Colloque ITEM : Reims 20-21-22 juin 2003
Communication : c003th1.

Description et analyse d'un dispositif d'enseignement des mathématiques en DUT GEII[1] intégrant l'usage de logiciels de calculs et représentations graphiques.

Gérard CHAUVAT
IUT-GEII Tours et IUFM Orléans-Tours

L'enseignement des mathématiques dans un département Génie Électronique et Informatique Industrielle d'un Institut Universitaire de Technologie est largement conditionné par les besoins des disciplines techniques qui y sont enseignées, notamment l'électronique et l'automatique, tant au niveau des contenus (savoir) que des techniques mises en œuvre (savoir faire).

Par ailleurs, les programmes officiels encouragent fortement le recours aux outils informatiques et la formation des étudiants à leur usage. Ainsi en première année, les mathématiques interviennent dans deux pôles d'évaluation, le second étant explicitement associé à l'usage de logiciels mathématiques et donnant lieu à un certain nombre d'heures de travaux pratiques de mathématiques en salle informatique.

Ces conditions institutionnelles nous ont conduit, depuis plusieurs années à Tours, à mettre en place un dispositif nouveau d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques dont la présentation est l'objectif de cette communication.

Dans une première partie, nous décrirons ledit dispositif à travers l'histoire de sa mise en place en précisant les logiciels qui y sont intégrés ainsi que l'usage qui en est fait. La seconde partie sera consacrée à une tentative d'analyse de ce dispositif au regard des effets attendus et produits.

I. Description

1. L'organisation actuelle

L'organisation de notre enseignement des mathématiques fait intervenir des logiciels mathématiques dans les trois dispositifs institutionnels classiques de l'enseignement technologique post-baccalauréat :

<u>i) le cours magistral</u> : il s'agit ici d'illustrer certaines notions du cours ou d'initier aux procédures de calculs ou de contrôles rendues disponibles par ces logiciels ; les logiciels utilisés sont, en première année : ORGE, Cabri-Géomètre©, GéoplanW, GéospaceW, et Maple©, en deuxième année : ORGE et Excel©.

<u>ii) les travaux dirigés</u> : notre enseignement s'articulant sur des couples *types de tâches - techniques*, les travaux dirigés sont essentiellement consacrés au « travail » de la technique : mise en œuvres des techniques enseignées en cours magistral et prise en compte de leurs limites éventuelles ; dans ce cadre, les logiciels interviennent comme instruments de contrôle de la mise en œuvre des techniques.

<u>iii) les travaux pratiques</u> : il s'agit d'activités visant simultanément la familiarisation avec certains logiciels (ORGE et Maple©) et le travail sur certaines notions mathématiques. Le logiciel est choisi en fonction de son utilité dans la situation didactique envisagée et non pour lui-même, la maîtrise totale du logiciel n'étant pas un objectif…

(Des exemples pourront être discutés dans l'atelier associé à cette communication.)

En outre, le dispositif est complété par la mise à la disposition des étudiants, sur un site du réseau interne de l'établissement, réservé à cet usage, des différentes « démonstrations » logicielles faites pendant le cours magistral et de tout renseignement utile à la manipulation des logiciels.

2. Historique et exemples

Le département de génie électrique et informatique industrielle de l'IUT de Tours a ouvert en Octobre 1986 dans des locaux provisoires. Les programmes de l'époque insistaient (comme aujourd'hui

[1] Diplôme Universitaire de Technologie en Génie Électrique et Informatique Industrielle.

encore) sur la nécessité de lier l'enseignement des mathématiques à celui des autres disciplines scientifiques et recommandaient l'usage des calculatrices programmables chaque fois que cela était possible. Cela conduisait à étudier les méthodes de résolution des équations du type f(x)=0, l'intégration numérique, les méthodes d'Euler et de Runge-Kutta pour les équations différentielles, les méthodes de Gauss et Jordan pour la résolution des systèmes de n équations linéaires à n inconnues, etc., ainsi que les programmes BASIC (puis Pascal) correspondants.

