir important dans la conception et la réalisation de nouveaux matériaux thermoélectriques plus performants [99].

Ces objets ont été beaucoup étudiés récemment à travers différentes méthodes. La dynamique moléculaire [100] ou des estimations de conductivité en reprenant les théories de Holland et Callaway ont produit des résultats intéressants [101]. Dans tous les cas, il faut recalculer les modes propres dans un tel fil, analytiquement en reprenant la théorie des ondes acoustiques guidées [102], ou par dynamique moléculaire [103]. Les modes dans les nanofils sont modifiés par rapport à ce qu’ils sont dans le matériau massifs. Le nanofil est un peu l’équivalent d’une fibre optique : seuls certains modes peuvent se propager. S’il y a moins de modes à disposition pour transmettre les ondes acoustiques, la chaleur a plus de mal à être transmise : la conductivité baisse. Des expériences ont mis en évidence ces caractéristiques [104]. À basse température, il a même été montré que la conductance s’écrivait comme le produit du nombre de modes par un quantum de conductance [105]. Les calculs effectués jusqu’à présent ont pu reproduire les expériences [103], mais en ajustant certains paramètres comme la part de réflexion diffuse dans la réflexions des modes aux interfaces. De plus, dans ces calculs, un certain nombre de faits n’ont pas été étayés comme l’utilisation telle quelle des temps de relaxation des modes du matériau massif appliqués aux modes du nanofils.

Nous travaillons actuellement sur le calcul de la conductance d’un tel nanofil à l’aide de la méthode de Monte Carlo. Nous déterminons les modes propres du nanofil. Nous calculons à l’aide de la théorie de Klemens [106], le temps de relaxation Umklapp pour ces modes. Nous en déduisons à l’aide de la simulation de Monte Carlo la variation de la température dans ces nanofils nous aidant ainsi à comprendre le comportement thermique de ces objets.



## Chapitre 6

# Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire s'est déroulé sur une période d'environ sept ans. Il a suivi mon doctorat en astronomie qui portait sur la turbulence et la chimie du milieu interstellaire et a été en rupture presque complète avec mon travail de thèse. Le thème fédérateur de ce travail a été le transfert d'énergie et de moment aux courtes échelles.

Nous avons étudié dans un premier temps le rôle joué par les ondes de surface sur les propriétés des champs thermiques. Nous avons vu en particulier que ces ondes changeaient radicalement les propriétés de cohérence du champ électromagnétique en champ proche. Nous avons montré que ces propriétés s'expliquent en tenant compte de l'augmentation de la densité d'état électromagnétique près des interfaces où se propagent les ondes de surface. Nous avons vu ainsi que le champ électromagnétique thermique en champ proche pouvait, suivant la distance à l'interface, être plus cohérent ou moins cohérent qu'un corps noir. Nous avons montré que les propriétés de grande cohérence du champ électromagnétique pouvaient être exploitées pour concevoir des sources thermiques émettant en champ lointain avec une grande cohérence spatiale. Nous avons expliqué aussi que cette densité d'état pouvait *a priori* être mesurée par des techniques optiques de champ proche comme la microscopie optique de champ proche. En présence de modes de surface, une nouvelle technique de microscopie optique de champ proche sans éclairage paraît même envisageable.

Nous avons également étudié le rôle des ondes de surface dans les transferts d'énergie et de moment. Le premier cas traitait du transfert par rayonnement en champ proche tandis que le second se rapportait à une force : la force de Casimir. Nous avons pu montrer en champ proche la présence d'un nouveau canal de transfert se faisant aux fréquences des ondes de surfaces couplées entre deux matériaux. Nous avons vu qu'à des distances nanométriques le transfert pouvait être augmenté de plusieurs ordres de grandeurs. Des applications sont envisageables dans le refroidissement ou le chauffage de composants électroniques ainsi que pour des applications thermophotovoltaïques. Nous pouvons aussi imaginer qu'une assemblée de particules chauffée et située à des distances les unes des autres inférieures aux longueurs d'ondes infrarouges puissent abaisser leur température par ce mode de refroidissement. Nous montons à l'heure actuelle une expérience pompe-sonde avec un laser femtoseconde pour vérifier cette hypothèse. Nous avons aussi montré que les guides d'ondes peuvent être d'excellents candidats pour obtenir les propriétés et les résultats que nous avons observés avec des matériaux supportant des ondes de surface. L'intérêt des guides d'ondes est que l'on peut utiliser les deux polarisations du champ électromagnétique, que l'on peut obtenir de grandes longueurs de cohérence et que l'on peut *a priori* choisir le guide de telle manière à obtenir des propriétés intéressantes à une fréquence voulue. En champ proche nous avons confirmé que la force de Casimir pouvait s'interpréter comme un échange de moment entre modes de surfaces couplés. Il paraît même possible de jouer sur ces

