

Configurations dépendantes du temps dans le formalisme perturbatif de la théorie des cordes

Bruno Durin – LPTHE

31 janvier 2006

directeur de thèse B. Pioline

Plan de la soutenance

Bref aperçu de la théorie
des cordes

Cordes ouvertes en
présence de champs
électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans
l'espace de Misner

Conclusion

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Bref aperçu de la théorie des cordes

- Cordes et supercordes
- Champs de fonds dépendants du temps
- Singularités cosmologiques
- Modèles exacts

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes et supercordes

Bref aperçu de la théorie des cordes

● Cordes et supercordes

- Champs de fonds dépendants du temps
- Singularités cosmologiques
- Modèles exacts

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

- modèles duaux : tubes de flux modélisés par des cordes
- corde, entité fondamentale :
 - le spectre de la corde quantifiée inclut un **graviton** de masse nulle
 - objet de longueur caractéristique 10^{-35} mètres, compatible avec la « physique du point »
 - énergie caractéristique 10^{19} GeV
- **feuille d'univers** qui décrit l'histoire de la propagation de la corde dans l'**espace-temps cible**
- cordes : propagation de degrés de liberté **bosoniques**
- supercordes : propagation de degrés de liberté **bosoniques** et **fermioniques**
- deux paramètres : α' inverse de la tension de la corde, g_s constante de couplage de la corde

Cordes et supercordes

Bref aperçu de la théorie des cordes

● Cordes et supercordes

- Champs de fonds dépendants du temps
- Singularités cosmologiques
- Modèles exacts

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

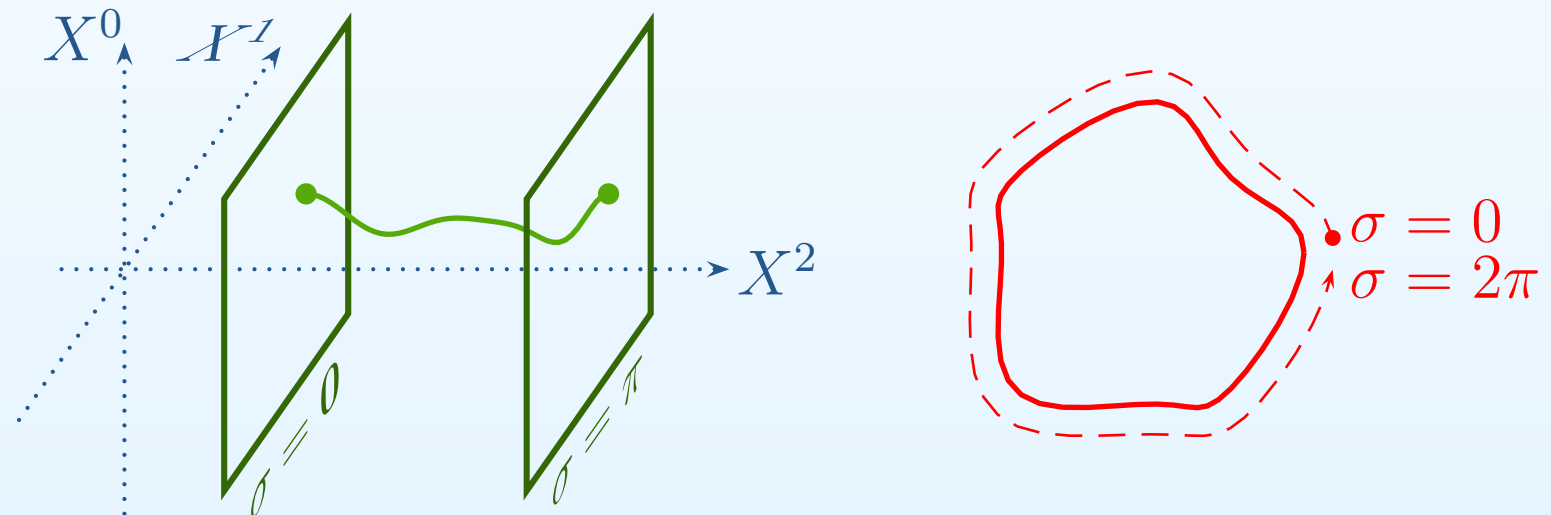
S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Théorie bosonique dans l'espace de Minkowski à 26 dimensions

- cordes **ouvertes** : tachyon, boson vecteur, **D-branes**
- cordes **fermées** : tachyon, boson tenseur d'ordre deux (graviton)



Champs de fonds dépendants du temps

Bref aperçu de la théorie des cordes

- Cordes et supercordes
- Champs de fonds dépendants du temps
- Singularités cosmologiques
- Modèles exacts

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

- à partir de la théorie des supercordes dans l'espace de Minkowski à 10 dimensions : théories effectives pour les états de masse nulle
modèle standard, expériences type LHC
- théorie effective de l'inflation : modèle KKL(LM)T
- étude des configurations dépendantes du temps : effets quantique de la gravitation dans le cadre de la théorie des (super)cordes

mesures de précision en cosmologie

MAIS

- formalisme **perturbatif** : calcul de matrice S dans des espaces asymptotiquement plats
- choix du **vide**
- définition des **observables**

Singularités cosmologiques

Bref aperçu de la théorie des cordes

- Cordes et supercordes
- Champs de fonds dépendants du temps
- **Singularités cosmologiques**
- Modèles exacts

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

En relativité générale :

- singularité de genre espace
- Big Bang/Big Crunch
- divergence de la courbure de l'espace-temps

Questions soulevées en théorie des cordes :

- décalage infini vers le bleu : théorie des cordes perturbative encore définie ?
- contre réaction, résolution des singularités cosmologiques ?
- validité des résultats de la relativité générale (BKL, Ringström)

Modèles exacts

Bref aperçu de la théorie des cordes

- Cordes et supercordes
- Champs de fonds dépendants du temps
- Singularités cosmologiques
- **Modèles exacts**

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Modèles perturbatifs exempts de correction en α'

- modèles où le formalisme perturbatif peut s'appliquer
- cas d'école de géométrie dépendante du temps, de singularité

3 grands types de construction

- orbifold : **espace de Misner** (singularité $R^{1,1}/\mathbb{Z}$)
- modèles WZW
- ondes planes : notamment **cordes ouvertes couplées à des champs électromagnétiques extrêmes**

Bref aperçu de la théorie
des cordes

**Cordes ouvertes en
présence de champs
électromagnétiques**

- Un terrain
d'« expérimentation »
- Configurations liées à
l'espace de Misner
- Particules et cordes
rigides
- Champs extrémaux
linéaires

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans
l'espace de Misner

Conclusion

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

Un terrain d'« expérimentation »

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

● Un terrain

d'« expérimentation »

- Configurations liées à l'espace de Misner
- Particules et cordes rigides
- Champs extrémaux linéaires

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Intérêt des configurations de champs électromagnétiques (ou de D-branes dépendantes du temps)

