

Conception et Réalisation d'un Observateur à Modes Glissants pour un Oscillateur de Colpitts Chaotique

M. L'Hernault, A. Ouslimani, J. P. Barbot

Equipe Commande des Systèmes (ECS)

ENSEA, 6 Av. du Ponceau, 95014 Cergy Cedex, France.

{lhernault, ouslimani, barbot}@ensea.fr

Résumé : Aujourd'hui, les signaux chaotiques sont de plus en plus utilisés dans les systèmes de communication. Dans cet article, nous nous intéressons à la synchronisation des systèmes chaotiques à l'aide d'un observateur à modes glissants. L'article est composé de deux parties. La première concerne l'étude et la réalisation en basse fréquence ($<100\text{kHz}$) d'un oscillateur chaotique de Colpitts, qui sera utilisé par la suite comme émetteur. Les différents comportements de l'oscillateur sont étudiés et les résultats expérimentaux sont présentés et commentés. Dans la deuxième partie, un observateur à modes glissants est réalisé afin de reconstruire les différents états de l'émetteur. Pour cela, nous utilisons la sortie de l'émetteur (un signal chaotique), que l'on injecte dans le récepteur (observateur à modes glissants) afin de reconstruire tous les états de l'oscillateur chaotique. Nous montrons dans ce travail, la possibilité de réaliser un observateur à modes glissants en utilisant des composants électroniques simples et standards. Ainsi nous étudions le phénomène de réticence ("chattering" en anglais) et son effet sur le fonctionnement de l'observateur.

Mots-clés : Système de communication, Oscillateur de Colpitts, Observateur à modes glissants, synchronisation.

1 INTRODUCTION

De nombreux travaux de recherche ont été effectués pour la synchronisation des systèmes chaotiques, et différentes méthodes ont été proposées. Pecora et Carroll ont montré la possibilité de synchroniser des systèmes chaotiques à l'aide d'un signal pilote commun [Carroll, 1991]. Leur approche a été appliquée au circuit bien connu de Chua pour transmettre des signaux digitaux [Parlitz, 1992]. De plus, la synchronisation des systèmes chaotiques a été largement appliquée à la cryptographie et la transmission sécurisée de l'information [Barbot, 2003]. Pour cela, et afin de pouvoir décrypter le message, il faut d'abord synchroniser les systèmes chaotiques (l'émetteur et le récepteur).

Dans ce travail, nous avons synchronisé un émetteur chaotique (un oscillateur chaotique de Colpitts) avec un récepteur à l'aide d'une méthode autre que les méthodes traditionnelles. Les méthodes traditionnelles de synchronisation exigent la présence d'un émetteur et d'un récepteur possédant la même structure [Yang, 1997], ce qui est

en pratique difficile à réaliser. Ce travail concerne la réalisation et la conception d'un observateur à modes glissants (dit capteur intelligent) et d'un oscillateur chaotique de Colpitts (émetteur chaotique). L'objectif est d'étudier la faisabilité de reconstruire les différents états de l'émetteur chaotique au moyen de l'observateur à modes glissants, qui n'est pas de la même structure que celle de l'émetteur. Cette méthode offre la possibilité de synchroniser l'émetteur chaotique et le récepteur, sans être obligé d'utiliser des conditions initiales et des paramètres identiques au niveau de l'émetteur et du récepteur. La figure 1 représente le schéma du système (émetteur - récepteur).

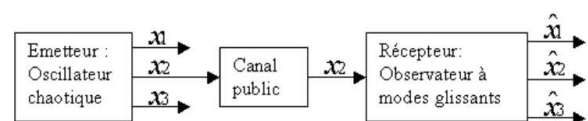


FIG. 1 – Bloc diagramme du système

Plusieurs topologies peuvent être utilisées pour réaliser un oscillateur de Colpitts [Maximov, 2001], [Maggio, 1999], [Mykolaitis, 2004b]. Pour étudier la faisabilité de la méthode de synchronisation, nous avons volontairement choisi un oscillateur de Colpitts simple, avec un seul transistor. Le comportement chaotique est obtenu en faisant varier le courant du collecteur du transistor. Nous présentons dans la partie 2 les résultats expérimentaux obtenus par la réalisation de l'oscillateur de Colpitts et la partie 3 sera consacrée à la conception et à la réalisation de l'observateur, ainsi qu'aux résultats pratiques.

