

# Rotating machine vibration signals modelling using a linear and periodically time varying system.

Modélisation de signaux vibratoires d'une machine tournante  
par un système linéaire variant périodiquement dans le temps.

Pierre Granjon

Laboratoire des Images et des Signaux (LIS)

UMR CNRS 5083

domaine universitaire, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères, France

pierre.granjon@lis.inpg.fr

## Résumé

La plupart des machines tournantes contiennent, dans leurs vibrations, des composantes périodiques éventuellement modulées qu'il serait intéressant d'isoler à des fins de diagnostic. C'est l'objet de cet article, qui présente un traitement permettant d'estimer un ensemble de composantes sinusoïdales de fréquence  $\nu_c + m\nu_d$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ) noyées dans du bruit. L'originalité de la méthode exposée est due au système linéaire variant périodiquement dans le temps (LVPT) utilisé. Ce dernier, synchronisé sur l'espacement fréquentiel  $\nu_d$  des raies spectrales recherchées est alimenté par un signal sinusoïdal de fréquence  $\nu_c$ . De part ses capacités à appliquer des décalages fréquentiels, on retrouve à sa sortie toutes les fréquences des composantes en question. Un nouvel algorithme adaptatif applicable à ce type de système a été développé afin d'assurer sa convergence vers sa valeur optimale, pour laquelle il fournit la meilleure estimation des composantes recherchées au sens des moindres carrés. Cela lui permet également de suivre en temps-réel leurs éventuelles variations d'amplitude et de phase. Son emploi sur des signaux vibratoires de machines tournantes synchrones et asynchrones permet d'illustrer ses très bonnes performances.

## Abstract

Most of rotating machine vibrations contain possibly modulated periodic components, which are interesting to analyse from the point of view of diagnostic. To this end, a method to estimate sine wave components of frequency  $\nu_c + m\nu_d$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ) in wide-band noise is elaborated in this article. The originality of this processing comes from the use of a linear and periodically time-varying system. Its input is a sine wave of frequency  $\nu_c$ , and its variation is synchronised on the frequency spacing of the desired spectral components  $\nu_d$ . Thanks to its ability to apply frequency shifts, its output contains the desired frequencies, and therefore is able to correctly estimate the searched components. A new adaptive algorithm is developed to ensure the convergence of this system to its optimal value in the mean square sense. Moreover, it makes it able to follow possible amplitude and phase variation of these sine waves. Finally, its good performance are illustrated on synchronous and induction machine vibration signals.

## 1 Définition du problème

De nos jours, les machines tournantes électriques (moteurs électriques, alternateurs, engrenages, *etc*) sont utilisées dans des domaines aussi variés que le transport, l'industrie de production, ou encore l'électroménager. Leur importance économique ne cesse d'augmenter, tout comme le coût d'éventuels défauts pouvant affecter leur fonctionnement. Ce fait justifie l'effort actuel tendant à développer et à leur

appliquer des méthodes de diagnostic, en utilisant en particulier des techniques de traitement du signal.

Les vibrations générées par de telles machines constituent généralement une grandeur physique facilement accessible. En effet, elle peuvent être converties sous la forme de signaux électriques grâce à des accéléromètres piézoélectriques. Ce type de capteur présente le double intérêt de pouvoir être aisément disposé sur une quelconque installation industrielle, et de ne pas avoir un coût très élevé. Il est donc économiquement intéressant de développer des méthodes de diagnostic utilisant les vibrations.

De plus, le signal vibratoire mesuré sur une telle machine est le fruit de plusieurs phénomènes physiques (vibrations d'origine mécanique, aérodynamique, électromagnétique, *etc*). On peut donc espérer qu'il contienne un grand nombre d'informations sur « l'état de santé » du système étudié. Toutefois, cette diversité se traduit par un signal d'une grande complexité, formé de plusieurs composantes de nature statistique différente :

- une composante aléatoire généralement large-bande,
- une composante déterministe constituée d'un ensemble de raies spectrales, synchrones ou asynchrones au phénomène de rotation de la machine.

Les figures 1 et 2 illustrent cette complexité en représentant respectivement la densité spectrale de puissance d'un signal vibratoire réel mesuré sur une machine synchrone et sur une machine asynchrone.

La machine synchrone fonctionnant en alternateur, elle est entraînée par un moteur à courant continu

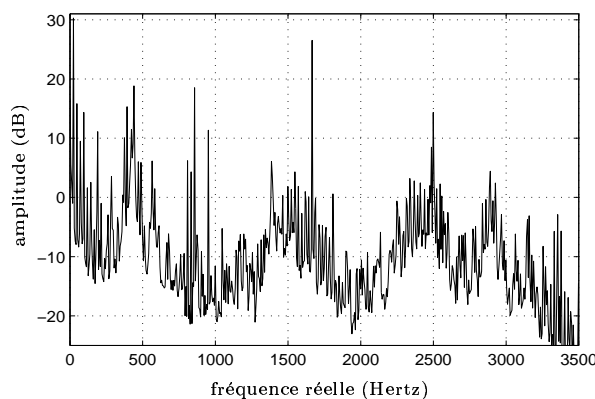


FIG. 1: Densité spectrale de puissance d'un signal vibratoire d'une machine synchrone fonctionnant en alternateur.