- contre-réaction gravitationnelle négligée lorsque $g_s \rightarrow 0$
- couplage sur le bord, corde libre dans le bulk : solutions classiques plus faciles à trouver
- outils formels plus puissants que pour les cordes fermées
 - états de bords
 - théorie de champs de corde

Dictionnaire

cordes fermées	cordes ouvertes
cordes twistées	cordes chargées/tendues entre deux D-branes
contre-réaction	modification du champ/recul de D-brane
singularité de genre espace	champ électrique constant/collision de D-brane

Configurations liées à l'espace de Misner

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

- Un terrain d'« expérimentation »
- Configurations liées à l'espace de Misner
- Particules et cordes rigides
- Champs extrémaux linéaires

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Espace de Misner, cas d'école de singularité Big Bang/Big Crunch
Configurations (T-duales) de cordes ouvertes correspondantes :

- système de deux D-branes parallèles à vitesse constante l'une par rapport à l'autre qui entrent en collision
- configuration de champs électriques constants

Lien formel très précis : les modes des cordes fermées dans l'espace de Misner sont obtenus à partir de deux copies des modes des cordes ouvertes couplées à des champs électriques constants.

Programme

- recherche des états physiques
- étude des amplitudes de diffusion
- contre-réaction
- description de la singularité

Particules et cordes rigides

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

- Un terrain d'« expérimentation »
- Configurations liées à l'espace de Misner
- **Particules et cordes rigides**
- Champs extrémaux linéaires

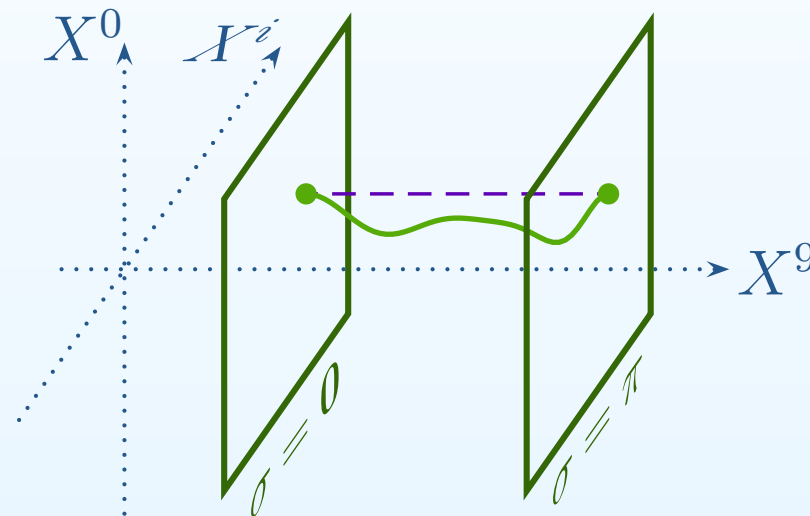
S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Approximations pour l'étude de la configuration dépendante du temps

Exemple :



$$X^\mu(\tau, \sigma) = q_0^\mu + \delta_{\mu,i} 2\alpha' p^i \tau + \delta_{\mu,9} \frac{q_1^9 - q_0^9}{\pi} \sigma + \dots$$

particule chargée, dipôle élastique, corde

Champs extrêmes linéaires

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

- Un terrain d'« expérimentation »
- Configurations liées à l'espace de Misner
- Particules et cordes rigides
- Champs extrêmes linéaires

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

1. Potentiel A , champ F

$$A_+(x^i) = \Phi(x^+, x^i)$$

$$F_{i+} = \partial_i \Phi(x^+, x^i)$$

2. Condition pour que la configuration soit exacte

$$\partial_i \partial^i \Phi = 0$$

3. Métrique effective pour les cordes ouvertes

$$ds^2 = -2dx^+ dx^- + dx^i dx^i + (2\pi\alpha')^2 [\partial_i \Phi(x^+, x^i)]^2 dx^+ dx^+$$

onde plane gravitationnelle dans les coordonnées de Brinkmann

Champs extrêmes linéaires

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

- Un terrain d'« expérimentation »
- Configurations liées à l'espace de Misner
- Particules et cordes rigides
- Champs extrêmes linéaires

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Potentiel à chaque extrémité $\sigma_{a=0,1} = 0, \pi$ de la corde

$$\Phi^{(a)} = \frac{1}{2} h_{ij}^{(a)} x^i x^j$$

$$F_{i+}^{(a)} = h_{ij}^{(a)} x^j$$

Conditions aux bords dans la jauge du cône de lumière $\partial_\tau X^+ = p^+$,

$$\partial_\sigma X^i + p^+ h_{ij}^{(a)} X^j = 0 \quad \sigma = \sigma_a$$

linéaires en X .

Les équations du mouvement permettent d'écrire

$$X(\tau, \sigma) = f(\tau + \sigma) + g(\tau - \sigma)$$

Relation de dispersion pour les modes a_n

$$\tan(\pi\omega) = \frac{(e_1 - e_0)\omega}{\omega^2 + e_0 e_1} \quad e = p^+ h$$

Champs extrêmes linéaires

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

- Un terrain d'« expérimentation »
- Configurations liées à l'espace de Misner
- Particules et cordes rigides
- Champs extrêmes linéaires

S-brane de Dirichlet

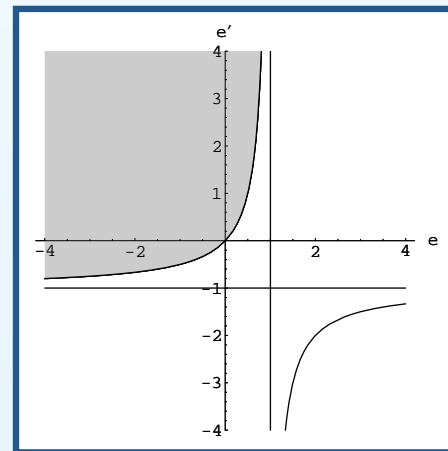
Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

MODÈLE DE CORDE RIGIDE : « DIPÔLE » ÉLASTIQUE

ligne de gradients critiques : équivalent non relativiste du champ critique de Born-Infeld

$$\delta = e_1 - e_0 - \pi e_0 e_1 = 0$$



$$\delta > 0, \Delta = e_1 - e_0 + \frac{2}{\pi} > 0$$

Champs extrêmes linéaires

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

- Un terrain d'« expérimentation »
- Configurations liées à l'espace de Misner
- Particules et cordes rigides
- Champs extrêmes linéaires

S-brane de Dirichlet

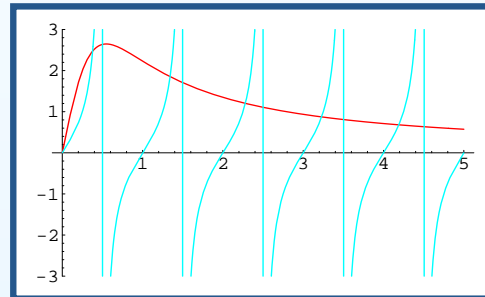
Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