Ainsi les TD encourageaient-ils l'usage des calculatrices programmables (non graphiques d'ailleurs à l'époque), mais aucun logiciel ne faisait son apparition dans l'enseignement des mathématiques.

Par ailleurs, le programme de mathématiques étant fortement conditionné par son aspect « outil au service de l'électronique, de l'automatique, etc. », il apparaît un certain nombre de contenus originaux (par rapport à l'enseignement de DEUG), mettant en jeu des traitements graphiques plus ou moins complexes : diagrammes de Bode, de Nyquist, abaques de Black, de Smith, séries et transformées de Fourier, transformation de Laplace… L'usage du graphique étant particulièrement fréquent dans les principales disciplines technologiques enseignées en GEII[2], il était souhaitable d'instaurer dans l'enseignement des mathématiques un rapport au graphique particulier et opératoire.

C'est pour ces traitements graphiques que j'ai commencé à ressentir le besoin d'un outil logiciel adapté pour illustrer le cours (en améliorant notablement la présentation par rapport aux dessins à la craie, main levée). Sous DOS, profitant des débuts du VGA puis de l'apparition de la souris, j'ai alors commencé à développer et à utiliser ORGE[3] dans le cours de maths dès le début des années 90. Il faut dire que j'étais également fortement motivé par la mise en service, dans les nouveaux (et définitifs) locaux du département, d'un videoprojecteur relié à un PC performant, projetant sur un écran de 4 m !

Il s'agissait, par exemple en 1ère année, de montrer aux étudiants le principe graphique de réalisation des diagrammes de Bode (gain et phase), dans du papier semi-logarithmique, pour des fonctions de transfert de référence (figure 1).

En seconde année, je souhaitais pouvoir, par exemple, illustrer le phénomène de Gibbs (figure 2) et certaines propriétés des transformées de Fourier.

D'une façon générale le logiciel devait permettre d'illustrer des situations graphiques dynamiques nécessitant de nombreux dessins (plus ou moins complexes), résultant de la variation de certains paramètres significatifs et/ou de traitements directs (en "temps réel") sur des graphiques déjà tracés.

Un des premiers buts de ORGE était donc de fournir au professeur un moyen confortable de traiter des situations graphiques en cours magistral (ainsi que pour ses productions écrites : transparents, polycopiés, etc.). Mais son recours assez systématique et fréquent pendant le cours visait à familiariser les étudiants avec des traitements graphiques souvent nouveaux pour eux et banaliser les techniques correspondantes éventuellement réalisables avec d'autres outils : papier-crayon, calculatrices ou autres logiciels…

Parallèlement, dans le même état d'esprit, ORGE fit son apparition dans certains Travaux Dirigés, par exemple pour l'étude qualitative des équations différentielles en 1ère année et pour l'étude de l'échantillonnage (transformées de Fourier, spectres et théorème de Shannon). L'usage en était facilité par la mise à disposition d'un chariot permettant de déplacer un PC relié à une tablette rétroprojetante (aujourd'hui un vidéoprojecteur).

A partir de 1993, date de la nomination de mon collègue Yves Bouteiller, grand spécialiste de ce logiciel, Cabri-géomètre fut utilisé pour les illustrations du cours magistral, notamment pour l'étude des courbes paramétrées[4]. En 2001, succédant à Y. Bouteiller, Alain Chollet introduisit Géoplan (figure 3) et Géospace (figure 4) en particulier pour illustrer le cours sur les fonctions vectorielles en dimension 2 et 3.

---

[2] Voir par exemple : BAILLOU Jean, CHAUVAT Gérard, PEJOT Claude (2002) : *L'outil graphique en électronique et automatique*, coll. Technosup, Ellipses édition Marketing SA.

[3] ORGE : Outil de Représentations Graphiques pour l'Enseignement, disponible gratuitement à l'adresse : *http://www.iut.univ-tours.fr/tpweb/geii/orgehome.htm*.