à une fréquence de rotation constante de  $\nu_r = 23.8$  Hertz. Or, dans le cas d'un alternateur synchrone, les grandeurs mécaniques et électriques comportent une partie synchrone au phénomène de rotation très importante. Le spectre vibratoire de la figure 1 contient donc un grand nombre des raies spectrales de fréquence multiple de  $\nu_r$ . Il peut être intéressant de développer des méthodes ayant pour but de les séparer des autres composantes du signal [6]. En effet, une fois ce prétraitement effectué, les composantes synchrones (de fréquence multiple de  $\nu_r$ ) et asynchrones constituent deux signaux vibratoires différents et beaucoup plus simples que l'original. Ils peuvent alors être « explorés » indépendamment afin d'y trouver des informations pertinentes sur l'état de la machine synchrone, et sur l'apparition éventuelle d'un défaut.

La machine asynchrone est alimentée par un système de courants triphasés équilibrés à fréquence constante  $\nu_a = 33.71$  Hertz. Ils sont générés par un onduleur commandé en modulation de largeur d'impulsions (MLI) dont la fréquence porteuse est  $\nu_{MLI} = 5$  kHz. Cette machine est utilisée en moteur, et entraîne une charge mécanique non nulle à une fréquence de rotation constante de  $\nu_r = 16.75$  Hertz. Pour un tel fonctionnement, le spectre vibratoire de cette machine se complique, et la partie asynchrone du signal de vibration devient prédominante vis-à-vis de sa partie synchrone. Elle contient par exemple des composantes périodiques réparties autour d'une fréquence centrale égale à  $\nu_{MLI}$ , et régulièrement espacées de  $\nu_a$ . Cet ensemble de raies, clairement visible autour de 5 kHz sur la figure 2, est dû aux courants d'alimentation fournis par l'onduleur contenant eux-même ce genre de composantes et engendrant des vibrations d'origine électromagnétique [4, 8]. Connaître l'emplacement et l'évolution de la phase et

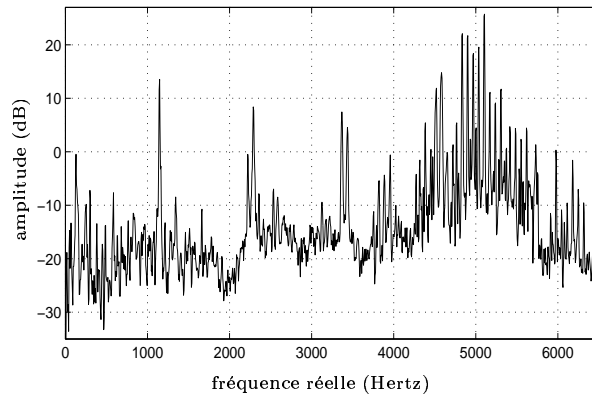


FIG. 2: Densité spectrale de puissance d'un signal vibratoire d'une machine asynchrone fonctionnant en moteur et alimentée par modulation de largeur d'impulsion.

de l'amplitude de ces composantes au cours du temps peut permettre la détection et l'identification de certains défauts de l'onduleur employé pour alimenter la machine [9].

Un traitement utile pour le diagnostic vibratoire des deux précédentes machines consiste donc à estimer un ensemble de raies spectrales espacées d'une fréquence constante  $\nu_d$ , et réparties autour d'une fréquence centrale  $\nu_c$ . En effet, dans le cas de la machine synchrone ces fréquences prennent les valeurs  $\nu_c = 0$  et  $\nu_d = \nu_r$  (fréquence de rotation de la machine), et dans celui de la machine asynchrone elles deviennent  $\nu_c = \nu_{MLI}$  (fréquence porteuse de la commande de l'onduleur donnée par le constructeur) et  $\nu_d = \nu_a$  (fréquence du fondamental des courants d'alimentation). De plus, il est à noter que dans le cas de l'apparition d'un défaut, l'amplitude et la phase des composantes estimées peuvent varier dans le temps. La méthode proposée doit donc être capable de détecter et de poursuivre ces non-stationnarités. Enfin, on peut remarquer que pour ces deux exemples, la fréquence centrale du peigne de raies à estimer  $\nu_c$  est parfaitement fixe et connue.

Ce papier présente donc un traitement permettant d'estimer un ensemble de composantes sinusoïdales de fréquence  $\nu_c + m\nu_d$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ) noyées dans du bruit, à partir d'une fréquence centrale  $\nu_c$  connue. Le développement théorique d'un tel algorithme est décrit à la section 2. Il emploie un système linéaire variant périodiquement dans le temps (LVPT), auquel est appliqué un algorithme adaptatif afin de rendre ce traitement sensible aux éventuelles variations des composantes estimées. La section 3 illustre les performances obtenues sur les signaux réels précédents.