2 OSCILLATEUR DE COLPITTS

Les oscillateurs constitués de transistors FET (Transistor à effet de champs ou "Field Effect Transistor") ou BJT (Transistor Bipolaire ou "Bipolar Junction Transistor") et un circuit résonnant LC sont souvent utilisés pour fonctionner sur des plages de fréquences de quelques KHz à quelques centaines de MHz . L'oscillateur de Colpitts est l'oscillateur LC le plus utilisé à cet effet. Il est constitué :

- d'un circuit oscillant LC,

- d'un diviseur de tension capacitif
- d'un amplificateur à transistor

Le circuit de principe d'un oscillateur de Colpitts est montré dans la figure 2. L'amplificateur est constitué d'un transistor bipolaire monté en configuration Base Commune. Le circuit résonateur, constitué de l'inductance L et des capacités C_1 , C_2 , est connecté entre le collecteur et la base du transistor. Une fraction de la tension du circuit LC est retournée à l'émetteur. Ce retour est obtenu par une division de tension capacitive. La polarisation du transistor est fournie par la source de courant I_0 , caractérisée par la conductance équivalente G_0 [Maggio, 1999].

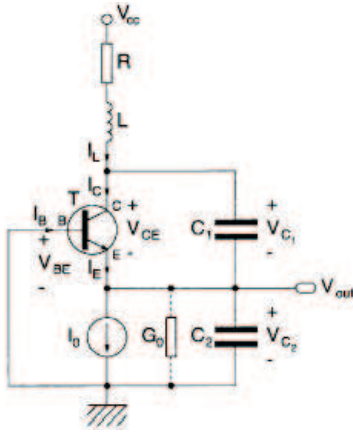


FIG. 2 – Circuit de principe de l'oscillateur de Colpitts

2.1 Les équations d'état et le comportement de l'oscillateur

Considérons l'oscillateur présenté dans la figure 2. Les équations d'état de cet oscillateur sont données en (1).

$$\begin{cases} C_1 \frac{V_{C1}}{dt} = -f(V_{C2}) + I_L \\ C_2 \frac{V_{C2}}{dt} = I_L - I_0 \\ L \frac{I_L}{dt} = -V_{C1} - V_{C2} - I_L R + V_{CC} \end{cases} \quad (1)$$

où $f(V_{C2})$ s'exprime par la fonction (2)¹ :

$$f(V_{C2}) = I_S \exp\left(-\frac{V_{C2}}{V_T}\right) \quad (2)$$

En pratique, nous remplaçons la source de courant I_0 par une résistance (R_2) connectée en série à une tension continue (V_1) (figure 3). Alors si l'on considère $(V_{C1}, V_{C2}, I_L) = (x_1, x_2, x_3)$, nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{C_1} f(x_2) + \frac{1}{C_1} x_3 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_2} x_3 - \frac{1}{R_2 C_2} x_2 - \frac{V_1}{R_2 C_2} \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{L_1} x_1 - \frac{1}{L_1} x_2 - \frac{R_1}{L_1} x_3 + \frac{V_2}{L_1} \end{cases} \quad (3)$$

¹ $I_E = I_S \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right]$

$\approx I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right)$ si $V_{BE} \gg V_T$

o'u I_S est le courant de saturation inverse et $V_T \approx 26mV$

2.2 Comportement périodique

L'oscillateur de Colpitts peut générer des oscillations périodiques à une fréquence calculée par (4) :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{L_1 C_1 C_2}} \quad (4)$$

Le point d'opération du transistor est déterminé par les tensions V_1 et V_2 . Nous utilisons les valeurs suivantes : $C_1 = C_2 \approx 540 nF$, $L_1 \approx 1 mH$. Dans ces conditions, la fréquence centrale de l'oscillateur est de $10 kHz$.

2.3 Résultats d'expérimentation

L'oscillateur de Colpitts est à la base utilisé pour générer des signaux périodiques. Cependant, en faisant varier ses paramètres, il est possible d'obtenir un comportement chaotique. Nous avons réalisé le circuit de la figure 3. Le circuit résonateur dans cette figure est constitué des capacités C_1 , C_2 et de l'inductance L_1 .