[4] voir : IREM d'Orléans (1994) : *Bien comprendre la notion de courbes paramétrées* in Apports de l'Outil Informatique à l'Enseignement de la Géométrie, Commission Inter-IREM mathématiques et informatique, pp. 65-72.

L'utilisation de ces logiciels bien adaptés à la manipulation des représentations d'objets géométriques avaient pour but d'augmenter les possibilités d'illustration graphique de certaines notions du cours, mais leur apprentissage n'était pas visé et ils ne sont pas retenus (pour le moment) pour le travail en TD et TP (notons que les étudiants d'aujourd'hui peuvent les avoir déjà rencontrés pendant leur enseignement au lycée). De plus leur usage en cours permet de "désacraliser" ORGE, en en relativisant l'emploi, et permet de recentrer l'attention sur les contenus mathématiques en jeu plutôt que sur le logiciel employé ; ce qui n'est pas forcément inutile avec certains étudiants plus passionnés par l'informatique que les maths.

L'enseignement des statistiques, parent pauvre du programme, mais dont la nécessité se faisait évidente dans certains stages, nous conduisit à utiliser Excel© qui n'est pas à proprement parler un logiciel de statistiques, mais qui possède un module de fonctions et de calculs statistiques suffisant pour l'enseignement visé. La formation générale à ce tableur étant assurée par ailleurs, nous avons profité d'une salle équipée de 14 PC pour réaliser des Travaux Pratiques sur les thèmes suivants : statistique à une dimension : interprétation de l'évolution d'effectifs ou de fréquences, statistique à 2 dimensions : régression affine[5].

L'existence de cette salle, puis d'une seconde équipée de la même façon, nous a permis, dès 1995-96, d'ajouter au dispositif cours+TD des séances de TP en demi-groupes utilisant ORGE[6] et, à partir de 2000, Maple©[7]. Les nouveaux programmes, dans un module intitulé fort explicitement *Mathématiques appliquées et outils*, prévoyaient en effet l'apprentissage d'un logiciel de calcul formel appliqué au contenu mathématiques des trois autres modules.

Cette année nous avons ainsi assuré 10 séances de TP d'1H30 dont deux contrôles de 3/4H chacun (l'un avec ORGE, l'autre avec Maple©, voir annexes). La gestion de ces séances est grandement facilitée par l'utilisation d'un logiciel de communication réseau : Netsupport School qui permet, entre autres, de verrouiller/déverrouiller les claviers et souris des postes étudiants, de converser avec (ou surveiller) tout poste, d'envoyer et récupérer les fichiers de travail, etc.[8].

L'objectif de ces séances est double :

i) l'apprentissage de Maple©, ou du moins d'un certain nombre de commandes usuelles du logiciel et du fonctionnement général d'un logiciel de calcul formel ;
ii) Le travail sur un certain nombre de tâches et techniques mathématiques.

Depuis deux ans l'évolution du cours nous a conduit à expliciter un certain nombre de procédures de contrôle pour certaines des tâches et techniques enseignées. Dans cette optique, certains moments des TD et TP sont consacrés à la mise en œuvre de ces procédures de contrôles avec ORGE (ou calculatrice graphique) et Maple© (ou calculatrice disposant du calcul formel).

II. Tentative d'analyse

Quelles leçons peut-on tirer de cette expérience d'enseignement dont la mise au point se poursuit ?

Tout d'abord il me semble nécessaire d'examiner les contraintes sous lesquelles elle s'est mise en place et qui définissent les conditions de sa reproductibilité, puis je ferais quelques observations sur le fonctionnement du dispositif.

<u>Contraintes et conditions</u>

1. les contraintes institutionnelles

Comme on l'a vu, les programmes de GEII incitent au recours à l'outil informatique notamment dans les objectifs du module "Mathématiques appliquées et outils" : « savoir utiliser un logiciel de

---

[5] voir : CHAUVAT Gérard (2002) : *Quelques graphiques de plus ! Montrer et voir en statistiques* in Repères-IREM n°47, pp.75-92.