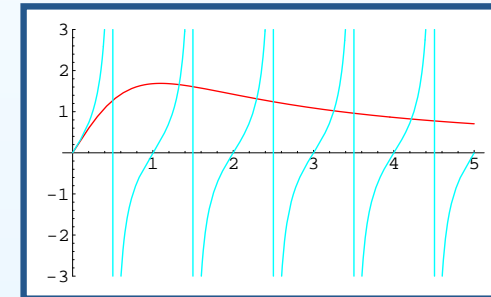
PRODUCTION DE CORDES MACROSCOPIQUES

$$X_r = -(e_0\sigma - 1)x_L$$

longueur de la corde $|\pi e_0 x_L|$, arbitraire



$$\delta > 0, \Delta > 0$$



$$\delta < 0, \Delta > 0$$

INSTABILITÉ DE LA CONFIGURATION ET PIÈGES

- piège de Penning : ajout d'un champ magnétique constant et uniforme
- piège de Paul : modulation rectangulaire des gradients

Pour la corde, les mêmes mécanismes stabilisent la configuration.

Champs extrêmes linéaires

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

- Un terrain d'« expérimentation »
- Configurations liées à l'espace de Misner
- Particules et cordes rigides
- Champs extrêmes linéaires

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

DÉPENDANCE EN TEMPS

Approximation de Born :

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} = \frac{i}{n} a_n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-in\tau} + \begin{pmatrix} \delta f \\ \delta g \end{pmatrix}$$

calcul des coefficients de Bogoliubov

Contre-réaction de la corde

1. corde libre dans un espace plat, potentiel $A_i = f_0^i - g_0^i$ sans signification physique
2. dans le cas dépendant du temps,

$$\begin{aligned} \delta f_0^i - \delta g_0^i &= A_i(+\infty) - A_i(-\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{+i} dx^+ \\ &= - \int_{-\infty}^{\infty} e_0^i(p^+ \tau) X^i(\sigma = 0, \tau) d\tau \end{aligned}$$

Bref aperçu de la théorie
des cordes

Cordes ouvertes en
présence de champs
électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

- Qu'est-ce qu'une S-brane de Dirichlet ?
- T-dualité, champs électriques surcritiques
- Amplitude du vide à une boucle entre deux S-branes
- Comportement de la longueur de cohérence

Cordes fermées dans
l'espace de Misner

Conclusion

S-brane de Dirichlet

Qu'est-ce qu'une S-brane de Dirichlet ?

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

• Qu'est-ce qu'une S-brane de Dirichlet ?

- T-dualité, champs électriques surcritiques
- Amplitude du vide à une boucle entre deux S-branes
- Comportement de la longueur de cohérence

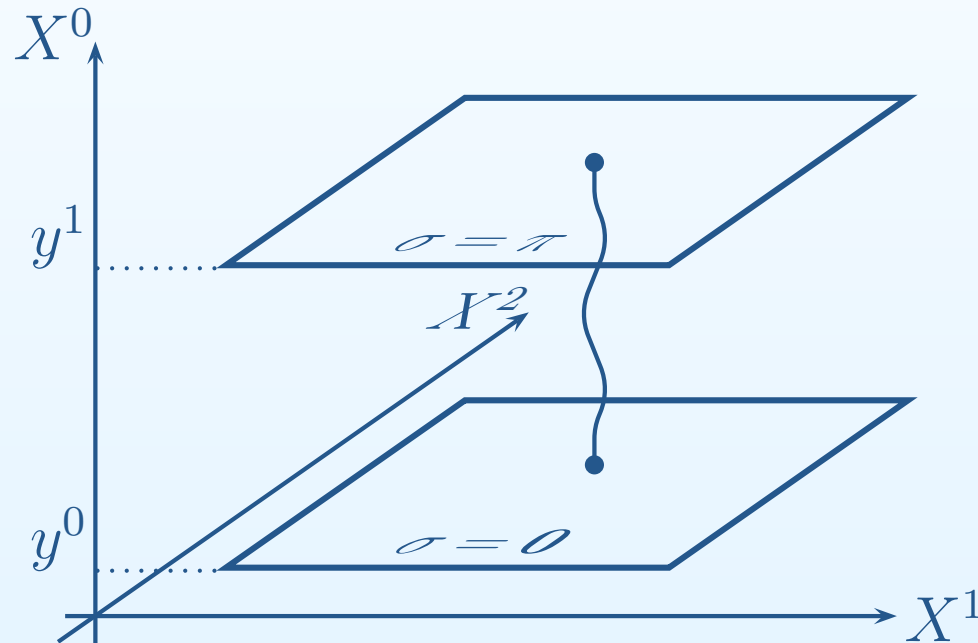
Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Conditions au bord de Dirichlet sur la coordonnée temporelle X^0

$$X^0 = y^0 \quad \sigma = 0$$

$$X^0 = y_1 \quad \sigma = \pi$$



$$\Delta^2 > 0$$

$$\Delta^2 = (y_1^0 - y_0^0)^2 - (y_1^i - y_0^i)^2$$

Mass-shell condition
$$p_k^2 = \frac{\Delta^2}{4\pi^2\alpha'^2} + \frac{a - N}{\alpha'}$$

T-dualité, champs électriques surcritiques

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques


S-brane de Dirichlet

- Qu'est-ce qu'une S-brane de Dirichlet ?
- T-dualité, champs électriques surcritiques
- Amplitude du vide à une boucle entre deux S-branes
- Comportement de la longueur de cohérence


Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Première manière d'obtenir une S-brane de Dirichlet

1. conditions au bord de Neumann en type II
 2. S-brane de Dirichlet en type II*
- 

Seconde manière d'obtenir une S-brane de Dirichlet

1. conditions au bord pour un champ électrique surcritique $F_{01} = v$ en type II
 2. S-brane de Dirichlet en type II
- 

Généralisation des conditions au bord

$$\partial_\tau X^1 - v \partial_\tau X^0 = 0 \quad |v| > 1$$

$$\partial_\sigma X^1 + F^1_0 \partial_\tau X^0 = 0$$

S-brane « penchée »
champ électrique

T-dualité et champs électriques surcritiques

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

- Qu'est-ce qu'une S-brane de Dirichlet ?