modes pour changer le signe de la force. Nous avons également cherché les conditions que devrait remplir des métamatériaux magnétiques pour changer le signe de la force de Casimir ou tout du moins l'atténuer. Rappelons qu'avec le développement des nanotechnologies, l'influence de cette force dans les nano-systèmes pourrait devenir gênante et qu'il est donc important d'en connaître tous les ressorts.

Nous avons enfin abordé le problème de la conduction aux courtes échelles de temps et d'espace. Là encore, avec le développement des nanotechnologies et des nano-objets, le problème de l'évacuation des flux de chaleur se pose de manière de plus en plus insistante. De plus, on sait que ces nano-objets peuvent être soumis à des cycles de chauffage sur des périodes inférieures à la nanoseconde. Pour étudier sérieusement les échanges de chaleur à ces échelles de temps, nous avons dû abandonner les lois physiques classiques de la conduction pour revenir à l'étude de l'équation de transport de Boltzmann. Nous avons choisi de résoudre cette équation numériquement par une méthode de Monte Carlo. Cette méthode a maintenant été validée et nous allons l'appliquer à des nanosystèmes de types nanofils. Par ailleurs, nous développons une autre méthode de résolution numérique de l'équation de Maxwell basée sur l'utilisation d'une méthode de type "ordonnées discrètes". Nous allons appliquer ces méthodes numériques au problème expérimental auquel nous nous sommes attaqués à savoir le refroidissement d'agrégats métalliques prisonniers d'une matrice transparente. Ces agrégats sont chauffés par un laser de type Titane Saphir dans l'infrarouge. Ils sont sondés à des fréquences dans le visible se situant aux alentours de leur résonance de plasmon de surface. Ces mesures permettront de connaître l'évolution en température d'agrégats et de tester les modèles de conduction élaborés.

# Bibliographie

- [1] A. Einstein. *Annalen der Physik*, 17 :549–560, 1905.
- [2] D.G. Cahill, W.K. Ford, K.E. Goodson, G.D. Mahan, A. Majumdar, H.J. Maris, R. Merlin, and S.R. Phillpot. Nanoscale thermal transport. *J. Appl. Phys.*, 93 :793–818, 2003.
- [3] S.M. Rytov. *Sov. Phys. JETP*, 6 :130, 1958.
- [4] S.M. Rytov, Y.A. Kravtsov, and V.I. Tatarskii. *Principles of Statistical Radiophysics*, volume 3. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [5] D. Polder and D. Van Hove. *Phys. Rev. B*, 4 :3303, 1971.
- [6] H. Raether. *Surface Plasmons*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [7] V.M. Agranovitch and D.M. Mills. *Surface Polaritons*. North-Holland, Amsterdam, 1982.
- [8] E.N. Economou and K.L. Ngai. *Adv. Chem. Phys.*, 27 :265, 1974.
- [9] F. Pincemin, A.A. Maradudin, A.D. Boardman, and J.-J. Greffet. *Phys. Rev. B*, 50 :1526, 1994.
- [10] P. Langevin. *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, 146 :530, 1908.
- [11] H.B. Callen and T.A. Welton. Irreversibility and generalised noise. *Phys. Rev.*, 83 :34, 1951.
- [12] G.S. Agarwal. *Phys. Rev. A*, 11 :230, 1975.
- [13] G.S. Agarwal. *Phys. Rev. A*, 11 :243, 1975.
- [14] G.S. Agarwal. *Phys. Rev. A*, 11 :253, 1975.
- [15] L. Mandel and E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [16] R. Carminati and J.-J. Greffet. Near-field effects in spatial coherence of thermal sources. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :1660, 1999.
- [17] A.V. Shchegrov, K. Joulain, R. Carminati, and J.-J. Greffet. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :1548, 2000.
- [18] C. Henkel, K. Joulain, R. Carminati, and J.-J. Greffet. *Opt. Commun.*, 186 :57, 2000.
- [19] K. Joulain, R. Carminati, and J.-J. Greffet J.-P. Mulet. Definition and measurement of the local density of electromagnetic states close to an interface. *Phys. Rev. B*, 68 :245405, 2003.
- [20] J.E. Sipe. *J. Opt. Soc. Am. B*, 4 :481, 1987.
- [21] C.-T. Tai. *Dyadic Green's functions in electromagnetic theory*. Oxford University Press, Oxford, 2nd edition, 1996.
- [22] F. Wijnands, J.B. Pendry, F.J. Garcia-Vidal, P.J. Roberts, and L. Martin-Moreno. *Opt. Quantum Electron.*, 29 :199, 1997.