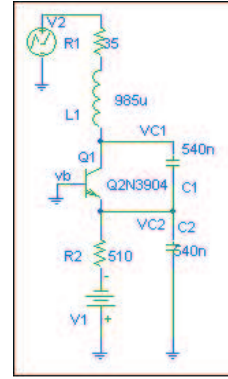


FIG. 3 – Circuit expérimental

Afin d'obtenir différents comportements pour cet oscillateur, il faut faire varier le courant I_0 [Mykolaitis, 2004a] (figure 2). Cela est obtenu par la variation des tensions V_1 et V_2 dans la figure 3. Le signal chaotique obtenu ainsi est montré dans la figure 4.

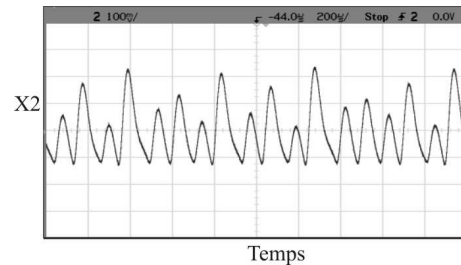


FIG. 4 – sortie chaotique (x_2) pour $V_1 = 19.3V$, $V_2 = 10.1V$

Le signal chaotique montré dans la figure 4 est le signal V_{C2} , qui sera par la suite introduit au récepteur. La figure 5 montre la trajectoire de phase chaotique, et le spectre du signal chaotique est présenté dans la figure 6.

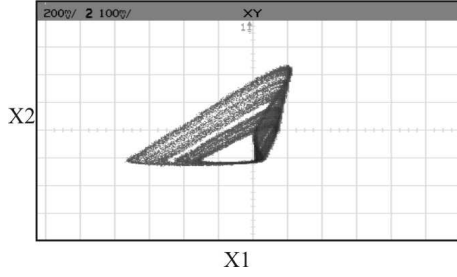


FIG. 5 – x_2 en fonction de x_1 (trajectoire chaotique)

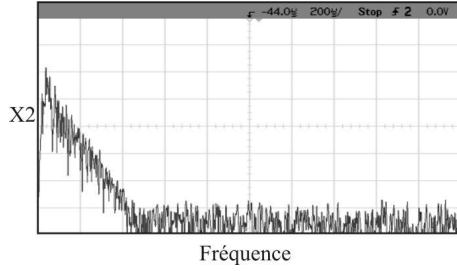


FIG. 6 – Spectre(FFT) du signal chaotique

3 OBSERVATEUR À MODES GLISSANTS

3.1 Rappel

Un observateur à modes glissants est un observateur dont le terme correcteur est une fonction *sign*. Il s'agit de contraindre, à l'aide des fonctions discontinues, les dynamiques du système à converger sur une “*surface de glissement*” [Fossard, 2002].

Soit le système (5)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\quad (5)$$

L'observateur à modes glissants pour ce système s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \lambda \text{sgn}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= h(\hat{x})\end{aligned}\quad (6)$$

où λ est une matrice de gain de dimension $n \times p$.

Dans ce cas, on impose l'évolution des dynamiques du système sur une variété, sur laquelle l'erreur d'estimation de la sortie $e_y = y - \hat{y}$ est nulle. Ainsi, cette erreur converge vers zéro au bout d'un temps fini, et la dynamique du système se réduit de n à $n - p$.

3.2 Conception et réalisation de l'observateur à modes glissants pour l'oscillateur de Colpitts

Soit le système (3), avec la sortie $y = x_2$. Le but est de concevoir un observateur à modes glissants qui permet, à partir de l'état x_2 , de reconstruire tous les états du

système (appelés $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$). Les équations de l'observateur sont données dans (7).

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = -\frac{1}{C_1}f(x_2) + \frac{1}{C_1}\hat{x}_3 \\ \quad + \lambda_1 \text{sgn}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \frac{1}{C_2}\hat{x}_3 - \frac{1}{R_2 C_2}x_2 - \frac{V_1}{R_2 C_2} \\ \quad + \lambda_2 \text{sgn}(x_2 - \hat{x}_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = -\frac{1}{L_1}\hat{x}_1 - \frac{1}{L_1}x_2 - \frac{R_1}{L_1}\hat{x}_3 + \frac{V_2}{L_1} \\ \quad + \lambda_3 \text{sgn}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) \end{cases}\quad (7)$$