- T-dualité, champs électriques surcritiques

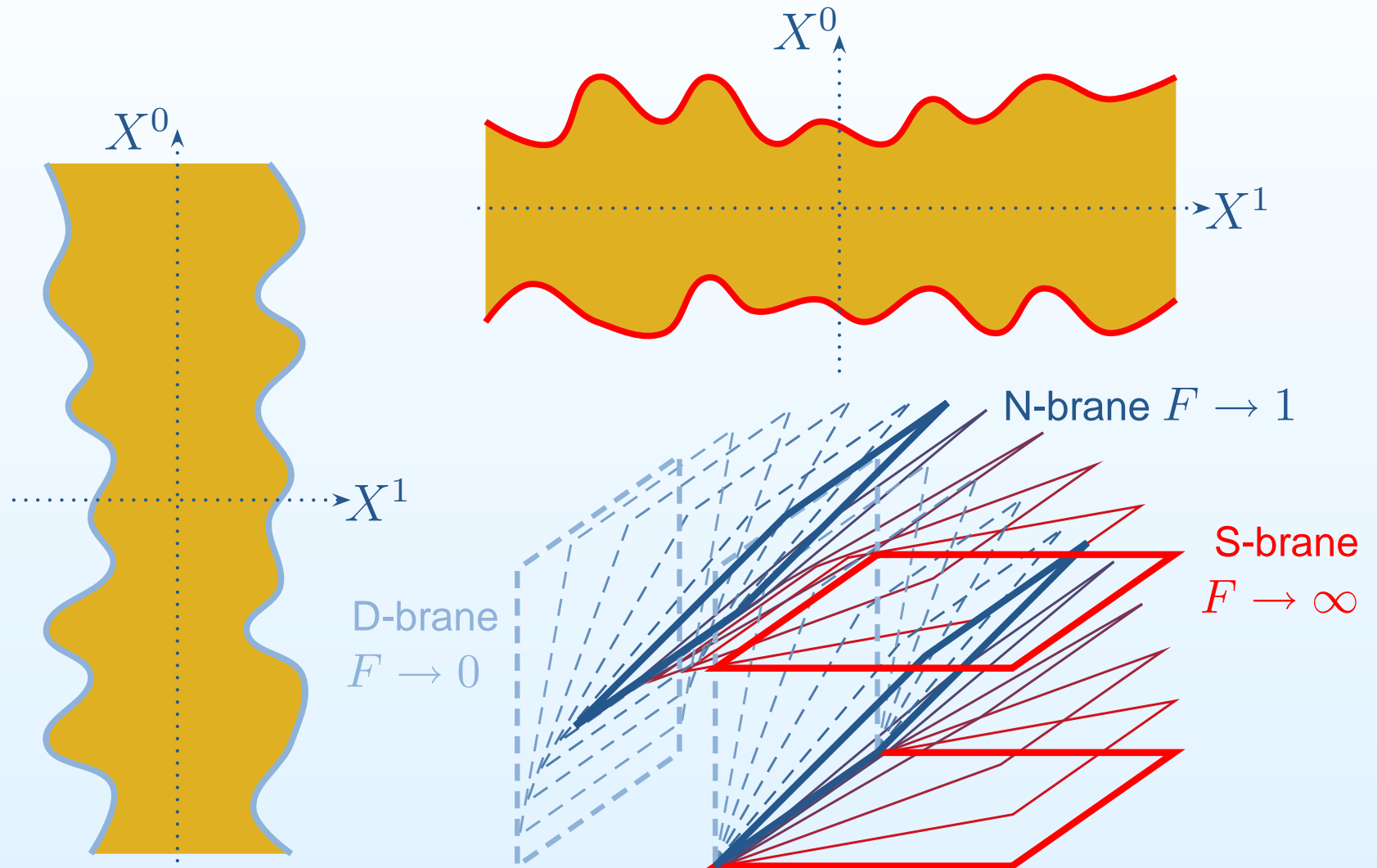
- Amplitude du vide à une boucle entre deux S-branes

- Comportement de la longueur de cohérence

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

Intuition physique donnée par la configuration de champs surcritiques



Amplitude du vide à une boucle entre deux S-branes

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

- Qu'est-ce qu'une S-brane de Dirichlet ?
- T-dualité, champs électriques surcritiques
- Amplitude du vide à une boucle entre deux S-branes
- Comportement de la longueur de cohérence

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

$$\mathcal{Z} = \frac{V_{p+1}}{2} \int_0^\infty \frac{dt}{t} \int \frac{d^{p+1} p_k}{(2\pi)^{p+1}} e^{-t[2\pi\alpha' p_k^2 - \frac{\Delta^2}{2\pi\alpha'}]} \underbrace{q^{-1} \frac{\prod_{n=1}^\infty (1 - q^{2n-1})^8}{\prod_{n=1}^\infty (1 - q^{2n})^8}}_{\mathcal{Z}^*}$$

où $q = e^{-\pi t}$. On écrit

$$\mathcal{Z}^* = \sum_{p=-1}^{\infty} a_p q^p$$

Divergences IR pour $p < \frac{\Delta^2}{2\pi^2\alpha'}$

$$\text{Im } \mathcal{Z} \propto \sum_{p=-1}^{p^*} a_p \left(\frac{\Delta^2}{2\pi^2\alpha'} - p \right)^{\frac{p+1}{2}}$$

Approximation obtenue à partir de la formule de Rademacher

$$a_p = (-1)^{p+1} p^{-\frac{5}{2}} \pi I_5(2\pi\sqrt{p})$$

Comportement de la longueur de cohérence

Bref aperçu de la théorie des cordes

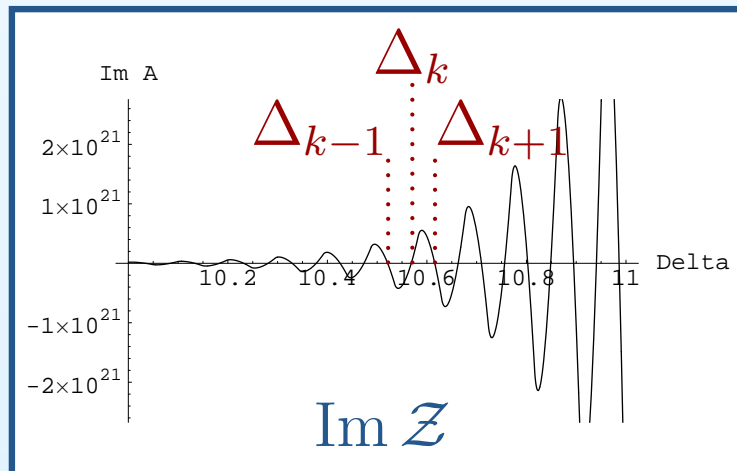
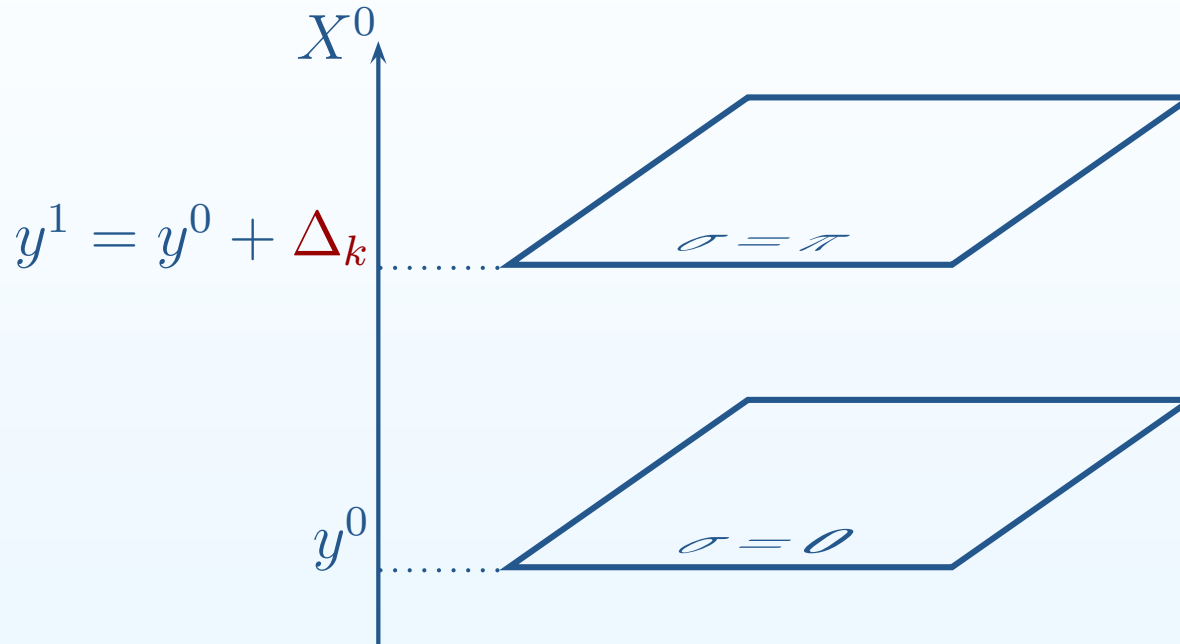
Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