- 
- [23] C. Chicanne, T. David, R. Quidant, J.C. Weeber, Y. Lacroute, E. Bourillot, A. Dereux, G. Colas des Francs, and C. Girard. Imaging the local density of states of optical corrals. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :097402, 2002.
- [24] G. Colas des Francs, C. Girard, J.-C. Weeber, C. Chicanne, T. David, A. Dereux, and D. Peyrade. Optical analogy to electronic quantum corrals. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :4950, 2001.
- [25] J. Tersoff and D.R. Hamann. *Phys. Rev. B*, 31 :805, 1985.
- [26] R. Carminati and J.-J. Saenz. Scattering theory of bardeen’s formalism for tunneling : New approach to near-field microscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :5156, 2000.
- [27] J.A. Porto, R. Carminati, and J.-J. Greffet. *J. Appl. Phys.*, 88 :4845, 2000.
- [28] D. Van Labeke and D. Barchiesi. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10 :2193, 1993.
- [29] R. Petit. *Electromagnetic Theory of Gratings*. Springer Verlag, 1980.
- [30] M. Nieto-Vesperinas and J.M. Soto Crespo. Light diffracted intensities from very deep gratings. *Phys. Rev. B*, 38 :7250–7259, 1988.
- [31] A. Sentenac and J.-J. Greffet. Scattering by deep inhomogeneous gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 9 :996–1006, 1992.
- [32] F. Montiel and M. Nevière. Differential theory of gratings : extension to deep gratings of arbitrary profile and permittivity through the r-matrix propagation algorithm. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11 :3241–3250, 1994.
- [33] H. Kogelnik. Coupled wave theory for thick hologram gratings. *Bell Syst. Tech. J.*, 48 :2909–2947, 1969.
- [34] M.G. Moharam and T.K. Gaylord. Rigorous couples-wave analysis of planar grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am.*, 71 :811–818, 1981.
- [35] P. Lalanne and G.M. Morris. Highly improved convergence of the coupled-wave method for tm polarization. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13 :779–784, 1996.
- [36] L. Li. Use of fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13 :1870–1876, 1996.
- [37] N. Chateau and J.P. Hugonin. Algorithm for the rigorous coupled-wave analysis of grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11 :1321–1331, 1994.
- [38] K. Joulain, J.-P. Mulet, F. Marquier, R. Carminati, and J.-J. Greffet. Surface electromagnetic waves thermally excited : Radiative heat transfer, coherence properties and casimir forces revisited in the near field. *Surf. Sci. Rep.*, 57(3-4) :59–112, 2005.
- [39] F. Marquier, K. Joulain, J.P. Mulet, R. Carminati, and J.-J. Greffet. *Opt. Commun.*, 237 :379, 2004.
- [40] E. Wolf. Non-cosmological red-shifts of spectral lines. *Nature*, 326 :363–365, 1987.
- [41] F. Marquier. *Interaction des ondes de surface avec des microstructures périodiques. Emission thermique cohérente et transmission résonnante*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, Chatenay-Malabry, Octobre 2004.
- [42] E.D. Palik. *Handbook of Optical constants of Solids*. Academic Press, San Diego, 1991.
- [43] F. Marquier, K. Joulain, J.-P. Mulet, R. Carminati, and J.-J. Greffet. Coherent spontaneous emission of light by thermal sources. *Phys. Rev. B*, 69 :155412, 2004.