## 2 Étude théorique

Les signaux numériques rencontrés par la suite sont supposés vérifier la condition d'échantillonnage de Shannon. Les différentes fréquences sont données sous leur forme réduite (sans dimension) notée  $\lambda$ . Celle-ci est reliée à la fréquence réelle  $\nu$  et à la fréquence d'échantillonnage  $\nu_e$ , toutes deux exprimées en Hertz, par la relation :

$$\lambda = \frac{\nu}{\nu_e} \in \left] -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$$

### 2.1 Principe général

La structure générale choisie pour résoudre ce problème est donnée par la figure 3. Le signal  $v(n)$  est censé représenter un signal vibratoire de machine tournante. Il peut donc être modélisé par la somme

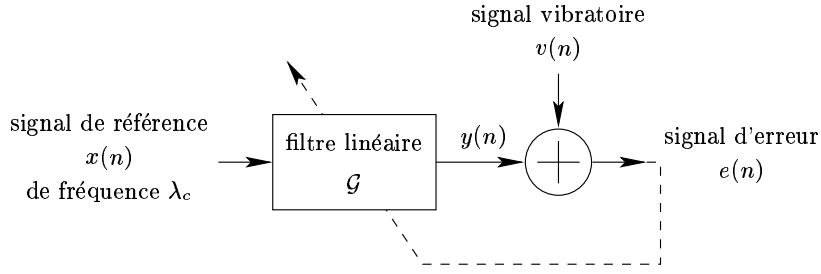


FIG. 3: Principe général du traitement réalisé.

suivante :

$$v(n) = \underbrace{\sum_m \alpha_m \cos(2\pi(\lambda_c + m\lambda_d)n + \phi_m)}_{s(n)} + b(n) = s(n) + b(n)$$

où  $s(n)$  constitue la somme des composantes sinusoïdales à estimer, et  $b(n)$  est un signal qui lui est décorrélé. Ce dernier peut par exemple être constitué d'une partie aléatoire large-bande, additionnée à des composantes sinusoïdales déterministes dont les fréquences sont différentes de celles de  $s(n)$ .

Le signal de référence  $x(n)$  alimente un filtre linéaire  $\mathcal{G}$  dont la sortie est notée  $y(n)$ . Dans le cas où ce filtre prend sa valeur optimale  $\mathcal{G}_o$ , il exploite correctement l'information fournie par son entrée, et sa sortie estime alors « au mieux » le signal  $s(n)$ .

De plus, il a été précisé à la précédente section que les amplitudes et les phases des composantes sinusoïdales recherchées sont susceptibles de varier au cours du temps. Le filtre utilisé est donc choisi adaptatif afin de pouvoir suivre ces variations, et ses paramètres sont réactualisés en fonction du signal d'erreur, ce qui est symbolisé par la boucle en trait tiret de la figure 3.

Le critère le plus communément utilisé pour juger de l'optimalité de  $\mathcal{G}_o$  est celui des moindres carrés. La valeur optimale du filtre linéaire est celle qui minimise la fonction de coût  $\mathcal{C}$ , définie comme la valeur quadratique moyenne du signal d'erreur :

$$\mathcal{C} = E[e^2(n)] \quad (1)$$

où  $E[\cdot]$  symbolise l'opérateur espérance mathématique et doit sa présence à la nature aléatoire du signal d'erreur.

Le succès d'un tel critère vient de la simplicité des calculs conduisant à sa valeur minimale si le signal d'erreur est linéaire vis-à-vis des paramètres du filtre  $\mathcal{G}$ . En effet, le coût est alors une fonction quadratique de ces paramètres, et leur valeur optimale sera celle annulant la dérivée de  $\mathcal{C}$ . De plus, ce critère est homogène à une puissance, et permet de quantifier physiquement les résultats obtenus lorsque  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_o$ . Pour ces différentes raisons, ce critère est utilisé dans la suite pour évaluer les performances de la méthode proposée.

Le signal de référence doit apporter une information sur le signal recherché. La fréquence centrale réduite de l'ensemble des composantes sinusoïdales à estimer  $\lambda_c = \frac{\nu_c}{\nu_s}$  étant connue,  $x(n)$  est choisi sinusoïdal de fréquence  $\lambda_c$ . Il en sera de même pour la sortie du filtre  $\hat{\mathcal{G}}$  si ce dernier est choisi linéaire et invariant dans le temps (LIT). En effet, il ne peut y avoir de décalage fréquentiel entre l'entrée et la sortie d'un tel système, car les signaux sinusoïdaux constituent les « signaux propres » des systèmes LIT [7, p.16]. Dans ces conditions, la seule composante du signal vibratoire  $v(n)$  pouvant être estimée par  $y(n)$  est celle dont la fréquence est  $\lambda_c$ .

Afin d'estimer également les composantes sinusoïdales de fréquence  $\{\lambda_c + m\lambda_d\}$  avec  $m \in \mathbb{Z}^*$ , ces fréquences doivent être présentes dans le signal de sortie  $y(n)$ . Pour ce faire, il est nécessaire d'employer un système linéaire provoquant des décalages fréquentiels multiples de  $\lambda_d$  entre son entrée et sa sortie. Une telle propriété est vérifiée par les systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps (LVPT) dont la fréquence de variation est  $\lambda_d$  [10, Chap.2]. Une description succincte de leur structure interne et de leurs propriétés est exposée à la section suivante.