[6] Les textes de TP de l'époque sont présentés dans : CHAUVAT Gérard (1997) : Étude didactique pour la réalisation et l'utilisation d'un logiciel de représentations graphiques cartésiennes des relations binaires entre réels dans l'enseignement des mathématiques des DUT industriels, thèse, Univ. d'Orléans, pp.347-400.

[7] Après acquisition des licences d'utilisation de la version Student de Maple V.

[8] voir diaporama de F. Redonnet sur http:/www.ticegestion.com.

calcul formel appliqué au contenu des modules mathématiques : “fonctions numériques et nombres complexes”, “algèbre et géométrie” et “probabilités et statistiques – mathématiques du signal numérique” », et 18H de TP sont prévues pour cela.

De plus, un certain nombre de contenus, propices à des illustrations graphiques nombreuses et dynamiques, semblent pouvoir être éclairés et mieux compris grâce au recours à des logiciels graphiques.

Inversement, les limitations des logiciels, tant dans le domaine graphique que dans celui du calcul formel, renforcent la nécessité des raisonnements et savoirs mathématiques dont l’apprentissage constitue l’objectif institutionnel principal.

2. les disponibilités matérielles

L’intégration d’outils informatiques, même fortement souhaitée par l’institution, ne peut pas se faire sans disposer de moyens matériels importants et performants.

Un vidéoprojecteur lumineux et un grand écran sont un minimum pour travailler dans un amphi de 140 étudiants ; des moyens de projection autonomes et mobiles pour les salles de TD et des salles de TP équipées de 14 postes de travail reliés au réseau interne de l’établissement (voire à internet) sont indispensables pour que les étudiants puissent s’investir personnellement. A cet effet, il faut d’ailleurs prévoir également une salle d’ordinateurs à l’accès en libre service tant que la possession d’un ordinateur individuel n’est pas obligatoire.

Il faut bien sûr pouvoir acheter (ou fabriquer) et maintenir tous les logiciels utiles ainsi qu’acquérir et gérer un parc important d’ordinateurs suffisamment performants.

Ces conditions matérielles sont certainement coûteuses mais sans elles le dispositif d’intégration risque de perdre toute crédibilité et efficacité…

3. les compétences des professeurs

Le choix des matériels informatiques retenus dépend bien entendu des compétences et de la familiarité des professeurs avec ceux-ci. Toute formation aux TICE est ici la bienvenue, mais jusqu’à présent la plupart des compétences d’ordre informatique ont été acquises *sur le tas*.

Par ailleurs, il me semble que d’autres compétences sont nécessaires (voire indispensables) pour la réussite de l’intégration d’outils informatiques dans l’enseignement : celles relevant de la didactique de la discipline concernée. En effet, les logiciels, les technologies informatiques, sont des variables didactiques pour certaines situations d’enseignement[9] et doivent être traités comme telles. Il faut que les professeurs soient capables de construire les bonnes situations avec les bons logiciels, ce qui est loin d’être évident ! Pour nous l’objectif principal reste toujours l’apprentissage de certains savoirs mathématiques et l’outil informatique est au service de cet objectif. De fait, la réflexion théorique, didactique, qu’il est nécessaire de conduire, doit permettre d’assurer que cet outil n’est retenu et utilisé que dans la mesure où il met en scène les contenus visés sans trop les altérer et dans les conditions voulues[10].

Pour que l’intégration de l’outil informatique soit crédible, il me semble qu’il faut pouvoir réunir les conditions suivantes : une volonté institutionnelle, des moyens matériels importants et une formation adéquate des professeurs.