- [44] J.-J. Greffet, R. Carminati, K. Joulain, J.-P. Mulet, S. Mainguy, and Y. Chen. Coherent emission of light by thermal sources. *Nature*, 416 :61, 2002.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [45] Y. Dewilde and F. Formanek. Private communication.
- [46] E.G. Cravalho, C.L. Tien, and R.P. Caren. Effect of small spacings on radiative transfer between two dielectrics. *J. Heat Trans.*, 89 :351, 1967.
- [47] R.F. Boehm and C.L. Tien. Small spacing analysis of radiative transfer between parallel metallic surfaces. *J. Heat Trans.*, 92 :405, 1970.
- [48] J.P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, and J.-J. Greffet. *Micr. Thermophys. Eng.*, 6 :209, 2002.
- [49] I. Dorofeyev. Energy dissipation rate of a sample-induced thermal fluctuating field in the tip of a probe microscope. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 31 :600, 1998.
- [50] J.B. Pendry. *J. Phys. : Condens. Matter*, 11 :6621, 1999.
- [51] A.I. Volokitin and B.N.J. Persson. *Phys. Rev. B*, 63 :205404, 2001.
- [52] J.P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, and J.-J. Greffet. *Appl. Phys. Lett.*, 78 :2931, 2001.
- [53] C.F. Bohren and D.R. Huffman. *Absorption and Scattering of light by small particles*. Wiley, New York, 1983.
- [54] G. Domingues, S. Volz, K. Joulain, and J.-J. Greffet. Heat transfer between two nanoparticles through near field interaction. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :085901, 2005.
- [55] L.A. Apresyan and Yu. A. Kravtsov. *Radiation Transfer. Statistical and wave aspects*. Gordon and Breach, Amsterdam, 1996.
- [56] Yu. N. Barabanenkov. On the spectral theory of radiation transport equations. *Sov. Phys. JETP*, 29 :679–684, 1969.
- [57] M.F. Modest. *Radiative Heat Transfer*. Academic Press, San Diego, second edition, 2003.
- [58] C. Kittel. *Introduction to solid state physics*. John Wiley and sons, New-York, 7th edition, 1996.
- [59] M. Laroche. *Rôle des ondes de surface dans la modification des propriétés radiatives de matériaux microstructurés. Application à la conception de sources infrarouges et à l'effet thermophotovoltaïque des propriétés radiatives de matériaux microstructurés*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, Châtenay-Malabry, Novembre 2005.
- [60] H.B.G. Casimir. *Proc. Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap.*, 51 :793, 1948.
- [61] E.M. Lifshitz. *Sov. Phys. JETP*, 2 :73, 1956.
- [62] J.D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley and sons, New-York, 2nd edition, 1975.
- [63] J. Schwinger, L.L. DeRaad, and K.A. Milton. *Annals of Physics*, 115 :1–23, 1978.
- [64] P.W. Milonni, R.J. Cook, and M.E. Goggin. *Phys. Rev. A*, 38 :1621, 1988.
- [65] V. Hushwater. *Am. J. Phys.*, 65 :381, 1997.
- [66] C. Genet, A. Lambrecht, and S. Reynaud. Casimir force and the quantum theory of lossy optical cavities. *Phys. Rev. A*, 67 :043811, 2003.
- [67] O. Kenneth, I. Klich, A. Mann, and M. Revzen. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :033001, 2002.
- [68] E. Buks and M.L. Roukes. Casimir force changes sign. *Nature*, 419 :119, 2002.
- [69] C. Henkel, K. Joulain, J.-P. Mulet, and J.-J. Greffet. *Phys. Rev. A*, 69 :023808, 2004.
- [70] A. Lambrecht and S. Reynaud. *Eur. Phys. J. D.*, 8 :309, 2000.
- [71] R.A. Shelby, D.R. Smith, and S. Shultz. *Science*, 292 :77, 2001.