## 2.2 Systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps (LVPT)

### 2.2.1 Définition générale et relation entrée-sortie

Supposons, dans un premier temps, le système discret  $\mathcal{G}$  de la figure 3 linéaire et variant dans le temps, sans hypothèse sur ses conditions de variation. Sa propriété de linéarité lui permet d'être entièrement caractérisé, en régime permanent, par sa réponse impulsionnelle [1]. Cette dernière, notée  $g(n, r)$ , peut être définie comme la réponse du système observée à l'instant  $n$ , à une impulsion envoyée  $r$  échantillons auparavant. La première variable du signal discret  $g(n, r)$  représente donc l'instant d'observation du système considéré, alors que la seconde est le retard entre les instants d'observation et d'excitation de ce système. Le fait que cette réponse impulsionnelle ne dépende pas uniquement de  $r$  mais aussi de  $n$  est représentatif de la variabilité du système au cours du temps. En effet, dans le cas d'un système LIT, la réponse impulsionnelle reste identique quel que soit l'instant  $n$  auquel on observe la sortie, et ne dépend donc que du retard  $r$ .

La propriété de linéarité du système  $\mathcal{G}$  permet également d'exprimer sa sortie  $y(n)$  en fonction de son entrée  $x(n)$  et de sa réponse impulsionnelle [2] :

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n, n-k)x(k) \quad (2)$$

On peut remarquer que dans le cas d'un système LIT, la réponse impulsionnelle n'étant plus fonction que de la seconde variable  $n-k$ , on retrouve une équation de convolution classique.

Dans un second temps, le système discret  $\mathcal{G}$  est supposé varier périodiquement dans le temps, avec une période de  $P$  échantillons. On peut alors montrer que la réponse impulsionnelle précédemment définie est elle-même périodique en fonction de l'instant d'observation  $n$ , et vérifie [5] :

$$g(n, r) = g(n+P, r) = g(\lfloor n \rfloor_P, r) \quad (3)$$

où  $\lfloor n \rfloor_P$  signifie «  $n$  pris modulo  $P$  ».

En reportant la propriété (3) dans l'équation (2), on trouve la relation entrée-sortie du système discret LVPT  $P$ -périodique  $\mathcal{G}$  exprimée dans le domaine temporel :

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(\lfloor n \rfloor_P, n-k)x(k) \quad (4)$$

### 2.2.2 Structure interne

Une première représentation des systèmes discrets LVPT  $P$ -périodiques peut être obtenue en exploitant la relation (3). En effet, le signal discret bidimensionnel  $g(n, r)$  étant périodique suivant  $n$ , il peut être développé en série de Fourier discrète (ou d'une manière équivalente, en transformée de Fourier discrète) suivant cette variable :

$$g(n, r) = \sum_{m=0}^{P-1} g_m(r) e^{j2\pi \frac{m}{P}n} \quad (5)$$

avec

$$g_m(r) = \frac{1}{P} \sum_{n=0}^{P-1} g(n, r) e^{-j2\pi \frac{m}{P}n} \quad (6)$$

En reportant (5) dans l'équation d'entrée-sortie (4), on obtient :

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left( \sum_{m=0}^{P-1} g_m(n-k) e^{j2\pi \frac{m}{P}(n-k)} \right) x(k) \\ &= \sum_{m=0}^{P-1} e^{j2\pi \frac{m}{P}n} \left( \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g_m(n-k) x(k) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Le signal d'entrée passe donc d'abord dans  $P$  systèmes LIT de réponse impulsionnelle  $g_m(r)$ . Les sorties de ces filtres sont ensuite modulées en amplitude par des exponentielles complexes de fréquence  $\frac{m}{P}$ . La structure correspondante est représentée sur la figure 4(a), et montre qu'un système LVPT  $P$ -périodique peut être considéré comme un banc de  $P$  filtres parallèles à sorties modulées. Cette représentation est dénommée « structure à modulation de sortie ». Son avantage est qu'elle permet d'analyser facilement l'effet de ce type de système. En effet, les différentes modulations provoquent des décalages fréquentiels multiples de  $\frac{1}{P}$ , alors que le banc de  $P$  systèmes LIT à un effet de filtrage linéaire et invariant sur l'entrée. On retrouve finalement en sortie  $P$  versions fréquentiellement décalées et filtrées de l'entrée. L'effet caractéristique d'un système LVPT  $P$ -périodique est donc *à la fois de filtrer, mais aussi de décaler le signal d'entrée en fréquence* [10], ce que ne fait pas un système LIT.