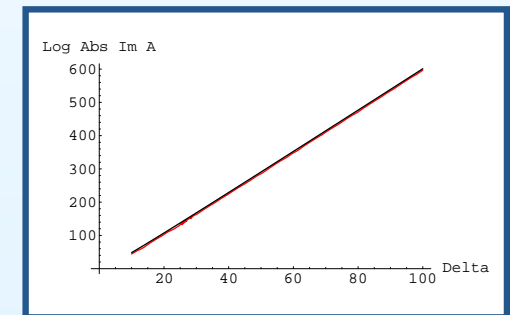
- Qu'est-ce qu'une S-brane de Dirichlet ?
- T-dualité, champs électriques surcritiques
- Amplitude du vide à une boucle entre deux S-branes
- **Comportement de la longueur de cohérence**

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion



Lorsque Δ est grand, l'enveloppe de $|\text{Im } \mathcal{Z}|$ se comporte comme



$$|\text{Im } \mathcal{Z}| \approx \Delta^{-\frac{11}{2}} e^{\Delta \sqrt{2/\alpha'}}$$

Bref aperçu de la théorie
des cordes

Cordes ouvertes en
présence de champs
électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

**Cordes fermées dans
l'espace de Misner**

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Espace de Misner

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

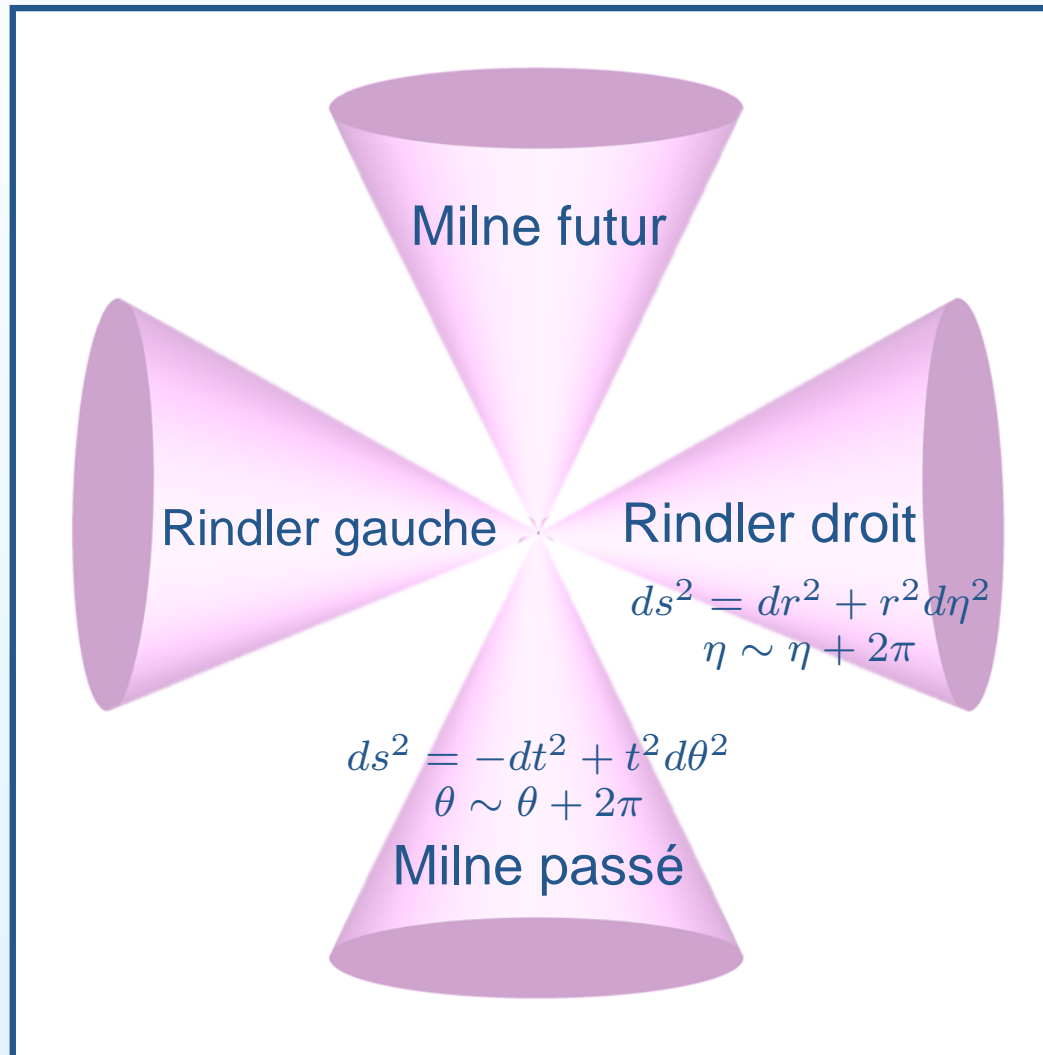
S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

Orbifold $\mathbb{R}^{1,1} / \mathbb{Z}$ sous l'identification $x^\pm \sim e^{\pm 2\pi\beta} x^\pm$



$$x^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} t e^{\pm\beta\theta}$$

$$x^\pm = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} r e^{\pm\beta\eta}$$