<u>Quelques observations</u> :

1. Les premières utilisations de ORGE en amphi, lumières tamisées (!), étaient vécues par les étudiants comme des moments récréatifs, ce qui nécessitait des mises au point musclées de la part du professeur. La technologie nouvelle et spectaculaire et l’impossibilité (ou presque) de prendre des notes inclinaient les étudiants à penser qu’il n’y avait rien à apprendre ni à retenir de ce moment où le prof semblait se faire plaisir. Ce risque existe toujours, mais il me semble qu’il est largement diminué lorsque les situations de cours sont bien choisies et lorsque les pratiques informatiques sont intégrées dans les TD et surtout les TP. L’absence de prise de notes est palliée par la distribution d’un polycopié

---

[9] Voir par exemple : Michelle KITTEL, Gérard KUNTZ (2002) : *Trois disques dans un rectangle. Variations mathématiques et informatiques autour d’un énoncé* in Petit x n°60, IREM de Grenoble, pp. 26-59.

[10] Pour un essai dans ce sens, voir : Gérard CHAUVAT (2000) : *Des tâches aux situations*, à paraître dans les actes du Colloque international Guy Brousseau "*Autour de la théorie des situations didactiques*" et disponible en commentaires du TP ORGE sur les *fonctions affines par intervalle* à l’adresse : http://www.iut.univ-tours.fr/tpweb/geii/infos&ex.htm

et lorsque les aspects dynamiques (perdus sur papier) sont importants, la reproduction des animations sur le réseau interne de l'établissement permet de retrouver les informations.
Par ailleurs, l'usage fréquent banalise la nouveauté et le spectaculaire…

L'intégration de l'outil informatique gagne à être totale c'est-à-dire présente dans tous les dispositifs de l'organisation didactique ; il reste à veiller à la cohérence et la complémentarité de ses diverses interventions.

2. L'investissement de certains étudiants pour des logiciels dont il est peu probable qu'ils soient utilisés dans leurs carrières professionnelles peut poser problème. Notre réponse est qu'il s'agit de faire des maths, pas d'apprendre des logiciels utiles ou non. (Naturellement les plus rebelles trouvent que les maths ne leur serviront pas davantage, mais ils sont rares !)
Par ailleurs, d'autres étudiants, plutôt passionnés d'informatique bien sûr, s'emparent rapidement des logiciels et trouvent dans leur aisance à les manipuler une occasion de se montrer plus performants en mathématiques et/ou des raisons de progresser dans leurs connaissances mathématiques. Il n'est pas rare de voir des étudiants plutôt faibles dans la discipline faire preuve d'une activité aussi étonnante qu'efficace lors des TP alors que leur prestation est plus discrète en TD !

L'outil informatique est un tremplin pour certains étudiants, une entrave pour d'autres ; dans tous les cas, il faut veiller à ce que son usage reste centré sur les objectifs disciplinaires.

3. Reste la grande question : cet investissement coûteux est-il rentable, améliore-t-il vraiment l'apprentissage visé ?

Pour répondre à cette question, il faudrait pouvoir comparer (sur quelles performances ?) les étudiants apprenant dans un tel dispositif avec d'autres n'ayant pas à faire avec l'outil informatique (toutes choses égales par ailleurs ?). Cela me paraît guère possible. Nous pouvons comparer les réussites de nos étudiants d'aujourd'hui avec celles des étudiants d'hier. Mais nos exigences et nos évaluations actuelles sont liées au nouveau dispositif ! Ni notre satisfaction relative, ni les lacunes et difficultés persistantes de certains étudiants ne prouvent quoi que ce soit…

Pour le moment, la seule réponse possible me semble d'ordre théorique : le dispositif est bon parce qu'il favorise *théoriquement* l'installation de rapports au savoir plus adéquats et plus complets.