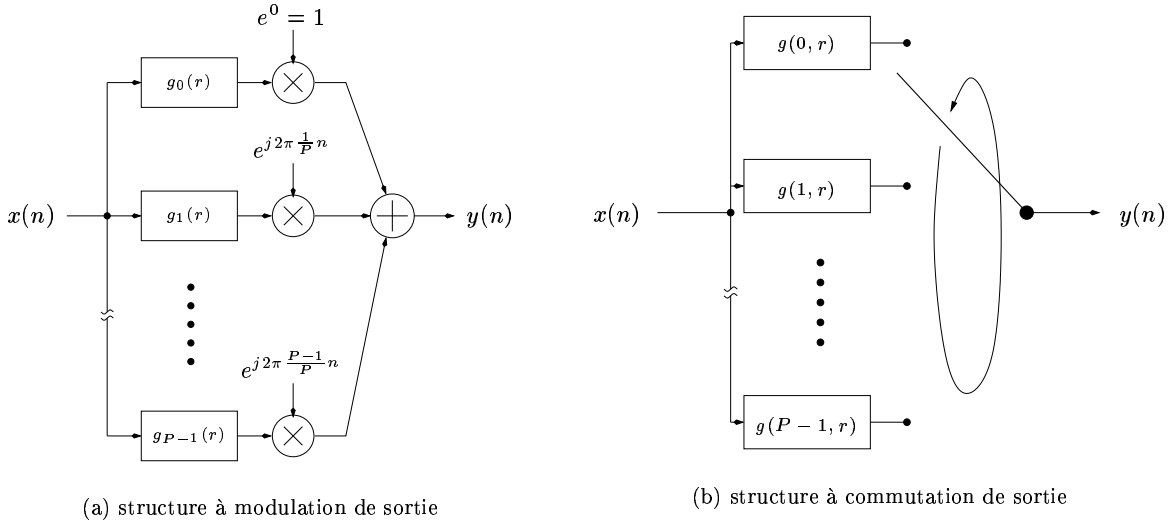


FIG. 4: Représentations des systèmes discrets LVPT  $P$ -périodiques

Une seconde représentation des systèmes LVPT peut être obtenue en exploitant directement la première forme de leur équation d'entrée-sortie (4). En effet, l'échantillon de sortie  $y(n)$  y est exprimé comme la sortie du filtre LIT de réponse impulsionnelle  $g(\lfloor n \rfloor_P, r)$ , dont l'entrée est le signal  $x(n)$ . Le système discret LVPT  $P$ -périodique  $\mathcal{G}$  peut donc être représenté comme sur la figure 4(b). Il est équivalent à un banc de  $P$  filtres placés en parallèle et alimentés par le signal  $x(n)$ . Ce banc est suivi d'un commutateur rotatif à  $P$  positions qui sélectionne la sortie du filtre correspondant à l'échantillon  $y(n)$ . Par analogie avec le cas précédent, cette représentation est dénommée « structure à commutation de sortie ». Elle permet de mettre en évidence les changements de réponse impulsionnelle intervenant dans les systèmes LVPT à chaque échantillon.

Cette étude des propriétés de base des systèmes LVPT permet de justifier leur emploi pour résoudre le problème posé au paragraphe 2.1 et à la figure 3. On rappelle que le signal d'entrée  $x(n)$  du filtre linéaire  $\mathcal{G}$  est sinusoïdal de fréquence  $\lambda_c$ . L'emploi d'un système LIT ne permet donc d'estimer que la composante de même fréquence dans le signal vibratoire  $v(n)$ . Par contre, en imposant ce filtre LVPT, on peut tirer parti des décalages fréquentiels qu'il va provoquer sur son entrée et faire apparaître à sa sortie les composantes désirées. En effet, si la fréquence de ce système est imposée égale à  $\lambda_d$ , les différentes fréquences présentes dans le signal de sortie  $y(n)$  sont alors égales à  $\lambda_c + m\lambda_d$ , et permettent d'estimer correctement toutes les composantes recherchées. Cette hypothèse impose alors une fréquence d'échantillonnage  $\nu_e = P \times \nu_d$ , le système en question devant comporter un nombre  $P$  entier d'échantillons par période. Dans la suite de ce papier, nous supposons cette condition toujours vérifiée, et le système discret  $\mathcal{G}$  de la figure 3 LVPT  $P$ -périodique.

Dans le paragraphe 2.3, ce système est représenté par sa structure à commutation de sortie afin de

lui appliquer une technique de filtrage adaptatif employée classiquement dans le cas des systèmes LIT.

### 2.3 Algorithme du LMS synchronisé (LMSS)

Le filtre discret  $\mathcal{G}$  LVPT  $P$ -périodique de la figure 3 peut être représenté sous la forme de la figure 4(b). Afin de développer un algorithme de filtrage adaptatif qui lui soit applicable, on modélise chacun des  $P$  systèmes LIT qui le modélisent par un filtre causal à réponse impulsionnelle finie (RIF) à  $N$  coefficients. La relation entrée-sortie du système  $\mathcal{G}$  donnée par (4) devient donc :

$$y(n) = \sum_{k=n-N+1}^n g([n]_P, n-k)x(k) \quad (8)$$

Les coefficients associés à ces filtres peuvent être rangés dans  $P$  vecteurs de dimension  $N$  de la forme :

$$\mathbf{g}_l = [ g(l,0) \quad g(l,1) \quad \cdots \quad g(l,N-1) ]^T$$

où  $l$  est le numéro de vecteur et appartient à l'ensemble  $\{0, \dots, P-1\}$ , et  $^T$  symbolise l'opérateur transposé.