Avec les états auxiliaires :

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = \hat{x}_1 - V_2 - \lambda_3 L_1 \text{sgn}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) \\ \tilde{x}_3 = \hat{x}_1 + \lambda_2 C_2 \text{sgn}(x_2 - \hat{x}_2) \end{cases}\quad (8)$$

L'observateur à modes glissants fonctionne étape par étape : la première étape consiste à reconstruire le signal x_2 , soit le signal transmis par l'émetteur. Une fois synchronisé ce signal, et lorsque l'erreur $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$ converge vers zéro, l'observateur reconstruira l'état suivant, soit x_3 . La dernière étape consiste à reconstruire x_1 , et cela lorsque $e_3 = x_3 - \hat{x}_3$ converge vers zéro. Pour la simplicité du travail, nous avons choisi seulement les termes correcteurs (les fonctions *sign*), pour construire notre observateur.

3.2.1 Etape 1 : construction de \hat{x}_2

Le signal \hat{x}_2 est défini par l'expression (9) :

$$\dot{\hat{x}}_2 = \lambda_2 \text{sgn}(x_2 - \hat{x}_2)\quad (9)$$

Nous pouvons traduire cette expression sous forme d'un schéma bloc montré dans la figure 7. Ce schéma est réalisable à l'aide de composants électroniques simples et standards. Dans ce circuit, nous avons utilisé des Amplificateur Opérationnels (AOP) et des composants passifs pour réaliser la fonction *sign*, l'intégrateur et le soustracteur. Les résultats de cette expérimentation sont présentés dans la figure 8.

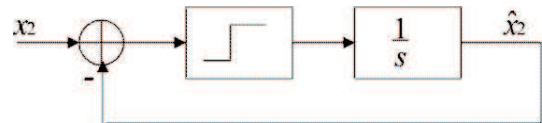


FIG. 7 – Schéma bloc pour la construction de \hat{x}_2

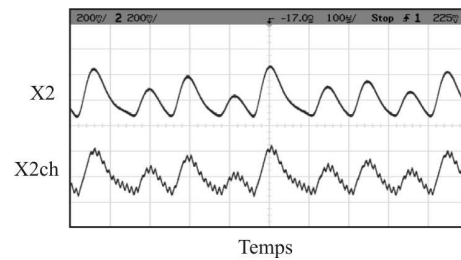


FIG. 8 – Reconstruction de x_2 ; en haut : x_2 , en bas : \hat{x}_2

3.2.2 Etape 2 : construction de \hat{x}_3

La deuxième étape de la construction de l'observateur à modes glissants consiste à reconstruire l'état x_3 , c'est à dire estimer ce signal à l'aide des fonctions algébriques, à partir du signal connu x_2 et son estimation \hat{x}_2 . Nous appelons ce signal \hat{x}_3 et pour le calculer, nous calculons d'abord l'état auxiliaire \tilde{x}_3 de la façon suivante :

- Dans un premier temps il faut calculer l'erreur e_2 (la différence entre x_2 et \hat{x}_2). Cette erreur converge vers zéro au bout d'un temps fini, lorsque $x_2 \simeq \hat{x}_2$, donc en mettant $e_2 = 0$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} e_2 = x_2 - \hat{x}_2 = 0 &\Rightarrow \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2 = 0 & \\ \tilde{x}_3 = \frac{1}{R_2}x_2 + \frac{V_1}{R_2} + \lambda_2 C_2 \text{sgn}(x_2 - \hat{x}_2) & \end{aligned} \quad (10)$$

- Ensuite, nous pouvons calculer \hat{x}_3 de la même manière que \hat{x}_2 ; c'est à dire :

$$\dot{\hat{x}}_3 = \lambda_3 \text{sgn}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) \quad (11)$$

Remarque 1 Dans ce cas, le signal utilisé pour la reconstruction de \hat{x}_3 , est le signal \tilde{x}_3 , qui est lui-même reconstruit par l'observateur et à partir des autres états. Il est donc important d'obtenir la meilleure forme pour \tilde{x}_3 , pour pouvoir reconstruire convenablement le signal \hat{x}_3 .

Les schémas bloc pour construire \tilde{x}_3 et \hat{x}_3 sont donnés par les figures 9 et 10. Les signaux obtenus par la réalisation électronique de ces circuits sont montrés dans les figures 11 et 12.