Annexes : figures et contrôles TP

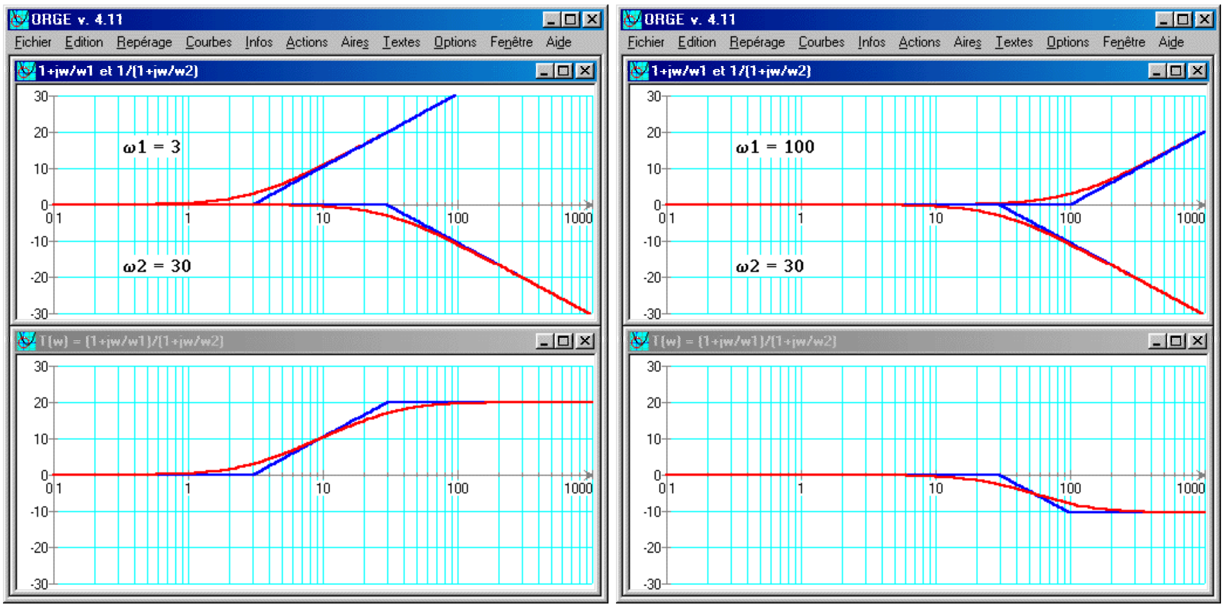


Fig. 1 : Diagrammes de Bode de gain.

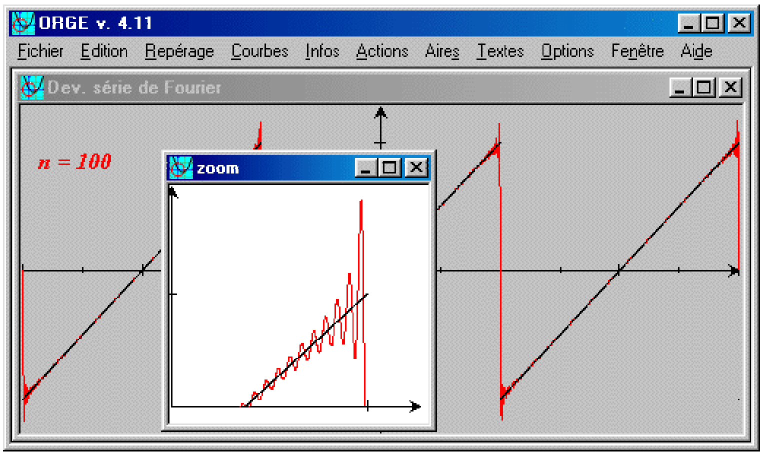


Fig. 2 : phénomène de Gibbs.