En définissant le vecteur contenant les  $N$  derniers échantillons du signal d'entrée comme suit :

$$\mathbf{x}_n = [ x(n) \quad x(n-1) \quad \cdots \quad x(n-N+1) ]^T$$

la relation (8) prend la forme matricielle suivante :

$$y(n) = \mathbf{g}_{[n]_P}^T \cdot \mathbf{x}_n$$

et le signal d'erreur défini par la figure 3 s'écrit :

$$e(n) = v(n) + \mathbf{g}_{[n]_P}^T \cdot \mathbf{x}_n \quad (9)$$

Ce signal est donc linéaire par rapport aux coefficients  $\mathbf{g}_{[n]_P}$  des  $P$  filtres RIF à déterminer. D'après l'équation (1), le coût  $\mathcal{C}$  est alors une fonction quadratique de ces mêmes coefficients. Ceci autorise l'emploi d'un algorithme du type « gradient stochastique » ou « least mean square » (LMS) afin de faire converger  $\mathbf{g}_{[n]_P}$  vers sa valeur optimale, pour laquelle  $\mathcal{C}$  est minimal [3, Chap.4]. En appliquant la démarche classique adoptée dans [3, Chap.6] à l'équation (9), on obtient l'équation de récursion suivante pour le vecteur de coefficients  $\mathbf{g}_{[n]_P}$  :

$$\left( \mathbf{g}_{[n]_P} \right)_{i+1} = \left( \mathbf{g}_{[n]_P} \right)_i - 2\mu e(n) \mathbf{x}_n \quad (10)$$

où  $\mu$  est dénommé « taux de convergence » et fixe la vitesse de convergence du vecteur vers sa valeur optimale.

Afin de comprendre le fonctionnement d'un tel algorithme, il est nécessaire de découper l'axe des temps suivant la période du système LVPT  $P$ -périodique. Pour cela, on peut exprimer l'instant d'échantillonnage courant  $n$  sous la forme :

$$n = iP + l \quad \text{avec} \quad l \in \{0, \dots, P-1\} \quad (11)$$

où l'indice  $i$  représente le numéro de la période considérée, et  $l$  le numéro d'échantillon à l'intérieur de cette période.

Dans ce cas, la valeur de  $n$  prise modulo  $P$  devient  $[n]_P = l$ , et l'équation de récursion (10) prend la forme particulière :

$$\left( \mathbf{g}_i \right)_{i+1} = \left( \mathbf{g}_i \right)_i - 2\mu e(iP + l) \mathbf{x}_{iP+l}$$

Ce résultat implique que pour le numéro d'échantillon vérifiant (11), seul le vecteur  $\mathbf{g}_i$  doit être réactualisé. Cet algorithme est donc équivalent à  $P$  algorithmes LMS différents, portant alternativement sur chacun des  $P$  vecteurs de coefficients. Chacun de ces algorithmes voit un système LIT correspondant au vecteur de coefficients qu'il réactualise une fois tous les  $P$  échantillons. De plus, le numéro du vecteur concerné est donné par celui de l'échantillon auquel on se trouve dans la période courante. Un tel algorithme nécessite

donc d'être parfaitement synchronisé sur la période du système LVPT sur lequel il agit, ce qui nous a conduit à le dénommer « LMS synchronisé » (LMSS).

Le fait de ne réactualiser les systèmes LIT qu'une fois par période du système LVPT lui impose un temps de convergence  $P$  fois plus long qu'un LMS classique. Par contre, il ne nécessite pas plus de calculs puisqu'à chaque échantillon, seule une des  $P$  équations de récursion est en action. De plus, il peut être très facilement implanté en temps-réel de la manière suivante :

Pour l'échantillon  $iP + l$  :

- mesure du signal de référence  $x(iP + l)$  et stockage dans le vecteur  $\mathbf{x}_{iP+l}$
- calcul de la sortie du filtre LVPT par  $y(iP + l) = (\mathbf{g}_l)_i^T \cdot \mathbf{x}_{iP+l}$
- mesure du signal vibratoire  $v(iP + l)$
- calcul du signal d'erreur  $e(iP + l) = v(iP + l) - y(iP + l)$
- calcul de  $(\mathbf{g}_l)_{i+1}$  par l'équation (7)

Cet algorithme est appliqué dans la section 3 sur les signaux vibratoires de machines tournantes précédemment présentés.

### 3 Applications

Les signaux vibratoires réels mesurés sur une machine synchrone et asynchrone présentés à la section 1 vont maintenant être traités à l'aide de l'algorithme LMSS.