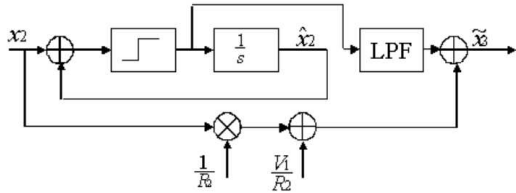


FIG. 9 – Schéma bloc pour la construction de \tilde{x}_3

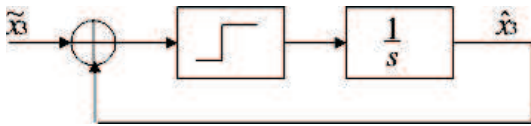


FIG. 10 – Schéma bloc pour la construction de \hat{x}_3

3.2.3 Etape 3 : construction de \hat{x}_1

Pour calculer l'état auxiliaire \tilde{x}_1 , nous calculons l'erreur e_3 de façon suivante :

$$\begin{aligned} e_3 = x_3 - \hat{x}_3 = 0 &\Rightarrow \\ \dot{e}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\hat{x}}_3 = 0 & \\ \tilde{x}_1 = -x_2 - R_1 \tilde{x}_3 + V_2 - L_1 \lambda_3 \text{sgn}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) & \end{aligned} \quad (12)$$

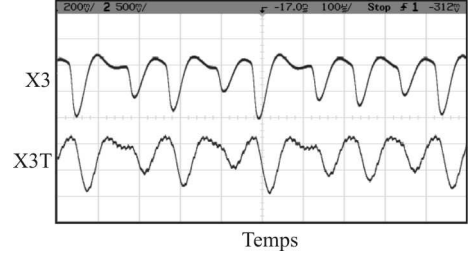


FIG. 11 – Construction de \tilde{x}_3 : en haut : x_3 , en bas : \tilde{x}_3

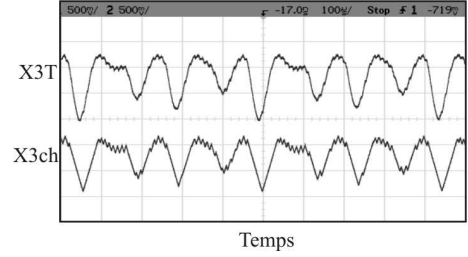


FIG. 12 – Construction de \hat{x}_3 ; en haut : \tilde{x}_3 , en bas : \hat{x}_3

Ainsi, nous calculons \hat{x}_1 de la même manière que \hat{x}_3 ; c'est à dire :

$$\dot{\hat{x}}_1 = \lambda_1 \text{sgn}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1) \quad (13)$$

Les schémas bloc pour construire \hat{x}_1 et \tilde{x}_1 sont donnés par les figures 13 et 14. Les résultats pratiques obtenus sont présentés dans les figures 15 et 16.

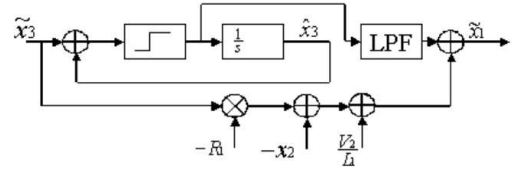


FIG. 13 – Schéma bloc pour la construction de \tilde{x}_1

Nous constatons que lorsque les états sont reconstruits correctement, les trajectoires de phase sont de la même forme à l'émetteur et au récepteur. Dans la figure 17, la synchronisation (x_2 en fonction de \hat{x}_2) des deux systèmes est présentée.

4 CONCLUSION

Nous avons réalisé un oscillateur de Colpitts que nous avons utilisé comme émetteur. Nous avons fait varier le courant du collecteur du transistor et nous avons obtenu une oscillation chaotique. Nous avons transmis le signal chaotique généré par l'oscillateur de Colpitts au récepteur qui est ici un observateur à modes glissants. L'observateur reconstruit les états de l'émetteur, sans posséder une structure identique à celui-ci. En effet, l'émetteur est constitué d'un transistor en base commune et un circuit résonateur, tandis que le récepteur est constitué