Spectre : analogie formelle avec le champ électrique

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

Conditions au bord dans l'orbifold $\mathbb{R}^{1,1}/\text{boost}$

$$X^\pm(\tau, \sigma + 2\pi) = e^{\pm 2\pi w \beta} X^\pm(\tau, \sigma)$$

- $w = 0$ secteur non twisté, même expression que la corde libre
- $w \neq 0$ secteur twisté

On pose $\nu = -w\beta$

$$X^\pm(\tau, \sigma) = i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \left(\frac{1}{n \pm i\nu} \alpha_n^\pm e^{-i(n \pm i\nu)(\tau - \sigma)} + \frac{1}{n \mp i\nu} \tilde{\alpha}_n^\pm e^{-i(n \mp i\nu)(\tau + \sigma)} \right)$$

Pour une corde ouverte couplée à des champs électriques ϵ_0, ϵ_1

$$X^\pm = q_0^\pm + i\sqrt{2\alpha'} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{n \pm i\nu} e^{-i(n \pm i\nu)\tau} \cos[(n \pm i\nu)\sigma \mp i \operatorname{arctanh}(\epsilon_0)] a_n^\pm$$

avec $\nu = \frac{1}{\pi} (\operatorname{arctanh}(\epsilon_1) - \operatorname{arctanh}(\epsilon_0))$

Relations de commutation

$$[\alpha_n^+, \alpha_m^-] = -(n + i\nu) \delta_{n+m,0}$$

$$[a_n^+, a_m^-] = -(n + i\nu) \delta_{n+m,0}$$

$$[\tilde{\alpha}_n^+, \tilde{\alpha}_m^-] = -(n - i\nu) \delta_{n+m,0}$$

$$[q_0^+, q_0^-] = \frac{i}{\epsilon_0 - \epsilon_1}$$

Quantification des modes « zéro »

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique

- Quantification des modes « zéro »

- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

Modes zéro, dérivées covariantes pour un champ scalaire dans un champ électrique

$$\alpha_0^\pm = i\nabla_\mp = i\partial_\mp \pm \frac{\nu}{2}x^\pm \quad \tilde{\alpha}_0^\pm = i\bar{\nabla}_\mp = i\partial_\mp \mp \frac{\nu}{2}x^\pm$$

Conditions de Virasoro, modes zéro non soumis à l'ordre normal

$$M^2 = \alpha_0^+ \alpha_0^- + \alpha_0^- \alpha_0^+ \quad \bar{M}^2 = \tilde{\alpha}_0^+ \tilde{\alpha}_0^- + \tilde{\alpha}_0^- \tilde{\alpha}_0^+$$

Modes « zéro » dans le secteur non twisté

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

Définition : j partie de mode zéro du générateur de boost

$$j = x^+ p^- + x^- p^+$$

Mouvement radial du centre de masse après diagonalisation selon j

$$\begin{aligned} -\partial_x^2 - m^2 e^{2x} - j^2 &= 0 & t &= \pm \sqrt{2x^+ x^-} = e^x \\ -\partial_y^2 + m^2 e^{2y} - j^2 &= 0 & r &= \pm \sqrt{-2x^+ x^-} = e^y \end{aligned}$$

Fonction d'onde (obtenue par superposition des images dans l'espace de recouvrement)

$$f_{j,m^2,s}(x^+, x^-) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv \exp(-ik^+ X^- e^{-v} - ik^- X^+ e^v - ivj)$$

- pas de production de particules entre $t \rightarrow -\infty$ et $t \rightarrow \infty$
- production de particules entre $t \rightarrow \pm\infty$ et $t \rightarrow 0$

Modes « zéro » dans les secteurs twistés

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

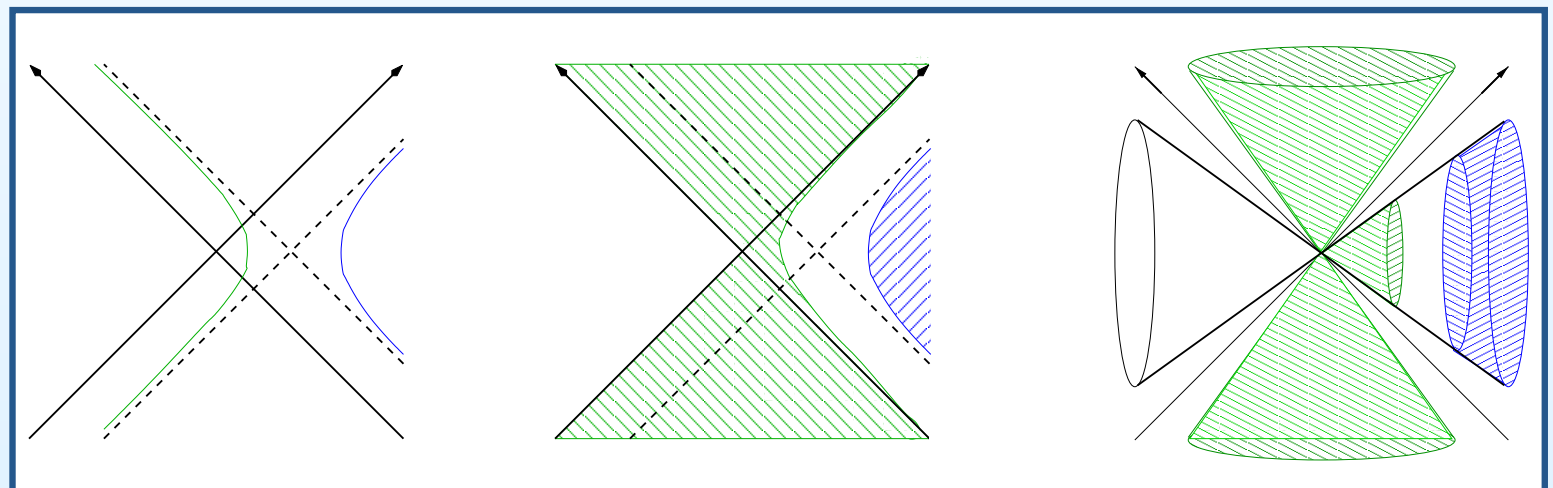
- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

$$\text{Modes « zéro » } X_0^\pm(\tau, \sigma) = \frac{1}{\nu} e^{\mp\nu\sigma} \left[\pm\alpha_0^\pm e^{\pm\nu\tau} \mp \tilde{\alpha}_0^\pm e^{\mp\nu\tau} \right]$$

j partie de mode zéro du générateur de boost, $j = \frac{1}{2\nu} (M^2 - \bar{M}^2)$. On considère le cas $j = 0$, on peut alors fixer le module de $\alpha^\pm, \tilde{\alpha}^\pm$ à $\frac{\mu}{\sqrt{2}}$.