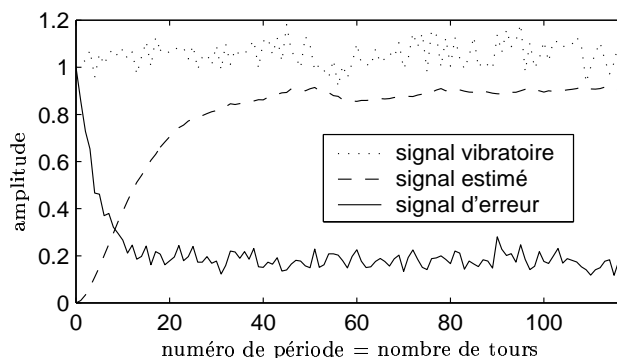
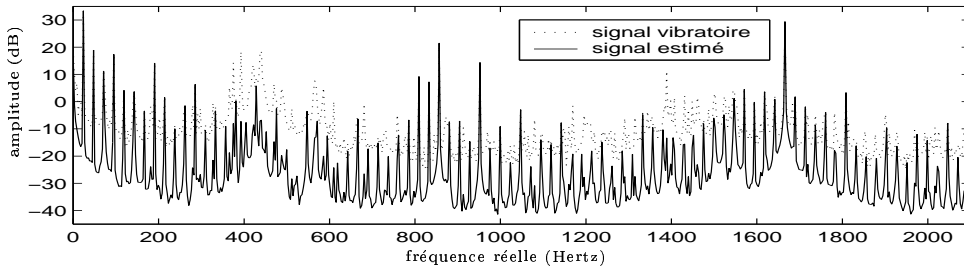


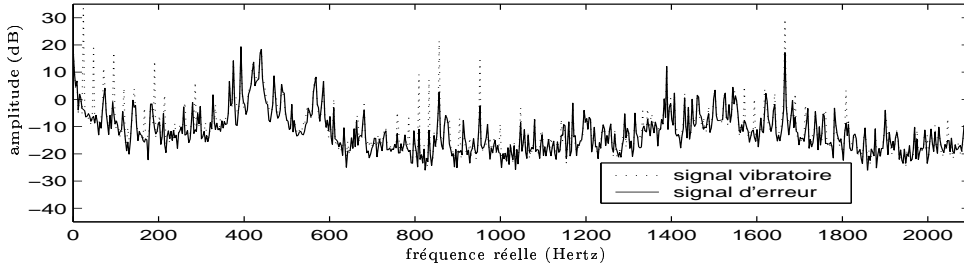
FIG. 5: Évolution de la puissance normalisée des signaux pendant la convergence.

On rappelle que dans le cas de la machine synchrone, le but est d'estimer les composantes vibratoires harmoniques de la fréquence de rotation  $\nu_r = 23.8$  Hertz. Ceci revient à estimer un peigne de raies spectrales centrées sur la fréquence  $\nu_c$  nulle dont l'espacement fréquentiel  $\nu_d$  est égal à  $\nu_r$ . Le signal de référence alimentant le filtre LVPT étant de fréquence  $\nu_c$ , il est choisi constant et égal à 1. De plus, pour que la fréquence d'échantillonnage  $\nu_e$  du signal vibratoire soit un multiple de  $\nu_d$ , un échantillonnage synchrone à la rotation a été effectué grâce à un capteur angulaire monté sur l'arbre de la machine.

La convergence de l'algorithme LMSS est illustré à la figure 5 qui représente l'évolution de la puissance normalisée des divers signaux en fonction du nombre de tour de la machine, pour un facteur de convergence  $\mu = 0.05$ . La puissance du signal estimé qui regroupe les composantes synchrones à la rotation converge comme prévu vers une valeur quasiment fixe, représentant environ 80% de la puissance du signal vibratoire. Les 20% restant sont dus aux composantes asynchrones, comprenant la partie aléatoire des vibrations et leurs composantes périodiques de fréquence non harmonique de la fréquence de rotation. Une fois la phase de convergence terminée, les densités spectrales de puissance (DSP) de ces différents signaux ont été calculées et sont représentées sur la figure 6. Pour signal estimé (figure 6(a)), le niveau du bruit de fond a été abaissé d'environ 20 dB, ce qui permet de faire ressortir des composantes quasiment indétectables avant ce traitement (autour de 700 et de 1100 Hz par exemple). De plus, certaines raies spectrales originellement présentes dans le signal vibratoire ont disparu (autour de 400, 600, 1200 et 1400 Hz), ce qui prouve qu'elles ne sont pas des harmoniques de la rotation. La DSP des composantes

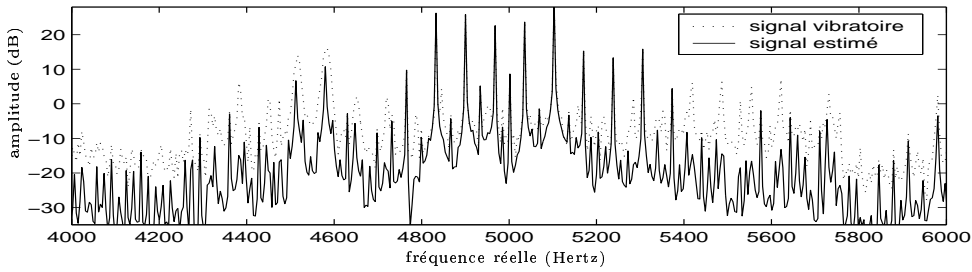


(a) Densités spectrales de puissance du signal vibratoire et du signal estimé.