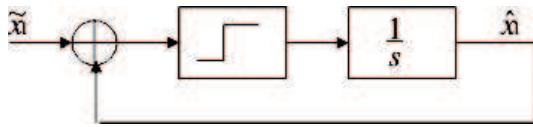


FIG. 14 – Schéma bloc pour la construction de \hat{x}_1

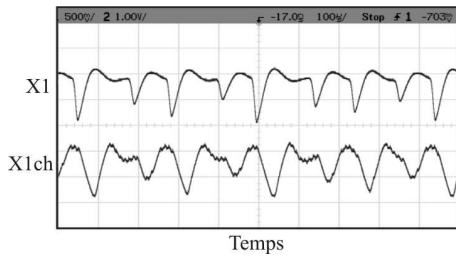


FIG. 15 – Construction de \tilde{x}_1 ; en haut : x_1 , en bas : \tilde{x}_1

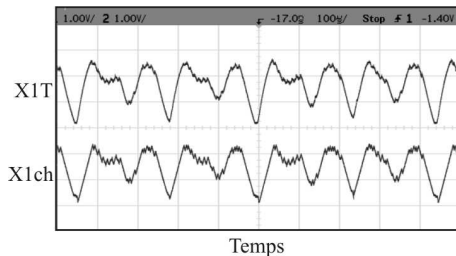


FIG. 16 – Construction de \hat{x}_1 ; en haut : \tilde{x}_1 , en bas : \hat{x}_1

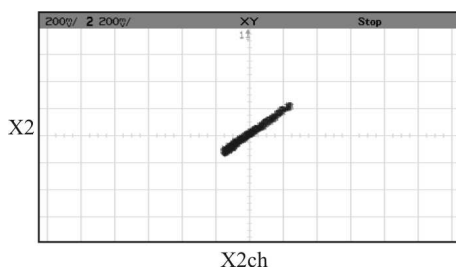


FIG. 17 – Synchronisation de l'émetteur et le récepteur (x_2 en fonction de \hat{x}_2)

d'amplificateurs opérationnels et de composants passifs. Nous avons ensuite réalisé l'observateur à modes glissants et nous avons présenté et commenté les résultats expérimentaux. La synchronisation est montrée dans la figure 17.

BIBLIOGRAPHIE

- [Barbot, 2003] Barbot, J. P., Belmouhoub, I., Boutat Baddas, L. : "Observability normal forms". *New Trends in Nonlinear Dynamics and Control*, Springer Verlag, LNCIS 295, p. 3-17 (2003).
- [Carroll, 1991] Carroll, T. L., Pecora, L. M., : "Synchronizing chaotic circuits". *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol. 38, N°4 (1991).
- [Fossard, 2002] Fossard, A. J., Floquet, T. : "An overview of classical sliding mode control". *Sliding mode control in engineering*, p. 1-27 (2002).
- [Maggio, 1999] Maggio, G. M., De Feo, O., : "Nonlinear Analysis of the Colpitts Oscillator and Applications to Design". *IEEE Transactions on circuits and systems-I : Fundamental Theory and Applications*, Vol 46, N°9 (1999).
- [Maximov, 2001] Maximov, N., Panas, A., Starkov, S. : "Chaotic oscillators design with preassigned spectral characteristics". *ECCTD'01- European Conference on Circuit Theory and Design*, Espoo, Finland (2001).
- [Mykolaitis, 2004a] Mykolaitis, G., Tamasevicius, A., Bumeliene, S. : "Experimental demonstration of chaos from Colpitts oscillator in VHF and UHF ranges". *Electronics letters*, Vol. 40, N°2 (2004).
- [Mykolaitis, 2004b] Mykolaitis, G., Tamasevicius, A., Bumeliene, S., Baziliauskas, A., Lindberg, E. : "Two stage chaotic colpitts oscillatoer for the UHF range". *ISSN 1392-1215 Elektronika IR Elektrotechnika*, N°4, p. 53 (2004).
- [Parlitz, 1992] Parlitz, U., Chua, L. O., Kocarev, Lj., Halle, K. S., Shang, A. : "Transmission of digital signals by chaotic synchronization". *Interational Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 2, N°4, p. 973-977 (1992).
- [Yang, 1997] Yang, T., Wu, Ch. W., Chua, L. O. : "Cryptography Based on Chaotic Systems". *IEEE Transactions on circuits and systems-I : Fundamental theory and applications*, Vol. 44, N°5, p. 469-472 (1997).