- $\alpha^+ \tilde{\alpha}^- > 0$, cordes courtes : $X_0^\pm(\tau, \sigma) = \frac{\mu\sqrt{2}}{\nu} \sinh(\nu\tau) e^{\mp\nu\sigma}$
- $\alpha^+ \tilde{\alpha}^- < 0$, cordes longues : $X_0^\pm(\tau, \sigma) = \pm \frac{\mu\sqrt{2}}{\nu} \cosh(\nu\tau) e^{\mp\nu\sigma}$



Amplitudes à l'ordre des arbres

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- **Amplitudes à l'ordre des arbres**
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

OPÉRATEURS DE VERTEX DANS LE SECTEUR NON TWISTÉ

$$\mathcal{V}_0 = : \int_{-\infty}^{\infty} dv e^{-ik^+ X^- e^{-v} - ik^- X^+ e^v + ik^\perp \cdot X^\perp - i j v} :$$

Règles de construction de \mathcal{V}_0

1. écrire l'opérateur de vertex de la corde libre
: $e^{-ik^+ X^- - ik^- X^+ + ik^\perp \cdot X^\perp}$:
2. faire le calcul de l'amplitude
3. changer k^\pm en $k^\pm e^{\mp v}$
4. ajouter un facteur $e^{-i j v}$
5. intégrer sur v

Amplitudes à l'ordre des arbres

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- **Amplitudes à l'ordre des arbres**
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

OPÉRATEURS DE VERTEX DANS LE SECTEUR TWISTÉ

- Problème : pas disponibles
- Solution : **formalisme d'opérateur** où deux opérateurs de vertex deviennent les états initial et final
- On sait déterminer les états twistés, on pourra donc calculer des amplitudes avec **deux états twistés**

AMPLITUDES CALCULÉES

- amplitudes ne comportant que des états non twistés (théorie bosonique ou supersymétrique type II)
- **amplitudes avec deux états twistés**
- amplitudes avec plusieurs états twistés à l'aide d'une continuation analytique à partir d'un modèle d'onde plane

Opérateurs de vertex et ordre normal

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

AMBIGUITÉ POUR LES MODES « ZÉRO »

$$\mathcal{V}_1^{\mu\nu}(z, \bar{z}) = : \partial X^\mu(z) \bar{\partial} X^\nu(\bar{z}) e^{ik \cdot X(z, \bar{z})} :$$

Symmétrisation

$$\mathcal{V}_1^{\mu\nu}(z, \bar{z}) = \frac{1}{4} \left[: \partial X^\mu(z) \bar{\partial} X^\nu(\bar{z}) e^{ik \cdot X(z, \bar{z})} : + : \partial X^\mu(z) e^{ik \cdot X(z, \bar{z})} \bar{\partial} X^\nu(\bar{z}) : \right. \\ \left. + : \bar{\partial} X^\nu(\bar{z}) e^{ik \cdot X(z, \bar{z})} \partial X^\mu(z) : + : e^{ik \cdot X(z, \bar{z})} \partial X^\nu(z) \bar{\partial} X^\mu(\bar{z}) : \right]$$

Règle de remplacement dans ∂X^\pm et $\bar{\partial} X^\pm$

$$\alpha_0^\pm \rightarrow \alpha_0^\pm \mp i\nu k^\pm z^{\pm i\nu}, \quad \tilde{\alpha}_0^\pm \rightarrow \tilde{\alpha}_0^\pm \pm i\nu k^\pm z^{\mp i\nu}$$

Opérateurs de vertex et ordre normal

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

EFFETS DU SECTEUR TWISTÉ SUR LE SECTEUR NON TWISTÉ

$$\mathcal{V}_0 = :e^{-ik^+ X^- - ik^- X^+ + ik^\perp \cdot X^\perp} :$$

- ordre normal : prescription qui implémente la régularisation des singularités à courtes distances dans un opérateur composé
- la prescription habituelle (opérateur de création à gauche, opérateur d'annihilation à droite) est **naive** en présence d'une corde twistée
- la régularisation correcte fait apparaître un facteur $e^{-k^+ k^- \Delta(\nu)}$

$$\Delta(\nu) = \psi(1 + i\nu) + \psi(1 - i\nu) - 2\psi(1)$$

Représentation de mode des états twistés

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

Rappel

$$[\alpha_n^+, \alpha_m^-] = -(n + i\nu) \delta_{n+m,0}, [\tilde{\alpha}_m^+, \tilde{\alpha}_m^-] = -(n - i\nu) \delta_{n+m,0} \text{ et}$$
$$M^2 = \alpha_0^+ \alpha_0^- + \alpha_0^- \alpha_0^+, \bar{M}^2 = \tilde{\alpha}_0^+ \tilde{\alpha}_0^- + \tilde{\alpha}_0^- \tilde{\alpha}_0^+$$

- modes entrants $f_{\text{in}}(\alpha^+, \tilde{\alpha}^-)$, $\alpha^- = i\nu \partial_{\alpha^+}$, $\tilde{\alpha}^+ = i\nu \partial_{\tilde{\alpha}^-}$

$$f_{\text{in}}(\alpha^+, \tilde{\alpha}^-) = N_{\text{in}} (\varepsilon \alpha^+)^{\frac{M^2}{2i\nu} - \frac{1}{2}} (\bar{\varepsilon} \tilde{\alpha}^-)^{\frac{\bar{M}^2}{2i\nu} - \frac{1}{2}}$$

- modes sortants $f_{\text{out}}(\alpha^-, \tilde{\alpha}^+)$, $\alpha^+ = i\nu \partial_{\alpha^-}$, $\tilde{\alpha}^- = i\nu \partial_{\tilde{\alpha}^+}$

$$f_{\text{out}}(\alpha^-, \tilde{\alpha}^+) = N_{\text{out}} (\varepsilon \alpha^-)^{-\frac{M^2}{2i\nu} - \frac{1}{2}} (\bar{\varepsilon} \tilde{\alpha}^+)^{-\frac{\bar{M}^2}{2i\nu} - \frac{1}{2}}$$

Produit scalaire

$${}_{\text{out}} \langle f_1 | f_2 \rangle_{\text{in}} = \int d\tilde{\alpha}^+ d\alpha^- d\alpha^+ d\tilde{\alpha}^- f_1^*(\tilde{\alpha}^+, \alpha^-) e^{\frac{i}{\nu}(\alpha^+ \alpha^- + \tilde{\alpha}^+ \tilde{\alpha}^-)} f_2(\alpha^+, \tilde{\alpha}^-)$$

Amplitudes à trois points avec deux états twistés

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

AMPLITUDE AVEC UN TACHYON COMME ÉTAT NON TWISTÉ

$$\mathcal{A}_0 = \text{out} \langle 1 | \mathcal{V}_0(k_2) | 3 \rangle_{\text{in}}$$

Partie de modes « zéro »

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_0^0 = e^{\frac{k_2^+ k_2^-}{i\nu}} & \text{out} \langle M_1 | e^{+\frac{i}{\nu} k_2^+ \alpha^-} e^{-\frac{i}{\nu} k_2^- \alpha^+} | M_3 \rangle_{\text{in}} \times \\ & \times \text{out} \langle \bar{M}_1 | e^{+\frac{i}{\nu} k_2^- \tilde{\alpha}^+} e^{-\frac{i}{\nu} k_2^+ \tilde{\alpha}^-} | \bar{M}_3 \rangle_{\text{in}} \end{aligned}$$