- [72] A. Grbic and G. V. Eleftheriades. Overcoming the diffraction limit with a planar left-handed transmission-line lens. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :117403, 2004.
- [73] V.G. Veselago. *Sov. Phys. Usp.*, 10 :509, 1968.
- [74] J.B. Pendry. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :3966, 2000.
- [75] N. Garcia and M. Nieto-Vesperinas. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :207403, 2002.
- [76] D. Maystre and S. Enoch. *J. Opt. Soc. Am. A*, 21 :122–131, 2004.
- [77] S. Linden, C. Enkrich, M. Wegener, J. Zhou, T. Koschny, and C.M. Sokoulis. *Science*, 306 :1351, 2004.
- [78] T.H. Boyer. Van der waals forces and zero-point energy for dielectric and permeable materials. *Phys. Rev. A*, 9 :2078, 1974.
- [79] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, and W.J. Stewart. *IEEE trans. Microwave Theory Tech*, 47 :2075, 1999.
- [80] L. Landau and E. Lifschitz. *Electrodynamics of continuous media*. John Wiley and sons, New-York, 7th edition, 1996.
- [81] D.R. Smith, J.B. Pendry, and M.C.K. Wiltshire. *Science*, 305 :788, 2004.
- [82] S.K. Lamoreaux. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :5, 1997.
- [83] C. Henkel and K. Joulain. Casimir force between designed materials : What is possible and what not. *Europhys. Lett.*, 72 :929–935, 2005.
- [84] J.M. Ziman. *Electrons and Phonons*. Oxford University Press, Oxford, 1960.
- [85] C. Genet, A. Lambrecht, and S. Reynaud. Temperature dependence of the casimir effect between metallic mirrors. *Phys. Rev. A*, 62 :012110, 2000.
- [86] P. Winsemius, F. F. van Kampen, H.P. Lengkeek, and C.G. van Went. *J. Phys. F : Metal Phys.*, 6 :1583, 1976.
- [87] B. Geyer, G.L. Klimchitskaya, and V.M. Mostepanenko. Surface-impedance approach solves problems with the thermal casimir force between real metals. *Phys. Rev. A*, 67 :062102, 2003.
- [88] I. Brevik, J.B. Aarseth, J.S. Hoye, and K.A. Milton. Temperature dependence of the casimir effect. *Phys. Rev. E*, 71 :056101, 2005.
- [89] F. Intravaia and A. Lambrecht. Surface electromagnetic waves thermally excited : Radiative heat transfer, coherence properties and casimir forces revisited in the near field plasmon modes and the casimir energy. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :110404, 2005.
- [90] International technology roadmap for semiconductors.
- [91] P. Vettiger, G. Gross, M. Despont, U. Dreschler, U. Dürig, B. Gotsmann, W. Häberle, M.A. Lantz, H.E. Rothuizen, R. Stutz, and G.K. Binnig. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 1 :39–55, 2001.
- [92] R.B. Peterson. *ASME J. Heat Transfer*, 116 :815–822, 1994.
- [93] S. Mazumder and A. Majumdar. *ASME J. Heat Transfer*, 123 :749–759, 2001.
- [94] D. Lacroix, K. Joulain, and D. Lemonnier. Monte carlo transient phonon transport in silicon and germanium at nanoscales. *Phys. Rev. B*, 72 :064305, 2005.
- [95] G.P. Srivastava. *The physics of phonons*. Adam Hilger, Bristol, UK, 1990.
- [96] P.G. Klemens. *Proc. Roy. Soc. A*, 208 :108–133, 1951.
- [97] C. Herring. *Phys. Rev.*, 95 :954–965, 1954.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [98] Y.-J. Han and P.G. Klemens. *Phys. Rev. B*, 48 :6033–6042, 1993.
- [99] G. Mahan, B. Sales, and J. Sharp. *Phys. Today*, 50 :42, 1997.
- [100] S. Volz and G. Chen. *Appl. Phys. Lett.*, 75 :2056–2058, 1999.
- [101] J. Zou and A. Balandin. *J. Appl. Phys.*, 89 :12932–2938, 2001.
- [102] B.A. Auld. *Acoustic fields and waves in solids*, volume II. John Wiley and sons, New-York, 1973.
- [103] N. Mingo. *Phys. Rev. B*, 68 :113308, 2003.
- [104] D. Li, Y. Wu, P. Kim, P. Yang, and A. Majumdar. *Appl. Phys. Lett.*, 83 :2934–2936, 2003.
- [105] K. Schwab, E. A. Henriksen, J. M. Worlock, and M. L. Roukes. Measurement of the quantum of thermal conductance. *Nature*, 404 :974–977, 2000.
- [106] P.G. Klemens. Thermal conductivity and lattice vibrational modes. In F. Seitz and D. Turnbull, editors, *Solid State Physics*, volume 7. Academic Press, 1958.