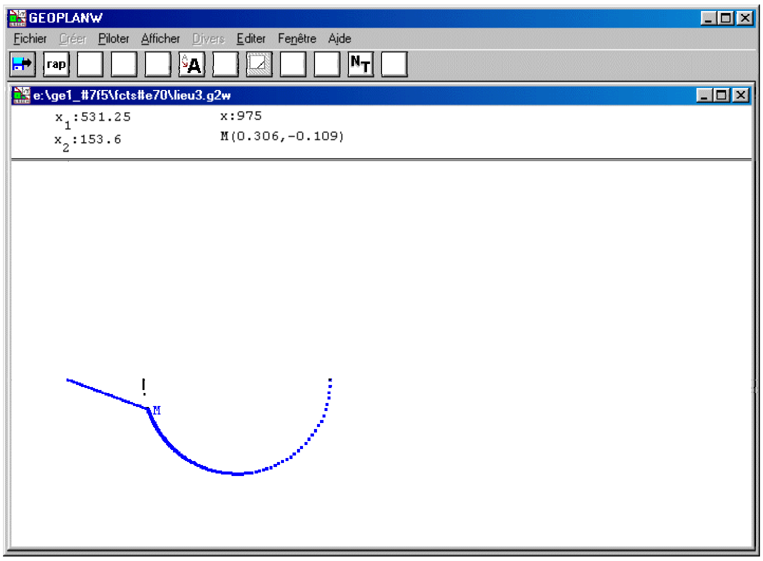


Fig. 3 : lieu de Nyquist.

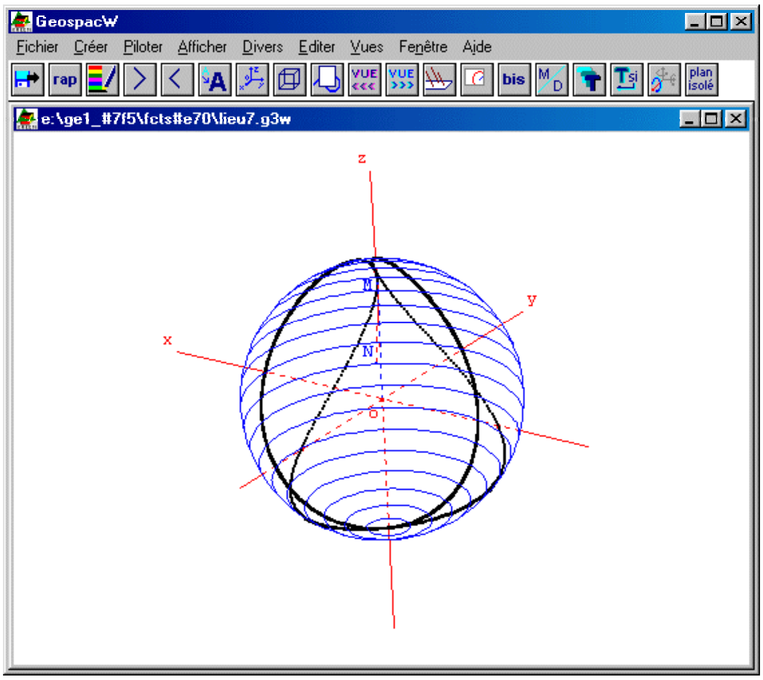


Fig. 4 : ||F(t)|| = Cste.

IUT de TOURS **MATHÉMATIQUES** ***CONTRÔLE Ma13 TP1***

Calculatrices non autorisées. **Barème indicatif : $\boxed{1}$ 4 pts $\boxed{2}$ 16 pts** UE 3 MA 13 TP1 coeff. : 1

NOM : **Prénom :** **Groupe : A_1**

Ouvrir* MAPLE V© *et charger le fichier* C_TP_A1_Map.mws**. ***Ce fichier est une feuille de calcul Maple qui sera récupérée en fin de contrôle.

$\boxed{1}$ Les affirmations suivantes sont -elles VRAIES ou FAUSSES ?

n°1 L'écriture polaire de $-\frac{3}{10}+\frac{12}{5}j$ est : $\frac{3}{10}\sqrt{65}\ \angle\ \arctan(-8)+\pi$	
n°2 Une valeur approchée au centième de l'argument principal de $-7\,e^{13j}$ est : *– 2, 71*	

$\boxed{2}$ Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{4x^2-4x-15}}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. ***Calculs sur feuille MapleV.*** *Conclusion* ***ci-dessous.***

Ensemble de définition de f :