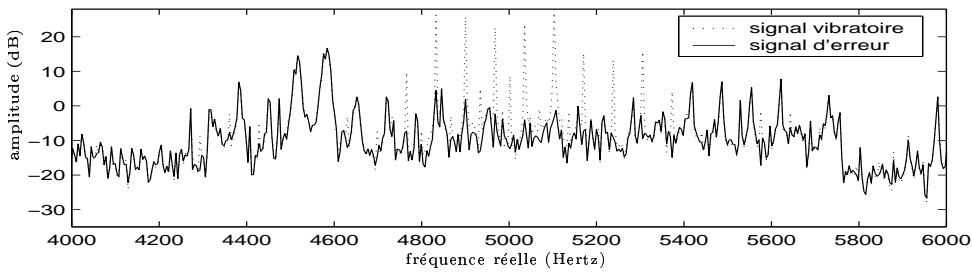


(b) Densités spectrales de puissance du signal vibratoire et du signal d'erreur.

FIG. 6: Résultats après convergence pour la machine synchrone.



(a) Densités spectrales de puissance du signal vibratoire et du signal estimé.



(b) Densités spectrales de puissance du signal vibratoire et du signal d'erreur.

FIG. 7: Résultats après convergence pour la machine asynchrone.

asynchrones (figure 6(b)) a une allure beaucoup plus plate que la précédente et permet de confirmer les résultats énoncés. Dans une seconde phase, ces deux signaux pourraient être utilisés à des fins de diagnostic.

Pour les signaux vibratoires mesurés sur la machine asynchrone, on rappelle que le but est d'estimer un peigne de raies spectrales centrées sur la fréquence  $\nu_c = 5$  kHz, et espacées de  $\nu_d = 33.71$  Hz. Le signal de référence est donc un signal synthétique sinusoïdal de fréquence  $\nu_c$ , et la fréquence d'échantillonnage est imposée multiple de  $\nu_d$ . On obtient, après convergence de l'algorithme, les DSP représentées sur la figure 7. On peut remarquer que le peigne recherché a quasiment disparu du signal d'erreur (figure 7(b)), alors que le reste du signal vibratoire a été atténué dans le signal estimé (figure 7(a)). Ce dernier pourrait donc être utilisé afin de surveiller l'évolution de ces composantes.

## 4 Conclusion

Ce papier présente un traitement permettant d'estimer un ensemble de composantes sinusoïdales de fréquence  $\nu_c + m\nu_d$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ) noyées dans du bruit. En effet, cette tâche est envisageable en tant que prétraitement précédant une phase de diagnostic pour les signaux vibratoires de machines tournantes. L'originalité de la méthode exposée est liée au fait qu'elle utilise un système linéaire variant périodiquement dans le temps (LVPT). Ce dernier, synchronisé sur l'espacement fréquentiel  $\nu_d$  des raies spectrales recherchées est alimenté par un signal sinusoïdal de fréquence  $\nu_c$ . De part ses propriétés de décalage fréquentiel, on retrouve à sa sortie toutes les fréquences du peigne de raies spectrales en question. Un nouvel algorithme adaptatif applicable à ce type de système a été développé afin de le faire converger vers sa valeur optimale, pour laquelle il fournit la meilleure estimation des composantes recherchées au sens des moindres carrés. Cela lui permet également de suivre leurs éventuelles variations, aussi bien en amplitude qu'en phase. Son emploi sur des signaux de vibration de machines tournantes synchrones et asynchrones a permis d'illustrer ses très bonnes performances.

## Références

- [1] T. Claasen and W. Mecklenbraüker, *On stationary linear time-varying systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 29, N. 3, pp. 169-184, mars 1982.
- [2] C. Loeffler and C. Burrus, *Optimal design of periodically time-varying and multirate digital filters*, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-32, N.5, pp. 991-997, octobre 1984.
- [3] B. Widrow and S. Stearns, *Adaptive signal processing*, Prentice-Hall, 1985.
- [4] P.L. Tímár, *Noise and vibration of electrical machines*, Elsevier, 1989.
- [5] J. Prater, and C. Loeffler, *Analysis and design of periodically time-varying IIR filters, with application to transmultiplexing*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 40, N.11, pp. 2715-2725, novembre 1992.
- [6] R. Bigret et J.L. Féron, *Diagnostic-maintenance-disponibilité des machines tournantes*, Masson, 1995.
- [7] J.L. Lacoume et J. Max, *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*, Masson, 1996.
- [8] C. Canudas de Witt, *Commande des Moteurs à Induction Vol I : Modélisation, Commande vectorielle, et DTC*, Hermès, 2000.
- [9] B. Raison, *Détection et localisation de défaillances sur un entraînement électrique*, thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, septembre 2000.
- [10] P. Granjon, *Contribution à la compensation des vibrations des machines électriques*, thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, décembre 2000.