Amplitudes à trois points avec deux états twistés

$$\mathcal{A}_0^0 = e^{\frac{k_2^+ k_2^-}{i\nu}} \int d\alpha^+ d\alpha^- (\alpha^-)^{\frac{M^1}{2i\nu} - \frac{1}{2}} e^{\frac{i}{\nu} (\alpha^+ \alpha^- - k_2^- \alpha^+ + k_2^+ \alpha^-)} (\alpha^+)^{\frac{M^3}{2i\nu} - \frac{1}{2}} \\ \int d\tilde{\alpha}^- d\tilde{\alpha}^+ (\tilde{\alpha}^+)^{\frac{\bar{M}^1}{2i\nu} - \frac{1}{2}} e^{\frac{i}{\nu} (\tilde{\alpha}^+ \tilde{\alpha}^- + k_2^- \tilde{\alpha}^+ - k_2^+ \tilde{\alpha}^-)} (\tilde{\alpha}^-)^{\frac{\bar{M}^3}{2i\nu} - \frac{1}{2}}$$

$$\mathcal{A}_0 = \delta_{-j_1+j_2+j_3,0} \delta \left(\sum_{i=1}^3 k_i^\perp \right) e^{-k_2^+ k_2^- \tilde{\Delta}(\nu)} \\ (k_2^+)^{\mu-1} (k_2^-)^{\bar{\mu}-1} U \left(\lambda, \mu, i \frac{k_2^+ k_2^-}{\nu} \right) U \left(\bar{\lambda}, \bar{\mu}, i \frac{k_2^+ k_2^-}{\nu} \right)$$

$$\lambda = \frac{1}{2} + \frac{M_3^2}{2i\nu}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2} + \frac{\bar{M}_3^2}{2i\nu}$$

$$\mu = 1 + \frac{M_3^2 - M_1^2}{2i\nu}$$

$$\bar{\mu} = 1 + \frac{\bar{M}_3^2 - \bar{M}_1^2}{2i\nu}$$

$$\tilde{\Delta}(\nu) = \Delta(\nu) - \frac{1}{i\nu} = \psi(i\nu) + \psi(1 - i\nu) - 2\psi(1)$$

Amplitudes à trois points avec deux états twistés

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- Amplitudes à quatre points

Conclusion

AMPLITUDE AVEC UN GRAVITON COMME ÉTAT NON TWISTÉ

$$\mathcal{A}_1 = \epsilon_{\mu\nu} \mathcal{A}_1^{\mu\nu}$$

avec

$$\mathcal{A}_1^{\mu\nu} = {}_{out} \langle 1 | \mathcal{V}_1^{\mu\nu}(k_2) | 3 \rangle_{in}$$

CONTRE-RÉACTION GRAVITATIONNELLE

Action déformée par des opérateurs de twist

$$\mathcal{S}_\lambda = \int d\tau d\sigma \partial X^+ \bar{\partial} X^- + \lambda_{-w} V_{+w} + \lambda_{+w} V_{-w}$$

Fonction à un point pour l'état non twisté tenseur d'ordre deux (graviton)

$$\langle \mathcal{V}_1^{\mu\nu} \rangle_\lambda \sim \lambda_w \lambda_{-w} \langle w | \mathcal{V}_1^{\mu\nu} | -w \rangle$$

annulée en ajoutant à \mathcal{S}_λ un terme d'ordre λ^2 dans le champ non twisté

Amplitudes à quatre points avec deux états twistés

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

- Espace de Misner
- Spectre : analogie formelle avec le champ électrique
- Quantification des modes « zéro »
- Modes « zéro » dans le secteur non twisté
- Modes « zéro » dans les secteurs twistés
- Amplitudes à l'ordre des arbres
- Opérateurs de vertex et ordre normal
- Représentation de mode des états twistés
- Amplitudes à trois points
- **Amplitudes à quatre points**

Conclusion

- Le calcul exact a été fait
- Pour $\mathcal{A} = \langle 1 | \mathcal{V}_0(k_2; 1) \mathcal{V}_0(k_3; z, \bar{z}) | 4 \rangle$, considérons la limite $z \rightarrow 0$

$$\mathcal{A} \propto \delta_{-j_1+j_2+j_3+j_4,0} \delta\left(\sum_{i=1}^4 k_i^\perp\right) \int_{-\infty}^{\infty} dv e^{i(j_3-j_1)v} \dots$$

divergence lorsque $j_3 = j_1$ due à la propagation de cordes twistées avec un moment cinétique de boost nul dans le canal intermédiaire

Bref aperçu de la théorie
des cordes

Cordes ouvertes en
présence de champs
électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans
l'espace de Misner

Conclusion

- Résultats
- Développements ultérieurs

Conclusion

Résultats

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

- Résultats
- Développements ultérieurs

- champs extrêmes
 - ligne de production de cordes macroscopique
 - stabilisation de la configuration
 - calcul des coefficients de Bogolioubov dans l'approximation de Born
 - contre-réaction de la corde sur le champ électromagnétique
- amplitudes de diffusion de cordes dans l'espace de Misner
 - le tenseur énergie-impulsion et les autres courants non twistés émis par une corde twistée sont étalés sur une longueur caractéristique $\sqrt{\Delta(\nu)}$
 - calcul des amplitudes comportant deux états twistés dans le formalisme d'opérateur
 - calcul des amplitudes comportant plusieurs états twistés par continuation analytique des résultats de la configuration WZW H_4

Résultats

Bref aperçu de la théorie des cordes

Cordes ouvertes en présence de champs électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans l'espace de Misner

Conclusion

- Résultats
- Développements ultérieurs

- S-brane

- T-dual au champ électrique surcritique
- pas d'états de bord décrivant la S-brane « BPS » (émettant les champs NS et R) en type II
- configurations de S-branes hautement ajustées

Programme

- recherche des états physiques
- étude des amplitudes de diffusion
- contre-réaction
- description de la singularité

Développements ultérieurs

Bref aperçu de la théorie
des cordes

Cordes ouvertes en
présence de champs
électromagnétiques

S-brane de Dirichlet

Cordes fermées dans
l'espace de Misner

Conclusion

- Résultats
- Développements ultérieurs

Programme

- recherche des états physiques
 - étude des amplitudes de diffusion
 - contre-réaction
 - description de la singularité
-
- étude des D-branes dans l'espace de Misner, utilisation des D-instantons pour sonder la condensation du tachyon de corde fermée et construire un modèle effectif
 - modèle de matrice et interprétation de la phase de tachyon condensé comme un état de « rien », mise en évidence d'une échelle $t_c \approx \sqrt{\Delta(\nu)}$ en deçà de laquelle la notion de temps n'a pas de sens.