2. Réaliser une représentation graphique de la fonction f. *Figure n°1* ***Tracés sur feuille MapleV***
3. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition. ***Calculs sur feuille MapleV.***
4. En déduire que f admet quatre asymptotes : deux asymptotes verticales et deux asymptotes obliques. ***Calculs sur feuille MapleV et équations des asymptotes ci-dessous :***

Asymptote 1 :	*Asymptote 2* :
Asymptote 3 :	*Asymptote 4* :

5. Compléter la *Figure n°1* par le tracé des asymptotes obliques. ***Tracés sur feuille MapleV***
6. On admettra que la fonction f est dérivable sur tout intervalle de son ensemble de définition.

Compléter les lignes suivantes : ***Calculs sur feuille MapleV et résultats ci-dessous.***

$f'(x) = 0$	$\Leftrightarrow$
$f'(x) > 0$	$\Leftrightarrow$
$f'(x) < 0$	$\Leftrightarrow$

Question hors barème Donner un encadrement au centième des deux extremums de la fonction f. ***Calculs sur feuille MapleV et résultats ci-dessous.***

$\leq m_1 \leq$; $\leq m_2$

NOM: **I.U.T.-G.E.I.I. 1ère année**

MATHÉMATIQUE : Contrôle TP ORGE Gr. A1 (*Mai 2003*)

<u>Barême indicatif</u> : I. 7 pts. II. 5 pts. III. 8 pts. <u>Durée</u> : 45 min.

1

Contrôler avec ORGE les propositions suivantes (V pour vrai, F pour faux):

1. Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\sqrt{3}\cos 3t + \sin 3t = -\sqrt{3}$ sont données par :

$t = \dfrac{2\pi}{9} + k\dfrac{2\pi}{3}$ ou $t = -\dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{2\pi}{3}$ avec $k \in \mathbb{Z}$	
$t = -\dfrac{2\pi}{9} + k\dfrac{2\pi}{3}$ ou $t = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{2\pi}{3}$ avec $k \in \mathbb{Z}$	
$\left\{-\dfrac{2\pi}{9} + k\,2\pi\,;\ \dfrac{\pi}{3} + k\,2\pi\right\}$ avec $k \in \mathbb{Z}$	

2. Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\ \overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})$.

Soit f la fonction numérique à variable réelle définie par : $f(x) = \dfrac{3e^x}{e^x + 1}$.

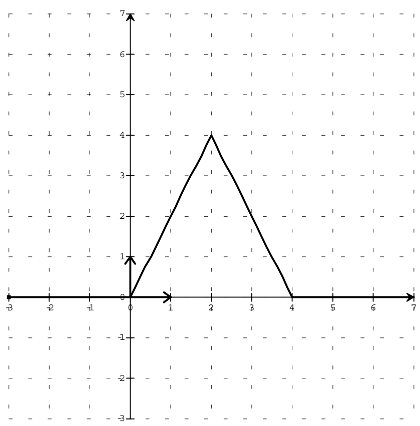
Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{3e^{2x}}{e^{2x} + 1}$.

Le graphe géométrique de g se déduit de celui de f par

une affinité orthogonale d'axe (Oy) et de rapport 2	
une réflexion d'axe $(x = 0)$ suivie d'une homothétie de centre $(0\,;\,1.5)$ et de rapport -2	
une affinité orthogonale d'axe (Ox) et de rapport 2	

2

Quel est le libellé de la courbe (de type Y) à fournir à ORGE pour obtenir la représentation graphique suivante ?



Libellé =

3 Représenter graphiquement les fonctions f et g définies par :

$$f(t) = 2t^3 - 3t^2 \quad \text{et} \quad g(t) = t^4 - 2t^2$$

ainsi que leur dérivées.
Au vu de ces graphiques, compléter le tableau de variations suivant :

t	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f'(t)$	
variations de f	
variations de g	
signe de $g'(t)$	
$m(t) = \dfrac{g'(t)}{f'(t)}$	

Représenter la courbe définie par les équations paramétriques : $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$